

Лабораторная работа №4

## **РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНОГО ПРОФИЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПЛАСТИНЕ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ**

Учебно-методическое пособие к выполнению лабораторных работ по дисциплине  
«Математическое моделирование физических процессов» для студентов ИЯТШ по  
направлению 14.03.02 «Ядерная физика и технологии»

Томск 2020

## **1. Цель работы**

Цель работы заключается в освоение методов численного решения дифференциальных уравнений в частных производных с применением программного комплекса на примере пакета Matlab.

## **2. Содержание работы**

- 1) Изучение теоретического материала (лекции 10 и 11).
- 2) Выполнение индивидуального задания с применением программного комплекса на примере пакета Matlab.
- 3) Подготовка отчета по лабораторной работе.

### 3. Выполнение индивидуального задания

1. Для заданной в индивидуальном задании модели процесса теплопередачи выполнить построение сетки в области решения.

2. Получить по исходному дифференциальному уравнению конечно-разностное выражение в общем виде.

3. Записать систему алгебраических уравнений для неизвестных узловых значений функции (температуры) и выбрать метод решения этой системы.

4. Построить схему алгоритма решения модели по методу конечных разностей.

5. Реализовать алгоритм в системе Matlab в соответствии с разработанной схемой алгоритма.

6. Выполнить программу, вывести значения функции в табличном виде и виде трехмерного графика.

7\*. По согласованию с преподавателем выполнить следующие задания:

7.1. В исходном дифференциальном уравнении вместо «= 0» добавить частную производную по времени «=  $\partial T / \partial t$ »;

7.2. Получить по исходному дифференциальному уравнению конечно-разностное выражение в общем виде. Частную производную по времени заменить разностным выражением на основе известных методов (по согласованию с преподавателем использовать метод Эйлера или Рунге-Кутты и т.д.).

7.3. Решить полученную систему в пакете Matlab при различных начальных условиях и заданных граничных условиях, а также при различных шагах численного решения по времени.

8. Сделать выводы. Подготовить отчет.

## Варианты заданий

### Задание №1

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 4×3 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если известно значение температуры в точках:

$x=0, y=0, T=0,0$	$x=0, y=1, T=10,0$	$x=3, y=3, T=160,0$
$x=1, y=0, T=25,0$	$x=0, y=2, T=50,0$	$x=4, y=3, T=200,0$
$x=2, y=0, T=50,0$	$x=0, y=3, T=80,0$	$x=4, y=1, T=130,0$
$x=3, y=0, T=75,0$	$x=1, y=3, T=120,0$	$x=4, y=2, T=170,0$
$x=4, y=0, T=100,0$	$x=2, y=3, T=140,0$	

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \lambda_2 \cdot \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

где  $\lambda_2$  – коэффициент теплопроводности. Величину  $\lambda_2$  задать самостоятельно.

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab.

### Задание №2

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если известно значение температуры в точках:

$x=0, y=0, T=0,0$	$x=0, y=0,5, T=50,0$	$x=0,75, y=1, T=200,0$
$x=0,25, y=0, T=25,0$	$x=0, y=0,75, T=80,0$	$x=1, y=1, T=220,0$
$x=0,5, y=0, T=50,0$	$x=0, y=1, T=120,0$	$x=1, y=0,75, T=170,0$
$x=0,75, y=0, T=75,0$	$x=0,25, y=1, T=140,0$	$x=1, y=0,5, T=150,0$
$x=1, y=0, T=100,0$	$x=0,5, y=1, T=160,0$	$x=1, y=0,25, T=120,0$
$x=0, y=0,25, T=10,0$		

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab.

### Задание №3

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если известно значение температуры в точках:

$x=0, y=0, T=0,0$	$x=0, y=0,3, T=50,0$	$x=0,6, y=1, T=220,0$
$x=0,3, y=0, T=50,0$	$x=0, y=0,6, T=100,0$	$x=1, y=1, T=200,0$
$x=0,6, y=0, T=100,0$	$x=0, y=1, T=120,0$	$x=1, y=0,6, T=180,0$
$x=1, y=0, T=150,0$	$x=0,3, y=1, T=150,0$	$x=1, y=0,3, T=160,0$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab.

