

Гидравлический механизм – механизм, в котором преобразование движения происходит посредством жидких тел.

Лекция 4

Кинематический анализ механизма.

Задачи, решаемые при кинематическом исследовании:

- определение положений звеньев, а также траектории движения отдельных точек звеньев;
- нахождение и скоростей ускорений как линейных, так и угловых.

Методы кинематического исследования.

Аналитические методы. Достоинства: универсальность, точность, решение практически любых задач. Недостатки: требование математической подготовки, сложность.

Графические методы. Достоинства: простота, наглядность. Недостатки: возможность решения ограниченных типов задач.

Принимая во внимание сказанное, основное внимание уделим графической кинематике. Следует отметить, что существуют различные графические методы. Остановимся на наиболее простом на так называемом методе планов. Суть метода заключается в том, что система уравнений, связывающие кинематические и геометрические параметры, решаются графически-построением планов скоростей и ускорений.

План скоростей механизма – графическое изображение в виде пучка лучей абсолютных скоростей точек звеньев и отрезков соединяющих концы лучей – относительных скоростей соответствующих точек.

План ускорений механизма – графическое изображение в виде пучка лучей абсолютных ускорений точек звеньев и отрезков соединяющих концы лучей – относительных ускорений соответствующих точек.

План механизма – графическое изображение взаимного расположения звеньев, соответствующие заданным положениям начальных звеньев.

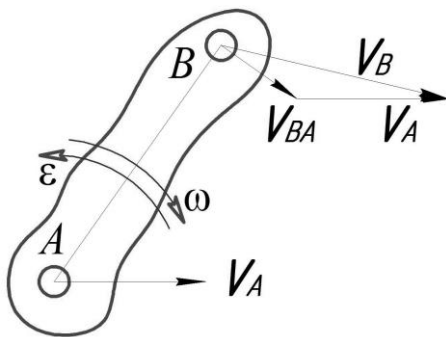
Графические методы исследования механизмов связаны с масштабами:

- чертежный масштаб, обозначаемый M ;
- вычислительный или масштабный коэффициент μ_f , в котором индекс f указывает к какому параметру относится.

Вычислительный коэффициент – отношение численного значения физической величины, в свойственных от единицах, к длине отрезка, в мм, изображающего указанную величину.

Например: $\mu_v = 0,25 \frac{м/с}{мм}$ – вычислительный коэффициент линейной скорости, означающий, что в одном мм чертежа содержатся $0,25 м/с$. $\mu_F = 5 \frac{Н}{мм}$ – вычислительный коэффициент силы, означающий, что в одном мм чертежа содержатся $5 Н$.

Для облегчения освоения графических методов уместно вспомнить некоторые понятия из курса теоретической механики: *плоское движение тела можно*



представить как совокупность двух движений: поступательного движения произвольно выбранной точки-полюса и вращательного движения относительно полюса. При этом направление и скорость вращения не зависят от выбранного полюса. Поясним сказанное с

помощью примера, изображенного на рисунке, в котором V_A -вектор линейной скорости полюса A в поступательном движении, а скорость точки B равна

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{AB} \times \vec{\omega} = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

где V_{BA} -вектор относительной скорости точки B относительно A . Выполнив следующее действие, получим величину угловой скорости звена:

