

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

**А.В. Мурин, В.А. Осипов**

## **ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**

*Рекомендовано в качестве учебного пособия  
Редакционно-издательским советом  
Томского политехнического университета*

Издательство  
Томского политехнического университета  
2010

УДК 621.81.001.63(075.8)

ББК 34.42я73

М91

**Мурин А.В.**

М91 Прикладная механика: учебное пособие / А.В. Мурин, В.А. Осипов; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. – 325 с.

В пособии рассмотрены основные вопросы теории механизмов, сопротивления материалов, проектирования деталей, элементов и передаточных механизмов машин. Материал изложен с учетом новых ГОСТов.

Предназначено для студентов немашиностроительных специальностей вузов (горных, физико-химических специальностей, электротехнических институтов и др.).

**УДК 621.81.001.63(075.8)**

**ББК 34.42я73**

*Рецензенты*

Доктор технических наук, профессор  
заведующий кафедрой прикладной механики и материаловедения ТГАСУ  
*Г.Г. Волокитин*

Доктор технических наук, профессор  
кафедры технологии и предпринимательства ТГПУ  
*В.З. Мидуков*

© ГОУ ВПО НИ ТПУ, 2010

© Мурин А.В., Осипов В.А., 2010

© Обложка. Издательство Томского  
политехнического университета, 2010

## **ВВЕДЕНИЕ**

Последовательное развитие промышленности неразрывно связано с непрерывным совершенствованием машиностроения – основы технического перевооружения всех отраслей народного хозяйства. Инженерная техническая деятельность на основе научных исследований расширяет и обновляет номенклатуру конструкционных материалов, внедряет эффективные методы повышения их прочностных свойств. Появляются новые материалы на основе металлических порошков, порошковых сплавов. Порошковая металлургия приводит не только к замене дефицитных черных и цветных металлов более дешевыми материалами, но и позволяет получить совершенно новые материалы – «материалы века», которые невозможно получить традиционным путем. Кроме того, изготовление изделий из порошков – практически безотходное производство. Другое направление получения дешевых конструкционных материалов состоит в применении пластмасс, новых покрытий и т. п. Тончайшая пленка из порошковых смесей на поверхности детали, образуемая плазменным напылением, повышает надежность сопрягаемых и трущихся друг о друга деталей машин, защищает их от коррозии и существенно увеличивает их износостойкость.

Развитие машиностроения на современном этапе характеризуется комплексной механизацией и автоматизацией производства на основе широкого применения автоматических манипуляторов (промышленных роботов), встроенных систем автоматического управления с использованием микропроцессоров и мини-ЭВМ.

При внедрении в промышленность новых машин широко применяется модульный принцип создания оборудования, например, станок или несколько станков и манипулятор. На базе этого принципа создаются и вступают в строй не отдельные машины, а их системы – автоматические линии, цехи, заводы, обеспечивающие законченный технологический процесс производства конкретного изделия. Все это, вместе взятое, позволяет при снижении затраты материалов на изготовление и общей стоимости повысить их мощность, качество, производительность и сократить потребление энергии.

Успешное развитие современной промышленности в конечном счете зависит от качества и глубины профессиональной подготовки специалиста с высшим и средним образованием. Приобретение студентами технических университетов всех специальных знаний и навыков базируется на хорошей общетехнической подготовке, в основе которой наряду с другими лежат знания и навыки, полученные при изучении предмета «Механика».

Чтобы понять работу какой-либо машины, необходимо знать ее устройство, из каких элементов она состоит и как они взаимодействуют. А чтобы создать такую машину, нужно сконструировать и рассчитать каждую ее деталь. Настоящее учебное пособие посвящено в том числе и решению этой задачи – расчету и конструированию деталей машин общего назначения, деталей, без которых не обходится ни одна машина или механизм.

Расчеты деталей машин базируются на знании основ сопротивления материалов – науки о прочности и жесткости механических конструкций и методах их расчета.

Изучением самой простой формы движения материального мира, изучением перемещения тел в пространстве и взаимодействием их друг с другом занимается теоретическая механика. Перемещение тела относительно другого тела или изменение положения одного тела по отношению к другому называется **механическим движением**. Обычно теоретическая механика разделяется на три части: статику, кинематику и динамику. Статика – раздел теоретической механики, занимающийся изучением сил и условий их равновесия. Кинематика занимается изучением механического движения без учета действия сил. Динамика изучает законы механического движения с учетом действующих сил.

Изучением движения конкретных механических устройств, их анализом и синтезом занимается наука о механизмах и машинах – теория механизмов и машин. Основы знаний о механизмах, их устройстве, анализе приведены в данном учебном пособии. Курсы такого типа, но без раздела «Теоретическая механика» обычно называют прикладной механикой.

# Глава 1 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ

## 1.1 Структура (строение) механизмов

### 1.1.1 Основные понятия и определения

В различных областях техники широко применяются механические устройства, называемые машинами. Машина – это устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов или информации с целью замены или облегчения труда человека. Основными признаками машины являются механические движения ее элементов и выполнение полезной работы. В зависимости от функционального назначения различают:

- энергетические машины, преобразующие любой вид энергии в энергию механическую и наоборот; к энергетическим машинам относятся двигатели внутреннего сгорания, электродвигатели, электрогенераторы, турбины и другие устройства;

- технологические (рабочие) и транспортные машины, которые преобразуют материалы, изменяют свойства, форму, состояние и положение объектов труда; к ним относятся металлообрабатывающие станки, прокатные станы, полиграфические, горные и текстильные машины, самолеты, автомобили, поезда, транспортеры, подъемники и т. п.;

- информационные машины, предназначенные для получения и преобразования информации; кроме того, информационные машины выполняют контрольно-измерительные операции, функции регулирования и управления технологическими процессами.

Машины используются, как правило, в виде совокупности, системы машин. В классическом исполнении такая система состоит из машины-двигателя, передаточного механизма и рабочей машины. Система нескольких взаимодействующих машин, связанных конструктивно, называется машинным агрегатом.

Основу каждой машины составляет устройство или группа устройств, называемых механизмами. Механизм – система твердых тел, подвижно соединенных путем касания друг с другом и движущихся определенным требуемым образом относительно одного из них, принятого за неподвижное. В преобразовании движения механизмов, кроме твердых тел, могут участвовать жидкие или газообразные среды. Механизмы представляют собой системы определенного движения. Определенность движения обеспечивается конструктивными средствами. Существенным является то, что однотипные механизмы могут применяться в конструкциях самых разнообразных по назначению машин. В состав

машины, кроме механизмов, могут входить дополнительные устройства, связанные, например, с их запуском, управлением или контролем.

### 1.1.2 Составные части механизма

Механизмы, независимо от функционального назначения и конструктивного исполнения, имеют общую структурную основу. Они состоят из звеньев, подвижно соединенных друг с другом. Звено – деталь или группа жестко соединенных между собой деталей (твердое звено). Кроме того, звенья могут быть гибкими (тросы, ремни, цепи).

Стойка – неподвижное звено или звено, условно принимаемое за неподвижное. Стойкой может быть станина, корпус, плата механизма и др. Относительно стойки оцениваются параметры движения механизма (перемещения, скорости и др.).

Из подвижных звеньев в зависимости от их расположения в механизме выделяют входные и выходные звенья. Входным звеном называется звено, которому сообщается движение от двигателя, выходным – звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм. Остальные подвижные звенья механизма называются промежуточными. Механизмы могут иметь несколько входных и выходных звеньев. Например, дифференциал автомобиля при одном входном звене, получающем движение от двигателя, имеет два выходных звена, соединенных с задними или передними колесами.

Входное звено является ведущим (движущим) звеном. Остальные подвижные звенья механизма, совершающие требуемые, определенные движения, называются ведомыми. Такая классификация используется

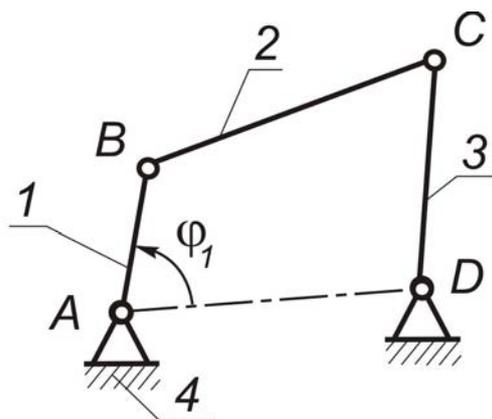


Рис. 1.1

при структурном исследовании механизма. При силовом анализе механизмов разделение звеньев на ведущие и ведомые проводится по знаку элементарной работы сил, действующих на звено. У ведущих звеньев эта работа положительная, у ведомых – отрицательная или равна нулю. Поэтому входное звено, которое в структурном анализе по признаку действия является ведущим, при силовом расчете на различных участках движения может быть и ведущим, и ведомым в зависимости от знака элементарной работы сил, действующих на звено.

жет быть и ведущим, и ведомым в зависимости от знака элементарной работы сил, действующих на звено.

Положения всех звеньев механизма относительно неподвижного звена (стойки) задаются обобщенными координатами – независимыми переменными, полностью и однозначно определяющими положение механизма. Число обобщенных координат соответствует числу степеней подвижности механизма. На рис. 1.1 показана типичная структурная схема плоского шарнирного четырехзвенника. Здесь 1–4 – звенья; А, В, С, D – кинематические пары. Положение механизма шарнирного четырехзвенника, имеющего одну степень свободы, полностью и однозначно определяется одной координатой  $\varphi_1$  (углом поворота кривошипа 1), которую можно принять за обобщенную координату.

За обобщенные координаты можно принять любые независимые координаты. Звено, координаты которого выбираются в качестве обобщенных координат механизма, называется начальным звеном. В большинстве случаев оно совпадает с входным звеном. Однако иногда для упрощения анализа за начальное звено удобнее принять промежуточное или даже выходное звено.

Звенья в механизмах соединяются между собой подвижно. Подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение, называется кинематической парой. Точки, линии, поверхности, по которым звенья соприкасаются, называют элементами кинематических пар.

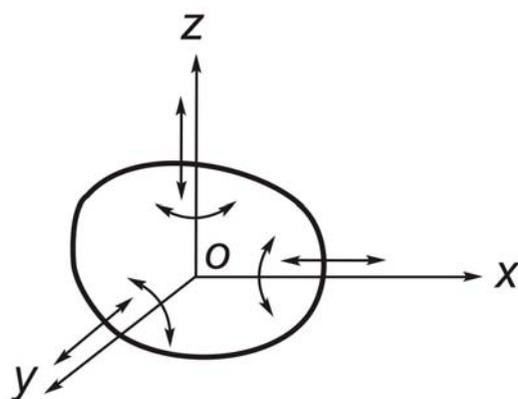


Рис. 1.2

### 1.1.3 Классификация кинематических пар

Одной из основных характеристик кинематических пар является количество простейших относительных движений, которых лишаются звенья механизма при соединении их в кинематические пары. Известно, что свободное твердое тело в пространстве имеет шесть степеней подвижности. Произвольное перемещение его в пространстве можно представить как результат сложения шести независимых движений: трех поступательных параллельно осям координат  $O_x$ ,  $O_y$ ,  $O_z$  и трех вращательных относительно этих осей (рис. 1.2). В зависимости от вида соединений звеньев механизма одно из них может совершать относительно другого одно, два, три, четыре или пять движений из шести, перечисленных выше. Следовательно, кинематические пары накладывают на относительные движения звеньев определенные ограничения, которые зависят

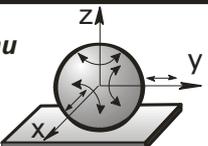
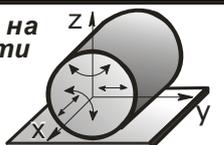
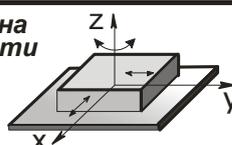
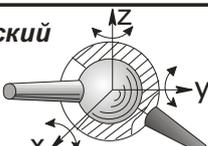
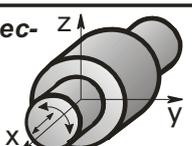
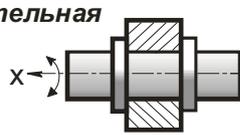
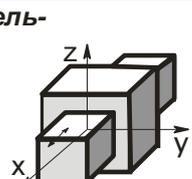
от способа их соединения. Такие ограничения называются связями. Число  $S$  связей (геометрических или силовых), ограничивающих относительные движения звеньев, определяется равенством  $S = 6 - H$ , где  $H$  – число степеней подвижности кинематической пары – число независимых движений одного звена относительно другого, образующих кинематическую пару.

Академиком И.И.Артоболовским введена классификация кинематических пар, согласно которой все пары делятся на пять классов в зависимости от числа связей  $S$  (или от  $H$  – степеней подвижности кинематической пары). Разделение кинематических пар по классам представлено в табл. 1.1. Стрелками здесь отмечены возможные перемещения звеньев, которые сохраняются после образования пары.

Для каждого класса указаны число степеней подвижности кинематической пары  $H$  и число связей  $S$ , показаны также условные изображения кинематических пар различных классов, в соответствии с ГОСТ 2.770-68.

Кинематические пары разделяют на низшие и высшие, в зависимости от вида их элементов. К низшим кинематическим парам, элементами которых являются поверхности, относятся пары поступательная, вращательная, сферическая, винтовая и плоскостная (см. табл. 1.1). Точки и линии – элементы высших кинематических пар. К высшим кинематическим парам относятся пары «шар на плоскости» и «цилиндр на плоскости» (табл. 1.1). Преимущества для низших пар – их способность передавать значительные усилия при меньшем износе в сравнении с высшими парами; недостаток – меньший КПД; для высших пар – возможность воспроизводить с их помощью достаточно сложные относительные движения, бóльший КПД; недостаток – бóльшие напряжения в зоне касания.

Таблица 1.1

Схематическое изображение кинематических пар	Условное изображение по ГОСТ ЕСКД	Число связей S	Степень свободы W	Класс кинематической пары	Структурная формула
<p><b>Шар на плоскости</b></p> 		1	5	1 Пятиподвижная	ВВВ-ПП
<p><b>Цилиндр на плоскости</b></p> 		2	4	2 Четырехподвижная	ВВ-ПП
<p><b>Призма на плоскости</b></p> 		3	3	3 Трехподвижная	В-ПП
<p><b>Сферический шарнир</b></p> 		3	3	3 Трехподвижная	ВВВ
<p><b>Цилиндрическая пара</b></p> 		4	2	4 Двухподвижная	В-П
<p><b>Вращательная пара</b></p> 		5	1	5 Одноподвижная	В
<p><b>Поступательная пара</b></p> 		5	1	5 Одноподвижная	П
<p><b>Винтовая пара</b></p> 		5	1	5 Одноподвижная	(В) (П)

### 1.1.4 Кинематические цепи

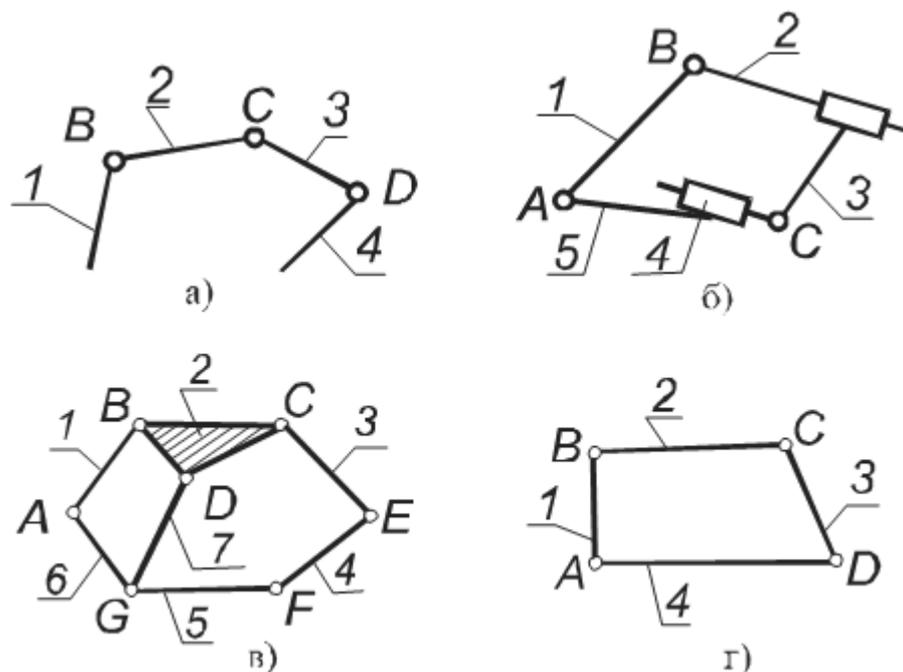


Рис. 1.3

Кинематическая цепь – это связанная система звеньев, соединенных между собой кинематическими парами. Кинематические цепи можно разделить на плоские и пространственные, простые и сложные, замкнутые и незамкнутые (рис. 1.3). К простым относятся цепи, у которых каждое звено входит не более чем в две кинематические пары (рис. 1.3, а, г); к сложным – цепи, у которых имеются звенья, входящие в три и более кинематические пары (рис. 1.3, в); к замкнутым – цепи, у которых каждое звено входит, по крайней мере, в две кинематические пары (рис. 1.3, б, г), к незамкнутым – цепи, у которых есть звенья, входящие только в одну кинематическую пару (рис. 1.3, а). Все подвижные звенья плоской кинематической цепи совершают движения, параллельные одной и той же неподвижной плоскости (см. рис. 1.1). В пространственных кинематических цепях точки звеньев описывают пространственные кривые либо движутся по плоским кривым, лежащим в пересекающихся плоскостях (рис. 1.4).

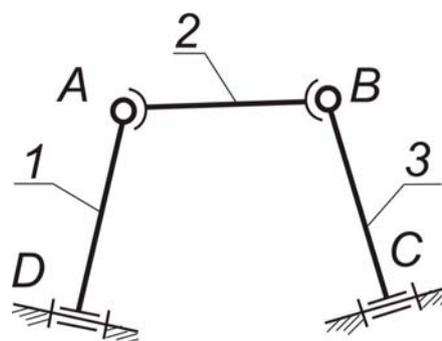


Рис. 1.4

Введя понятие кинематической цепи, можно дать другое определение для механизмов, составленных только из твердых тел. Механизмом называется кинематическая цепь, в которой при одном неподвижном звене (стойке) и заданном движении одного или нескольких звеньев (ведущих) все остальные звенья (ведомые) совершают однозначно определенные движения. Механизмы могут быть образованы как замкнутыми, так и незамкнутыми кинематическими цепями. Примером незамкнутой кинематической цепи может служить механизм элементарного манипулятора (рис. 1.5). Большинство механизмов образовано замкнутыми кинематическими цепями (см. рис. 1.1, 1.4).

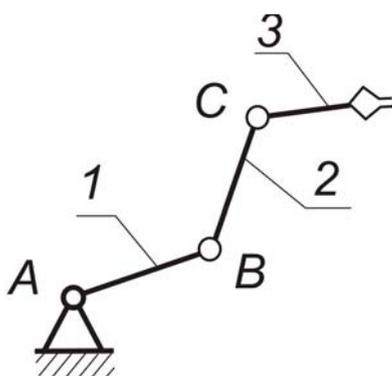


Рис. 1.5

При исследовании механизмов используются их условные изображения, составляются структурные, кинематические и другие схемы. Структурные схемы выполняются в виде чертежа, на котором с учетом условных обозначений, установленных ГОСТом, изображают звенья, кинематические пары, указывают стойку и ведущие звенья (см. рис. 1.1). Структурные схемы, выполненные в определенном масштабе, называются кинематическими схемами.

При исследовании механизмов используются их условные изображения, составляются структурные, кинематические и другие схемы. Структурные схемы выполняются в виде чертежа, на котором с учетом условных обозначений, установленных ГОСТом, изображают звенья, кинематические пары, указывают стойку и ведущие звенья (см. рис. 1.1). Структурные схемы, выполненные в определенном масштабе, называются кинематическими схемами.

масштабе, называются кинематическими схемами.

### 1.1.5 Степень подвижности кинематической цепи

Число возможных независимых движений кинематической цепи относительно одного из звеньев называют степенью ее подвижности. Для определения степени подвижности кинематической цепи  $W$  необходимо из общего числа степеней подвижности всех ее подвижных звеньев вычесть число связей, накладываемых на относительное движение звеньев кинематическими парами, которыми соединены звенья. Пусть  $n$  – число подвижных звеньев пространственной кинематической цепи;  $P_i$  – число кинематических пар  $i$ -го класса ( $i = 1, \dots, 5$ ). Тогда  $6n$  – общее число степеней подвижности  $n$  звеньев цепи, считая их не связанными между собой, а  $iP_i$  – общее число связей, наложенных на звенья механизма кинематическими парами  $i$ -го класса.

С помощью введенных обозначений степень подвижности кинематической цепи можно определить по выражению

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 iP_i. \quad (1.1)$$

Развернув сумму в выражении (1.1), получим структурную формулу (математическую модель) пространственной кинематической цепи общего вида (формулу Сомова-Малышева):

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1. \quad (1.2)$$

Формула (1.2) показывает, какому количеству звеньев кинематической цепи должно быть задано движение (т. е. сколько должно быть ведущих звеньев), чтобы движение остальных звеньев было определенным, единственно возможным. Формулой можно пользоваться, если учесть дополнительные общие условия связи, которые накладывают ограничения на движение всех звеньев кинематической цепи. Например, для плоской кинематической цепи, у которой звенья движутся параллельно одной неподвижной плоскости, перпендикулярной осям вращательных пар, на них наложены три общие связи (см. рис. 1.1). Звенья такой цепи не могут перемещаться вдоль оси, перпендикулярной к неподвижной плоскости, и вращаться относительно двух осей, лежащих в этой плоскости. Число степеней подвижности каждого звена дополнительно уменьшается здесь на 3 – число общих связей. Общее число степеней подвижности  $n$  звеньев цепи будет равно  $(6-3)n$ , т.е. каждая кинематическая пара в этом случае накладывает на движение звеньев цепи

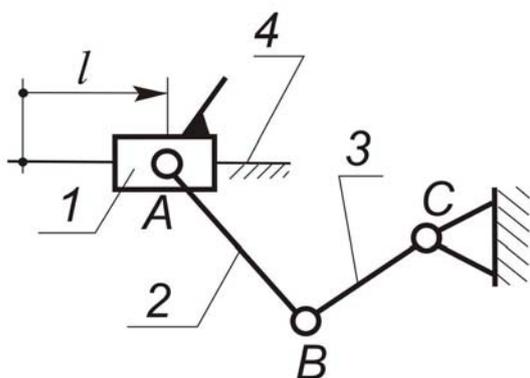


Рис. 1.6

на три ограничения меньше класса пары. Так, пары 5-го и 4-го классов (только они могут быть использованы в этом случае) накладывают на движение звеньев плоской кинематической цепи соответственно две и одну связи, а кинематические пары 1-го, 2-го и 3-го классов в такой (плоской) кинематической цепи не могут быть использованы.

Для плоской кинематической цепи структурная формула (1.2)

имеет вид (формула Чебышева)

$$W = 3n - 2P_5 - P_4. \quad (1.3)$$

Кинематические пары 5-го класса в плоском механизме могут существовать в виде вращательной и поступательной пар (см. табл. 1.1).

Поскольку механизм представляет собой кинематическую цепь, то степень его подвижности определяется по формулам (1.2), (1.3) с учетом общих связей, наложенных на все звенья механизма. Степень подвижности механизма соответствует количеству независимых (обобщен-

ных координат), которое необходимо задать для однозначной определенности положений всех звеньев механизма. Так, для механизма шарнирного четырехзвенника имеем (см. рис. 1.1).

$$n = 3; \quad P_5 = 4; \quad P_4 = 0.$$

Степень подвижности подсчитываем по формуле (1.3):

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

Следовательно, данный механизм должен иметь одно ведущее звено и одну обобщенную координату. В качестве обобщенной координаты обычно выбирают угловую координату ведущего звена  $\varphi_1$ .

Для кривошипно-ползунного механизма (рис. 1.6) параметры формулы (1.3) такие же, как и для механизма шарнирного четырехзвенника. Ведущее звено (ползун 1) движется прямолинейно, и за обобщенную координату принимается линейная координата ползуна.

В механизмах с двумя степенями подвижности за обобщенные координаты выбираются координаты двух ведущих звеньев или одного ведущего звена, если это звено образует со стойкой кинематическую пару с двумя степенями свободы подвижности

Структурные формулы механизмов (1.2) и (1.3), полученные с применением понятия «класс кинематической пары» на наш взгляд проще и понятнее можно получить используя понятие «степеней подвижности кинематической пары» – число возможных независимых движений одного звена относительно другого, которые позволяет совершать данная кинематическая пара. С этих позиций все кинематические пары (табл. 1.1) можно поделить пары от пятиподвижной (шар на плоскости) до одноподвижной (только с вращательным или только с поступательным движением).

Если обозначить, как и выше,  $n$  – число подвижных звеньев кинематической цепи (механизма),  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  – числа соответственно одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижных кинематических пар, то структурная формула пространственного механизма с учетом приведенных выше пояснений будет иметь вид,

$$W_{np} = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5. \quad (1.2')$$

Для плоского механизма

$$W = 3n - 2p_1 - p_2. \quad (1.3')$$

Формулы (1.2), (1.3), (1.2'), (1.3') справедливы для механизмов без избыточных (пассивных) связей и лишних степеней подвижности. Однако часто для выполнения специальных требований в механизм включают дополнительные элементы и звенья, которые не оказывают влияния на движение остальных звеньев и называются пассивными. Избыточными (пассивными) связями в механизме называют повторяющиеся

связи, которые дублируют ограничения, наложенные другими связями. Избыточные связи можно устранить из механизма, сохранив при этом задание точных условий связи. Для изучения движения механизмов их следует удалить и учитывать только те связи и степени подвижности, от которых зависит определенность их движения.

Так, например, простейший двухзвенный механизм, состоящий из стойки и вращающегося звена – ротора (электродвигатели, электрогенераторы, турбины различных типов и т.д.) имеют две опоры, а не одну, как это необходимо с точки зрения кинематики такого устройства (рис. 1.7 а). Степень подвижности такого механизма по зависимости (1.3') обусловлена введением дополнительной (правой) опоры, создавшей избыточную (пассивную связь). В действительности при надлежащей точности изготовления опор левой и правой (расточка отверстий и окончательная обработка опорных мест вала за одну установку) действительная степень подвижности и теоретическая равны единице (рис. 1.7 б).

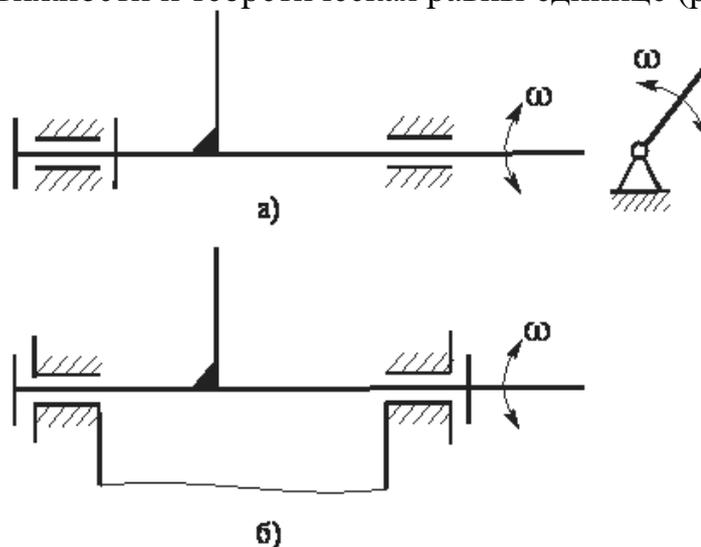


Рис. 1.7

Избыточную (пассивную) подвижность, не влияющую на движение ведомого звена, можно обнаружить у механизма пространственного четырехзвенника, рис. 1.4, для которого степень подвижности по выражению (1.2')

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 0$$

$$W_{np} = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 2.$$

У этого механизма избыточная подвижность обусловлена возможностью вращения звена 2 относительно его продольной оси.

Избыточная подвижность имеется у кулачковых механизмов, у которых толкатель снабжен роликом, вращательное движение которого не влияет на движение этого толкателя.

### 1.1.6 Принципы строения и структурная классификация механизмов

Метод классификации плоских механизмов и принципы их строения были разработаны в начале XX в. русским ученым Л.В. Ассуром. Предложенный им метод позволяет проводить классификацию плоских механизмов, удовлетворяющих формуле Чебышева (1.3). Академик И.И. Артоболевский распространил классификацию Л.В. Ассура на пространственные механизмы. Практическое значение классификации заключалось в том, что она давала возможность устанавливать соответствие степени сложности механизма (его класса) методам его исследования и построения.

Построение механизма по Ассуру состоит в последовательном присоединении к ведущим звеньям и стойке особых кинематических цепей, называемых структурными группами или группами Ассура, без изменения степени подвижности механизма в целом. Группа Ассура – кинематическая цепь с нулевой степенью подвижности относительно тех звеньев, к которым она присоединяется своими элементами и которая не распадается на более простые кинематические цепи с нулевой степенью подвижности.

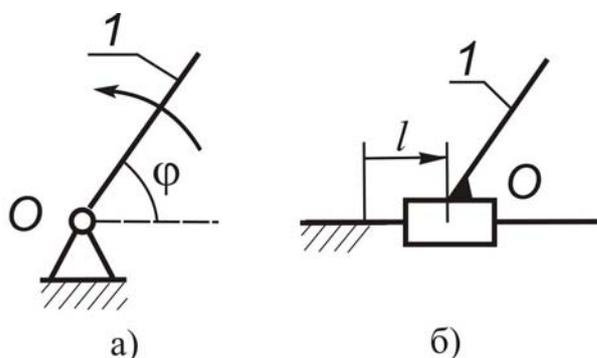


Рис. 1.8

Рассмотрим принцип построения механизмов методом наложения групп Ассура на примере плоского механизма с одной степенью свободы, у которого положение всех звеньев определяется заданием одной обобщенной координаты ( $\varphi$  или  $l$ ). Построение механизма начинается с объединения ведущего звена и стойки.

Рассмотрим принцип построения механизмов методом наложения групп Ассура на примере плоского механизма с одной степенью свободы, у которого положение всех звеньев определяется заданием одной обобщенной координаты ( $\varphi$  или  $l$ ). Построение механизма начинается с объединения ведущего звена и стойки.

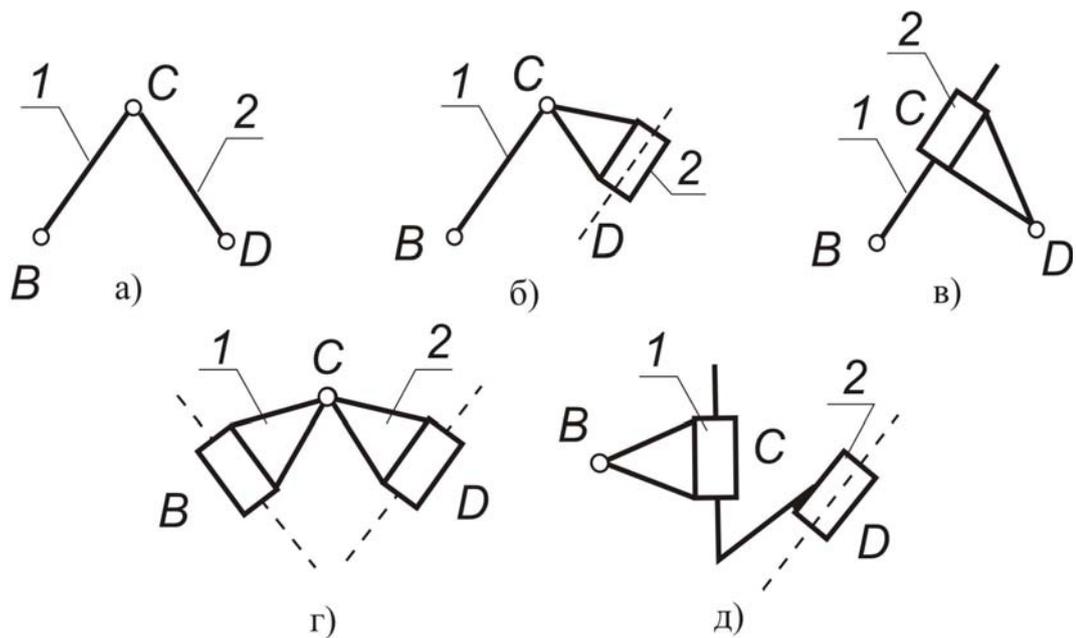


Рис. 1.9

Согласно классификации Ассур-Артоболовского, полученный таким образом механизм называется начальным механизмом 1-го класса (рис. 1.8, а, б). Начальный механизм имеет одну степень подвижности. Более сложные механизмы образуются присоединением к начальному механизму групп Ассур. Если группы Ассур имеют лишь кинематические пары 5-го класса, то, используя формулу (1.3), при  $W_{ep} = 0$  находим  $3n_{ep} - 2P_{5ep} = 0$ . Отсюда

$$P_{5ep} = \frac{3n_{ep}}{2} \quad \text{или} \quad n_{ep} = \frac{2P_{5ep}}{3}.$$

Таким образом, число звеньев в группе  $n$  должно быть четным, а количество кинематических пар  $P_{5ep}$  – числом, кратным трем. Возможные сочетания количества звеньев и кинематических пар ( $n_{ep} = 2, 4, 6, \dots$ ;  $P_{5ep} = 3, 6, 9, \dots$ ) дают возможность получать различные по сложности строения структурные группы. Простейшая из них имеет  $n_{ep} = 2$ ;  $P_{5ep} = 3$  и называется двухповодковой группой (по числу звеньев – поводков) (рис. 1.9). Если один крайний элемент такой группы (элемент В на рис. 1.9, а) присоединить к ведущему звену 1, а другой, крайний элемент  $D$  – к стойке 2, то образуется механизм, называемый плоским шарнирным четырехзвенником (см. рис. 1.1).

Группы Ассур имеют внутренние и внешние кинематические пары. Внутренние пары соединяют между собой звенья группы, а внешними парами группа присоединяется к остальной кинематической цепи.

Число внешних кинематических пар определяет порядок группы Ассур. Например, упоминавшаяся выше двухповодковая группа называется группой Ассур второго порядка.

Структурные группы, у которых  $n_{cp} = 2$ ;  $P_{5cp} = 3$ , в зависимости от количества вращательных и поступательных кинематических пар и по-

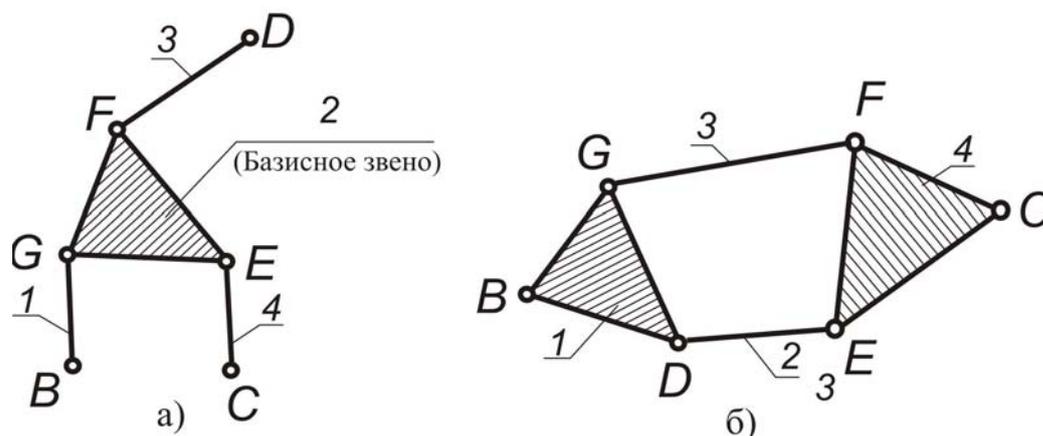


Рис. 1.10

следовательности их расположения могут быть пяти различных видов (рис. 1.9, а–д). Четырехзвенные структурные группы, имеющие  $n_{cp} = 4$ ;  $P_{5cp} = 6$ , могут быть трехповодковыми третьего порядка (рис. 1.10, а) и четырехзвенными второго порядка с подвижным четырехсторонним контуром (рис. 1.10, б). Отличительная; особенность трехповодковой группы – наличие внутреннего базисного звена, входящего в три кинематические пары. Различные виды двух последних групп Ассур можно также получить путем замены вращательных кинематических пар поступательными. Структурные группы с числом звеньев более четырех встречаются в механизмах крайне редко.

И. И. Артоболевский расширил и модифицировал классификацию Л.В.Ассур. По классификации И. И. Артоболевского двухповодковая структурная группа условно относится к группам 2-го класса и имеет второй порядок. Класс группы выше второго определяется числом кинематических пар, входящих в замкнутый контур, который образован внутренними кинематическими парами. Поэтому трехповодковая группа, имеющая три внутренние кинематические пары и базисное звено (см. рис. 1.10, а), относится к 3-му классу и имеет третий порядок (по числу внешних кинематических пар). Четырехзвенная группа, имеющая четыре внутренние и две внешние кинематические пары (см. рис. 1.10, б), относится к 4-му классу и имеет второй порядок.

Структурный анализ механизмов (исследование структуры механизмов) предполагает:

- определение количества звеньев механизма, числа и класса его кинематических пар;
- определение степени подвижности механизма;
- разделение механизма на начальные механизмы и структурные группы;
- определение класса и порядка структурных групп.

Результатов структурного анализа является определение класса всего механизма, который соответствует наивысшему классу группы Ассура, входящей в состав механизма. Определение класса механизма, согласно классификации Ассура-Артоболевского, возможна, если в результате предварительного структурного анализа установлено выполнение следующих условий:

- степень подвижности механизма соответствует количеству ведущих звеньев;
- ведущие звенья входят в кинематические пары со стойкой;
- в механизме имеются только кинематические пары 5-го класса.

При наличии в плоском механизме кинематических пар 4-го класса структурный анализ проводится на заменяющем механизме.

Рекомендуется следующая последовательность отделений структурных групп из кинематической цепи механизма. Отделение групп начинается со звеньев, наиболее удаленных от ведущего звена. В первую очередь отделяются группы Ассура наиболее низкого класса. Следует иметь в виду, что после отделения каждой группы степень подвижности механизма должна оставаться неизменной, а каждое звено и кинематическая пара могут входить только в одну структурную группу. Разделение кинематической цепи механизма на группы Ассура ведется до тех пор, пока не останутся только начальные механизмы (ведущие звенья и стойка).

Поясним структурный анализ и классификацию механизмов по Ассуру-Артоболевскому на примере механизма, показанного на рис. 1.11. Механизм имеет пять подвижных звеньев ( $n = 5$ ) и семь кинемати-

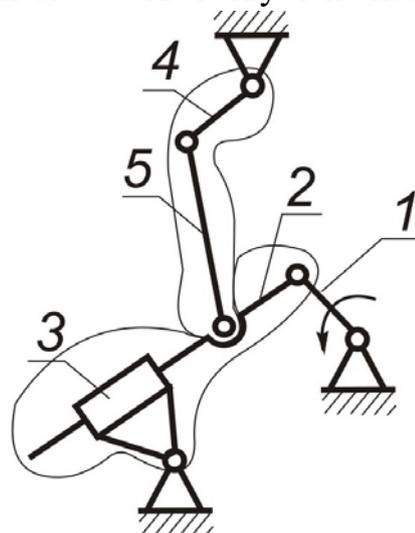


Рис. 1.11

ческих пар 5-го класса ( $P_5 = 7$ ). По формуле (1.3) определяем степень подвижности механизма

$$W = 3n - 2P_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Ведущее звено 1 со стойкой 6 образуют механизм 1-го класса. Ведомую кинематическую цепь можно разделить на две группы Ассур 2-го класса (выделены на рис. 1.11 контурными линиями), начиная с группы, которая состоит из звеньев 4, 5.

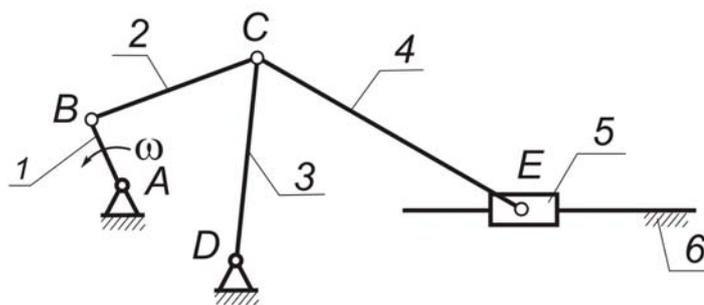


Рис. 1.12

Так как механизм имеет в своем составе только группы Ассур 2-го класса, то его следует отнести к механизмам 2-го класса.

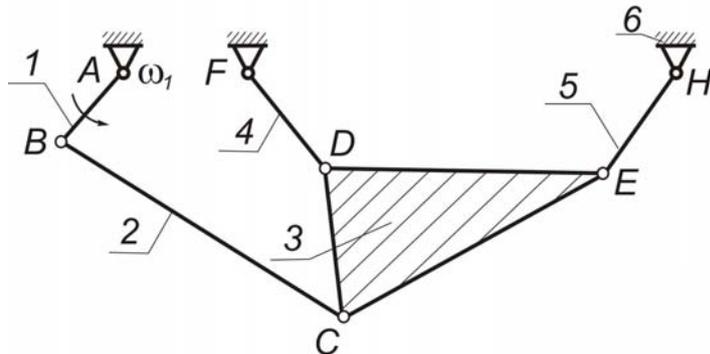


Рис. 1.13

Кроме двух-, трех- и четырехзвенных механизмов с неподвижными кинематическими парами (парами 5-го класса) ис-

пользуются рычажные механизмы с большим числом звеньев (для реализации специальных законов движения ведомых звеньев). Так шестизвенный двухкривошипно-ползунный механизм (рис. 1.14) применяется в касающихся конвейерах. В таких конвейерах желоб с сыпучим материалом должен перемещаться с меньшей скоростью в направлении перемещения сыпучего материала и с большей скоростью в обратном (чтобы желоб уходил в этом направлении без груза).

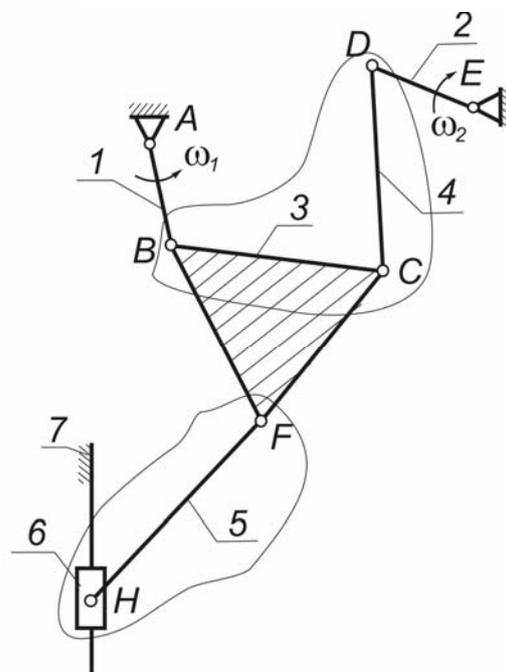


Рис. 1.14

Шестизвенный кривошейно-двухкоромысловый механизм (рис. 1.13) часто встречается в механизмах грохота или сита. Вращение кривошипа 1 посредством шатуна приводит в колебательное движение грохот или сито 3, подвешенное на двух коромыслах 4 и 5.

Примером механизма с двумя ведущими кривошипами 1 и 2 (рис. 1.14) может служить механизм кривошипно-рычажного пресса.

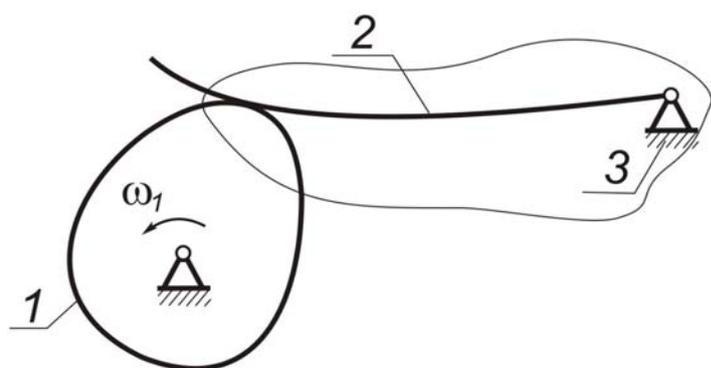


Рис. 1.15

В машинах и приборах используют также и другие механизмы с большим количеством звеньев.

**Группы Ассура с одноподвижными кинематическими (парами 5-го класса) и двухподвижными кинематическими парами (парами**

**4-го класса).**

При степени подвижности группы  $W_{ep} = 0$  структурная формула таких групп для плоских механизмов

$$W_{ep} = 0 = 3n_{ep} - 2p_{1ep} - p_{2ep}, \quad (1.4)$$

где  $n_{ep}$  – число звеньев группы Ассура;

$p_{1ep}$ ,  $p_{2ep}$  – числа одноподвижных и двухподвижных кинематических пар группы Ассура.

Условие (1.4) выполняется при таких значениях входящих в нее величин

$n_{ep}$	1	2	3
$p_{1ep}$	1	2	3
$p_{2ep}$	1	2	3

Однозвенные группы с одной одноподвижной и одной двухподвижной кинематическими парами – это группы, входящие в состав кулачковых механизмов (рис. 1.15) и одноступенчатых зубчатых рядовых механизмов (рис. 1.16). Рядовые зубчатые механизмы – это такие, у которых зубчатые колеса вращаются относительно неподвижных

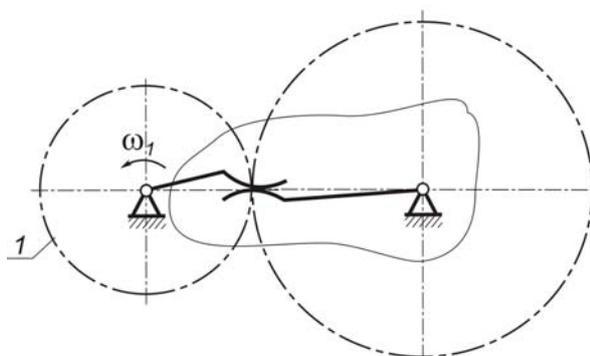


Рис. 1.16

в пространстве осей.

Двухзвенные группы с двумя одноподвижными и двумя двухподвижными (рис. 1.17 и 1.18) кинематическими парами применяются в планетарных зубчатых механизмах. Планетарные зубчатые механизмы – это такие, в которых имеются зубчатые колеса, вращающиеся относительно подвижных в пространстве осей. Такие колеса называются сателлитами.

Принципы построения механизмов по Ассур-Артоблевскому удобно использовать как при структурном анализе, так и при структурном синтезе механизмов. Уже на этапе проектирования машин их закладываемая работоспособность и надежность во многом зависят от того, несколько правильно и рационально выбраны схема построения механизма и его структура.

### 1.1.7 Структурно-конструктивная функциональная классификация механизмов

Все многообразие имеющихся в настоящее время механизмов с учетом названных признаков можно представить в таком виде, который приведен далее.

- 1 Стержневые механизмы
  - 1.1 Двухзвенные
    - 1.1.1 Вращательного движения
    - 1.1.2 Поступательного движения
  - 1.2 Трехзвенные
    - 1.2.1 Вращательно-поступательные (винтовые)
    - 1.2.2 Поступательного движения (клиновые)
  - 1.3 Четырехзвенные
    - 1.3.1 С вращательными кинематическими парами
    - 1.3.2 С вращательными и поступательными кинематическими парами
  - 1.4 Шестизвенные

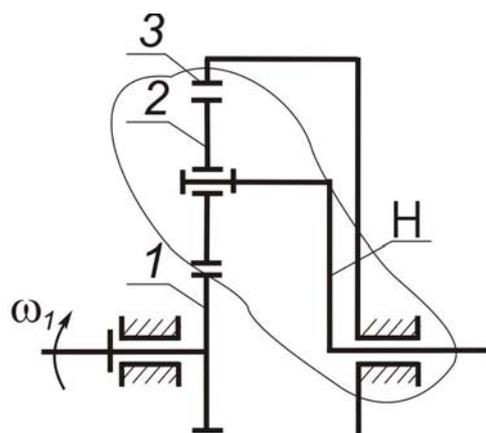


Рис. 1.17

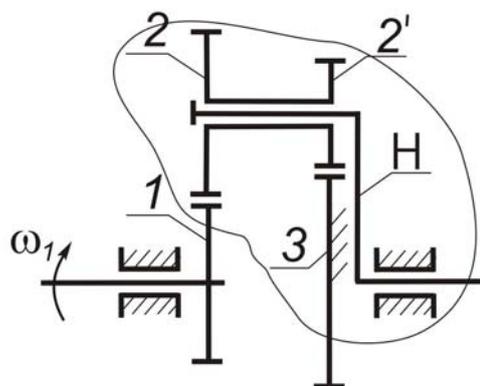


Рис. 1.18

- 1.4.1 С двухзвенными группами Асура
- 1.4.2 С четырехзвенными группами Ассура
- 1.5. Многозвенные
  - 1.5.1. С двухзвенными группами Ассура
  - 1.5.2. С четырехзвенными группами Ассура
  - 1.5.3. С шестизвенными группами Ассура
- 2. Кулачковые (плоские, пространственные, с вращательным и поступательным движением)
- 3. Зубчатые механизмы (плоские, пространственные, рядовые, планетарные, дифференциальные)
- 4. Фрикционные
- 5. Волновые
- 6. Мальтийские

## **1.2 Кинематика механизмов**

### **1.2.1 Задачи и методы кинематического анализа**

Кинематический анализ состоит в определении параметров движения звеньев механизма по заданному движению ведущих звеньев без учета действующих сил.

Основными задачами кинематического анализа являются:

- определение положений звеньев механизма (траекторий отдельных точек);
- определение скоростей точек и угловых скоростей звеньев;
- определение ускорений точек и угловых ускорений звеньев.

При решении задач кинематического анализа должны быть заданы:

- кинематическая схема механизма и размеры его звеньев;
- закон движения ведущего звена в виде зависимости перемещения звена (линейного или углового) или точки на нем от времени или других параметров движения.

В связи с этим кинематическому анализу должно предшествовать исследование структуры механизма, при котором определяется, сколько, какого класса и в какой последовательности соединены структурные группы, образующие механизм. Задачи кинематического анализа могут быть решены графическими или аналитическими методами. Выбор метода определяется назначением расчета и требуемой точностью решения.

Графические методы основаны на геометрическом построении траектории движения отдельных точек звеньев механизма, их скоростей и

ускорений. Получаемые результаты дают наглядную картину движения звеньев механизма и его точек. Однако для этих методов характерны трудоемкие построения и малая точность. Графическими методами нельзя получить общее решение, так как необходимые построения выполняются для каждого конкретного положения механизма.

Аналитические методы основаны на использовании математических подходов (методов аналитической геометрии, тензорно-матричных операций, векторного анализа и др.). Они обеспечивают высокую точность вычисления искомых параметров для каждого момента времени работы механизма. Однако в ряде случаев из-за сложности математических преобразований утрачивается наглядность картины изменения исследуемых характеристик. В настоящее время преимущественно применяют аналитические методы. Тем не менее для предварительной оценки кинематических характеристик механизма и контроля аналитических вычислений используют графические методы решения – построение планов положений механизма, планов скоростей и ускорений точек звеньев механизма.

### 1.2.2 Кинематический анализ механизмов графическим методом

Решение задач о положениях, скоростях и ускорениях графическим методом поясним на примере кинематического анализа механизма плоского шарнирного четырехзвенника (рис. 1.19, а). Механизм имеет одну степень подвижности и состоит из ведущего звена 1 (кривошипа) и стойки 4, к которым присоединена одна группа Ассур 2-го класса, составленная из звеньев 2 (шатуна) и 3 (коромысла). За обобщенную координату принят угол поворота  $\varphi_1$ .

*Определение положений (траекторий точек звеньев).* Решить задачу о положениях (построить план положений) значит графически изобразить кинематическую схему механизма для заданного значения координаты  $\varphi_1$ . Для построения схемы механизма выберем масштаб построений (м/мм):

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB},$$

где  $l_{AB}$  – длина звена 1, м; АВ – отрезок, изображающий звено 1 на чертеже, мм. Величины  $\mu_l$  целесообразно принимать по стандарту ЕСКД для выполнения чертежей деталей узлов машин.

Длины отрезков на чертеже, изображающих звенья механизма, представим в виде

$$BC = \frac{l_{BC}}{\mu_1}, CD = \frac{l_{CD}}{\mu_1}, AD = \frac{l_{AD}}{\mu_1}, BE = \frac{l_{BE}}{\mu_1}, EC = \frac{l_{EC}}{\mu_1}$$

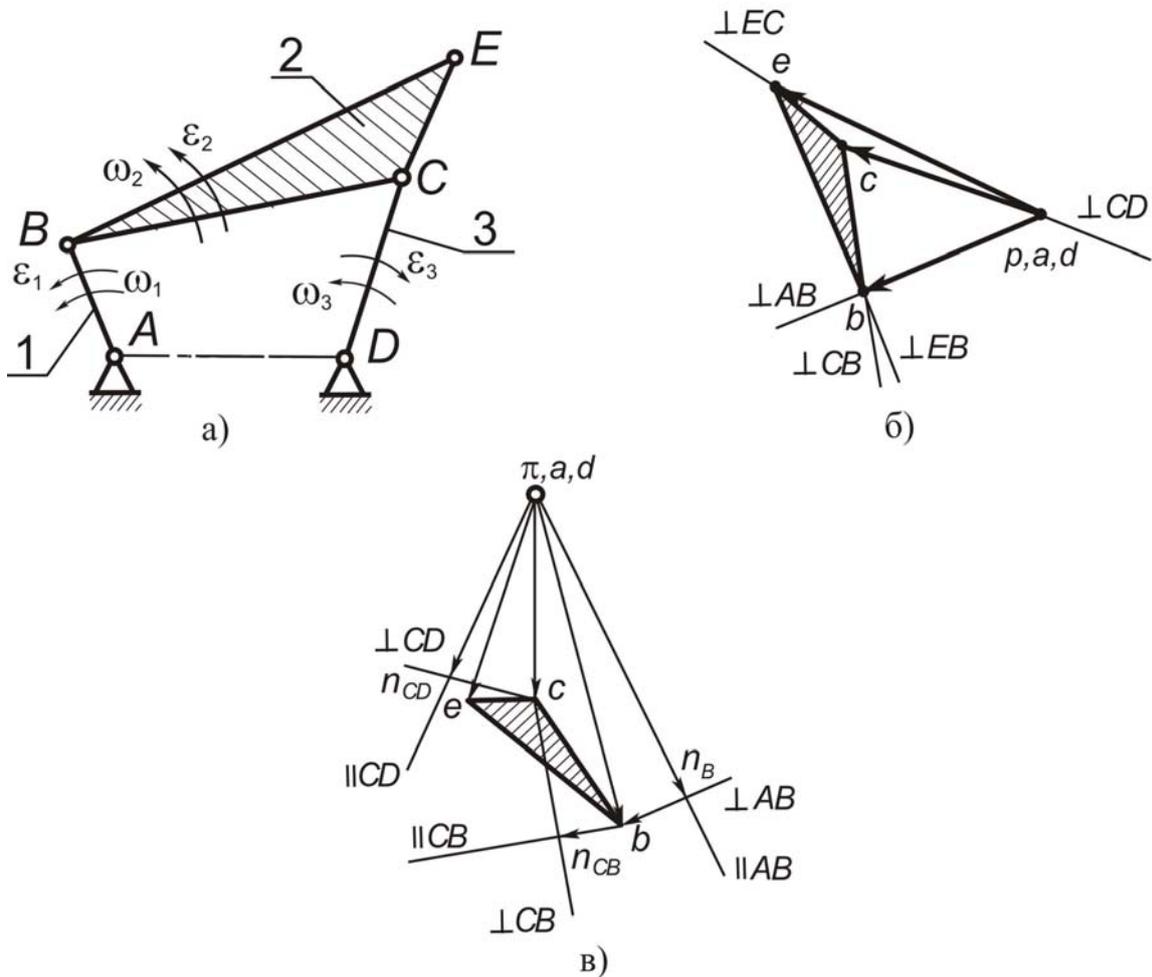


Рис. 1.19

Вычислив длины отрезков, простым геометрическим построением получим план положения механизма для данного значения угла  $\varphi_1$  (рис. 1.19, а). Построив планы положений механизма для  $n$ -го количества значений угла  $\varphi_1$  получим траектории движения точек звеньев механизма.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ** (рис. 1.19, б). Данную задачу решают методом построения плана скоростей. Планом скоростей (ускорений) называется фигура, составленная из векторов абсолютных скоростей (ускорений) точек звеньев, выходящих из одной точки  $p$  ( $\pi$  для плана ускорений), называемой полюсом плана скоростей (ускорений), и векторов относительных скоростей (ускорений), соединяющих концы векторов абсолютных скоростей (ускорений).

Сначала для заданного положения механизма (задано значение угла  $\varphi_1$ ) с известными размерами его звеньев строится план положений. При заданной угловой скорости ведущего звена  $\omega_1$  требуется определить угловые скорости  $\omega_2, \omega_3$  звеньев 2, 3, а также скорости характерных точек В, С и Е звеньев механизма (см. рис. 1.19, а).

Скорость точки В ведущего звена  $v_B$  (м/с) и масштабный коэффициент  $\mu_v$  (мс<sup>-1</sup>/мм) определяются выражениями:

$$v_B = \omega_1 l_{AB}; \mu_v = \frac{v_B}{(pb)}.$$

Здесь  $(pb)$  – длина отрезка, изображающего скорость  $v_B$  на плане скоростей (выбирается максимально возможным для имеющегося места построения плана скоростей (ускорений) и таким, чтобы масштабный коэффициент  $\mu_v$  ( $\mu_a$ ) выражался одной цифрой (см. масштабы ЕСКД для чертежей деталей и сборочных единиц) или двумя цифрами.

Для построения плана скоростей составляется два векторных уравнения скоростей на каждую группу Ассур 2-го класса, начиная с первой группы, присоединенной к ведущему звену. Скорости точек, принадлежащих внешним кинематическим парам группы, известны:  $v_A = 0, v_B = \omega_1 l_{AB}, v_D = 0$ . Искомой является скорость точки С, которая принадлежит внутренней кинематической паре группы и, следовательно, звеньям 2 и 3 одновременно.

Первое векторное уравнение скоростей запишем, рассмотрев движение звена 2. Шатун 2 совершает плоскопараллельное движение, поэтому абсолютную скорость точки С можно представить суммой скоростей переносного и относительного движений. Переносным движением является поступательное движение звена 2 со скоростью точки В, а относительным – вращательное движение этого звена вокруг точки В. Используя теорему сложения скоростей, имеем

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB} \quad (1.5)$$

где  $\vec{v}_{CB}$  – вектор скорости точки С во вращательном движении звена 2 относительно точки В.

По аналогии составим второе векторное уравнение скоростей движения звена 3:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_{CD} \quad (1.6)$$

где  $\vec{v}_{CD}$  – вектор скорости точки С во вращательном движении звена 3 относительно неподвижной точки D.

Решая графически уравнения (1.5) и (1.6) находим абсолютную  $\vec{v}_C$ ,  $\vec{v}_D$  и относительную  $\vec{v}_{CD}$  скорости токи С. Результат графического решения этих уравнений векторные треугольники скоростей – план скоростей.

