

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ



На правах рукописи

A handwritten signature in blue ink, consisting of a series of fluid, connected loops and strokes, positioned below the text 'На правах рукописи'.

Джасем Мохамад

РАЗРАБОТКА КИНЕМАТИЧЕСКОГО ТОРЦЕВОГО ВОЛНОВОГО РЕДУКТОРА С МОДИФИЦИРОВАННЫМ ЗУБОМ УЛУЧШЕННОЙ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

2.5.2 – Машиноведение

Томск – 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет» (ФГАОУ ВО НИ ТПУ)

Научный руководитель:

Крауиньш Петр Янович

доктор технических наук, ФГАОУ ВО Национальный исследовательский Томский политехнический университет, профессор-консультант отделения машиностроения Инженерной школы новых производственных технологий

Официальные оппоненты:

Шеров Карибек Тагаевич

доктор технических наук, профессор, Казахский агротехнический исследовательский университет имени Сакена Сейфуллина, профессор кафедры «Технологические машины и оборудование»

Никитин Александр Григорьевич

доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Сибирский государственный индустриальный университет», профессор кафедры «Механики и машиностроения»

Защита состоится 21 марта 2024 г. в 14:30 часов на заседании диссертационного совета ДС.ТПУ.32 Национального исследовательского Томского политехнического университета по адресу: 634028, г. Томск, ул. Тимакова, д. 12, ауд. 304.



С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке Томского политехнического университета и на сайте dis.tpu.ru при помощи QR-кода.

Автореферат разослан «15» февраля 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета ДС.ТПУ.32
кандидат технических наук, доцент

A handwritten signature in blue ink, likely belonging to the academic secretary, is placed next to the printed name.

Сапрыкина Н.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации

В настоящее время область применения перспективных вариантов волнового торцевого кинематического редуктора (ВТКР) в современной технике ограничена наличием факторов как конструктивного, так и технологического характера. Обладая хорошими характеристиками, ВТКР тем не менее имеет сложную конструкцию. Наличие внутреннего конического зацепления, не учитывающего многогранность особенностей взаимодействия зубьев со сферическим движением, а также незначительная информация, касающаяся опыта проектирования и эксплуатации ВТКР, не позволяют дать необходимые рекомендации для его практического применения. Решать указанные проблемы можно путем модификации зубьев колес редуктора, т. е. путем применения выпукло-вогнутого профиля зубьев, который обеспечивает повышение несущей способности передачи в целом, улучшение энергетических и массогабаритных показателей, повышение кинематической точности, снижение уровня напряжений в контакте. В связи с вышесказанным, создание волнового торцевого кинематического редуктора с многопарным зацеплением и решение связанных с этим задач, является актуальным.

Степень проработанности темы

Методы кинематического анализа и нагрузочные способности кривошипно-конических редукторов с внутренним зацеплением зубьев, которые обеспечивают широкий диапазон передаточных отношений при величине крутящего момента на тихоходном валу не более 2000 Н·м рассмотрены в работах А.Г. Опря, Э.П. Амосова, О.А. Чихачева, В.Е. Дулгеру. Отечественные ученые: Л.А. Маленький, В.Н. Сызранцев, В.А. Алымов, В.Я. Котликова В.Н. Колесников, внесли огромный вклад в разработку геометрии кривошипно-конических передач с выпукло-вогнутым зацеплением для соосных редукторов. В работах зарубежных ученых: W. Coleman, R.D. Foscett, J.C. Singleton. D.H. VcCullough, T.S. Zajac, H.E. George, описана методика определения кинематических характеристик прецессионных волновых редукторов с эвольвентным зацеплением. Исследования по улучшению несущей способности редукторов рассмотрены в работах ученых ТПУ: А.Е. Беляева, Ан-И-Кана, П.Я. Крауиньша, Э.Н. Панкратова и др.

Целью диссертационной работы является исследование возможностей повышения несущей способности волнового торцевого кинематического редуктора путем модификации профилей зубьев.

В соответствии с поставленной целью **объектом исследований** является волновой торцевой кинематический редуктор, а **предметом исследований** – математические модели зацепления с учетом особенностей взаимодействия зубьев при сферическом движении. Модификация профиля зубьев позволяет повысить его нагрузочную способность.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи

1. Провести информационно-аналитический обзор имеющихся технических решений и методик расчета волнового торцевого кинематического редуктора.

2. Провести многокритериальный анализ влияния геометрических параметров зацепления на профиль зубьев для волнового торцевого кинематического редуктора.

3. Разработать методику проектирования волнового торцевого кинематического редуктора с выпукло-вогнутым контактом зубьев, учитывающую кинематику, взаимодействие зубьев и особенности преобразования движения.

4. Создать методику обоснованного выбора геометрических параметров зацепления и провести оценку условия существования многопарного зацепления.

Методологическая и теоретическая основы исследования

Для решения поставленных задач применялись основные положения расчета зубчатых передач и деталей машин, теории зубчатого зацепления, математическое моделирование зубчатого зацепления и экспериментальные исследования. Геометрические, кинематические и силовые характеристики редуктора исследовались с применением методов теоретической механики, теории механизмов и машин. При решении поставленных задач применялись современные программы, такие как SolidWork, MathCAD Professional, CAD/CAM/CAE CATIA V5R7 и MS Excel.

Научная новизна

1. Разработана методика проектирования волнового торцевого кинематического редуктора с выпукло-вогнутым контактом зубьев, учитывающая кинематику, взаимодействие зубьев и особенности преобразования движения.

2. Проведен многокритериальный анализ влияния геометрических параметров зацепления на профиль зубьев для волнового торцевого кинематического редуктора.

3. Создана методика обоснованного выбора геометрических параметров зацепления и проведена оценка условия существования многопарного зацепления.

Практическое значение данного исследования

1. Разработана методика выбора оптимальных геометрических параметров зацепления с выпукло-вогнутым контактом зубьев и проведена оценка условия существования многопарного зацепления волнового торцевого кинематического редуктора.

2. Предложена методика профилирования выпукло-вогнутого зацепления волнового торцевого кинематического редуктора.

3. Обоснованы условия существования многопарного зацепления.

Соответствие паспорту заявленной специальности

Тема и содержание диссертационного исследования соответствуют паспорту специальности 2.5.2 – Машиноведение, а именно пунктам:

1. Синтез структурных и кинематических схем механизмов и обобщенных структурных схем машин, оптимизация параметров.

2. Теория и методы проектирования машин и механизмов, систем приводов, узлов и деталей машин.

5. Методы исследования и оценки технического состояния объектов машиностроения, в том числе на основе компьютерного моделирования.

Положения, выносимые на защиту

1. Методика проектирования волнового торцевого кинематического редуктора с выпукло-вогнутым контактом зубьев, учитывающая кинематику, взаимодействие зубьев и особенности преобразования движения.

2. Многокритериальный анализ влияния геометрических параметров зацепления на профиль зубьев для волнового торцевого кинематического редуктора.

3. Методика обоснованного выбора геометрических параметров зацепления и оценка условия существования многопарного зацепления.

Личный вклад автора

Автором проведен анализ научно-технической литературы по тематике диссертации; произведена постановка задач исследования; разработаны виртуальная и математическая модели волнового торцевого кинематического редуктора для исследования многопарного зацепления при сферическом взаимодействии зубьев; проведены эксперименты на виртуальных моделях с последующим анализом полученных результатов; полученные результаты численных экспериментов сопоставлены с результатами других авторов.

Благодарности. Автор выражает огромную благодарность и признательность научному руководителю, д.т.н., профессору отделения машиностроения Томского политехнического университета П.Я. Крауиньшу за ценные советы, поддержку, помощь на всех этапах работы над диссертацией, индивидуальный подход и прививание интереса к научной работе. Признательность и благодарность автор выражает, к.т.н., доцентам отделения машиностроения Томского Политехнического университета Е.А. Ефременкову и В.Н. Дерющевой за отзывчивость, терпение, ценные советы и помощь в написании работы. Автор благодарит за ценные советы, участие на различных этапах работы диссертации, поддержку и отзывчивость, к.т.н., доцента отделения машиностроения Томского Политехнического университета Е.Н. Пашкова, а также всех сотрудников отделения машиностроения Томского Политехнического университета за рекомендации в написании диссертации, направленные на ее доработку.

Апробация работы. Основные результаты исследований по теме диссертации были рассмотрены на VIII Всероссийской конференции «Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов российских вузов» (г. Томск, 2018); VII Международной конференции «Проблемы механики современных машин» (г. Улан-Удэ, 2018); VII, VIII Международной научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов «Высокие технологии в современной науке и технике» (г. Томск, 2018, 2019); VI международной конференции «Авиамашиностроение и транспорт Сибири» (г. Иркутск, 2019); XII,

ХІІІ Международной научно-практической конференции «Современные проблемы машиностроения» (г. Томск 2019, 2020); I Международной научно-практической конференции «Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов» (г. Томск, 2021).

Публикации. По результатам исследований опубликовано 16 научных работ, в том числе 2 статьи в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК РФ; 8 работ в сборниках трудов международных и всероссийских научно-технических конференций; 3 статьи в журналах, индексируемых в базе данных Scopus; 1 публикация в материалах конференций на английском языке, входящих в базу Scopus; 1 статья в других изданиях; 1 учебное пособие на английском языке. Опубликованные материалы охватывают все научные результаты, полученные во время работы над диссертацией.