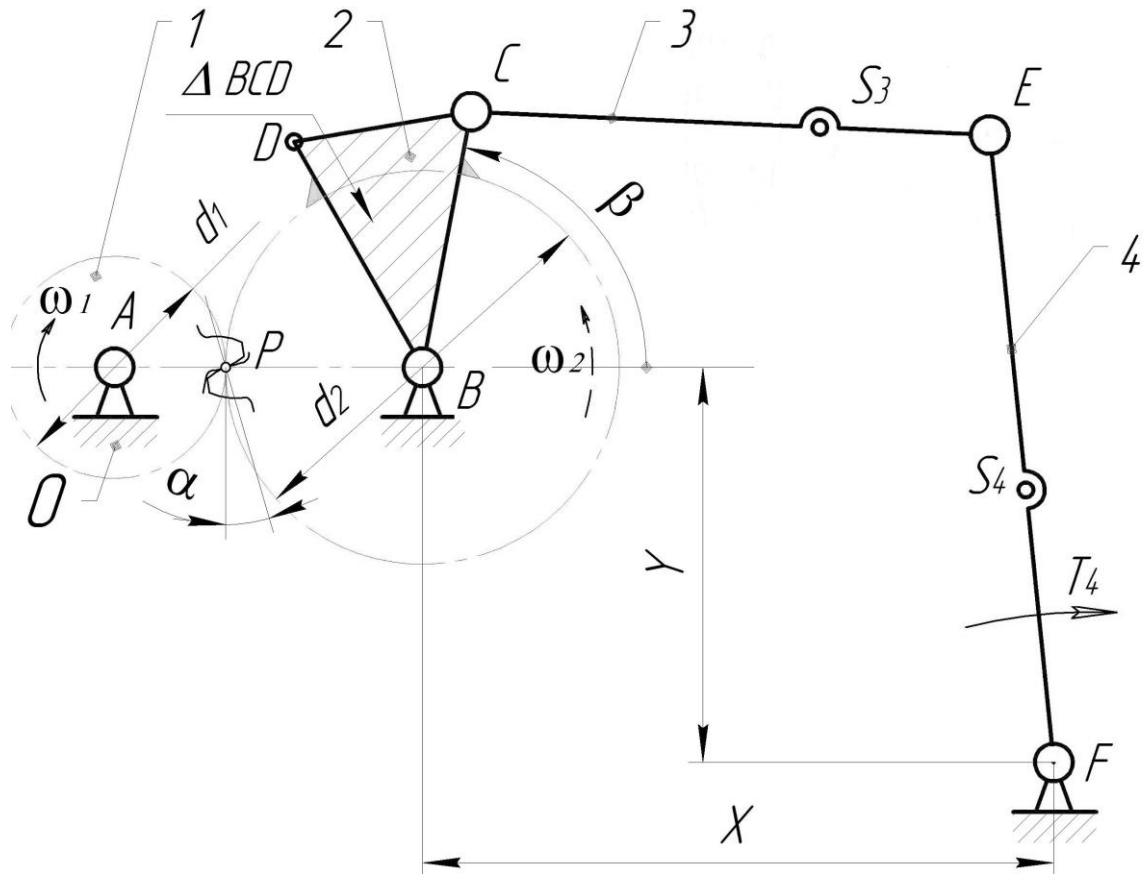
$$\omega = \frac{|\vec{V}_B - \vec{V}_A|}{l_{AB}} = \frac{V_{BA}}{l_{AB}}.$$

Ускорения точек A и B связаны между собой

m, α – соответственно модуль и угол зацепления; Z_1, Z_2 – числа зубьев соответственно шестерни 1 и колеса 2; $l_{BC}, l_{BD}, l_{DC}, l_{CE}, l_{CS_3}, l_{EF}, l_{ES_4}, X, Y$ – линейные параметры звеньев, координаты центров масс и взаимного расположения точек; β – угол, определяющий положение механизма; m_1, m_2, m_3, m_4 – массы звеньев соответственно 1, 2, 3, 4; $J_{S_1}, J_{S_2}, J_{S_3}, J_{S_4}$ – моменты инерции звеньев, относи-

тельно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости перемещения; T_4 – момент силы полезного сопротивления, действующий на звене 4; ω_1 – угловая скорость звена (шестерни) 1.

План зубчато-рычажного механизма в μ_l



Задачей является: определение линейных скоростей и ускорений точек звеньев, а также угловых скоростей и ускорений звеньев. Воспользуемся графическим методом-методом планов. Но прежде чем приступить к ее решению необходимо проверить работоспособность механизма, т. е. подчиняется ли система условию $OK = W$. Механизм содержит: $n=4$; $P_5=5$; $P_4=1$. Подставляя численные значения в формулу Чебышева, получим

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 - 1 = 1.$$

Так как механизм содержит одну обобщенную координату ω_1 условие выполняется.

Определение линейных скоростей.

1. Скорости точек A , B и F равны нулю:

$$\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_B = \mathbf{V}_F = 0.$$

Отразим сказанное графически на плане скоростей с началом (полюсом) p_v . При этом точки на плане будем обозначать строчными буквами. Кроме того, отрезки прямых линий не следует снабжать стрелками при отсутствии обозначения вектора.