Построение плана скоростей начинаем с выбора полюса: на плоскости чертежа отмечаем произвольную точку  $p$  (рис. 1.19, б). Из полюса  $p$  откладываем отрезок  $(pb)$ . Рекомендуемой выше длины, направленный перпендикулярно звену АВ в сторону, соответствующую направлению вращения звена АВ. Затем из точки  $b$  проводим линию действия вектора  $\vec{v}_{CB}$ , перпендикулярную звену СВ, и выполняем построение векторного треугольника, соответствующего уравнению (1.6). Так как  $\vec{v}_D = 0$ , конец вектора  $\vec{v}_D$  (точка  $d$  на плане скоростей) совпадает с полюсом  $p$ . Из точки  $d$  проводим линию действия вектора  $\vec{v}_{CD}$ , направленную перпендикулярно звену CD. Пересечение построенных линий (точка  $c$ ) определяет положение конца вектора скорости  $\vec{v}_C$ . Вектор скорости  $\vec{v}_{CB}$  изображается на плане скоростей отрезком  $(cb)$ .

При определении направлений векторов на плане скоростей руководствуемся следующими правилами. Вектор абсолютной скорости всегда направлен из полюса; вектор относительной скорости – к точке плана, соответствующей первой букве индекса в обозначении этой скорости. Таким образом, стрелку вектора  $\vec{v}_{CB}$  на плане скоростей направляем из точки  $b$  в точку  $c$ . Вектор  $\vec{v}_{CD} = \vec{v}_C$ , изображаемый отрезком  $(cd) = (cp)$ , также направлен в точку  $c$  плана.

Учитывая, что точка А звена АВ неподвижна, соответствующую точку  $a$  на плане совмещаем с полюсом  $p$ . На этом заканчивается построение плана скоростей механизма. Значения искомых скоростей  $\vec{v}_{CB}$  и  $\vec{v}_{CD}$  находятся путем замера длин отрезков  $(cb)$  и  $(cd)$ :

$$v_{CB} = \mu_v(cb); v_{CD} = v_C = \mu_v(cd).$$

При определении угловых скоростей звеньев механизма используем полученные выше результаты. Модуль угловой скорости вращения шатуна (звена 2) подсчитываем по формуле

$$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{l_{CB}}.$$

Для определения направления вращения шатуна со скоростью  $\omega_2$  перенесем вектор  $\vec{v}_{CB}$  параллельно самому себе из плана скоростей в точку С механизма. Направление вектора  $\vec{v}_{CB}$  показывает, что вращение шатуна будет направлено против хода часовой стрелки.

Аналогичные операции проводим при определении угловой скорости вращения звена 3:

$$\omega_3 = \frac{v_{CD}}{l_{CD}}.$$

Параллельный перенос вектора  $\vec{v}_{CD}$  в точку  $C$  механизма позволяет установить, что вращение звена 3 с угловой скоростью  $\omega_3$  направлено, как и вращение шатуна 2, против хода часовой стрелки. На схеме механизма, изображенной на рис. 1.19, а, направления вращения звеньев указаны круговыми стрелками.

После построения плана скоростей и определения угловых скоростей звеньев механизма появляется возможность определения скорости любой точки механизма. Допустим, требуется найти скорость точки  $E$  шатуна 2 (рис. 1.19, а). Составляем два векторных уравнения, аналогичных уравнениям (1.5) и (1.6):

$$\vec{v}_E = \vec{v}_B + \vec{v}_{EB}; \quad (1.7)$$

$$\vec{v}_E = \vec{v}_C + \vec{v}_{EC}. \quad (1.8)$$

Направление векторов  $\vec{v}_{EB}$  и  $\vec{v}_{EC}$ :

$$\vec{v}_{EB} \perp BE; \vec{v}_{EC} \perp CE.$$

Теперь можно определить абсолютную скорость  $\vec{v}_E$ , построив план скоростей. Из точки  $b$  плана проводим линию, перпендикулярную  $BE$ , а из точки  $c$  – линию, перпендикулярную  $CE$ . Точка  $e$  пересечений этих линий определяет положение конца вектора  $\vec{v}_E$ . Соединив точку  $e$  с полюсом  $p$ , получим отрезок  $(pe)$ , с помощью которого вычисляем значение скорости

$$v_E = \mu_v (pe).$$

Обратим внимание на следующее свойство плана скоростей. Стороны  $\Delta bec$  плана скоростей и  $\Delta BEC$  плана положений механизма взаимно перпендикулярны и, следовательно, эти треугольники подобны. Вершины треугольников сходственно расположены, т.е. обход контуров  $(bec)$  и  $(BEC)$  происходит в одном направлении, в данном случае по ходу часовой стрелки. Это свойство справедливо как для плана скоростей, так и для плана ускорений любых точек одного и того же звена механизма. Оно формулируется в виде теоремы подобия: отрезки прямых, соединяющих концы векторов абсолютных скоростей (или ускорений) точек одного и того же звена на плане скоростей (или ускорений), и отрезки прямых, соединяющих соответствующие точки самого звена на

плане положений механизма, образуют подобные и сходственно расположенные фигуры.

С помощью этой теоремы можно найти скорость (или ускорение) любой точки звена путем построения подобных и сходственно расположенных фигур по известным скоростям двух точек этого звена.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЙ** (рис. 1.19, в). Для определения ускорений точек звеньев механизма построим план ускорений. Построения проведем на примере того же шарнирного четырехзвенника при заданном значении обобщенной координаты  $\varphi_1$ . Считаются известными угловая скорость  $\omega_1$  и угловое ускорение  $\varepsilon_1$  ведущего звена.

Как известно, ускорение любой точки звена, которое совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси, можно представить суммой:

$$\vec{a} = \vec{a}^\tau + \vec{a}^n, \quad (1.9)$$

где  $\vec{a}^\tau$ ,  $\vec{a}^n$  – соответственно касательная (тангенциальная) и нормальная составляющие ускорения  $\vec{a}$ .

Ведущее звено (кривошип) четырехзвенника вращается вокруг точки А. Поэтому ускорение точки В

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^\tau + \vec{a}_B^n, \quad (1.10)$$

где  $\vec{a}_B^\tau = \varepsilon_1 l_{AB}$ ,  $\vec{a}_B^n = \omega_1^2 l_{AB}$ .

Нормальная составляющая  $\vec{a}_B^n$  ускорения точки В направлена к центру вращения (к точке А) параллельно АВ. Касательная, составляющая  $\vec{a}_B^\tau$  направлена перпендикулярно АВ в сторону, совпадающую с направлением ускорения  $\varepsilon_1$ .

На плане ускорений конец вектора нормальной составляющей ускорения точки обозначим буквой с соответствующим точке индексом:

$n_B$  – конец вектора  $\vec{a}_B^n$  на плане ускорений;  $n_{BC}$  – конец вектора  $\vec{a}_{CB}^n$ .

Зададимся отрезком ( $\pi n_B$ ), изображающим нормальную составляющую ускорения точки В, и определим масштабный коэффициент

плана ускорений (в  $\text{м}\cdot\text{с}^{-2}/\text{мм}$ , смотри рекомендации по величинам отрезков на плане скоростей (ускорений) на с. 20).

$$\mu_a = \frac{a_B^n}{\pi m_B}.$$

По аналогии с задачей о скоростях составим два векторных уравнения для ускорения точки С, принадлежащей звеньям 2 и 3:

$$\begin{aligned} \vec{a}_C &= \vec{a}_B^\tau + \vec{a}_B^n + \vec{a}_{CB}^\tau + \vec{a}_{CB}^n, \\ \vec{a}_C &= \vec{a}_D + \vec{a}_{CD}^\tau + \vec{a}_{CD}^n. \end{aligned} \quad (1.11)$$

В (1.11)  $\vec{a}_D = 0$ , а ускорения  $\vec{a}_B^\tau$  и  $\vec{a}_B^n$  уже определены по величине и направлению. Значения  $\vec{a}_{CB}^n$  и  $\vec{a}_{CD}^n$  вычисляем по формулам

$\vec{a}_{CB}^n = \omega_2^2 l_{CB}$ ,  $\vec{a}_{CD}^n = \omega_{32}^2 l_{CD}$ ; отрезки, которые изображают эти ускорения на плане ускорений (рис. 1.19, в) – по формулам  $(bn_{CB}) = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a}$ ,

$$(\pi n_{CB}) = \frac{a_{CD}^n}{\mu_a}.$$

Построение плана ускорений продолжаем непосредственно по уравнениям (1.11). От произвольной точки  $\pi$  (полюса) откладываем отрезок  $\pi m_B$  параллельно АВ в направлении от В к А. Из точки  $n_B$  проводим отрезок  $(n_B b)$ , изображающий ускорение  $\vec{a}_B^\tau$ . Соединив точку  $b$  с полюсом  $\pi$ , получим отрезок  $(\pi b)$ , изображающий ускорение  $\vec{a}_B^n$ . Стрелки, указывающие направление полученных векторов, расставляются согласно правилу векторного суммирования.

Для завершения графического решения уравнений (1.11) из точки  $b$  откладываем отрезок  $(bn_{CB})$  параллельно шатуну 2 в направлении от точки С к точке В, а из точки  $n_{CB}$  перпендикулярно шатуну проводим линию действия вектора ускорения  $\vec{a}_{CB}^\tau$ .

При построении плана ускорений, учтем, что ускорение точки D  $\vec{a}_D = 0$  и следовательно точка  $d$  плана ускорений совпадает с полюсом  $\pi$ . Из точки  $d$  нанесем параллельно CD отрезок  $(\pi n_{CD})$ , изображающий вектор нормального (центростремительного) ускорения точки С относи-

тельно точки D  $\vec{a}_{CD}^n$ , направленного к точке D. Из точки  $n_{CD}$  перпендикулярно CD проведем линию действия вектора тангенциального (касательного) ускорения  $\vec{a}_{CD}^\tau$ . Пересечение линий действия ускорений  $\vec{a}_{CD}^\tau$  и  $\vec{a}_{CB}^\tau$  определяет точку  $c$  – конец вектора искомого ускорения  $\vec{a}_C$ . Соединив точку  $c$  и полюс  $\pi$  и замерив длину отрезка ( $\pi c$ ), получим общее ускорение точки C. Закончив построение плана ускорений, найдем неизвестные ускорения  $a_C = \mu_a(\pi c)$ ;  $a_{CB}^\tau = \mu_a(n_{CB} c)$ ;  $a_{CD}^\tau = \mu_a(n_{CD} c)$ , а затем угловые ускорения звеньев:  $\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{l_{CB}}$ ;  $\varepsilon_3 = \frac{a_{CD}^\tau}{l_{CD}}$ .

Направления ускорений  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$ , условно показанные на рис. 1.19, а,

круговыми стрелками, определяют векторы  $\vec{a}_{CD}^\tau$  и  $\vec{a}_{CB}^\tau$ , перенесенные с плана ускорений в точку C механизма.

Для нахождения ускорения  $\vec{a}_E$  точки E шатуна используем свойство подобия плана ускорений. На отрезке ( $bc$ ) плана ускорений строим  $\Delta bce$ , подобной  $\Delta BCE$  плана положений и сходственно с ним расположенный (порядок расположения букв на плане ускорений и на механизме на любом направлении их прочтения). Полученную точку  $e$  соединим с полюсом  $\pi$ . Тогда  $\vec{a}_E = \mu_a(\pi e)$ .

Аналогичными построениями определяется ускорение любой другой точки механизма. Таким образом, на основании изложенного выше видим, что планы скоростей (ускорений) – это результат решения графическим путем векторных уравнений, определяющих скорости (ускорения) соответствующих точек звеньев механизмов.

## 1.3 Динамический анализ механизмов

### 1.3.1 Цели и задачи динамического анализа

Динамический анализ – это раздел теории механизмов и машин, в котором изучается движение звеньев механизма под действием заданной системы сил. Основная цель динамического анализа заключается в установлении общих зависимостей между силами (моментами сил), действующими на звенья механизма, и кинематическими параметрами

механизма с учетом масс (моментов инерции) его звеньев. Эти зависимости определяются из уравнений движения механизма.

При всем разнообразии задач динамического анализа их разделяют на два основных типа: в задачах первого типа определяют, под действием каких сил происходит заданное движение механизма (первая задача динамики); в задачах второго типа по заданной системе сил, действующей на звенья механизма, находят их кинематические параметры (вторая задача динамики).

Закон движения механизма в аналитической форме задается в виде зависимостей его обобщенных координат от времени. Наиболее просто задачи динамики решают для механизмов с жесткими звеньями и одной степенью свободы с помощью классических методов теории механизмов и машин. Однако современная техническая практика требует решения более сложных задач, в которых исследуется динамика быстроходных машин и механизмов с учетом упругих свойств материалов их звеньев, наличия зазоров в их кинематических цепях и других факторов. В подобных случаях решаются задачи динамики механических систем с несколькими степенями свободы (или с бесконечным числом степеней свободы) с привлечением сложного математического аппарата многомерных систем обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных или интегродифференциальных уравнений.

### **1.3.2 Силы, действующие на звенья механизма, и их классификация**

Действующие на звенья механизма силы можно разделить на следующие группы.

Движущие силы  $F_d$  (или пары сил с моментом  $M_d$ ) – это силы, элементарная работа которых на возможных перемещениях точек их приложения положительна. Движущие силы прикладываются к ведущим звеньям со стороны двигателей. Они предназначены для приведения машин в движение, преодоления сил сопротивления и осуществления заданного технологического процесса. В качестве приводных двигателей применяют двигатели внутреннего сгорания, электрические, гидравлические, пневматические и др.

Силы сопротивления  $F_c$  (или пары сил сопротивления с моментом  $M_c$ ) – это силы, элементарная работа которых на возможных перемещениях точек их приложения отрицательна. Они разделяются на силы производственных сопротивлений ( $F_{n.c.}$ ,  $M_{n.c.}$ ), для преодоления которых предназначен данный механизм, и силы вредных сопротивлений

( $F_{в.с.}$ ,  $M_{в.с.}$ ), вызывающие непроизводительные затраты энергии движущих сил.

Силы производственных сопротивлений обусловлены технологическими процессами, поэтому их называют силами технологических сопротивлений. Обычно они приложены к выходным звеньям исполнительных машин. Силы вредного сопротивления – это в основном силы трения в кинематических парах и силы сопротивления среды. Понятие «вредные силы» является условным, так как в ряде случаев они обеспечивают работоспособность механизма (например, движение катка обеспечивают силы сцепления с дорожным полотном).

Силы веса звеньев  $F_g$ , в зависимости от направления их действия относительно направления движущих сил, могут быть полезными (или вредными), когда они способствуют (или препятствуют) движению механизма.

Силы инерции  $F_i$  или моменты сил инерции  $M_i$ , возникающие при изменении скорости движения звеньев, могут быть как движущимися силами, так и силами сопротивления, в зависимости от направления движения звеньев.

В общем случае силы движущие и силы сопротивления являются функциями кинематических параметров (времени, координат, скорости, ускорения точки приложения силы). Эти функции для конкретных двигателей и рабочих машин называют их механическими характеристиками, которые задаются в аналитической форме или графически.

На рис. 1.20 показаны механические характеристики  $M_d = M_d(\omega)$  электродвигателей различных типов.

Механическая характеристика электродвигателя постоянного тока с параллельным возбуждением (обмотка возбуждения двигателя включена параллельно обмотке якоря) имеет вид линейного монотонно

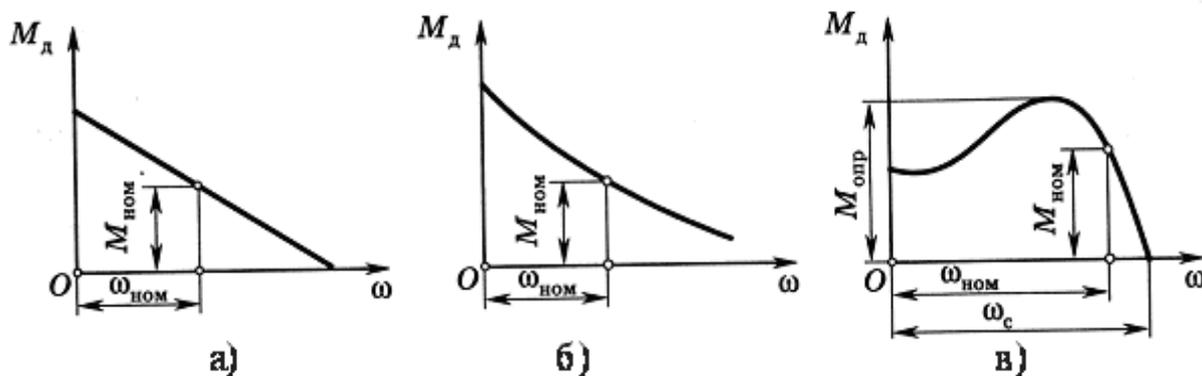


Рис. 1.20

убывающей зависимости момента  $M_d$  от угловой скорости вращения вала  $\omega$  (рис. 1.20, а). Двигатель с такой механической характеристикой устойчиво работает на всем диапазоне угловых скоростей  $\omega$ .

Механическая характеристика электродвигателя постоянного тока с последовательным возбуждением (обмотка возбуждения включена последовательно с обмоткой якоря) представляется нелинейной зависимостью  $M_d = M_d(\omega)$ , изображенной на рис. 1.20, б.

Механическая характеристика асинхронного электродвигателя постоянного тока (рис. 1.20, в) описывается более сложной зависимостью. Характеристика имеет восходящую и нисходящую части. Областью устойчивой работы электродвигателя является нисходящая часть характеристики. Если момент сопротивления  $M_c$  становится больше максимального момента движущих сил  $M_d$ , двигатель останавливается. Такой момент называется опрокидывающим моментом  $M_{опр.}$ . Угловая скорость  $\omega = \omega_{ном}$ , при котором двигатель развивает максимальную мощность, называется номинальной угловой скоростью, а соответствующий ей момент  $M_d = M_{ном}$  – номинальным моментом. Угловая скорость  $\omega = \omega_c$ , при которой  $M_d = 0$ , называется синхронной угловой скоростью.

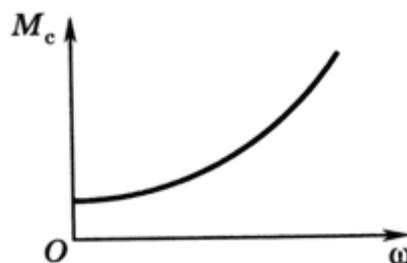


Рис. 1.21

Механические характеристики рабочих машин чаще представляют собой восходящие кривые (рис. 1.21). Такой вид имеют характеристики компрессоров, центробежных насосов и др.

### 1.3.3 Трение в механизмах. Общие сведения о трении в механизмах

Трением называют явление сопротивления относительно перемещению соприкасающихся тел, возникающее в месте соприкосновения их поверхностей. Трение сопровождается диссипацией (рассеиванием) энергии. Различают трение покоя (статическое трение) и трение движения (кинетическое трение).

Если взаимодействие соприкасающихся тел происходит при наличии микроскопических смещений, обусловленных упругими и пластическими деформациями до перехода к относительно движению, то сопротивление такому смещению называют трением покоя. Сопротивление относительно перемещению соприкасающихся тел при их от-

носителем движения называют трением движения. По виду относительного движения соприкасающихся тел трение движения разделяют на трение скольжения и трение качения. Трение скольжения возникает при относительном поступательном движении соприкасающихся тел, а трение качения – при их относительном качении.

**Трение скольжения.** В зависимости от состояния взаимодействующих тел трение скольжения может быть:

- чистым (ювенильным), при котором на трущихся поверхностях полностью отсутствуют посторонние примеси;
- сухим, т. е. трением несмазанных поверхностей, покрытых пленками оксидов и адсорбированными молекулами газов или жидкостей;
- граничным, при котором между трущимися поверхностями существует тонкий слой смазочного материала (порядка 0,1 мк и менее);
- жидкостным, при котором поверхности трущихся тел полностью отделены слоем смазки.

Сила трения. Количественной мерой интенсивности каждого из перечисленных явлений является сила трения – *сила сопротивления, возникающая при относительном перемещении одного тела по поверхности другого под действием внешней силы*. Вектор силы трения лежит в плоскости, касательной к поверхности трущихся тел в зоне их контакта, и направлен в сторону, противоположную направлению относительного движения.

Сила трения покоя зависит от внешних сил, приложенных к трущимся телам. Наибольшего значения, называемого предельной или полной силой трения, она достигает в мгновение, предшествующее началу скольжения. Превышение предельной силы трения ведет к нарушению состояния покоя и вызывает скольжение трущихся поверхностей.

Сила трения скольжения направлена вдоль вектора относительной скорости скольжения в противоположную от скорости сторону и по величине, как правило, несколько меньше силы трения покоя. При наличии смазочного материала сила трения скольжения при прочих равных условиях достигает наименьшего значения. При отсутствии смазочного материала она возрастает: скольжение поверхностей сопровождается процессами механического зацепления отдельных выступов трущихся поверхностей, их деформации, возникновения сил молекулярного взаимодействия, на преодоление которых затрачивается энергия движущих сил.

В технических расчетах применяют приближенные формулы, определяющие предельную силу трения покоя  $F_{т.о}$  и силу трения скольжения  $F_{т}$ :

$$F_{т.о} = f_0 F_n; \quad F_{т} = f F_n \quad (1.12)$$

где  $f_0, f$  – коэффициенты трения соответственно покоя и скольжения;  $F_n$  – сила нормального давления на поверхности трения.

На значения коэффициентов  $f_0$  и  $f$  влияют такие факторы, как вид материалов трущихся тел, качество соприкасающихся поверхностей, наличие на этих поверхностях пленок оксидов, скорость скольжения тел, жесткость и упругость соприкасающихся тел, температурный режим и др. Большинство подобных факторов учитывается экспериментальным путем с учетом реальных условий работы каждого механизма в отдельности. Однако в приближенных расчетах силы трения можно вычислять по формулам (1.12) в предположении, что коэффициенты трения постоянны. Приведем приближенные значения коэффициентов трения для некоторых пар материалов (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Материалы	Сухое трение		Трение со смазкой	
	$f_0$	$f$	$f_0$	$f$
Сталь по стали	0,3	0,25	0,1...0,2	0,05...0,15
Сталь по бронзе	0,2	0,18	0,1...0,15	0,05...0,1

При граничном трении зависимость коэффициента трения скольжения  $f$  от скорости скольжения трущихся тел  $v$  часто представляется эмпирической формулой

$$f = f_0 + f_1 + f_2 v^2 + f_3 v^3,$$

где  $f_1, f_2, f_3$  – экспериментальные коэффициенты, которые могут быть положительными и отрицательными.

При жидкостном трении, когда трущиеся поверхности тел полностью разделены слоем смазки, сила трения оказывается значительно меньше, чем при сухом или граничном трении. Ее величина подсчитывается по формуле Ньютона

$$F_{т} = \mu A \frac{du}{dy},$$

где  $F_{т}$  – сила сдвига, которую требуется приложить к слою жидкости площадью  $A$  для того, чтобы этот слой двигался относительно соседнего слоя, расположенного на расстоянии  $dy$ , со скоростью  $du$ ;  $\mu$  – коэффициент, называемый динамической вязкостью, нс/м<sup>2</sup>.

Если градиент скорости  $\frac{du}{dy}$  приближенно принять равным  $\frac{v}{h}$ , где  $v$  – относительная скорость скольжения трущихся поверхностей, а  $h$  – величина зазора между ними, то вместо формулы Ньютона можно использовать формулу

$$F_{\tau} = \mu A \frac{v}{h} \text{ или } F_{\tau} = \beta v, \quad (1.13)$$

где  $\beta = \frac{\mu A}{h}$  – постоянный коэффициент, называемый *коэффициентом вязкого трения*.

Линейная характеристика (1.13) справедлива лишь при полном разделении трущихся поверхностей слоем смазки. Для того чтобы трение было жидкостным, требуется в слое смазки создать определенное давление. Такое давление может быть обеспечено подачей самой смазки под необходимым давлением (в этом случае трение называется гидростатическим) или движением смазки в клиновом зазоре, когда зазор между плоскостями трения имеет форму клина (в этом случае трение называется гидродинамическим).

**Трение качения.** Это сопротивление, возникающее при относительном перекачивании двух упругих тел на площадке их контакта. Сопротивление качению звеньев значительно меньше сопротивления скольжения, поэтому при конструировании подвижных соединений звеньев скольжение по возможности заменяют качением.

При качении в зоне контакта звеньев  $i$  и  $j$  под действием момента движущих сил  $M_{\text{д}}$  происходит непрерывная упругая деформация поверхностных слоев, которая нарушает симметричное расположение эпюры удельных давлений (рис. 1.22). Это приводит к смещению точки приложения результирующей силы нормального давления  $F_{ij}^n$ , в сторону направления движения и к возникновению момента силы трения качения

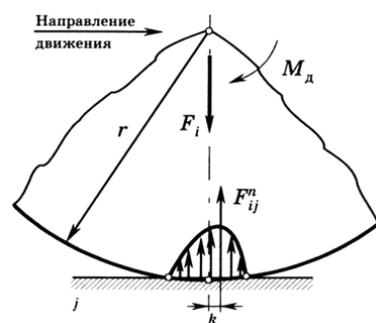


Рис. 1.22

$$M_k = kF_{ij}^n, \quad (1.14)$$

где  $k$  – коэффициент трения качения, мм.

Значение  $k$  зависит от материалов, диаметров тел качения, состояния поверхностей трения, наличия смазки, удельного давления, скорости относительного движения и других факторов.

**Трение в кинематических парах.** Сила трения скольжения в поступательной паре  $F_{Tij}$ , действующая на звено  $i$  со стороны звена  $j$ , находится по формуле (рис. 1.23)

$$F_{Tij} = fF_{ij}^n, \quad (1.15)$$

где  $F_{ij}^n$  – нормальная составляющая полной реакции  $F_{ij}$ .

Сила трения  $F_{Tij}$  – направлена противоположно скорости  $v_i$  движения звена  $i$  относительно звена  $j$ . Угол  $\varphi$ , который полная реакция  $\vec{F}_{ij}$ , образует с ее нормальной составляющей  $\vec{F}_{ij}^n$ , называется *углом трения*. Из рис. 1.23 и формулы (1.15) имеем

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_{Tij}}{F_{ij}^n} = f.$$

При малых значениях коэффициента трения  $f$  угол трения  $\varphi$  приближенно можно считать равным коэффициенту  $f$ .

Все возможные положения вектора полной реакции  $\vec{F}_{ij}$  образуют коническую поверхность с углом  $2\varphi$  при вершине, называемую конусом трения. Конус трения позволяет наглядно представить процессы взаимодействия звеньев при наличии трения скольжения.

Если, например, на звено  $i$  действует движущая сила  $F_t$ , которая составляет с нормалью к поверхности трения угол  $\alpha_i < \varphi$ , то под действием такой силы при нулевой начальной скорости звено  $i$  будет оставаться в состоянии покоя. Если движущая сила  $F_t$  действует на звено  $i$  при ненулевой начальной скорости  $v_i$ , то дви-

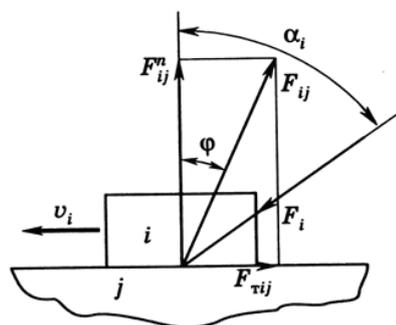


Рис. 1.23

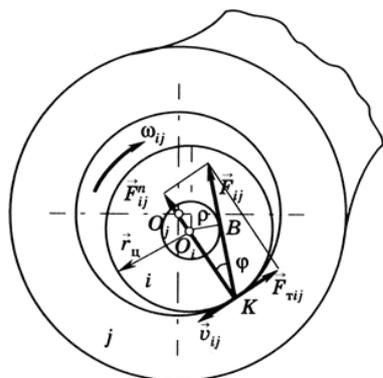


Рис. 1.24

движение звена будет замедленным. Это явление называется *самоторможением*. При самоторможении линия действия вектора  $\vec{F}_t$  проходит внутри конуса трения и его проекция на направление движения меньше предельного значения силы трения  $F_{Tij}$ . Явление самоторможения в механизмах недопустимо, но в некоторых случаях, например в червячных передачах и «винт-гайка», его используют для предотвращения самопроизвольного движения в обратном направлении.

Если  $\alpha_i = \varphi$ , то возможно равномерное движение звена  $i$  со скоростью  $v_i$ . Однако при нулевой начальной скорости движения звена не возникает.

При  $\alpha_i > \varphi$  проекция вектора  $\vec{F}_i$  на направление движения оказывается больше предельного значения силы трения  $F_{\text{т}ij}$ , и при ненулевой начальной скорости  $v_i$  звено  $i$  будет двигаться ускоренно.

Рассмотрим трение во вращательной паре между звеньями  $i, j$  при условии, что между элементами этой пары существует зазор (рис. 1.24). Касание элементов пары при сухом и граничном трении происходит по общей образующей цилиндрических элементов пары. Нормальная составляющая полной реакции  $\vec{F}_{ij}^n$ , приложенная в точке касания К, проходит через центры  $O_i$  и  $O_j$  элементов пары. Сила трения  $\vec{F}_{\text{т}ij}^n$ , приложенная в точке К и направлена противоположно относительной скорости  $v_{ij}$ . Вектор полной реакции  $\vec{F}_{ij}$  оказывается отклоненным от общей нормали к соприкасающимся поверхностям на угол трения  $\varphi$ . Причем при любом положении точки К вектор  $\vec{F}_{ij}$  направлен по касательной к окружности радиуса  $\rho$  с центром в  $O_i$ . Эта окружность получила название круга трения. Ее радиус можно найти из  $\Delta BO_iK$ :

$$\rho = r_{\text{ц}} \sin \varphi \approx r_{\text{ц}} f,$$

где  $r_{\text{ц}}$  – радиус цапфы, т. е. опорного участка звена  $i$ .

При исследовании динамики шарнирных механизмов с учетом трения удобно считать, что полная реакция  $F_{ij}$  проходит через центр  $O_i$ . В этом случае необходимо дополнительно учитывать момент сил трения  $M_{\text{тр}ij} = F_{ij}^n r_{\text{ц}} f$ , направленный противоположно относительной угловой скорости  $\omega_{ij}$ . Коэффициент трения  $f$  для вращательной пары определяется из эксперимента. Если таких данных нет, то используются экспериментальные данные, полученные для плоских поверхностей. Однако при этом следует иметь в виду, что коэффициент трения для цилиндрических поверхностей с внутренним касанием примерно на 30% больше, чем для поверхностей плоских.

### 1.3.4 Уравнения движения механизмов с одной степенью свободы. Приведение сил и масс в плоских механизмах

Уравнениями движения механизма называют аналитические зависимости, которые связывают силы, действующие на звенья механизма, с параметрами движения этих звеньев. Уравнения движения записыв-

ваются с помощью различных принципов и теорем классической механики и могут быть представлены в различных формах. Для записи уравнений движения механизмов с одной степенью свободы чаще используют теорему об изменении кинетической энергии материальной системы. Согласно теореме об изменении кинетической энергии, перемещение материальной системы из начального положения в конечное равно сумме работ, совершаемых на этом перемещении всеми силами, действующими на систему. Аналитически теорема (ее интегральная форма) выражается равенством

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^m A_k, \quad (1.16)$$

где  $T, T_0$  – значения кинетической энергии системы в ее конечном и начальном положениях;  $A_k$  – работа, совершаемая  $k$ -й из  $m$  сил, которые действуют на систему при ее перемещении из начального положения в конечное.

Кинетическая энергия механизма представляется суммой кинетических энергий подвижных звеньев механизма, имеющих конечную массу:

$$T = \sum_{i=1}^n T_i; \quad T_0 = \sum_{i=1}^n T_{i0}, \quad (1.17)$$

где  $T_i, T_{i0}$  – конечное и начальное значения кинетической энергии  $i$ -го звена механизма;  $n$  – число подвижных звеньев механизма.

Подставив выражения (1.17) в равенство (1.16), получим уравнение движения механизма в форме интеграла энергии:

$$T = \sum_{i=1}^n T_i - \sum_{i=1}^n T_{i0} = \sum_{k=1}^m A_k. \quad (1.18)$$

При плоском движении кинетическую энергию любого звена механизма определяют по формуле

$$T_i = \frac{1}{2} m_i v_{ci}^2 + \frac{1}{2} J_{ci} \omega_i^2, \quad (1.19)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го звена механизма;  $v_{ci}$  – скорость центра масс  $i$ -го звена;  $J_{ci}$  – момент инерции  $i$ -го звена механизма относительно оси, проходящей через центр масс звена перпендикулярно плоскости движения;  $\omega_i$  – угловая скорость  $i$ -го звена.

Для  $i$ -го звена механизма, которое движется поступательно, полагая в формуле (1.19)  $\omega_i = 0$ , находим

$$T_i = \frac{1}{2} m_i v_{ci}^2.$$

Для  $i$ -го звена механизма, которое вращается вокруг неподвижной оси, формула (1.19) вырождается в следующую:

$$T_i = \frac{1}{2} J_{ci} \omega_i^2,$$

где  $J_i$  – момент инерции  $i$ -го звена механизма относительно оси вращения.

Уравнение (1.18) даже для плоских механизмов с небольшим числом степеней свободы применяется редко из-за неудобства, связанного с операцией суммирования, которую необходимо выполнять по  $n$  звеньям и  $m$  силам. Чаще используют другую формулу уравнения движения, при выводе которой вместо механизма рассматривается его динамическая модель. Уравнение движения механизма заменяется уравнением движения одного его звена (или одной точки звена), называемого звеном (точкой) приведения. За звено приведения обычно выбирают звено, по обобщенной координате которого проводят исследование механизма (начальное звено механизма).

При вращательном движении начального звена механизма уравнение (1.18) заменяется уравнением движения начального звена, принимаемого за звено приведения (рис. 1.25). Момент инерции этого звена  $J_n$  относительно оси вращения называется приведенным моментом инерции. Момент  $M_n$  пары сил, действующей на звено приведения, называется приведенным моментом сил.

Если начальное звено совершает поступательное движение, то для построения динамической модели механизма выбирается точка  $B$  начального звена, принимаемая за точку приведения. В этой точке сосредоточивается приведенная масса  $m_n$  звена. Точка приведения движется под действием приведенной силы  $F_n$  так, что ее обобщенная координата  $s$  в любой момент времени совпадает с обобщенной координатой механизма (рис. 1.26). Таким образом уравнение движения механизма заменяется уравнением движения одной его точки.

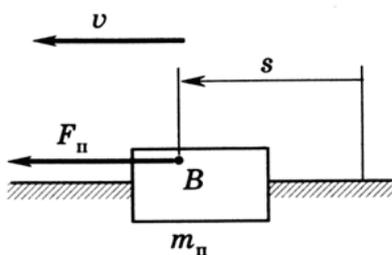


Рис. 1.26

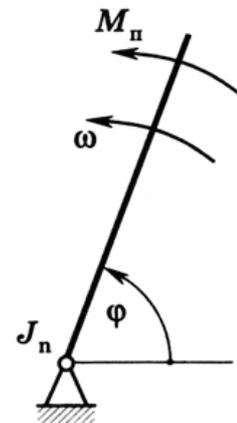


Рис. 1.25

Запишем уравнение движения звена приведения, совершающего вращательное движение, в форме интеграла энергии. Будем считать, что при перемещении звена из начального положения в конечное его обобщенная координата изменяется от  $\varphi_0$  до  $\varphi$ , а приведенный момент инерции – от  $J_{n0}$  до  $J_n$ . Тогда уравнение (1.17) переписывается в виде

$$\frac{1}{2} J_{\Pi} \omega^2 - \frac{1}{2} J_{\Pi 0} \omega_0^2 = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\Pi} d\varphi, \quad (1.20)$$

где  $\omega$  – угловая скорость звена приведения, когда его положение определяется координатой  $\varphi$ ;  $\omega_0$  – значение скорости со при  $\varphi = \varphi_0$ .

Необходимые и достаточные условия тождественности уравнений (1.18) и (1.20) выражаются равенствами

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\Pi} d\varphi = \sum_{k=1}^m A_k; \quad (1.21)$$

$$\frac{1}{2} J_{\Pi} \omega^2 = \sum_{i=1}^n T_i; \quad \frac{1}{2} J_{\Pi 0} \omega_0^2 = \sum_{i=1}^n T_{i0};$$

Приведенный момент  $M_{\Pi}$  определяется из первого равенства системы (1.70) как момент пары сил, условно приложенной к звену приведения, элементарная работа которой равна сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма. В практических расчетах равенство элементарных работ удобно заменить равенством мощностей:

$$M_{\Pi} \omega = \sum_{k=1}^m N_k; \quad (1.22)$$

где  $N_k$  – мощность  $k$ -й силы (момента пары сил), действующей на звено механизма.

Если через  $v_k$  обозначить скорость точки приложения силы  $F_k$ , а через  $\omega_k$  – угловую скорость звена механизма, на которое действует пара сил с моментом  $M_k$ , то соответствующие мощности сил и моментов пар сил определяются формулами

$$P_k = F_k v_k \cos(\vec{F}_k, \vec{v}_k); \quad P_k = M_k \omega_k. \quad (1.23)$$

Моменты  $M_{\Pi}$  и  $M_k$  в (1.22) и (1.23) считаются положительными, если их направление совпадает с направлениями угловых скоростей  $\omega$  и  $\omega_k$  и отрицательными, если эти направлены: противоположны.

Подставив (1.23) в (1.22), получим формулу для вычислен приведенного момента сил:

$$M_{\Pi} = \sum_{k=1}^m \frac{1}{\omega} [F_k v_k \cos(\vec{F}_k, \vec{v}_k) + M_k \omega_k]. \quad (1.24)$$

Согласно второму равенству системы (1.21) приведенный момент инерции  $J_{\Pi}$  можно определить как момент инерции, которым должно обладать звено приведения относительно оси вращения, чтобы его кинетическая энергия была равна сумме кинетических энергий всех звеньев механизма. Формулу для вычисления приведенного момента инерции можно получить подстановкой (1.19) во второе равенство системы (1.21):

$$I_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega^2} (m_i v_{ci}^2 + J_{ci} \omega_i^2) \quad (1.25)$$

Если начальное звено механизма с одной степенью свободы совершает поступательное движение и приведение осуществляется к некоторой точке звена (точке приведения), то определению подлежат приведенные масса  $m_{\Pi}$  и сила  $F_{\Pi}$ . Приведенной массой механизма  $m_{\Pi}$  называется такая условная масса, сосредоточенная в точке приведения, при которой кинетическая энергия этой точки равна сумме кинетических энергий всех звеньев механизма. Формула, определяющая приведенную массу  $m_{\Pi}$ , по аналогии с (1.24) записывается в виде

$$m_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{v^2} (m_i v_{ci}^2 + J_{ci} \omega_i^2), \quad (1.26)$$

где  $v$  – скорость точки приведения.

Приведенной силой  $F_{\Pi}$ , называется условная сила, приложенная в точке приведения, которая определяется из равенства элементарной работы этой силы и суммы элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма. По аналогии с формулой (1.24)

$$F_{\Pi} = \sum_{k=1}^m \frac{1}{v} [F_k v_k \cos(\vec{F}_k, \vec{v}_k) + M_k \omega_k]. \quad (1.27)$$

Из формул (1.24) – (1.27) следует, что приведенные сила (момент сил) и масса (момент инерции) зависят не от скорости точки приведения (звена приведения), а от отношения скоростей (аналогов скоростей), которые в свою очередь являются функциями положения звеньев, т. е. функциями обобщенной координаты механизма. Поэтому операция приведения сил и масс механизма может выполняться до решения уравнений движения и определения скоростей точек приведения или угловых скоростей звеньев приведения (и в этом ее важнейшее достоинство). После приведения сил и пар сил, приложенных к звеньям механизма, а также масс и моментов инерции звеньев, динамическая задача о движении механизма как связанной системы звеньев сводится к более простой задаче о движении одного звена (звена приведения) или одной точки этого звена (точки приведения). Уравнение движения механизма в этом случае принимает вид уравнения (1.20), если звено приведения совершает вращательное движение с обобщенной координатой  $\varphi$ . Если звено приведения движется поступательно с обобщенной координатой  $\varphi$ , то уравнение движения механизма переписывается в виде

$$\frac{1}{2} m_{\Pi} v^2 - \frac{1}{2} m_{\Pi 0} v_0^2 = \int_{s_0}^s F_{\Pi} ds. \quad (1.28)$$

Запись уравнения движения механизма в форме интеграла энергии возможна лишь в ограниченных случаях, например, когда приведенные

силы зависят от положений звеньев. При изучении движения механизма в периоды пуска и останова или периодически неравномерного движения используется дифференциальная форма записи уравнений движения, которая получается из дифференциальной формы теоремы об изменении кинетической энергии:

$$dT = dA, \quad (1.29)$$

где  $dT$  – дифференциал кинетической энергии механизма;  $dA$  – элементарная работа действующих на механизм сил.

После приведения сил и масс в механизме с вращающимся звеном приведения с помощью (1.29) запишем:

$$d\left(\frac{1}{2}I_{\text{п}}\omega^2\right) = M_{\text{п}}d\varphi \quad \text{или} \quad \frac{d}{d\varphi}\left(\frac{1}{2}I_{\text{п}}\omega^2\right) = M_{\text{п}}$$

Выполняя дифференцирование в левой части последнего равенства, получим уравнение движения механизма в дифференциальной форме:

$$I_{\text{п}}\varepsilon + \frac{1}{2}\omega^2 \frac{d}{d\varphi}(J_{\text{п}}) = M_{\text{п}} \quad (1.30)$$

Здесь  $\varepsilon$  – угловое ускорение звена приведения.

Эквивалентная замена  $M_{\text{п}} \sim F_{\text{п}}$ ,  $J_{\text{п}} \sim m_{\text{п}}$ ,  $\varphi \sim s$  позволяет применить (1.30) для случая, когда звено приведения совершает поступательное движение. Тогда дифференциальное уравнение движения механизма принимает следующий вид:

$$m_{\text{п}} \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \frac{d}{d\varphi}(m_{\text{п}}) = F_{\text{п}} \quad (1.31)$$

Следует иметь в виду, что уравнения вида (1.30), (1.31) лишь приближенно описывают движение механизма. При определенных условиях (когда, например, приходится учитывать взаимодействие исполнительного механизма с приводным двигателем) они принимают более сложный вид или оказываются связанными с общей системой уравнений, которая описывает работу всего машинного агрегата.

### 1.3.5 Стадии (режимы) движения механизма

В механизмах с одной степенью свободы принято различать три стадии (режима) работы: разбег, установившееся движение и выбег (рис. 1.27). При изучении перечисленных режимов работы механизма воспользуемся уравнением (1.16), в котором суммарную работу всех сил разложим на работу движущих сил  $A$ , работу сил производственного  $A_{\text{п.с}}$  и вредного  $A_{\text{в.с}}$  сопротивлений:

$$T - T_0 = A_{\text{д}} + A_{\text{п.с}} + A_{\text{в.с}}. \quad (1.32)$$

На стадии разбега скорости звеньев механизма возрастают от нуля до некоторого рабочего значения, соответствующего скорости установившегося значения. Следовательно, на стадии разбега  $T_0 = 0$  и согласно равенству (1.32) можно записать:

$$A_d = A_{п.с} + A_{в.с} + T. \quad (1.33)$$

Выражение (1.33) показывает, что на стадии разбега при запуске механизма движущие силы должны не только преодолеть силы полезного и вредного сопротивления, но и сообщить механизму кинетическую энергию. В некоторых случаях в связи с требованиями технологического процесса для уменьшения времени пуска подвижные звенья механизма на стадии разбега не нагружаются силами полезного сопротивления ( $A_{п.с} = 0$ ). Например, рабочий процесс резания в металлорежущих станках начинается только после завершения стадии разбега.

Установившийся режим движения механизма – это движение, при котором обобщенная скорость и кинетическая энергия механизма являются периодическими функциями времени. Время цикла установившегося движения  $t_{ц}$  – это минимальный промежуток времени, по истечении которого обобщенная координата и кинетическая энергия механизма принимают те же значения,

что и в начале этого промежутка (рис. 1.27).

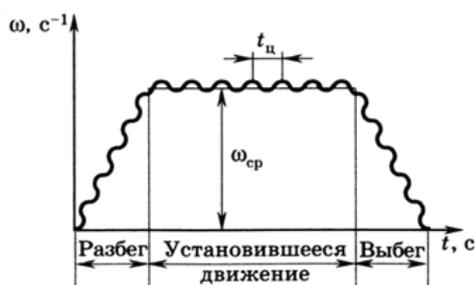


Рис. 1.27

Мгновенная скорость меняется за время цикла  $t_{ц}$ , но ее среднее значение за цикл и, следовательно, за весь период установившегося движения остается постоянным. Изменение кинетической энергии за весь период установившегося движения равно нулю,

и уравнение (1.32) принимает вид

$$A_d = A_{п.с} + A_{в.с}. \quad (1.34)$$

Из (1.34) видно, что энергия движущих сил в установившемся режиме машин расходуется только на преодоление производственных и вредных сопротивлений. И чем меньше работа сил вредного сопротивления (трения и др.), тем эффективнее используется энергия в машине.

На стадии выбега (*останова*) скорости звеньев механизма убывают до нуля. Движущие силы отключают, поэтому  $A_d = 0$ . В конце выбега  $T = 0$ , и уравнение (1.32) перепишем следующим образом:

$$T_0 = A_{п.с} + A_{в.с}$$

Когда вся кинетическая энергия механизма оказывается израсходованной на преодоление сил производственного и вредного сопротивле-

ний, механизм останавливается. Для уменьшения времени торможения используются тормозные устройства, развивающие дополнительную работу тормозящих сил. Особенно эффективно применение тормозных устройств, если по технологическим причинам производственные сопротивления на стадии выбега выключаются.

### 1.3.6 Коэффициент полезного действия механизма

Одним из важнейших параметров, оценивающих качество машин и механизмов, эффективность использования ими поступающей энергии, является коэффициент полезного действия. Коэффициент полезного действия (КПД) – это отношение работы сил производственного сопротивления  $A_{п.с}$  к работе движущих сил  $A_{д}$ , совершаемых за один и тот же промежуток времени:

$$\eta = \frac{A_{п.с}}{A_{д}}$$

Если КПД вычисляется за бесконечно малый промежуток времени (мгновенный КПД), то вместо отношения работ берется отношение мощностей

$$\eta = \frac{P_{п.с}}{P_{д}},$$

где  $P_{п.с}$  – мощность на ведомом звене;  $P_{д}$  – мощность на ведущем звене.

Так как за период установившегося движения выполняется равенство (1.34), работу сил полезного сопротивления удобно представить разностью  $A_{п.с} = A_{д} + A_{в.с}$ . Тогда КПД механизма при установившемся движении можно подсчитывать по формуле

$$\eta = \frac{A_{д} + A_{в.с}}{A_{д}} = 1 - \frac{A_{в.с}}{A_{д}} \quad (1.35)$$

Отношение  $\frac{A_{в.с}}{A_{д}}$  называют коэффициентом потерь  $\Psi$ . При установившемся движении коэффициент потерь определяют равенством

$$\Psi = \frac{A_{в.с}}{A_{д}} = \frac{A_{в.с}}{A_{п.с} + A_{в.с}} \quad \text{или} \quad \Psi = \frac{P_{в.с}}{P_{п.с} + P_{в.с}}$$

Коэффициенты полезного действия и потерь являются безразмерными величинами. С практической точки зрения наибольший интерес представляют их значения при установившемся движении механизма.

Анализ формулы (1.35) позволяет сделать следующие выводы:

КПД всегда меньше единицы, так как в реальных условиях работа сил вредных сопротивлений не может быть равной нулю; КПД механизма на холостом ходу (т. е. на стадии разбега, когда подвижные зве-

няя не нагружаются силами производственного сопротивления) равен нулю. В этом случае  $A_{п.с} = 0$  и вся работа движущих сил затрачивается на преодоление сил вредных сопротивлений;

если  $A_{в.с} > A_{д}$ , то КПД становится отрицательным и механизм оказывается неспособным совершать движение в заданном направлении. Наблюдается явление, называемое самоторможением.

На КПД влияют многочисленные факторы, связанные с конструкцией механизмов и машин, условиями их эксплуатации. Так, увеличения КПД можно добиться заменой трения скольжения трением качения или применением рациональной смазки в узлах трения.

## **Глава 2 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

### **2.1 Основные модели прочностной надежности элементов конструкций**

#### **2.1.1 Задачи и методы сопротивления материалов**

При работе машин и механизмов всякий элемент конструкции в результате действия на него внешних сил изменяет в той или иной степени свои первоначальные размеры и форму, т. е. деформируется. Указанные изменения могут привести либо к разрушению элемента, либо к недопустимому искажению его формы и размеров. Чтобы этого не произошло, необходимо правильно выбрать материал и поперечные размеры для каждого элемента конструкции в зависимости от характера действующих сил и условий эксплуатации. Основания для решения поставленной задачи дает наука о сопротивлении материалов, в которой изложены инженерные методы расчета элементов сооружений и машин на прочность, жесткость и устойчивость.

Под прочностью понимают способность конструкции, а также ее частей и деталей, выдерживать, не разрушаясь, действие внешней нагрузки.

Под жесткостью подразумевают способность конструкции и ее элементов сопротивляться изменению своих первоначальных размеров и формы.

Расчеты на прочность и жесткость являются основными видами расчетов, изучаемых в курсе сопротивления материалов. Однако имеется ряд задач, в которых самое серьезное внимание приходится уделять вопросам устойчивости, под которой понимается способность конструкции и ее элементов сохранять определенную начальную форму равновесия. Расчет на устойчивость должен обеспечить отсутствие качественного изменения характера деформации.

Элементы конструкций предназначены для передачи нагрузки без разрушения и без существенного изменения своих размеров, т.е. они должны обладать свойствами прочности и жесткости.

Сопротивление материалов, являясь наукой о прочности и надежности элементов конструкций, обобщает инженерный опыт и разрабатывает научные основы проектирования и конструирования надежных конструкций. Основным содержанием науки о сопротивлении материалов является построение моделей и методов оценки прочностной надежности, позволяющих инженеру выбрать материал, определить необходимые размеры элементов конструкций и оценить способность этих элементов сопротивляться внешним воздействиям.

Сопротивление материалов – инженерная наука, для нее характерны упрощающие гипотезы и приближенные, а потому простые приемы расчета, широкое привлечение экспериментальных методов оценки обоснованности расчетных данных.

Сопротивление материалов, с одной стороны, связано с материаловедением, а с другой – опирается на законы и теоремы общей механики и в первую очередь на законы статики.

Методы сопротивления материалов широко используются в расчетах деталей машин общемашиностроительного применения и элементов специальных конструкций.

### 2.1.2 Модели прочностной надежности

Оценка прочностной надежности элемента конструкции начинается с выбора расчетной модели (схемы). Моделью называют совокупность представлений, условий и зависимостей, описывающих объект, явление.

При выборе (построении) модели учитывают наиболее значимые и отбрасывают несущественные факторы, которые не оказывают достаточно заметного влияния на условия функционирования элемента конструкции (детали). Учет всех факторов принципиально невозможен в силу их неисчерпаемости.

Для одной и той же детали может быть предложено несколько расчетных моделей, которые будут отличаться различной глубиной (точностью) описания реального объекта и условий его работы.

В то же время одной расчетной схеме можно поставить в соответствие целый ряд деталей различных конструкций.

Для определения прочностной надежности детали используют вспомогательные модели материала, формы, нагружения (сил) и разрушения (рис. 2.1).

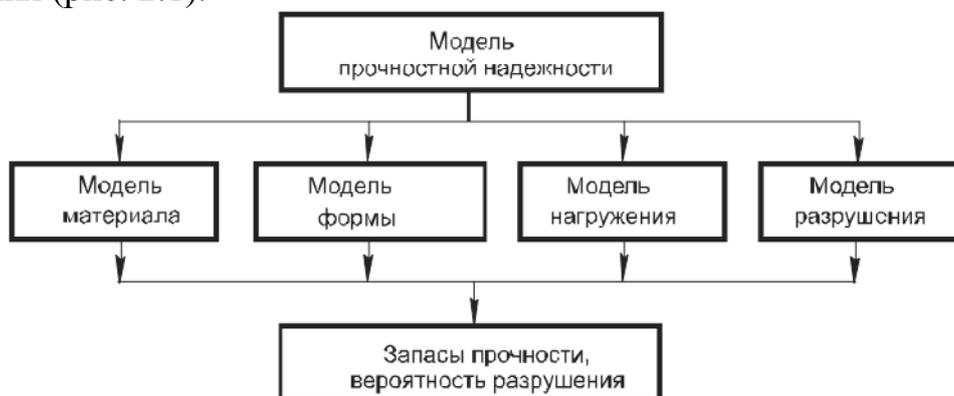


Рис. 2.1

Модели материала. В расчетах прочностной надежности материал детали представляют однородной сплошной средой, что позволяет рассматривать тело как непрерывную среду и применять методы математического анализа.

Под однородностью материала понимают независимость его свойств от размеров выделенного объема. Такая схематизация основана на осреднении свойств материала в объемах и обоснована многочисленными экспериментальными исследованиями.

В качестве конструкционных используют анизотропные материалы, обладающие различными свойствами по различным направлениям (например, стеклопластики, фанера, ткани и др.). Однако в сопротивлении материалов в основном рассматриваются изотропные материалы.

Расчетная модель материала наделяется такими физическими свойствами, как упругость, пластичность и ползучесть, присущими в той или иной мере конструкционным материалам.

Упругостью называют свойство тела (детали) восстанавливать свою форму после снятия внешней нагрузки. Это свойство знакомо каждому. Например, возвращение в исходное положение изогнутой ветки дерева, сжатой или растянутой пружины и т.п.

Пластичностью называют свойство тела сохранять после разгрузки полностью или частично деформацию, полученную при нагружении (например, большой изгиб мягкой проволоки или свинцовой пластинки и др.).

Ползучестью называют свойство тела увеличивать со временем деформацию при действии внешних сил (например, вытяжка канатов и т.п.).

Модели формы. Геометрическая форма элементов конструкций обычно весьма сложна. На рис. 2.2, а – в показаны три распространенные в конструкциях детали: вал редуктора (а), храповое колесо (б) и тройник (в). Точный учет всех геометрических особенностей детали невозможен, а часто и нецелесообразен, так как приводит к сложным расчетам.

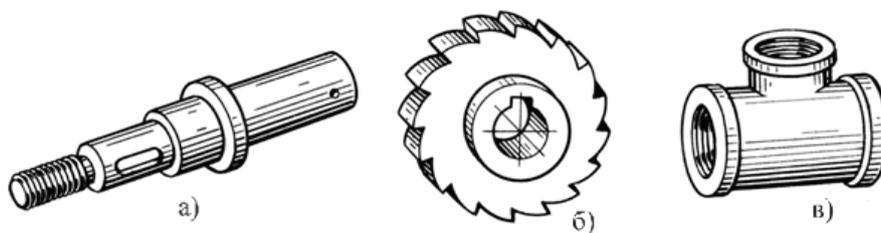


Рис. 2.2

На практике для оценки прочностной надежности вводят упрощение в геометрию детали, приводя ее к схеме стержня (бруса), пластины, оболочки, массива (пространственного тела).

Стержнем, или брусом, называют тело, поперечные размеры которого малы в сравнении с его длиной (рис. 2.3, а). Стержень может иметь постоянное или переменное по длине сечение. Кольцо (рис. 2.3, б) рассматривают как стержень с криволинейной осью, а пружину – как пространственно изогнутый стержень.

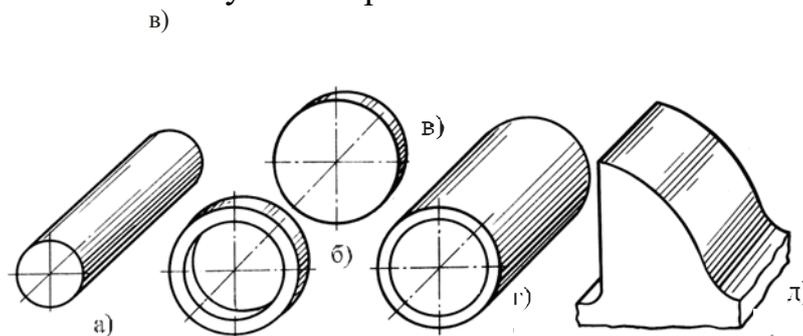


Рис. 2.3

Пластиной (рис. 2.3, в) называют тело, ограниченное двумя плоскими или слабоизогнутыми поверхностями и имеющее малую толщину. Модель пластины можно использовать для схематизации, например, тела колеса (см. рис. 2.2, б).

Оболочка (рис. 2.3, г) – тело, ограниченное двумя поверхностями и имеющее малую толщину по сравнению с радиусом кривизны и длиной. Тройник, показанный на рис. 2.2, в, можно схематизировать в виде двух составных цилиндрических оболочек.

Многие детали могут быть также представлены в виде составных моделей.

Пространственным телом (массивом) называют модель, размеры которой соизмеримы (например, зуб храпового колеса, рис. 2.3, д).

Модели нагружения. Силы являются мерой механического взаимодействия элементов конструкций. Если элемент конструкции (деталь) рассматривается изолированно от сопряженных деталей, то действие последних заменяется силами, которые называют внешними. Силы взаимодействия между частями отдельной детали или между деталями в сопряжении называют внутренними.

Такое деление сил часто носит условный характер. Например, при оценке надежности работы корпусных деталей сосуда под давлением (рис. 2.4, а) болты, стягивающие эти детали, исключают из рассмотрения, а их действие заменяют внешними силами  $F$ . При общей оценке

работоспособности системы эти силы будут внутренними.

При схематизации условий работы в расчеты вводят и другое упрощение в систему сил, подразделяя их условно на сосредоточенные, распределенные и объемные (массовые).

Сосредоточенной силой называют силу, действующую на небольшую часть поверхности детали, например силу, приложенную к фланцу сосуда со стороны болта (рис. 2.4, а).

Распределенными называют силы, действующие на участках поверхности, соизмеримых с полной поверхностью детали, например давление жидкости в сосуде (рис. 2.4, а).

Существенно, что в зависимости от цели расчета одна и та же нагрузка может приниматься либо сосредоточенной, либо распределенной.

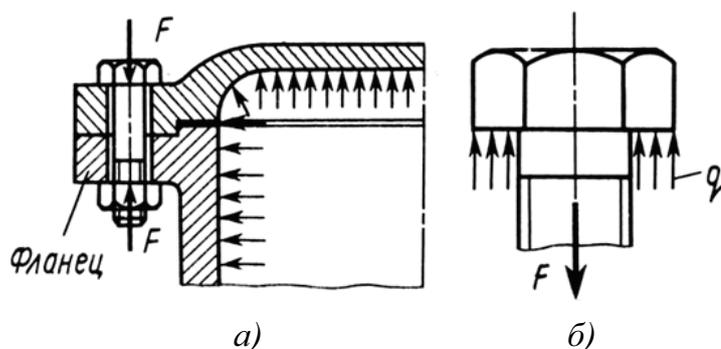


Рис. 2.4

Например, при расчете работоспособности болта сила  $F$  схематизируется в виде нагрузки  $q$ , распределенной по опорной поверхности головки (рис. 2.4, б).

По характеру изменения во времени нагрузки подразделяют на статические и переменные. Статической называют нагрузку, которая медленно возрастает от нуля до своего номинального значения и остается постоянной в процессе работы детали (рис. 2.4, а).

Переменной называют нагрузку, периодически меняющуюся во времени (рис. 2.5, б). Она характеризуется параметрами: амплитудой силы  $F_a$ , средней силой  $F_m$ , частотой нагружения  $t$  и формой цикла.