Структура и содержание работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы, включающего 102 наименования. Диссертация изложена на 136 страницах, включает 1 таблицу и 38 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

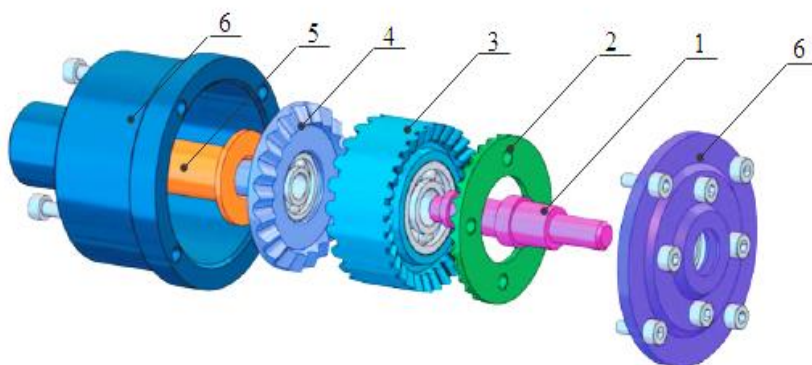
Во введении описана научная проблема по теме диссертации и показана актуальность выбранной темы. В соответствии с актуальностью сформулирована цель и задачи исследования, которые следует решить для достижения поставленной цели. Описана научная новизна полученных результатов, сформулированы основные положения, которые выносятся на защиту.

В первой главе проведен литературно-патентный анализ исследований волновых торцевых передач, рассмотрены принципы их работы, а также преимущества и недостатки. Анализ показал, что волновые торцевые передачи с внутренним эвольвентным зацеплением имеют высокие показатели по металлоемкости, обеспечивают в компактных конструкциях реализацию широкого диапазона передаточных отношений, кинематика не накладывает ограничения на выбор модулей пар зубчатых колес и выполнение условий межосевых расстояний, что расширяет область их оптимального конструирования. Однако волновые торцевые передачи не нашли широкого промышленного применения как в России, так и за рубежом. Это объясняется рядом присущих им недостатков, обусловленных применением внутреннего конического эвольвентного зацепления, которое не учитывает многогранность особенностей взаимодействия зубьев при сферическом движении. Наиболее существенными недостатками являются: непостоянство передаточной функции, обуславливающее высокие кинематические погрешности положения ведомого вала, наличие значительного скольжения в зацеплении, приводящего к скачкообразности вращения, вследствие чего появляются шум, вибрации и ограничения многопарности зацепления.

Учитывая достоинства волновых торцевых передач, при условии устранения присущих им недостатков, обусловленных использованием

конического внутреннего эвольвентного зацепления, можно значительно повысить весь комплекс функциональных показателей этих передач и расширить область их возможного применения. Анализ существующих редукторов показал, что волновой торцевой кинематический редуктор на данный момент является самым малоизученным редуктором. Учитывая то, что до сих пор не отработана методика кинематического расчета геометро-кинематических параметров зацепления, возникает необходимость дальнейшего изучения волнового торцевого кинематического редуктора.

Во второй главе представлены структура, принцип работы и кинематика волнового торцевого кинематического редуктора. Виртуальная 3D-модель волнового торцевого кинематического редуктора, состоящего из шести частей, показана на рисунке 1.



1 – ведущий вал (генератор волн); 2 – неподвижное колесо; 3 – блок шестерен; 4 – подвижное колесо; 5 – ведомый вал; 6 – корпус редуктора

Рисунок 1 – Виртуальная 3D-модель волнового торцевого кинематического редуктора

Структурная схема волнового торцевого кинематического редуктора представлена на рисунке 2 из которой видно, что делительные конусы неподвижного колеса 2, блока шестерен 3 и подвижного колеса 4 имеют общую вершину, расположенную в точке О и лежащую на оси редуктора. Число зубьев неподвижного колеса и зубьев сопряженного с ним блока шестерен различаются, так $Z_3 = Z_2 + 1$, а также число зубьев Z_4 блока шестерен 3 и подвижного колеса 4, $Z_4 = Z_5 + 1$.

При вращении входного вала 1, блок шестерен 3 совершает сферическое движение относительно точки О посредством обкатывания зубьев венца Z_3 по зубьям Z_2 неподвижного колеса 2, входя в зацепление одновременно с зубьями венца Z_4 с зубьями колеса Z_5 , блок шестерен 3 передает вращение зубчатому колесу 4, жестко соединенному с выходным валом 6.

Принципиальная кинематическая схема волнового торцевого кинематического редуктора представленная на рис. 3, а, показывает, что сферическое движение блока шестерен 7 в данный момент можно представить как вращение вокруг мгновенной оси вращения АОМ, описывающей в процессе движения поверхность неподвижного аксоида АОВ.

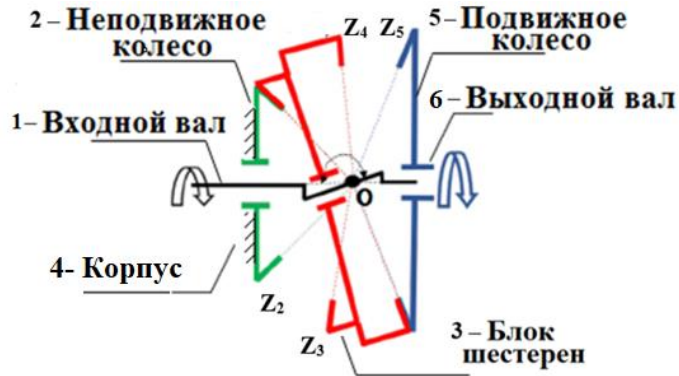


Рисунок 2 – Структурная схема волнового торцевого кинематического редуктора

С другой стороны, это движение можно представить как результат сложения двух вращений вокруг осей, пересекающихся в точке O : переносного вращательного движения генератора волн 1 вокруг оси O_2OO_5 с угловой скоростью ω_1 и относительного вращательного движения блока шестерен вокруг оси генератора волн O_1OO_4 с относительной угловой скоростью ω_{3r} .

Абсолютная угловая скорость ω_3 блока шестерен 7 будет равна сумме этих угловых скоростей

$$\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_{3r}. \quad (1)$$

Векторная диаграмма, иллюстрирующая зависимость (1), представлена на рисунке 3, б. Здесь вектор $\vec{\omega}_1$ ориентирован по оси редуктора O_2OO_5 , вектор $\vec{\omega}_{3r}$ – по оси блока шестерен – 7 O_1OO_4 , вектор $\vec{\omega}_3$ – по мгновенной оси вращения АОМ.

Из параллелограмма векторов угловых скоростей видно, что

$$\frac{\omega_1}{\sin(180-\delta_2-\theta)} = \frac{\omega_1}{\sin(\delta_2+\theta)} = \frac{\omega_3}{\sin \theta} = \frac{\omega_{3r}}{\sin \delta_2}. \quad (2)$$

Из рисунка 3, а следует, что

$$\begin{aligned} \delta_2 + \theta &= \delta_3; \quad \delta_5 + \theta = \delta_4; \\ \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_3} &= \frac{r_2}{r_3} = \frac{Z_2}{Z_3}; \quad \frac{\sin \delta_4}{\sin \delta_5} = \frac{r_4}{r_5} = \frac{Z_4}{Z_5}. \end{aligned} \quad (3)$$

Из выражения (2) и (3) получаем

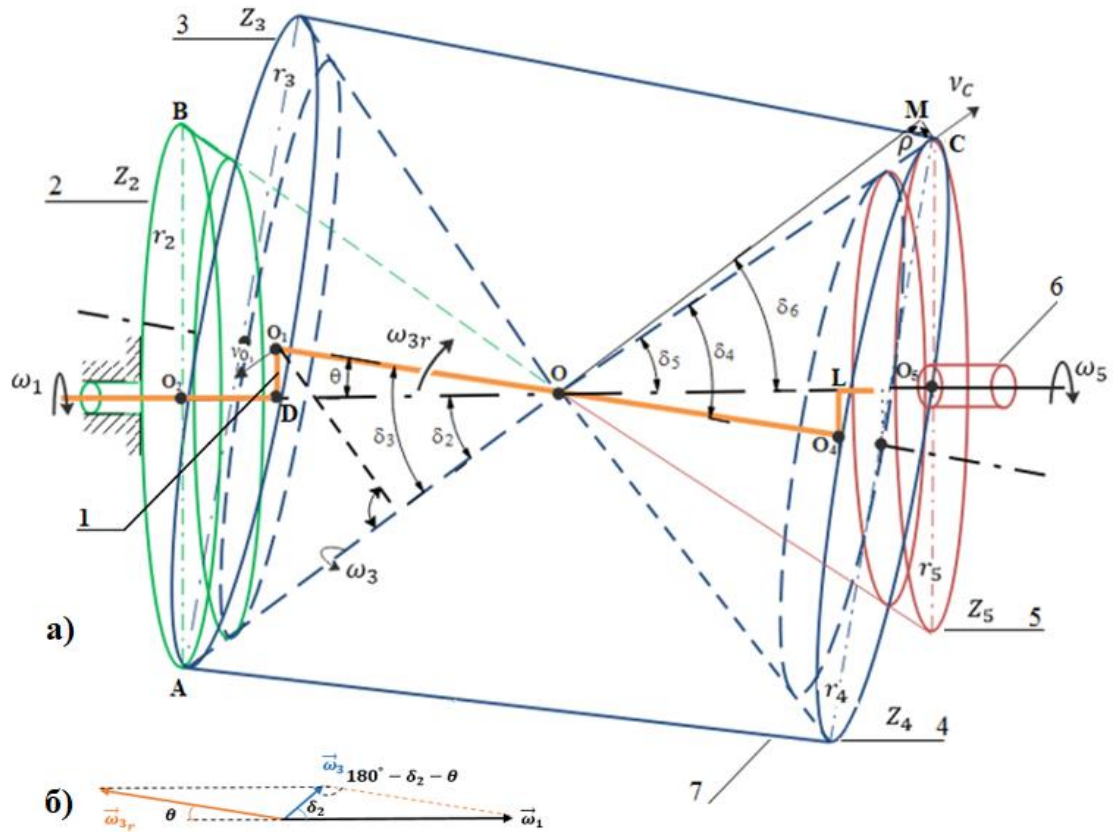
$$\omega_3 = \omega_1 \frac{\sin \theta}{\sin \delta_3}; \quad \omega_{3r} = \omega_1 \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_3} = \omega_1 \frac{Z_2}{Z_3}.$$