#### Задание №4

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 4×3 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=4, T=280,0$$

$$y=0, T=70 \cdot x$$

$$y=3, T=50 \cdot x^{1,5}$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 1 метру.

#### Задание №5

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 2×2 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=2, T=100,0$$

$$y=0, T=50 \cdot x$$

$$y=2, T=50 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,5 метра.

#### Задание №6

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=500,0$$

$$y=0, T=500 \cdot x$$

$$y=1, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

#### Задание №7

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,2 метра.

#### Задание №8

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 3×1 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=3, T=900,0$$

$$y=0, T=300 \cdot x$$

$$y=1, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,5 метра.

#### Задание №9

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 2×2 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=2, T=600,0$$

$$y=0, T=300 \cdot x$$

$$y=2, T=10 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,5 метра.

### Задание №10

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 4×4 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=4, T=1200,0$$

$$y=0, T=300 \cdot x$$

$$y=4, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 1 метр.

### Задание №11

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 1×1 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=500,0$$

$$y=0, T=500 \cdot x$$

$$y=1, T=1000 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

### Задание №12

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером 3×2 метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=3, T=600,0$$

$$y=0, T=200 \cdot x$$

$$y=2, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 1 метр.

### Задание №13

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $1 \times 1$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=500,0$$

$$y=0, T=500 \cdot x$$

$$y=1, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

#### Задание №14

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $4 \times 3$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=4, T=500,0$$

$$y=0, T=125 \cdot x$$

$$y=3, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 1 метр.

#### Задание №15

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $2 \times 2$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=2, T=500,0$$

$$y=0, T=250 \cdot x$$

$$y=2, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,5 метра.

#### Задание №16

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $1 \times 1$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=250,0$$

$$y=0, T=250 \cdot x$$

$$y=1, T=50 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

#### Задание №17

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $3 \times 3$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=3, T=1500,0$$

$$y=0, T=500 \cdot x$$

$$y=3, T=100 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 1 метр.

#### Задание №18

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $2 \times 2$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=2, T=200,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=2, T=10 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,5 метра.

#### Задание №19

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $1 \times 1$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=20 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

#### Задание №20

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $1 \times 1$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=20 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением Лапласа вида:

$$\lambda_1 \cdot \frac{d^2T}{dx^2} + \lambda_2 \cdot \frac{d^2T}{dy^2} = 0$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – коэффициенты теплопроводности по осям  $x$  и  $y$  соответственно. Величины  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  задать произвольно.

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

#### Задание №21

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $1 \times 1$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=20 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением вида:

$$\lambda_1 \cdot \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} + \frac{dT}{dy} = 0$$

где  $\lambda_1$  – коэффициент теплопроводности по оси  $x$ . Величину  $\lambda_1$  задать самостоятельно.

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

### Задание №22

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $1 \times 1$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=20 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением вида:

$$\lambda_1 \cdot \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{dT}{dy} = 0$$

где  $\lambda_1$  – коэффициент теплопроводности по оси  $x$ . Величину  $\lambda_1$  задать произвольно.

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.

### Задание №23

Найти распределение температуры в прямоугольной пластине размером  $1 \times 1$  метра и построить зависимость  $T(x; y)$ , если температура на границах пластины изменяется следующим образом:

$$x=0, T=0,0$$

$$x=1, T=100,0$$

$$y=0, T=100 \cdot x$$

$$y=1, T=20 \cdot x^2$$

Единицы измерения для координат  $x$  и  $y$  заданы в метрах, температура  $T$  в градусах Цельсия. Известно также, что распределение температуры в пластине описывается уравнением вида:

$$\lambda_2 \cdot \frac{d^2 T}{dy^2} + \frac{dT}{dx} = 0$$

где  $\lambda_2$  – коэффициент теплопроводности по оси  $y$ . Величину  $\lambda_2$  задать самостоятельно.

Решение выполнить методом конечных разностей с использованием средств пакета MatLab. Шаг сетки задать равным 0,25 метра.