2. Скорость в полюсе зацепления $P_{1,2}$:

$$\mathbf{V}_{P_{1,2}} = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{P_{1,2}A};$$

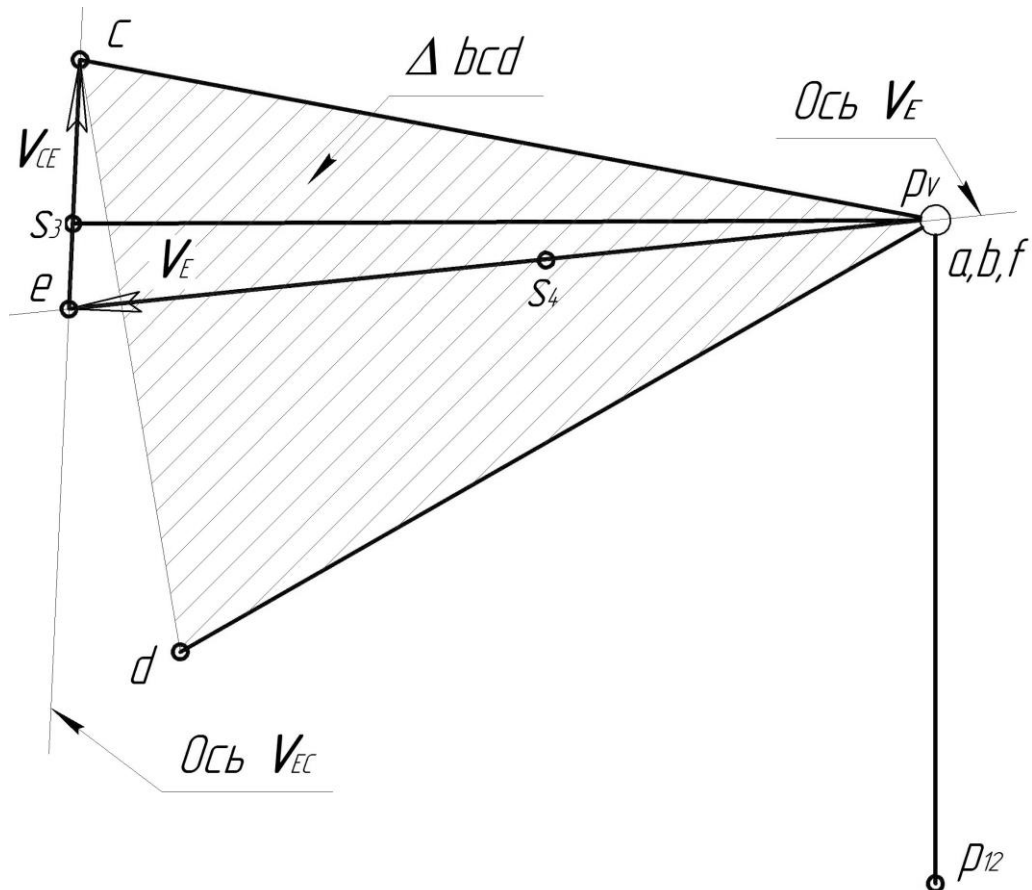
В данном случае одно векторное уравнение содержит два неизвестных вектора: $\mathbf{V}_{P_{1,2}}$, $\mathbf{V}_{P_{1,2}A}$. Для решения необходимо привлечь дополнительно векторное либо два скалярные уравнения (в плоской системе одно векторное уравнение распадается на два). В качестве дополнительных уравнений примем

$$\mathbf{V}_{P_{1,2}A} \perp AP_{1,2};$$

$$V_{P_{1,2}A} = \frac{d_1}{2} \omega_1 = \frac{mZ_1}{2} \omega_1.$$

Система из трех уравнений имеет решение. Результат решения покажем на плане скоростей в виде отрезка прямой линии $p_{1,2}a$.

План скоростей в μ_v



Далее нам понадобится угловая скорость зубчатого колеса 2:

$$\omega_2 = \frac{V_{P_{1,2}}}{d_2} = \omega_1 \frac{Z_1}{Z_2} = \omega_1 i_{21} \text{ ,}$$

где i_{21} – передаточное отношение между колесом 2 и шестерней 1.

Направление ω_2 показано на плане механизма.

3. Скорость точки C равна

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_B + \mathbf{V}_{CB}.$$

Как в П.2 дополняем двумя уравнениями:

$$V_{CB} \perp CB;$$

$$V_{CB} = l_{CB} \omega_2 \quad .$$

Найденное решение покажем на плане скоростей отрезком прямой bc .

4. Скорость точки D.

Поступая как в предыдущем случае:

$$\mathbf{V}_D = \mathbf{V}_B + \mathbf{V}_{DB}.$$

$$V_{DB} \perp DB;$$

$$V_{DB} = l_{DB}\omega_2 .$$

Решение покажем на плане скоростей отрезком прямой bd .

Замечаем, что треугольники Δbcd на плане скоростей и ΔBCD на плане механизма подобны и повернуты на 90° друг относительно друга так как соответствующие стороны взаимно перпендикулярны. Такое свойство называется свойством подобия плана скоростей.