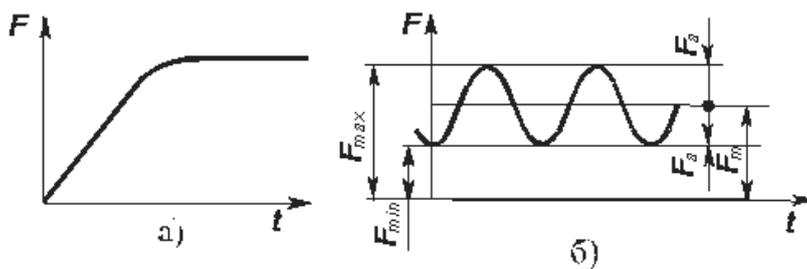


Рис. 2.5

Различают малоцикловое нагружение, характерное для деталей, циклы работы которых набираются за счет запуска и остановки машины. Обычно число циклов нагружений не превышает  $10^4 \dots 10^5$ . Если число циклов нагружения детали превышает  $10^5 \dots 10^6$ , то такое нагружение называют многоцикловым. Оно характерно для деталей длительно работающих машин.

Модели разрушения. Моделям нагружения соответствуют модели разрушения-уравнения (условия), связывающие параметры работоспособности элемента конструкции в момент разрушения с параметрами, обеспечивающими прочность.

В зависимости от условий нагружения рассматривают модели разрушения: статического, малоциклового и усталостного (многоциклового).

### 2.1.3 Внешние и внутренние силы

В сопротивлении материалов активные внешние силы, действующие на рассматриваемое тело (элемент конструкции), часто называют нагрузками.

По способу приложения нагрузки подразделяют на сосредоточенные и распределенные.

К сосредоточенным относят силы, которые передаются на элемент конструкции через площадку небольших размеров (по сравнению с размерами всего элемента). При расчетах сосредоточенную силу считают приложенной в точке. Характеристикой сосредоточенной силы является ее модуль  $F$ , имеющий размерность, например, деканьютон.

К распределенным относятся нагрузки, приложенные непрерывно на некоторой длине или площади. На схемах такие нагрузки изображают в виде графиков, показывающих изменение нагрузки по длине или поверхности тела. Характеристикой распределенной нагрузки является ее интенсивность  $q$ , т. е. величина нагрузки, которая приходится на единицу площади или длины. В первом случае величина  $q$  измеряется, например, в  $\text{даН}/\text{м}^2$ , а во втором – в  $\text{даН}/\text{м}$ .

Нагрузки могут быть распределены не только по поверхности, но и по объему (силы веса, силы инерции, магнитные силы и др.). Они также характеризуются интенсивностью, но имеющей размерность, например,  $\text{даН/м}^3$ .

Распределенные по длине элемента конструкции нагрузки, как и сосредоточенные силы, реально в природе не существуют, а получаются в результате схематизации действительных нагрузок. В ряде случаев такая схематизация приводит к появлению пар сил (моментов).

По характеру воздействия на элементы конструкции нагрузки подразделяют на статические и динамические.

Статическими называют нагрузки, которые прикладываются к телу, постепенно возрастая от нуля до своей конечной величины и оставаясь в дальнейшем практически постоянными. При действии таких нагрузок колебания конструкции и ее частей незначительны.

Динамическими называют нагрузки, которые сопровождаются значительными ускорениями как деформированного тела (или его частей), так и взаимодействующих с ним тел. Возникающими при этом силами инерции пренебречь нельзя. Динамические нагрузки делятся на мгновенно приложенные, ударные и повторно-переменные.

Сопротивление тел, оказываемое действующим на них нагрузкам, обуславливается наличием в этих телах особых внутренних сил, природа которых объясняется теорией молекулярного строения материи. Указанные внутренние силы существуют всегда, они собственно являются причиной существования тела как такового. При действии на тело внешних сил изменяются внутренние силы – появляются дополнительные внутренние силы, которые в дальнейшем будем называть усилиями. Эти усилия и являются предметом нашего изучения, так как именно их величина характеризует способность тел сопротивляться внешним воздействиям.

Для определения величины внутренних усилий пользуются методом сечений, суть которого заключается в следующем.

1. Тело, на которое действует какая-либо внешняя нагрузка, в интересующем нас месте рассекается (мысленно) на две части (рис. 2.6, а).
2. Отбрасывается условно одна из частей (например, часть Б).

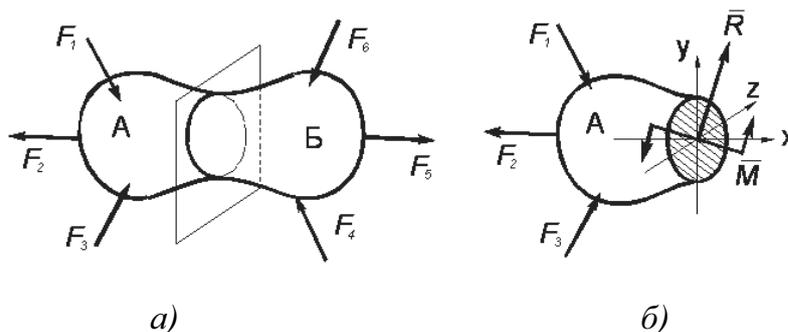


Рис. 2.6

3. Действие отброшенной части Б на оставшуюся А заменяется внутренними силами.

Так как тело под действием внешних сил находилось в состоянии статического равновесия, то эти внутренние силы, являющиеся внешними для оставшейся части, должны уравновесить часть А с приложенными к ней внешними силами (рис. 2.6, б). Таким образом, внутренние силы сводятся к категории внешних сил, для определения которых можно использовать уравнения статики твердого тела.

Со стороны отброшенной части на часть А действует система сил, распределенных по всему сечению. Эту систему в общем случае можно привести к одной силе  $R$  (главному вектору) и к одной паре сил  $M$  (главному моменту) (рис. 2.6, б). Выбрав систему координатных осей  $x, y, z$  с началом в центре тяжести сечения, разложим главный вектор и главный момент на составляющие по указанным осям. Эти составляющие имеют следующие обозначения и названия:  $R_x = N$  – продольная сила;  $R_y = Q_y$  и  $R_z = Q_z$  – поперечные силы соответственно в плоскостях  $yx$  и  $xz$ ;  $M_x = M_{кр}$  – крутящий момент;  $M_y$  и  $M_z$  – изгибающие моменты соответственно в плоскостях  $xz$  и  $xy$ .

Этим видам внутренних усилий соответствуют следующие виды деформации:

1. растяжение или сжатие – при появлении в поперечных сечениях только продольных усилий  $N$ ;
2. сдвиг – при появлении в поперечных сечениях только поперечных усилий  $Q_y$  или  $Q_z$ ;
3. кручение – в поперечных сечениях возникают только крутящие моменты;
4. изгиб – в сечении действует только изгибающий момент  $M_y$  или  $M_z$

Появление в поперечных сечениях сразу нескольких внутренних усилий приводит к сложным видам деформации (сложному сопротивлению).

#### 2.1.4 Понятие о напряжениях.

##### Напряженное состояние в точке

Внутренние усилия, которые были найдены выше из уравнений статики, не являются реальными, а представляют собой лишь статический эквивалент этих усилий, распределенных по всей площади рассматриваемого сечения. Иначе говоря, найденные усилия являются равнодействующими действительных внутренних сил, возникающих в каждой точке сечения. В сечении части А (рис. 2.6, б) выделим элементарную площадку  $dA$  (рис. 2.7).

В силу малости элемента можно считать, что внутренние усилия, приложенные к его различным точкам, одинаковы по величине и направлению. Тогда равнодействующая их  $d\bar{R}$  будет проходить через центр тяжести площади элемента  $dA$ , координаты которого равны  $y$  и  $z$ .

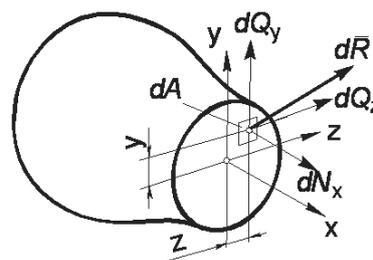


Рис. 2.7

Проектируя вектор  $d\bar{R}$  на оси  $x$ ,  $y$  и  $z$ , получим элементарную продольную силу  $dN_x$  и элементарные поперечные силы  $dQ_y$  и  $dQ_z$ . Разделив эти усилия на площадь  $dA$ , получим величины внутренних сил, приходящихся на единицу площади, рис. 2.7:

$$\sigma = \frac{dN_x}{dA}; \quad \tau_y = \frac{dQ_y}{dA}; \quad \tau_z = \frac{dQ_z}{dA}.$$

Эти величины называют напряжениями в точке  $(y, z)$  поперечного сечения тела, причем  $\sigma$  – нормальное напряжение;  $\tau$  – касательное напряжение.

Нормальные и касательные напряжения представляют собой интенсивность распределения соответственно нормальных и поперечных сил, действующих по элементарной площадке в рассматриваемой точке.

Через любую точку упругого тела, подверженного действию внешней нагрузки, можно провести бесчисленное множество сечений (площадок), по которым в общем случае будут действовать как нормальные, так и касательные напряжения. При этом величина и направление указанных напряжений в каждом конкретном случае будут зависеть от ориентации площадки.

Деформация нагруженного тела сопровождается изменением расстояний между его частицами. Внутренние силы, возникающие между частицами, изменяются под действием внешней нагрузки до тех пор, пока не установится равновесие между внешней нагрузкой и внутренними силами сопротивления. Полученное состояние тела называют напряженным состоянием. Оно характеризуется совокупностью нормальных и касательных напряжений, действующих по всем площадкам, которые можно провести через рассматриваемую точку. Исследовать напряженное состояние в точке тела – значит получить

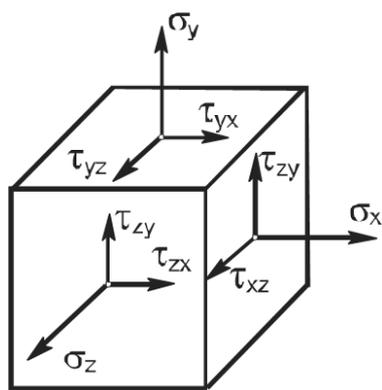


Рис. 2.8

зависимости, позволяющие определить напряжения по любой площадке, проходящей через указанную точку.

Для исследования напряженного состояния в окрестности исследуемой точки тела обычно выделяют элемент в виде бесконечно малого параллелепипеда (рис. 2.8). На его гранях действуют внутренние силы, заменяющие воздействие удаленной части тела и вызывающие появление напряжений. Полные напряжения на гранях можно разложить на нормальные и касательные составляющие. Если ориентацию выделенного элемента изменить, то действующие на его гранях напряжения будут также изменяться. При этом можно найти такое положение элемента, при котором на его гранях касательные напряжения равны нулю.

Грани элемента, по которым касательные напряжения не действуют, называют главными площадками, а нормальные напряжения на них – главными напряжениями. Доказано, что в каждой точке тела имеются по крайней мере три главные площадки, причем они всегда взаимно перпендикулярны. Следовательно, в каждой точке будут также три главных напряжения, линии действия которых определяют три главных направления напряженного состояния в данной точке. Главные напряжения принято обозначать так, чтобы наибольшее из них (в алгебраическом смысле) имело индекс 1, а наименьшее – индекс 3. Например, если одно из главных напряжений равно нулю, другое (+500) даН/см<sup>2</sup>, а третье – (-1200) даН/см<sup>2</sup>, то  $\sigma_1 = 500$  даН/см<sup>2</sup>;  $\sigma_2 = 0$ ;  $\sigma_3 = -1200$  даН/см<sup>2</sup>.

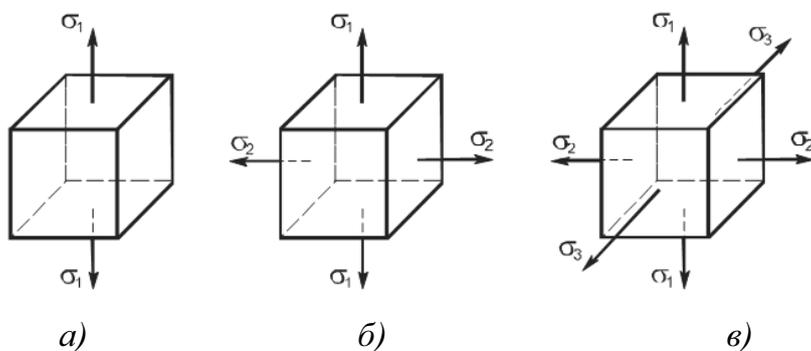


Рис. 2.9

В зависимости от величины главных напряжений различают следующие виды напряженного состояния в точке: линейное, или одноосное – только одно главное напряжение (любое из трех) отлично от нуля, а два других равны нулю (рис. 2.9, а); плоское, или двухосное – два главных напряжения отличны от нуля (рис. 2.9, б); объемное, или трехосное – все главные напряжения отличны от нуля (рис. 2.9, в).

На практике чаще всего имеют место два первых вида напряженного состояния.

## 2.1.5 Основные гипотезы и допущения

В сопротивлении материалов принимают следующие основные гипотезы и допущения относительно свойств материала, нагрузок и характера деформаций.

1. Гипотеза о сплошном строении тела. Предполагают, что материал полностью заполняет объем тела (пустоты отсутствуют).

2. Гипотеза об идеальной упругости материала. Под идеальной упругостью будем понимать способность тела восстанавливать свою первоначальную форму и размеры после устранения причин, вызвавших деформацию тела.

3. Гипотеза об однородности материала. Предполагают, что все частицы материала обладают одинаковыми свойствами, т. е. свойства материала не зависят от размеров тела.

4. Гипотеза об изотропности материала. Предполагают, что в любом направлении свойства материала одинаковы. В некоторых случаях эта гипотеза неприменима. Например, у древесины в различных направлениях свойства неодинаковы.

5. Гипотеза плоских сечений. Поперечные сечения, плоские и нормальные к оси бруса до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси после деформации.

6. Допущение о малости деформаций. Деформации тела настолько малы по сравнению с его размерами, что не оказывают существенного влияния на взаимное расположение нагрузок.

7. Допущение о линейной зависимости между деформациями и нагрузками. Предполагают, что для большинства материалов перемещения, являющиеся результатом деформации тела, прямо пропорциональны вызвавшим их нагрузкам.

8. Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции или наложения). Какая-либо величина, например усилие или перемещение в любом элементе конструкции, вызванные различными факторами (несколькими силами, воздействием температуры), может быть получена как сумма величин, найденных от действия каждого из этих факторов в отдельности.

Указанный принцип в некоторых (весьма редких) случаях неприменим, о чем делают специальные оговорки при рассмотрении соответствующих задач.

9. Принцип Сен-Венана. Если тело нагружается статически эквивалентными системами сил и размеры области их приложения невелики (по сравнению с размерами тела), то в сечениях, достаточно удаленных от мест приложения нагрузок, величина напряжений весьма мало зави-

сит от способа нагружения. Например, при расчете зубчатого колеса можно фактическую нагрузку от шестерни, распределенную в зоне контакта зубьев по некоторому закону, заменить сосредоточенной силой.

Принятые гипотезы и допущения широко используют в расчетах элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость. Результаты расчетов хорошо согласуются с данными практики.

## 2.2 Растяжение и сжатие

### 2.2.1 Напряжения и перемещения. Закон Гука

Стержень (рис. 2.10), под действием двух равных по величине и противоположно направленных по его продольной оси сил  $F$ , претерпевает деформацию растяжения, которая проявляется в изменении длины и поперечных размеров стержня. Его первоначальная длина  $l$  увеличивается на величину  $\Delta l$ , именуемую абсолютным удлинением, и становится равной  $l_1$ . Таким образом,

$$\Delta l = l_1 - l$$

Абсолютное удлинение стержня при данном значении деформирующей силы возрастает с увеличением его первоначальной длины. В связи с этим деформация при растяжении более полно характеризуется относительной величиной  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ , которую называют относительным удлинением. Очевидно,

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l_1 - l}{l} \quad (2.1)$$

При направлении внешних сил, противоположном указанному на рис. 2.10, стержень испытывает деформацию сжатия. В этом случае называют абсолютным укорочением, так как при сжатии длина стержня уменьшается. Одновременно с продольной деформацией стержень претерпевает поперечную деформацию. При растяжении поперечные размеры уменьшаются, при сжатии – увеличиваются. Относительная поперечная деформация

$$\varepsilon_1 = \frac{a_1 - a}{a}$$

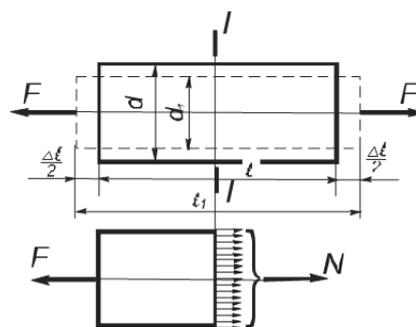


Рис. 2.10

Отношение

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \right| \quad (2.1')$$

называют коэффициентом Пуассона. Этот коэффициент определяют опытным путем. Для стали  $\mu = 0,25 \div 0,33$ ; для меди  $\mu = 0,31 \div 0,34$ ; для бронзы  $\mu = 0,32 \div 0,35$ ; для чугуна  $\mu = 0,23 \div 0,27$ ; для алюминия  $\mu = 0,32 \div 0,36$ .

Определим напряжения, возникающие в сечениях стержня, перпендикулярных его оси.

В соответствии с гипотезой плоских сечений полагаем, что для однородного стержня все поперечные сечения при деформации перемещаются параллельно и, следовательно, в них действуют только нормальные напряжения, равномерно распределенные по сечению. Рассечем стержень плоскостью I-I (рис. 2.10, а), перпендикулярной оси стержня. Из условия равновесия части стержня (рис. 2.10, б), принимая во внимание, что равнодействующая внутренних сил упругости  $N = A\sigma$  (где  $A$  – площадь поперечного сечения), имеем  $A\sigma - F = 0$ . Отсюда напряжение в поперечном сечении стержня при растяжении или сжатии

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.2)$$

Экспериментальными исследованиями установлено, что в пределах малых удлинений для пластичных материалов имеет место прямая пропорциональная зависимость между напряжениями и деформациями. Эта зависимость носит название закона Гука:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.3)$$

Коэффициент пропорциональности  $E$  называется модулем продольной упругости или модулем упругости первого рода, он имеет размерность напряжений ( $\text{Н/м}^2$  или  $\text{Н/мм}^2$ ) и характеризует способность материала сопротивляться упругой деформации при растяжении и сжатии. Величину модуля продольной упругости для различных материалов определяют экспериментально. Для стали  $E = (2,0 \div 2,15) \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ , для алюминия  $E = (0,7 \div 0,8) \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ , для бронзы  $E = 1,15 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ , для дерева вдоль волокон  $E = 0,1 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ , для стеклопластиков  $E = (0,18 \div 0,4) \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ .

Подставив в формулу (2.3) значение величин  $\varepsilon$  и  $\sigma$  из формул (2.1) и (2.2), получим

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \quad (2.4)$$

т. е. абсолютное удлинение (укорочение) стержня при растяжении (сжатии) прямо пропорционально растягивающей (сжимающей) силе, длине стержня и обратно пропорционально модулю упругости  $E$  и площади поперечного сечения  $A$ . Произведение  $EA$  называют жесткостью поперечного сечения при растяжении (сжатии).

Область применения закона Гука ограничивается некоторым предельным напряжением, называемым пределом пропорциональности. При напряжении, превышающем предел пропорциональности, линейная зависимость между напряжением и деформацией нарушается.

Величину предела пропорциональности, так же как и других напряжений, характеризующих механические свойства материалов, определяют при испытаниях образцов из различных материалов на растяжение и сжатие.

### **2.2.2 Механические характеристики и свойства материалов**

Работоспособность конструкционных материалов при различных видах нагружения определяется величинами, которые называют механическими характеристиками. Механические характеристики устанавливают границу безопасной эксплуатации элементов конструкций при статическом и динамическом (циклическом и ударном) нагружениях. К числу основных механических характеристик относятся предельные напряжения, твердость, ударная вязкость.

Величины механических характеристик могут быть получены в лабораторных условиях доведением образцов до разрушения или чрезмерной деформации. Наиболее распространены испытания на растяжение и сжатие, так как они относительно просты, дают результаты, позволяющие с достаточной достоверностью судить о поведении материалов и при других видах деформации. Часто целью испытаний является определение твердости и ударной вязкости.

Все конструкционные материалы можно условно разделить на хрупкие и пластичные. К весьма пластичным материалам относят малоуглеродистые стали, алюминий, медь и некоторые другие. Эти материалы обладают способностью деформироваться в широких пределах без разрушения. Примерами хрупких материалов могут служить чугун, высокоуглеродистые сорта стали, металлокерамические материалы, стекло. Хрупкие материалы разрушаются без заметной предварительной деформации.

Промежуточное положение занимают малопластичные материалы, к которым могут быть отнесены многие легированные стали, дюралюминий, бронза.

Испытания на растяжение. Диаграмма растяжений. Испытание различных материалов на растяжение осуществляют статическим нагружением на специальных машинах. Для этого применяют стандартный цилиндрический образец (рис. 2.11, а). Длина центрального цилиндра превышает его диаметр приблизительно в 15 раз.

На цилиндре рисками выделяют участок для измерения деформации, длина которого  $l_0 = 10d_0$ , где  $d_0$  – диаметр стержня до растяжения. Иногда для испытаний применяют плоские или малые цилиндрические образцы, у которых  $l_0 = 5d_0$ .

При растяжении образца на машинах регистрируют нагрузку на образец и его удлинение  $\Delta l$ . По полученным данным строят диаграмму растяжения образца, представляющую кривую  $F = f(\Delta l)$ . Такая диаграмма для образца из малоуглеродистой стали показана на рис. 2.11, в. Большинство современных испытательных машин имеет устройство для автоматического вычерчивания диаграммы растяжения.

Однако форма такой диаграммы растяжения в координатах  $(F, \Delta l)$  зависит от размеров испытуемого образца, его длины и площади поперечного сечения. Диаграмма растяжения  $F = f(\Delta l)$  характеризует свойства конкретного испытуемого образца.

Количественная оценка физических свойств материала может быть сделана при помощи диаграммы растяжения в системе координат  $(\varepsilon, \sigma)$ .

Напряжение, откладываемое по вертикальной оси,  $\sigma = \frac{F}{A_0}$ , где  $A_0$  – площадь поперечного сечения образца до испытания. Относительное

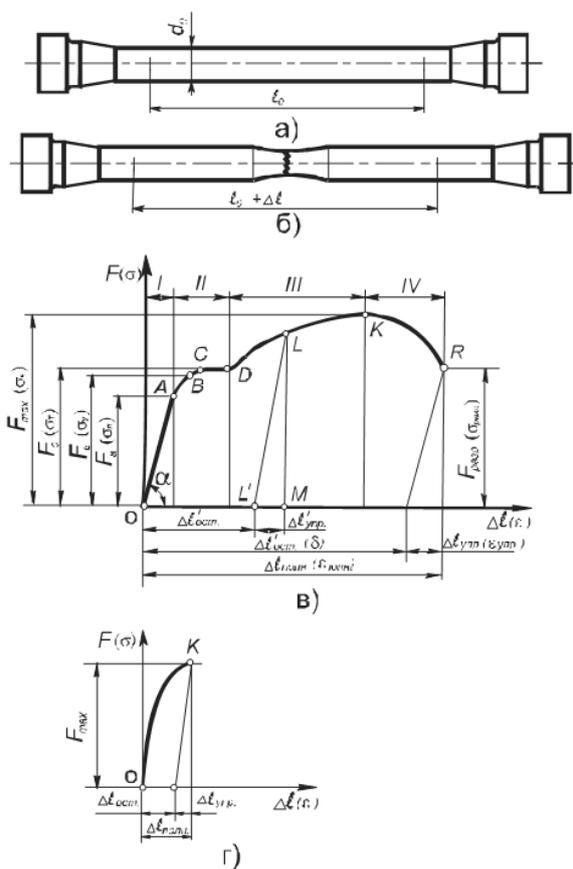


Рис. 2.11

удлинение образца, откладываемое по горизонтальной оси,  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ , где

$l_0$  – длина расчетного участка образца до испытания. Так как величины  $A_0$  и  $l_0$  постоянны, диаграмма  $\sigma = f(\varepsilon)$  имеет тот же вид, что и  $F = f(\Delta l)$  и отличается от нее только масштабами.

Диаграмма  $\sigma = f(\varepsilon)$  характеризует свойства испытуемого материала и носит название условной диаграммы растяжения, так как напряжения и относительные удлинения вычисляются соответственно по отношению к первоначальной площади сечения и первоначальной длине.

Диаграмма растяжения образца из малоуглеродистой стали (рис. 2.11, в) характеризуется следующими четырьмя отличительными участками.

Участок I соответствует упругим деформациям материала образца. На этом участке справедлив закон Гука и величина деформации прямо пропорциональна растягивающему усилию (прямая OA).

Участок II начинается после точки A, когда диаграмма становится криволинейной. Однако до точки B деформации остаются упругими, т. е. при разгрузке образец восстанавливает свою первоначальную форму и размеры. При дальнейшем увеличении нагрузки за точкой B появляются неупругие деформации. В точке C начинается процесс деформации детали без увеличения внешней нагрузки. Этот процесс называется процессом текучести материала. В зоне текучести у стальных образцов существенно меняются электропроводность и магнитные свойства. Поверхность полированного образца покрывается линиями, наклоненными к его оси (линии Чернова).

Участок III (ДК) характерен увеличением нагрузки, при которой происходит дальнейшая деформация образца. Этот участок называется зоной упрочнения. Заканчивается участок при достижении максимальной нагрузки, воспринимаемой образцом.

Участок IV начинается в точке K и заканчивается разрушением образца в точке R. Этот участок носит название зоны разрушения образца. Деформация образца на этом участке характерна образованием шейки и удлинением образца за счет уменьшения ее диаметра (рис. 2.11, б).

Если испытуемый образец, не доводя до разрушения, нагрузить до состояния, соответствующего точке L диаграммы (рис. 2.11, в), а затем разгрузить, то процесс разгрузки изобразится прямой LL'. Многочисленные испытания показывают, что эта прямая параллельна первоначальному участку OA диаграммы. При разгрузке деформация полностью не исчезает. Она уменьшается только на величину LM упругой части удлинения. Отрезок OL' представляет собой остаточную или пластическую деформацию.

Следовательно,

$$\Delta l' = \Delta l'_{упр} + \Delta l'_{ост}.$$

или

$$\varepsilon = \varepsilon_{упр} + \varepsilon_{ост}$$

Если образец нагрузить силой, меньшей  $F_A$ , и затем нагрузку снять, то имеет место только упругая деформация, остаточная (пластическая) деформация отсутствует.

В соответствии с диаграммой растяжения вводят следующие основные характеристики материала.

1. Отношение растягивающего усилия в точке А к первоначальной площади поперечного сечения стержня

$$\sigma_n = \frac{F_A}{A_0},$$

называемое пределом пропорциональности. До предела пропорциональности сохраняет силу закон Гука.

2. Отношение растягивающего усилия в точке В к первоначальной площади поперечного сечения стержня

$$\sigma_y = \frac{F_B}{A_0},$$

называемое пределом упругости.

Предел упругости – такое напряжение, при котором величина относительной остаточной деформации не превышает 0,005%, т. е. предел упругости соответствует такому наибольшему напряжению, до которого материал сохраняет свои упругие свойства. Для многих материалов разница между пределом пропорциональности и пределом упругости невелика, и на практике между ними обычно различия не делают.

3. Отношение растягивающего усилия в точке С к первоначальной площади поперечного сечения стержня

$$\sigma_T = \frac{F_C}{A_0},$$

называемое пределом текучести. Предел текучести – такое напряжение, при котором происходит рост деформации без увеличения нагрузки. Для ряда материалов, не имеющих на диаграмме выраженной площадки текучести, вводят понятие условного предела текучести, под которым подразумевают напряжение, вызывающее остаточную деформацию, равную 0,2%.

4. Отношение наибольшей нагрузки к первоначальной площади поперечного сечения стержня

$$\sigma_{B(nч)} = \frac{F_{\max}}{A_0},$$

называемое пределом прочности, или временным сопротивлением. Предел прочности при растяжении обозначают  $\sigma_{в.р}$ , при сжатии  $\sigma_{в.с}$ .

Предел прочности соответствует максимальному напряжению, возникающему в образце до его разрушения.

При испытании образца на разрыв определяют также относительное остаточное удлинение материала образца при разрыве:

$$\delta = \frac{\Delta l_{ост}}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0} 100\%,$$

где  $l_0$  – первоначальная расчетная длина испытуемого образца;  $l_1$  – расчетная длина образца после разрыва; ее измеряют после стыковки двух частей разорванного образца.

Величину остаточного удлинения образца  $\Delta l_{ост}$  можно определить при помощи диаграммы растяжения (рис. 2.11, в). Для этого из полного удлинения образца  $\Delta l_{полн}$  при его разрушении в точке R вычитают величину упругого удлинения образца  $\Delta l_{упр}$ . Задача решается графически с помощью прямой, проведенной через точку R параллельно участку OA упругого растяжения материала.

Относительное удлинение образца при разрыве, как уже было сказано, служит показателем пластических свойств материала.

Второй характеристикой пластичности материала является относительное остаточное сужение при разрыве

$$\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} 100\%,$$

где  $A_0$  – первоначальная площадь поперечного сечения;  $A_1$  – площадь поперечного сечения в наиболее тонком месте шейки после разрыва.

5. Диаграмма растяжения хрупких материалов показана на рис. 2.11, г, где отклонение от закона Гука начинается при малых значениях деформирующей силы. Эта диаграмма не имеет площадки текучести. Образцы разрушаются при очень малой остаточной деформации без образования шейки. За характеристику прочности хрупких материалов, как и в случае растяжения, принимается временное сопротивление.

Кроме указанных выше механических характеристик материала, с помощью диаграммы растяжения можно определить также его энергетические характеристики.

Площадь диаграмм, показанных на рис. 2.11, в, г, представляет работу, затрачиваемую на разрушение материала образца. Часть этой работы идет на нагревание материала образца, при этом, как видно из диаграмм, работа разрушения пластических материалов значительно больше, чем для хрупких материалов.

В пределах упругости полная работа деформации

$$A = \frac{A_{\text{раб}} \Delta l}{2} \quad (2.5)$$

Важной характеристикой материала является удельная работа деформации, величину которой  $a$  находят как отношение полной работы к объему рабочей части образца:

$$a = \frac{A}{V} = \frac{A_{\text{раб}} \Delta l}{2F_0 l_0}$$

или

$$a = \frac{\sigma \varepsilon}{2} \quad (2.6)$$

Вследствие упругой деформации в образце накапливается потенциальная энергия деформации. Величину полной  $U$  и удельной  $u$  потенциальной энергии принимают равной значению соответственно полной и удельной работы.

Диаграммой растяжения можно воспользоваться также для определения модуля упругости  $E$ .

На диаграмме растяжения (рис. 2.11, б) прямолинейный участок, соответствующий закону Гука, наклонен под углом  $\alpha$  к горизонтальной оси. Отметим текущее напряжение  $\sigma$  и соответствующее ему относительное удлинение  $\varepsilon$ . Тогда тангенс угла наклона участка ОА:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Исходя из соотношения, выражающего закон Гука, получим

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Сопоставление этих формул позволяет сделать вывод о том, что

$$E = \operatorname{tg} \alpha$$

Следовательно, модуль упругости материала численно равен тангенсу угла наклона к горизонтали прямолинейного участка ОА диаграммы растяжения.

Явление наклепа. Если при испытании создать в образце напряжение, превышающее предел текучести, затем разгрузить, дать «отдохнуть» и подвергнуть повторному нагружению, можно заметить, что предел пропорциональности значительно увеличивается, но при этом уменьшается пластичность.

Повышение предела пропорциональности и уменьшение пластичности материала образца при вытяжке его за предел текучести называют наклепом. Упрочнение стали при помощи наклепа используют при изготовлении проволочных канатов, грузовых цепей и т. д. Для придания медным листам упругих свойств и твердости их подвергают прокатке в холодном состоянии.

В тех случаях, когда наклеп является нежелательным явлением, его можно устранить при помощи специальной термической обработки.

**Испытание на сжатие.** Во избежание искривления металлические образцы, подлежащие испытанию на сжатие, выполняют в виде коротких цилиндров высотой  $h \leq 3d$  или кубиков. Образцы на сжатие испытывают на специальных прессах или универсальных разрывных машинах.

Диаграмма сжатия образца из пластического материала показана на рис. 2.12, а. В начальной части диаграмма сжатия совпадает с диаграммой растяжения (линия ОАВСД).

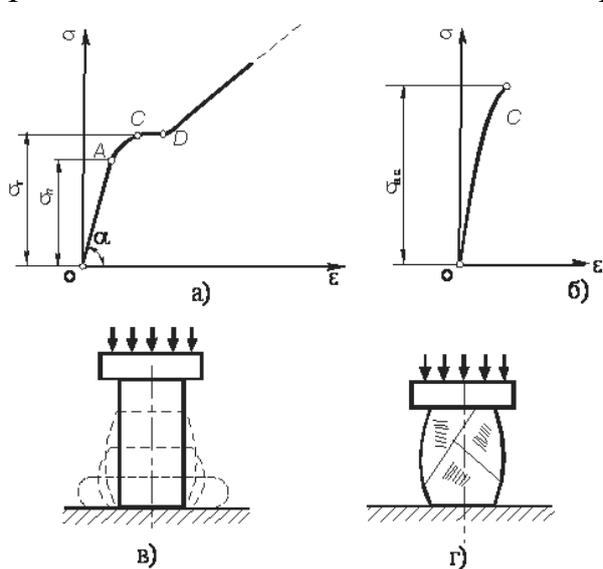


Рис. 2.12

После точки D материал образца расплющивается, и сжимающая сила быстро возрастает. Модуль упругости первого рода, а также пределы пропорциональности, упругости и текучести у малоуглеродистой стали при растяжении и сжатии можно считать совпадающими.

Диаграмма сжатия образца из хрупкого материала показана на рис. 2.12, б. Основными характеристиками хрупкого материала при сжатии является предел прочности, обозначаемый  $\sigma_{B.C.}$ , и

относительная остаточная деформация при разрушении  $\varepsilon_{отс}$ . Предел прочности при сжатии хрупких материалов оказывается значительно

выше, чем при растяжении, т. е. хрупкие материалы сопротивляются сжатию значительно лучше, чем растяжению.

На рис. 2.12, в представлен вид малоуглеродистого стального образца до сжатия и после сжатия на специальном испытательном станке, а на рис. 2.12, г изображен образец из хрупкого материала, разрушенный при сжатии.

**Определение твердости.** Твердостью называют способность материала сопротивляться механическому проникновению в него другого тела. Твердость определяют различными способами, и соответственно существуют различные величины, характеризующие твердость. Наиболее широкое распространение получили испытания твердости по Бринелю и по Роквеллу. Твердость по Бринелю определяют вдавливанием закаленного шарика в испытуемый материал. При испытании по Роквеллу в материал вдавливают острый алмазный наконечник. Величина, характеризующая твердость или число твердости по Бринелю (НВ), представляет отношение силы  $F$ , с которой вдавливается шарик, к поверхности  $A'$  лунки, оставшейся после вдавливания на испытуемом материале:

$$HB = \frac{F_{\text{сила}}}{A'}$$

Числом твердости можно пользоваться в производственных условиях для определения механических характеристик материала. Так, по числу твердости можно с достаточной степенью точности определить предел текучести, временное сопротивление и предел упругости. Для углеродистой термически не обработанной стали связь между числом твердости и временным сопротивлением может быть выражена следующей зависимостью:

$$\sigma_B = (0,35 \div 0,4)HB .$$

Для легированной термически обработанной стали

$$\sigma_B = (0,35 \div 0,45)HB$$

В справочной литературе приведены таблицы, устанавливающие зависимость между числами твердости по Бринелю и Роквеллу

**Определение ударной вязкости.** Ударной вязкостью называют величину, характеризующую способность материала сопротивляться действию ударных нагрузок. Меру сопротивления удару определяют на специальных испытательных копрах, на которых при помощи маятника разрушаются образцы.

Ударную вязкость  $a$  определяют как отношение работы  $A''$ , затраченной на разрушение образца, к площади его поперечного сечения, Дж/м<sup>2</sup>:

$$a = \frac{A''}{A}.$$

Величины механических характеристик основных конструкционных материалов приведены в соответствующих справочниках.

Описанные выше испытания материалов с целью получения их механических характеристик проведены по методикам, строго регламентированным ГОСТами и ведомственными нормами.

В заключение отметим, что механические характеристики материалов зависят от многих факторов, в числе которых можно назвать, например, химический состав и технологию получения материалов, виды термической обработки и обработки резанием, условия эксплуатации и др.

### **2.2.3 Допускаемые напряжения и запасы прочности**

Для обеспечения нормальной работоспособности детали необходимо, чтобы фактически возникающие напряжения растяжения и сжатия не превышали некоторого безопасного, или допускаемого напряжения, обозначаемого  $[\sigma]$ . Это такое напряжение, при котором обеспечивается достаточная прочность и долговечность детали.

Известно, что определенные экспериментально механические характеристики, в равной степени, как и принимаемые для расчета нагрузки, в большинстве случаев отличаются от фактически существующих. При этом многие факторы, оказывающие влияние на действительную прочность, не поддаются непосредственному предварительному учету, так как носят случайный характер и прогнозировать их трудно. Часть факторов не может быть учтена из-за отсутствия исчерпывающих данных о физической сущности происходящих явлений. Наконец, учет некоторых факторов может привести к такому усложнению расчетной схемы, что выполнение самого расчета повлечет неоправданные затраты труда и времени.

Для того чтобы деталь обладала необходимой надежностью и работала безотказно, необходимо создать требуемый запас прочности по отношению к экспериментально определенным величинам предельных напряжений, при которых может разрушиться деталь или возникнуть пластическая деформация.

Следовательно, безопасное (или допускаемое) напряжение должно являться для данного материала и вида нагружения частью экспериментально определенного предельного напряжения.

Таким образом,

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{np}}{[n]}, \quad (2.7)$$

где  $[\sigma]$  – допускаемое напряжение;  $[n]$  – регламентированный нормами проектирования коэффициент запаса прочности или коэффициент безопасности;  $\sigma_{np}$  – предельное напряжение материала.

В качестве исходной величины для определения предельных напряжений выбирают одну из нормативных механических характеристик материала: для пластичных материалов при статическом нагружении – предел текучести  $\sigma_T$ ; для хрупких материалов при статическом нагружении – временное сопротивление  $\sigma_B$ ; для любых материалов при циклическом изменении нагрузки – предел выносливости  $\sigma_r$ .

Величина регламентированного коэффициента запаса прочности  $[n]$  определяется на основе существующего опыта эксплуатации данной группы механизмов, машин, приборов.

Общий коэффициент запаса прочности  $[n]$  обычно рассматривают как произведение частных коэффициентов запаса прочности:

$$[n] = [n_1][n_2] \dots [n_n].$$

При выполнении проверочных расчетов должно быть выполнено условие  $n \geq [n]$ , где  $n$  – фактически существующий запас прочности.

Каждый из частных коэффициентов запаса отражает влияние на прочность деталей какого-либо фактора или группы взаимозависимых факторов. Учет тех или иных факторов зависит от требований, которые предъявляются к расчету, а также от назначения и условий работы рассчитываемых деталей.

Обычно при определении запаса прочности учитывают степень надежности материала, точность расчетной схемы, степень динамичности нагрузки и величину возможной перегрузки, степень ответственности детали, условия работы детали, наличие концентраторов напряжения и т. д. Количество учитываемых факторов и соответствующих им частных коэффициентов колеблется от одного до десяти.

В машиностроении иногда пользуются для определения коэффициента безопасности  $[n]$  произведением трех частных коэффициентов:

$$[n] = [n_1][n_2][n_3],$$

где  $[n_1]$  – коэффициент, учитывающий точность расчетной схемы (при повышенной точности расчета  $[n_1] = 1,2 \div 1,5$ ; при наличии упрощений и допущений, снижающих точность расчета  $[n_1] = 2 \div 3$ ).  $[n_2]$  – коэффициент, учитывающий неоднородность материала и его чувствительность к

степени чистоты обработки поверхности (для высокопрочных сталей  $[n_2] = 2 \div 3$ ; для хрупких материалов  $[n_2] = 3 \div 4$ ; для пластичных материалов при статическом нагружении  $[n_2] = 1,2 \div 2,2$ , в зависимости от отношения  $\frac{\sigma_T}{\sigma_B}$ ; при расчетах на усталость  $[n_2] = 1,5 \div 2$ ;  $[n_3]$  – коэффициент, учитывающий условия работы и степень ответственности детали; обычно  $[n_3] = 1 \div 1,5$ .

В соответствующих главах указаны величины частных коэффициентов и их перечень применительно для каждой группы деталей. Для ориентировочных или предварительных расчетов наиболее распространенных деталей, когда не требуется особой точности, пользуются табличным методом определения допускаемых напряжений. Величины, приведенные в таких таблицах, являются результатом укрупненных вычислений по формуле (2.7) или установлены на основе существующего опыта эксплуатации. Выбор допускаемого напряжения является весьма ответственным этапом расчета, так как определяет эксплуатационные и экономические характеристики механизма или машины.

#### 2.2.4 Напряженное состояние при растяжении и сжатии

Для того чтобы иметь полное представление о прочности материала, необходимо знать действующие напряжения не только в плоскости поперечного сечения, но и по любому наклонному сечению.

Рассмотрим стержень, который находится под действием растягивающей силы  $F$  (рис. 2.13). Как указывалось выше, в поперечных сечениях стержня, достаточно удаленных от точек приложения сосредоточенных сил, нормальные напряжения распределяются равномерно и определяются по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A_0} = \frac{F}{A_0}$$

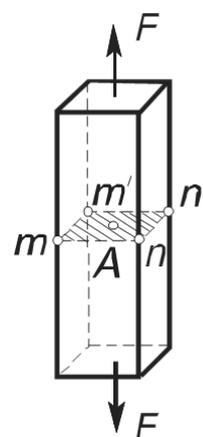


Рис. 2.13

В окрестности какой-либо точки А, лежащей в плоскости поперечного сечения  $mnn'm'$  (рис. 2.13), выделим бесконечно малый элемент (рис. 2.14, а). Поскольку по его граням, перпендикулярным направлению растягивающего усилия, действуют нормальные напряжения  $\sigma$ , а остальные грани от напряжений свободны, то данный элемент находится в линейном напряженном состоянии (главное напряжение  $\sigma_1 = \sigma$ , а  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ). Условимся такой элемент изображать в виде плоской фигуры (рис. 2.14, б), хотя в действительности он имеет форму прямоугольного параллелепипеда.

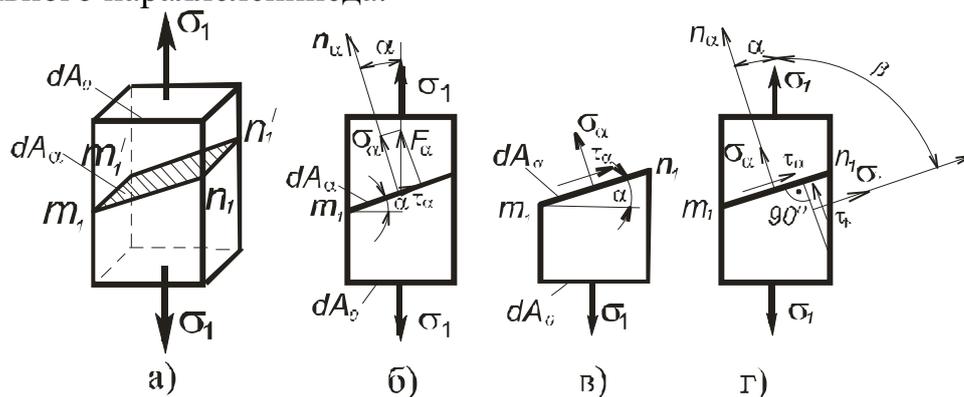


Рис. 2.14

Определим напряжения, возникающие в наклонном сечении  $m_1n_1n_1'm_1'$  (рис. 2.14, а), перпендикулярном к плоскости чертежа. Положение наклонной площадки определяется углом между направлением главного напряжения  $\sigma_1$  и внешней нормалью  $n_\alpha$  к площадке (рис. 2.14, б). Этот угол принимают положительным, если его отсчитывают против часовой стрелки от направления  $\sigma_1$ . Наклонную площадку обозначают углом, определяющим ее положение. Так, для принятого на рис. 2.14, б обозначения угла имеем  $\alpha$ -площадку.

По наклонной площадке вследствие однородности напряженного состояния для всех ее точек равномерно распределяются полные напряжения  $p_\alpha$ , параллельные  $\sigma_1$ . Составляющие полного напряжения, направленные по нормали к площадке и по касательной к ней, обозначим соответственно  $\sigma_\alpha$  и  $\tau_\alpha$ . Для определения напряжений  $\sigma_\alpha$  и  $\tau_\alpha$  применяем метод сечений. Так как наклонная площадка рассекла элемент на две части, отбросим одну из них (например, верхнюю) и рассмотрим равновесие оставшейся (нижней) части (рис. 2.14, б).

По направлению  $\sigma_\alpha$  действует, очевидно, нормальная сила  $dN_\alpha = \sigma_\alpha dA_\alpha$ , по направлению  $\tau_\alpha$  – касательное усилие  $dQ_\alpha = \tau_\alpha dA_\alpha$  и по направлению  $\sigma_1$  – нормальная сила  $dN = \sigma_1 dA_0$ .

Проектируя указанные силы на направления  $\sigma_\alpha$  и  $\tau_\alpha$ , соответственно получим

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha} dA_{\alpha} - \sigma_1 dA_0 \cos \alpha &= 0; \\ \tau_{\alpha} dA_{\alpha} - \sigma_1 dA_0 \sin \alpha &= 0,\end{aligned}$$

где  $dF_{\alpha}$  – площадь наклонного сечения.

Учитывая, что  $dA_0 = dA_1 \cos \alpha$ , из уравнений равновесия имеем

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \cos^2 \alpha; \quad (2.12)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha. \quad (2.13)$$

Воспользуемся формулами (2.12) и (2.13) для определения напряжений на  $\beta$ -площадке, перпендикулярной к  $\alpha$ -площадке (рис. 2.14, г).

Нормаль  $n_{\beta}$  образует с направлением  $\sigma_1$  угол

$$\beta = -\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

Заменив в формулах (2.12) и (2.13) угол  $\alpha$  на  $\beta$ , получим

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \cos^2 \beta = \sigma_1 \cos^2 \left[-\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right];$$

$$\tau_{\beta} = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\beta = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2 \left[-\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right]$$

или

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \sin^2 \alpha; \quad (2.14)$$

$$\tau_{\beta} = -\frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha. \quad (2.15)$$

Для напряжений  $\sigma$  и  $\tau$ , действующих по наклонным площадкам, принимаем следующее правило знаков: нормальное напряжение положительно, если оно растягивающее; касательное напряжение положительно, если для совпадения с его направлением внешнюю нормаль к площадке необходимо повернуть по часовой стрелке.

Отметим некоторые свойства линейного напряженного состояния, вытекающие из зависимостей (2.12) – (2.15).

1. Сумма нормальных напряжений, действующих по двум взаимно перпендикулярным площадкам, постоянна и равна главному напряжению, т.е.  $\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = \sigma_1$ .

2. На двух взаимно перпендикулярных площадках касательные напряжения равны, но противоположны по знаку, т. е.  $\tau_{\alpha} = -\tau_{\beta}$ . Данное свойство является общим для любого напряженного состояния и носит название закона парности касательных напряжений.

3. Величина нормального напряжения в любом наклонном сечении ( $\alpha \neq 0^\circ$ ) меньше  $\sigma$ , и достигнет максимума лишь в поперечных сечениях

( $\alpha = 0^\circ$ ). Касательное напряжение наибольшее значение имеет в сечении, составляющем угол  $45^\circ$  с направлением  $\sigma_1$ .

$$\text{В этом случае } \tau_{\max} = \frac{\sigma_1}{2}.$$

Оценивая напряженное состояние стержня при его осевом растяжении или сжатии, можно сделать заключение о том, что стержень разрушается либо по поперечному сечению в результате действия максимальных нормальных напряжений, либо по наклонной (под углом  $45^\circ$ ) плоскости от действия наибольшего касательного напряжения.

### 2.2.5 Напряжения в наклонных площадках при плоском и объемном напряженных состояниях. Обобщенный закон Гука

Рассмотрим элемент (рис. 2.15, а), по граням которого действуют растягивающие напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$

Проведем сечение  $m_1-n_1$  (перпендикулярно плоскости чертежа), определяющее положение  $\alpha$ -площадки. Напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  вызывают появление на этой площадке напряжений  $\sigma_\alpha$  и  $\tau_\alpha$ .

Используя принцип независимости действия сил, можно записать

$$\sigma_\alpha = \sigma'_\alpha + \sigma''_\alpha; \quad (2.16)$$

$$\tau_\alpha = \tau'_\alpha + \tau''_\alpha, \quad (2.17)$$

где  $\sigma'_\alpha$  и  $\tau'_\alpha$  – напряжения, вызванные действием  $\sigma_1$ ,  $\sigma''_\alpha$  и  $\tau''_\alpha$  – напряжения, вызванные действием  $\sigma_2$ .

Для определения  $\sigma'_\alpha$  и  $\tau'_\alpha$  воспользуемся формулами (2.12) и (2.13), т. е.

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha;$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha.$$

Чтобы получить выражение для  $\sigma''_\alpha$  и  $\tau''_\alpha$ , в указанные формулы вместо  $\sigma_1$  необходимо подставить напряжение  $\sigma_2$ , а вместо  $\alpha$  –

со знаком минус угол  $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ ,

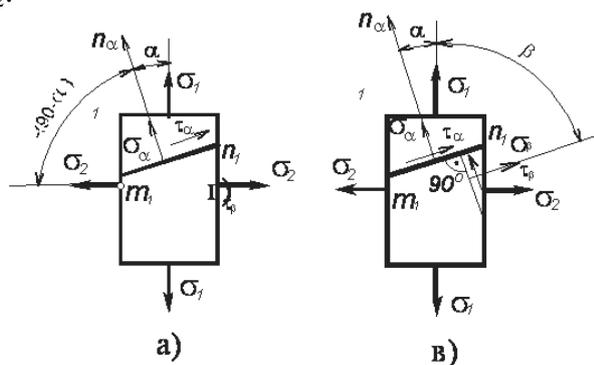


Рис. 2.15

который образует нормаль  $n_\alpha$  с направлением  $\sigma_2$ . Тогда

$$\sigma''_{\alpha} = \sigma_2 \cos^2 \left[ - \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right] = \sigma_2 \sin^2 \alpha;$$

$$\tau''_{\alpha} = \frac{\sigma_2}{2} \sin 2 \left[ - \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right] = - \frac{\sigma_2}{2} \sin 2\alpha.$$

С учетом полученных зависимостей равенства (2.16) и (2.17) принимают следующий вид:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha; \quad (2.18)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \quad (2.19)$$

Из формулы (2.19) видно, что максимальные касательные напряжения равны полуразности главных напряжений:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

и действуют в площадках, наклоненных под углом  $45^{\circ}$  к главным площадкам. Экстремальными значениями для нормальных напряжений  $\sigma_{\alpha}$  согласно зависимости (2.18) будут величины главных напряжений, причем

$$\sigma_{\alpha \max} = \sigma_1 \text{ И } \sigma_{\alpha \min} = \sigma_2$$

Используя формулы (2.18) и (2.19), определим напряжения  $\sigma_{\beta}$  и  $\tau_{\beta}$ , действующие по  $\beta$ -площадке, перпендикулярной к  $\alpha$ -площадке (рис. 2.15, б). По аналогии с изложенным в предыдущем параграфе, окончательно получим

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha; \quad (2.20)$$

$$\tau_{\beta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \quad (2.21)$$

Обратим внимание на следующие два частных случая плоского напряженного состояния.

1. Если  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$  (рис. 2.16, а), то на всех площадках, проходящих через рассматриваемую точку, нормальное напряжение равно  $\sigma$ , а касательное напряжение отсутствует. Такое напряженное состояние называют равномерным двухосным растяжением (или сжатием).

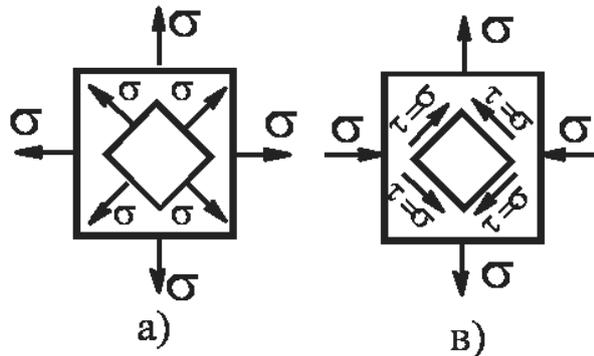


Рис. 2.16

2. Если  $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 0$ , а

$\sigma_3 = -\sigma$  (рис. 2.16, б), то при  $\alpha = 45^\circ$  нормальное напряжение в наклонной площадке оказывается равным нулю, а  $\tau_\alpha = \sigma$ . Такое напряженное состояние называют чистым сдвигом.

Совокупность формул (2.18) – (2.21) дает возможность решать прямую задачу плоского напряженного состояния, т. е. по известным главным напряжениям находить нормальные и касательные напряжения в наклонных площадках. При этом следует иметь в виду, что угол  $\alpha$  всегда отсчитывают от направления алгебраически большего главного напряжения (отличного от нуля), а значения главных напряжений подставляют в эти формулы со своими знаками. Последнее замечание указывает на возможность изменения индексов у главных напряжений в расчетных формулах, поэтому необходимо четко помнить правило их обозначения.

На практике чаще приходится иметь дело с обратной задачей, в которой известными величинами являются  $\sigma_\alpha, \sigma_\beta, \tau_\beta, \tau_\alpha$ , а определить необходимо значения главных напряжений и положение главных площадок.

Расчетные формулы для обратной задачи находят из выражений (2.18) – (2.21), если в них предварительно заменить  $\alpha$  на  $(-\alpha_0)$ . Здесь  $\alpha_0$  – угол, на который необходимо повернуть нормаль па, чтобы получить направление  $\sigma_I$ .

Опуская промежуточные выкладки, приведем расчетные формулы в окончательном виде:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2}; \quad (2.22)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\beta - \sigma_\alpha} \quad (2.23)$$

Из выражения (2.23) определяют два значения угла  $\alpha_0$ , отличающиеся друг от друга на  $90^\circ$ : одно значение угла соответствует площадке, по которой действует максимальное главное напряжение, а другое – площадке с минимальным главным напряжением.

В случае объемного напряженного состояния напряжения по наклонным площадкам, не параллельным ни одному из главных напряжений, определяются по следующим формулам:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3$$

$$\tau_\alpha = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - \sigma_\alpha^2},$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  – углы, которые образует нормаль к рассматриваемой площадке соответственно с направлениями  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Максимальное касательное напряжение действует по площадке, параллельной главному

напряжению  $\sigma_2$  и составляющей угол  $45^\circ$  с направлениями  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ . Величина этого напряжения равна полуразности наибольшего и наименьшего из главных напряжений

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \quad (2.24)$$

Установим зависимость между относительными деформациями и напряжениями в случае объемного напряженного состояния.

Рассмотрим деформацию элемента, имеющего размеры ребер  $a \times b \times c$ , по граням которого действуют главные напряжения  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  (рис. 2.17, а). Для простоты полагаем, что  $\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, \sigma_3 > 0$ . В результате деформации длина ребер элемента изменится и станет равной  $a + \Delta a; b + \Delta b; c + \Delta c$  (рис. 2.17, б). Относительные удлинения в главных направлениях (т.е. в направлении действия главных напряжений) называют главными удлинениями и соответственно

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a}; \varepsilon_2 = \frac{\Delta b}{b}; \varepsilon_3 = \frac{\Delta c}{c}.$$

Воспользовавшись принципом независимости действия сил, для главного удлинения  $\varepsilon_1$  можно записать следующее равенство:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + \varepsilon_1'' + \varepsilon_1''',$$

где  $\varepsilon_1', \varepsilon_1'', \varepsilon_1'''$  – относительные удлинения в направлении  $\sigma_1$ , вызванные действием соответственно только напряжений  $\sigma_1$  (при  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ),  $\sigma_2$  (при  $\sigma_1 = \sigma_3 = 0$ ) и  $\sigma_3$  (при  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ).

В указанном направлении напряжение  $\sigma_1$  вызывает продольную деформацию, а напряжения  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  – поперечную деформацию. Поэтому, используя зависимости (2.1) и (2.3), находим, что

$$\varepsilon_1' = \frac{\sigma_1}{E}; \varepsilon_1'' = -\mu \frac{\sigma_2}{E}; \varepsilon_1''' = -\mu \frac{\sigma_3}{E}$$

Суммируя относительные удлинения, получим

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E}.$$

Определяя аналогично главные удлинения  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$ , окончательно имеем

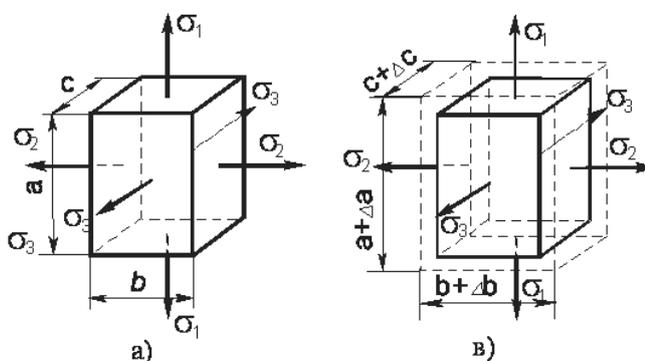


Рис. 2.17

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 - \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 - \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 - \sigma_2)] \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

Система равенств (2.25) является математическим выражением обобщенного закона Гука. Полагая в равенствах (2.25) равным нулю одно из главных напряжений, получим закон Гука для плоского напряженного состояния.

Установим связь между главными напряжениями и относительным изменением объема  $\varepsilon_V$  рассматриваемого элемента. До деформации объема элемента был равен  $V_0 = abc$ , В деформированном состоянии его объем

$$V = (a + \Delta a)(b + \Delta b)(c + \Delta c) = abc \left(1 + \frac{\Delta a}{a}\right) \left(1 + \frac{\Delta b}{b}\right) \left(1 + \frac{\Delta c}{c}\right) = V_0(1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3).$$

Раскрывая скобки и пренебрегая величинами второго и третьего порядка малости, получим

$$V = V_0(1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3).$$

Относительное изменение объема

$$\varepsilon_V = \frac{V - V_0}{V_0} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

Используя зависимости (2.25), окончательно имеем

$$\varepsilon_V = \frac{1 - 2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2.26)$$

Из формулы (2.26) следует, что для изотропных материалов коэффициент Пуассона  $\mu$  не может быть больше 0,5. Действительно, например, при растяжении по трем направлениям объем элемента должен увеличиться, т. е. обязательно  $\varepsilon_V > 0$ . Последнее возможно лишь при условии  $(1 - 2\mu) > 0$ , так как  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 > 0$ .

$$u = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \varepsilon_3}{2}$$

или, используя зависимости (2.25), получим

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)]. \quad (2.27)$$

Как уже отмечалось, вследствие упругой деформации в теле накапливается потенциальная энергия деформации. Удельная потенциальная энергия в случае осевого растяжения или сжатия определяется по формуле (2.6). Для объемного напряженного состояния эта энергия, где  $u$  — полная удельная потенциальная энергия деформации.

Возможны два варианта деформации рассматриваемого элемента. Если все действующие напряжения одинаковы по величине и по знаку (например,  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$ ), то все ребра элемента получают одинаковое изменение длины. Вследствие такой деформации объем элемента изменяется, а его форма остается в первоначальном виде (например, сохраняется форма прямоугольного параллелепипеда). Если же главные напряжения неодинаковы по величине, то вместе с изменением объема элемента произойдет также изменение его формы. Поэтому можно считать, что в общем случае полная удельная потенциальная энергия деформации состоит из двух частей: энергии  $u_v$ , накапливаемой за счет изменения объема, и энергии  $u_\phi$ , накапливаемой вследствие изменения формы:

$$u = u_v + u_\phi$$

Величина энергии формоизменения

$$u_\phi = \frac{1+\mu}{E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.28)$$

На основании формул (2.27) и (2.28) несложно определить также потенциальную энергию изменения объема.