Было определено передаточное отношение редуктора двумя способами (методом Виллиса и аналитическом методом) по формуле:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4 - Z_3 Z_5} = \frac{Z_3 Z_5}{Z_3 Z_5 - Z_2 Z_4}. \quad (4)$$

Анализ формулы (4) свидетельствует о том, что волновой торцевой кинематический редуктор позволяет реализовать широкий диапазон передаточных отношений. При этом максимальное передаточное отношение $i_{max} = Z_4^2 - 1$ достигается при соотношении зубьев:

$$Z_2 = Z_4; \quad Z_3 = Z_4 + 1; \quad Z_5 = Z_4 - 1 \quad (5)$$



1 – ведущий вал; 2 – неподвижное колесо; 7 – блок шестерен, состоящий из двух конических колес – 3 и 4; 5 – подвижное колесо; 6 – ведомый вал

Рисунок 3 – Схема волнового торцевого кинематического редуктора: а) принципиальная кинематическая схема; б) векторная диаграмма, иллюстрирующая абсолютную угловую скорость блока шестерен

При проектировании волнового торцевого кинематического редуктора возникает проблема оптимального подбора чисел зубьев, обеспечивающих заданное передаточное отношение. С целью упрощения поиска рациональных чисел зубьев по формуле (4) с помощью ЭВМ определены возможные варианты их соотношения для диапазона передаточных отношений от 12 до 1900. Расчеты проводились при соотношениях зубьев, представленных в (5). На рисунке 4 показана зависимость передаточного отношения редуктора от соотношения количества зубьев неподвижного и подвижного колес и блока шестерен.

Для исследования влияние угла нутации θ на геометрию блока шестерен были определены углы делительных конусов зубчатых колес – 2, 5 и блока шестерен – 7, учитывая число зубьев зубчатых колес, шаг зацепления и угол нутации θ , следующими тригонометрическими соотношениями

$$\delta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\pi - \theta)}{\frac{Z_3}{Z_2} + \cos(\pi - \theta)} \right), \quad (6)$$

$$\delta_3 = \pi - \theta - \delta_2, \quad (7)$$

$$\delta_4 = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\pi - \theta)}{\frac{Z_5}{Z_4} + \cos(\pi - \theta)} \right), \quad (8)$$

$$\delta_5 = \pi - \theta - \delta_4. \quad (9)$$

Расстояние от центра нутации О до точек зацепления А и С (рис.3, а) определится по формуле:

$$OA = \frac{d_3}{2 \sin \delta_3}, \quad (10)$$

$$OC = \frac{d_4}{2 \sin \delta_4}. \quad (11)$$

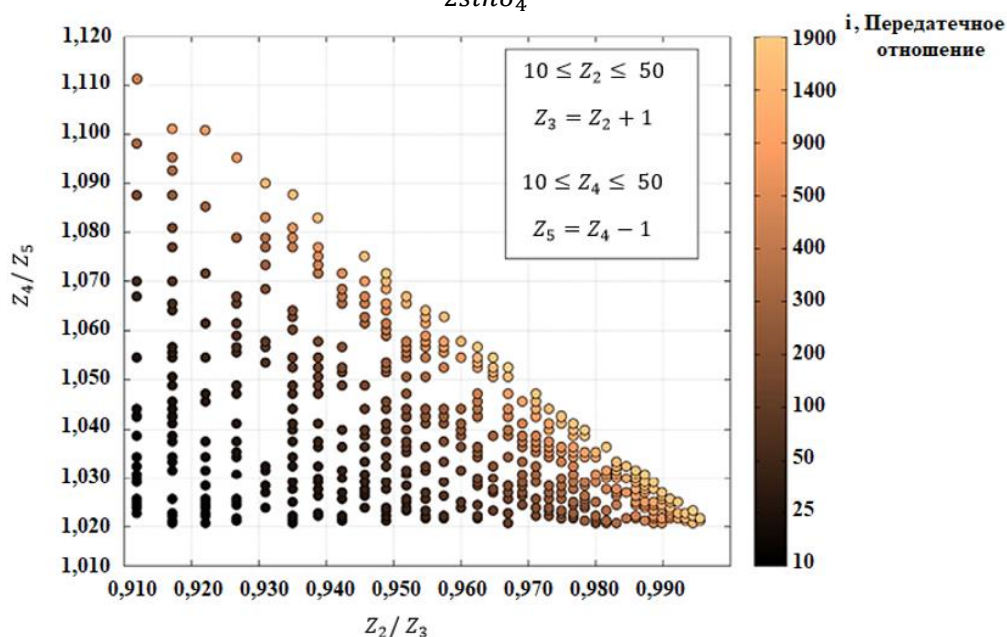


Рисунок 4 – Зависимость передаточного отношения редуктора i от соотношения числа зубьев неподвижного и подвижного колес и блока шестерен

Использование соотношений (6)–(11) позволяет определить размеры блока шестерен при разных величинах угла нутации θ . В таблице 1 приведены геометрические параметры редуктора. На рисунке 5 представлена зависимость размера блока шестерен от различных углов нутации.

Таблица 1 – Геометрические параметры волнового торцевого кинематического редуктора

Число зубьев	Z ₂ =30	Z ₃ =31	Z ₄ =22	Z ₅ =21
Ширина венца, мм	b ₂ =25	b ₃ =25	b ₄ =25	b ₅ =25
Радиус окружности дугового профиля зубьев r, мм	r =5		r = 5	
Передаточное отношение i,	124			

Из рисунка 5 видно, что общая длина блока шестерен может сильно различаться благодаря небольшим вариациям угла нутации θ . Изменение угла нутации θ с 2° до 4° уменьшает общую длину блока шестерен от 180 до 100 мм. Экспоненциальное снижение длины блока шестерен с изменением угла нутации

напрямую приводит—к экспоненциальному снижению массы блока шестерен, следовательно, и к снижению критического веса от общего веса редуктора.

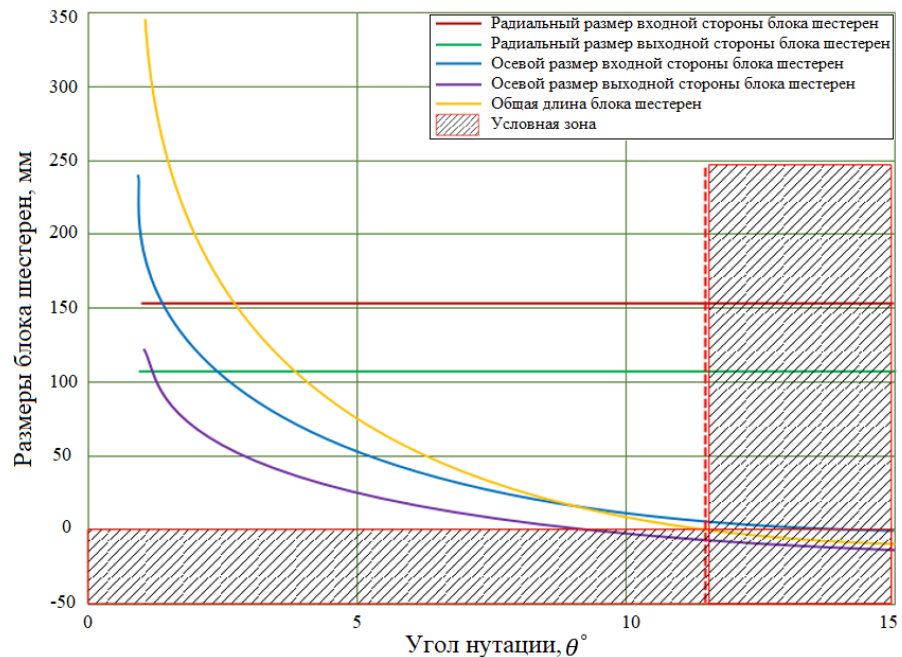


Рисунок 5 – Зависимость размера блока шестерен от различных углов нутации θ°

Установлено, что общая длина блока шестерен стремится к нулю при приближении к $\theta = 12^\circ$. Данное исследование будет сосредоточено исключительно на геометрии волнового торцевого редуктора с углом нутации θ с 2° до 4° .