Теорема: отрезки прямых линий, соединяющие точки одного и того же звена плане механизма и отрезки прямых линий, соединяющие концы векторов скоростей этих точек на плане скоростей образуют подобные фигуры, повернутые на 90° друг относительно друга.

5. Скорость точки E .

Перемещение этой точки будем рассматривать относительно двух локальных полюсов: C и F :

$$V_E = V_C + V_{EC};$$

$$V_E = V_F + V_{EF};$$

Дополним недостающими уравнениями:

$$V_{EC} \perp EC;$$

$$V_{EF} \perp EF.$$

Система уравнений имеет решение: графически на плане скоростей найдем положение точки e , а затем искомый отрезок прямой fe , изображающий V_E в соответствующем масштабе.

6. Скорость точки S_3 .

В целях упрощения задачи воспользуемся свойством подобия плана скоростей. Составим пропорцию

$$\frac{l_{CE}}{ce} = \frac{l_{CS_3}}{cs_3}$$

из которой находим длину отрезка cs_3 и положение точки s_3 на плане скоростей. Соединив точки p_v и s_3 найдем искомую величину $p_v s_3$.

7. Скорость точки S_4 .

Поступая аналогичным образом, из выражения

$$\frac{l_{EF}}{ef} = \frac{l_{ES_4}}{es_4}$$

Определяем положение точки s_4 , а затем величину отрезка $p_v s_4$.

Определение угловых скоростей.

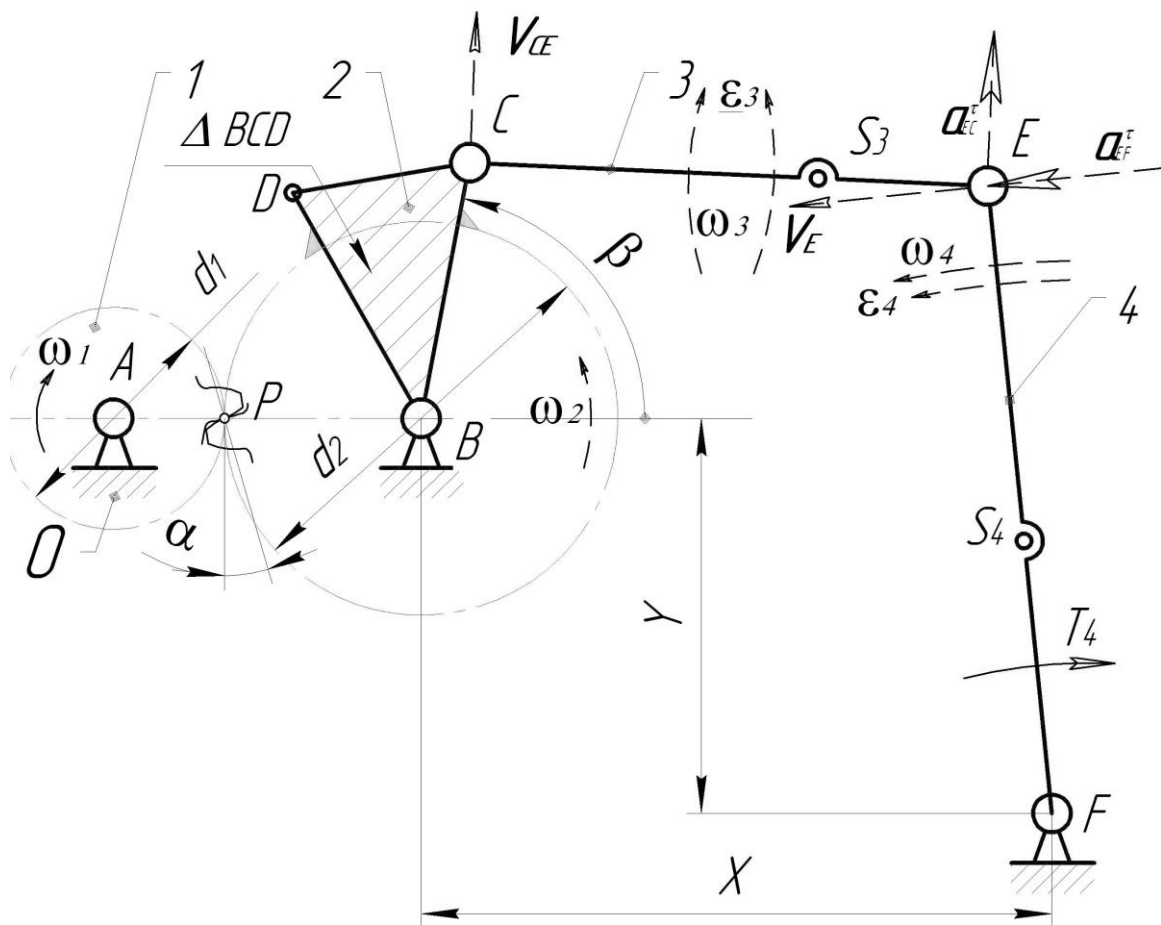
Угловая скорость шестерни 1 ω_1 задана, а угловая скорость ω_2 колеса 2 была определена по ходу решения.