## 2.3 Изгиб прямолинейного бруса

### 2.3.1 Общие понятия. Типы опор и определение опорных реакций.

Значительное количество деталей механизмов или элементы этих деталей в процессе работы подвергаются воздействию нагрузки, перпендикулярной к продольной оси, или внешних пар, действующих в плоскости, проходящей через указанную ось (рис. 2.18, а, б).

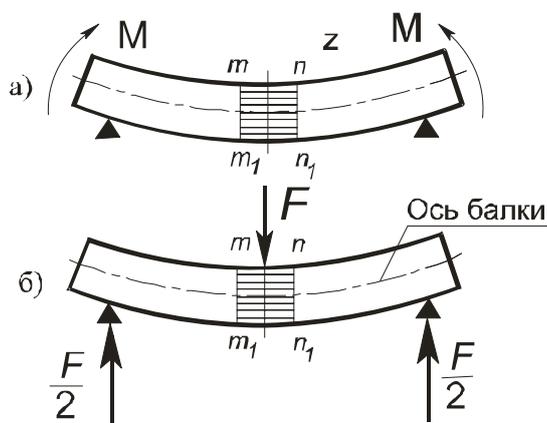


Рис. 2.18

При этом в поперечных сечениях деталей или их элементов возникают изгибающие моменты, т. е. внутренние моменты, действующие в плоскости, перпендикулярной к плоскости поперечного сечения. Такой вид нагружения называют изгибом. Стержни, работающие в основном на изгиб, принято называть балками.

Если изгибающий момент в сечении является единственным силовым фактором, – изгиб называют чистым. При этом в сечении отсутствуют поперечные силы. При наличии в поперечном сечении, наряду с моментом, поперечных сил изгиб называют поперечным.

Если плоскость действия изгибающего момента, именуемая силовой плоскостью, проходит через одну из главных центральных осей поперечного сечения балки, изгиб называют простым или плоским. При этом ось балки после деформации остается в силовой плоскости.

Деформацию изгиба легко проследить на модели, представляющей собой прямолинейный призматический брус, длина которого значительно превышает его поперечные размеры. На боковые грани бруса нанесены равноотстоящие горизонтальные и вертикальные линии (рис. 2.19, а). В плоскости симметрии  $abcd$  к концам бруса приложены два равных противоположно направленных момента  $M$ , под действием которых брус изгибается, как показано на рис. 2.19, б.

Рассмотрение изогнутого бруса позволяет установить следующие основные признаки чистого изгиба.

1. Плоские поперечные сечения бруса остаются плоскими и поворачиваются на некоторый угол одно относительно другого.

2. Плоские продольные сечения искривляются, о чем можно судить по тому, что продольные горизонтальные прямые, нанесенные на боковые грани, становятся кривыми линиями.

3. Волокна на вогнутой стороне бруса укорачиваются, что свидетельствует об их сжатии, а на выпуклой стороне – удлиняются, растягиваются. Как показывает опыт, одна из горизонталей на боковой грани бруса своей длиной не изменяет (линия  $OO$  на рис. 2.19, б). Это позволяет сделать вывод о существовании у бруса слоя, которые не испытывает ни растяжения, ни сжатия. Такой слой называют нейтральным слоем. След  $a'b'$  нейтрального слоя на плоскости поперечного сечения назы-

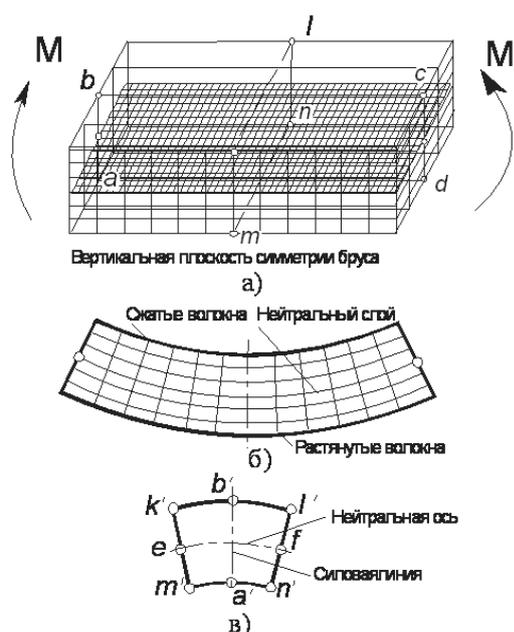


Рис. 2.19

вают нейтральной осью (рис. 2.19, в). След  $a'b'$  силовой плоскости на поперечном сечении балки называют силовой линией.

Рассматривая торцовые плоскости изогнутого бруса, легко заметить, что поперечное волокно  $k'l'$  (рис. 2.19, в), расположенное на сжатом продольном слое, оказывается растянутым, а волокно  $m'n'$ , расположенное на растянутом продольном слое, – сжатым. Нейтральная ось  $ef$  своей длине не изменяет. Таким образом, здесь наблюдаются те же явления, что и при простом растяжении и сжатии, когда знак поперечной деформации противоположен знаку продольной деформации, т. е. продольное растяжение сопровождается поперечным сжатием и продольное сжатие приводит к поперечному растяжению.

Из рис. 2.19 следует, что величина деформации волокон как в продольном, так и в поперечном направлении тем больше, чем дальше они расположены от нейтрального слоя или нейтральной оси.

Балки, подверженные изгибу, имеют опорные устройства весьма разнообразного конструктивного исполнения, однако при расчетах различают следующие три основных типа.

Шарнирно-подвижная опора (рис. 2.20, а), которая допускает поворот сечения балки над опорой и поступательное перемещение вдоль опорной поверхности. Схематическое изображение такой опоры показано на рис. 2.20, б, опорная реакция в этом случае направлена перпендикулярно плоскости опирания катков.

Шарнирно-неподвижная опора (рис. 2.21, а), допускающая только поворот сечения балки в силовой плоскости. Схематическое изображение опоры показано на рис. 2.21, б; реакция такой опоры разлагается на две взаимно ортогональные составляющие.

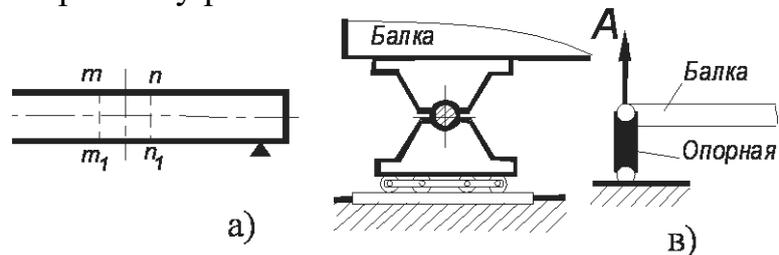


Рис. 2.20

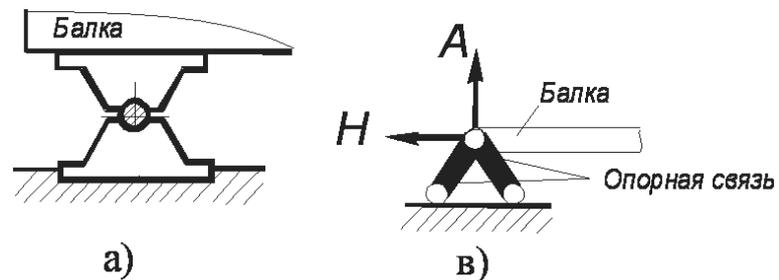


Рис. 2.21

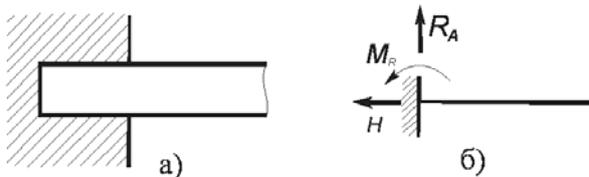


Рис. 2.22

Жесткая заделка (защемление) (рис. 2.22, а), исключая как поворот, так и перемещение по двум направлениям; схематически защемление показано на рис. 2.22, б; реакции имеют три составляющие – вертикальную, горизонтальную и реактивный момент.

Для того чтобы балка могла воспринимать нагрузку в одной плоскости и оставалась бы при этом в целом неподвижной по отношению к основанию, наименьшее число связей, налагаемых опорами, должно быть равно трем.

Таким образом, возможны следующие варианты крепления балки: 1) защемление балки одним концом; 2) крепление одного конца балки при помощи шарнирно-неподвижной опоры, а другого конца – при помощи шарнирно-подвижной опоры. Сочетание таких опор исключает также возможность возникновения продольных усилий при деформации, вызванной изменением температуры.

Балки, имеющие две опоры, называют однопролетными, двух-опорными или простыми (рис. 2.23, а). Балку, защемленную одним концом и не имеющую других опор, называют консолью или консольной балкой (рис. 2.23, б). Консолями называют также свешивающиеся за опоры части балки (например, части  $BD$  и  $AC$  на рис. 2.23, в). Опорные реакции определяют при помощи уравнений статики.

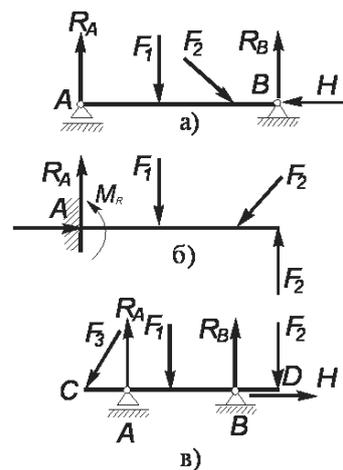


Рис. 2.23

### 2.3.2 Поперечная сила и изгибающий момент

При изгибе балки, вызванном действием приложенных к ней внешних моментов, в поперечных сечениях возникают внутренние силовые факторы – изгибающие моменты  $M_{из}$ . Аналогичное явление имеет место в случае простого поперечного изгиба, если горизонтальный брус, лежащий на двух опорах, подвергнут действию вертикальных нагрузок в продольной плоскости симметрии бруса. При этом наряду с изгибающим моментом в поперечных сечениях возникнет поперечная сила  $Q$ .

Рассмотрим методику определения изгибающего момента  $M_{из}$  и поперечной силы. Пусть балка, лежащая на опорах  $A$  и  $B$  (рис. 2.24), нагружена вертикальными силами  $F_1, F_2$ , распределенной нагрузкой интенсивности  $q$  и моментами  $M_1, M_2$ , действующими в вертикальной плоскости симметрии балки. Опорные реакции  $R_A, R_B$  в точках  $A$  и  $B$  можно определить из уравнений равновесия всей балки.

Рассмотрим поперечное сечение  $mn$  балки, определяемое абсциссой  $x$ . Указанное сечение делит внешние силы и моменты, приложенные к балке, на две взаимно уравновешивающиеся системы, из которых одна действует слева, а другая – справа от данного сечения.

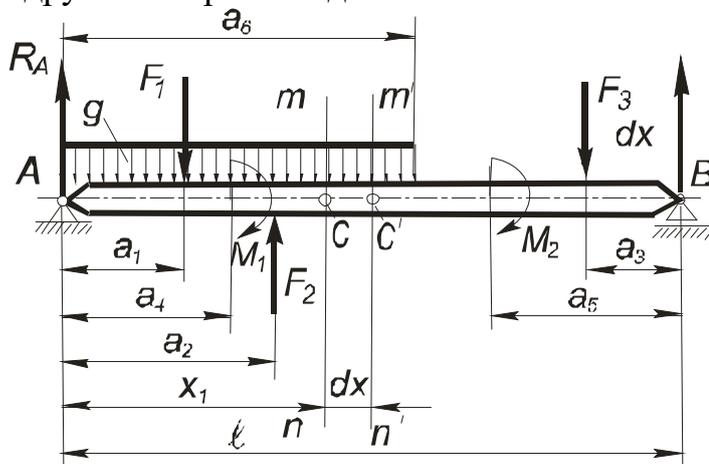


Рис. 2.24

Каждую из этих систем можно привести к центру тяжести  $C$  рассматриваемого сечения. Тогда главный вектор и главный момент относительно центра  $C$  сил, действующих слева от сечения, должны быть соответственно равны по модулю и противоположны по направлению главному вектору и главному моменту относительно того же центра сил, действующих справа от этого сечения. Указанные главный вектор  $\bar{Q}$  и главный момент  $M_{II}$  являются статическими эквивалентами внутренних сил, возникающих при изгибе в поперечном сечении.

Главный вектор внешних сил, действующих на балку по одну сторону от данного сечения, называется поперечной силой в данном сечении. Если некоторые силы, действующие на балку, не перпендикулярны к ее оси, то поперечной силой называется вертикальная составляющая главного вектора внешних сил, расположенных по одну сторону от данного сечения.

Ограничиваясь случаем параллельных сил, можем поперечную силу (обозначим ее через  $Q$ ) рассматривать как алгебраическую величину, имеющую положительное значение, если для левой части балки она направлена вверх, а для правой – вниз (рис. 2.25, а), и отрицательное при противоположном направлении (рис. 2.25, б).

Таким образом, поперечная сила  $Q$  в любом поперечном сечении балки численно определяется как алгебраическая сумма сил, расположенных по одну сторону от сечения.

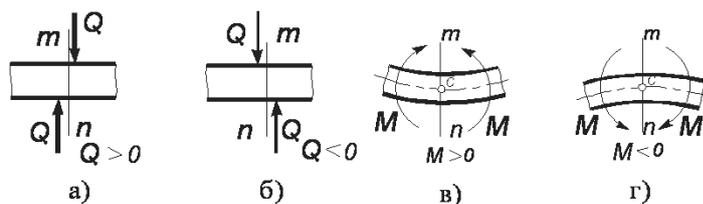


Рис. 2.25

Для сечения  $mn$  (см. рис. 2.24) в соответствии с установленным правилом знаков имеем

$$Q = R_A - F_1 + F_2 - qx \quad (2.29)$$

или

$$Q = F_3 - R_B + q(a_6 - x).$$

Главный момент внешних сил, действующих на балку по одну сторону от данного сечения, относительно центра тяжести этого сечения, называют изгибающим моментом в данном сечении. Этот момент (обозначим его через  $M_H$ ) будем рассматривать как алгебраическую величину, имеющую положительное значение, если он действует так, что ось балки изгибается выпуклостью вниз (рис. 2.25, в), и отрицательное в противоположном случае (рис. 2.25, г). Изгибающий момент  $M_H$  в любом сечении балки численно определяется как алгебраическая сумма моментов, действующих на балку внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно центра тяжести этого сечения. При этом для левой части балки моменты сил считаются положительными, если они направлены по отношению к центру тяжести сечения по часовой стрелке, и отрицательными, если против часовой стрелки; для правой части – наоборот.

Таким образом, для сечения  $mn$  (см. рис. 2.24) имеем

$$M_H = R_A x - F_1(x - a_1) + F_2(x - a_2) + M_1 - qx \frac{x}{2} \quad (2.30)$$

или

$$M_H = R_B(l - x) - F_3(l - x - a_3) - M_2 - q \frac{(a_6 - x)^2}{2}.$$

Поперечная сила  $Q$  и изгибающий момент  $M_H$  в общем случае зависят от положения сечения, т.е. от абсциссы  $x$ . Найдем зависимость между величинами  $Q$  и  $M_H$ , а также  $Q$  и  $q$ . Для этого определим поперечную силу  $Q'$  и изгибающий момент  $M_H$  в сечении  $m'n'$ , смещенном относительно сечения  $mn$  на бесконечно малое расстояние  $dx$  (см. рис. 2.24);

$$Q' = R_A - F_1 - F_2 + q(x + dx), \quad (2.31)$$

$$M'_H = R_A(x + dx) - F_1(x + dx - a_1) + F_2(x + dx - a_2) + M_1 - q \frac{(x + dx)^2}{2}. \quad (2.32)$$

Определим изменения  $dM$  изгибающего момента и  $dQ$  – поперечной силы при переходе от сечения  $mn$  к сечению  $m'n'$ . Вычитая соответственно (2.30) из (2.32) и (2.29) из (2.31), имеем

$$dM = (R_A - F_1 + F_2 - qx)dx; \quad dQ = qdx,$$

откуда, учитывая выражение (2.29), получаем

$$dM = Qdx; \quad Q = \frac{dM}{dx}, \quad (2.33)$$

т.е. поперечная сила в данном сечении равна первой производной от изгибающего момента по абсциссе сечения (теорема Д. И. Журавского).

Аналогично получим

$$q = \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2 M}{dx^2} \quad (2.34),$$

т. е. вторая производная от изгибающего момента по абсциссе сечения равна интенсивности распределенной нагрузки.

Полученные зависимости используют при построении эпюр изгибающих моментов и поперечных сил. Графики зависимости изгибающего момента  $M_{II}$  и поперечной силы  $Q$  от координаты  $x$  сечения называют эпюрами изгибающих моментов и поперечных сил. Эпюры дают наглядное представление о характере изменения изгибающего момента и поперечной силы по длине балки и позволяют устанавливать местонахождение опасных сечений.

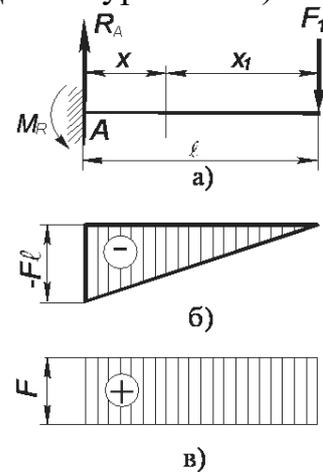


Рис. 2.26

Рассмотрим методику построения этих эпюр для простейших случаев нагружения.

Случай 1. Консольная балка нагружена сосредоточенной силой  $F$  на конце консоли (рис. 2.26, а).

В месте защемления А балки возникает реактивный момент  $M_R$  и опорная реакция  $R_A$ .

Составим уравнения равновесия сил, действующих на балку:

$$\sum M_A = -M_R + Fl = 0; \quad \sum Y = R_A - F = 0.$$

Отсюда

$$M_R = Fl; \quad R_A = F.$$

Определим изгибающий момент в сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от опоры А. Силы, действующие слева от рассматриваемого сечения, создают момент

$$M_x = -M_R + R_A x.$$

После подстановки значений реактивного момента и опорной реакции приходим к следующему уравнению:

$$M_x = -Fl + Fx = -F(l - x).$$

При  $x = 0$  и  $x = l$  получаем изгибающий момент соответственно у опоры А и на конце балки:

$$M_A = M_{x=0} = -Fl; \quad M_P = M_{x=l} = 0.$$

Построим эпюру изгибающих моментов. Для этого выбираем нулевую линию, параллельную оси балки.

Откладывая в некотором масштабе  $\mu M$  от этой линии вниз ( $M_x < 0$ ) под соответствующими сечениями балки найденные значения  $M_x$ , получаем искомую эпюру (рис. 2.26, б). Так как зависимость  $M_x$  от координаты сечения в данном случае является линейной, то эпюра изгибающих моментов представляет собой наклонную прямую. Абсолютная величина изгибающего момента достигает наибольшего значения у закрепленного конца балки.

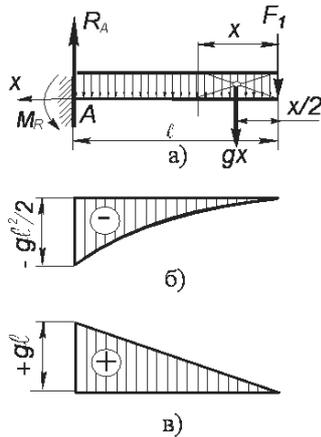


Рис. 2.27

Рассмотренную задачу можно решить проще, если за начало отсчета координаты сечения принять точку приложения силы  $P$  и определять главный момент сил, находящихся справа от сечения. Обозначая новую координату сечения через  $x_1$ , имеем  $M_{x_1} = -Px_1$ ; на концах балки получаем

$$M_A = M_{x_1=l} = -Pl; \quad M_P = M_{x=0} = 0.$$

Для определения поперечных сил обратимся к теореме Журавского:

$$Q = \frac{dM_x}{dx} = \frac{d}{dx}[-P(l-x)] = P,$$

т. е. поперечная сила постоянна по всей длине балки. Эпюра поперечных сил в данном случае представляет собой прямую, параллельную нулевой линии и отстоящую от нее на расстоянии  $P$  (рис. 2.26, в) в масштабе  $\mu Q$ .

Случай 2. Консольная балка нагружена по всей длине равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью  $q$  (рис. 2.27, а).

Реактивный момент в этом случае  $M_R = \frac{ql^2}{2}$ , опорная реакция  $R_A = ql$ . Заменяв равномерно распределенную нагрузку, действующую на правую часть балки, сосредоточенной силой, равной  $qx$  и действующей на расстоянии  $\frac{x}{2}$  от выбранного сечения, имеем

$$M_x = -qx \frac{x}{2} = -q \frac{x^2}{2}. \quad (2.35).$$

Определим значение изгибающих моментов для характерных точек:

$$x = 0; \quad M_0 = 0;$$

$$x = \frac{l}{2}; \quad M_{x=\frac{l}{2}} = -q \frac{l^2}{4 \cdot 2} = -q \frac{l^2}{8};$$

$$x = l; \quad M_A = -q \frac{l^2}{2}.$$

Как видно из уравнения (2.35), эпюра изгибающих моментов в данном случае представляет собой параболу второй степени, обращенную вогнутостью вниз и с вершиной в начале координат (рис. 2.27, б). Эта параболка может быть построена по точкам.

Абсолютная величина изгибающего момента имеет наибольшее значение  $\frac{ql^2}{2}$  у зашпеленного конца балки. На основании теоремы Журавского

$$Q_x = \frac{dM_x}{dx} = \frac{d}{dx} \left( -\frac{qx^2}{2} \right) = qx;$$

$$Q_0 = 0; \quad Q_A = dl.$$

(2.36)

Из уравнения (2.36) следует, что эпюра поперечных сил наклонная прямая (рис. 2.27, в).

Случай 3. Балка на двух опорах нагружена сосредоточенной силой  $F$  (рис. 2.28, а).

Составим уравнения равновесия балки:

$$\Sigma M_A = R_B l - Fa = 0; \quad \Sigma Y = R_A - P + R_B = 0.$$

Отсюда

$$F_A = F \frac{b}{l}; \quad R_B = F \frac{a}{l}.$$

Рассмотрим два сечения, определяемых координатами  $x_1$  и  $x_2$ . Первое сечение расположено между опорой А и точкой приложения силы  $F$ , второе – между опорой В и точкой приложения силы  $F$ .

Изгибающий момент в сечении I-I, если рассматривать левую часть балки,

$$M_{x_1} = R_A x_1 = \frac{Fb}{l} x_1.$$

Изгибающий момент в сечении II-II

$$M_{x_2} = R_A x_2 - F(x_2 - a),$$

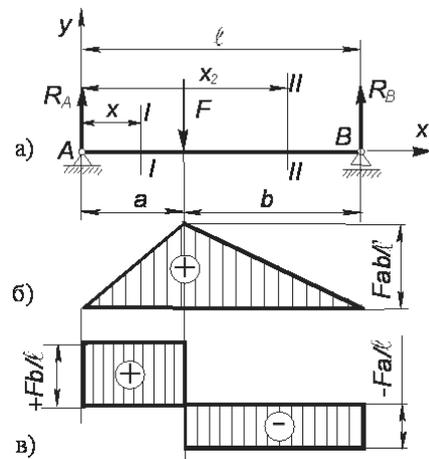


Рис. 2.28

т. е. изгибающий момент на двух участках балки определяется двумя линейными уравнениями, и, следовательно, эпюра изгибающих моментов состоит из двух отрезков прямой (рис. 2.28, б). Величина изгибающих моментов в характерных точках

$$\begin{aligned}x_1 = 0; \quad M_A = M_{x=0} = 0; \\x_1 = a; \quad M_P = M_{x_1=a} = F \frac{ab}{l} = M_{\max}; \\x_2 = l; \quad M_B = M_{x_2=l} = 0.\end{aligned}$$

Если сила  $F$  приложена в середине пролета, т. е.  $a = b = \frac{l}{2}$ , то

$$R_A = R_B = \frac{F}{2}.$$

Максимальный изгибающий момент в этом случае

$$M_{\max} = \frac{Fl}{4}.$$

Так как изгибающий момент выражается двумя линейными функциями координаты сечения, то из теоремы Журавского следует, что на каждом из двух участков между опорами и точкой приложения сосредоточенной нагрузки  $P$  поперечная сила остается постоянной.

Действительно, для участка AC

$$Q_{x_1} = R_A = \frac{Fb}{l} = \text{const},$$

для участка CB

$$Q_{x_2} = R_B = \frac{Fa}{l} = \text{const}.$$

Таким образом, эпюра поперечных сил представляет собой два прямолинейных отрезка, параллельных нулевой линии (рис. 2.28, в). В точке приложения нагрузки  $F$  поперечная сила меняется скачкообразно.

Случай 4. Балка на двух опорах нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью  $q$  (рис. 2.29, а).

Равнодействующая равномерно распределенной нагрузки равна  $ql$  и приложена в середине пролета балки. Поэтому

$$R_A = R_B = \frac{ql}{2}.$$

Изгибающий момент в сечении  $I-I$  на расстоянии  $x$  от левой опоры

$$M_x = \frac{ql}{2} - qx \frac{x}{2} = \frac{qx}{2}(l - x).$$

Изгибающий момент в характерных точках

$$M_A = M_{x=0} = 0; \quad M_B = M_{x=l} = 0;$$

$$M_{\max} = M_{x=\frac{l}{2}} = \frac{ql^2}{8}.$$

Эпюра изгибающих моментов представляет собой параболу второй степени (рис. 2.29, б).

Величину поперечной силы в сечении  $I-I$  определяем как сумму внешних сил, действующих слева от сечения:

$$Q_x = \frac{ql}{2} - qx,$$

т. е. поперечная сила изменяется по линейному закону. Определим ее величину в характерных точках:

$$Q_A = Q_{x=0} = \frac{ql}{2}, \quad Q_B = Q_{x=l} = -\frac{ql}{2}; \quad Q_{x=\frac{l}{2}} = 0.$$

Эпюра поперечных сил представляет собой наклонную прямую, пересекающую нулевую линию в середине пролета балки (рис. 2.29, в).

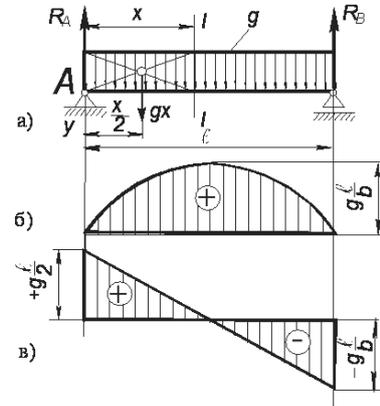


Рис. 2.29

### 2.3.3 Геометрические характеристики плоских сечений

Как было показано выше, при деформации растяжения и сжатия площадь поперечного сечения полностью характеризовала прочность и жесткость детали. Однако при деформации изгиба и кручения прочность и жесткость характеризуются не только размерами сечения, но и его формой. К числу геометрических характеристик сечения, учитывающих оба указанных фактора, относятся статические моменты, моменты инерции, моменты сопротивления.

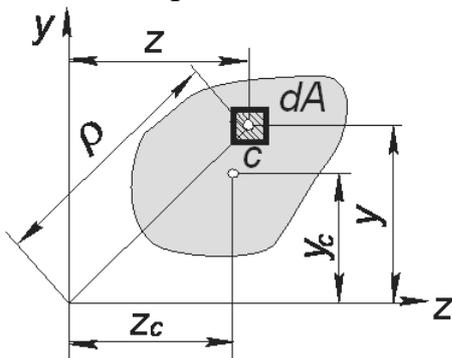


Рис. 2.30

Статические моменты площадей. Координаты  $z_c$  и  $y_c$  центра тяжести плоской фигуры (рис. 2.30) определяются, как известно из общей механики, формулами

$$z_c = \frac{1}{A} \int_A z dA; \quad y_c = \frac{1}{A} \int_A y dA; \quad (2.37)$$

где  $A$  – площадь всей фигуры;  $dA$  – элемент площади.

Интегралы вида  $\int_A z dA$  и  $\int_A y dA$  назы

вают статическими моментами фигуры относительно осей  $y$  и  $z$  и обозначают соответственно через  $S_y$  и  $S_z$

Таким образом, на основании (2.37) имеем

$$S_z = Ay_c = \int_A y dA; \quad S_y = Az_c = \int_A z_c dA; \quad (2.38)$$

Из формул (2.37) и (2.38) следует, что статический момент площади фигуры относительно какой-либо оси равен сумме статических моментов частей, из которых состоит фигура, относительно той же оси.

Оси, проходящие через центр тяжести фигуры, называют центральными осями. Статические моменты площадей относительно центральных осей равны нулю, так как  $z_c = 0$  или  $y_c = 0$ .

**Моменты инерции плоских сечений.** Различают осевые, полярные и центробежные моменты инерции.

Осевым моментом инерции сечения называют взятую по всей площади сечения сумму произведений элементарных площадок на квадраты их расстояний до соответствующей оси. Обозначая моменты инерции относительно осей  $z$  и  $y$  соответственно через  $J_z$  и  $J_y$  (рис. 2.30), имеем

$$J_z = \int_A y^2 dA; \quad J_y = \int_A z^2 dA; \quad (2.39)$$

Полярным моментом инерции (моментом инерции относительно полюса) называют взятую по всей площади сечения сумму произведений элементарных площадок на квадраты их расстояний до данного полюса:

$$J_\rho = \int_A \rho^2 dA; \quad (2.40)$$

Центробежным моментом инерции сечения называют взятую по всей площади сечения сумму произведений элементарных площадок на обе координаты в данной прямоугольной системе осей. Обозначая центробежный момент инерции через  $J_{zy}$ , имеем

$$J_{zy} = \int_A zy dA; \quad (2.41)$$

Моменты инерции измеряют в единицах длины в четвертой степени, чаще всего в  $\text{см}^4$ .

Из приведенных определений следует, что момент инерции сложной фигуры равен сумме моментов инерции ее частей.

Рассмотрим некоторые свойства моментов инерции.

1. Момент инерции относительно полюса, являющегося началом прямоугольной системы координат, равен сумме моментов инерции относительно осей данной системы.

Из рис. 2.30 следует:

$$J_{\rho} = \int_A \rho^2 dA = \int_A (z^2 + y^2) dA = \int_A z^2 dA + \int_A y^2 dA = J_y + J_z \quad (2.42)$$

Если  $J_z = J_y$ , то

$$J_{\rho} = 2J_z = 2J_y \quad (2.43)$$

2. Момент инерции сечения относительно какой-либо оси равен моменту инерции этого сечения относительно центральной оси, параллельной данной, сложенному с произведением площади сечения на квадрат расстояния между осями.

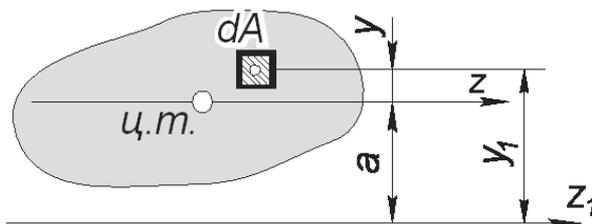


Рис. 2.31

Из рис. 2.31 следует, что

$$J_{z_1} = \int_A y_1^2 dA = \int_A (y + a)^2 dA = \int_A y^2 dA + 2a \int_A y dA + a^2 \int_A dA$$

Но

$$\int_A y^2 dA = J_z; \quad \int_A y dA = S_z = 0; \quad \int_A dA = A.$$

Таким образом,

$$J_{z_1} = J_z + a^2 A. \quad (2.44)$$

Рассмотрим понятие о главных осях инерции. Две взаимно перпендикулярные оси с началом в данной точке, для которых центробежный момент инерции плоской фигуры равен нулю, называют главными осями инерции фигуры в этой точке. Главные оси инерции в центре тяжести фигуры называют главными центральными осями инерции.

Легко показать, что в том случае, когда фигура имеет хотя бы одну ось симметрии, эта ось является одной из главных центральных осей инерции, а другая проходит через центр тяжести фигуры перпендикулярно первой. Если хотя бы одна из двух взаимно перпендикулярных осей, проходящих через центр тяжести сечения, является осью симметрии, то такие оси являются главными центральными осями инерции. Для таких сечений, как круг и кольцо любые две взаимно перпендикулярные центральные оси являются главными осями инерции.

В общем случае главные центральные оси инерции фигуры могут быть найдены, если известны ее центробежный  $J_{z_1 y_1}$  и осевые  $J_{z_1}$  и  $J_{y_1}$  моменты инерции относительно произвольно расположенных центральных осей  $z_1$  и  $y_1$ .

Для этого систему осей  $z_1$  и  $y_1$  необходимо повернуть на угол  $\alpha$ , определяемый из соотношения

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2J_{z_1 y_1}}{J_{y_1} - J_{z_1}}. \quad (2.45)$$

Моменты инерции относительно главных центральных осей инерции называют главными моментами инерции: они обладают тем свойством, что один из них имеет максимальное, а другой минимальное значение по сравнению с моментами инерции относительно остальных центральных осей. Главные моменты инерции

$$J_{\max}^{\min} = \frac{J_{z_1} + J_{y_1}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{z_1} + J_{y_1})^2 - 4J_{z_1 y_1}^2}.$$

Значения моментов инерции простейших фигур, а также прокатных профилей можно найти в технических справочниках или вычислить по приведенным выше формулам.

Определим величины моментов инерции наиболее распространенных плоских сечений, встречающихся при расчетах и конструировании деталей механизмов.

**1. Прямоугольник высотой  $h$  и шириной  $b$**  (рис. 2.32, а). Выделим в прямоугольнике элементарную полоску высотой  $dy$  и шириной  $b$ . Полоска отстоит от центральной оси  $z$ , параллельной основанию на расстоянии  $y$ . При этом  $y$  изменяется в пределах  $+\frac{h}{2}$

до  $-\frac{h}{2}$ . На основании формулы (2.39) имеем

$$J_z = \int_F y^2 dF = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} y^2 b dy, \text{ откуда } J_z = \frac{bh^3}{12}. \quad (2.46)$$

Аналогично

$$J_y = \frac{b^3 h}{12}.$$

Для того же прямоугольника момент инерции относительно оси, проходящей через основание,

$$J_z = \frac{bh^3}{12}. \quad (2.47)$$

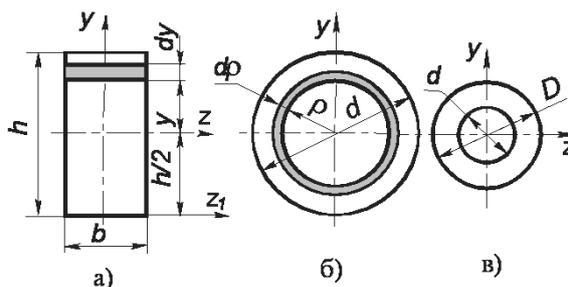


Рис. 2.32

2. **Круг диаметром  $d$**  (рис. 2.32, б). Выделим в круге элементарную площадь в виде кольца радиусом  $\rho$  и шириной  $d\rho$ . Площадь кольца  $dF = 2\pi\rho d\rho$ .

Применив формулу (2.42), получим величину полярного момента инерции относительно центра круга:

$$J_{\rho} = \int_F \rho^2 dF = \int_F \rho^2 2\pi\rho d\rho = 2\pi \int_0^{\frac{a}{2}} \rho^3 d\rho \text{ или } J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0.1d^4. \quad (2.48)$$

### 3. **Круговое кольцо с наружным диаметром $D$ и внутренним $d$ .**

В данном случае полярный момент инерции может быть получен как разность полярных моментов инерции большого и малого круга (рис. 2.32, в). С учетом уравнений (2.48) имеем

$$J_{\rho} = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) \approx 0.1(D^4 - d^4). \quad (2.49)$$

Обозначив  $\frac{d}{D} = C$ , после подстановки в выражение (2.49), получим

$$J_{\rho} \approx 0.1(1 - C^4). \quad (2.50)$$

Исходя из соотношения (2.42, а), находим осевые моменты инерции круга и кругового кольца

$$J_x = J_y = \frac{J_{\rho}}{2}.$$

Для круга с учетом соотношения (2.42)

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{32} \frac{1}{2} = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0.05d^4. \quad (2.51)$$

Для кольца, принимая во внимание выражения (2.49) и (2.50),

$$J_x = J_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} \frac{1}{2} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} \approx 0.05(D^4 - d^4), \quad (2.52)$$

$$J_x = J_y = 0.05D^4(1 - C^4). \quad (2.52')$$

## 2.3.4 **Напряжения при изгибе. Расчеты на прочность**

Как было показано выше, при изгибе величина нормальных напряжений зависит от величины изгибающего момента, а величина касательных напряжений – от величины поперечной силы. Изгибающий момент или поперечная сила в любом сечении балки могут быть определены рассмотренными выше методами, с помощью эпюр. При расчетах на прочность большое значение имеет распределение нормальных и касательных напряжений по сечению.

Установим зависимость между изгибающим моментом, действующим в сечении, и возникающими при этом нормальными напряжения-

ми, а также определим закон распределения нормальных напряжений по сечению.

Пусть прямолинейная балка, имеющая продольную вертикальную плоскость симметрии, подвергается чистому изгибу под влиянием силовых факторов, действующих в этой плоскости (рис. 2.33). Указанную плоскость будем называть плоскостью изгиба. Выделим элемент балки, ограниченный двумя поперечными сечениями, находящимися на бесконечно малом расстоянии  $ds$  друг от друга. При изгибе ось балки (линия пересечения нейтрального слоя с плоскостью изгиба) искривляется, как показано штрихпунктиром на рис. 2.33, а, а сечения, ограничивающие выделенный элемент балки, поворачиваются вокруг нейтральных осей, проходящих через точки  $m$  и  $n$ , заняв положения  $AB$  и  $CD$ , образуют угол  $d\varphi$ . При этом можно считать, что указанные сечения остаются плоскими, а расстояния между продольными слоями балки не меняются. Дуга  $mn$ , принадлежащая нейтральному слою, сохраняет свою первоначальную длину  $ds$ , а длина дуги  $m'n'$ , отстоящей на расстоянии  $y$  от нейтрального слоя, принимает новое значение  $ds'$ . Радиус кривизны дуги  $mn$  изогнутой оси балки можно считать постоянным. Обозначив его через  $\rho$ , имеем

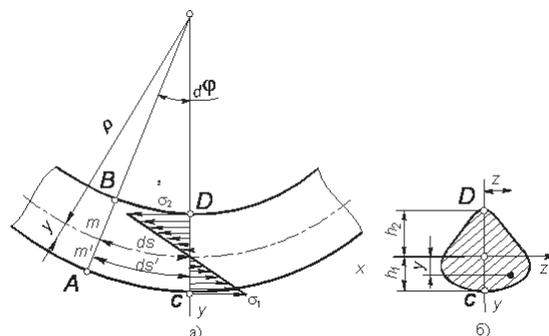


Рис. 2.33

Относительное удлинение дуги

$$\varepsilon = \frac{ds' - ds}{ds} = \frac{(\rho + y)d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho}. \quad (2.53)$$

По закону Гука напряжение в слое, отстоящем на расстоянии  $y$  от нейтрального,

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{y}{\rho}. \quad (2.54)$$

Таким образом, нормальные напряжения в поперечном сечении изогнутой балки прямо пропорциональны расстояниям от рассматриваемых точек до нейтральной оси (рис. 2.33, б), т. е. изменение напряжений по сечению в плоскости изгиба подчиняется линейному закону (рис. 2.33, а).

Из равенства (2.54) следует:  $\sigma = 0$  при  $y = 0$  и  $\sigma = \sigma_{\max}$  при  $y = y_{\max}$ , т. е. нормальное напряжение равно нулю на нейтральной оси и достигает максимальных значений в наиболее удаленных от этой оси волокнах.

Рассматривая  $y$  как алгебраическую величину, имеющую положительное значение для растянутых и отрицательное для сжатых волокон, получим для напряжений в этих волокнах соответственно положительные и отрицательные значения.

На выделенный элемент ABCD (рис. 2.33, а) действуют со стороны правой части балки распределенные по сечению CD силы

$$dN = \sigma dF = \frac{E y}{\rho} dA,$$

где  $dA$  – элементарная площадка, расположенная на расстоянии  $y$  от нейтральной оси.

Эта система элементарных сил эквивалентна системе внешних сил, действующих на правую часть балки, сводящихся в данном случае к одному изгибающему моменту  $M_H$  (поперечная сила  $Q = 0$ , так как мы рассматриваем чистый изгиб). Таким образом, главный вектор распределенных по сечению CD сил равен нулю, а главный момент их относительно любого центра равен изгибающему моменту в этом сечении.

Поэтому при выбранной системе осей

$$\sum X = 0; \quad \sum X = \sum dN = \int_A \frac{E}{\rho} y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0;$$

$$\sum M_z = -\sum y dN = -\int_A \frac{E}{\rho} y^2 dA = -\frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = -M_H$$

где  $\int_A y dA = S_z$  – статический момент площади сечения относительно нейтральной оси;  $\int_A y^2 dA = J_z$  – момент инерции площади сечения относительно той же оси.

Отсюда, так как

$$\frac{E}{\rho} \neq 0, S_z = 0; \tag{2.55}$$

кроме того

$$\frac{E J_z}{\rho} = M_H; \tag{2.56}$$

Из уравнения (2.55) следует, что нейтральная ось проходит через центр тяжести сечения, и она является одной из главных центральных осей инерции,

Уравнение (2.56) можно представить в виде

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_H}{E J_z}; \tag{2.57}$$

Величина  $\frac{1}{\rho}$  представляет собой кривизну изогнутой оси балки и характеризует величину деформации при изгибе. Произведение модуля упругости  $E$ , характеризующего механические свойства материала балки, на момент инерции сечения  $J_z$ , характеризующий форму и размеры сечения, называют жесткостью при изгибе.

Из соотношения (2.57) следует, что величина деформации изогнутой оси балки прямо пропорциональна изгибающему моменту  $M_{из}$  и обратно пропорциональна жесткости при изгибе  $EJ_z$ . Таким образом, жесткость при изгибе характеризует способность балки из данного материала с заданной формой и размерами поперечного сечения сопротивляться воздействию изгибающего момента.

Подставляя в уравнение (2.54) выражение  $\frac{1}{\rho}$  из уравнения (2.57), имеем

$$\sigma = Ey \frac{M}{EJ_z} = \frac{M_{из}y}{J_z}; \quad (2.58)$$

Наибольшие по абсолютной величине напряжения возникают на наиболее удаленных от нейтральной оси волокнах, т.е. при  $y = y_{\max}$ . Обозначим

$$\frac{J_z}{y_{\max}} = W_z \quad (2.58')$$

Величину  $W_z$  называют осевым моментом сопротивления сечения, т.е. момент сопротивления определяют как частное от деления момента инерции сечения относительно нейтральной оси на расстояние от этой оси до наиболее удаленной точки сечения.

Условие прочности для балок, изготовленных из материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, имеет вид

$$|\sigma_{\max}| = \frac{|M_{\max}|}{W_z} \leq [\sigma]. \quad (2.59)$$

Балки из материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию, обычно изготавливают с сечениями, симметричными относительно нейтральной оси, т.е.  $h_1 = h_2 = h_{\max}$ . Для материалов, которые не обладают указанными свойствами, необходимо определять максимальные напряжения в крайних растянутых и сжатых волокнах. Полагая  $y = h_1$  и  $y = h_2$ , получим наибольшие по абсолютной величине напряжения в крайних точках сечения С и D (рис. 2.33, б):

$$|\sigma_1| = \frac{Mh_1}{J_z}; \quad |\sigma_2| = \frac{Mh_2}{J_z};$$

Обозначив допускаемые напряжения на растяжение и сжатие соответственно  $[\sigma_p]$  и  $[\sigma_{сж}]$ , приходим к следующим уравнениям прочности при изгибе балок, для которых  $[\sigma_p] \neq [\sigma_{сж}]$ :

$$|\sigma_1| = \frac{Mh_1}{J_z} \leq [\sigma_p]; \quad |\sigma_2| = \frac{Mh_2}{J_z} \leq [\sigma_{сж}]$$

т. е. размеры и форма поперечных сечений изгибаемой балки должны быть подобраны так, чтобы абсолютные величины напряжений в крайних волокнах не превышали допускаемых напряжений на растяжение и сжатие.

Рассмотрим величины моментов сопротивления для наиболее распространенных форм сечения.

Для прямоугольника (см. рис. 2.32, с), с учетом соотношений (2.46) и (2.58'), при  $y_{\max} = \frac{h}{2}$ , осевой момент сопротивления

$$W_z = \frac{J_z}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^3 \cdot 2}{12 h} = \frac{bh^2}{6}. \quad (2.60)$$

Для круга (см, рис. 2.32, б)

$$J_z = \frac{\pi d^4}{64}; \quad y_{\max} = \frac{d}{2}.$$

Осевой момент сопротивления

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\max}} = \frac{\pi d^4 \cdot 2}{64 d} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1d^3. \quad (2.61)$$

Для кольца (см. рис 2.32, в)

$$J_z = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}; \quad y_{\max} = \frac{D}{2}.$$

Осевой момент сопротивления

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\max}} = \frac{\pi(D^4 - d^4) \cdot 2}{64 D} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D} \quad (2.62)$$

или

$$W_z \approx 0.1D^3(1 - C^4). \quad (2.62')$$

Для стандартных прокатных профилей моменты сопротивлений приведены в таблицах стандартных сортаментов.

Рассмотренный выше случай определения напряжений относился к чистому изгибу. Однако в общем случае поперечного изгиба наряду с нормальными в поперечных сечениях балки возникают касательные напряжения, связанные с наличием поперечной силы.

Определим приближенно величину касательных напряжений при поперечном изгибе. Двумя поперечными сечениями  $mm$  и  $m'm'$ , отстоя-

щими на расстоянии  $dx$  друг от друга (рис. 2.34, а), и продольной горизонтальной плоскостью  $mn'$ , отстоящей на расстоянии  $y$  от нейтрального слоя, выделим часть балки  $mm'n'n$ .

При поперечном изгибе на горизонтальной и вертикальных гранях выделенной части возникают потенциальные напряжения. В силу парности этих напряжений вместо напряжений в точках  $k, l$  поперечного сечения (рис. 2.34, б) отстоящих на расстоянии  $y$  от нейтрального слоя, можно определить напряжения  $\tau$  в соответствующем горизонтальном слое  $mn'$ . Обозначим через  $dM$  изменение изгибающего момента  $M_H$  при переходе от сечения  $mm$  к сечению  $m'm'$ . При этом нормальное напряжение возрастает на величину  $d\sigma$ .

Полагая в качестве первого приближения, что касательные напряжения по ширине  $b$  сечения распределены равномерно, и рассматривая равновесие выделенной части балки, имеем

$$\sum X = N - N' + \tau b dx = 0,$$

но

$$N = \int_{F^{omc}} \sigma dF = \int_{F^{omc}} \frac{M}{J_z} y_1 dF = \frac{MS_z^{omc}}{J_z},$$

где  $F^{omc}$  – отсеченная заштрихованная площадь;  $S_z^{omc}$  – статический момент этой площади относительно нейтральной оси  $z$ .

Аналогично

$$N' = \frac{(M + dM)S_z^{omc}}{J_z},$$

поэтому

$$\tau b dx = N' - N = \frac{dMS_z^{omc}}{J_z}.$$

После преобразования с учетом выражения (2.33) получим формулу Журавского

$$\tau = \frac{dM}{dx} \frac{S_z^{omc}}{J_z b} = \frac{QS_z^{omc}}{J_z b}, \quad (2.63)$$

где  $Q$  – поперечная сила в рассматриваемом сечении;  $b$  – ширина сечения;  $J_z$  – момент инерции сечения относительно нейтральной оси;  $S_z^{omc}$  – статический момент площади отсеченной части сечения относительно нейтральной оси  $z$ .

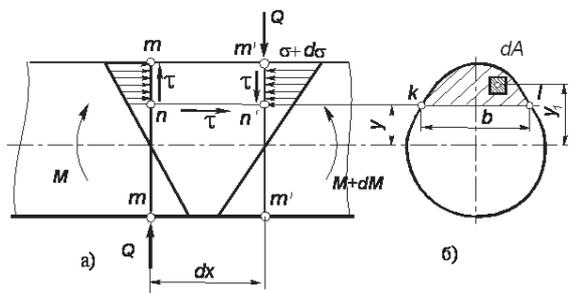


Рис. 2.34

Так, для случая, показанного на рис. 2.35, а, статический момент отсеченной заштрихованной части определяется из соотношения

$$S_z^{omc} = b \left( \frac{h}{2} - y \right) \frac{1}{2} \left( \frac{h}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right); \quad (2.64)$$

это уравнение параболы.

Касательное напряжение с учетом выражений (2.62) и (2.44)

$$\tau = \frac{6Q}{bh^3} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right).$$

На рис. 2.35, б показана эпюра касательных напряжений, построенная по трем точкам:

$$\tau_{y=\frac{h}{2}} = 0; \quad \tau_{y=\frac{h}{2}} = \frac{3Q}{2F}; \quad \tau_{y=-\frac{h}{2}} = 0.$$

Для балки прямоугольного сечения касательное напряжение достигает максимального значения на уровне нейтральной оси:

$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2F}.$$

В общем случае максимальное касательное напряжение

$$\tau_{\max} = \frac{QS_{\max}}{bJ_z},$$

где  $S_{\max}$  – статический момент всей части сечения, расположенный по одну из сторон от нейтральной оси.

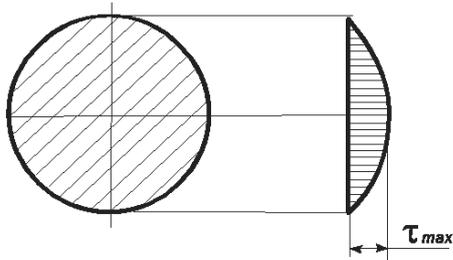


Рис. 2.36

С известным приближением формула Журавского может быть применена и для таких сечений, как круг или кольцо. Эпюра касательных напряжений для круга показана на рис. 2.36. Здесь, так же как и в рассмотренном случае в наиболее удаленных от нейтральной оси точках сечения, касательное напряжение равно нулю и достигает максимума на нейтральной оси,

причем для круга  $\tau_{\max} = \frac{4Q}{3F}$ , для кольца  $\tau_{\max} = \frac{2Q}{F}$ . Касательные напряжения равны нулю и в наиболее удаленных от нейтральной оси точках таких сечений, как двутавровое, крестообразное и Т-образное.

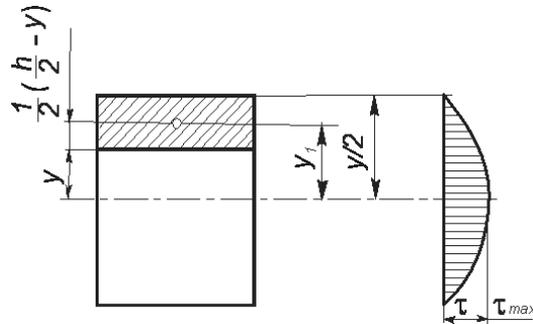


Рис. 2.35

В общем случае поперечного изгиба условие прочности зависит от напряженного состояния в опасной точке. Рассмотрим характер напряженного состояния четырех точек сечения  $m$  балки, изображенной на рис. 2.37, а, б.

Анализ показывает, что:

а) элементы 1, 4, расположенные на крайних волокнах, имеют касательное напряжение  $\tau = 0$ , нормальное напряжение  $\sigma = \sigma_{\max} = \frac{M}{W}$ ; таким образом, налицо линейное напряженное состояние;

б) элемент 3, расположенный на расстоянии  $y$  от нейтрального слоя, имеет на вертикальных гранях  $\sigma = \frac{My}{J}$  и  $\tau = \frac{QS_x}{bJ}$ ; на горизонтальных гранях касательные напряжения  $\tau$ ; элемент находится в плоском напряженном состоянии;

в) элемент 2 на нейтральном слое не испытывает действия нормальных напряжений ( $\sigma = 0$ ); касательные напряжения на вертикальных и горизонтальных гранях достигают максимального значения  $\tau = \tau_{\max}$ .

Длительная практика эксплуатации изогнутых балок показывает, что наиболее опасной, определяющей работоспособность конструкции, является точка, расположенная на крайних растянутых волокнах (элемент 1).

Следовательно, основным уравнением, по которому проверяют прочность или определяют размеры сечения, является

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma_{II}]. \quad (2.65)$$

В некоторых специфических случаях, когда касательное напряжение может оказаться решающим фактором, определяющим прочность изогнутой балки, производят полный расчет балки по эквивалентным напряжениям, определенным с помощью одной из теорий прочности.

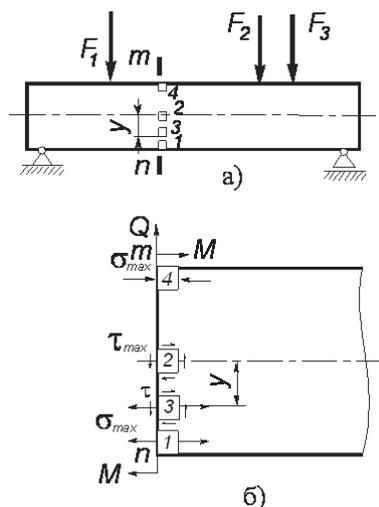


Рис. 2.37

## 2.4 Кручение

### 2.4.1 Чистый сдвиг и его особенности

Чистым сдвигом называют такое напряженное состояние, когда на гранях элементарного, выделенного из бруса элемента действуют только касательные напряжения. Такие грани называют площадками чистого сдвига.

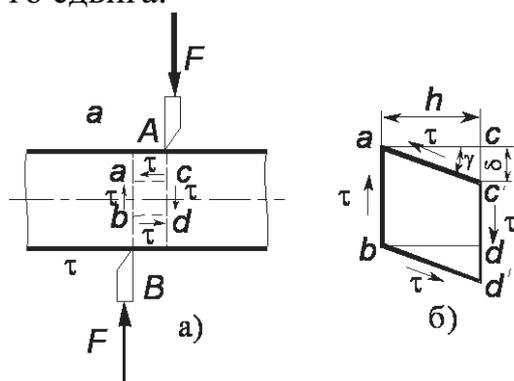


Рис. 2.38

Пусть, например, к брусу приложены перпендикулярно его оси две равные по модулю, но противоположно направленные силы  $F$ , действующие весьма близко друг от друга (рис. 2.38, а). При достаточной величине этих сил произойдет срез – отделение левой части бруса от правой по некоторому сечению АВ.

Деформации среза в зоне действия усилий предшествует перекашивание прямых углов параллелепипеда  $abac$  (рис. 2.38, б). Эту деформацию называют сдвигом. На гранях параллелепипеда возникают касательные напряжения, направление которых определяется законом парности касательных напряжений. Величина касательного напряжения

$$\tau = \frac{F}{A}, \quad (2.66)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения бруса.

Фактически распределение касательных напряжений по сечению АВ не является равномерным. Касательные напряжения в узких краевых зонах приближаются к нулю. Однако это обстоятельство при практических расчетах можно не принимать во внимание, так как оно относится к числу местных отклонений и область этих отклонений мала по сравнению с общими размерами сечения.

Другим примером, иллюстрирующим состояние чистого сдвига, может служить скручивание тонкостенной трубки (рис. 2.39, а). Под действием внешних моментов  $M$  концевые сечения трубы совершают относительный поворот, вследствие чего стенки трубы испытывают де-

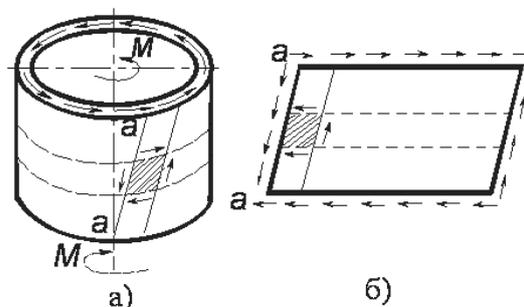


Рис. 2.39

формацию сдвига, а ее образующие наклоняются. Разрезав мысленно трубу по одной из образующих и развернув ее, увидим, что труба представляет собой пластинку, подверженную чистому сдвигу (рис. 2.39, б).

Исследуем напряженное состояние при чистом сдвиге с помощью формул (2.19) и (2.20). В этих формулах нормальные напряжения  $\sigma_\alpha$  и  $\sigma_\beta$  на площадках чистого сдвига равны нулю. Это имеет место при

$$\alpha = 0 \text{ или } \alpha = n \frac{\pi}{2}.$$

Анализ указанных зависимостей показывает, что при чистом сдвиге главные напряжения равны по величине и противоположны по направлению:  $\sigma_{\max} = \pm \tau$ .

Таким образом, при чистом сдвиге наблюдается «закон парности нормальных напряжений», по форме аналогичный закону парности касательных напряжений. На взаимно перпендикулярных площадках действуют главные напряжения, равные по величине, но имеющие противоположный знак.

Сдвиг является частным случаем двухосного напряженного состояния, так как два главных напряжения не равны нулю.

Из выведенных ранее формул, следует, что главные площадки составляют с площадками чистого сдвига угол  $45^\circ$  и располагаются так, как показано на рис. 2.40.

Рассмотрим характерные особенности деформации при сдвиге (см. рис. 2.38, б).

Под действием касательных напряжений грань  $ab$  смещается относительно грани  $ab$  вниз и занимает новое положение  $c'd'$ . Величина  $\delta$  сдвига  $cc'$  относительно плоскости  $ab$  носит название абсолютного или линейного сдвига. Величина абсолютного сдвига зависит от расстояния между параллельными плоскостями.

Величину  $\frac{\delta}{h}$  называют относительным,

сдвигом. Угол  $\gamma$ , на который поворачиваются сечения  $ac$  и  $bd$  в процессе деформации, носит название угла сдвига. Угол сдвига в пределах упругой деформации очень мал, поэтому тангенс угла может быть заменен самим углом:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\delta}{h} \approx \gamma. \quad (2.67)$$

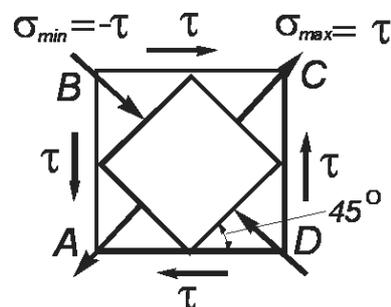


Рис. 2.40

Следовательно, угол сдвига  $\gamma$  характеризует относительную деформацию при сдвиге.

Для деформации чистого сдвига закон Гука выражается соотношением

$$\tau = G\gamma, \quad (2.68)$$

где  $G$  – коэффициент пропорциональности, называемый модулем упругости второго рода;  $\gamma$  – относительный сдвиг.

Модуль упругости второго рода имеет размерность напряжения, так как относительный сдвиг является величиной безразмерной. Величины модулей упругости первого и второго рода связаны следующей формулой, вывод которой здесь не приводится:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \quad (2.69)$$

где  $E$  – модуль упругости первого рода;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Отметим, что модуль упругости второго рода для стали  $G \approx 8 \cdot 10^4$  Н/мм<sup>2</sup>, для алюминия  $G \approx 2,7 \cdot 10^4$  Н/мм<sup>2</sup>.

Подставив в формулу (2.68) значение касательного напряжения по уравнению (2.66) и относительный сдвиг по выражению (2.67), получим еще один вариант формулы закона Гука для сдвига:

$$\delta = \frac{Fh}{GA}. \quad (2.70)$$

Конструкцию на прочность при деформации сдвига рассчитывают так, чтобы действительные касательные напряжения были меньше допускаемых.