Третья глава посвящена геометро-кинематической теории зацепления волнового торцевого кинематического редуктора. Для этого была разработана математическая модель зацепления с учетом особенностей взаимодействия зубьев при сферическом движении, профиль зубьев описан системой уравнений на сферическую поверхность и на нормальное сечение зубьев для внутреннего зацепления.

Блок шестерен совершает сферическое движение. Следовательно, его положение определяется тремя параметрами относительно неподвижной системы координат OXYZ при помощи углов Эйлера. Для этого свяжем жестко систему координат OX₁Y₁Z₁ с шестерней (рис. 6).

Применительно к волновому торцевому кинематическому редуктору угол: ψ — это угол прецессии, угол θ — угол нутации, φ — угол собственного вращения шестерни вокруг геометрической оси. Отношение между углом прецессии ψ и углом собственного вращения φ определяется формулой:

$$\varphi = -\frac{Z_1}{Z_2}\psi,$$

где Z_1, Z_2 — числа зубьев сопряженных колес.

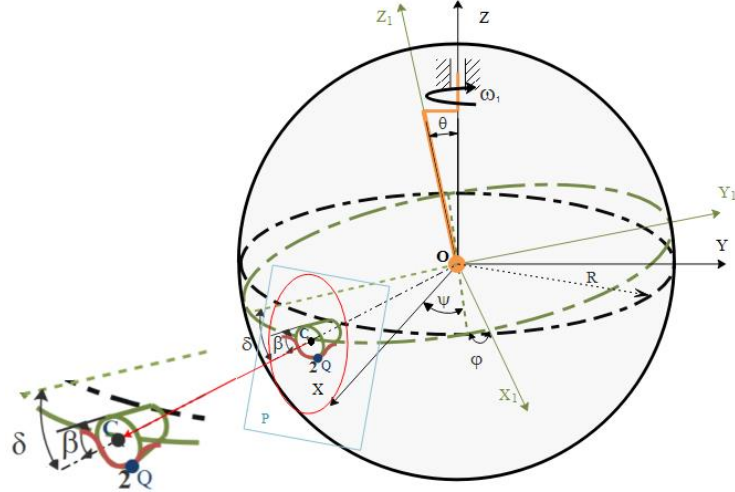


Рисунок 6 – Описание сферического движения блока шестерен волнового торцевого кинематического редуктора

Точка С движется по сферической поверхности радиусом R с центром прецессии в точке O (рис. 6). Зная траекторию движения центра зуба блока шестерен, находим положение точки его контакта с зубом колеса, совокупность семейства которых за цикл прецессии представляет собой профиль зубьев этого колеса. Положение точки С определяется следующими координатами X_C, Y_C, Z_C (12)

$$\begin{aligned} X_C &= R \cos \delta \left[-\cos \psi \sin\left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi\right) + \sin \psi \cos\left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi\right) \cos \theta \right] - R \sin \delta \cdot \sin \psi \cdot \sin \theta, \\ Y_C &= -R \cos \delta \left[\sin \psi \sin\left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi\right) + \cos \psi \cos\left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi\right) \cos \theta \right] + R \sin \delta \cdot \cos \psi \cdot \sin \theta, \\ Z_C &= -R \cos \delta \cdot \cos\left(\frac{Z_1}{Z_2} \psi\right) \sin \theta - R \sin \delta \cdot \cos \theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Определяем координаты точки контакта зубьев Q , совокупность которых представляет собой профиль зубьев неподвижного колеса на сфере по формулам (13)–(15)

$$\begin{aligned} X_Q &= \frac{R^2 \cos \beta - (k_1 Z_Q - d_Q) Y_C - Z_Q Z_C}{X_C} = \frac{(k_1 Y_C + Z_C)}{X_C} Z_Q + \frac{(R^2 \cos \beta + d_1 Y_C)}{X_C} \Rightarrow \\ X_Q &= k_2 Z_Q - d_2, \end{aligned} \quad (13)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} k_2 &= \frac{(k_1 Y_C + Z_C)}{X_C}; \quad d_2 = \frac{(R^2 \cos \beta + d_1 Y_C)}{X_C}, \\ Y_Q &= \frac{[X_C (X_C \cdot v_{C_x} + Y_C \cdot v_{C_y}) + Z_C^2 \cdot v_{C_x}]}{(X_C \cdot v_{C_y} - Y_C \cdot v_{C_x}) Z_C} Z_Q - \frac{R^2 \cos \beta \cdot v_{C_x}}{(X_C \cdot v_{C_y} - Y_C \cdot v_{C_x})} \Rightarrow Y_Q = k_1 Z_Q - d_1, \\ k_1 &= \frac{[X_C (X_C \cdot v_{C_x} + Y_C \cdot v_{C_y}) + Z_C^2 \cdot v_{C_x}]}{(X_C \cdot v_{C_y} - Y_C \cdot v_{C_x}) Z_C}; \quad d_1 = \frac{R^2 \cos \beta \cdot v_{C_x}}{(X_C \cdot v_{C_y} - Y_C \cdot v_{C_x})}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$Z_Q = \frac{(k_1 d_1 - k_2 d_2)}{k_1^2 + k_2^2 + 1} - \frac{\sqrt{(k_1 d_1 - k_2 d_2)^2 + (k_1^2 + k_2^2 + 1)(R^2 - d_1^2 - d_2^2)}}{k_1^2 + k_2^2 + 1}. \quad (15)$$

Чтобы представить профиль зубьев неподвижного колеса в нормальном сечении, спроектируем профиль зуба со сферы на плоскость P^* , перпендикулярную зубу (рис. 7).

Для этого сначала определяем координаты точек $Q_1 - Q_2$ (рис. 7), соответствующие двум последовательным минимумам кривой профиля на сфере.

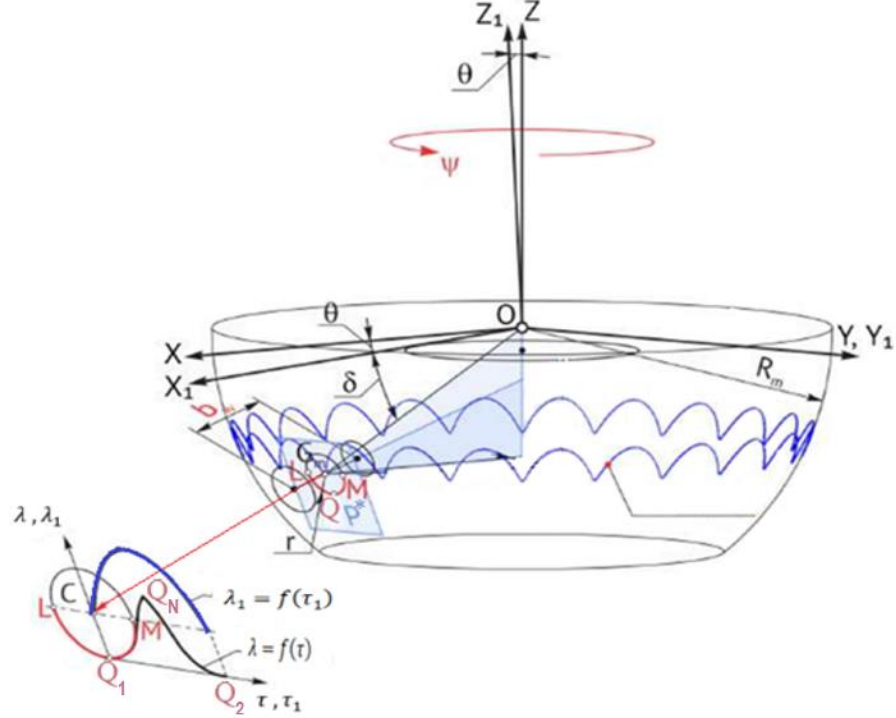


Рисунок 7 – Профиль зубьев неподвижного колеса в нормальном сечении

В плоскости P^* выбираем систему координат $Q_1\tau\lambda$, ось $Q_1\tau$ которой проходит через точку Q_1 . Проекцию профиля зубьев со сферы на плоскость P^* находим путем определения координат точек Q_N пересечения с этой плоскостью семейства прямых, проходящих через центр прецессии O , и соответствующих точек профиля зубьев на сфере. После ряда преобразований получаем проекцию на плоскость профиля зубьев колеса, определяемую декартовыми координатами, через которые перейдем от координат X_N, Y_N, Z_N к координатам τ, λ :

$$\tau = \frac{[(Q_1Q_2)^2 + (Q_1Q_N)^2 - (Q_2Q_N)^2]}{2(Q_1Q_1)}; \quad \lambda = \sqrt{(Q_1Q_N)^2 - \tau^2}. \quad (16)$$

Теперь находим параметрические уравнения кривой, которую описывает ось зуба блока шестерен на плоскости P^* , т. е. переход от координат X_G, Y_G, Z_G к координатам τ_1, λ_1 осуществляем согласно формулам (17)

$$\tau_1 = \frac{[(Q_1Q_2)^2 + (Q_1Q_G)^2 - (Q_2Q_G)^2]}{2(Q_1Q_1)}; \quad \lambda_1 = \sqrt{(Q_1Q_G)^2 - \tau_1^2}. \quad (17)$$

Зависимость λ_1 от τ_1 представляет собой траекторию движения центра окружности дугового профиля зуба блока шестерен на плоскости P^* . Зависимость $\lambda = f(\tau)$ представляет собой огибающую кривую множества дуг окружностей радиусом R , центры которых расположены на траектории движения точки C , описываемой уравнением $\lambda_1 = f(\tau_1)$.