1. Угловая скорость звена 3.

– по модулю можно найти из выражения

$$\omega_3 = \frac{V_{CE}}{l_{CE}} = \frac{ce \cdot \mu_v}{l_{CE}}.$$

Схема определения угловых скоростей и ускорений



– для определения направления угловой скорости необходимо вектор относительной скорости V_{CE} , найденный на плане скоростей (показан на плане скоростей), перенести в точку C на плане механизма, затем визуальным образом найти направление ω_3 : оно совпадает с направлением вращения часовой стрелки.

2. Угловая скорость звена 4.

– величина ее может быть найдена как

$$\omega_4 = \frac{V_E}{l_{EF}} = \frac{ef \cdot \mu_v}{l_{EF}}.$$

– для определения направления угловой скорости необходимо вектор скорости V_E , найденный на плане скоростей (показан на плане скоростей), перенести в точку E на плане механизма, затем визуальным образом найти направление ω_4 : оно направлено против хода часовой стрелки.

Лекция 5

Определение линейных ускорений.

1. Ускорения точек A , B и F равны нулю:

$$a_A = a_B = a_F = 0.$$

Строим план ускорений в масштабе μ_a с началом p_a и отметим точки a , b , f .

2. Ускорение точки P_1 (в полюсе зацепления) равно

$$a_{P_1} = a_A + a_{P_1A},$$

причем как было сказано ранее

$$a_{P_1A} = a_{P_1A}^n + a_{P_1A}^t;$$

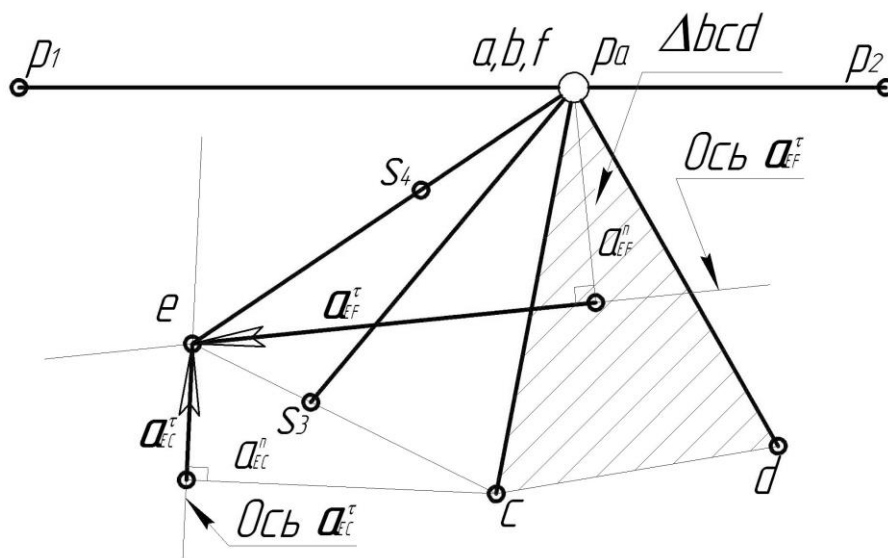
$$a_{P_1A}^n = \omega_1^2 l_{P_1A};$$

$$a_{P_1A}^n \uparrow \uparrow P_1A \text{ (сонаправлены);}$$

$$a_{P_1A}^t = 0,$$

так как $\varepsilon=0$ в связи с тем, что $\omega_1 = const$. Решение представим в виде отрезка прямой линии $p_a p_1$ на плане ускорений.