Условие прочности при срезе имеет вид

$$\tau = \frac{F}{A} \leq [\tau]. \quad (2.71)$$

Допускаемое напряжение при срезе обычно принимается как некоторая часть допускаемого напряжения того же материала при растяжении. Для стали, меди и алюминия  $[\tau] = (0,5 \div 0,6)[\sigma]$ ; для чугуна можно принимать  $[\tau] = (0,75 \div 0,8)[\sigma]$ .

## 2.4.2 Кручение стержня круглого поперечного сечения

Цилиндрический брус, закрепленный одним концом и нагруженный парой сил с моментом  $M$ , действующей в плоскости поперечного сечения бруса, подвергается деформации, называемой кручением. Для изучения этого вида деформации на поверхность круглого резинового стержня наносят сетку из равноотстоящих окружностей и образующих (рис 2.41, а). Если один конец стержня закрепить, а другой нагрузить

парой сил, действующей в плоскости, перпендикулярной к оси стержня, то можно заметить, что образующие цилиндра, превращаются в винтовые линии большого шага (рис. 2.41, б), а прямоугольники сетки превращаются в параллелограммы. Это наблюдение позволяет сделать следующие выводы об основных свойствах деформации кручения в пределах упругих деформаций.

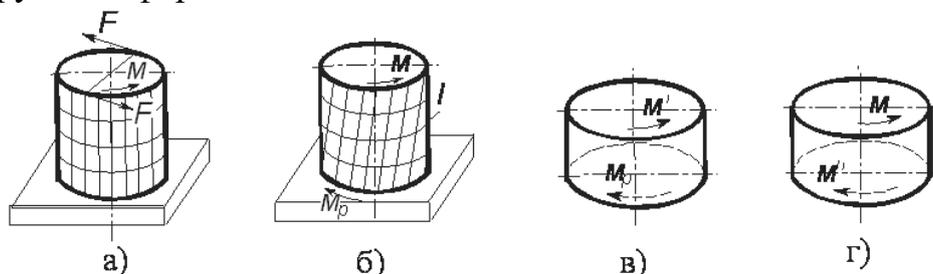


Рис. 2.41

1. Ось цилиндра, подвергнутого скручиванию, называемая осью кручения, не деформируется.

Нормальные поперечные сечения остаются плоскими, нормальными к оси цилиндра, сохраняют первоначальный диаметр и форму,

2. т.е. поперечные сечения цилиндра при кручении поворачиваются как жесткие диски, не претерпевая деформации сдвига в плоскости дисков.

3. Равноотстоящие поперечные сечения поворачиваются одно относительно другого на равные углы, т. е. угол поворота поперечных сечений относительно закрепленного конца цилиндра увеличивается пропорционально удалению от этого конца. Угол поворота конечного сечения относительно закрепленного конца называют полным углом закручивания и обозначают через  $\varphi$ .

4. При кручении цилиндра в его поперечных сечениях возникают только касательные напряжения. Нормальные напряжения в поперечных и продольных сечениях пренебрежимо малы и могут быть приняты равными нулю. В пределах упругих деформаций высоту цилиндра, подвергнутого скручиванию, можно считать неизменной.

Описание процессов, происходящих при деформации кручения, сделано с некоторыми упрощениями, не нарушающими при этом необходимой степени достоверности. Явления, которыми мы пренебрегли, не оказывают существенного влияния на прочность скручиваемых деталей. Однако сделанные допущения позволяют значительно упростить вывод расчетных соотношений. В настоящей главе рассмотрены явления, происходящие при кручении только брусков круглого поперечного сечения.

Так как деформация при кручении зависит от величины крутящего момента, действующего в данном сечении, необходимо рассмотреть методику определения крутящего момента в любом сечении цилиндра. В месте закрепления цилиндра (рис. 2.41, б) возникает реактивный крутящий момент  $M_p$ , равный внешнему крутящему моменту  $M$ , приложенному к свободному концу цилиндра. Рассечем цилиндр плоскостью  $I$  и рассмотрим равновесие его нижней части (рис. 2.41, в). Для нахождения нижней части в равновесии необходимо, чтобы момент внутренних сил упругости в данном сечении уравновешивал реактивный момент  $M_p$ , равный  $M$ :

$$M_p - M' = 0; \quad M_p = M'. \quad (2.72)$$

$$M - M_{кр}'' = 0; \quad M_{кр}'' = M. \quad (2.73)$$

Сопоставляя соотношения (2.72) и (2.73) и принимая во внимание равенство внешнего и реактивного моментов, получаем

$$M_{кр}' = M_{кр}'' = M.$$

Если отбросить нижнюю часть цилиндра и рассматривать равновесие верхней части, нагруженной моментом  $M$ , то и в этом случае в сечении  $I$  возникает момент сил упругости  $M_{кр}''$ , равный моменту внешних сил  $M$ .

Таким образом, крутящий момент, действующий в любом сечении цилиндра, являющийся моментом внутренних сил упругости, численно равен моменту внешней пары сил, действующей по любую сторону от сечения.

Рассмотрим случай, когда на цилиндр действуют несколько крутящих моментов разного направления. В качестве примера может быть взят ведущий вал редуктора с раздвоенной ступенью (рис. 2.42, а).

На конце вала находится полумуфта А, к которой приложен крутящий момент  $M_1$ , развиваемый двигателем. Между опорами вала расположены два зубчатых колеса В и С, на которые соответственно действуют моменты  $M_2$  и  $M_3$  сопротивления вращению зубчатых колес, находящихся в зацеплении с колесами В и С. Поэтому момент, развиваемый двигателем, имеет направление, противоположное направлению моментов, приложенных к зубчатым колесам.

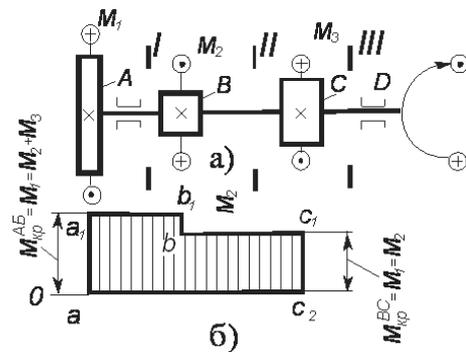


Рис. 2.42

При равномерном вращении вала, пренебрегая сопротивлением в подшипниках, имеем

$$M_1 - M_2 - M_3 = 0 \quad (2.73')$$

Рассмотрим произвольное сечение I вала на участке АВ.

Согласно ранее сказанному, рассматривая левую часть вала, получаем в сечении I крутящий момент, уравнивающий внешний момент  $M$ , т. е.

$$M_{кр}^I = M_1. \quad (2.74)$$

Если рассматривать равновесие правой части, то момент в сечении I должен уравновесить моменты  $M_2$  и  $M_3$  или

$$M_{кр}^I = M_2 + M_3. \quad (2.75)$$

но из соотношения (2.73')  $M_1 = M_2 + M_3$ , что подтверждает равенство правых частей уравнений (2.74) и (2.75).

Аналогично получаем момент в сечении II на участке вала ВС.

Из равновесия левой части

$$M_{кр}^{II} = M_1 - M_2. \quad (2.76)$$

Из равновесия правой части в том же сечении

$$M_{кр}^{II} = M_3. \quad (2.77)$$

но из соотношения (2.73')

$$M_3 = M_1 - M_2. \quad (2.78)$$

$$M_{кр} = M_1 - M_2 = M_3. \quad (2.79)$$

Сечение III (правее точки С).

Из приведенных выше рассуждений следует, что крутящий момент в любом сечении вала численно равен алгебраической сумме внешних моментов, действующих слева или справа от рассматриваемого сечения в плоскостях, перпендикулярных к оси вала. За положительное направление момента принято такое, при котором внешние моменты, приложенные к валу, вращают отсеченную часть по часовой стрелке, если смотреть со стороны проведенного сечения. В соответствии с этим правилом указаны знаки моментов в соотношениях (2.73') – (2.79).

Наглядное представление о величине крутящего момента в любом сечении вала дают эпюры крутящих моментов.

Эпюрой крутящих моментов называется диаграмма, изображающая изменение крутящего момента по длине вала (рис. 2.42, б). Методика построения эпюр крутящих моментов сводится к следующему. По ранее установленному правилу определяют величину и знак крутящего момента для характерных участков вала. Проводят горизонтальную пря-

мую  $OO$ , именуемую нулевой линией эпюры крутящих моментов. От нулевой линии в выбранном масштабе откладывают ординаты, изображающие величины крутящих моментов: положительные – вверх, отрицательные – вниз. Ломаная  $aa_1b_1bc_1c$  и представляет собой эпюру крутящих моментов для рассматриваемого случая. Площадь, очерченная эпюрой, покрывается вертикальной штриховкой.

### 2.4.3 Расчеты на прочность и жесткость

Рассмотрим элемент, выделенный сечениями  $I$  и  $II$  из цилиндра, один конец которого закреплен неподвижно, а другой нагружен парой сил с моментом  $M$  (рис. 2.43, а), В результате действия внешнего момента  $M$  возникает деформация кручения, и образующая цилиндра  $abcd$  займет положение  $ab'c'd'$  (рис. 2.43, а).

Если сечение  $I$ , находящееся на расстоянии  $x$  от нижнего конца цилиндра, повернулось на угол  $\varphi$ , то сечение  $II$ , находящееся на расстоянии  $x + dx$  от нижнего сечения, повернется на угол  $\varphi + d\varphi$  (рис. 6.6, б). Проведем из точки  $b$  прямую  $bc''$  параллельно  $b'c'$ . Тогда  $\angle cO_2c'' = d\varphi$ . Элемент  $bc''c'b'$  до поворота сечения  $II$  относительно сечения  $I$  имел вертикальные боковые стороны. Следовательно, абсолютный сдвиг элемента

$$cc'' = rd\varphi.$$

Относительный сдвиг

$$\gamma = r \frac{d\varphi}{dx}.$$

Обозначим  $\frac{d\varphi}{dx} = \theta$ ; тогда  $\gamma = r\theta$ , где  $\theta$  – угол закручивания, отнесенный к единице длины цилиндра, называемый относительным углом, закручивания.

Для цилиндров постоянного сечения, подверженных действию постоянного крутящего момента,  $\theta = const$ . Так как в соответствии с принятыми допущениями радиусы при кручении остаются прямыми, то можно сказать, что для всякого элемента, лежащего внутри цилиндра на радиусе  $\rho$ , относительный сдвиг

$$\gamma_\rho = \rho\theta.$$

По закону Гука напряжение в сечении цилиндра

$$\tau_\rho = G\gamma_\rho = G\theta\rho; \quad (2.80)$$

$$\tau_{\min} = 0 \text{ при } \rho = 0; \tau_{\max} = G\theta r \text{ при } \rho = r$$

Из соотношения (2.80) следует, что напряжение внутри цилиндра изменяется по закону прямой линии пропорционально расстоянию от

оси вращения. Минимальное напряжение, равное нулю, имеет место в центре поперечного сечения, а максимальное – на поверхности цилиндра (рис 2.43, в).

Элементарная касательная сила, перпендикулярная радиусу сечения, проведенному в центр тяжести элементарной площадки  $dA$ , действующая на эту площадку с учетом соотношения (2.80),

$$dF = \tau_{\rho} dA = G\theta\rho dA$$

Элементарный момент, создаваемый силой  $dF$  относительно центра сечения,

$$dM = \rho dF = G\theta\rho^2 dA.$$

Сумма таких элементарных моментов, взятая, по всей площади поперечного сечения цилиндра, равна крутящему моменту  $M_{кр}$ , который действует в рассматриваемом сечении цилиндра и в данном конкретном случае равен внешнему моменту  $M$ :

$$M_{кр} = \int_A dM = \int_A G\theta\rho^2 dA.$$

Так как  $G = const$  и  $\theta = const$ , то

$$M_{кр} = G\theta \int_A \rho^2 dA.$$

Но  $\int_A \rho^2 dA = J_{\rho}$  – полярный момент инерции сечения. Поэтому

$$M_{кр} = G\theta J_{\rho}. \quad (2.81)$$

Из соотношения (2.79) получаем величину угла закручивания, отнесенного к единице длины цилиндра:

$$\theta = \frac{M_{кр}}{GJ_{\rho}}. \quad (2.82)$$

Полный угол закручивания в радианах

$$\varphi = \theta l = \frac{M_{кр} l}{GJ_{\rho}} \quad (2.83)$$

или, в градусах,

$$\varphi^{\circ} = \frac{M_{кр} l}{GJ_{\rho}} \frac{180^{\circ}}{\pi}. \quad (2.84)$$

Произведение модуля упругости второго рода на полярный момент инерции  $GJ_{\rho}$  называют жесткостью при кручении. Эта величина, харак-

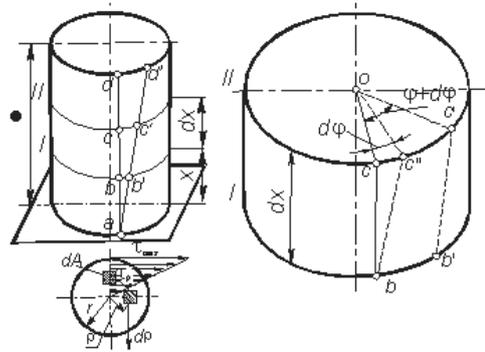


Рис. 2.43

теризует способность тела из данного материала с поперечным сечением данных размеров и формы сопротивляться деформации кручения. Таким образом, полный угол закручивания цилиндра прямо пропорционален крутящему моменту и длине цилиндра и обратно пропорционален жесткости при кручении.

Найдем зависимость напряжения от крутящего момента. В соотношение (2.80) вместо  $\theta$  подставим его значение из соотношения (2.82):

$$\tau_{\rho} = G\theta\rho = G\rho \frac{M_{кр}}{GJ_{\rho}} = \frac{M_{кр} \rho}{J_{\rho}}.$$

Отсюда (см. рис. 2.43, в) наибольшее напряжение при кручении

$$\tau_{\rho} = \frac{M_{кр} r}{J_{\rho}}, \quad (2.85)$$

или

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр} r}{W_{\rho}}, \quad (2.86)$$

где  $W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{r}$  – отношение полярного момента инерции к расстоянию от оси вращения до наиболее удаленной точки сечения; это отношение называют полярным моментом сопротивления.

Условие прочности при кручении будет выполнено в том случае, если максимальное значение напряжения, возникающего при кручении, не превышает величины допускаемого напряжения, т. е. уравнение прочности при кручении имеет вид:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_{\rho}} \leq [\tau_{кр}]. \quad (2.87)$$

Допускаемое напряжение при кручении для стали обычно принимают

$$[\tau_{кр}] \approx (0,5 \div 0,6)[\sigma_p],$$

где  $[\sigma_p]$  – допускаемое напряжение при растяжении.

Приведем соотношения для определения полярного момента сопротивления:

для круга диаметром  $d$ , с учетом выражения (2.81),

$$W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^4}{32} \frac{2}{d} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2 d^3.$$

для кольца, с учетом соотношения (2.82),

$$W_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} \frac{2}{D} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D} \approx 0,2 \frac{(D^4 - d^4)}{D},$$

где  $D$  – наружный диаметр кольца;  $d$  – внутренний диаметр кольца.

При  $C = \frac{d}{D}$  полярный момент сопротивления кольца

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} (1 - C^4) \approx 0,2 D^3 (1 - C^4).$$

Определить диаметр цилиндра  $d$ , подвергнутого деформации кручения, можно исходя из двух предпосылок. В тех случаях, когда определяющей является прочность цилиндра, расчет ведут по соотношению (2.87). Для сплошного цилиндра

$$\frac{M_{кр}}{0,2d^3} \leq [\tau_{кр}]; \quad d = \sqrt[3]{\frac{M_{кр}}{0,2[\tau_{кр}]}}.$$

Когда определяющей является предельная деформация (угол закручивания), расчет ведут на жесткость. Из уравнения (2.84) имеем

$$\theta^\circ = \frac{M_{кр}}{GJ_p} \frac{180^\circ}{\pi} \leq [\theta^\circ]; \quad (2.88)$$

где  $[\theta^\circ]$  – допустимый угол закручивания на единицу длины, который в зависимости от назначения вала принимается в пределах 0,25-1,0 град/м;  $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$  – полярный момент инерции сплошного цилиндра.

Тогда диаметр вала сплошного сечения, на основании условия жесткости,

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32M_{кр}}{G\pi[\theta^\circ]} \frac{180^\circ}{\pi}} \approx \sqrt[4]{\frac{M_{кр}}{0,1G[\theta^\circ]} \frac{180^\circ}{\pi}}.$$

Пользуясь уравнениями (2.87) и (2.88), можно решить и другую задачу: определить безопасную величину крутящего момента, при котором обеспечивается необходимая прочность или жесткость.

#### 2.4.4 Напряженное состояние и разрушение при кручении

Как следует из закона парности касательных напряжений, одновременно с касательными напряжениями, действующими в плоскостях поперечных сечений вала, имеют место касательные напряжения в продольных плоскостях. Они рав-

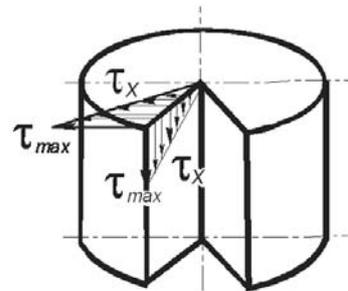


Рис. 2.44

ны по величине парным напряжениям, но имеют противоположный знак (рис. 2.44).

Таким образом, по граням элемента, ограниченного продольной и поперечной плоскостями сечения вала, действуют только касательные напряжения. Однако, как следует из формулы (2.86), на главных площадках, наклоненных к оси вала под углами  $45^\circ$  и  $135^\circ$ , действуют главные напряжения растягивающие  $\sigma_{\max} = \tau$  и сжимающие  $\sigma_{\min} = -\tau$  (рис. 2.45, а), где  $\tau$  – касательные напряжения, действующие в продольном и поперечном сечениях. Величину нормальных и касательных напряжений в других площадках можно определить по выведенным ранее формулам.

Из сказанного следует, что при кручении во всех площадках стержня, кроме оси, имеет место двухосное, неоднородное напряженное состояние. Наиболее напряженными являются точки, расположенные на поверхности цилиндра.

Характер разрушения при кручении зависит от способности материала стержня сопротивляться воздействию нормальных и касательных напряжений. Так, у деревянных стержней первые трещины возникают по образующим, так как древесина плохо сопротивляется действию касательных напряжений, направленных вдоль волокон. Чугун и другие хрупкие материалы, сравнительно плохо работающие на растяжение, разрушаются по винтовой поверхности, наклоненной к оси вала под углом  $45^\circ$ , т. е. по направлению действия максимальных растягивающих напряжений (рис. 2.43, б). Стальные валы чаще всего разрушаются по сечению, перпендикулярному к оси вала, под действием касательных напряжений, действующих в этом сечении.

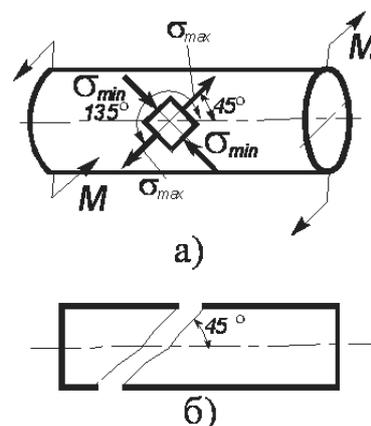


Рис. 2.48

## 2.5 Сложное сопротивление

В отличие от простых видов деформации на практике нередко случаи, когда в поперечных сечениях бруса возникают сразу несколько внутренних силовых факторов. Такие случаи принято называть сложным сопротивлением. Расчеты на прочность и жесткость при сложном сопротивлении основываются обычно на принципе независимости действия сил. Необходимо заметить, что иногда указанные виды расчетов можно упростить, если пренебречь (в пределах требуемой степени точ-

ности) второстепенными деформациями и привести, таким образом, сложную деформацию к более простой.

### 2.5.1 Понятие о теориях прочности

Общие сведения о расчетах на прочность. Одной из важнейших задач инженерного расчета является оценка прочности детали по известному напряженному состоянию в опасной точке поперечного сечения. Для простых видов деформаций эта задача решается сравнительно просто: по известным формулам определяют максимальные напряжения, которые затем сравнивают с опасными (предельными) для данного материала напряжениями, устанавливаемыми экспериментально. При этом прочность детали считается обеспеченной, если максимальные напряжения не превышают предельных значений. В случае необходимости реализовать требуемый коэффициент запаса прочности максимальные напряжения сравнивают с допускаемыми.

Указанный подход к оценке прочности является вполне обоснованным, так как при растяжении и сжатии бруса имеет место однородное линейное напряженное состояние, а при прямом поперечном изгибе наиболее нагруженные точки также находятся, как правило, в условиях линейного напряженного состояния.

Для сложного напряженного состояния подобный метод оценки прочности непригоден. Дело в том, что для одного и того же материала, как показывают опыты, опасное состояние может наступить при различных предельных значениях главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  в зависимости от соотношений между ними. Поэтому экспериментально установить предельные величины главных напряжений очень сложно не только из-за трудности постановки опытов, но и вследствие большого объема испытаний. В случае сложного напряженного состояния конструкции рассчитывают на прочность, как правило, на основании теоретических разработок с использованием данных о механических свойствах материалов, получаемых при испытании на растяжение и сжатие (иногда используют также результаты опытов на кручение). Только в отдельных случаях для оценки прочности конструкции или ее элементов прибегают к моделированию. В исключительных, особо ответственных случаях вопрос о прочности решается натурными испытаниями опытных образцов конструкции.

Все существующие теоретические методы расчета основаны на гипотезах о преимущественном влиянии того или иного фактора на процесс перехода материала в предельное состояние. Суть применения этих гипотез для оценки прочности материала заключается в замене факти-

ческого напряженного состояния равноопасным (эквивалентным) ему линейным напряженным состоянием. Равно-опасными называют такие напряженные состояния, у которых при пропорциональном увеличении напряжений одновременно наступает предельное состояние.

Приведение сложного напряженного состояния к равноопасному ему линейному осуществляется заменой главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  эквивалентным напряжением, которое надо создать в растянутом образце, чтобы получить напряженное состояние, равноопасное заданному. Прочность оценивают при помощи сравнения эквивалентных напряжений с предельными при растяжении (сжатии) или непосредственно с допускаемыми напряжениями.

Выбранную за основу гипотезу о преимущественном влиянии на прочность материала того или иного фактора часто называют теорией прочности.

**Теория наибольших нормальных напряжений** (первая теория прочности). Согласно этой теории преимущественное влияние на прочность оказывает величина наибольшего нормального напряжения. Предполагается, что нарушение прочности в общем случае напряженного состояния наступит тогда, когда наибольшее по абсолютной величине нормальное напряжение достигнет значения, соответствующего предельному состоянию данного материала при простом растяжении или сжатии.

Условие прочности можно записать в следующем виде:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma], \quad (2.89)$$

где  $\sigma_{\max}$  – величина наибольшего по абсолютному значению главного напряжения для исследуемого напряженного состояния;  $[\sigma]$  – допускаемое напряжение, принимаемое для одноосного растяжения или сжатия.

Для пластичных материалов рассматриваемая теория прочности опытами не подтверждается. Она дает удовлетворительные результаты лишь для весьма хрупких материалов (например, кирпич, камень и т. п.) при условии, что наибольшее нормальное напряжение – растягивающее.

**Теория наибольших линейных деформаций** (вторая теория прочности). Согласно этой теории основной причиной разрушения материала является наибольшая относительная линейная деформация. Предполагается, что нарушение прочности в общем случае напряженного состояния наступит тогда, когда наибольшая по абсолютной величине линейная деформация  $\varepsilon_{\max}$  достигнет опасного значения, соответствующего предельному состоянию данного материала при растяжении или сжатии.

Условие прочности в рассматриваемом случае записывается так:

$$\varepsilon_{\max} \leq [\varepsilon]. \quad (2.90)$$

Используя формулы (2.17) [13] обобщенного закона Гука, выразим условие прочности (2.90) в напряжениях. Так как из трех деформаций  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  наибольшей в алгебраическом смысле будет деформация  $\varepsilon_1$ , то

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)].$$

Имея в виду, что  $[\varepsilon] = \frac{[\sigma]}{E}$ , окончательно получим

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]. \quad (2.91)$$

Из условия прочности (2.91) видно, что с допускаемым напряжением нужно сравнивать не какое-либо из главных напряжений, а их комбинацию, которая представляет собой некоторое напряжение, называемое эквивалентным, или приведенным.

**Вторая теория** учитывает влияние на прочность всех трех главных напряжений, однако опытами она подтверждается только для хрупких материалов (например, для легированного чугуна, высокопрочных сталей после низкого отпуска и т. д.).

**Теория наибольших касательных напряжений** (третья теория прочности). В качестве фактора, определяющего прочность материала, здесь принимается величина наибольшего касательного напряжения. Предполагается, что предельное состояние в общем случае напряженного состояния наступит тогда, когда наибольшее касательное напряжение  $\tau_{\max}$  достигнет опасного значения, соответствующего предельному состоянию данного материала при растяжении.

Условие прочности имеет вид

$$\tau_{\max} \leq [\tau]. \quad (2.92)$$

Поскольку, согласно (2.25),

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2},$$

$$[\tau] = \frac{[\sigma]}{2},$$

то условие прочности (2.90) окончательно можно записать так:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]. \quad (2.93)$$

Рассмотрим часто встречающийся на практике случай плоского напряженного состояния (рис. 2.49), для которого  $\sigma_\alpha = \sigma$ ,  $\tau_\alpha = \tau$ ,  $\sigma_\beta = 0$ . Тогда, на основании формулы (2.22)

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2},$$

а

$$\sigma_{31} = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2},$$

и условие прочности (2.93) можно записать в следующем виде:

$$\sigma_{\text{экр}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (2.94)$$

Третья теория прочности хорошо подтверждается экспериментальными данными для пластичных материалов. Недостатком ее является то, что она не учитывает величину главного напряжения  $\sigma_2$ , которое также оказывает некоторое влияние на прочность материала. Кроме того, третья теория прочности неприменима при расчете деталей из хрупких материалов.

**Энергетическая теория формоизменения (четвертая теория прочности).**

В качестве критерия прочности в данном случае принимается количество удельной потенциальной энергии формоизменения, накопленной деформированным элементом. Согласно этой теории переход материала в предельное состояние в общем случае напряженного состояния произойдет тогда, когда величина удельной потенциальной энергии формоизменения достигнет значения, соответствующего предельному состоянию данного материала при растяжении. Условие прочности имеет вид

$$u_{\phi} \leq [u_{\phi}],$$

где  $u_{\phi}$  – удельная потенциальная энергия формоизменения, определяемая выражением (2.28).

Выразив  $u_{\phi}$  и  $[u_{\phi}]$  через главные напряжения, окончательно получим

$$\sigma_{\text{экр}} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma]. \quad (2.95)$$

Для частного случая плоского напряженного состояния, рассмотренного выше (см. рис. 2.49), условие (2.95) принимает вид

$$\sigma_{\text{экр}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (2.96)$$

Энергетическая теория прочности дает для пластичных материалов более точное, по сравнению с третьей теорией, совпадение теоретических расчетов с экспериментальными данными, благодаря чему она по-

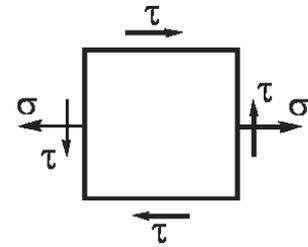


Рис. 2.49

лучила большое распространение. Для расчета деталей из хрупких материалов данная теория прочности неприменима.

**Теория прочности Мора (пятая теория прочности).** Согласно этой теории, единого критерия прочности, общего для всех видов напряженного состояния, не существует. В каждом случае прочность материала зависит от величины и знака наибольших  $\sigma_1$  и наименьших  $\sigma_3$  главных напряжений; напряжение  $\sigma_2$  на прочность материала влияет незначительно и им можно пренебречь. Условие прочности записывается в следующем виде:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - k\sigma_3 \leq [\sigma], \quad (2.97)$$

где  $k = \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_{\text{сж}}]}$  – коэффициент, учитывающий различную способность

материала сопротивляться растяжению и сжатию;  $[\sigma_p]$  и  $[\sigma_{\text{сж}}]$  – допускаемые напряжения соответственно на растяжение и сжатие.

Для пластичных материалов, у которых  $k = 1$ , теория прочности Мора дает результаты, совпадающие с третьей теорией. Эту теорию в настоящее время широко применяют при расчете на прочность деталей из хрупких материалов. Недостатком ее является то, что здесь не учитывается влияние на прочность главного напряжения  $\sigma_2$ .

Оценивая рассмотренные выше теории прочности, следует указать на то, что в практических расчетах используют в настоящее время для пластичных материалов третью или четвертую теории, а для хрупких материалов – теорию прочности Мора.

### 2.5.2 Косой изгиб

Под косым изгибом понимается такой случай плоского изгиба, при котором плоскость действия изгибающего момента не совпадает ни с одной из главных плоскостей инерции бруса.

Наиболее удобным способом решения задач на косой изгиб является приведение его к двум прямым плоским изгибам. Для этого возникающий в поперечном сечении изгибающий момент раскладывают на два изгибающих момента, которые действуют в плоскостях, проходящих через главные оси инерции сечения. При косом изгибе в поперечных сечениях бруса возникают в общем случае как поперечные силы, так и изгибающие моменты. Однако влиянием касательных напряжений, появление которых обусловлено действием сил  $Q$ , в расчетах на прочность обычно пренебрегают.

Рассмотрим балку, защемленную одним концом и нагруженную на другом силой  $F$  (рис. 2.50, а). Сила  $F$  лежит в плоскости торца балки и направлена под углом  $\alpha$  к главной оси  $Oy$ . Вычислим напряжения в некоторой точке  $C$  поперечного сечения, отстоящего на расстоянии  $x$  от свободного конца балки. Для показанного на рисунке направления главных осей точка  $C$  имеет положительные координаты  $z$  и  $y$ . В указанном сечении изгибающие моменты, возникающие при изгибе бруса в вертикальной и горизонтальной плоскостях (рис. 2.50, б), соответственно

$$M_z = F_y x = Fx \cos \alpha; \quad M_y = F_z x = Fx \sin \alpha;$$

здесь  $F_y$  и  $F_z$  – вертикальная и горизонтальная составляющие силы  $F$ .

Индексы  $z$  и  $y$  при  $M$  обозначатся главные оси, относительно которых действуют изгибающие моменты. Эти моменты будем считать положительными, если они вызывают в точках первого квадранта растягивающие напряжения.

Исходя из принципа независимости действия сил, напряжение  $\sigma$  в точке  $C$  можно вычислить, рассматривая два плоских изгиба отдельно. Тогда

$$\sigma = \sigma' + \sigma'',$$

где  $\sigma'$  и  $\sigma''$  – нормальные напряжения, вызываемые действием соответственно только момента  $M_z$  и только момента  $M_y$ .

Поскольку

$$\sigma' = \frac{M_z}{J_z} y, \quad \text{а} \quad \sigma'' = \frac{M_y}{J_y} z,$$

то

$$\sigma = \frac{M_z}{J_z} y + \frac{M_y}{J_y} z. \quad (2.98)$$

Хотя формула (2.98) получена из рассмотрения частного случая косоугольного изгиба балки, однако она является общей формулой для вычисления напряжений при косом изгибе. Следует только помнить, что изгибающие моменты и координаты точек, в которых определяют напряжения, необходимо подставлять в указанную формулу со своими знаками.

Уравнение нейтральной линии при косом изгибе в любом поперечном сечении получим из выражения (2.98), положив  $\sigma = 0$  и обозначив координаты точек этой линии  $y_0$  и  $z_0$ , Тогда

$$\frac{M_z}{J_z} y_0 + \frac{M_y}{J_y} z_0 = 0. \quad (2.99)$$

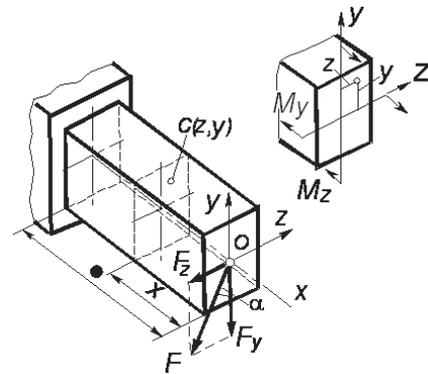


Рис. 2.50

Уравнение (2.99) показывает, что нейтральная линия всегда проходит через начало координат (центр тяжести  $O$  сечения). Преобразуем полученную зависимость

$$M_z \left( \frac{y_0}{J_z} + \frac{M_y z_0}{M_z J_y} \right) = 0.$$

Так как  $M_z \neq 0$ , то

$$\frac{y_0}{J_z} + \frac{M_y z_0}{M_z J_y} = 0 \quad (2.100)$$

Здесь

$$\frac{M_y}{M_z} = \frac{Px \sin \alpha}{Px \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Поделив обе части уравнения (2.90), [13] на  $z_0$  и проведя небольшие преобразования, получим

$$\frac{y_0}{z_0} = -\frac{J_z}{J_y} \operatorname{tg} \alpha.$$

Отношение  $\frac{y_0}{z_0}$  представляет собой тангенс угла  $\beta$  наклона нейтральной линии к оси  $z$ . Поэтому окончательно имеем

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{J_z}{J_y} \operatorname{tg} \alpha. \quad (2.101)$$

При  $J_z \neq J_y$  также  $\beta \neq \alpha$ , т. е. нейтральная линия неперпендикулярна к силовой линии, как это имело место для прямого изгиба. Если же  $J_z = J_y$  (круг, квадрат и др.), то указанные линии взаимно перпендикулярны, но в этом случае кривой изгиб вообще невозможен, поскольку любая центральная ось сечения является главной осью инерции.

Используя зависимость (2.101) для определения положения нейтральной линии, необходимо помнить, что углы  $\alpha$  и  $\beta$  положительны, если отсчитываются следующим образом:  $\alpha$  по часовой стрелке от оси  $y$ , а  $\beta$  против часовой стрелки от оси  $z$ . На рис. 2.51, а показано положение нейтральной линии в опасном сечении балки, рассмотренной выше.

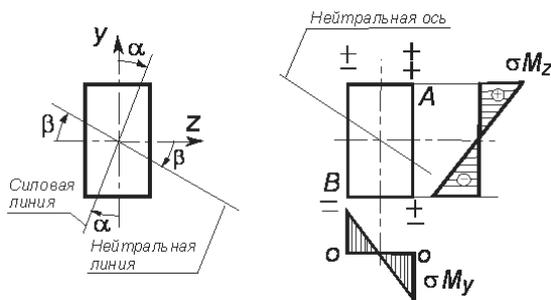


Рис. 2.51

Прочность балки следует проверять в тех сечениях, где изгибающие моменты  $M_z$  и  $M_y$  достигают одновременно больших значений. Таких сечений может оказаться несколько.

Если положение опасного сечения известно, то в нем нужно отыскать наиболее нагруженные точки. Наглядное представление о распределении нормальных напряжений по поперечному сечению балки дают эпюры  $\sigma$ . Применительно к рассмотренной балке эти эпюры показаны на рис. 2.51, б. Очевидно, что наиболее напряженными будут точки А и В, наиболее удаленные от нейтральной линии, причем в точке А действует максимальное растягивающее напряжение, а в точке В – максимальное сжимающее напряжение. Для пластичных материалов обе точки одинаково опасны. В случае хрупкого материала более опасной будет точка А. Условие прочности имеет следующий вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{J_z} y_{\max} + \frac{M_y}{J_y} z_{\max} \leq [\sigma] \quad (2.102)$$

где  $y_{\max}$  и  $z_{\max}$  – координаты точки, наиболее удаленной от нейтральной линии.

Для сечений, имеющих две оси симметрии (например, прямоугольник, двутавр и др.) и выступающие углы, опасной будет одна из угловых точек, для которой условие прочности можно записать так:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma], \quad (2.103)$$

где  $W_z$  и  $W_y$  – моменты сопротивления сечения относительно осей  $z$  и  $y$ .

Если изгибу в двух плоскостях подвергаются брусья круглого, квадратного и тому подобных сечений, для которых кривоизгиб невозможен, то их рассчитывают на прочность по суммарному изгибающему моменту. Этот момент представляет собой геометрическую сумму изгибающих моментов, действующих в вертикальной и горизонтальной плоскостях:

$$M_{И} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}. \quad (2.104)$$

Условие прочности аналогично условию (2.59).

Определяя величину прогиба в какой-либо точке балки, вначале вычисляют прогибы  $f_y$  и  $f_z$  в направлении главных осей, а затем их суммируют геометрически. Таким образом, полный прогиб

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2}. \quad (2.105)$$

Нетрудно установить, что линия полного прогиба при косом изгибе составляет с осью  $y$  угол  $\beta$ , т. е. она всегда перпендикулярна направлению нейтральной линии.

### 2.5.3 Изгиб с растяжением (сжатием)

Изгиб с осевым растяжением (сжатием) прямого бруса. В общем случае на брус могут действовать как поперечные, так и продольные нагрузки (рис. 2.52, а). Такое нагружение приводит к появлению в поперечных сечениях изгибающих моментов  $M_z$  и  $M_y$ , поперечных сил  $Q_z$  и  $Q_y$ , а также продольной силы  $N$  (рис. 2.52, б). Здесь имеет место сочетание косоуго изгиба с осевым растяжением.

Продольная сила  $N$  изменит напряжения в каждой точке сечения на величину

$$\sigma_N = \frac{Nl}{A}, \quad (2.106)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения.

Учитывая указанное обстоятельство, а также формулу (2.98), получаем следующее выражение для определения нормального напряжения в произвольной точке  $C$  сечения:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_z}{J_z} y + \frac{M_y}{J_y} z. \quad (2.107)$$

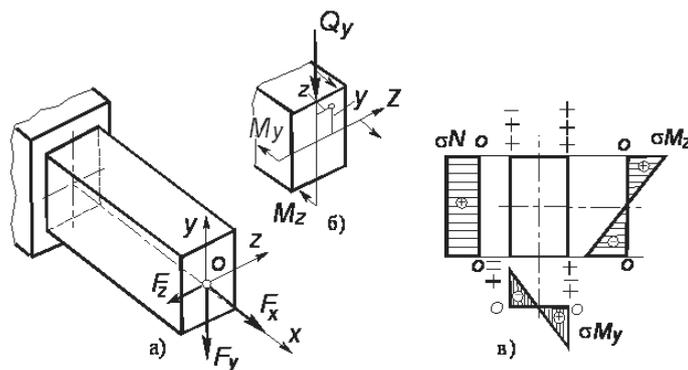


Рис. 2.52

Изгибающие моменты, продольную силу, а также координаты точки, в которой определяют напряжения, необходимо подставлять в зависимость (2.107) со своими знаками.

Так как напряженное состояние в опасной точке можно считать линейным (не учитывается влияние касательных напряжений), то условие прочности имеет следующий вид:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]. \quad (2.108)$$

Если сечение имеет две оси симметрии и выступающие углы, то опасной будет одна из угловых точек. Напряжение в этой точке определяется либо по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y}, \quad (2.109)$$

либо по формуле (2.107). Знаки перед слагаемыми в правой части зависимости (2.109) устанавливаются путем анализа распределения напряжений по поперечному сечению бруса (рис. 2.52, в).

Внецентренное растяжение (сжатие) прямого бруса. Внецентренное растяжение (сжатие) характеризуется наличием силы, линия действия которой параллельна оси бруса, но не совпадает с ней (рис. 2.53, а).

Координаты точки приложения силы  $F$  обозначим через  $z_p$  и  $y_p$ . Отметим, что направления координатных осей  $z$  и  $y$  всегда следует выбирать такими, чтобы  $z_p$  и  $y_p$  были положительными.

Применив метод сечений, найдем, что в любом поперечном сечении бруса действуют изгибающие моменты  $M_z = Fy_p$  и  $M_y = Fz_p$ , а также продольная сила  $N = F$  (рис. 2.53, б).

Нетрудно заметить, что здесь, как и в рассмотренном выше случае, имеет место совместное действие косоугольного изгиба с осевым растяжением (сжатием). А потому формула для определения напряжения в произвольной точке сечения с координатами  $z$  и  $y$  будет аналогична (2.107), т. е.

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_z}{J_z} y + \frac{M_y}{J_y} z. \quad (2.110)$$

Для сечения с двумя осями симметрии максимальные напряжения определяют по формуле (2.109).

Преобразуем выражение (2.110), подставляя вместо  $N$ ,  $M_z$  и  $M_y$  их значения:

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{Fy_p}{J_z} y + \frac{Fz_p}{J_y} z,$$

или

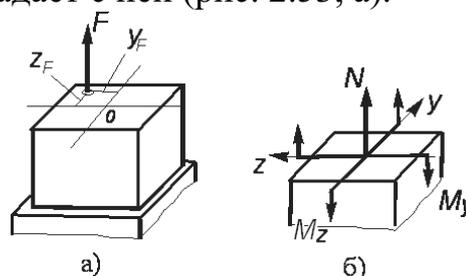


Рис. 2.53

$$\sigma = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{A}{J_z} y_p y + \frac{A}{J_y} z_p z \right)$$

Так как отношения  $\frac{J_z}{A}$  и  $\frac{J_y}{A}$  представляют собой квадраты радиусов инерции сечения относительно осей  $z$  и  $y$  соответственно, то, обозначив их через  $i_z^2$  и  $i_y^2$ , имеем

$$\sigma = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_p y}{i_z^2} + \frac{z_p z}{i_y^2} \right). \quad (2.111)$$

Распространяя полученную зависимость на случай действия сжимающей силы  $F$  представим формулу (2.111) в ее общем виде:

$$\sigma = \pm \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_p y}{i_z^2} + \frac{z_p z}{i_y^2} \right). \quad (2.112)$$

Подчеркнем еще раз, что знак перед правой частью уравнения (2.112) определяется характером действующей силы: при растяжении ставится знак плюс, при сжатии – минус. Координаты  $y$  и  $z$  произвольной точки подставляют со своими знаками.

Положение опасной точки сечения можно найти, построив вначале нейтральную линию. Уравнение нейтральной линии получим, положив в формуле (2.112)  $\sigma = 0$  и обозначив координаты точек на этой линии  $z_0$  и  $y_0$ . Тогда, учитывая, что  $\frac{F}{A} \neq 0$ , имеем

$$1 + \frac{y_0 y_p}{i_z^2} + \frac{z_0 z_p}{i_y^2} = 0. \quad (2.113)$$

Из полученного уравнения следует, что нейтральная линия никогда не проходит через начало координат, отсекая на осях  $z$  и  $y$  отрезки, равные соответственно

$$a_z = -\frac{i_z^2}{z_p}; \quad a_y = -\frac{i_y^2}{y_p}; \quad (2.113')$$

Примерное положение нейтральной линии для рассмотренного случая внецентренного растяжения бруса показано на рис. 2.54. Из этого же рисунка видно, что в растянутой и сжатой зонах сечения находятся наиболее напряженные точки А и В (в точке А – максимальное растягивающее напряжение, в точке В – максимальное на-

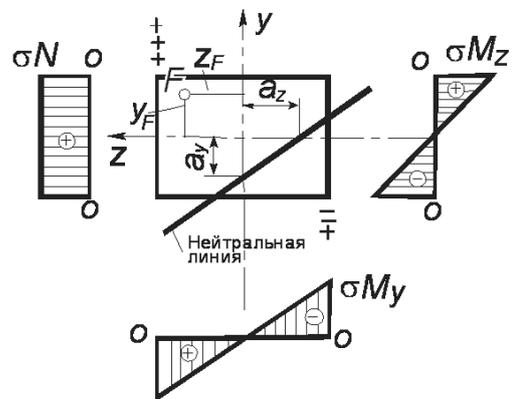


Рис. 2.54

пряжение сжатия). Полезно запомнить, что точка с наибольшим по абсолютному значению напряжением всегда расположена в одном квадранте с точкой приложения силы  $F$ , а знак напряжения в этой точке соответствует характеру действующей силы. Условие прочности записывается так:

$$\sigma = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{z_p}{i_y^2} z_{\max} + \frac{y_p}{i_z^2} y_{\max} \right) \leq [\sigma], \quad (2.114)$$

Здесь  $z_{\max}$  и  $y_{\max}$  – координаты точки, наиболее удаленной от нейтральной линии.

### 2.5.4 Изгиб с кручением

В конструкциях различных механизмов очень часто встречаются детали, работающие на совместное действие изгиба и кручения. Характерным примером таких деталей являются валы самых разнообразных устройств.

Силы, которые передаются на вал механизма, в общем случае приводят к появлению в поперечных сечениях вала крутящего момента  $M_{кр} = M_x$ , изгибающих моментов  $M_y$  и  $M_z$ , а также поперечных сил  $Q_y$  и  $Q_z$ . Под действием указанных силовых факторов в сечениях возникают нормальные (от изгиба) и касательные (от изгиба и кручения) напряжения. Величиной касательных напряжений от изгиба обычно пренебрегают, поскольку она незначительна по сравнению с величиной касательных напряжений от кручения. Поэтому рассматривают фактически сочетание кручения с чистым изгибом.

Рассмотрим вал круглого поперечного сечения (рис. 2.55, а). Используя принцип независимости действия сил, строим эпюры изгибающих моментов от нагрузок, действующих в вертикальной и горизонтальной плоскостях (рис. 2.55, б и в), а также эпюру крутящих моментов (рис. 2.55, г). Сопоставляя полученные эпюры, находим, что опасными являются сечения 1-1 и 2-2.

В каждом сечении круглого вала имеет место прямой изгиб от действия результирующего изгибающего момента.

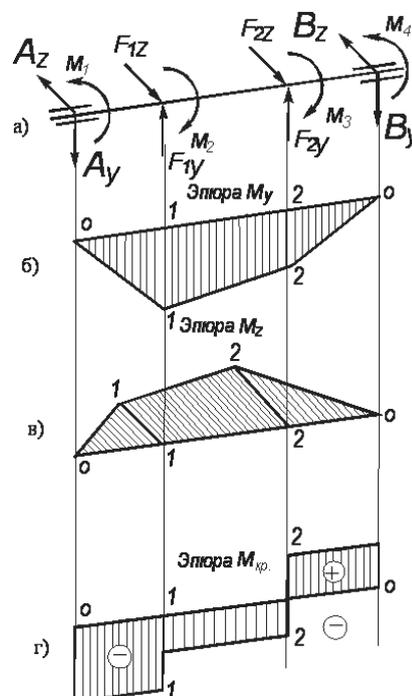


Рис. 2.55

$$M_{II} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}.$$

Нормальные напряжения от этого момента достигают наибольших значений в крайних волокнах вала и определяются по формуле

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{II}}{W} = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{W}. \quad (2.115)$$

В любой точке контура поперечного сечения вала действуют также максимальные касательные напряжения от кручения, связанные с величиной крутящего момента соотношением

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p} = \frac{M_{кр}}{2W}. \quad (2.116)$$

В формулах (2.115) и (2.116)  $W$  – осевой момент сопротивления сечения вала.

Найдем наиболее напряженные точки в одном из опасных сечений вала (например, в сечении 1-1). Такими точками, очевидно, являются точки А и В, наиболее удаленные от нейтральной линии (рис. 2.56).

Положение нейтральной линии в данном случае найти нетрудно. Воспользовавшись формулой (2.101) и имея в виду, что для круглого сечения  $J_z = J_y$ , получим  $\beta = -\alpha$ ,

$$\text{где } \operatorname{tg} \alpha = \frac{M_y}{M_z}$$

На рис. 2.56 показаны суммарная эпюра нормальных напряжений  $\sigma$  от действия результирующего изгибающего момента  $M_{II}$  и эпюра касательных напряжений  $\tau$  от кручения. Исследуем напряженное состояние в одной из опасных точек сечения (например, в точке А).

В окрестности точки А (рис. 2.57, а) выделим элементарный объем (рис. 2.57, б). По четырем его граням действуют касательные напряжения  $\tau$ , а по двум граням, параллельным плоскости поперечного сечения, – также нормальные напряжения  $\sigma$  (в данном случае – растягивающие). Остальные грани от напряжений свободны. Таким образом, при изгибе с кручением элемент в опасной точке находится в плоском напряженном состоянии (рис. 2.57, в).

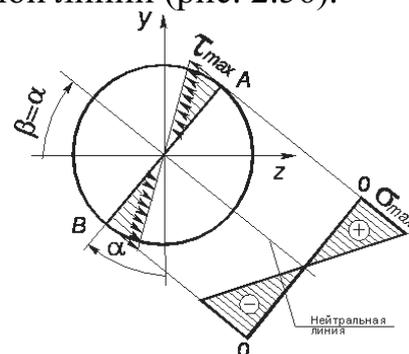


Рис. 2.56

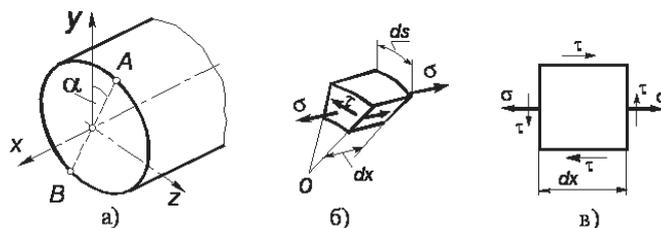


Рис. 2.57

Для определения величин главных напряжений применяют зависимость (2.25), а прочность вала в опасном сечении проверяют по формулам приемлемых теорий прочности.

Воспользуемся, например, условием прочности (2.96), исходя из третьей теории:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma].$$

Подставив в это условие выражения (2.115) и (2.116) для напряжений  $\sigma$  и  $\tau$ , получим

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{И}}^2 + M_{\text{кр}}^2}{W} \leq [\sigma]. \quad (2.117)$$

Если исходить из четвертой теории прочности, то согласно условию (2.96)

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

Осуществив подстановки, аналогичные предыдущим, имеем

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{\sqrt{M_{\text{И}}^2 + 0,75M_{\text{кр}}^2}}{W} \leq [\sigma]. \quad (2.118)$$

Условия прочности (2.117) и (2.118) можно заменить одной формулой

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W} \leq [\sigma], \quad (2.119)$$

где  $M_{\text{экв}}$  – эквивалентный (приведенный) момент.

Для третьей теории прочности

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M_{\text{И}}^2 + M_{\text{кр}}^2};$$

для четвертой теории прочности

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M_{\text{И}}^2 + 0,75M_{\text{кр}}^2}.$$

Заметим, что все приведенные формулы применимы и для расчета валов кольцевого сечения.

При проверочных расчетах, когда диаметр вала известен, коэффициент запаса прочности

$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв}}}, \quad (2.120)$$

где  $\sigma_T$  – предел текучести.

По третьей теории прочности значение  $\sigma_{\text{экв}}$  определяется выражением (2.94). Для этого случая

$$n = \frac{\sigma_\tau}{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{\sigma_T^2} + \frac{\tau^2}{(0,5\sigma_T)^2}}}.$$

В соответствии с третьей теорией  $\tau_T = 0,5\sigma_T$ , поэтому

$$n = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{\sigma_T^2} + \frac{\tau^2}{\tau_T^2}}}. \quad (2.121)$$

Формула (2.121) после преобразований принимает вид

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}, \quad (2.122)$$

где  $n_\sigma = \frac{\sigma_T}{\sigma}$  – коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям;  $n_\tau = \frac{\tau_T}{\tau}$  – коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям.

Следует отметить, что зависимости (2.121) и (2.122) остаются в силе и для четвертой теории прочности, только здесь  $\tau_T \approx 0,58\sigma_T$ .

## 2.6 Местные напряжения

### 2.6.1 Видимые местные напряжения

Изложенные выше методы расчетов на прочность для различных видов деформаций предполагают определенную схематизацию элементов конструкций и внешней нагрузки. Так, внешняя нагрузка переносится на ось бруса и прикладывается к ней в виде сил и пар. Полученная таким образом нагрузка на ось может, очевидно, соответствовать действительным способам приложения внешних сил к поверхности бруса. Однако распределение напряжений внутри бруса в том и другом случаях будет не везде одинаковым.

При решении практических задач указанной схематизацией пользуются весьма широко. Известные нам расчетные зависимости позволяют достаточно точно определять основные напряжения в бресе и дают погрешности только в тех областях бруса, которые непосредственно прилегают к месту приложения нагрузок. Дополнительные напряжения, накладывающиеся на основные в отмеченных областях, носят название местных напряжений.

Резкое изменение размеров сечения, ослабления его всякого рода отверстиями и выточками также приводят к довольно значительным ме-

ственным отклонениям от общего закона распределения напряжений. Это явление носит общее название концентрации напряжений, а причина, вызвавшая его (отверстие, выточка и т. д.), – концентратора напряжений.

Заметим, что концентрация напряжений возможна и в бруске постоянного сечения, если последнее имеет входящие углы, вырезы или малые внутренние полости.

Концентрация напряжений может существенно влиять на общую прочность бруса в случае действия динамической нагрузки. При статической нагрузке и пластичном материале ее можно в расчетах не учитывать, ограничиваясь определением основных напряжений.

### 2.6.2 Концентрация напряжений

Напряжения в местах их концентрации определяют либо теоретическими, либо экспериментальными методами. Поскольку аналитическое решение указанной задачи довольно сложно, приведем лишь основные результаты исследований применительно к каждому из основных видов деформаций.

Предварительно остановимся на некоторых понятиях и определениях, встречающихся при расчетах на прочность с учетом концентрации напряжений.

Номинальным называют такое напряжение, которое определяется по общим формулам сопротивления материалов в предположении, что концентрация напряжений отсутствует. При этом в некоторых случаях не учитываются ослабления поперечного сечения, вызванные наличием небольших отверстий, выточек и др., т. е. имеется в виду полная площадь (брутто) поперечного сечения.

Количественной характеристикой концентрации напряжений является коэффициент концентрации. Различают теоретический и эффективный коэффициенты концентрации. Первый зависит только от вида концентратора и его размеров, а второй – дополнительно и от свойств материала.

Теоретический коэффициент концентрации напряжений  $\alpha_K$  равен отношению максимального местного напряжения  $\sigma_{\max}$  к номинальному напряжению  $\sigma_H$ , т. е.

$$\alpha_K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_H}. \quad (2.123)$$

Эффективный коэффициент концентрации напряжений определяют опытным путем как отношение предела прочности  $\sigma_B$  детали без кон-

центрации к пределу прочности  $\sigma_{B.K}$  детали, имеющей тот или иной концентратор напряжений:

$$K_S = \frac{\sigma_B}{\sigma_{B.K}}. \quad (2.124)$$

Подробные данные о коэффициентах  $\alpha_K$  и  $K_S$  приведены в справочниках.

**1. Концентрация напряжений при растяжении (сжатии).** На рис. 2.58, а показана эпюра нормальных растягивающих напряжений в сечении широкой полосы, ослабленном круглым отверстием, а на рис 2.58, б, в сечении, ослабленном полу-круглыми выкружками.

Величина номинального напряжения вычисляется здесь как среднее напряжение в ослабленном сечении полосы по формуле (2.2):

$$\sigma_H = \frac{N}{A_{\min}},$$

где  $A_{\min}$  – площадь ослабленного сечения. При малых размерах концентратора можно принимать  $A_{\min} \approx A$ .

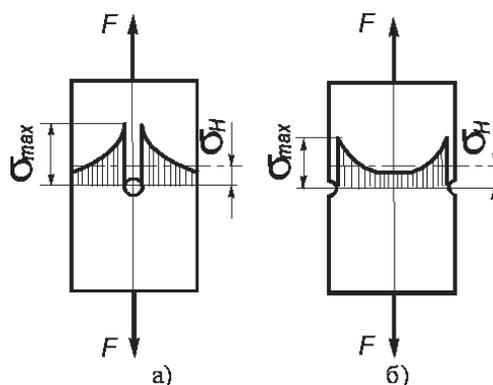


Рис. 2.58

Для случаев, приведенных на рис. 2.58, а, б,  $\alpha_K = 3$  и  $\alpha_K = 2$  соответственно, если предположить весьма малые радиусы отверстия и выкружки. При этом чем меньше радиус, тем в большей степени максимальные напряжения отличаются от номинальных.

Чтобы уменьшить влияние концентрации напряжений на прочность элементов конструкций, следует по возможности избегать глубоких выточек, выкружек, резких переходов сечений и т. п. Необходимо также стремиться к тщательной обработке поверхностей деталей, особенно изготовленных из высокопрочных закаленных сталей.

**2. Концентрация напряжений при изгибе.** В местах резкого изменения формы или размеров поперечных сечений балки наблюдается концентрация напряжений. На рис. 2.59 приведены эпюры нормальных напряжений, возникающих в балке при отсутствии концентрации напряжений (рис. 2.59, а) и при наличии концентрации (рис. 2.59, б). В последнем случае вследствие резкого изменения сечения в его крайних волокнах действуют максимальные напряжения

$$\sigma_{\max} = \alpha_K \sigma_H, \text{ где } \sigma_H = \frac{M_z}{W_z} = \frac{Fl}{W_z}.$$

Величина теоретического коэффициента концентрации напряжений в данном случае зависит от соотношения диаметров  $d$  и  $D$  сопрягаемых участков балки, а также от радиуса закругления  $r$  в месте сопряжения этих участков.

Для определения величины эффективного коэффициента концентрации проводят испытания на изгиб специальных образцов. Установив значения временного сопротивления материала образца без концентрации напряжений ( $\sigma_{в.и}$ ) и с концентрацией ( $\sigma_{в.и.к}$ ), находят  $K_S$ :

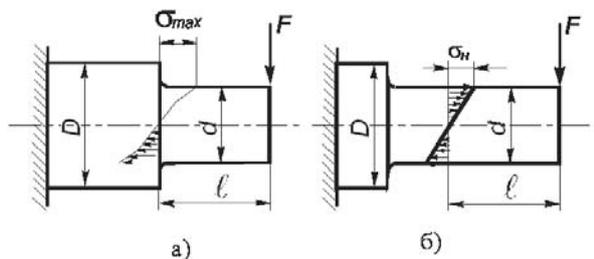


Рис. 2.59

$$K_S = \frac{\sigma_{в.и}}{\sigma_{в.и.к}}$$

Чтобы уменьшить концентрацию напряжений в деталях, испытывающих деформацию изгиба, необходимо предусматривать плавные переходы от одного размера сечения к другому, закругления в углах, уменьшение жесткости более массивной части детали в месте перехода и т. п. Все это приводит к заметному снижению коэффициента концентрации и, следовательно, благоприятно сказывается на прочности деталей.

3. Концентрация напряжений при кручении. Местное увеличение напряжений при кручении вызывается резким изменением контура поперечного или продольного сечения вала (наличием отверстия, резьбы, выточки, канавки и т. д.) Как при растяжении или изгибе, величина максимального касательного напряжения в зоне концентрации определяется произведением номинального напряжения  $\tau_H$  на коэффициент  $\alpha_K$ , т. е.

$$\tau_{max} = \alpha_K \tau_H$$

Значение  $\tau_H$  вычисляют для наименьшего сечения по обычным формулам сопротивления материалов. Например, при расчете круглых валов используется зависимость (2.86):

$$\tau_H = \frac{M_{кр}}{W_p}$$

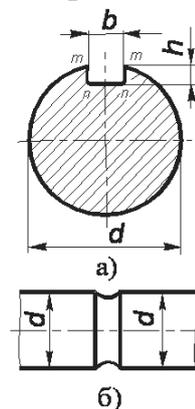


Рис. 2.60

Большой практический интерес при кручении круглых валов представляет концентрация напряжений у продольных пазов, предназначенных для помещения шпонок. Если

шпоночный паз имеет прямоугольное сечение (рис. 2.60, а), то в выступающих углах  $t$  касательные напряжения равны нулю, а во входящих углах  $\eta$  напряжения теоретически бесконечно велики (практически же их величина ограничена пределом текучести). Как показали исследования, коэффициент концентрации напряжений для паза при заданных глубине его и размерах вала зависит главным образом от кривизны поверхности по дну паза. Поэтому углы  $n$  необходимо скруглять, причем с увеличением радиуса скругления концентрация напряжений будет уменьшаться. Так, с увеличением радиуса от 0,1 до 0,5 глубины паза коэффициент  $\alpha_k$  снижается более чем в 2 раза.