В четвертой главе представлено описание профилирования зубьев блока шестерен и неподвижного колеса волнового торцевого кинематического редуктора с помощью САПР и проведен анализ влияния геометрических параметров зацепления на форму профиля и на многопарность зацепления. В пакете математического моделирования MathCAD для каждого переменного параметра был разработан ряд профилей боковых поверхностей зубьев неподвижного колеса. С помощью системы моделирования CAD/CAM/CAE CATIA V5R7 и использованием теоретических соотношений, полученных в третьей главе, на разных этапах моделировались проекции профилей зубьев блока шестерен отдельно и только на финальном этапе они синтезировались как единое целое. На начальном этапе на сфере радиуса R траектория движения точки C центра окружности дугового профиля зуба блока шестерен описана функцией $\lambda_1 = f(\tau_1)$, а профиля зуба неподвижного колеса – уравнением $\lambda = f(\tau)$, полученные из соотношений (16) и (17). На рис. 10–13 показаны плоские проекции траектории центра окружности дугового профиля ($LEMBDAI = F(TAU1)$) и профиля зуба неподвижного колеса ($LEMBDA = F(TAU)$).

Влияние количества зубьев сопряженных колес на профиль неподвижного колеса показано на рисунке 8. Установлено, что при конкурентных значениях угла раствора β , угла нутации θ , угла аксоида δ и числа зубьев сопряженных колес (Z_1, Z_2) сечения зубьев на любом коническом расстоянии (диаметре) подобны. Число зубьев влияет на угловую скорость и направление вращения подвижного колеса, а также определяет передаточное отношение редуктора.

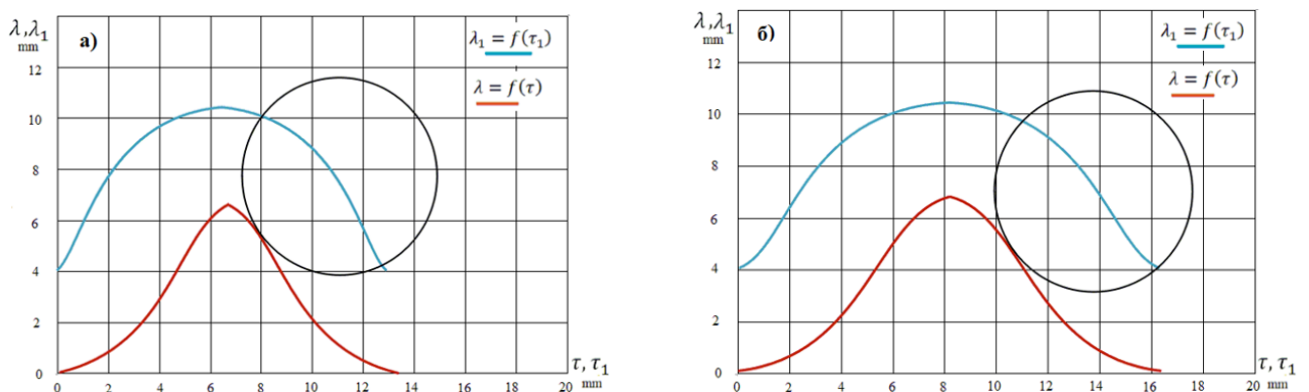


Рисунок 8 – Влияние числа зубьев Z_1, Z_2 на их профиль при параметрах: $\beta = 3^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $\delta = 22,5^\circ$, $D = 150$ мм а) $Z_1 = 31, Z_2 = 30$; б) $Z_1 = 25, Z_2 = 26$

На рисунке 9 показано влияние угла нутации θ на профиль зубьев неподвижного колеса. Угол нутации θ предопределяет высоту зуба неподвижного колеса при известном диаметре D и конкурентных значениях углов раствора β ,

аксоида δ . Из анализа профилограммы следует, что угол нутации должен быть выбран с учетом его влияния на геометрию редуктора в целом.

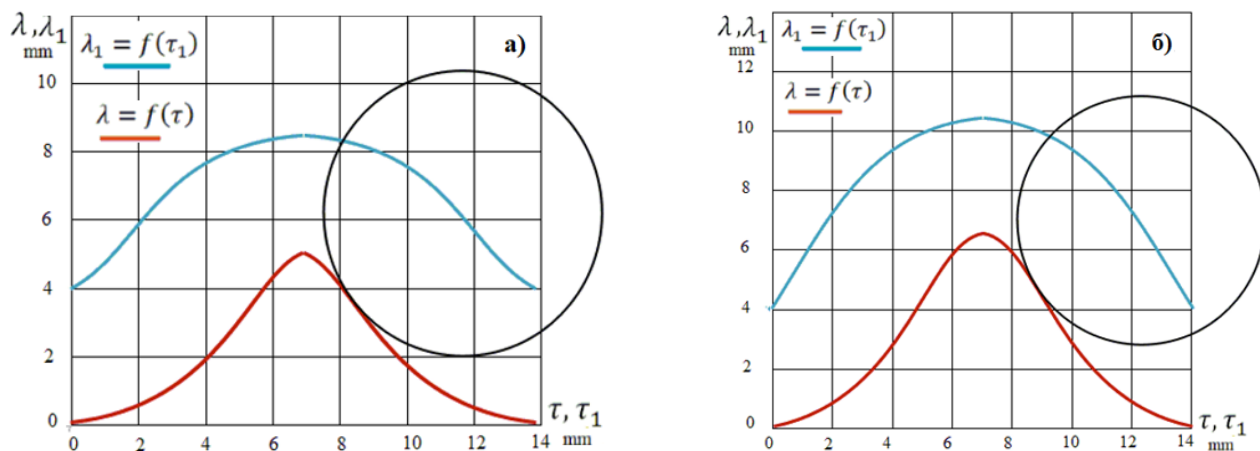


Рисунок 9 – Влияние угла нутации θ на профиль зубьев при параметрах: $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \beta = 3^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150$ мм, а) $\theta = 1,8^\circ$, б) $\theta = 3^\circ$

На рисунке 10 показано влияние угла β на профиль зубьев неподвижного колеса. Установлено влияние угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на профиль неподвижного колеса, выраженного радиусами $r_1 = 4$ мм (а), $r_1 = 4,7$ мм (б), $r_1 = 5,7$ мм (в), $r_1 = 6,2$ мм (г).

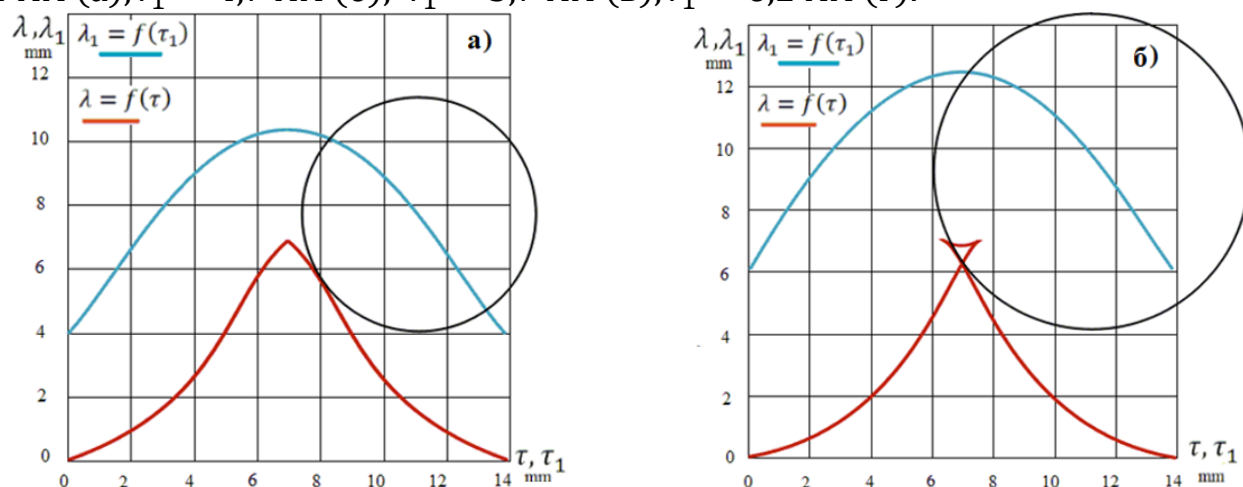


Рисунок 10 – Влияние угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на профиль зубьев при параметрах: $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \theta = 2,5^\circ, \delta = 22,5^\circ, D = 150$ мм, а) $\beta = 3,8^\circ$, б) $\beta = 5,6^\circ$

Из анализа профилограмм установлено, что увеличение радиуса r_1 приводит к уменьшению многопарности зацепления и радиуса кривизны профиля зубьев неподвижного колеса, т. е. к благоприятным условиям для создания геометрии выпукло-вогнутого контакта зубьев с небольшой разницей радиусов кривизны.

На рисунке 11 приведены профилограммы зубьев при различных значениях угла δ . Анализ профилограмм показывает, что с увеличением угла аксоида δ и при прочих равных параметрах форма профиля зубьев значительно меняется, а

многопарность зацепления возрастает. Исходные условия получения функции $\lambda = f(\tau)$ обеспечивают следующее взаимодействие зубьев: зуб блока шестерен с центром, расположенным в точке С, контактирует с профилем зуба колеса в точке Q.