План ускорений в масштабе μ_a



3. Ускорение точки P_2 , принадлежащей колесу 2, находим аналогичным образом как в предыдущем случае

$$\mathbf{a}_{P_2} = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{P_2B};$$

$$\mathbf{a}_{P_2B} = \mathbf{a}_{P_2B}^n + \mathbf{a}_{P_2B}^\tau;$$

$$a_{P_2B}^n = \omega_2^2 l_{P_2B};$$

$$\mathbf{a}_{P_2B}^n \uparrow\uparrow P_2B;$$

$$\mathbf{a}_{P_2B}^\tau = 0.$$

Отрезок прямой линии $p_a p_2$ на плане ускорений является решением системы уравнений.

4. Ускорение точки C . Решается аналогично:

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{CB};$$

$$\mathbf{a}_{CB} = \mathbf{a}_{CB}^n + \mathbf{a}_{CB}^\tau;$$

$$a_{CB}^n = \omega_2^2 l_{CB};$$

$\mathbf{a}_{CB}^n \uparrow\uparrow CB;$

$$\mathbf{a}_{CB}^\tau = 0.$$

Решение уравнений представим отрезком прямой линии p_{ac} на плане ускорений.

5. Ускорение точки D . Система уравнений аналогична:

$$\mathbf{a}_D = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{DB};$$

$$\mathbf{a}_{DB} = \mathbf{a}_{DB}^n + \mathbf{a}_{DB}^\tau;$$

$$\mathbf{a}_{DB}^n = \omega_2^2 l_{DB};$$

$$\mathbf{a}_{DB}^n \uparrow\uparrow DB;$$

$$\mathbf{a}_{DB}^\tau = 0.$$

Из решения уравнений находим отрезок $p_a d$ на плане ускорений.

Нетрудно заметить, что треугольник Δbcd на плане ускорений подобен треугольнику ΔBCD на плане механизма. Таким образом, приходим к выводу о том, что план ускорений также подчиняется свойству подобия. Однако в данном случае поворот осуществляется на угол, отличающийся от 90° .

6. Ускорение точки E .

Перемещение точки E будем рассматривать относительно двух локальных полюсов C и F :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a}_E = \mathbf{a}_C + \mathbf{a}_{EC}; \\ \mathbf{a}_{EC} = \mathbf{a}_{EC}^n + \mathbf{a}_{EC}^\tau; \\ \mathbf{a}_{EC}^n = \omega_3^2 l_{EC}; \\ \mathbf{a}_{EC}^n \uparrow\uparrow EC; \\ \mathbf{a}_{EC}^\tau \perp EC \end{array} \right. \quad \text{уравнения относительно } C$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a}_E = \mathbf{a}_F + \mathbf{a}_{EF}; \\ \mathbf{a}_{EF} = \mathbf{a}_{EF}^n + \mathbf{a}_{EF}^\tau; \\ \mathbf{a}_{EF}^n = \omega_4^2 l_{EF}; \\ \mathbf{a}_{EF}^n \uparrow\uparrow EF; \\ \mathbf{a}_{EF}^\tau \perp EF \end{array} \right. \quad \text{уравнения относительно } F$$

Две системы уравнений имеют общее решение, которое находим графически с помощью плана ускорений, предварительно аналитически вычислив модули $\mathbf{a}_{EC}^n$, $\mathbf{a}_{EF}^n$. Следуя правилам векторной алгебры несложно найти суммы векторов. Опуская подробности, окончательное решение представим на плане

ускорений. Искомым параметром является отрезок прямой $p_a e$, изображающий вектор $\mathbf{a}_E$ в масштабе.

7. Ускорение точки S_3 .

Воспользуемся свойством подобия плана ускорений. Составим пропорцию из условия пропорциональности отрезков прямых:

$$\frac{l_{EC}}{ec} = \frac{l_{ES_3}}{es_3}$$

из которой находим отрезок es_3 . Затем на плане ускорений на отрезке ec (так как точка S_3 расположена на линии EC плана механизма) отмерив расстояние es_3 от e определяем положение точки s_3 . Длина отрезка $p_a s_3$ является модулем вектора $\mathbf{a}_{s_3}$ в масштабе.

8. Ускорение точки S_4 .

Поступим аналогично п.7. Составим уравнение пропорции

$$\frac{l_{EF}}{ef} = \frac{l_{ES_4}}{es_4}.$$

На прямой ef плана ускорений от точки e отложим отрезок, равный es_4 . Конец этого отрезка укажет на положение точки s_4 . Далее соединив полученную точку с полюсом p_a найдем искомую величину $\mathbf{a}_{E_4}$

Определение угловых ускорений.