Если вал имеет поперечную кольцевую выточку полукруглого сечения с очень малым радиусом (рис. 2.60, б), то касательное напряжение в глубине выточки вдвое больше, чем на поверхности вала без выточки.

На практике часто применяют цилиндрические валы с различными диаметрами на разных участках, причем участки сопрягаются кольцевыми выкружками (рис. 2.61, а). При кручении таких валов в начале закругления имеет место высокая концентрация напряжений (эпюра касательных напряжений в зоне концентрации показана на рис. 2.61, б). Для случая, когда  $\frac{D}{d} = 2$  и  $\frac{2\rho}{d} = 0,04$ , величина теоретического коэффициента концентрации  $\alpha_k = 2,4$  (здесь  $\rho$  – радиус закругления). Чтобы уменьшить концентрацию напряжений, следует избегать резких изменений контура сечения, применяя в местах ступенчатого изменения диаметра переходные кривые возможно большего радиуса. Влияние концентрации напряжений на прочность деталей машин, испытывающих деформацию растяжения (сжатия), изгиба или кручения, проявляется примерно одинаково. Опыты показывают, что для пластичных материалов концентрация напряжений при статических нагрузках не представляет опасности, поскольку за счет текучести в зоне концентрации происходит перераспределение (выравнивание) напряжений. Величина эффективного коэффициента концентрации  $K_s$  в этом случае близка к единице.

Хрупкие материалы, напротив, весьма чувствительны к концентрации напряжений. Например, разрушение при кручении ступенчатого вала, изготовленного из закаленной стали, может произойти и при статической нагрузке, так как вследствие концентрации напряжений в местах перехода

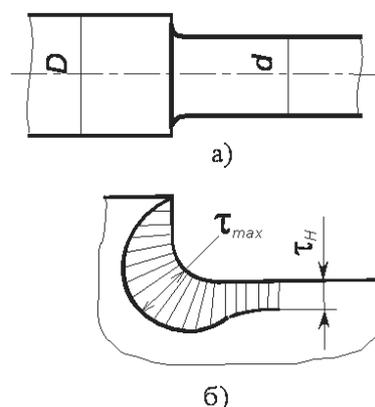


Рис. 2.61

двух смежных диаметров возможно появление трещин. Поэтому в расчетах на статическую прочность деталей из хрупких и малопластичных материалов учитывать концентрацию напряжений необходимо, причем для таких материалов эффективный коэффициент концентрации весьма близок по своему значению к теоретическому.

В случае динамических нагрузок концентрация напряжений существенно снижает прочность деталей как из хрупких, так и пластичных материалов, что необходимо учитывать в практических расчетах.

### 2.6.3 Контактные напряжения

Местные напряжения, возникающие при взаимном нажатии двух соприкасающихся тел, называют контактными напряжениями. Вследствие деформации материала в месте соприкосновения возникает площадка контакта, по которой и происходит передача давления. Материал вблизи такой площадки, не имея возможности свободно деформироваться, испытывает объемное напряженное состояние.

Контактные напряжения играют основную роль при расчете шариковых и роликовых подшипников, зубчатых колес, элементов кулачковых механизмов и т. д. Эти напряжения определяют методами теории упругости при следующих допущениях: а) в зоне контакта возникают только упругие деформации, следующие закону Гука; б) линейные размеры площадки контакта малы по сравнению с радиусами кривизны соприкасающихся поверхностей; в) силы давления, распределенные по поверхности контакта, нормальны к этим поверхностям; г) на поверхности контакта возникают только нормальные напряжения.

При этих допущениях нормальные напряжения по площадке контакта распределяются по закону поверхности эллипсоида, площадка контакта имеет в общем случае форму эллипса, а максимальное напряжение действует в центре площадки контакта.

Приведем без вывода расчетные формулы для некоторых частных случаев контактной задачи в предположении, что коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ . Отметим, что для практических расчетов указанные формулы пригодны и при других значениях  $\mu$ .

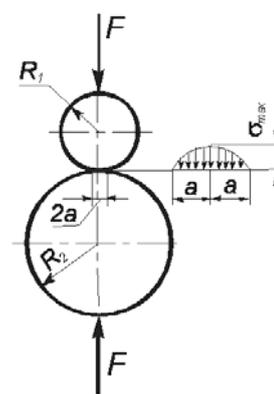


Рис. 2.62

1. Сжатие шаров. В случае взаимного сжатия силами  $P$  двух упругих шаров радиусов  $R_1$  и  $R_2$  (рис. 2.62) образуется круглая площадка контакта, радиус которой

$$a = 0,883 \sqrt{F \frac{R_1 R_2 (E_1 + E_2)}{E_1 E_2 (R_1 + R_2)}}, \quad (2.125)$$

где  $E_1$  и  $E_2$  – модули упругости материалов шаров.

Максимальное нормальное напряжение в центре площадки контакта

$$\sigma_{\max} = 0,3883 \sqrt{4F \frac{E_1^2 E_2^2 (R_1 + R_2)^2}{(E_1 + E_2)^2 R_1^2 R_2^2}}. \quad (2.126)$$

Наиболее напряженная точка находится в центре площадки контакта, где материал испытывает напряженное состояние, близкое к равномерному сжатию (главные напряжения  $\sigma_1 = \sigma_2 \approx -0,8\sigma_{\max}$  и  $\sigma_3 = -\sigma_{\max}$ ). Опасная же точка расположена на линии действия сил  $F$  на глубине, примерно равной половине радиуса площадки контакта. Главные напряжения в этой точке

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_2 = -0,8\sigma_{\max}; \\ \sigma_3 = -\sigma_{\max}. \end{aligned} \right\} \quad (2.127)$$

Наибольшее касательное напряжение в опасной точке

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 0,31\sigma_{\max}. \quad (2.128)$$

Формула (2.126) справедлива и в случае давления шара на вогнутую сферическую поверхность радиуса  $R_2$  (рис. 2.63, а). Изменив в указанной формуле знак при  $R_2$  на обратный, имеем

$$\sigma_{\max} = 0,3883 \sqrt{4F \frac{E_1^2 E_2^2 (R_1 + R_2)^2}{(E_1 + E_2)^2 R_1^2 R_2^2}}. \quad (2.129)$$

При взаимном давлении шара и плоскости (рис. 2.63, б), полагая  $R_2 = \infty$ , получим

$$\sigma_{\max} = 0,3883 \sqrt{4F \frac{E_1^2 E_2^2}{R_1^2 (E_1 + E_2)^2}}. \quad (2.130)$$

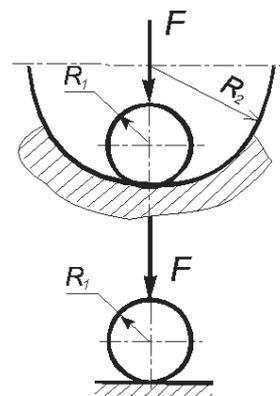


Рис. 2.63

2. Сжатие цилиндров. Два цилиндра, соприкасающиеся по образующей (рис. 2.64), испытывают взаимное давление по всей длине линии контакта. При равномерно распределенной нагрузке  $q$  площадка касания имеет вид узкого прямоугольника, ширина которого

$$b = 2,15 \sqrt{q \frac{R_1 R_2 (E_1 + E_2)}{E_1^2 E_2^2 (R_1 + R_2)}}. \quad (2.131)$$

Максимальное напряжение сжатия действует в точках оси площадки контакта:

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{2q \frac{E_1 E_2 (R_1 + R_2)}{(E_1 + E_2) R_1 R_2}}. \quad (2.132)$$

В опасной точке, расположенной на глубине, равной  $0,4b$ , главные напряжения имеют значения

$$\sigma_1 = -0,108\sigma_{\max}; \quad \sigma_2 = -0,288\sigma_{\max}; \quad \sigma_3 = -0,780\sigma_{\max}; \quad (2.133)$$

Наибольшее касательное напряжение в опасной точке

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 0,3\sigma_{\max}. \quad (2.134)$$

В случае давления цилиндра на деталь с вогнутой цилиндрической поверхностью значение  $\sigma_{\max}$  определяют по формуле (2.132), предварительно изменив в ней знак при  $R_2$  на обратный. Подставив в формулу (2.132) величину  $R_2 = \infty$ , получим выражение для  $\sigma_{\max}$  в случае взаимного давления цилиндра и детали с плоской поверхностью.

На основании формул для определения  $\sigma_{\max}$  нетрудно установить, что контактные напряжения не являются линейной функцией нагрузки, с ростом сил они возрастают все медленнее. Это объясняется тем, что с увеличением нагрузки увеличивается и площадка контакта. Здесь следует обратить внимание на следующее обстоятельство: если размеры площадки контакта окажутся сопоставимыми с величиной радиусов кривизны соприкасающихся поверхностей, то приведенные выше расчетные зависимости применять нельзя.

Аналогичная картина имеет место при определении контактных напряжений между поверхностью тела болта или заклепки и цилиндрической поверхностью отверстия. Местные напряжения в этом случае обычно называют напряжениями смятия и считают, что по площадке контакта (смятия) они распределены равномерно. Такой же закон распределения напряжений по площади контакта принимают и в том случае, если тела до соприкосновения имели плоские поверхности. Учитывая указанное допущение, имеем следующую формулу для определения напряжения смятия:

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}}, \quad (2.135)$$

где  $A_{см}$  – площадь смятия.

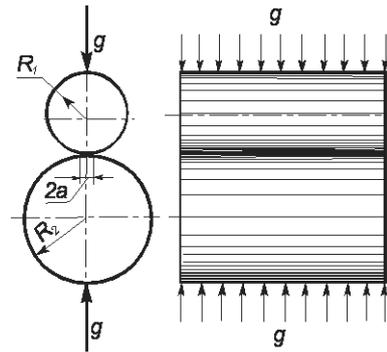


Рис. 2.64

В расчетах на прочность допускаемые напряжения на смятие принимают (на основании опытных данных) в 2-2,5 раза больше допускаемых напряжений на обычное сжатие, т. е.

$$[\sigma_{см}] = (2 \div 2,5)[\sigma_{сж}]$$

Проверку прочности при контактных напряжениях следует производить по формулам третьей или четвертой теорий прочности.

## **2.7 Прочность материалов при переменном напряжении**

### **2.7.1 Основные понятия об усталостной прочности**

Выше были рассмотрены основные вопросы, связанные с расчетом на прочность упругих элементов конструкций, испытывающих действие статических нагрузок. При этом всегда считалось, что прочность элементов будет обеспечена, если максимальные напряжения в их опасных сечениях не превышают предельных значений.

Однако, как установлено практикой, в случае действия на элементы конструкций нагрузок, периодически изменяющихся во времени по величине или по величине и направлению, разрушение материала происходит при напряжениях, значительно меньших предельных значений. С подобными действиями нагрузок приходится встречаться, как правило, при расчетах движущихся элементов машин и механизмов: коленчатых и торсионных валов, клапанных пружин, кривошипно-шатунных механизмов и др.

Нагрузки, вызывающие появление в поперечных сечениях периодически изменяющихся напряжений, называют циклическими нагрузками. Совокупность всех значений напряжений за время одного периода их изменения носит название цикла напряжений. Частота изменения напряжений характеризуется числом циклов в единицу времени, а продолжительность цикла во времени определяет период цикла.

Характер разрушения материала от воздействия на него циклических нагрузок существенно отличается от характера разрушения при статических нагрузках. Разрушение начинается обычно с образования микротрещин, которые прогрессивно развиваются вглубь материала, уменьшая тем самым площадь поперечного сечения детали. Разрушение всегда происходит внезапно, после того как площадь сечения сократится настолько, что не может выдержать заданной нагрузки. На поверхности излома всегда можно видеть две характерные зоны: зону постепенного разрушения от развития трещин (с гладкой поверхностью) и зону внезапного разрушения (имеющую вид крупнозернистого хрупкого излома).

Явление разрушения материала от действия переменных напряжений называют усталостью материала. Способность материала воспринимать многократное действие переменных напряжений без разрушения носит название выносливости, или циклической прочности.

Максимальные переменные напряжения, при которых материал способен сопротивляться, не разрушаясь, при любом произвольно большом числе циклов нагружения, называют пределом выносливости.

Законы изменения переменных напряжений могут быть самыми разнообразными, но наибольший интерес представляет случай изменения их во времени по синусоидальному закону.

Основными параметрами цикла (рис. 2.65) являются:

наибольшее  $\sigma_{\max}$  и наименьшее  $\sigma_{\min}$  (в алгебраическом смысле) напряжения цикла;

среднее напряжение

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad (2.136)$$

амплитуда цикла

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}; \quad (2.137)$$

коэффициент асимметрии цикла

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}. \quad (2.138)$$

Из приведенных выражений следует, что

$$\sigma_m + \sigma_a = \sigma_{\max}; \quad \sigma_m - \sigma_a = \sigma_{\min}.$$

Если  $\sigma_{\max} = \sigma$  и  $\sigma_{\min} = -\sigma$ , то имеем симметричный цикл напряжений (рис. 9,1, б), для которого

$$\sigma_m = 0; \quad \sigma_a = \sigma; \quad r = -1.$$

Цикл напряжений, показанный на рис. 2.65, в, называют пульсирующим (или отнулевым) циклом. Для него

$$\sigma_{\min} = 0; \quad \sigma_{\max} = \sigma; \quad \sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma}{2}; \quad r = 0.$$

Постоянное статическое напряжение (рис. 2.65, г) можно рассматривать как частный случай переменного цикла с параметрами

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\min} = \sigma; \quad \sigma_m = \sigma; \quad \sigma_a = 0; \quad r = +1.$$

В отличие от симметричного, все другие знакопеременные циклы называются несимметричными (или асимметричными). На рис. 2.65, а показан несимметричный цикл напряжений.

Из рассмотренных циклов напряжений наиболее опасным является симметричный цикл, поскольку именно для него предел выносливости имеет минимальное значение.

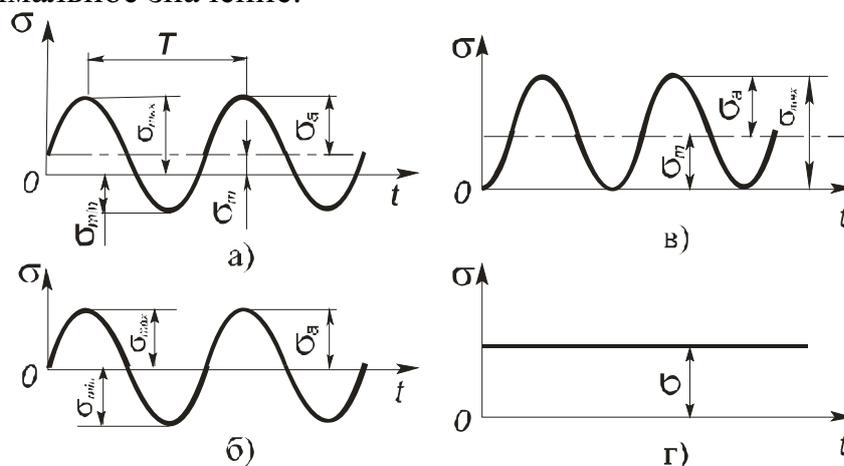


Рис. 2.65

В случае переменных касательных напряжений остаются в силе все приведенные выше термины и соотношения с заменой  $\sigma$  на  $\tau$ .

### 2.7.2 Предел выносливости при симметричном цикле. Диаграмма пределов выносливости

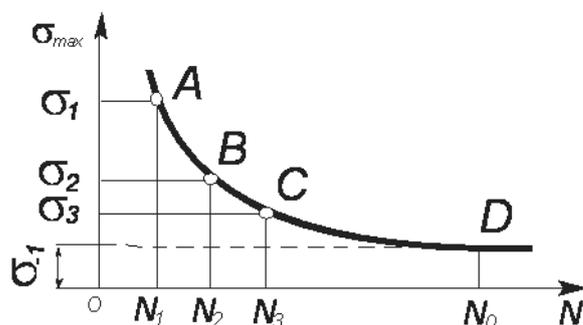


Рис. 2.66

Величину предела выносливости при симметричном цикле определяют на основании опытных данных. Для этого изготовляют серию одинаковых образцов, каждый из которых подвергают действию переменных напряжений. Целью испытаний является определение числа циклов  $N$ , при котором разрушается каждый образец. Кривую, построенную по экспериментальным данным в координатах  $(\sigma_{\max}, N)$ , называют кривой выносливости (рис. 2.66).

Для большинства металлов характерной особенностью кривой выносливости является наличие горизонтальной асимптоты. Последняя является следствием того, что при некотором значении наибольшего

напряжения цикла образец может выдержать теоретически бесконечно большое число циклов нагружения. Это напряжение, как отмечалось, носит название предела выносливости и обозначается в общем случае  $\sigma_r$ , где  $r$  – коэффициент асимметрии цикла. При симметричном цикле  $r = -1$ , а потому  $\sigma_r = \sigma_{-1}$ .

Для черных металлов за предел выносливости принимают то предельное значение наибольшего напряжения, при котором не происходит разрушения после прохождения  $10^7$  циклов. Это число циклов называют базовым и обозначают  $N_0$ . Для цветных металлов и закаленных сталей  $N_0 = 10^8$  циклов.

Число циклов, выдерживаемых образцом до разрушения при напряжениях, превышающих предел выносливости, определяет его долговечность.

Многочисленными опытами установлено, что между пределами выносливости при изгибе ( $\sigma_{-1}$ ), кручении ( $\tau_{-1}$ ) и растяжении-сжатии ( $\sigma_{-1p}$ ) в случае симметричных циклов имеют место для некоторых материалов определенные соотношения. Примерные их значения следующие: при растяжении-сжатии  $\sigma_{-1p} = 0,7\sigma_{-1}$  (для сталей) и  $\sigma_{-1p} = 0,65\sigma_{-1}$  (для чугуна); при кручении  $\tau_{-1} = 0,55\sigma_{-1}$  (для сталей и легких сплавов) и  $\tau_{-1} = 0,8\sigma_{-1}$  (для чугуна).

Зная величину временного сопротивления  $\sigma_B$ , можно найти приближенные значения предела выносливости  $\sigma_{-1}$  по следующим эмпирическим соотношениям: для углеродистой стали  $\sigma_{-1} = (0,4 \div 0,45)\sigma_B$ ; для легированной стали  $\sigma_{-1} = 0,35\sigma_B + (7 - 12) \text{ даН/мм}^2$ ; для чугуна  $\sigma_{-1} = 0,4\sigma_B$ ; для цветных металлов  $\sigma_{-1} = (0,24 \div 0,5)\sigma_B$ .

У большинства металлов предел выносливости при симметричном цикле ниже предела упругости; только для мягкого железа и красной меди он оказывается выше.

Диаграмма предельных напряжений. Для полной характеристики усталостной прочности материала необходимо иметь данные о его пределах выносливости при различных циклах напряжений. Экспериментальные исследования показывают, что значительное

влияние на величину предела выносливости оказывает асимметрия цикла. Наименьшее значение предел выносливости имеет при симметричном цикле напряжений и наибольшее – при постоянном. В последнем случае величина предела выносливости равна пределу прочности.

Циклы напряжений, у которых наибольшее напряжение равно пределу выносливости, называют предельными.

Чтобы дать характеристику усталостной прочности материала, определяют опытным путем наибольшие напряжения различных предельных циклов, на основании которых строят диаграмму предельных напряжений. Одна из таких диаграмм, построенная в координатах  $(\sigma_m, \sigma_a)$ , показана на рис. 2.67.

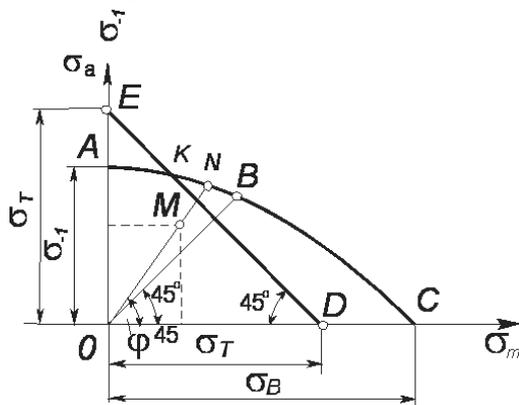


Рис. 2.67

Каждая точка кривой ABC диаграммы характеризует определенный цикл. Точка А соответствует пределу выносливости при симметричном цикле, для которого  $\sigma_m = 0$ , точка С – пределу прочности при постоянном напряжении (здесь  $\sigma_a = 0$ ), а точка В – пределу выносливости при пульсирующем цикле, поскольку при таком цикле  $\sigma_a = \sigma_m$ .

Площадь диаграммы, ограниченная кривой ABC и осями координат, определяет область безопасных (в отношении усталостных разрушений) циклов напряжений.

Отметим некоторые особенности приведенной диаграммы.

1. Луч OB, характеризующий пульсирующий цикл, является границей областей знакопеременных и знакопостоянных циклов. Так как для знакопеременных циклов  $\sigma_a > \sigma_m$ , то область этих циклов расположена выше луча OB. Для знакопостоянных циклов  $\sigma_a < \sigma_m$ , а потому их область находится ниже луча OB.

2. Произвольный луч ON является геометрическим местом точек, характеризующих циклы с одинаковыми коэффициентами асимметрии. Такие циклы называют подобными. Для подобных циклов

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \text{const}.$$

Воспользовавшись выражениями (2.136) и (2.137), а также учитывая соотношение (2.138), найдем, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1-r}{1+r}. \quad (2.139)$$

Имея диаграмму предельных циклов для того или иного материала, построенную по экспериментальным данным, всегда можно определить степень опасности рассматриваемого цикла напряжений в отношении усталостной прочности. Вначале по формуле (2.139) находят угол  $\varphi$ , а затем под этим углом проводят луч до пересечения с кривой ABC. Сумма координат точки пересечения равна величине  $\sigma_r$ . Совершенно очевидно, что если точка  $M$ , характеризующая заданный цикл, расположена внутри области OABC, то циклическая прочность материала будет обеспечена.

Для пластичных материалов предельное напряжение цикла не должно превышать предела текучести, т. е.  $\sigma_a + \sigma_m \leq \sigma_T$ .

Если на горизонтальной оси диаграммы взять точку  $D$ , абсцисса которой равна  $\sigma_T$ , и провести под углом  $45^\circ$  прямую DE, то эта прямая разделит поле диаграммы на две области: 1) область AKDO безопасных циклов, при которых нет как усталостного разрушения материала, так и недопустимых пластических деформаций; 2) область СКД циклов, безопасных в отношении усталостного разрушения, но опасных в отношении появления пластических деформаций.

Для пластичных материалов диаграмма предельных напряжений должна ограничиваться областью AKDO.

### 2.7.3 Факторы, влияющие на величину предела выносливости

На выносливость элементов конструкций, находящихся в реальных условиях эксплуатации, влияет ряд факторов, которые при обычном статическом расчете не играют существенной роли. В частности, предел выносливости зависит не только от свойств материала, из которого изготовлены указанные элементы, но и от их формы, размеров, способа изготовления и условий работы.

Влияние концентрации напряжений. В местах резкого изменения поперечных размеров детали, у отверстий, надрезов, выточек и т. п. возникает, как известно, местное повышение напряжений, снижающее предел выносливости по сравнению с таковым для гладких цилиндрических образцов. Это снижение учитывается эффективным коэффициентом концентрации напряжений  $K_\sigma$  (или  $K_\tau$ ), который определяется экспериментальным путем. Указанный коэффициент представляет собой отношение предела выносливости  $\sigma_{-1}$  гладкого образца при сим-

метричном цикле к пределу выносливости  $\sigma_{-1K}$  образца тех же размеров, но имеющего тот или иной концентратор напряжений, т. е.

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1K}}. \quad (2.140)$$

Зависимость между теоретическим и эффективным коэффициентами концентрации напряжений определяется следующим выражением:

$$K_{\sigma} = 1 + q_{\sigma} (\alpha_{\sigma} - 1), \quad (2.150)$$

где  $q_{\sigma}$  – коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений.

На рис. 2.68 приведен график приближенных значений  $q_{\sigma}$  для стали различных марок в зависимости от коэффициента  $\alpha_{\sigma}$  и предела прочности  $\sigma_B$  материала. Как видно из графика, чем выше прочность стали, тем выше ее чувствительность к концентрации напряжений. Поэтому применение высокопрочных сталей для изготовления деталей, работающих в условиях переменных напряжений, не всегда оказывается целесообразным.

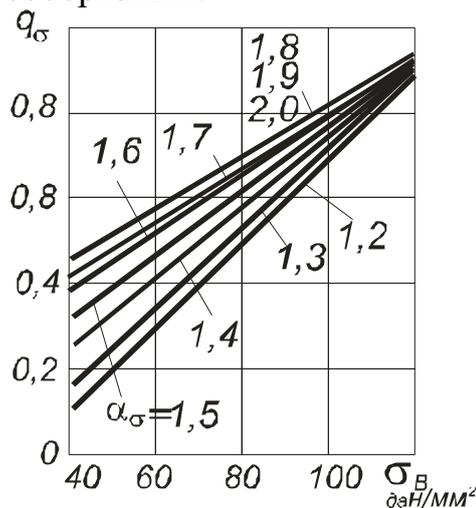


Рис. 2.28

Следует отметить, что все рассуждения, относящиеся к нормальным напряжениям, сохраняют свою силу и для касательных напряжений. Только в соответствующих математических выражениях обозначение  $\sigma$  необходимо изменить на  $\tau$ .

Значения эффективных коэффициентов концентрации  $K_{\sigma}$  и  $K_{\tau}$  приводятся в справочниках.

Влияние размеров деталей. Экспериментально установлено, что с увеличением размеров испытуемого образца предел выносливости его понижается. Это объясняется тем, что, во-первых, на образцах больших размеров более вероятны дефекты материала, а во-вторых, при изготов-

лении малых образцов имеет место упрочнение (наклеп) поверхностного слоя на относительно большую глубину, чем у образцов больших размеров.

Влияние размеров деталей на величину предела выносливости учитывается коэффициентом  $\varepsilon$ , представляющим собой отношение предела выносливости детали заданных размеров (диаметром  $d$ ) к пределу выносливости лабораторного образца подобной конфигурации, имеющего малые размеры ( $d_0 = 7 \div 10$  мм). Это отношение называют коэффициентом влияния абсолютных размеров сечения или масштабным фактором. Применительно к нормальным напряжениям

$$\varepsilon_\sigma = \frac{(\sigma_{-1})_d}{(\sigma_{-1})_{d_0}}. \quad (2.142)$$

Масштабные коэффициенты можно определять и на образцах с концентрацией напряжений.

На рис. 2.69 приведена графическая зависимость между диаметром  $d$  детали и коэффициентом  $\varepsilon_\sigma$  (шкала  $d$  – логарифмическая).

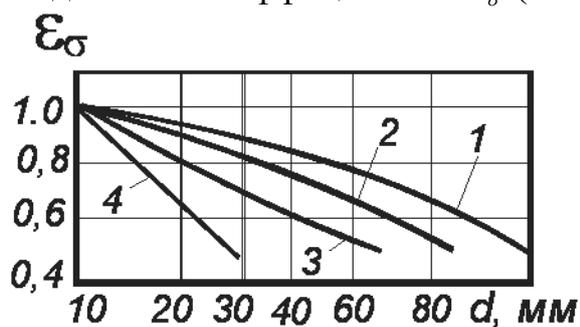


Рис. 2.69

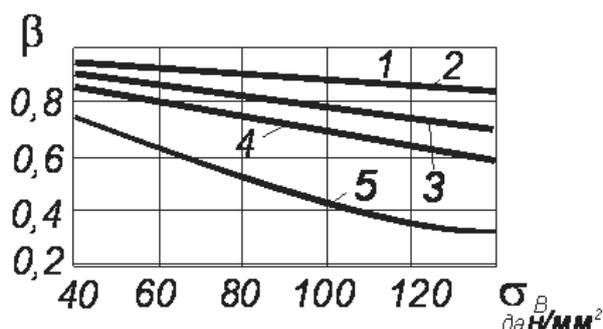


Рис. 2.70

Кривая 1 соответствует детали из углеродистой стали без концентрации напряжений, кривая 2 – то же, но с умеренной концентрацией. При расчете деталей из легированной стали пользуются кривыми 2 и 3 (соответственно при отсутствии и наличии концентрации напряжений). Если деталь имеет большую концентрацию напряжений (типа нарезки), то зависимость  $\varepsilon_\sigma = f(d)$  для любой стали изображается кривой 4.

Вследствие недостаточного количества экспериментальных данных о коэффициентах  $\varepsilon_\tau$  (при кручении) приближенно принимают  $\varepsilon_\tau \approx \varepsilon_\sigma$ .

Влияние состояния поверхности. Состояние поверхности деталей зависит от качества механической обработки. Так как разрушение материала от периодически изменяющихся нагрузок начинается с образования на поверхности микроскопических трещин, то очевидно, что их образованию способствует наличие на поверхности острых рисок и цара-

пин. Последнее приводит, естественно, к уменьшению предела выносливости материала.

Влияние состояния поверхности на предел выносливости при симметричном цикле характеризуется коэффициентом  $\beta$  состояния поверхности. Этот коэффициент представляет собой отношение предела выносливости  $\sigma_{-1n}$  детали с данной обработкой поверхности к пределу выносливости  $\sigma_{-1}$  полированного образца:

$$\beta = \frac{\sigma_{-1n}}{\sigma_{-1}}. \quad (2.143)$$

Графики изменения коэффициента  $\beta$  в зависимости от временного сопротивления материала  $\sigma_{\sigma}$  и вида обработки поверхности приведены на рис. 2.70.

Кривые на графике соответствуют следующим видам обработки поверхности: 1 – полирование; 2 – шлифование; 3 – тонкое обтачивание; 4 – грубое обтачивание; 5 – наличие окалины. Различные способы поверхностного упрочнения детали могут существенно повысить значение коэффициента качества поверхности  $\beta$  (до 1,5-2 и более вместо 0,6-0,8 для деталей без упрочнения). Подробные данные о величине  $\beta$  в зависимости от способа упрочнения поверхностного слоя (наклепа, цементации, азотирования, поверхностной закалки нагревом т.в.ч. и т.д.) приведены в справочниках.

Учитывая изложенное выше, можно определить общий коэффициент изменения предела выносливости при симметричном цикле:

$$K_{-1} = \frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma} \beta}. \quad (2.144)$$

Действительный предел выносливости рассчитываемой детали в этом случае определяется так:

$$(\sigma_{-1k})_d = \frac{\sigma_{-1}}{K_{-1}} = \frac{\sigma_{-1} \varepsilon_{\sigma} \beta}{K_{\sigma}}. \quad (2.145)$$

#### 2.7.4 Расчеты на прочность при переменных напряжениях

Расчет элементов конструкций, находящихся под действием переменных нагрузок, обычно начинают со статического расчета, целью которого является предварительное определение размеров. Только после этого проводят проверочный расчет на выносливость, в результате которого определяют фактический коэффициент запаса прочности.

Коэффициент запаса прочности при симметричном цикле характеризуется отношением действительного предела выносливости детали к максимальному напряжению цикла  $\sigma_a$ , т. е.

$$n_\alpha = \frac{(\sigma_{-1k})_d}{\sigma_a} = \frac{\sigma_{-1} \varepsilon_\sigma \beta}{K_\sigma \sigma_a}. \quad (2.146)$$

Аналогично определяют коэффициент запаса прочности при кручении:

$$n_\alpha = \frac{(\tau_{-1k})_d}{\tau_a} = \frac{\tau_{-1} \varepsilon_\tau \beta}{K_\tau \tau_a}. \quad (2.147)$$

При сложном напряженном состоянии коэффициент запаса прочности вычисляют по формуле (2.122), т. е.

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}. \quad (2.148)$$

Для определения запасов прочности при несимметричных циклах в случае любого вида нагружения (изгиба, растяжения – сжатия, кручения) можно воспользоваться следующими зависимостями:

для касательных напряжений

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma \sigma_a}{\varepsilon_\sigma \beta} + \varphi_\sigma \sigma_m}; \quad (2.149)$$

для нормальных напряжений

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau \tau_a}{\varepsilon_\tau \beta} + \varphi_\tau \tau_m}; \quad (2.150)$$

В приведенных выражениях  $\varphi_\sigma$  и  $\varphi_\tau$  – коэффициенты, характеризующие чувствительность материала к асимметрии цикла соответственно при растяжении-сжатии и изгибе, а также при кручении. Значения этих коэффициентов даются в справочниках в зависимости от предела прочности материала.

Коэффициент запаса прочности при сложном напряженном состоянии вычисляют по формуле (2.148).

Определив коэффициент запаса прочности по сопротивлению усталости, необходимо сравнить его с коэффициентом запаса по сопротивлению пластическим деформациям. Последние определяются формулами

$$n_\sigma = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_T}{\sigma_a + \sigma_m}; \quad (2.151)$$

$$n_{\sigma} = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}} = \frac{\tau_T}{\tau_a + \tau_m}; \quad (2.152)$$

Прочность рассчитываемой детали оценивают по наименьшему из запасов, полученных по соответствующим формулам в том и другом случаях.

## **Глава 3    ОСНОВЫ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТИ И КОНСТРУКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

### **3.1 Принципы построения единой системы допусков и посадок**

Создание современных механизмов, их эксплуатация, ремонт и техническое обслуживание невозможно без использования принципа взаимозаменяемости. Взаимозаменяемость – свойство независимо изготовленных деталей или сборочных единиц обеспечивать у механизмов и машин работоспособное состояние при сборке и ремонте без специальной подгонки. Взаимозаменяемыми могут быть отдельные детали (гайки, винты, болты и др.), сборочные единицы (подшипники качения, некоторые узлы механизмов), а также изделия в целом. Наиболее применимой является полная взаимозаменяемость, когда сборка осуществляется без дополнительной обработки и пригонки. Это дает возможность отдельные детали и узлы изготавливать на одних, специализированных, заводах или цехах серийного или массового производства, а сборку осуществлять на других. При массовом производстве снижается стоимость деталей за счет автоматизации технологических процессов.

Иногда по техническим требованиям допуски на размеры деталей необходимо выдерживать настолько малыми, что это становится нецелесообразным экономически или их трудно выполнить технически. Тогда для получения требуемой точности детали, изготовленные на обычном оборудовании с большими допусками, сортируют на размерные группы, в которых допуски уменьшаются до нужных значений. Сборка деталей осуществляется отдельно по каждой размерной группе (селективная сборка). Такая взаимозаменяемость называется неполной (ограниченной) и может быть использована только по отдельным геометрическим параметрам, например при сборке подшипников качения, резьбовых соединений с натягом и других высокоточных изделий.

Взаимозаменяемость обеспечивается системой допусков и посадок, нормированной системой стандартов. «Единая система допусков и посадок» (ЕСДП) регламентирует допуски размеров гладких элементов деталей и посадки, образуемые при их соединении; «Основные нормы взаимозаменяемости» (ОНВ) устанавливают допуски и посадки соединений (резьбовых, конических, шпоночных, шлицевых) и зубчатых передач и колес.

**Основные определения.** Основные термины и определения установлены ГОСТом 25346-82.

Две или несколько подвижно или неподвижно соединенных деталей называются сопрягаемыми. В соединении деталей, входящих одна в другую, имеются наружные (охватываемые) и внутренние (охватывающие) поверхности. В соответствии с этим вводятся два термина: вал – для обозначения наружных (охватываемых) поверхностей ( $d$ ), отверстие – для обозначения внутренних (охватывающих) поверхностей ( $D$ ). Эти поверхности могут быть не только цилиндрическими, но и плоскими параллельными поверхностями (например, шпонка и паз на валу).

Номинальный размер ( $D$ ,  $d$ ,  $L$ ,  $I$  и др.) – размер, служащий началом отсчета отклонений, относительно которого определяются предельные размеры. Он является общим для отверстия и вала, образующих соединение, и устанавливается либо из условия обеспечения прочности или жесткости, либо из конструктивных соображений. Для снижения номенклатуры режущего инструмента полученные значения номинальных размеров округляют в большую сторону в соответствии со значениями, указанными в ГОСТе 6636–69 «Ряды нормальных линейных размеров». Предусмотрено четыре ряда нормальных размеров Ra5, Ra10, Ra20 и Ra40 (табл. 3.1), составленных на основе рядов предпочтительных чисел (ГОСТ 8032–84) и представляющих собой десятичные ряды геометрических прогрессий со знаменателями: для ряда Ra5 –  $\sqrt[5]{10} = 1,6$ ; для ряда Ra10 –  $\sqrt[10]{10} = 1,25$ ; для ряда Ra20 –  $\sqrt[20]{10} = 1,12$ ; для ряда Ra40 –  $\sqrt[40]{10} = 1,06$ . В табл. 3.1 приведены нормальные линейные размеры в диапазоне 1-380 мм. При выборе размеров предпочтение должно быть отдано рядам с более узкой градацией (ряд Ra5 следует предпочесть Ra10 и т. д.). Размеры, установленные стандартами на конкретные изделия (средний диаметр резьбы и др.), могут не соответствовать ГОСТу 6636-69.

Таблица 3.1

Ra5	Ra10		Ra20				Ra40							
1,0	1,0	1,2	1,0	1,1	1,2	1,4	1,0	1,05	1,1	1,15	1,2	1,3	1,4	1,5
1,6	1,6	2,0	1,6	1,8	2,0	2,2	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,4
2,5	2,5	3,2	2,5	2,8	3,2	3,6	2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8
4,0	4,0	5,0	4,0	4,5	5,0	5,6	4,0	4,2	4,5	4,8	5,0	5,3	5,6	6,0
6,3	6,3	8,0	6,3	7,1	8,0	9,0	6,3	6,7	7,1	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5
10	10	12	10	11	12	14	10	10,5	11	11,5	12	13	14	15
16	16	20	16	18	20	22	16	17	18	19	20	21	22	24
25	25	32	25	28	32	32	25	26	28	30	32	34	36	38
40	40	50	40	45	50	56	40	42	45	48	50	53	56	60

63	63	80	63	71	80	90	63	67	71	75	80	85	90	95
100	100	125	100	110	125	140	100	105	110	120	125	130	140	150
160	160	200	160	180	200	220	160	170	180	190	200	210	220	240
250	250	320	250	280	320	360	250	260	280	300	320	340	360	380

Действительный размер – размер, установленный непосредственным измерением с допускаемой погрешностью. С целью исключения брака при механической обработке размеры сопрягаемых поверхностей выполняют с определенным допуском. Для наглядности расположения полей допусков принято их одностороннее расположение (рис. 3.1). Действительный размер лежит между наибольшим ( $D_{max}, d_{max}$ ) и наименьшим ( $D_{min}, d_{min}$ ) предельными размерами. На чертежах указываются не предельные размеры, а номинальный размер с предельными отклонениями.

Верхнее предельное отклонение  $ES (es)$  – алгебраическая разность между наибольшим предельным и номинальным размерами:

$$ES(es) = D_{max}(d_{max}) - D(d)$$

Нижнее предельное отклонение  $EI (ei)$  – алгебраическая разность между наименьшим предельным и номинальным размерами:

$$EI(ei) = D_{min}(d_{min}) - D(d)$$

Отклонения могут быть положительными, отрицательными или равными нулю. На чертежах рядом с номинальным размером указываются предельные отклонения в миллиметрах. Отклонения, равные нулю, не указываются; если верхнее и нижнее отклонения равны, т. е. допуск симметричен, их значения указывают после знака «±».

Высота цифр отклонений равна примерно половине высоты цифр номинального размера. Например:  $\text{Ø}25^{-0.006}_{-0.014}$ ,  $\text{Ø}25^{+0.021}$ ,  $\text{Ø}25^{-0.021}$ ,  $\text{Ø}25^{\pm 0.010}$

Допуск  $T$  (от латинского *Tolerance*) – разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами или абсолютное значение алгебраической разности между верхним и нижним отклонениями:

$$T = ES(es) - EI(ei)$$

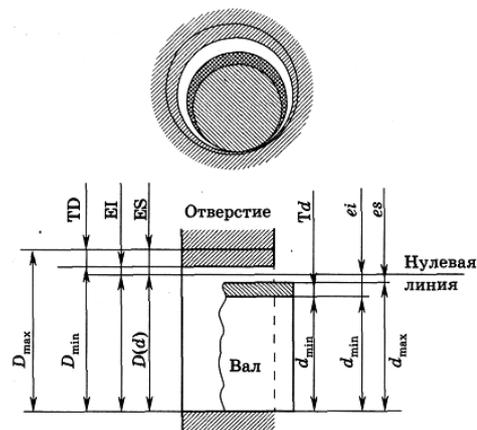


Рис. 3.1

Величина допуска всегда положительна. При графическом изображении поле допуска располагается между верхним и нижним отклонениями и может размещаться выше, ниже или симметрично относительно нулевой линии. За нулевую принимают линию, соответствующую номинальному размеру, которая служит началом отсчета отклонений.

Посадка – характер соединений, определяемый Величиной зазоров или натягов. В зависимости от взаимного расположения полей допусков различают посадки трех видов: с зазором, с натягом и переходную.

Посадка с зазором – посадка, при которой в соединении обеспечивается гарантированный зазор. Это возможно при расположении поля допуска отверстия выше поля допуска вала (рис. 3.2, а).

Посадка с зазором характеризуется величинами наибольшего  $S_{max}$  и наименьшего  $S_{min}$  зазоров:

$$S_{max} = D_{max} - d_{min} \text{ или } S_{max} = ES - ei = 0,018 - (-0,029) = 0,047 \text{ мм};$$

$$S_{min} = D_{min} - d_{max} \text{ или } S_{min} = EI - es = 0 - (-0,016) = 0,016 \text{ мм}.$$

К посадкам с зазором относятся также посадка, у которой  $S_{min} = 0$ .

Посадка с натягом – посадка, при которой в соединении обеспечивается гарантированный натяг, поле допуска вала расположено выше поля допуска отверстия (рис. 3.2, б). Значения наибольшего  $N_{max}$  наименьшего  $N_{min}$  натягов определяют по формулам:

$$N_{max} = d_{max} - D_{min} \text{ или } N_{max} = es - EI = 0,039 - 0 = 0,039 \text{ мм};$$

$$N_{min} = d_{min} - D_{max} \text{ или } N_{min} = ei - ES = 0,023 - 0,018 = 0,005 \text{ мм}.$$

Переходная посадка – посадка, при которой в соединении возможно появление как зазора, так и натяга. Поля допусков отверстия и вала перекрываются полностью или частично (рис. 3.2, в).

Единая система допусков и посадок – закономерно построенная совокупность допусков и посадок. Система предназначена для выбора рациональных значений допусков, характеризующих точность изготовления деталей. Малые значения допусков затрудняют процесс изготовления деталей и, соответственно, повышают себестоимость изделия, поскольку ужесточаются требования к точности станочного оборудования и квалифика-

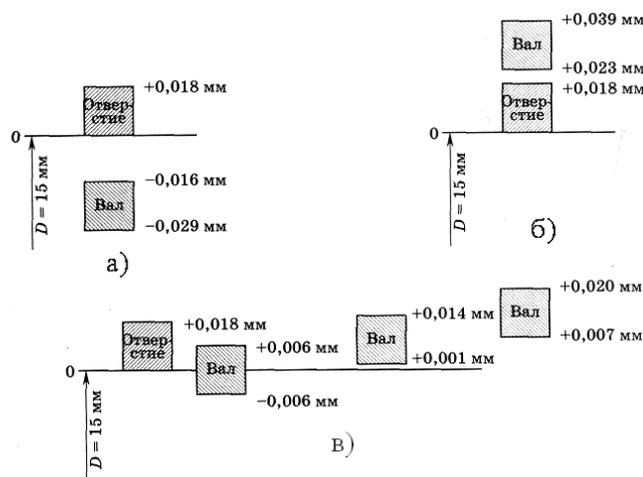


Рис. 3.2

ции рабочих. По мере уменьшения допуска относительная себестоимость  $C$  возрастает по гиперболе. На рис. 3.3 показана зависимость относительной стоимости изготовления детали от величины допуска  $T$ . Буквами отмечены виды обработки детали:  $A$  – холодное волочение,  $B$  – обтачивание на токарном станке,  $C$  – обтачивание и шлифование,  $D$  – обтачивание, шлифование и притирка.

Большие допуски снижают точность изготовления и, как следствие, качество изделия, его надежность и долговечность. Поэтому рациональ-

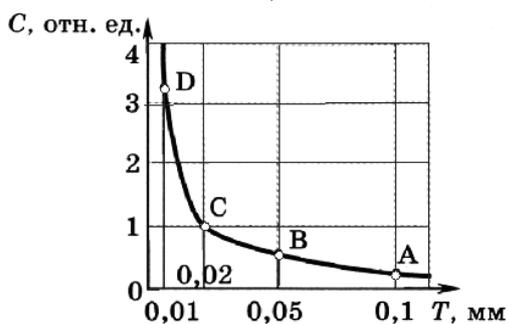


Рис. 3.3

ными значениями допусков являются максимально возможные, при которых изделие полностью соответствует своему функциональному назначению и требованиям, предъявляемым к нему (работоспособности, надежности, технологичности, экономичности и др.). Единая система допусков и посадок позволяет стандартизовать режущие инструменты и калибры, упрощает

конструирование, производство изделий и повышает их качество.

Для нормирования уровня точности введены 19 квалитетов в порядке снижения точности, которые обозначаются номерами 0,1; 0; 1; 2;...17. Самой высокой точности соответствует квалитет 0,1, самой низкой – 17. Квалитет – совокупность допусков с постоянной относительной точностью. Обозначается допуск того или иного квалитета сочетанием букв IT с номером квалитета, например IT7 – допуск седьмого квалитета. Допуски квалитетов 0,1; 0 и 1 предназначены для плоскопараллельных концевых мер длины; 2; 3 и 4 – для гладких калибров пробок и калибров скоб; 5 и 6 – для размеров деталей высокоточных соединений (подшипники качения, шейки коленчатых валов, шпиндели высокоточных станков и т. п.). Наиболее распространенными являются квалитеты 7 и 8, которые используют для ответственных соединений в машиностроении, авиационной технике, автомобилестроении, станкостроении. Размеры деталей сельскохозяйственной техники, подъемно-транспортного оборудования, текстильных машин выполняют по квалитету 9. Для деталей, изготовленных литьем и штамповкой, а также допусков на свободные размеры деталей механизмов авиационной и космической техники используют квалитет 12. Допуски на размеры в деталях общего машиностроения назначают по квалитетам 13-17.

Величины допусков зависят от номинального размера и для близких измерений мало различаются. Поэтому весь ряд линейных размеров 1-10000 мм разбит на 26 интервалов (1-3, 3-6, 6-10 и т. д.), в пределах которых единица допуска 1 определяется по формуле

$$i = 0,5\sqrt[3]{D_c} + 0,001D_c,$$

где  $D_c$  – среднее геометрическое крайних размеров каждого интервала.

Допуск для любого качества

$$ITq = ai,$$

где  $q$  – номер качества;  $a$  – безразмерный коэффициент, установленный для каждого качества.

Расположение поля допуска определяется основным отклонением, за которое в ЕСДП принято отклонение, ближайшее к нулевой линии. Установлено 28 основных отклонений, обозначаемых буквами латинского алфавита (рис. 3.4) прописными буквами (от  $a$  до  $zc$ ) – отклонения для валов, а строчными буквами (от  $A$  до  $ZC$ ) – для отверстий. Каждая буква представляет ряд основных отклонений, зависящих от интервала номинальных размеров.

Прочность рассчитываемой детали оценивают по наименьшему из запасов, полученных по соответствующим формулам в том и другом случаях.

Отклонения от  $a(A)$  до  $h(H)$  используют для образования посадок с зазором; от  $J_s(j_s)$  до  $n(N)$  – переходных посадок; от  $p(P)$  до  $zc(ZC)$  – посадок с натягом.

Поле допуска образуется сочетанием основного отклонения с допуском по выбранному качеству и обозначается буквой основного отклонения и цифрой качества (например, для вала  $f6$ ,  $h7$ ,  $n9$ ; для отверстия  $H7$ ,  $M6$ ,  $J_s7$ ).

На чертежах предельные отклонения размеров указываются одним из трех способов: условными (буквенными) обозначениями; числовыми значениями в миллиметрах или комбинированным образом, при котором за условным обозначением в скобках указываются числовые значения. Например:  $\varnothing 26r6$ ,  $\varnothing 20^{+0.041}_{+0.026}$ ,  $\varnothing 20r6^{(+0.041)}_{(+0.026)}$ .

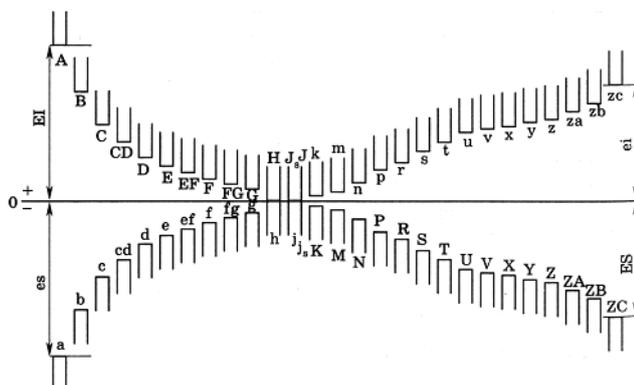


Рис. 3.4

Предельные отклонения должны назначаться для всех размеров, указанных на чертеже, включая несопрягаемые и неответственные. Отклонения для размеров валов и отверстий могут быть как односторонними, так и симметричными, для линейных размеров – только симметричными.

Если предельные отклонения не указаны на чертеже непосредственно после значения размера, они называются неуказанными предельными отклонениями и оговариваются в технических требованиях чертежа. Неуказанные предельные отклонения нормируют либо качествами (от 12 до 17), обозначенными IT, либо классами точности: «точный»  $t_1$  «средний»  $t_2$ , «грубый»  $t_3$ , «очень грубый»  $t_4$ . В технических требованиях чертежа запись может быть сформулирована следующим образом:

«Неуказанные предельные отклонения размеров:  $H12, h12, \pm \frac{IT12}{2}$  или  $\pm \frac{t_2}{2}$ ».

Посадки на сборочных чертежах обозначают сочетанием полей допусков отверстия и вала одним из трех способов:

$$40 \frac{H7}{g6}; \quad 40H7/g6; \quad 40H7 - g6.$$

В числителе или на первом месте указывается отклонение для отверстия, в знаменателе или на втором месте – отклонение для вала. Наиболее употребимым является первый способ обозначения.

Назначаются посадки в ЕСДП по двум системам: посадки в системе отверстия, в которых различные зазоры и натяги получают соединением различных валов (например,  $g, m, p$ ) с основным отверстием  $H$  (рис. 3.5, а); посадки в системе вала, в которых различные зазоры и натяги получают соединением различных отверстий (например,  $F, N, R$ ) с основным валом (рис. 3.5, б). Предельные отклонения на рис. 3.5 указаны в микрометрах.

По экономическим соображениям более предпочтительной является система отверстия. Изготовить вал с любым предельным отклонением можно одним режущим инструментом. При выполнении отверстия заданного

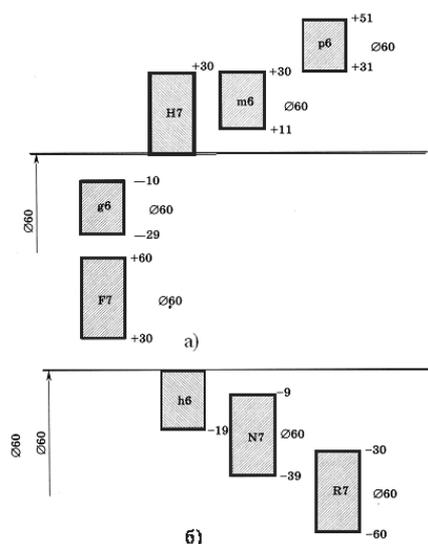


Рис. 3.5

номинального размера для каждого отклонения требуется свой режущий инструмент. Поэтому назначение посадок в системе отверстия, когда для образования любой посадки используется только одно отклонение  $H$ , позволяет сократить число типоразмеров режущего инструмента. Для размеров 1-3150 мм допуск отверстия назначают на один-два качества больше допуска вала, так как точное отверстие получить труднее, чем точный вал. При размерах менее 1 мм вал технологически обработать труднее, чем отверстие, в этих случаях допуски отверстия и вала принимают одинаковыми. В некоторых случаях возможно применение комбинированных посадок, образованных из основных отклонений, предусмотренных ЕСДП, например, для соединений с большим зазором  $\frac{F8}{j_s 7}$

Таблица 3.2

Соединение основного вала с основным отверстием	Система отверстия														
	Посадки с зазорами						Переходные посадки			Посадки с натягами					
$\frac{H5}{h4}$	$\frac{H6}{h5}$	$\frac{H5}{h4}$	$\frac{H6}{h5}$	$\frac{H6}{f6}$	$\frac{H7}{g6}$	$\frac{H7}{f7}$	$\frac{H5}{j_s 4}$	$\frac{H5}{k4}$	$\frac{H5}{m4}$	$\frac{H6}{p5}$	$\frac{H6}{r5}$	$\frac{H6}{s5}$	$\frac{H7}{p6}$	$\frac{H7}{r6}$	
$\frac{H7}{h6}$	$\frac{H8}{h7}$	$\frac{H7}{e7}$	$\frac{H7}{e8}$	$\frac{H7}{d8}$	$\frac{H7}{c8}$	$\frac{H8}{f8}$	$\frac{H5}{n4}$	$\frac{H6}{j_s 5}$	$\frac{H6}{k5}$	$\frac{H7}{s6}$	$\frac{H7}{s7}$	$\frac{H7}{t6}$	$\frac{H7}{u7}$	$\frac{H8}{s7}$	
$\frac{H8}{h8}$	$\frac{H9}{h8}$	$\frac{H8}{f7}$	$\frac{H8}{e8}$	$\frac{H8}{d8}$	$\frac{H8}{c8}$	$\frac{H8}{f9}$	$\frac{H6}{m5}$	$\frac{H6}{n5}$	$\frac{H7}{j_s 6}$	$\frac{H8}{u8}$	$\frac{H8}{x8}$	—	$\frac{H8}{z8}$	—	
$\frac{H8}{h9}$	$\frac{H9}{h9}$	$\frac{H8}{c9}$	$\frac{H8}{d9}$	$\frac{H9}{f8}$	$\frac{H9}{f9}$	$\frac{H9}{c9}$	$\frac{H7}{k6}$	$\frac{H7}{m8}$	$\frac{H7}{n6}$	—	—	—	—	—	
$\frac{H10}{h9}$	$\frac{H10}{h10}$	$\frac{H9}{e8}$	$\frac{H9}{d9}$	$\frac{H10}{d10}$	$\frac{H11}{d11}$	$\frac{H11}{c11}$	$\frac{H8}{j_s 7}$	$\frac{H8}{k7}$	$\frac{H8}{m7}$	—	—	—	—	—	
$\frac{H11}{h11}$	$\frac{H12}{h12}$	—	$\frac{H11}{b11}$	$\frac{H11}{a11}$	$\frac{H12}{b12}$	—	—	$\frac{H8}{n7}$	—	—	—	—	—	—	

В соответствии с практикой для размеров 1-500 мм рекомендованы предпочтительные поля допусков, которые обеспечивают 90-95% посадок общего применения (табл. 3.2). Использование рекомендуемых посадок сокращает номенклатуру режущих инструментов и калибров и способствует повышению уровня унификации изделий. В рамках указаны предпочтительные посадки. При необходимости допускаются к применению и другие посадки, образованные из полей допусков ЕСДП.

### **3.2 Отклонения формы и расположения поверхностей. Шероховатость поверхностей**

Нормальная работа любого механизма не может быть обеспечена только правильным назначением допусков на размеры деталей. Отклонения формы и взаимного расположения поверхностей снижают точность и надежность работы изделия, нарушают посадку соединений, увеличивают износ сопряженных поверхностей из-за нарушения целостности слоя смазочного материала, затрудняют сборку.

Основные термины и определения установлены ГОСТом 24642-81. Приняты следующие обозначения:  $\Delta$  – отклонение формы или расположения поверхностей;  $T$  – допуск формы или допуск расположения;  $L$  – длина нормируемого участка.

Отклонение формы  $\Delta$  – отклонение формы реальной поверхности, полученной при изготовлении детали, от формы номинальной поверхности, заданной чертежом или другой технической документацией. Количественная оценка отклонений формы и расположения основана на прилегающих прямых, поверхностях и профилях. Прилегающая поверхность (профиль) – поверхность (профиль), имеющая форму номинальной поверхности 1 (профиля), соприкасающуюся с реальной поверхностью 2 (профилем) и расположенная вне материала детали так, чтобы отклонение  $\Delta$  от нее (него) наиболее удаленной точки реальной поверхности (профиля) в пределах нормируемого участка  $L$  было минимальным (рис. 3.6). Для прилегающего цилиндра и прилегающей окружности условие минимального отклонения не соблюдается. При наружных поверхностях ими будут описанный цилиндр или окружность минимального диаметра, а при внутренних – вписанный цилиндр или окружность максимального диаметра. В соответствии с ГОСТом 24642-81 установлены отклонения и допуски формы, расположения и суммарные допуски формы и расположения.

### 3.3 Отклонения и допуски формы

Отклонение от плоскостности (прямолинейности) – наибольшее расстояние  $A$  от точек реальной поверхности 2 (профиля 2) до прилегающей поверхности 1 в пределах нормируемого участка (рис. 3.6, а, б). Частными случаями отклонений являются выпуклость и вогнутость.

Отклонение от круглости – наибольшее расстояние  $A$  от точек реального профиля 1 до прилегающей окружности. Частными случаями отклонений являются овальность (рис. 3.6, в) и огранка (рис. 3.6, г).

Отклонение от цилиндричности – наибольшее расстояние  $A$  от точек реальной поверхности 2 до прилегающего цилиндра 1 в пределах нормируемого участка  $L$  (рис. 3.6, д).

Отклонение профиля продольного сечения – наибольшее расстояние  $A$  от точек образующих реальной поверхности 2, лежащих в плоскости, проходящей через ее ось, до соответствующей стороны прилегающего профиля 1 в пределах нормируемого участка  $L$ . (рис. 3.6, е).

Между допуском формы и допуском размера установлены определенные соотношения в соответствии с тремя уровнями относительной геометрической точности.

Уровень А – допуск формы составляет 60% допуска размера (нормальная точность). Назначают допуски формы по этому уровню для деталей подвижных соединений при небольших нагрузках и скоростях относительного движения; для неподвижных соединений с переходными посадками или с натягом; для соединений, требующих повторных сборок и разборок.

Уровень В – допуск формы составляет 40% допуска размера (повышенная точность). Назначают допуски для подвижных соединений при средних нагрузках и скоростях относительного движения; для соединений с натягом и по переходным посадкам при высоких требованиях к точности и прочности.

Уровень С – допуск формы составляет 25% допуска размера (высокая точность). Назначают допуски для подвижных соединений при высоких нагрузках и скоростях относительного движения, а также при высоких требованиях к плавности хода и герметичности соединений; для

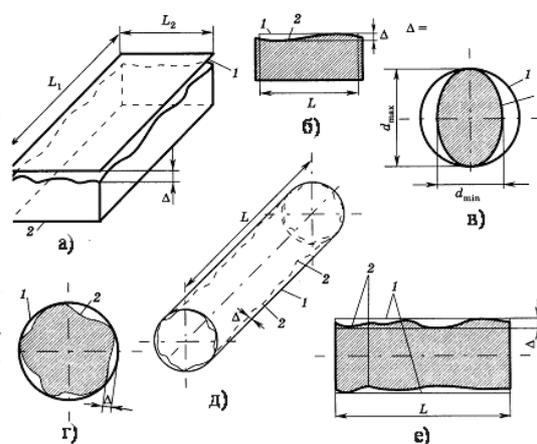


Рис. 3.6

неподвижных соединений, работающих при высоких нагрузках и при действии вибраций и ударных воздействиях.