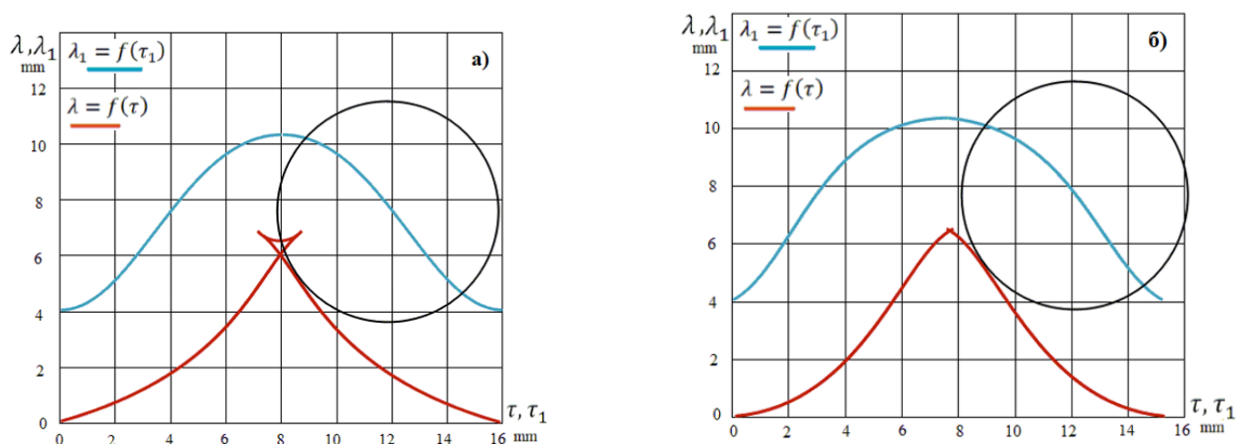


Рисунок 11 – Влияние угла конического аксоида δ на профиль зубьев при параметрах: $Z_1 = 29, Z_2 = 30, \theta = 2,5^\circ, \beta = 4^\circ, D = 150$ мм, а) $\delta = 0$, б) $\delta = 15^\circ$

При этом, множество окружностей (рис. 11, а) с центрами, расположенными на участках $\dot{Q}_1\dot{A}, \dot{A}\dot{B}, \dot{B}\dot{D}$ и $\dot{D}\dot{Q}_2$ траектории движения центра С зуба, огибается кривыми Q_1A, AB, BD и DQ_2 . Видно, что кривые Q_1A и Q_2D пересекаются в точке Q_N . Это доказывает, что взаимодействие зубьев блока шестерен и колеса по ломаной кривой $Q_1Q_NQ_2$ представляет собой профиль зуба колеса. На участке Q_NABDQ_N взаимодействие зубьев отсутствует, т.е. при отсутствии этого участка, зубья непрерывно взаимодействуют между собой, следовательно, и многопарность зацепления составляет 100% (рис. 11, б), а наличие этого участка приводит к уменьшению многопарности. Для определения рабочего профиля зуба Q_1Q_N (рис.12) в программе MathCAD 2010 Professional исследована зависимость $\tau = \tau(\varphi)$ в интервале $0 < \varphi < \frac{Z_1\psi}{Z_2}$, т. е. за один прецессионный цикл.

Анализ функции $\tau = \tau(\varphi)$ показывает также, что уравнение

$$\tau\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)\varphi - \left[\tau\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)\pi\right] = 0, \quad (18)$$

определяющее продолжительность рабочего профиля, имеет три корня

$$\varphi_{Q_{1N}}, \varphi_B = \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)\pi \text{ и } \varphi_{Q_{2N}}.$$

Рабочий профиль зубьев существует на участке QQ_n графика функции $\tau = \tau(\varphi)$, т. е. при $0 < \varphi < \varphi_{Q_{1N}}$ определяется из условия

$$\tau(\varphi) - \tau\left[\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)\pi\right] < 0. \quad (19)$$

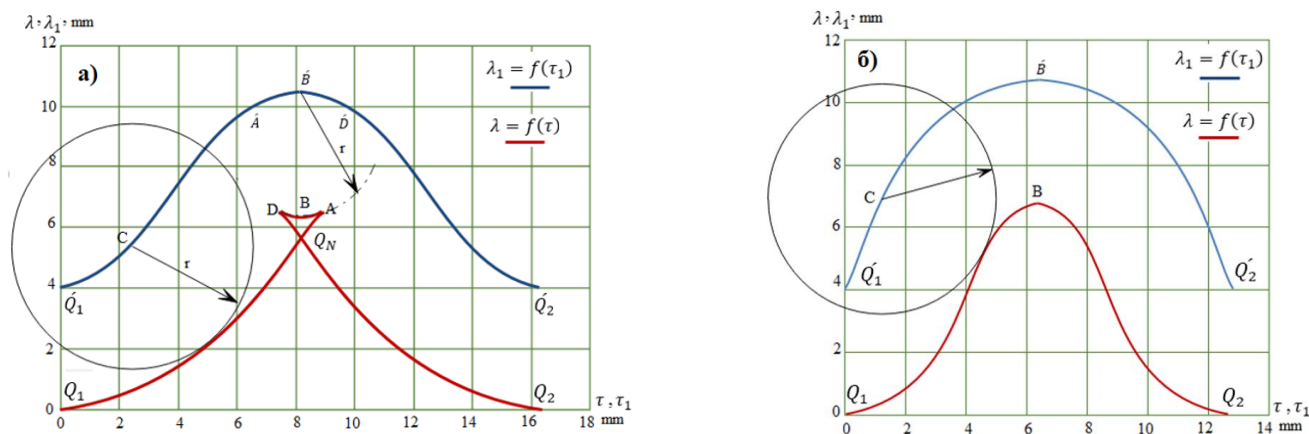


Рисунок 12 – Взаимодействие зубьев за один цикл прецессии при параметрах:

а) $Z_1=29, Z_2=30, \theta=2,5^\circ, \beta=4^\circ, D=150 \text{ мм}, \delta=0^\circ, r=4 \text{ мм}, \varepsilon<100 \%$;

б) $Z_1=29, Z_2=30, \theta=2,5^\circ, \beta=4^\circ, D=150 \text{ мм}, \delta=30^\circ, r=4 \text{ мм}, \varepsilon=100 \%$

Исходя из вышеизложенного, многопарность зацепления (в %) определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{\varphi_{Q_{1N}}}{\varphi_B} 100 \%, \quad (20)$$

где $\varphi_{Q_{1N}}$ – наименьший корень уравнения (18).

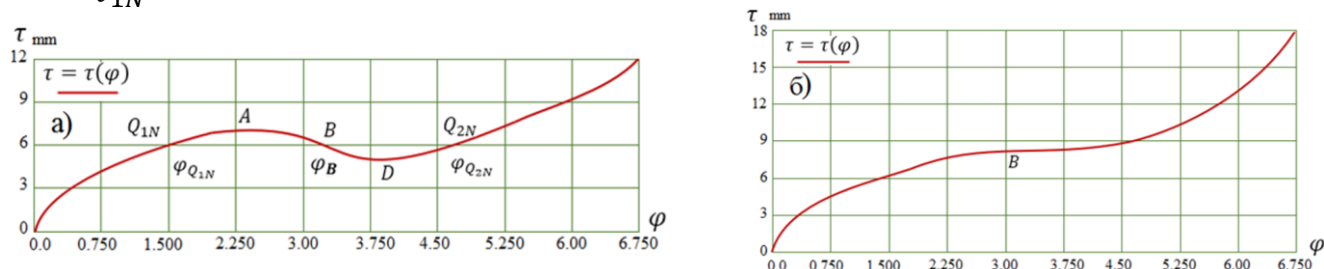


Рисунок 13 – Определение многопарности зацепления ε при:

$Z_1=29, Z_2=30, \theta=2,5^\circ, \beta=4^\circ, D=150 \text{ мм}, r=4 \text{ мм}$, а) $\delta=0^\circ$; б) $\delta=30^\circ$

Из рисунка 13, а видно, что функция $\tau = \tau(\varphi)$ имеет два экстремума, соответствующих точкам А и D функции $\lambda = f(\tau)$, а функция на рисунке 13, б непрерывно возрастает. Непрерывный рост функции $\tau = \tau(\varphi)$ свидетельствует о том, что многопарность зацепления $\varepsilon = 100 \%$, а наличие экстремумов – о прерывистом контакте зубьев, т. е. многопарность $\varepsilon < 100 \%$.

По формулам (16) и (18)–(20) была составлена зависимость многопарности зацепления ε от геометрических параметров (Z, θ, β, δ) в программе MathCAD 2010 Professional за один прецессионный цикл.

На рисунке 14 представлена зависимость многопарности зацепления от числа зубьев Z_1 при различных углах раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β . По зависимости $\varepsilon = f(Z_1)$ с учетом заданного передаточного отношения выбирают рациональное число зубьев Z_1 , которое обеспечивает оптимальную многопарность зацепления редуктора.