Все звенья совершают вращательные движения. Однако шестерня 1 и колесо 2 не имеют угловых ускорений из-за постоянства угловых скоростей. Найдем ускорение ε_3 шатуна 3 и ε_4 коромысла 4, которые связаны соответственно с $\mathbf{a}_{EC}^{\tau}$ ($\mathbf{a}_{CE}^{\tau}$) и $\mathbf{a}_{EF}^{\tau}$ ($\mathbf{a}_{FE}^{\tau}$). Предварительно на плане ускорений выберем векторы $\mathbf{a}_{EC}^{\tau}$ и $\mathbf{a}_{EF}^{\tau}$

1. Угловое ускорение звена 3:

—по модулю равно

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{EC}^{\tau}}{l_{EC}};$$

—для определения направления ускорения переносим вектор $\mathbf{a}_{EC}^{\tau}$ из плана ускорений в точку E на плане механизма, затем визуально находим направление ε_3 . Получилось против хода часовой стрелки.

2. Угловое ускорение звена 4.

Ход решения аналогичен с предыдущим пунктом:

—величина ускорение равна

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{EF}^{\tau}}{l_{EF}};$$

—вектор $\mathbf{a}_{EF}^{\tau}$, найденный на плане ускорений, переносим в точку E плана механизма. Искомое угловое ускорение направлено против хода часовой стрелки.

Лекция 6

Динамический анализ механизма.

Условно делится на две задачи:

1. Первая задача динамики (прямая). Известны кинематические параметры звеньев механизма определяются силы, приложенные к звеньям и обеспечивающие заданные кинематические параметры.

2. Вторая задача динамики (обратная первой). Известны силы, приложенные к звеньям механизма, находятся законы движения механизма.

Итак первая задача динамики. Иногда ее называют силовым анализом механизма. Найденные силы, прежде всего используются при выполнении прочностных расчетов.

Следует отметить, что вся динамика основана на втором законе Ньютона:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \text{и} \quad \mathbf{M} = J\varepsilon.$$

Для силового расчета используют уравнения статики (их три в плоской системе) модифицированные для решения задач динамики. Эти уравнения называются уравнениями кинетостатики. Причем, преобразование уравнений статики основано на принципе Даламбера:

$$\mathbf{F} - m\mathbf{a} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_n = 0,$$

$$\mathbf{M} - J\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{M} + \mathbf{M}_n = 0.$$

Классификация сил (принятая для данного раздела).

Условно силы делятся на две группы:

- внешние;
- внутренние.

К внешним относятся:

1. Движущая сила $\mathbf{F}_d$. Она совершает положительную работу. Математически сказанное можно выразить $\mathbf{F}_d \cdot \mathbf{V} > 0$. Здесь $\mathbf{V}$ – вектор скорости точки приложения силы.
2. Сила сопротивления $\mathbf{F}_c$ совершает отрицательную работу $\mathbf{F}_c \cdot \mathbf{V} < 0$. Последняя в свою очередь также делится на:
 - силу сопротивления среды $\mathbf{F}_{cc}$. Эта сила, как правило, выполняет ненужную работу;
 - силу полезного сопротивления $\mathbf{F}_{nc}$. Она совершает ту работу, для выполнения которой предназначен механизм.
3. Сила тяжести $\mathbf{G}$. За суммарная работа за цикл равна нулю.
4. Сила инерции $\mathbf{F}_n$. Является фиктивной вводится для упрощения задачи.
5. Управляющая сила $\mathbf{F}_y$, называемая в литературе уравнивающей силой.

Следует выделить одно весьма важное свойство.

Управляющая сила является переменной величиной: в зависимости от положения может быть как движущей, так и силой сопротивления. Она приложена со стороны двигателя (источника энергии) на начальное звено.

К внутренним силам относятся реакции в кинематических парах. Их обозначают следующим образом: $\mathbf{R}_{ij}$ – реакция (действие) звена i на звено j . При этом $\mathbf{R}_{ij} = -\mathbf{R}_{ji}$. Более подробно рассмотрим некоторые упомянутые силы.

Силы инерции звеньев.