### 3.4 Отклонения и допуски расположения

Отклонение расположения  $\Delta$  – отклонение реального расположения поверхности от ее номинального расположения. При оценке отклонений расположения рассматриваемых поверхностей (профилей) относительно базовых элементов (под которыми понимаются поверхности, линии, точки) отклонения формы не рассматриваются. Поэтому реальные поверхности 2 и профили заменяются прилегающими 1, а за оси, плоскости симметрии и центры реальных поверхностей принимаются оси, плоскости симметрии и центры прилегающих элементов.

Отклонение от параллельности поверхностей – разность  $\Delta = a - b$  наибольшего и наименьшего расстояний между плоскостями в пределах нормирующего участка (рис. 3.7, а). Допуском параллельности  $T$  является наибольшее значение отклонения от параллельности.

Отклонение от перпендикулярности плоскостей – отклонение  $\Delta$  угла между плоскостями от прямого угла, выраженное в линейных единицах на длине нормируемого участка (рис. 3.7, б). Наибольшее значение этого отклонения является допуском перпендикулярности  $T$ .

Отклонение наклона плоскости относительно плоскости или оси – отклонение  $\Delta$  угла между плоскостью и базовой плоскостью или базовой осью от номинального угла, выраженное в линейных единицах на длине нормируемого участка. Наибольшее допустимое значение этого отклонения является допуском наклона  $T$ .

Отклонение от соосности относительно оси базовой поверхности 3 – наибольшее расстояние  $\Delta$  между осью рассматриваемой поверхности вращения и осью базовой поверхности на длине нормируемого участка  $L$  (рис. 3.7, в).

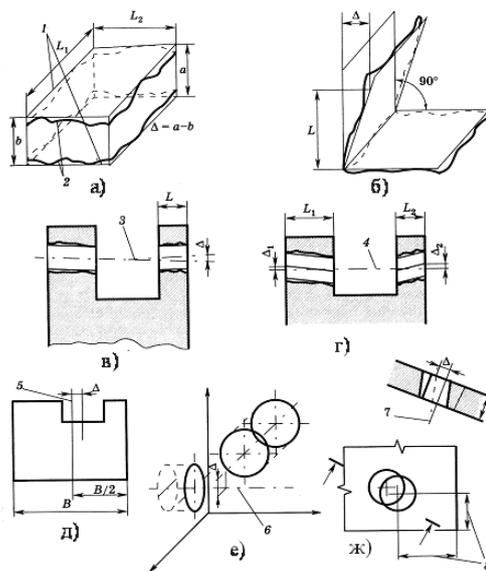


Рис. 3.7

**Отклонение от соосности относительно общей оси 4** – наибольшее расстояние ( $\Delta_1, \Delta_2$ ) между осью рассматриваемой поверхности вращения и общей осью двух или нескольких поверхностей вращения на длине нормируемого участка (рис. 3.7, г). Допуск соосности в диаметральном выражении – удвоенное наибольшее допускаемое значение отклонения от соосности (со знаком  $\varnothing$  перед числовым значением), а в радиусном выражении – наибольшее значение этого отклонения.

**Отклонение от симметричности относительно базовой плоскости** – наибольшее расстояние  $\Delta$  между плоскостью симметрии рассматриваемой поверхности и базовой плоскостью симметрии 5 в пределах нормируемого участка (рис. 3.7, д).

**Отклонение от пересечения осей** – наименьшее расстояние  $\Delta$  между осями, номинально пересекающимися.

**Поле допуска пересечения осей** – область в пространстве, ограниченная двумя параллельными плоскостями, отстоящими одна от другой на расстоянии, равном удвоенному допуску пересечения в диаметральном выражении (указывается со знаком  $T$  перед числовым значением) или допуску пересечения в радиусном выражении (указывается со знаком  $T/2$ ) и расположенными симметрично относительно базовой оси 6 (рис. 3.7, е).

**Позиционное отклонение** – наибольшее отклонение  $\Delta$  реального расположения элемента (его центра, оси или плоскости симметрии) от его номинального расположения в пределах нормируемого участка (рис. 3.7, ж). На рисунке 7 – номинальное расположение оси, 8 – номинальные размеры.

Кроме указанных допусков нормируются суммарные отклонения и допуски формы и расположения поверхностей. **Радиальное биение** – разность  $\Delta$  наибольшего и наименьшего расстояний от точек реального профиля 1 поверхности вращения до базовой оси 2 в сечении плоскостью, перпендикулярной базовой оси (рис. 3.8, а). Это биение в основном является результатом отклонения от соосности исследуемой поверхности относительно базовой оси 2 и отклонения от круглости профиля рассматриваемого сечения. Если определяется разность наибольшего и наименьшего расстояний от всех точек реальной поверхности в пределах нормируемого участка  $L$  до базовой оси 2 (рис. 3.8, а), то находят полное радиальное биение.

**Торцевое биение** – разность  $\Delta$  наибольшего и наименьшего расстояний от точек всей торцевой поверхности до плоскости, перпендикулярной базовой оси 2 (рис. 3.8, б). Оно является результатом совместного проявления отклонений от плоскостности рассматриваемой поверхности и отклонения от ее перпендикулярности относительно базовой оси.

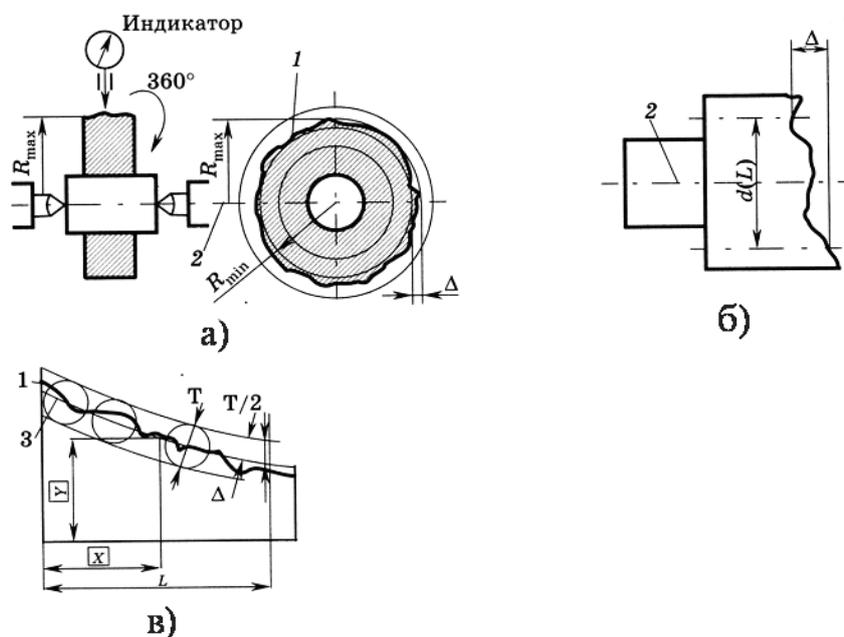


Рис. 3.8

Отклонение формы заданного профиля (поверхности) – наибольшее отклонение точек реального профиля 1 (поверхности) от номинального профиля 3 (поверхности), определяемое по нормали к номинальному профилю (поверхности) в пределах нормируемого участка. Полем допуска формы профиля является область, ограниченная двумя линиями, эквидистантными номинальному профилю 3 и полученными как огибающие семейства окружностей, диаметр которых равен допуску формы заданного профиля в диаметральном выражении  $T$ , а центры их находятся на номинальном профиле 3 (рис. 3.8, в). Здесь  $[X]$  и  $[Y]$  – номинальные значения координат.

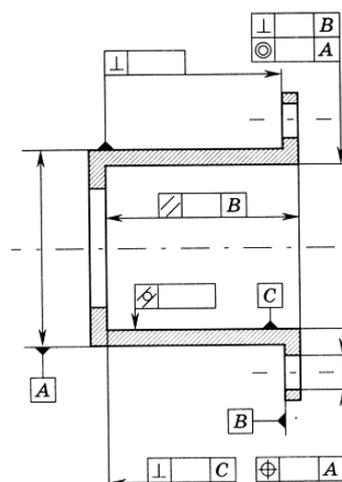


Рис. 3.9

Правила указания допусков формы и расположения установлены ГОСТом 2.308-79. Условные обозначения этих допусков приведены в табл. 3.3 (с. 132). Знак и числовое обозначение допуска, а также буквенное обозначение базы вписывают в прямоугольную рамку, разделенную на два или на три поля (рис. 3.9). На первом месте указывается знак, на втором – числовое значение допуска в миллиметрах, на третьем, если необходимо, – буквенное обозначение базы (баз) или поверхности, с которой связан допуск расположения. Рамка размещается горизонтально, и не допускается пересечение ее какими-либо линиями. Сплошная линия со стрелкой на конце соединяет рамку с элементом, к которому относится допуск. Если допуск относится к оси или плоскости симметрии, то соединительная линия является продолжением размерной; если допуск относится к общей оси (плоскости симметрии), то соединительную линию проводят к общей оси. Базу обозначают зачерненным треугольником и буквой. Если базой является ось или плоскость симметрии, треугольник располагают в конце размерной линии. Иногда треугольник базы соединяют линией с рамкой допуска.

Таблица 3.3

Группа допусков	Вид допуска	Знак	Числовое значение допуска
Формы	Допуск прямолинейности	—	Ограничивает абсолютную величину отклонения
	Допуск плоскостности		
	Допуск цилиндричности		Ограничивает отклонение в радиусном выражении
	Допуск круглости	○	
Допуск профиля продольного сечения	≡		
Расположения	Допуск параллельности	//	Ограничивает предельное отклонение погрешности от базы
	Допуск перпендикулярности	⊥	
	Допуск наклона	∠	
	Допуск соосности		Ограничивает отклонение либо в диаметральном (∅ или T), либо в радиальном (R или T/2) выражении
	Допуск симметричности		
	Позиционный допуск		
	Допуск пересечения осей	×	
Суммарные формы и расположения	Допуск радиального биения		Ограничивает суммарное отклонение, показываемое индикатором при измерении
	Допуск торцового биения		
	Допуск биения в заданном направлении		
	Допуск полного радиального биения		То же
Допуск полного торцового биения			
Суммарные формы и расположения	Допуск формы заданного профиля		Ограничивает суммарное отклонение либо в форме T, либо T/2
	Допуск формы заданной поверхности		

### 3.5 Шероховатость поверхностей

Шероховатость поверхности – это совокупность неровностей поверхности с относительно малыми шагами, выделенная с помощью базовой длины  $l$ . Шероховатость относится к микрогеометрии поверхности и рассматривается на небольших участках (до нескольких квадратных миллиметров), поэтому протяженность длины базовой линии выбирают такой, чтобы на изменение высотных параметров неровностей не накладывалось влияние волнистости поверхности (рис. 3.10).

Базовая длина  $l$  – длина базовой линии, используемой для выделе-

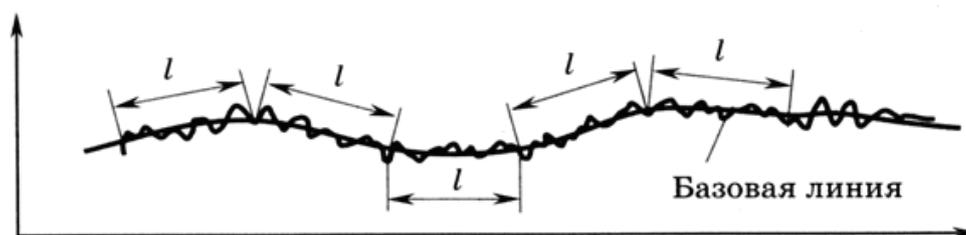


Рис. 3.10

ния неровностей, характеризующих шероховатость поверхности. Шероховатость образуется вследствие пластического деформирования поверхностного слоя в процессе механической обработки. Реальный профиль получают в виде профилограммы при ощупывании исследуемой поверхности алмазной иглой. Изображение профиля на профилограмме является несколько утрированным в связи с разным увеличением по осям. Увеличение по вертикали (100-200000) на один-два порядка всегда больше увеличения по горизонтали (10-10 000). Типичная профилограмма представлена на рис. 3.11.

Оценивается шероховатость от средней линии профиля  $m$  – базовой линии, имеющей форму номинального профиля и проведенной так, что

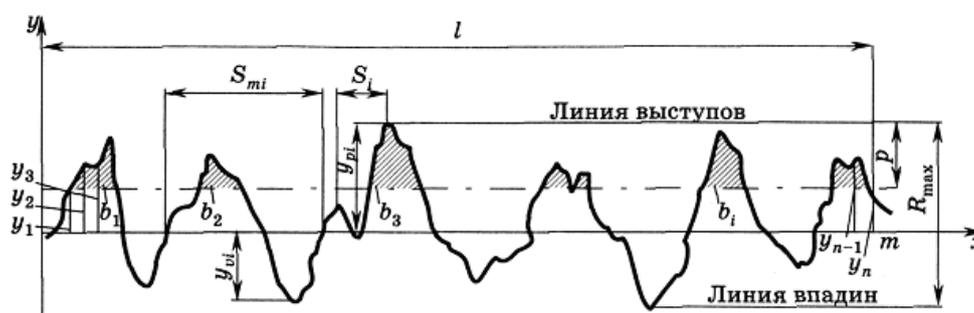


Рис. 3.11

в пределах базовой длины  $l$  среднее квадратичное отклонение профиля  $y_l$  от этой линии имеет минимальное значение  $\int_0^l y^2 dx = \min (y_i - \text{расстояние любой точки профиля до средней линии})$ . Средняя линия профиля является базой для определения числовых значений параметров шероховатости поверхности.

Установлено шесть параметров шероховатости (ГОСТ 2789-73): три высотные (R), связанные с величинами выступов и впадин; два параметра шаговые (S), связанные со значениями неровностей в направлении базовой длины, и один параметр опорный ( $t_p$ ), связанный с формой неровностей профиля.

Высота неровностей профиля по десяти точкам  $Rz$  – сумма средних абсолютных значений высот пяти наибольших выступов профиля  $y_{vi}$  и глубин пяти наибольших впадин профиля  $y_{pi}$  в пределах базовой длины:

$$Rz = \frac{1}{5} \left( \sum_{i=1}^5 |y_{pi}| + \sum_{i=1}^5 |y_{vi}| \right)$$

Среднее арифметическое отклонение профиля  $Ra$  – среднее арифметическое абсолютных значений отклонений профиля ( $y_i$ ) в пределах базовой длины:

$$Ra = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|,$$

где  $n$  – число выбранных точек профиля на базовой длине.

Наибольшая высота неровностей профиля  $R_{max}$  – расстояние между линией выступов профиля и линией впадин профиля в пределах базовой длины. Линией выступов профиля является линия, проходящая через вершину наибольшего выступа и эквидистантная средней линии. Линия впадин проходит через низшую впадину на базовой длине и также является эквидистантной средней линии.

**Средний шаг неровностей профиля  $S_m$**  – среднее значение шага неровностей профиля в пределах базовой длины.

$$S_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{mi},$$

где  $S_{mi}$  – шаг неровностей, равный длине отрезка средней линии между точками пересечения ее одноименными сторонами соседних неровностей;  $n$  – число шагов местных выступов профиля.

**Средний шаг местных выступов профиля  $S$**  – среднее значение шагов местных выступов профиля, находящихся в пределах базовой длины:

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i$$

где  $S_i$  – шаг местных выступов профиля, который является отрезком линии между проекциями на нее наивысших точек соседних местных выступов профиля;  $n$  – число шагов местных выступов профиля.

**Относительная опорная длина профиля  $t_p$**  – отношение опорной длины профиля  $\eta_p$  к базовой длине  $l$  на заданном уровне сечения  $p$

$$t_p = \frac{\eta_p}{l},$$

где  $\eta_p = \sum_{i=1}^n b_i$  – опорная длина профиля (сумма длин отрезков  $b_i$  на заданном уровне  $p$ ) (см. рис. 3.11);  $p$  – уровень сечения профиля, который определяет расстояние между линией выступов профиля и линией, пересекающей профиль эквидистантно линии выступов профиля.

В отечественной промышленности традиционно используются в основном параметры шероховатости  $Ra$  и  $Rz$ . Более полное представление о шероховатости дает параметр  $Ra$ , так как он определяется по большему числу точек профиля. Параметр  $Rz$  рекомендуется использовать при значениях высоты неровностей 320-10 и 0,1-0,025 мкм. В остальных случаях, которых большинство, шероховатость нормируют значениями  $Ra$ .

Значения шероховатости устанавливает конструктор в зависимости от точности изготовления, конструктивных особенностей и функционального назначения детали, для обеспечения заданного качества изделий. Если нет необходимости, требования к шероховатости поверхности не оговаривают и шероховатость этой поверхности не контролируют. Для неотчетливых поверхностей шероховатость определяется требованиями технической эстетики, коррозионной стойкостью и технологией изготовления. Требования к шероховатости поверхности устанавливают без учета дефектов поверхности (царапин, раковин и т. п.) и при необходимости их указывают отдельно.

В обозначении символ параметра шероховатости  $Ra$  указывается и дается числовое значение, например  $Ra0,63$ ; для остальных параметров шероховатости указывается соответствующий символ и числовое значение шероховатости, например  $Rz20$ ,  $R_{\max}6,3$ ,  $S_m0,1$ ,  $S0,32$ ,  $t_{40}60$ . Здесь указываются наибольшие допустимые значения параметров шерохова-

тости, наименьшие их значения не ограничиваются. При необходимости указания диапазона значений параметров шероховатости поверхности (наибольшего и наименьшего) в обозначении приводятся пределы этих значений, которые размещаются в две строки. Шероховатость обозначается для всех поверхностей деталей, выполняемых по данному чертежу, условным знаком с соответствующими числовыми значениями. Наиболее предпочтительным является знак, который не устанавливает вид обработки (рис. 3.12, а). Для поверхностей, получаемых удалением слоя материала (резанье, полирование, травление и т. п.), используют знак, приведенный на рис. 3.12, б. Если поверхность детали получают без снятия слоя материала (литье, штамповка, ковка, волочение и др.), то шероховатость обозначают знаком, показанным на рис. 3.12, в; поверхности, не обрабатываемые по данному чертежу, обозначаются этим же знаком. При необходимости шероховатость обозначают дополнительными условными знаками, указывающими вид обработки поверхности, направление неровностей, базовую длину (рис. 3.12, г). Ставится знак шероховатости непосредственно на линии контура детали, на размерной линии к этой поверхности или на полках выносных линий (рис. 3.12, д).

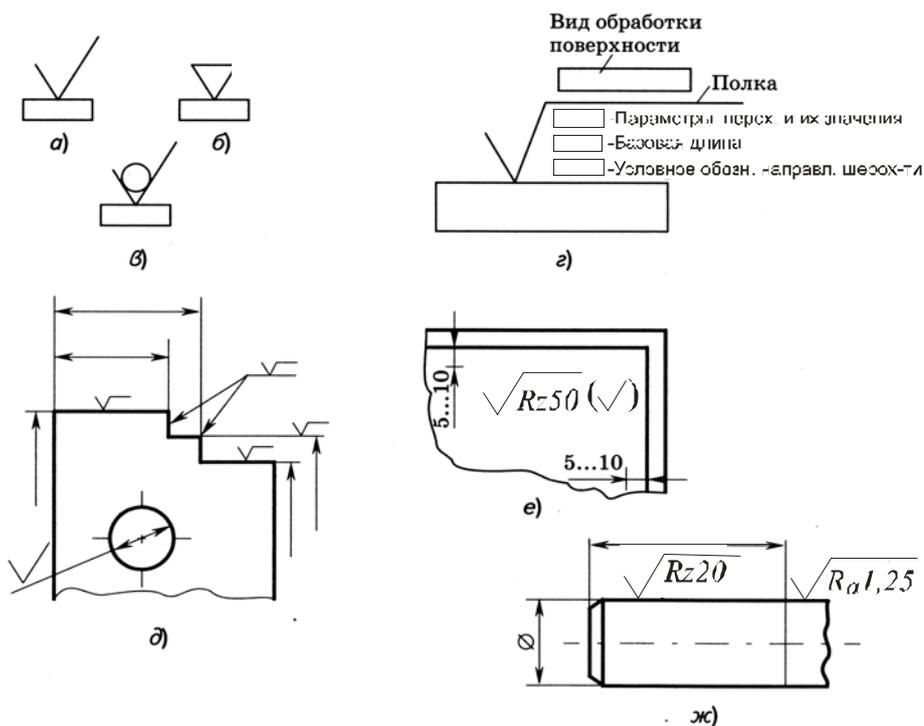


Рис. 3.12

При одинаковой шероховатости всех поверхностей детали знак выносится в правый верхний угол чертежа и на изображении детали не

указывается. Если обрабатываемые поверхности детали по шероховатости нормируются в различной степени, то в правый верхний угол чертежа выносится знак с параметрами шероховатости большинства поверхностей, а рядом с ним в скобках дается еще один знак шероховатости, но без указания параметров шероховатости (рис. 3.12, е). Этот дополнительный знак указывает на то, что на чертеже имеются поверхности с параметрами шероховатости, обозначенными непосредственно на изображении детали. Когда шероховатость одной поверхности детали на отдельных участках различна, эти участки разграничиваются сплошной тонкой линией с нанесением размеров и обозначением шероховатости (рис. 3.12, ж).

### 3.6 Конструкционные материалы

Ответственный момент процесса проектирования – выбор материалов для деталей и узлов механизмов, который осуществляется конструктором. Необходимо обеспечить работоспособность, надежность и выполнить некоторые специальные требования. Например, для механизмов авиационной и космической техники основными требованиями являются обеспечение минимальной массы и габаритных размеров; для деталей, работающих при трении скольжения, – износостойкости, при повышенных температурах – теплостойкости и др. Технологические характеристики материалов должны соответствовать способам получения заготовок (литье, штамповка, резанье) и виду производства (серийное или массовое). Важное значение имеет стоимость выбранного материала.

Основные характеристики конструкционных материалов:

– механические характеристики, к которым относятся прочностные показатели – предел прочности  $\sigma_b$ , предел текучести  $\sigma_t$  и предел выносливости  $\sigma_{-1}$ ; характеристики жесткости – модуль упругости  $E$  и модуль сдвига  $G$ ; характеристика сопротивления контактным напряжениям – поверхностная твердость  $HB$ ,  $HRC$ ; показатели пластичности – относительное удлинение  $\delta$  и относительное поперечное сужение  $\psi$ ; ударная вязкость  $a$ ;

– весовые показатели: плотность  $\rho$ , удельная прочность  $\sigma_b/\rho$  и удельная жесткость  $E/\rho$ ;

– свойства материалов, связанные с условиями эксплуатации деталей: износостойкость, косвенными показателями которой являются поверхностная твердость  $HB$ ,  $HRC$  и допускаемое давление  $P$ ; фрикционные свойства, характеризующиеся коэффициентом трения  $f$ , допускаемым давлением  $P$  и относительной скоростью скольжения  $v_g$ ;

коррозионная стойкость; теплофизические свойства, определяемые температурным коэффициентом линейного расширения  $\alpha$ , теплопроводностью  $\lambda$ , удельной теплоемкостью  $c$ ;

– технологические характеристики – литейные свойства, обрабатываемость резаньем, возможность штамповки и сварки;

– экономические показатели – стоимость и дефицитность материалов.

К конструкционным материалам относятся стали, чугуны, легкие сплавы на основе алюминия и магния, медные сплавы, сплавы на основе тугоплавких металлов – титана, никеля, вольфрама и молибдена, баббиты – сплавы на основе мягких металлов свинца и олова, композиционные материалы, пластмассы, резина.

### 3.6.1 Стали

Сталь – сплав железа Fe с углеродом C, в котором углерода менее 2%; плотность стали  $\rho = 7,8 \text{ т/м}^3$ . По химическому составу стали подразделяются на углеродистые и легированные.

Углеродистые стали. Их выпускают общего применения и качественные. Стали общего применения обозначаются Ст2, Ст3 ..., по мере возрастания прочности; качественные стали – двузначными цифрами, показывающими содержание углерода в сотых долях процента. По содержанию углерода стали делятся на малоуглеродистые ( $C < 0,25\%$ ), например Сталь 20 ( $\sigma_b = 440 \text{ МПа}$ ); среднеуглеродистые ( $C = 0,25...0,6\%$ ), например Сталь 45 ( $\sigma_b = 580 \text{ МПа}$ ); высокоуглеродистые ( $C > 0,6\%$ ), например Сталь 65 ( $\sigma_b = 750 \text{ МПа}$ ). Содержание углерода определяет основные механические характеристики. С увеличением количества углерода возрастает прочность, но снижается пластичность.

Для придания сталям высокой прочности или других специальных свойств (теплостойкости, износостойкости, коррозионной стойкости и др.) в них добавляют легирующие элементы, которые обозначаются буквами: В – вольфрам, Г – марганец, М – молибден, Н – никель, Р – бор, С – кремний, Т – титан, Х – хром, Ф – ванадий, Ю – алюминий. Содержание элемента в процентах указывается цифрой после буквы; если цифра не проставлена, то содержание легирующего элемента составляет менее 1%.

Качество стали зависит от содержания вредных примесей, и для их снижения применяют специальные виды плавок (электрошлаковый и электронно-лучевой переплавы, плазменно-дуговую плавку и др.) и в результате получают высококачественные стали, в конце обозначения которых ставится буква А. Углеродистые качественные и легированные

стали подвергают термической обработке, которая состоит из трех стадий: нагрева до требуемой температуры, выдержки при этой температуре и охлаждения с заданной скоростью. К основным видам термической обработки сталей относятся отжиг, нормализация, закалка и отпуск.

Детали, испытывающие максимальные напряжения на поверхности (изгиб, кручение, контактные напряжения), для повышения сопротивления усталости подвергают поверхностному упрочнению. Существуют следующие методы поверхностного упрочнения: механический, термический, химико-термический, лазерная закалка, ионная имплантация.

Механический метод. При механическом упрочнении в результате пластического деформирования тонкого поверхностного слоя создаются остаточные напряжения сжатия, которые вычитаются из растягивающих напряжений от внешних нагрузок, сопротивление усталости возрастает в 1,4-2,0 раза. Для тел вращения поверхностный наклеп создается обкаткой на токарных станках, в деталях произвольной формы – обдувкой дробью на дробометных машинах.

Термический метод. В основном применяется закалка ТВЧ, при которой токами высокой частоты разогревается и упрочняется тонкий поверхностный слой, а сердцевина детали остается вязкой. Толщина упрочняемого слоя составляет 0,5-1,0 мм, поверхностная твердость – HRC 50-55, сопротивление усталости повышается в среднем в 1,5 раза.

Химико-термические методы. К ним относятся цементация и азотирование. Цементация – самый распространенный метод, применяемый для таких деталей, как зубчатые колеса, кулачки, валы, специальные роликовые подшипники, от которых требуется высокая поверхностная твердость, износостойкость, усталостная прочность и контактная выносливость. Цементированию подвергаются углеродистые и легированные стали с содержанием углерода до 0,25%. В результате насыщения стали углеродом получают цементированный слой толщиной 0,8-2,5 мм и поверхностной твердостью HRC 56-62. После цементации сталь подвергают закалке и низкому отпуску, при этом сердцевина имеет достаточную прочность и высокую вязкость.

Азотирование (насыщение поверхности азотом) повышает коррозионную стойкость в атмосферных условиях и их поверхностную твердость. Перед азотированием сталь подвергают закалке и высокому отпуску, после азотирования изделие шлифуют. Толщина азотируемого слоя 0,3-0,5 мм. Азотированная сталь обладает высокой износостойкостью и усталостной прочностью.

Лазерная закалка. Ее применяют для упрочнения поверхностных слоев. Она заключается в том, что под действием излучения расплавля-

ется очень тонкий слой и быстро затвердевает, получая новые свойства. Преимущества лазерной обработки по сравнению с традиционными методами состоит в возможности обработки ограниченных участков деталей на заданную глубину, в том числе труднодоступных мест деталей сложной конфигурации.

**Ионная имплантация.** Метод заключается в бомбардировке поверхности детали ионами различных химических элементов (углерода, азота, бора, титана), которая приводит к изменению структуры и химического состава поверхностного слоя, обеспечивает повышение микротвердости и выносливости в несколько раз. Применяют ее для повышения стойкости режущего инструмента.

**Легированные стали.** Их применяют для изготовления деталей высоконагруженных ответственных механизмов, к которым предъявляются требования повышенной прочности или специальных свойств: теплоустойчивости, коррозионной стойкости, износостойкости и др.

**Хромистые стали (20Х, 40Х, 15ХА, 38ХА).** Они имеют повышенные характеристики прочности и износостойкости при относительно невысокой стоимости. При содержании хрома свыше 13% (2Х13, 4Х13) стали являются коррозионностойкими.

**Хромоникелевые стали (12ХН3А, 12Х2Н4А).** Эти стали сочетают в себе повышенную прочность и износостойкость с высокой вязкостью, которая является характеристикой сопротивления ударным воздействиям. Добавки молибдена или вольфрама (18Х2Н4ВА, 40ХНМА, 25ХНВА) повышают механические характеристики. Они применяются для ответственных деталей, например валов редукторов, зубчатых колес, болтов, шпилек. Однако они имеют повышенную стоимость из-за содержания в них более дорогих легирующих элементов (Ni, Mo, W).

**Хромокремне марганцевые стали (20ХГСА, 30ХГСА, 35ХГСА).** Такие стали не содержат дорогих легирующих добавок и обладают повышенной прочностью при относительно высокой технологичности. Они используются в сварных конструкциях и при обработке деталей резанием.

**Хромоалюминиевые стали (38Х2ЮА) и с добавлением молибдена (38Х2МЮА).** Их используют для азотируемых деталей. Борированные стали (20ХГР, 27ХГР, 20ХГНР) с содержанием бора 0,001-0,003% применяют в деталях, работающих при трении скольжения. В узлах трения образуется самосмазывающаяся пленка, что повышает износостойкость в 10-20 раз.

В табл. 3.4 приведены марки, механические характеристики и область применения некоторых марок углеродистых и легированных сталей.

Таблица 3.4

Марка стали	Термообработка	$\sigma_B$ , МПа	$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_{-1}$ , МПа	НВ, (HRC)	Примеры применения
45, 45А	Нормализация	590	315	255	180	Стаканы подшипников качения, штифты, болты, винты, шпильки, гайки, валы, полумуфты и др.
	Термоулучшение	690	490	325	220	
	Закалка, средний отпуск	880	635	390	270	
	Закалка ТВЧ	880	635	390	(52)	
65	Закалка, средний отпуск	980	635	490	290	Пружины, рессоры, диски и др.
65Г		1470	1270	580	440	То же и пружинные шайбы, стопорные кольца
10, 10А	Нормализация	335	205	157	130	Отгибные шайбы, шплинты, регулировочные прокладки, заклепки, гнутые детали
15, 15А		370	225	175	137	
20, 20А	Нормализация	410	245	195	145	Гнутые, сварные и штампованные детали, крепежные детали
45Л	Нормализация	540	295	235	153	Станины, корпуса, муфты, водила, рычаги и др.
38ХА	Закалка, высокий отпуск	930	785	420	300	Зубчатые колеса, червяки, звездочки, валы и оси, водила
15ХА	Закалка, низкий отпуск	685	490	315	220	Холодные винты, кулачки, пальцы,

						вилки, болты, винты, гайки и др.
	Цементация, закалка, низкий отпуск	685	490	390	(56)	
30X ГС А	Нормализованная	685	490	360	230	Клепаные и тонкостенные узлы из листов труб, качалки, рычаги, оси, валы, стаканы подшипников, зубчатые колеса и др.
	Термоулучшение	910	765	440	290	
	Поверхностная закалка, ТВЧ, высокий отпуск	1080	830	470	320	
	Закалка, низкий отпуск	1660	1560	570	(50)	
20X НЗ А	Закалка, высокий отпуск	930	735	410	280	Высокоответственные и высоконапряженные детали, испытывающие вибрационные и динамические нагрузки, обладающие повышенной термостойкостью и прокаливаемостью
12X НЗ А	Цементация, поверхностная закалка, низкий отпуск	930	735	520	(56)	
	Термоулучшение	880	685	350	260	
	Закалка, низкий отпуск	930	735	370	280	
	Цементация, низкий отпуск	930	735	490	(56)	

18X 2Н4 МА	Закалка, высокий отпуск	1030	785	510	290	
	Закалка, низкий отпуск	1130	835	550	320	
	Цементация, закалка, низкий отпуск	1175	980	610	560	
	Азотация после закалки и высокого отпуска	1030	785	570	(58)	
38X 2Ю	Закалка, отпуск	900	750	430	210	Азотируемые и силовые детали, работающие на износ и выносливость
	Азотирование				(50)	
38X 2М ЮА	Закалка, отпуск	1000	850	500	260	
	Азотирование				(50)	

### 3.6.2 Чугуны

*Чугун – сплав железа с углеродом, в котором углерода более 2%. Плотность  $\rho = 6...7,8 \text{ т/м}^3$ . Самый дешевый металлический конструкционный материал, имеющий хорошие литейные и антифрикционные свойства. Чугуны делятся на серый, ковкий и высокопрочный.*

В сером чугуне (СЧ15, СЧ20, СЧ45) углерод находится в форме графита. Благодаря низкой стоимости его широко применяют для изготовления корпусных деталей сложной формы, получаемых литьем, при отсутствии жестких требований к габаритам и массе. В станкостроении масса чугунных деталей составляет 60...80%. Недостатком серых чугунов является малая прочность и ударная вязкость, повышенная хрупкость (остаточное удлинение при разрыве  $< 0,3\%$ ). Цифра в обозначении серого чугуна показывает значение предела прочности, например предел прочности СЧ20 составляет 200 МПа.

Ковкий чугун получают путем отжига отливок из белого чугуна, в котором весь углерод находится в связанном состоянии (высокоуглеродистая фаза находится в виде цементита). Он характеризуется более высокими значениями предела прочности, модуля упругости и пластичности. Название «ковкий» условное, заготовки, так же как и из серого чугуна, получают только литьем. Применяют его для литых деталей, допускающих случайную ударную нагрузку.

Обозначается буквами КЧ и значениями  $\sigma_b$  и  $\delta$ . Например, КЧ50-5, означает ковкий чугун с пределом прочности 500 МПа и относительным остаточным удлинением при разрыве 5% .

Высокопрочные чугуны получают добавлением легирующих элементов (*Cr*, *Mg* и др.) и могут подвергаться поверхностной закалке с нагревом ТВЧ и упрочнением наклепом, чугуны с присадкой *Al* поддаются азотированию. Из высокопрочных чугунов изготавливают ответственные тяжелонагруженные детали, например коленчатые валы, которые по прочности не уступают кованным и штампованным валам из углеродистых и низколегированных сталей, а по износостойкости превосходят их.

### 3.6.3 Легкие сплавы

К этой группе материалов относятся сплавы на основе алюминия *Al* (плотность  $\rho = 2,6...3,0 \text{ т/м}^3$ ) и ( $\rho = 1,8 \text{ т/м}^3$ ).

В авиационной и космической технике их широко применяют для изготовления корпусных деталей; в общем машиностроении – для изготовления быстроходных деталей (поршней, ползунов), совершающих качательное или возвратно-поступательное движение, чтобы уменьшить возникающие при этом динамические нагрузки, а также для крышек и кожухов, с целью облегчения обслуживания.

По технологии изготовления алюминиевые сплавы делятся на литейные и деформируемые.

Литейные сплавы. По назначению литейные сплавы условно можно разделить на три группы:

- 1) сплавы, отличающиеся высокой герметичностью (АЛ2, АЛ4, АЛ9, АЛ34 и др.);
- 2) высокопрочные жаропрочные сплавы (АЛ3, АЛ5, АЛ19, АЛ33 и др.);
- 3) коррозионно-стойкие сплавы (АЛ8, АЛ22, АЛ24 и др.).

В основном применяются сплавы первой группы на основе *Al + Si*, называемые силуминами. Они содержат кремния 10-13%, отличаются высокими литейными свойствами, удовлетворительной коррозионной стойкостью, могут длительно работать при температурах 150-200 °С.

Поверхности деталей защищают анодированием или лакокрасочными покрытиями. Сплав АЛ2 применяют для изготовления герметичных деталей; АЛ4, АЛ5 – для средних и крупных деталей ответственного назначения; АЛ34 – для сложных по конфигурации корпусных деталей, работающих под большим давлением газа или жидкости.

Жаропрочные сплавы (на основе  $Al + Si + Cu + Mg$ ) выдерживают температуры до 250-300 °С. Сплав АЛ5 используют для головок цилиндров двигателей внутреннего сгорания с воздушным охлаждением и других деталей, работающих при температуре не выше 250 °С; АЛЮ – для ответственных деталей, работающих в условиях повышенных статических и ударных нагрузок при низких температурах и повышенных (до 300 °С).

Сплавы на основе  $Al + Mg$  имеют низкую плотность, высокую коррозионную стойкость в атмосферных условиях, морской воде и щелочных растворах. Эти сплавы хорошо обрабатываются резаньем. Недостатком сплавов АЛ8, АЛ27 является низкая жаропрочность – рабочие температуры не выше 80 °С.

Деформируемые алюминиевые сплавы. Эти сплавы поставляются в виде фасонного профиля, листового проката, проволоки и труб. Основное применение имеют сплавы на основе  $Al + Cu + Mg$ , называемые дуралюминами (Д1, Д16, Д18, В65, ВД17). Они упрочняются термической обработкой, имеют высокие характеристики прочности и пластичности. Сплав Д1 применяют для лопастей воздушных винтов, узлов креплений строительных конструкций; Д16 – для силовых элементов конструкций самолетов (шпангоуты, нервюры, лонжероны, тяги управления); В65, Д18 – для заклепок; ВД17 – для лопаток компрессоров газотурбинных двигателей, работающих при температуре до 250 °С. Дуралюмины хорошо свариваются точечной сваркой, удовлетворительно обрабатываются резаньем.

Жаропрочные сплавы типа АК4–1 (на основе  $Al + Cu + Mg + Fe + Ni$ ) хорошо деформируются в горячем состоянии, обрабатываются резаньем, удовлетворительно соединяются контактной сваркой. Их применяют для изготовления деталей реактивных двигателей (крыльчатки центробежных насосов, диски и лопатки компрессоров), работающих при температурах до 350 °С.

Высокопрочные сплавы В95, В96Ц1 (на основе  $Al + Zn + Mg + Cu$ ) имеют высокие значения предела прочности и применяются для конструкций, работающих в основном в условиях напряжений сжатия (силовые детали обшивки самолета, стрингеры, лонжероны, шпангоуты и т. п.). Механические характеристики некоторых марок алюминиевых сплавов приведены в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Марка сплава	$\sigma_B$ , МПа	$\sigma_{0,2}$ , МПа	$\delta$ , %	Твердость, НВ
Литейные сплавы				
АЛ2	170	80	6	50
АЛ4	260	200	4	70
АЛ9	200	110	4	5
АЛ3	330	280	3	90
АЛ5	250	180	1	75
АЛ8	320	170	11	70
АЛ19	320	220	12	90
Деформируемые сплавы				
Д1	410	250	10	–
Д16	450	320	19	–
Д18	160	60	25	–
АМг3	230	120	25	–
АМг5П	270	150	23	–
АМц	150	120	22	–
АК8	450	400	8	–
АД33	230	120	19	–
В95	500	400	5	–
АК4	320	–	8	–

### 3.6.4 Медные сплавы

Сплавы на основе меди делятся на бронзы и латуни.

*Бронзы.* Бронзы – это медные сплавы, в которых легирующими элементами являются различные металлы, кроме цинка. К ним относятся литейные бронзы и бронзы, обрабатываемые давлением, – алюминиевые, бериллиевые, кремнистые и др. Они обладают высокими антифрикционными и антикоррозионными свойствами, хорошими технологическими свойствами, хорошо обрабатываются резаньем. Благодаря этим свойствам бронзы широко применяются в узлах трения скольжения: подшипниках, направляющих, червячных и винтовых колесах, гайках ходовых винтов, являясь основным, но дорогостоящим (примерно в 10 раз дороже стали) антифрикционным материалом. В обозначения марки бронзы входят буквы Бр и основных компонентов (А – алюми-

ний, Б – бериллий, Ж – железо, К – кремний, Мц – марганец, Н – никель, О – олово, Ц – цинк, Ф – фосфор), а также цифры, указывающие процентное содержание этих элементов.

Оловянные бронзы (БрОФб.5–0.15 и др.) с содержанием олова 3–10% используют в подшипниках при высоких скоростях скольжения, однако применение их ограничено ввиду высокой стоимости олова; безоловянные литейные (БрА9Мц2Л, БрА9Ж4Л, БрА10Ж4Н4Л и др.) – для изготовления фасонных отливок. Бронзы безоловянные деформируемые выпускаются 13 марок. Они имеют более высокие характеристики прочности и твердости. Алюминиевые бронзы (БрА7) с содержанием алюминия 6–8% предназначены для изготовления упругих элементов – пружин, мембран, сильфонов; алюминиевые с добавлением железа (БрАЖЭ-4), марганца (БрАМцЮ-2) и никеля (БрАЖНЮ-4-4) применяют как антифрикционный материал при высоких давлениях для шестерен, червячных колес, гаек, направляющих втулок, седел клапанов и т. п.

*Латуни.* Латуни представляют собой сплав меди с цинком (двойные латуни) с добавлением алюминия, железа, марганца, свинца, никеля (сложные латуни). Поставляются литейные латуни в виде чушек, деформируемые – в виде прутков, лент, проволоки, труб. Их применяют для изготовления арматуры, втулок, пружин в приборостроении, в электромашиностроении, химической аппаратуре, холодильном оборудовании.

Двойные латуни обозначаются буквой Л и цифрой, указывающей содержание меди. В обозначении сложных латуней добавляются буквы, определяющие другие компоненты и цифры, выражающие их среднее процентное содержание. Некоторые марки бронз и латуней, их механические свойства приведены в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Марка сплава	$\sigma_B$ , МПа	$\sigma_T$ , МПа	$\delta$ , %
Бронзы			
БрОФб.5-0.15	420	300	–
БрОЦ4-3	440	310	–
БрАЖ9-4	440	340	–
БрАМц9-2	500	–	15
БрАЖН10-4-4	650	–	5
БрА9Мц2Л	392	–	20
БрА9Ж3Л	490	–	12

Латуни			
ЛАЖ60-1-1Л	420	–	18
ЛА59-1Л	200	–	6
Л63	300	–	30
ЛЖС58-1-1	300	–	20
ЛМц58-2	400	–	20

### 3.6.5 Баббиты

Баббиты – это сплавы на основе олова и свинца с добавлением кальция, сурьмы, меди, кадмия, никеля и т.д. Их применяют в качестве антифрикционного материала для вкладышей подшипников скольжения. Они имеют низкий коэффициент трения при граничной смазке (0,004-0,006), высокую теплопроводность, хорошо прирабатываются, способны работать при попадании в зазор подшипника небольшого количества абразивных частиц. Недостатком баббитов является высокая стоимость (в 20 раз и более превышает стоимость качественных сталей) и низкое сопротивление усталости, особенно при температуре выше 100°С.

Обозначаются баббиты буквой Б и цифрой, указывающей содержание олова в процентах или буквой, показывающей дополнительные компоненты. Делятся баббиты на оловянные с содержанием олова более 70% и с добавками сурьмы и меди (Б89, Б83); свинцово-оловянные с содержанием свинца 65-75%, олова 10-15% и добавками сурьмы (Б16, БН, БТ); свинцовые с содержанием свинца более 80% (БС6, БКА).

### 3.6.6 Титановые сплавы

Титан – серебристый металл, обладающий высокой прочностью и небольшой плотностью ( $\rho = 4,5 \text{ т/м}^3$ ). По распространению в земной коре он занимает четвертое место после алюминия, железа и магния. Титановые сплавы коррозионностойкие, немагнитные, удовлетворительно обрабатываются резанием, прокатываются и штампуются при обычных температурах, хорошо свариваются, обладают высокой прочностью в условиях глубокого холода, сохраняя при этом достаточную пластичность. По абсолютной прочности они уступают легированным сталям,

но по удельной прочности существенно превосходят их. Они применяются вместо сталей, где необходимо уменьшить массу конструкций. Титановые сплавы широко используют:

- в авиационной и космической технике для изготовления деталей, работающих при повышенных температурах до 450- 500°С;
- в криогенной технике в качестве материала атомных реакторов;
- в химической промышленности для изготовления емкостей с агрессивными средами;
- в судостроении.

К недостаткам титановых сплавов относятся низкие теплопроводность и модуль упругости ( $1,1 \cdot 10^5$  МПа), высокая стоимость производства.

Основным легирующим элементом титановых сплавов является алюминий (до 7%), который повышает прочность, модуль упругости, жаропрочность и жаростойкость, уменьшает плотность; другими легирующими добавками являются молибден, марганец, цирконий, ванадий, хром, железо и др.

По технологии производства сплавы подразделяются на деформируемые и литейные. Некоторые деформируемые сплавы допускают упрочнение термической обработкой. Выпускают полуфабрикаты титановых сплавов в виде прутков, труб, профилей, проволоки, поковок, литья. В табл. 3.7 приведены некоторые марки и характеристики титановых сплавов.

Таблица 3.7

Марка сплава	$\sigma_B$ , МПа	$\sigma_T$ , МПа	$\delta$ , %
Деформируемые сплавы			
BT5	700-950	600-850	–
BT6	1100-1150	1000-1050	–
BT9	1140-1300	1000-1150	–
BT16	1250-1450	1100-1200	–
Литейные сплавы			
BT1	400-600	–	15-23
BT5Л	700-900	–	6-12
BT3-1Л	1000-1100	–	4-6
BTЛ1	900-1000	–	5-10
BT21Л	1000-1100	–	4-7

### **3.6.7 Никелевые сплавы**

Никелевые сплавы широко применяются в авиационной технике для изготовления дисков, лопаток и камер сгорания газовых турбин, работающих при температурах 700-1100°С. В качестве легирующих элементов в большинстве никелевых сплавов используют хром (10-20%), титан (8%), алюминий, молибден, вольфрам, тантал и др. Наиболее распространенными литейными сплавами для рабочих и сопловых лопаток турбин являются сплавы ЖС6К, ЖС6У, ЖС6Ф, ВЖЛ12У, которые отличаются высокой жаропрочностью, увеличенным сопротивлением ползучести. Жаропрочность литейных сплавов на 50-100°С выше, чем деформированных. Из деформируемых жаростойких никелевых сплавов широко применяются ХН78Т, ХН75МБТЮ, ХН60ВТ в виде листовых материалов для изготовления жаровых труб и камер сгорания.

### **3.6.8 Сплавы тугоплавких металлов**

К тугоплавким относят металлы с температурой плавления свыше 1800°С – ниобий, хром, молибден, вольфрам, тантал. Эти металлы имеют высокую прочность и жаропрочность, коррозионную стойкость, низкий коэффициент линейного расширения.

Общим недостатком тугоплавких металлов является низкая жаростойкость, что требует нанесения специальных защитных покрытий, невысокая технологичность; плохая обработка резанием. Их применяют в авиационной, ракетной, космической, атомной технике для изготовления деталей, работающих при температурах 1000-1400 °С. Тугоплавкие металлы относятся к редким, поэтому используются как конструкционный материал только в тех случаях, когда невозможно применение других материалов.

### **3.6.9 Композиционные материалы**

К композиционным материалам (КМ) относятся армированные различными наполнителями сплавы металлов и полимеры. По форме наполнителя различают КМ, армированные частицами 1, волокнами 2 и слоями 3 (рис. 3.13).

Материалы, упрочненные частицами, размером 10 мкм, с объемной долей упрочняющей фазы до десятков процентов получают методом порошковой металлургии. Примером отечественных дисперсно-упрочненных КМ являются материалы ВДУЛ, ВДУ-2, в которых матрицей является сплав никеля, а дисперсными упрочнителями – частицы оксидов тория и гафния (с содержанием до 5%), которые применяют при температурах 1100-1200 °С.

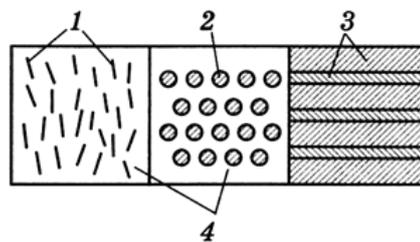


Рис. 3.13

Для элементов конструкций летательных аппаратов используются КМ на основе алюминия, упрочненного частицами  $Al_2O_3$  (типа САП). Эти материалы соединяются клепкой и сваркой.

В КМ, армированных волокнами, используют проволоку из стали, вольфрама, молибдена, титана и других металлов, а также стекловолоконно, волокна углерода, бора, оксида алюминия. Металлические КМ получают прокаткой или волочением. Наиболее распространены КМ на основе алюминиевых сплавов, армированных стальной проволокой (КАС,  $\sigma_b \leq 1000$  МПа). Прочность таких КМ повышается в 3-4 раза. В интервале температур 20-500°С превосходит по характеристикам прочности и жесткости алюминиевые сплавы.

Сплавы на основе магния армируют волокнами бора до 30% ( $\sigma_b = 970$  МПа) и нитевидными кристаллами карбида кремния до 10% ( $\sigma_b = 400$  МПа). Армирование сплавов магния сопряжено с технологическими трудностями из-за плохой свариваемости и деформируемости.

Слоистые КМ состоят из слоев или пластин различных материалов, соединенных прочной связью. Такие материалы обладают износостойкостью и коррозионной стойкостью, высоким сопротивлением удару, хорошими тепловыми и электрическими характеристиками. Их используют, например, в атомной энергетике для изготовления сосудов высокого давления, термостатов, а также в других отраслях машиностроения.

Композиционные материалы на неметаллической основе состоят из армирующей части (наполнителя) и связующего, в качестве которого используются термореактивные смолы – эпоксидные, кремнийорганические, формальдегидные, полиамидные и некоторые термореактивные. Эти материалы по удельной прочности и жесткости в несколько раз превосходят традиционные материалы. Например, долговечность лопастей вертолета из КМ на полимерной основе в несколько раз выше, чем из металлических материалов. В качестве наполнителя используются

тонкие волокна стекла (стеклопластик), бора (боропластик), углерода (углепластик) и волокна органических материалов).

### 3.6.10 Неметаллические материалы

К неметаллическим конструкционным материалам относятся пластмассы, резина, композиционные материалы на неметаллической основе.

*Пластмассы.* Их получают на основе синтетических или природных высокомолекулярных органических соединений. Для повышения свойств пластмасс в их состав вводят соответствующие легирующие добавки, которые противодействуют старению, повышают пластичность и сопротивление усталости, снижают горючесть, придают желаемый цвет и т.д. Пластмассы обладают исключительными технологическими свойствами: неограниченностью ресурсов сырья, высокопроизводительными методами изготовления деталей в серийном производстве. Трудоемкость изготовления деталей из пластмасс без снятия стружки в 5-10 раз меньше, чем механических изделий. Для большинства пластмасс характерны: низкая плотность ( $\rho = 1,1-2,3 \text{ т/м}^3$ ), высокая удельная прочность и жесткость, химическая и радиационная стойкость, тепло- и электроизоляционная способность, для отдельных видов пластмасс высокие антифрикционные и хорошие оптические свойства, шумопоглощающие и вибропоглощающие свойства.

Пластмассы подразделяются на термопласты и реактопласты. Термопласты способны многократно размягчаться. К ним относятся полиэтилен, винипласт, полиметилметакрилат (оргстекло), полиамид, ряд марок фторопласта. Реактопласты при повышении температуры необратимо отверждаются и не могут быть использованы повторно.

Недостатки: низкая теплостойкость, старение, холодная ползучесть под действием нагрузки, зависимость механических характеристик от температуры, длительности нагружения и скорости деформирования. Под старением понимают процесс необратимого изменения строения и состава, приводящего к изменению свойств.

*Резина.* Ее изготавливают на основе синтетического или натурального каучука и обладает ценными свойствами. Ей свойственны высокая упругость и способность поглощать энергию колебаний. Она хорошо сопротивляется истиранию и многократному растяжению и сжатию, является диэлектриком, стойка против воздействия масел, жидкого топлива. Для повышения прочности резину армируют текстильными волокнами и стальными элементами (стальной лентой, проволокой). Из нее изготавливают шины, амортизаторы, упругие элементы муфт, ремни, уплотнения, электроизоляционные детали, шланги, трубки и др. Неко-

торые марки резины используются в изделиях пищевой промышленности (резина «пищевая»).

Резина в твердом состоянии с большим содержанием серы (до 50%) называется *эбонитом*. Благодаря высоким диэлектрическим свойствам этот материал широко используется в электротехнической промышленности.

Губчатая резина с открытыми сообщающимися порами применяется в качестве защитных амортизирующих подушек, в защитных шлемах, для изготовления сидений в самолетах, автомобилях и т. д.

## Глава 4 МЕХАНИЧЕСКИЕ ПЕРЕДАЧИ

### 4.1 Общие сведения

Механической передачей называют механизм, который преобразует параметры движения двигателя при передаче исполнительным органам машины (рис. 4.1). Необходимость введения передачи как промежуточного звена между двигателем и исполнительными органами машины связана с решением различных задач. Например, в автомобилях и других транспортных машинах требуется изменять значение скорости и направление движения, а на подъемах и при трогании с места в несколько раз увеличивать вращающий момент на ведущих колесах. Сам автомобильный двигатель не может



Схема машины: М-двигатель,  
ПМ-передаточный механизм,  
ИО-исполнительный орган машины

*Рис. 4.1*

выполнить эти требования, так как он работает устойчиво только в узком диапазоне изменения вращающего момента и угловой скорости. При выходе за пределы этого диапазона двигатель останавливается (глохнет). Подобно автомобильному, слабо регулируются многие другие двигатели, в том числе и большинство электродвигателей.

Согласование режима работы двигателя с режимом работы исполнительных органов машины осуществляют с помощью передач.

В некоторых случаях регулирование двигателя возможно, но нежелательно по экономическим причинам, так как двигатели имеют низкий к.п.д. за пределами нормального режима работы.

Масса и стоимость двигателя при одинаковой мощности понижаются с увеличением его быстроходности; оказывается экономически целесообразным применение быстроходных двигателей с передачей, понижающей угловую скорость, вместо тихоходных двигателей без передачи. Роль понижающей передачи в современном машиностроении значительно возросла в связи с широким распространением быстроходных двигателей.

По способу передачи движения от ведущего звена к ведомому различают передачи:

- трением: с непосредственным контактом – фрикционные, с гибкой связью – ременные;
- зацеплением: с непосредственным контактом – зубчатые, червячные, с гибкой связью – цепные. К зубчатым передачам относятся цилиндрические, конические, планетарные, волновые и др.

Зубчатые передачи получили большое распространение в России и за рубежом благодаря их достоинствам по сравнению с другими механическими передачами. Передача вращающего момента в зубчатой передаче осуществляется благодаря давлению зубьев, находящихся в зацеплении, одного колеса на зубья другого.

По взаимному расположению валов механические передачи могут быть с параллельными (у цилиндрических рис. 4.2, а-в), пересекающимися (у конических передач рис. 4.2, г, д) и со скрещивающимися (у червячных передач рис. 4.2, е) осями.

По характеру движения валов различают механизмы с неподвижными осями валов и подвижными осями валов в планетарных передачах. В последних движение колес-сателлитов, установленных на подвижных валах, похоже на Движение планет.

Механические передачи также бывают: с постоянным передаточным числом (редукторы, мультипликаторы); с переменным передаточным числом: ступенчатые – коробки передач и бесступенчатые – вариаторы. Коробки передач позволяют настраивать ряд частот вращения выходного вала, а вариаторы – плавно изменять передаточное отношение.

В ряде конструкций механизмов возникает необходимость фиксировать неподвижность выходного звена под нагрузкой или при отсутствии движения на входе. Свойство механизма, при котором движение передается только в одном направлении, называется необратимостью движения или самоторможением. Соответствующие устройства используются в грузоподъемных машинах.

#### **4.1.1 Привод**

Привод – устройство для приведения в действие машин и механизмов. Он состоит из двигателя (источник энергии), передаточного механизма и системы управления (СУ), которая управляет работой привода и обычно включает электротехнические и электронные устройства. В дальнейшем будут рассматриваться лишь две части привода – передаточный механизм с двигателем.

Редуктор – передаточный механизм, служащий для понижения частоты вращения, увеличения вращающего момента, а иногда и пространственной ориентации элементов, выполненный в виде отдельного агрегата. Он является промежуточным звеном между входным звеном – двигателем и выходным – исполнительным органом, которым может быть колесо, рука робота, винт, шнек и др. Назначение редуктора – обеспечить согласование параметров (кинематических, силовых и гео-

метрических) между двигателем и исполнительным органом. Редукторы широко применяют в промышленности.

*Мультипликатор – механизм, повышающий частоту вращения.* На рис. 4.3, а показана схема привода, состоящего из редуктора Р с электродвигателем Д, где  $n_6$ ,  $n_T$  – частота вращения быстроходного и тихоходного валов. Редуктор соединен с двигателем с помощью муфты М, которая передает вращающий момент от двигателя к выходу через цилиндрические зубчатые колеса  $z_i$  и валы. Валы В передач имеют опоры, которыми являются подшипники качения или скольжения П. В передачи входят колеса с числом зубьев  $z_i$ . При необходимости получения поступательного движения выходного звена можно использовать другой

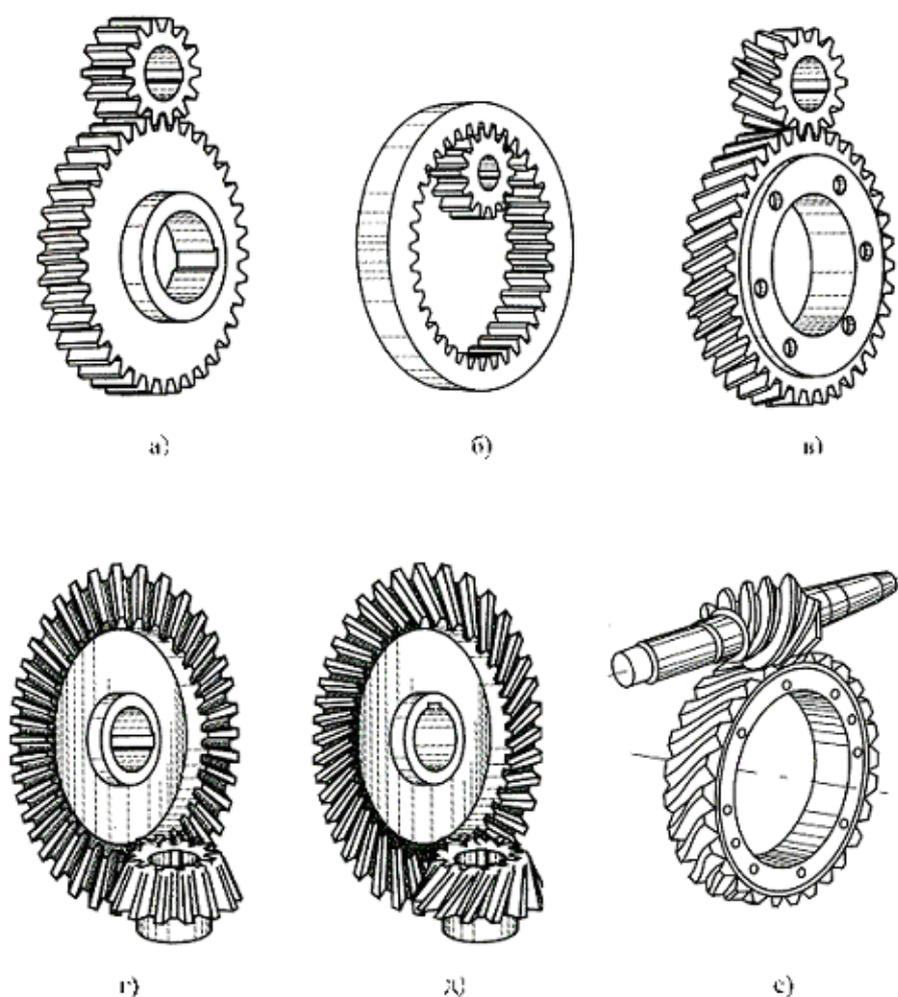


Рис. 4.2

вариант последней ступени – передачу винт-гайка.