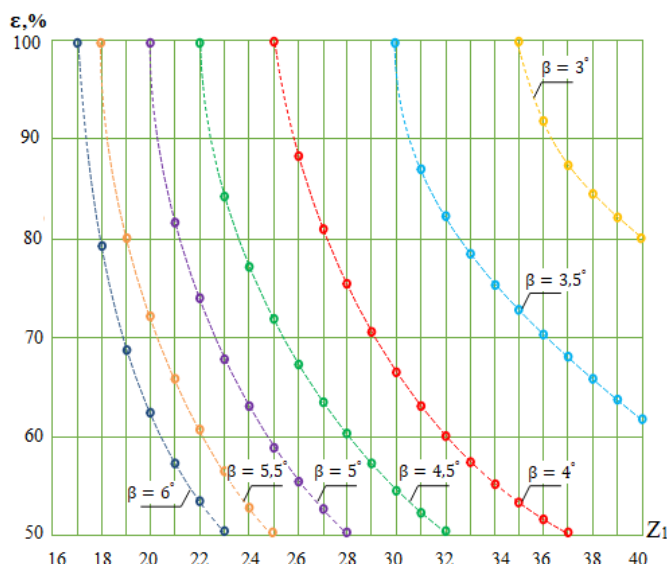


Рисунок 14 – Зависимость многопарности зацепления ε от числа зубьев Z_1 при различных углах угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β и параметрах: $\theta = 2,5^\circ$, $\delta = 22,5^\circ$

Влияние угла нутации θ на многопарность зацепления ε при различных числах зубьев Z_1 представлено на рисунке 15.

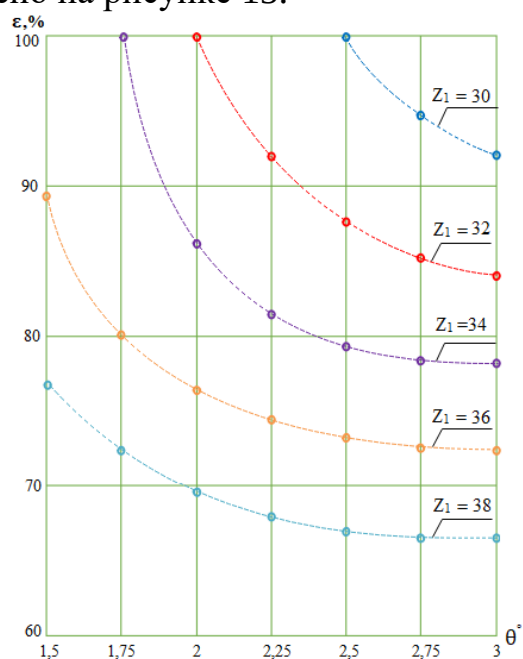


Рисунок 15 – Зависимость многопарности зацепления ε от угла нутации θ при различных числах числа зубьев Z_1 и параметрах: $\beta = 3^\circ$, $\delta = 22,5^\circ$

Анализ зависимостей показывает, что при увеличении угла нутации θ от $1,5^\circ$ до 3° , многопарность зацепления зубьев незначительно меняется.

На рисунке 16 показано влияние угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β на многопарность зацепления зубьев при различных углах конического аксоида δ .

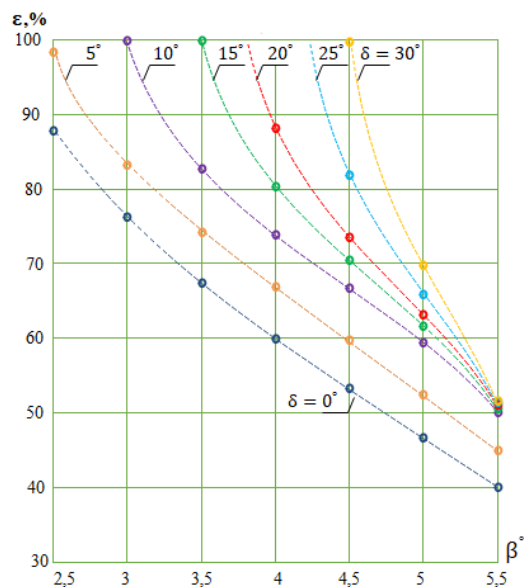


Рисунок 16 – Зависимость многопарности зацепления ε от угла раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β при различных углах конического аксоида δ и параметрах: $Z_2 = 29$, $\theta = 2,5^\circ$

Видно, что с увеличением угла β многопарность зацепления существенно уменьшается. Именно поэтому на этапе проектирования необходимо выполнить пробные расчеты, которые позволят установить, какой из параметров β и ε обеспечивает наибольшее повышение несущей способности редуктора.

На рисунке 17 представлены графики влияния угла конического аксоида δ на многопарность зацепления при разных углах раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β .

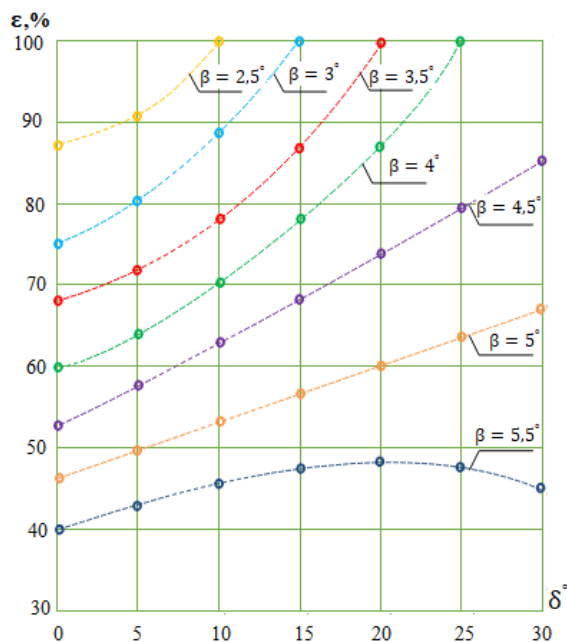


Рисунок 17 – Зависимость многопарности зацепления ε от угла конического аксоида δ раствора при различных углах дугового профиля зубьев блока шестерен β и параметрах: $Z_2 = 29$, $\theta = 2,5^\circ$

Видно, что угол конического аксоида δ оказывает существенное влияние на многопарность зацепления зубьев ε . Увеличение угла конического аксоида δ приводит к увеличению многопарности зацепления ε .

По результатам исследования разработана блок-схема расчета и выбора рациональных параметров волнового торцевого кинематического редуктора с учетом многопарности зацепления (рис. 18).

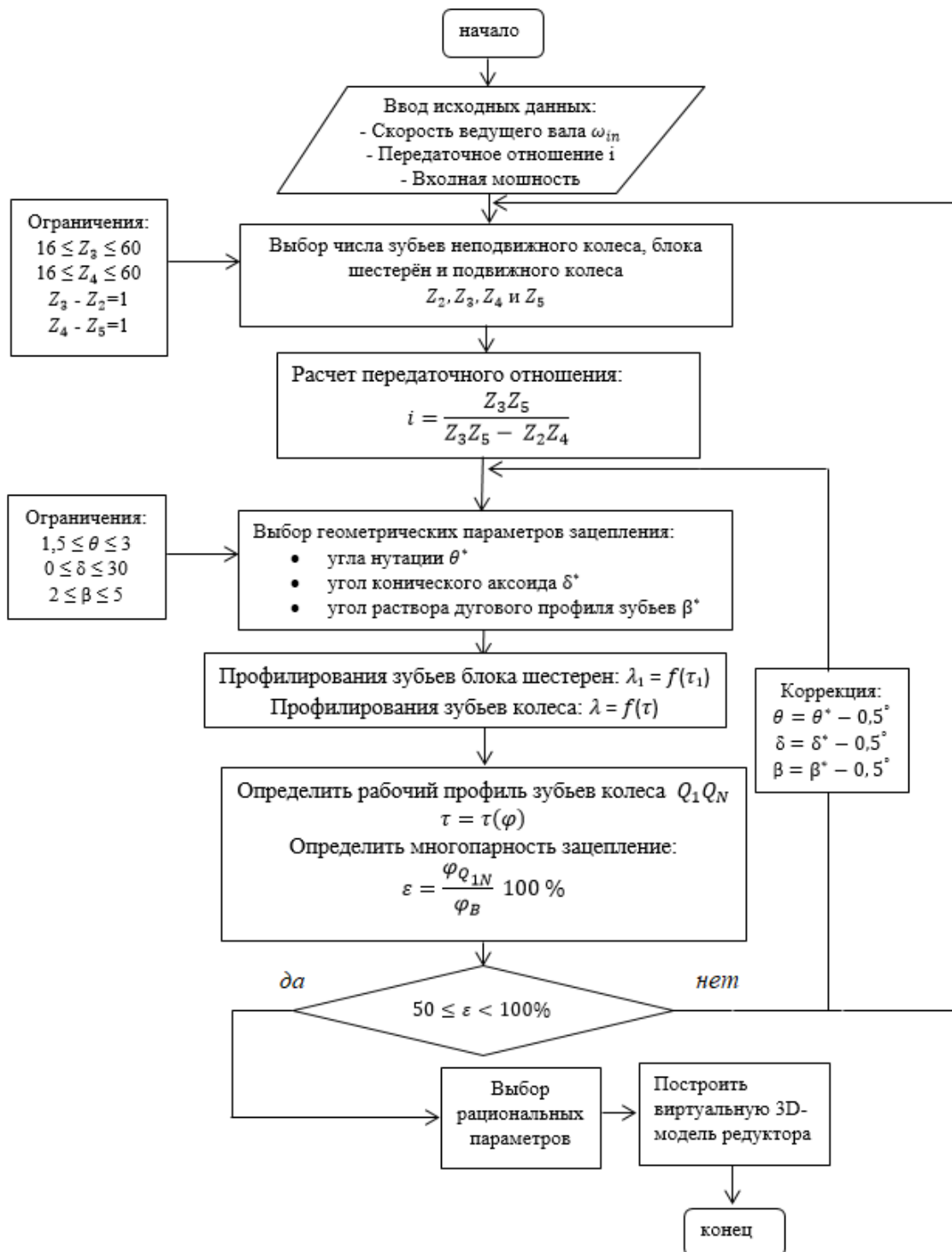


Рисунок 18 – Блок-схема расчета рациональных параметров волнового торцевого кинематического редуктора с учетом многопарности зацепления

Проведенные исследования показали, что наибольшее влияние на многопарность зацепления оказывает угол конического аксоида δ , изменение которого не ограничено передаточным отношением либо его влиянием на другие параметры (β, θ, Z), также воздействующие на многопарность зацепления. Поэтому при проектировании волнового торцевого кинематического редуктора повышение многопарности зацепления представляется наиболее целесообразным путем поиска рационального угла конического аксоида δ .