Каждая элементарная масса звена (тела) создает элементарную инерциальную силу: $\Delta F_{i_i} = \Delta m_i a_{s_i}$, где Δm_i – элементарная масса; a_{s_i} – вектор ускорения центра элементарной массы. Если звено имеет сложную геометрическую форму, то совокупное действие элементарных сил инерции можно свести к двум параметрам:

$$F_{и} = -ma_s \text{ и } M_{и} = -J_s \varepsilon,$$

в которых $F_{и}$ – суммарная сила инерции;

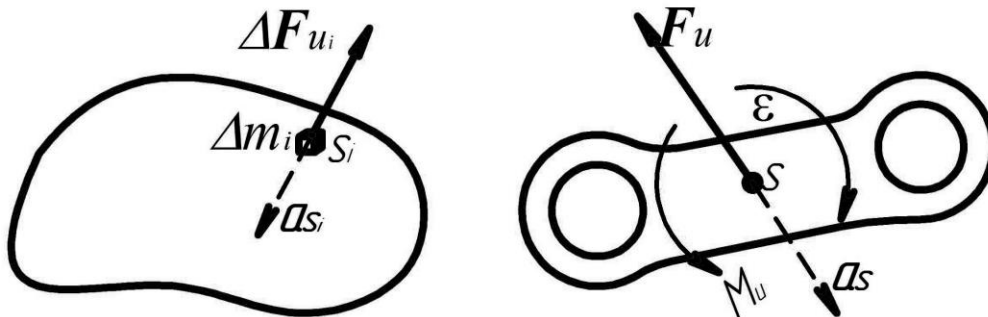
m – масса звена;

a_s – вектор ускорения центра масс S ;

$M_{и}$ – момент пары сил инерции;

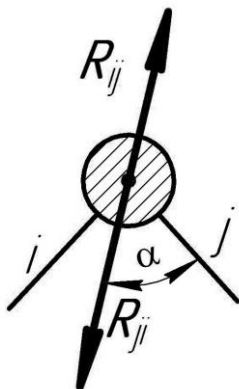
J_s – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс S перпендикулярно плоскости перемещения;

ε – вектор углового ускорения звена.



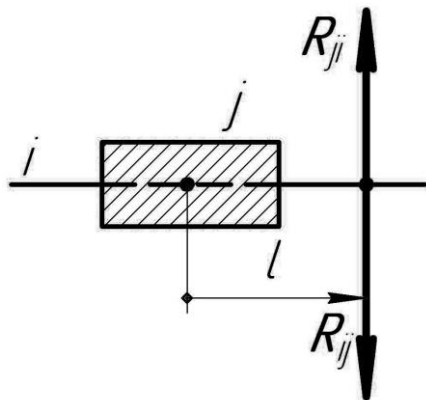
Реакции в кинематических парах (подробно было рассмотрено в разделе «Статика»).

1. Во вращательной паре.



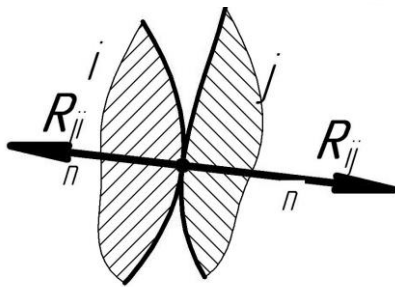
Здесь реакция определяется двумя параметрами:
величиной вектора R_{ij} (R_{ji}) и его направлением (α).

2. В поступательной паре.



Реакция определяется также двумя параметрами: величиной $R_{ij}(R_{ji})$ и координатой l условной точки приложения реакции.

3. В высшей кинематической паре.



Реакция определяется только величиной $R_{ij}(R_{ji})$ так как направление реакции совпадает с направлением нормами $n-n$ к профилям.

Условие кинематической определимости кинематической цепи.

Пусть кинематическая цепь содержит: n – подвижных звеньев, образующих P_5 – кинематических пар 5 класса и P_4 – кинематических пар 4 класса. Поскольку для каждого звена можно составить 3 уравнения, то общее их количество может быть $3n$. При этом количество неизвестных равно $2P_5 + P_4$, так как пара P_5 содержит два неизвестных, а пара P_4 – одно неизвестное. Система статически определима, если выполняется условие $3n = 2P_5 + P_4$ или

$$3n - 2P_5 - P_4 = 0.$$

Последнее уравнение соответствует формуле Чебышева для кинематической цепи с нулевой степенью подвижности. *Таковыми кинематическими цепями являются группы Ассура и только она статически определима.*

Сформулируем последовательность выполнения силового анализа механизмов с применением графического метода планов сил:

- выполнение структурного анализа механизма;
- кинематический анализ механизма;
- составление расчетной схемы силового анализа механизма;

- определение всех внешних сил (за исключением управляющей) для указанного положения механизма;
- силовой расчет внешних замыкающих групп Ассура;
- силовой анализ внутренних замыкающих групп первого уровня;
- силовой расчет внутренних замыкающих групп второго уровня;
- силовой расчет остальных групп Ассура;
- силовой расчет начальных механизмов;
- проверка силового расчета с использованием «Рычага» Жуковского;
- определение КПД механизма.