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Результаты, полученные в процессе подготовки данной диссертации к защите, позволили сформулировать несколько выводов и рекомендаций, которые могут быть полезны для разработки волнового торцевого кинематического редуктора с перспективой его более широкого практического применения во многих отраслях техники.

1. Проведен многокритериальный анализ влияния геометрических параметров зацепления на профиль зубьев для волнового торцевого кинематического редуктора по следующим критериям: а) угол нутации – θ ; б) угол аксоида расположения зубьев блока шестерен – δ ; в) угол раствора дугового профиля зубьев блока шестерен – β ; г) радиус окружности дугового профиля зубьев блока шестерен – $r_p = R \operatorname{tg} \beta$; д) соотношение зубьев – Z_1, Z_2), которые существенно влияют на форму профиля зубьев неподвижного колеса. Показано, что при конкурентных значениях угла раствора β , угла нутации θ , угла аксоида δ и числе зубьев сопряженных колес (Z_1, Z_2) диаметр неподвижного колеса не оказывает влияния на форму профиля зубьев, т. е. форма зубьев не зависит от диаметра неподвижного колеса, а только от числа зубьев Z_2 в этом диаметре. Установлено влияние на профиль зубьев неподвижного колеса не радиуса зуба шестерни, а угла его конуса β , что позволяет по одной профилограмме определить пропорцию кривизны сопряженных профилей или оценить их размеры при любом диаметре колес, при β, δ и $Z_2 = \text{const}$. Угол нутации θ оказывает определенное влияние на профиль зубьев. При известном диаметре d , угол нутации θ предопределяет высоту зубьев.

2. Разработана методика проектирования волнового торцевого кинематического редуктора с выпукло-вогнутым контактом зубьев, учитывающая кинематику, взаимодействие зубьев и особенности преобразования движения. Установлено, что при незначительном изменении угла нутации θ с 2° до 4° достигается уменьшение длины блока шестерен, следовательно, и снижение массо-габаритных параметров на 20–55 %.

3. Создана методика обоснованного выбора геометрических параметров зацепления и проведена оценка условия существования многопарного зацепления. Установлено, что наибольшее влияние на многопарность зацепления оказывает угол конического аксоида δ , изменение которого не ограничено передаточным отношением либо его влиянием на другой параметр, также воздействующий на многопарность зацепления. Поэтому при проектировании волнового торцевого кинематического редуктора повышение многопарности зацепления

представляется наиболее целесообразным путем поиска рационального угла конического аксоида δ . Установлено, что для повышения многопарности, следовательно, и несущей способности редуктора при любых значениях угла конического аксоида δ следует принять соотношение числа зубьев, а углы – минимальными. Проведенные теоретические исследования позволят обосновать диапазон рациональных геометрических параметров зацепления и наметить пути повышения многопарности сопряжения зубьев. Установлено, что при числах зубьев от 16 до 60, обеспечивающих передаточного отношения от 12 до 1900, многопарное зацепление сопряжения зубьев от 100 до 50% достигается при варьировании геометрических параметров в диапазонах: угол конического аксоида δ от 0° до 35° , угол раствора дугового профиля зубьев блока шестерен β от 2° до 6° , угол нутации от $1,5^\circ$ до 3° .

Список публикаций, индексируемых в международных базах Web of Science, Scopus:

1. **Джасем М.** Внедрение волнового торцевого кинематического редуктора в насосные технологии добычи тяжелой высоковязкой нефти в экстремальных условиях / **М. Джасем**, П.Я. Крауиньш // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2022. – Т. 333. – № 7. – С. 45–53.
2. **Джасем М.** Волновой торцевой кинематический редуктор для поршневых насосов при добыче тяжелой нефти / **М. Джасем**, П.Я. Крауиньш // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2022. – Т. 333. – № 2. – С. 17–25.
3. **Jasem M.A.** Analysis of the Stress-strain State (SSS) under static load of nutation speed reducer / **M.A. Jasem**, P.Y. Krauinsh // Journal of Advanced Research in Dynamical and Control Systems. – 2019. – V. 11. – № 5-SI. – P. 137–141.

Публикации, опубликованные в журнале, входящем в перечень ВАК:

4. **Джасем М.А.** Математическая модель зацепления и аналитическое описание профиля зубьев волнового торцевого кинематического редуктора / **М.А. Джасем**, П.Я. Крауиньш // Омский научный вестник. – 2021. – № 1 (175). – С. 22–31.
5. **Джасем М.А.** Анализ напряженно-деформированного состояния под статической нагрузкой волнового торцевого кинематического редуктора / **М.А. Джасем**, П.Я. Крауиньш // Вестник ИрГТУ. – 2019. – № 5 (148). – С. 854–862.

Публикации в научно-технических журналах, трудах Всероссийских и Международных конференций:

6. **Джасем М.** Сравнительный анализ редукторов с большим передаточным отношением по виду движения промежуточного звена / **М. Джасем**, П.Я. Крауиньш // Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов сборник докладов I Международной научно-практической конференции, Томск, 27–29 апреля 2021 г. в 2 т. / Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Школа базовой инженерной подготовки. – 2021. – Т. 1. – С. 112–117.
7. **Джасем М.** Математическое моделирование контакта зубьев волнового торцевого кинематического редуктора / **М. Джасем** // Современные проблемы

- машиностроения сборник трудов XIII Международной научно-технической конференции, г. Томск, 26–30 октября 2020 г. / Национальный исследовательский Томский политехнический университет; под ред. Е.Н. Пашкова. – Томск: Томский политехнический университет, 2020. – С. 202–203.
8. **Jasem M.** Analysis of nutation speed reducer using Ansys software package / **M. Jasem** // Современные материалы и технологии новых поколений сборник научных трудов II Международного молодежного конгресса, г. Томск, 30 сентября – 5 октября 2019 г. / Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Инженерная школа новых производственных технологий. – Томск: Изд-во ТПУ, 2019. – С. 332–333.
 9. **Джасем М.** Анализ напряжённо-деформированного состояния (НДС) под статической нагрузкой кинематического торцового волнового редуктора / **М. Джасем** // Авиамашиностроение и транспорт Сибири: сборник статей XII Международной научно-технической конференции, Иркутск, 27 мая – 1 июня 2019. – Иркутск: ИРНТУ, 2019. – С. 353–359.
 10. **Jasem M.A.** Kinematical analysis of the nutation speed reducer / **M.A. Jasem, P.Y.** Krauinsh // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. IOP Publishing. – 2019. – P. 012022.
 11. **Jasem M.** Kinematical analysis of the nutation speed reducer / **M. Jasem, P.Ya.** Krauinsh // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – V. 510: High Technology: Research and Applications (HTRA-2018). – 012022, 7 p.
 12. **Jasem M.** Kinematical and power flow analysis of the nutation speed reducer / **M. Jasem** // Высокие технологии в современной науке и технике (ВТСНТ-2018): сборник научных трудов VII Международной научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов, г. Томск, 26–30 ноября 2018 г. / Национальный исследовательский Томский политехнический университет; под ред. А.Н. Яковлева. – Томск: Изд-во ТПУ, 2018. – С. 159–160.
 13. **Джасем М.** Особенности зацепления кинематического торцового волнового редуктора / **М., Джасем П.Я.** Крауинш // Проблемы механики современных машин: материалы VII Международной научной конференции, Улан-Удэ, 29–30 Июня 2018: в 3 т. / Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления; Российская академия наук, Институт машиноведения им. А.А. Благонравова. – 2018. – Т. 1. – С. 25–29.
 14. **Джасем М.** История эволюции шестерни: от древности к современной науке / **М. Джасем** // Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов российских вузов: сборник докладов VIII Всероссийской научно-практической конференции, Томск, 16–18 мая 2018 г. / Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во ТПУ, 2018. – С. 152–159.
- Публикации в других изданиях**
15. **Jasem M.** Features of the engagement of the nutation speed reducer / **M. Jasem, P.Ya.** Krauinsh // Journal of Advances in Electrical Devices. – 2019. – V. 4, Iss. 2, 3. – P. 27–32.
 16. **Jasem M.** Course project machine design: study aid / **M. Jasem, E.N. Pashkov, M.V. Gorbenko, E.A. Efremenkov.** – Tomsk: TPU Publ. House, 2023. – 94 p.