Существуют различные типы редукторов, которые получили на звание в зависимости от того, какие передачи и какое количество ступеней они имеют.

Одна ступень состоит из пары зубчатых колес. На рис. 4.3, б приведен цилиндрический редуктор (с цилиндрическими зубчатыми колесами), на рис. 4.4, в – конический (с коническими зубчатыми колесами), на рис. 4.3, г – червячный (с червяком и червячным колесом), комбинированный, например коническо-цилиндрический редуктор (рис. 4.3, д). При малых передаточных отношениях (у цилиндрических с  $i < 6,3 \dots 8$ ) используют одноступенчатые редукторы (с одной парой зубчатых колес, см. рис. 4.3, б), а при больших (у цилиндрических с  $6,3 < i < 64$ ) двухступенчатые (с двумя парами колес, рис. 4.3, е). Применение в последнем случае вместо двухступенчатой передачи одноступенчатой привело бы к увеличению массы редуктора. При больших значениях передаточных отношений применяют передачи с большим числом ступеней. На рис. 4.3, о показан редуктор *развернутой схемы*, а на рис. 4.3, е *соосной*, когда оси I и III валов совпадают. Редукторы соосной схемы более компактные, чем развернутой. Масса и габаритные размеры передачи уменьшаются при применении *многопоточных* передач, что используется, например, в планетарных механизмах.

#### 4.1.2 Основные характеристики редуктора

К ним относятся передаточное число  $u = \frac{n_6}{n_T}$ , номинальный вращающий момент на тихоходном (выходном) валу, КПД, габаритные размеры и масса.

Характеристики стандартных редукторов приведены в специальных справочниках, а некоторые из них представлены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Тип передачи	кпд, $\eta$	Передаточное число, $u$	Относительная масса, $q$
Зубчатая цилиндрическая	0,96–0,98	1–8	1
Зубчатая коническая	0,95–0,97	1–4	1,5
Червячная	0,4–0,84	16–80	2
Цепная	0,92–0,95	1–7	5
Ременная	0,94–0,96	1–7	2,5

Планетарная	0,9–0,95 (0,7–0,8)	6–13 (50–200)	0,5
Волновая	0,8–0,9	80–300	0,3

Технический уровень редуктора определяется коэффициентом массового совершенства  $\gamma = \frac{m}{T_{\text{ВЫХ}}}$  – отношением массы редуктора  $m$  к

вращающему моменту на выходе  $T_{\text{ВЫХ}}$ . В промышленности при низком уровне совершенства  $\gamma > 0,2$ , а при высоком уровне  $\gamma < 0,06$ . У широко распространенных редукторов, рабочая поверхность зубьев колес которых упрочнена (цементацией, азотированием и др.),  $\gamma = 0,03...0,05$ .

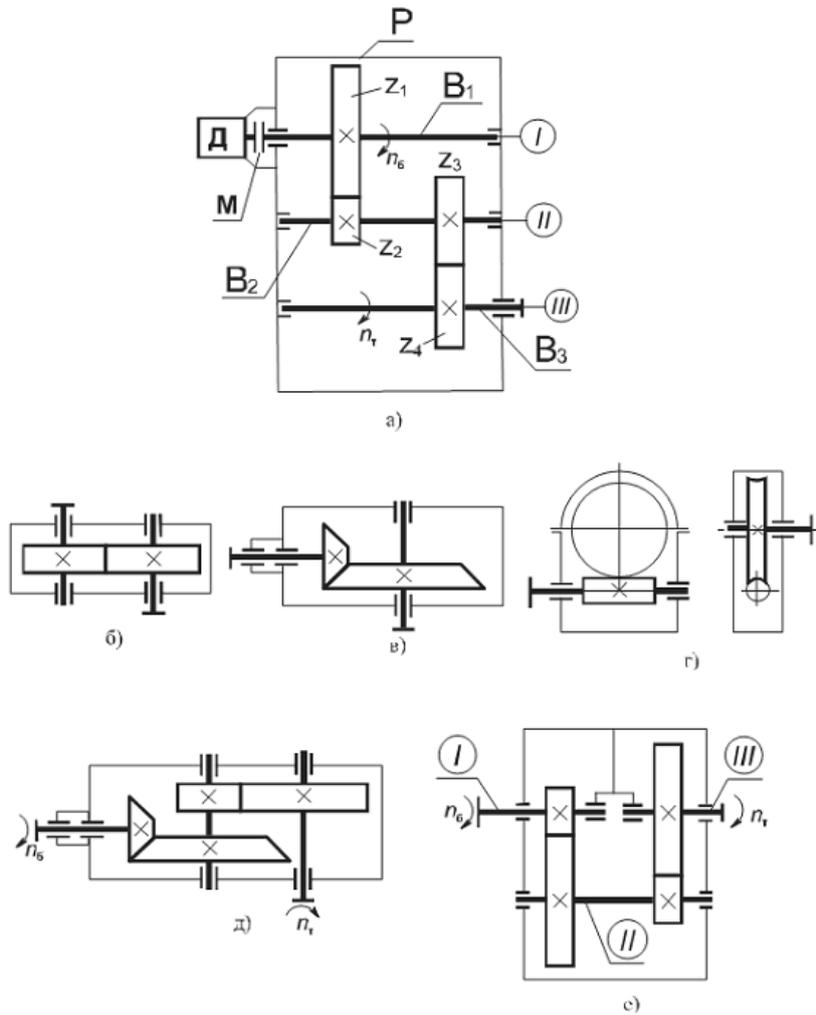


Рис. 4.3

В авиационных редукторах  $\gamma = 0,006 \dots 0,009$ . Такой высокий показатель  $\gamma$  у авиационных редукторов достигается путем применения рациональных конструкций с использованием высокопрочных материалов и изготовления корпусов из легких сплавов (алюминиевых и магниевых).

Для получения наиболее надежной и совершенной конструкции редуктора следует выполнять следующие требования:

- применять наиболее рациональные и надежные схемы редукторов, обеспечивающие необходимую прочность и жесткость конструкций, изготовленных из материала с высокой **удельной прочностью**  $\sigma_g / \rho$  и с упрочненной рабочей поверхностью зубьев колес при больших нагрузках;

- снижать материалоемкость за счет компактности конструкций и выбора рациональной формы деталей;

- применять унификацию, использовать стандартные детали и обеспечивать полную взаимозаменяемость элементов конструкций;

- обеспечивать надежное стопорение резьбовых соединений и фиксацию деталей от смещения; малое энергопотребление при эксплуатации путем уменьшения потерь на трение и повышение КПД; необходимую смазку и защиту деталей от возникновения коррозии; стойкость к механическим и климатическим воздействиям; легкое и удобное обслуживание с максимальной автоматизацией;

- использовать закрытые корпуса, предотвращающие попадание внутрь пыли и влаги;

- достигать максимальную технологичность деталей и узлов при изготовлении, сборке и разборке.

Выполнение сформулированных требований обычно приводит к снижению себестоимости редуктора.

Для оценки редуктора можно использовать и экономический критерий – относительную себестоимость  $\beta = \frac{c}{m}$  ( $c$  – себестоимость).

Один из путей совершенствования конструкции в машиностроении – переход от использования стальных и чугунных корпусов к корпусам из легких сплавов (алюминиевых, магниевых), неметаллических или композиционных материалов. Последнее особенно важно в редукторах малой мощности. В них масса корпуса может определяться технологическими возможностями литья, когда толщина стенки больше необходимой из условия прочности. Обычно необходимая толщина стенки  $\delta$  в маломощных редукторах ( $P < 0,5$  кВт) из металла равна не более 2 мм. У отливок в землю из легких сплавов минимальная толщина стенки  $\delta =$

3...4мм, а при более совершенных способах литья (литье в кокиль, по выплавляемым моделям или под давлением) меньше. Литье корпусов из чугуна имеет толщину не менее 6 мм. Даже при одинаковой геометрии корпуса переход от чугуна или стали ( $\rho = 7,8 \text{ г/см}^3$ ) к алюминиевому сплаву ( $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$ ) снижает массу корпуса в  $\sim 3$  раза, а с учетом получения меньшей толщины стенки, изготавливаемой с применением совершенной технологии литья, еще больше. Например, если масса стального корпуса составляет 30% от массы редуктора, то замена его материала на алюминиевый сплав снижает массу всего редуктора примерно на 20% . Такая замена недопустима в конструкциях, где требуется высокая жесткость, например в станкостроении. Замена стали на алюминиевый сплав снижает жесткость в  $\sim 3$  раза. Корпуса из литейных алюминиевых и магниевых сплавов широко используются в авиации, ракетостроении и на транспорте, но реже в других отраслях промышленности. Наиболее легкие корпуса получают из неметаллов и композиционных материалов, которые широко используются даже в бытовой технике. Упрочнение рабочей поверхности зубьев колес существенно уменьшает массу редуктора. Например, изменение твердости рабочей поверхности зубьев колес с HB 250 на HRC<sub>3</sub>, 60 снижает массу двухступенчатого, цилиндрического редуктора на -40%. Обычно снижение массы корпуса уменьшает стоимость редуктора.

#### 4.1.3 Оценка и применение зубчатых передач

Основные преимущества зубчатых передач:

- **высокая нагрузочная способность** и, как следствие, малые габариты (рис. 4.4, где а – зубчатая передача, б – плоскоременная, в – клиноременная, г – цепная передачи с одинаковыми нагрузками);

- **большая долговечность и надежность работы** (например, для редукторов общего применения установлен ресурс около 30000 час.); высокий к.п.д. (до 0,97...0,98 в одной ступени);

- **постоянство передаточного отношения** (отсутствие проскальзывания);

- **возможность применения в широком диапазоне скоростей** (до 150 м/с), мощностей (до десятков тысяч кВт) и передаточных отно-

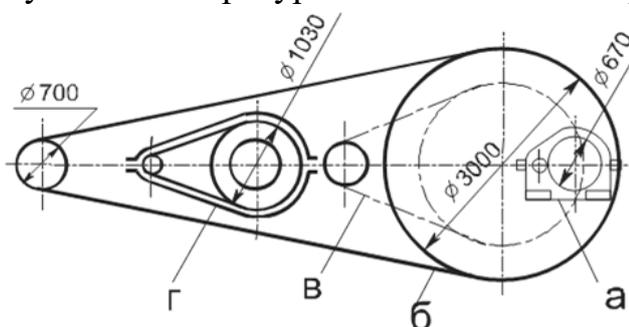


Рис. 4.4

**шений** (до нескольких сотен и даже тысяч).

Среди недостатков зубчатых передач можно отметить:

- повышенные требования к точности изготовления;
- шум при больших скоростях;
- высокую жесткость, не позволяющую компенсировать динамические нагрузки.

Отмеченные недостатки не снижают существенного преимущества зубчатых передач перед другими. Вследствие этого зубчатые передачи наиболее широко распространены во всех отраслях машиностроения и приборостроения. Из всех перечисленных выше разновидностей зубчатых передач наибольшее распространение имеют передачи с цилиндрическими колесами, как наиболее простые в изготовлении и эксплуатации, надежные и малогабаритные. Конические, винтовые и червячные передачи применяют лишь в тех случаях, когда это необходимо по условиям компоновки машины.

## 4.2 Краткие сведения о геометрии и кинематике

Все понятия и термины, относящиеся к геометрии и кинематике зубчатых передач, стандартизованы. Стандарты устанавливают термины, определения и обозначения, а также методы расчета геометрических параметров.

**Основные параметры.** Меньшее из пары зубчатых колес называют **шестерней**, а большее – **колесом**. Термин «зубчатое колесо» является общим. Параметрам шестерни приписывают индекс 1, а параметрам колеса – 2 (рис. 4.5).

Кроме того, различают индексы, относящиеся:

- $w$  – к начальной поверхности или окружности;
- $b$  – к основной поверхности или окружности;
- $a$  – к поверхности или окружности вершин и головок зубьев;
- $f$  – к поверхности или окружности впадин и ножек зубьев. Параметрам, относящимся к делительной поверхности или окружности, дополнительного индекса не приписывают.

Общие понятия о параметрах пары зубчатых колес и их взаимосвязи проще всего уяснить, рассматривая прямозубые колеса. При этом особенности косозубых колес рассматривают дополнительно:

- $z_1$  и  $z_2$  – число зубьев шестерни и колеса;
- $p$  – делительный окружной шаг зубьев (равный шагу исходной зубчатой рейки);
- $p_b = p \cos \alpha$  – основной окружной шаг зубьев;

–  $\alpha$  – угол профиля делительный (равный углу профиля исходного контура), по ГОСТ 13755–81,  $\alpha = 20^\circ$ ;

–  $\alpha_w$ , – угол зацепления или угол профиля начальный:

$$\cos \alpha_w = a \frac{\cos \alpha}{a_w};$$

–  $a_w$ , – (см. рис. 4.4) (межосевое расстояние);

–  $m = \frac{p}{\pi}$  – окружной модуль зубьев (основная характеристика размеров зубьев). Значения модулей стандартизованы СТ СЭВ 310–76 в диапазоне 0,05...100 мм (табл. 4.2);

–  $a$  – делительное межосевое расстояние;  $a = 0,5(d_1 + d_2)$

–  $d = \frac{pz}{\pi}$  – делительный диаметр (диаметр окружности, по которой обкатывается инструмент при нарезании);

–  $d_b = d \cos \alpha$  – основной диаметр (диаметр окружности, разверткой которой являются эвольвенты зубьев);

–  $d_{w1}$  и  $d_{w2}$  – начальные диаметры (диаметры окружностей, по которым пара зубчатых колес обкатывается в процессе вращения:

Таблица 4.2

Ряды	Модуль, мм
1-й	1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25
2-й	1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 5,7; 9; 11; 14; 18; 22

Примечание. Следует предпочитать 1-й ряд.

$$d_{w1} = \frac{2a_w}{(z_2/z_1 + 1)}; \quad d_{w2} = 2a_w - d_{w1} \quad (4.1)$$

У передач без смещения и при суммарном смещении  $x_\Sigma = 0$  (см. ниже) начальные и делительные окружности совпадают:

$$d_{w1} = d_1 = mz_1; \quad d_{w2} = d_2 = mz_2.$$

При нарезании колес со смещением делительная плоскость рейки (делительная окружность инструмента) смещается к центру или от центра заготовки на  $xm$ ;  $x$  – коэффициент смещения исходного контура. Смещение от центра считают положительным ( $x > 0$ ), а к центру – отрицательным ( $x < 0$ ).

$a_w = 0.5(d_{w1} + d_{w2})$  – межосевое расстояние;

$a_w = m(0.5z_\Sigma + x_\Sigma - \Delta y)$ , (4.2) где  $z_\Sigma = z_1 + z_2$ ;  $x_\Sigma = x_1 + x_2$ ;  $\Delta y$  – коэффициент уравнительного смещения при  $x_\Sigma \neq 0$  (определяется по ГОСТ 16532–70).

Для передач без смещения и при  $x_1 = -x_2$  или

$x_\Sigma = 0$   $\Delta y = 0$   $a_w = a = 0.5m(z_1 + z_2)$ ,  $h = m(2h_a^* + c^* - \Delta y)$  – высота зуба;

$d_a = d - 2m(h_a^* + x - \Delta y)$  – диаметр вершин зубьев;

$d_f = d - 2m(h_a^* + c^* - x)$  – диаметр впадин;

$h_a^*$  – коэффициент высоты головки зуба (по ГОСТ 13755-81,  $h_a^* = 1$ );

$c^*$  – коэффициент радиального зазора (по ГОСТ 13755-81,  $c^* = 0.25$ ).

Для колес без смещения:

$$h = 2,25m;$$

$$d_a = d + 2m;$$

$$d_f = d - 2,25m$$

$A_1A_2$  – линия зацепления (общая касательная к основным окружностям);

$g_a$  – длина активной линии зацепления (отсекаемая окружностями вершин зубьев);

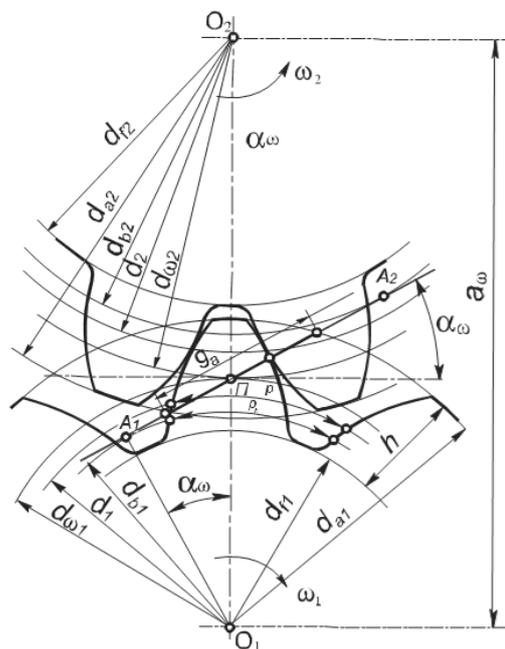


Рис. 4.5

П – полюс зацепления (точка касания начальных окружностей и одновременно точка пересечения линии центров колес  $O_1O_2$  с линией зацепления).

**Коэффициент торцового перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  и изменение нагрузки по профилю зуба.** При вращении колес (см. рис. 4.6) линия контакта зубьев перемещается в поле зацепления (рис.4.6, а), у которого одна сторона равна длине активной линии зацепления  $g_\alpha$ , а другая – рабочей ширине зубчатого венца  $b_w$ . Пусть линия контакта 1 первой пары зубьев находится в начале поля зацепления, тогда при  $p_b < g_\alpha$  в поле зацепления находится еще и линия контакта 2 второй пары зубьев. При вращении колес линии 1 и 2 перемещаются в направлении, указанном стрелкой. Когда вторая пара придет на границу поля 2', первая пара займет положение 1'. При дальнейшем движении на участке 1'...2 зацепляется только одна пара зубьев. Однопарное зацепление продолжается до тех пор, пока пара 1 не займет положение 2. В этот момент в зацепление вступит следующая пара зубьев и снова начнется двухпарное зацепление.

Переходя от поля зацепления к профилю зуба (рис. 4.6, б), можно отметить, что зона однопарного зацепления 1...2 располагается посередине зуба или в районе полюса зацепления (см. также рис. 4.5).

В зоне однопарного зацепления зуб передает полную нагрузку  $F_n$ , а в зонах двухпарного зацепления (приблизленно) – только половину нагрузки. Размер зоны однопарного зацепления зависит от значения коэффициента торцового перекрытия.

$$\varepsilon_\alpha = g_\alpha / p_b. \quad (4.3)$$

По условию непрерывности зацепления и плавности хода передачи должно быть  $\varepsilon_\alpha > 1$ .

### 4.3 Изготовление зубчатых колес

Существует два метода нарезания зубьев: копирование и обкатка.

Метод копирования заключается в прорезании впадин между зубьями модульными фрезами дисковыми (рис. 4.7, а) или пальцевыми (рис.

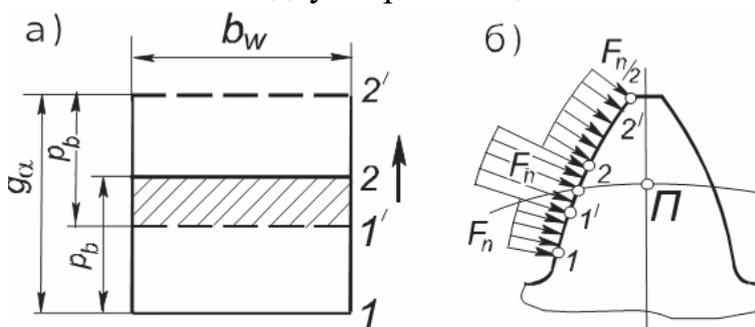


Рис. 4.6

4.7, б). После прорезания каждой впадины заготовку поворачивают на шаг зацепления. Профиль впадины представляет собой копию профиля режущих кромок фрезы. Для нарезания зубчатых колес с разным числом зубьев необходим разный инструмент. Метод копирования малопродуктивный и менее точный, чем при обкатке. При шлифовании фрезу заменяют шлифовальным кругом соответствующего профиля.

**Метод обкатки** основан на воспроизведении зацепления зубчатой пары, одним из элементов которой является режущий инструмент – червячная фреза (рис. 4.8, а), долбяк (рис. 4.8, б) или реечная гребенка (рис. 4.8, в).

При нарезании зуборезной гребенкой заготовка вращается вокруг своей оси, а инструментальная рейка 1 совершает возвратно-поступательное движение параллельно оси заготовки 2

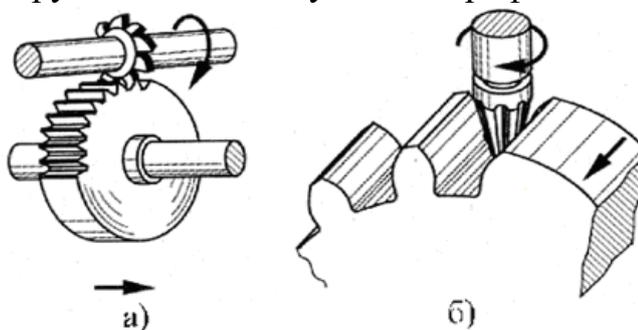


Рис. 4.7

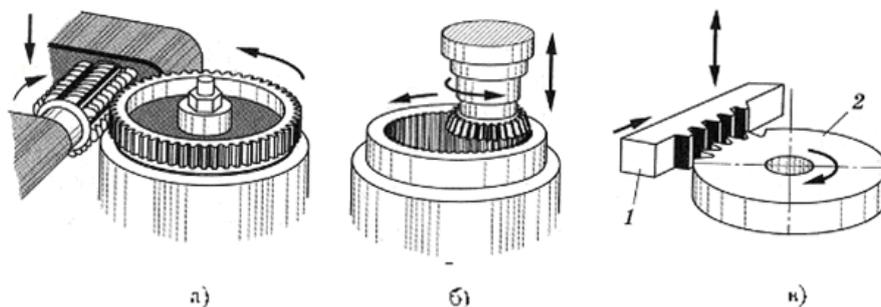


Рис. 4.8

и поступательное движение параллельно касательной к ободу заготовки. Гребенками нарезают прямозубые и косозубые колеса с большим модулем зацепления. При нарезании червячной фрезой, имеющей в осевом сечении форму инструментальной рейки, заготовка и фреза вращаются вокруг своих осей, обеспечивая непрерывность процесса. Долбяк имеет форму шестерни с режущей кромкой. Он совершает возвратно-поступательное движение вдоль оси заготовки и вращается вместе с заготовкой. Для нарезания цилиндрических колес с внешним расположением зубьев используют фрезу и гребенку, для нарезания колес с внутренним и внешним расположением зубьев – долбяки.

### 4.3.1 Материалы зубчатых колес

Если механическая обработка производится после термической, то твердость зубчатых колес должна быть  $HВ < 350$ . Такой материал применяется в мелкозубчатых передачах и в передачах с модулем  $m \leq 2$ . Для уменьшения размеров зубчатых колес (обычно при  $m > 2$ ) необходимо упрочнить рабочую поверхность зуба, что увеличивает допускаемые контактные напряжения. Объемная закалка используется для среднеуглеродистых сталей, например, 40Х, 40ХН и др.) до твердости  $HRC_3 > 45...55$ . Такая закалка делает сердцевину менее пластичной, что способствует поломке зубьев. У современных зубчатых колес сохраняют вязкую сердцевину, а упрочняют лишь рабочую поверхность зуба термическими (поверхностная закалка ТВЧ), химико-термическими методами (цементация и азотирование), методом физического воздействия высоких энергий (лазерная закалка, ионное азотирование) и др. При цементации сталей 12ХНЗА, 18Х2НМА, 15ХФ твердость поверхности  $56...62HRC_3$ ; при азотировании сталей 38Х2Ю, 38Х2МЮА  $50...55HRC_3$ ; при ионном азотировании  $80...90HRC_3$ ; при лазерном упрочнении  $56...60HRC_3$ ; при поверхностном упрочнении рабочей поверхности зуба масса редуктора снижается в 1,5...2 раза и соответственно уменьшаются его габаритные размеры.

### 4.3.2 Точность зубчатой передачи

В стандарте предусмотрены степени точности зубчатых передач 1...12 (от более точной к наименее точной). Наибольшее распространение имеют точности: 6 – повышенная точность (до  $v = 20$  м/с); 7 – нормальная точность (до  $v = 12$  м/с); 8 – пониженная точность (до  $v = 6$  м/с); 9 – грубая точность (до  $v = 3$  м/с). Значения наибольших допустимых скоростей  $v$  приведены для прямозубых передач, а для косозубых их необходимо увеличить в 1,5 раза. Степень точности назначается с учетом условий работы передачи и предъявляемых к ней требованиям.

Степень точности характеризуется следующими основными показателями:

– нормой кинематической точности колеса, устанавливающей величину полной погрешности угла поворота зубчатых колес за один оборот. Она является важным показателем для высокоточных делительных механизмов;

– нормой плавности работы колеса, определяющей величину составляющих полной погрешности угла поворота зубчатого колеса,

многократно повторяющихся за один оборот передачи. Она связана с неточностью изготовления по шагу и профилю и вызывает дополнительные динамические нагрузки в зацеплении;

– нормой контакта, характеризующей полноту прилегания боковых поверхностей сопряженных зубьев. Она оценивается следом на рабочей поверхности зуба после контакта с вращающимся колесом, зубья которого смазаны краской (рис. 4.9).

Степень точности должна соответствовать окружной скорости в зацеплении: чем она выше, тем выше должна быть точность передачи. В зависимости от степени точности и размеров на отдельные элементы зацепления и передачи установлены допуски.

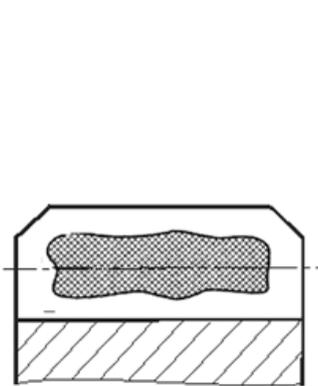


Рис. 4.9

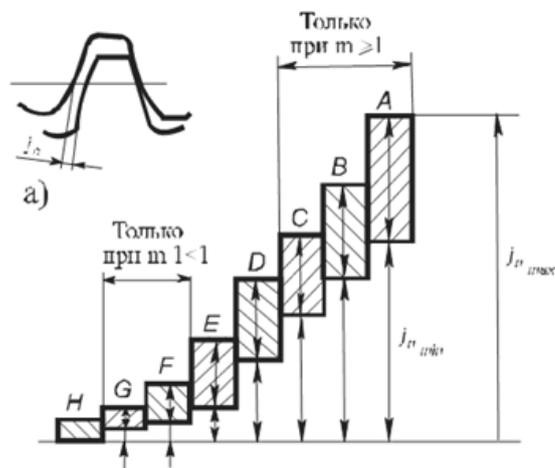


Рис 4.10

Боковой зазор между зубьями  $j_n$  (рис. 4.10, где IT<sub>г</sub> – допуск;  $j_{n\min}$ ,  $j_{n\max}$  – минимальный и максимальный боковой зазор) должен обеспечивать свободное вращение колес и устранить заклинивание.

Он определяется видом сопряжения колес от А до Н. Наибольший зазор у А, а наименьший у Н. Для передач с модулем  $m > 1$  установлены виды сопряжений А, В, С, D, Е, Н. Обычно используется сопряжение В, а у реверсивных передач С. Для мелко модульных передач ( $m < 1$ ) виды сопряжений D, Е, F, G, Н. Чаще используют Е, а в реверсивных передачах F. Допускается применять различные степени точности по отдельным показателям, например при  $m > 1$  7-6-7-В (7 – норма кинематической точности, 6 – норма плавности, 7 – норма контакта), а при одинаковой точности по всем показателям (7-7-7-В) записывают 7-В.

#### 4.4 Критерии работоспособности и расчета

Условия работы зуба в зацеплении. При передаче крутящего момента (рис. 4.11) в зацеплении кроме нормальной силы  $F_n$  действует сила трения  $F_{mp} = F_n f$  связанная со скольжением. Под действием этих сил зуб находится в сложном напряженном состоянии. Решающее влияние на его работоспособность оказывают два основных напряжения: контактные напряжения  $\sigma_H$  и напряжения изгиба  $\sigma_F$

Для каждого зуба  $\sigma_H$  и  $\sigma_F$  не являются постоянно действующими. Они изменяются во времени по некоторому прерывистому отнулевому циклу (см. рис. 4.11). Время действия  $\sigma_F$  за один оборот ( $t_1$ ) колеса (равно продолжительности зацепления одного зуба ( $t_2$ )). Напряжения  $\sigma_H$  действуют еще меньшее время. Это время равно продолжительности пребывания в зацеплении данной точки поверхности зуба с учетом зоны распространения контактных напряжений.

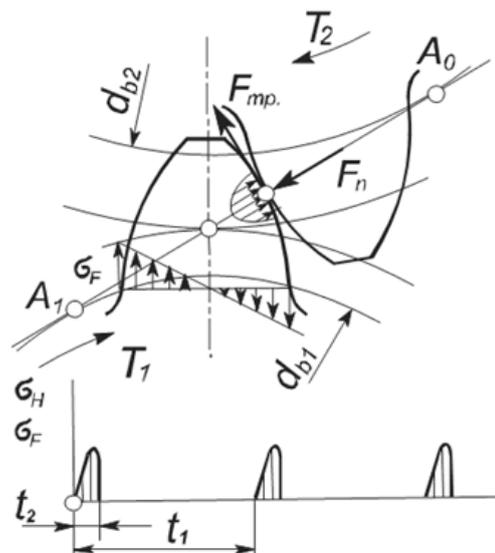


Рис. 4.11

Переменные напряжения являются причиной усталостного разрушения зубьев: поломка зубьев от напряжений изгиба и выкрашивание поверхности от контактных напряжений. С контактными напряжениями и трением в зацеплении связаны также износ, заедание и другие виды повреждения поверхностей зубьев.

Поломка зубьев (рис. 4.12). Поломка связана с напряжениями изгиба. На практике чаще наблюдается выламывание углов зубьев вследствие концентрации нагрузки. Различают два вида поломки зубьев:

*поломка от больших перегрузок* ударного или даже статического действия (предупреждают защитой привода от перегрузок или учетом перегрузок при расчете);

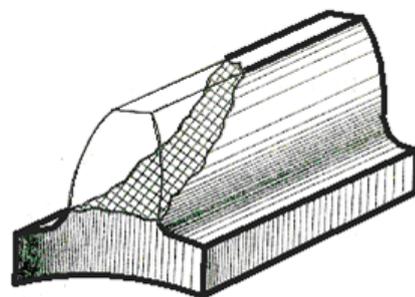


Рис. 4.12

*усталостная поломка*, происходящая от действия переменных напряжений в течение сравнительно длительного срока службы (предупреждают определением размеров из расчета на усталость). Особое значение имеют меры по устранению концентраторов напряжений (рисок от обработки, раковин и трещин в отливках, микротрещин от термообработки и т. п.).

Общие меры предупреждения поломки зубьев – увеличение модуля, положительное смещение при нарезании зубьев, термообработка, наклеп, уменьшение концентрации нагрузки по краям (жесткие валы, зубья со срезанными углами – см. рис. 4.13, ж, бочкообразные зубья – см. рис. 4.14, в и пр.).

**Повреждение поверхности зубьев.** Все виды повреждения поверхности зубьев (рис. 4.13) связаны с контактными напряжениями и трением.

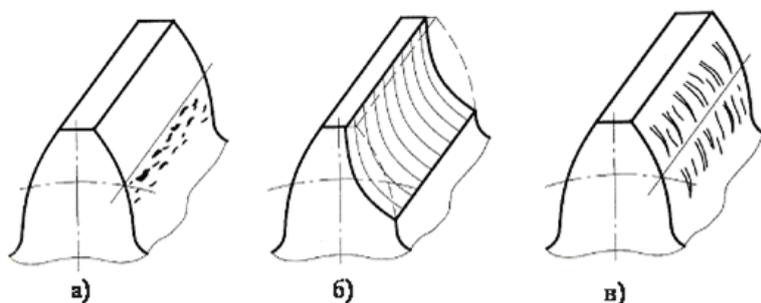


Рис. 4.13

Усталостное выкрашивание от контактных напряжений (рис. 4.13, а) является основным видом разрушения поверхности зубьев при хорошей смазке передачи (чаще всего это бывают закрытые, сравнительно быстроходные передачи, защищенные от пыли и грязи). Зубья таких передач разделены тонким слоем масла, устраняющим металлический контакт. При этом износ зубьев мал. Передача работает длительное время до появления усталости в поверхностных слоях зубьев. На поверхности появляются небольшие углубления, напоминающие оспинки, которые растут и превращаются в раковины. Выкрашивание начинается обычно вблизи полюсной линии на ножках зубьев там, где нагрузка передается одной парой зубьев, а скольжение и перекатывание зубьев направлены так, что масло запрессовывается в трещины и способствует выкрашиванию частиц металла. При выкрашивании нарушаются условия образования сплошной масляной пленки, появляется металлический контакт с последующим быстрым износом или задиром поверхности. Образование первых усталостных раковин не всегда служит признаком близкого полного разрушения зубьев. В передачах, зубья которых имеют невысокую твердость (<350 НВ), наблюдаются случаи так называемого ограниченного или начального выкрашивания. Начальное выкрашивание связано с приработкой зубьев недостаточно точно изготовленных передач. Оно появляется в

местах концентрации нагрузки после непродолжительной работы и затем приостанавливается. При этом образовавшиеся раковины не развиваются и даже совершенно исчезают вследствие сглаживания. Прекращение дальнейшего выкрашивания в этом случае объясняется тем, что разрушение мест концентрации нагрузки выравнивает ее распределение по поверхности зуба. При высокой твердости зубьев ( $> 350$  НВ) явление ограниченного выкрашивания обычно не наблюдается. Образовавшиеся раковины быстро растут вследствие хрупкого разрушения их краев.

В передачах, работающих со значительным износом, выкрашивание не наблюдается, так как поверхностные слои снимаются раньше, чем появляются трещины усталости.

Основные меры предупреждения выкрашивания: определение размеров из расчета на усталость по контактным напряжениям; повышение твердости материала путем термообработки; повышение степени точности и в особенности по норме контакта зубьев.

Абразивный износ (рис. 4.13, б) является основной причиной выхода из строя передач при плохой смазке. К таким передачам относятся прежде всего открытые передачи, а также закрытые, но недостаточно защищенные от загрязнения абразивными частицами (пыль, продукты износа и т. п.). Такие передачи можно встретить в сельскохозяйственных и транспортных машинах, горнорудном оборудовании, грузоподъемных машинах и т. п. У изношенной передачи увеличиваются зазоры в зацеплении, появляется шум, возрастают динамические нагрузки. В то же время прочность изношенного зуба понижается вследствие уменьшения площади его поперечного сечения. Все это может привести к поломке зубьев, если зубчатые колеса своевременно не забраковать.

Расчет на износ затруднен тем, что интенсивность износа зависит от многих случайных факторов, в первую очередь от интенсивности загрязнения смазки.

Расчет на изнашивание зубьев пока не разработан. На практике при расчете передач, у которых наблюдается износ зубьев, понижают допускаемые контактные напряжения до значений, установленных на основе опыта эксплуатации подобных конструкций.

Основные меры предупреждения износа – повышение твердости поверхности зубьев, защита от загрязнения, применение специальных масел.

Заедание (рис. 4.13, в) наблюдается преимущественно в высоконагруженных и высокоскоростных передачах. В месте соприкосновения зубьев этих передач развивается высокая температура, способствующая разрыву масляной пленки и образованию металлического контакта. Здесь

происходит как бы сваривание частиц металла с последующим отрывом их от менее прочной поверхности. Образовавшиеся наросты задирают рабочие поверхности зубьев в направлении скольжения. Кромочный удар (см. ниже) способствует заеданию.

Меры предупреждения заедания те же, что и против износа. Желательно фланкирование зубьев и интенсивное охлаждение смазки. Эффективно применение противозадирных масел с повышенной вязкостью и химически активными добавками. Правильным выбором сорта масла можно поднять допускаемую нагрузку по заеданию над допускаемыми нагрузками по другим критериям.

Пластические сдвиги наблюдаются у тяжелонагруженных тихоходных зубчатых колес, выполненных из мягкой стали. При перегрузках на мягкой поверхности зубьев появляются пластические деформации с последующим сдвигом в направлении скольжения. В результате у полюсной линии зубьев ведомого колеса образуется хребет, а у ведущего – соответствующая канавка. Образование хребта нарушает правильность зацепления и приводит к разрушению зубьев. Пластические сдвиги можно устранить повышением твердости рабочих поверхностей зубьев.

Отслаивание твердого поверхностного слоя зубьев, подвергнутых поверхностному упрочнению (азотирование, цементирование, закалка т. в. ч. и т. п.). Этот вид разрушения наблюдается при недостаточно высоком качестве термической обработки, когда внутренние напряжения не сняты отпуском или когда хрупкая корка зубьев не имеет под собой достаточно прочной сердцевины. Отслаиванию способствуют перегрузки.

Из всех перечисленных видов разрушения поверхности зубьев наиболее изучено выкрашивание. Это позволило выработать нормы допускаемых контактных напряжений, устраняющих выкрашивание в течение заданного срока службы. Расчеты по контактным напряжениям, предупреждающие выкрашивание, получили широкое распространение.

Специальные методы расчета для предупреждения других видов разрушения поверхности зубьев или еще не разработаны (при пластическом сдвиге, отслаивании), или недостаточно разработаны (при износе, заедании), а поэтому здесь не рассматриваются. Поскольку упомянутые нормы допускаемых контактных напряжений проверяют опытом эксплуатации передач, приближенно можно полагать, что эти нормы учитывают кроме выкрашивания и другие виды повреждения поверхности зубьев. При этом рекомендуют выполнять указанные меры предупреждения повреждений.

В современной методике расчета из двух напряжений  $\sigma_H$  и  $\sigma_F$  за основные в большинстве случаев приняты контактные напряжения, так как в пределах заданных габаритов колес  $\sigma_H$  остаются постоянными, а  $\sigma_F$  можно уменьшать путем увеличения модуля.

#### 4.4.1 Расчетная нагрузка

*За расчетную нагрузку принимают максимальное значение удельной нагрузки, распределенной по линии контакта зубьев:*

$$q = F_n K / l_\Sigma \quad (4.4)$$

где  $F_n$  – нормальная сила в зацеплении;  $K = K_\beta K_v$  – коэффициент расчетной нагрузки;  $K_\beta$  – коэффициент концентрации нагрузки;  $K_v$  – коэффициент динамической нагрузки;  $l_\Sigma$  – суммарная длина линии контакта зубьев.

Концентрация нагрузки и динамические нагрузки различно влияют на прочность по контактным и изгибным напряжениям. Соответственно различают  $K_H, K_{H\beta}, K_{Hv}$  при расчетах по контактным напряжениям и  $K_F, K_{F\beta}, K_{Fv}$  – по напряжениям изгиба.

*Коэффициент концентрации нагрузки  $K_\beta$ .* Концентрация или неравномерность распределения нагрузки по длине зуба связана с деформацией валов, корпусов, опор и самих зубчатых колес, а также с погрешностями изготовления передачи. Поясним это сложное явление на примере, учитывающем только прогиб валов.

На рис. 4.14 изображено взаимное расположение зубчатых колес при деформированных валах в случаях: симметричного (рис. 4.14, а), несимметричного (рис. 4.14, б) и консольного (рис. 4.14, в) расположения колес относительно опор. Валы прогибаются в противоположные стороны под действием сил в зацеплении.

При симметричном расположении опор прогиб валов не вызывает перекаса зубчатых колес и, следовательно, почти не нарушает распределения нагрузки по длине зуба. Это самый благоприятный случай. При несимметричном и консольном расположении опор колеса перекашиваются на угол  $\mathcal{U}$ , что приводит к нарушению правильного касания зубьев. Если бы зубья были абсолютно жесткими, то они соприкасались бы только своими концами (см. рис. 4.14, г, на котором изображено сечение зубьев плоскостью зацепления). Деформация зубьев уменьшает

влияние перекосов и в большинстве случаев сохраняет их соприкосновение по всей длине (рис. 4.14, д). Однако при этом нагрузка перераспределяется в соответствии с деформацией отдельных участков зубьев (рис. 4.14, е). Отношение

$$q_{\max}/q_{\text{ср}} = K_{\beta}$$

где  $q_{\text{ср}}$  – средняя интенсивность нагрузки.

При прочих равных условиях влияние перекоса зубьев увеличивается с увеличением ширины колес  $b_w$ , поэтому ее ограничивают (см. ниже).

Концентрация нагрузки увеличивает контактные напряжения и напряжения изгиба. Для уменьшения опасности выламывания углов зубьев на практике применяют колеса со срезанными углами (см. рис. 4.14, ж). Если колеса изготовлены из прирабатывающихся материалов (например, стали твердостью  $< 350$  ИВ), то концентрация нагрузки постепенно уменьшается вследствие повышенного местного износа. При постоянной нагрузке передачи приработка зубьев может полностью устранить концентрацию нагрузки. Переменная нагрузка (рис. 4.15, а)

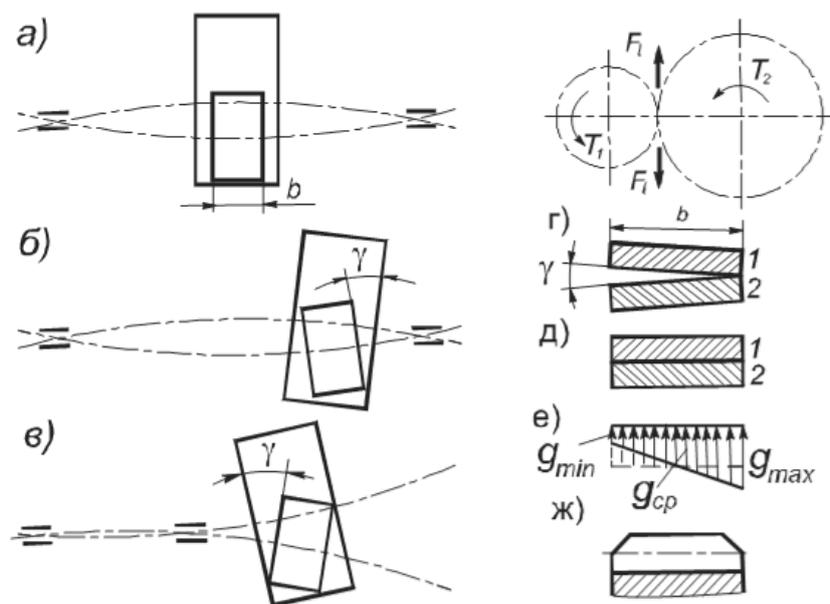


Рис. 4.14

сопровождается ступенчатой приработкой зубьев (см. продольное сечение зуба, изображенное на рис. 4.15, б). При ступенчатой приработке концентрация нагрузки снижается лишь частично. Ступенчатая приработка, или огранка зубьев, связана с изменением деформации валов и

угла перекоса в зависимости от значения нагрузки. Каждому углу перекоса соответствует своя площадка соприкасания зубьев, образовавшаяся от приработки при данной нагрузке.

Благоприятное влияние приработки зубьев на уменьшение концентрации нагрузки проявляется в значительно меньшей степени при высокой твердости поверхности зубьев ( $> 350$  НВ), а также в передачах с высокими окружными скоростями ( $v > 15$  м/с). При больших скоростях между зубьями образуется масляный слой, защищающий их от износа. Для уменьшения концентрации нагрузки при высокой твердости зубьев и высоких окружных скоростях рекомендуют применять относительно неширокие колеса или придавать зубьям бочкообразную форму (рис. 4.15, в) путем изменения глубины врезания по длине зуба.

При конструировании передачи необходимо учитывать все факторы, влияющие на концентрацию нагрузки, и в первую очередь не применять нежестких валов, опор и корпусов.

Расчет коэффициента  $K_\beta$  связан с определением угла перекоса  $\gamma$ . При этом

следует учитывать не только деформацию валов, опор и самих колес, но также ошибки монтажа и приработку зубьев. Все это затрудняет точное решение задачи. Для приближенной оценки  $K_\beta$  рекомендуют графики, составленные на основе расчетов и практики эксплуатации (рис. 4.16). Графики рекомендуют для передач, жесткость и точность изготовления которых удовлетворяет нормам, принятым в редукторостроении. Кривые на графиках соответствуют различным случаям расположения колес относительно опор, изображенных на схемах рис. 4.16 (кривые Ia – шариковые опоры, Ib – роликовые опоры). Влияние ширины колеса на графиках учитывают коэффициентом  $\psi_{bd} = b_w/d_1$ . Влияние приработки зубьев учитывают тем, что для различной твердости материалов даны различные графики. Графики разработаны для распространенного на практике режима работы с переменной нагрузкой и окружной скоростью  $v < 15$  м/с.

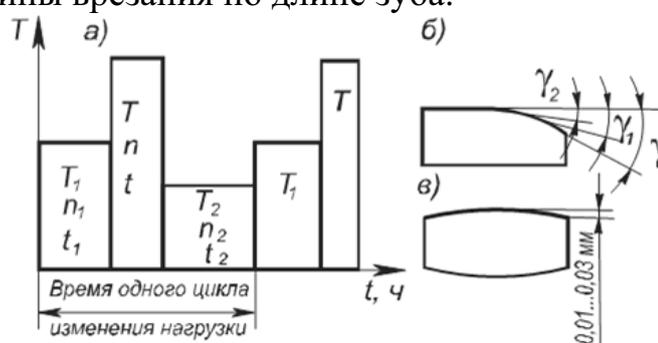


Рис. 4.15

При постоянной нагрузке, при  $< 350$  НВ и  $v < 15$  м/с можно принимать  $K_{\beta} = 1$ .

**Коэффициент динамической нагрузки  $K_v$** . Коэффициентом  $K_v$  учитывают только так называемые внутренние динамические нагрузки, присущие самой зубчатой передаче. Внешние динамические нагрузки, связанные с режимом работы двигателя и исполнительного механизма, будут учтены при выборе допускаемых напряжений для переменных режимов нагружения. Выше было указано, что погрешности нарезания зубьев являются причиной непостоянства мгновенных значений

передаточного отношения. Это значит, что при  $w_1 = \text{const}$ ,  $w_2 \neq \text{const}$   $dw_2 / dt \neq 0$ . В зацеплении появляется дополнительный динамический момент  $T_v = Jdw_2 / dt$ , где  $J$  – момент инерции ведомых масс. Основное влияние на значение динамических нагрузок имеют ошибки основного шага  $p_b$ . На рис. 4.17 изображен случай зацепления, при котором шаг колеса больше шага шестерни, т.е.  $p_{b2} > p_{b1}$ .

По закону эвольвентного зацепления,  $i = dw_2 / dw_1 = \text{const}$  при постоянном положении полюса зацепления или при положении всех точек зацепления на линии зацепления  $A_1A_2$ . Если  $p_{b1} > p_{b2}$ , то вторая пара зубьев вступает в зацепление в точке  $b'$  до выхода на линию зацепления в точку  $b$ . При этом изменяется мгновенное значение передаточного отношения. В точке  $b'$  происходит так называемый кромочный удар, который не только увеличивает динамическую нагрузку, но также способствует задиру поверхности зубьев. Для уменьшения эффекта кромочного удара применяют фланкированные зубья, у которых верхний

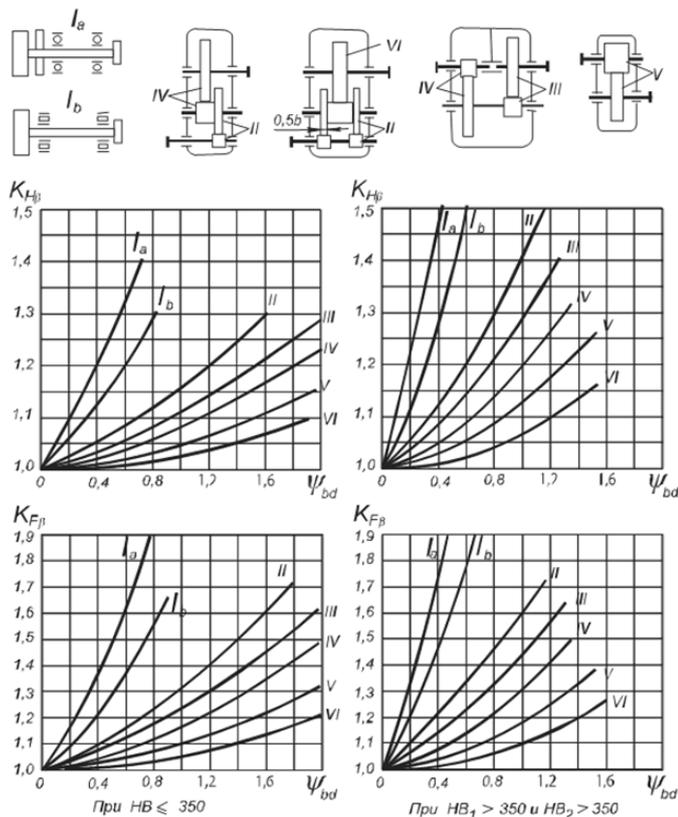


Рис. 4.16

участок эвольвенты выполняют с отклонением в тело зуба (на рис. 4.17 показан штриховой линией).

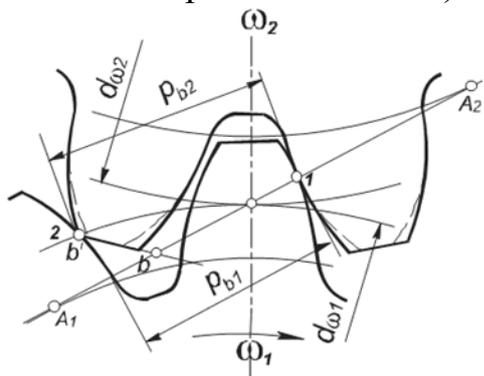


Рис. 4.17

Значение дополнительных динамических нагрузок зависит от значения ошибки шага, окружной скорости, присоединенных масс, упругости системы и пр.

Коэффициент  $K_v$  определяют по формуле

$$K_v = 1 + q_v / q,$$

где  $q_v$  – удельная динамическая нагрузка;  $q$  – удельная расчетная рабочая нагрузка в зоне ее наибольшей концентрации.

Расчет значений  $K_v$  не менее сложен, чем расчет  $K_\beta$ . Для приближенной оценки рекомендуют табл. 4.3. Значения  $K_v$  несколько меньше при высокой твердости материала (группа б). Это объясняется не уменьшением  $q_v$ , а увеличением  $q$  вследствие увеличения допускаемых контактных напряжений.

#### 4.4.2 Расчет прямозубых цилиндрических передач на прочность

Расчет на прочность прямозубых и косозубых цилиндрических передач стандартизован ГОСТ 21354–87. В курсе «Детали машин» изучают основы такого расчета. При этом вводят некоторые упрощения, мало влияющие на результаты расчетов для большинства случаев практики.

*Силы в зацеплении.* На рис. 4.18  $F_n$  – нормальная сила, направленная по линии зацепления как общей нормали к рабочим поверхностям зубьев.

Силы, действующие в зацеплении, принято прикладывать в полюсе зацепления. При этом

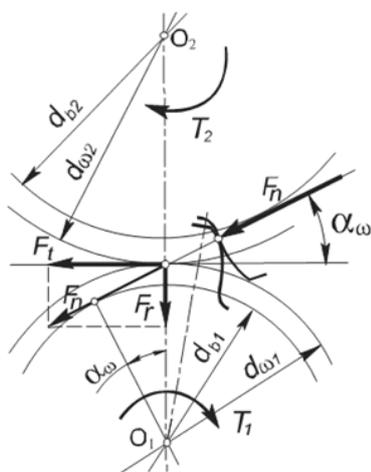


Рис. 4.18

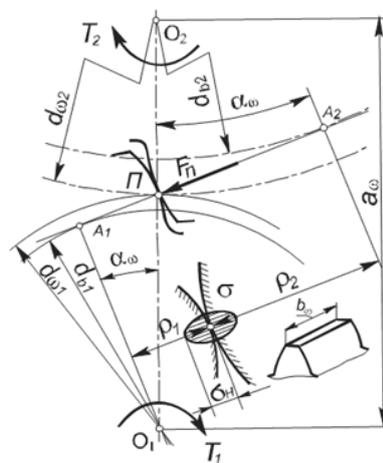


Рис. 4.19

силу  $F_n$  переносят в полюс и раскладывают на окружную  $F_t$  и радиальную  $F_r$ . Такое разложение удобно при расчете валов и опор. По заданным  $T$  и  $d$  определяют

$$F_t = 2T_1 / d_{w1} \approx 2T_1 / d_1 \quad (4.5)$$

и через нее выражают все другие составляющие:

$$F_r \approx F_t \operatorname{tg} \alpha_w, \quad F_n = F_t / \cos \alpha_w \quad (4.6)$$

Расчет прочности зубьев по контактным напряжениям.

Исследованиями установлено, что наименьшей контактной усталостной прочностью обладает околополюсная зона рабочей поверхности зубьев, где наблюдается однопарное зацепление (см. рис. 4.6). Поэтому расчет контактных напряжений принято выполнять при контакте в полюсе зацепления (рис. 4.19). Контакт зубьев можно рассматривать как контакт двух цилиндров с радиусами  $\rho_1$  и  $\rho_2$

При этом контактные напряжения определяют по формуле:

$$\sigma_H = 0,417 \sqrt{\frac{qE_{np}}{\rho_{np}}} \quad (4.7)$$

Для прямозубых передач с учетом формул (4.4)...(4.6)

$$q = F_n K_H / b_w = F_t K_H / (b_w \cos \alpha_w) = 2T_1 K_H / (d_{w1} b_w \cos \alpha_w). \quad (4.8)$$

Радиусы кривизны эвольвент в точке контакта (рис. 4.19)

$$\rho_1 = d_{w1} \sin \alpha_w / 2;$$

$$\rho_2 = d_{w2} \sin \alpha_w / 2.$$

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} = \frac{2}{d_{w1} \sin \alpha_w} \pm \frac{2}{d_{w2} \sin \alpha_w} = \frac{2}{d_{w1} \sin \alpha_w} \left(1 \pm \frac{1}{u}\right) = \frac{2}{d_{w1} \sin \alpha_w} \left(\frac{U \pm 1}{U}\right), \quad (4.9)$$

где  $u = d_{w2} / d_{w1} = z_2 / z_1$ , знак «+» – для наружного, а «-» – для внутреннего зацепления.

Подставляя в формулу (4.7) и заменяя  $\cos \alpha_w \sin \alpha_w = \sin 2\alpha_w / 2$ , получаем

$$\sigma_H = 1,18 \sqrt{\frac{E_{np} T_1 K_H}{d_{w1}^2 b_w \sin 2\alpha_w} \left(\frac{u \pm 1}{u}\right)} \leq [\sigma_H] \quad (4.10)$$

Параметр  $u = z_1 / z_2$  по ГОСТ 16532–70 называют передаточным числом и определяют как отношение большего числа зубьев к меньше-

му независимо от того, как передается движение: от  $z_1$  к  $z_2$  или от  $z_2$  к  $z_1$ . Это передаточное число и отличается от передаточного отношения  $i$ , которое равно отношению угловых скоростей ведущего колеса к ведомому и которое может быть меньше или больше единицы, положительным или отрицательным. Применение  $u$  вместо  $i$  связано только с принятой формой расчетных зависимостей для контактных напряжений [см. вывод формулы (4.9), где  $p_{np}$  выражено через  $d_1$  (меньшее колесо), а не через  $d_2$  (большее колесо)]. Значение контактных напряжений, так же как и значение передаточного числа  $i$ , не зависит от того, какое колесо ведущее, а значение передаточного отношения  $i$  зависит. Однозначное определение и позволяет уменьшить вероятность ошибки при расчете. Передаточное число и относится только к одной паре зубчатых колес. Его не следует применять для обозначения передаточного отношения многоступенчатых редукторов, планетарных, цепных, ременных и других передач. Там справедливо только обозначение  $i$ .

Значения расчетных контактных напряжений одинаковы для шестерни и колеса. Поэтому расчет выполняют для того из колес пары, у которого меньше допускаемое напряжение  $[\sigma_H]$  – см. ниже (чаще это бывает колесо, а не шестерня).

Формулу (4.10) используют для проверочного расчета, когда все необходимые размеры и другие параметры передачи известны. При проектном расчете необходимо определить размеры передачи по заданным основным характеристикам: крутящему моменту  $T_1$  или  $T_2$  и передаточному числу  $u$ .

С этой целью формулу (4.10) решают относительно  $d_1$  или  $a$ . Другие неизвестные параметры оценивают приближенно или выбирают по рекомендациям на основе накопленного опыта. В нашем случае принимаем

$$d_{w1} \approx d_1, \alpha_w \approx \alpha = 20^\circ (\sin 2\alpha \approx 0,6428), K_{H\beta} \approx 1,15$$

(этот коэффициент зависит от окружной скорости  $v$ , которая пока неизвестна, поэтому принято некоторое среднее значение – см. табл. 4.3). При этом из составляющих коэффициента  $K_H$  [см. формулу (4.4)] остается только  $K_{H\beta}$ . Далее обозначаем  $\psi_{bd} = b_w / d_1$  – коэффициент ширины шестерни относительно диаметра.

Подставляя в формулу (4.10) и решая относительно  $d_1$ , находим

$$d_1 = 1,35_3 \sqrt{\frac{E_{np} T_1 K_{H\beta}}{[\sigma_H]^2 \psi_{bd}} \left( \frac{u \pm 1}{u} \right)} \quad (4.11)$$

Решая относительно межосевого расстояния  $a$ , заменяем  $T_1 = T_2 / u$ ,  $d_1 = 2a / (u \pm 1)$  и вводим  $\psi_{ba} = b_w / a$  коэффициент ширины колеса относительно межосевого расстояния.

После преобразования с учетом зависимости

$$\psi_{bd} = 0,5\psi_{ba}(u \pm 1) \quad (4.12)$$

получим

$$a = 0,85(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{E_{np} T_2 K_{H\beta}}{[\sigma_H]^2 u^2 \psi_{ba}}}. \quad (4.13)$$

При расчетах передач с цилиндрическими зубчатыми колесами чаще используют формулу (4.13), так как габариты передачи определяет преимущественно межосевое расстояние. По тем же соображениям в формуле (4.13) момент  $T_1$  заменяют на  $T_2$  – Значение момента  $T_2$  на ведомом валу является одной из основных характеристик передачи, интересующих потребителя (обычно указано в техническом задании).

В приложении к ГОСТ 21354–87 для стальных зубчатых колес формулы (4.11) и (4.13) записаны в виде:

$$d_1 = K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta}}{\psi_{bd} [\sigma_H]^2} \left( \frac{u \pm 1}{u} \right)}, \quad (4.14)$$

$$a = K_a (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta}}{[\sigma_H]^2 u^2 \psi_{ba}}}, \quad (4.15)$$

где  $K_d$  и  $K_a$  – вспомогательные коэффициенты, полученные в результате выноса числового значения  $E_{np}$  из-под знака радикала, в формулах разные единицы одинаковых физических величин:  $T$  – в Н м,  $d$  и  $a$  – в мм,  $\sigma_H$  – в МПа.

Для стальных прямозубых колес  $K_d = 780 \text{ (МПа)}^{1/3}$ ,  $K_a = 490 \text{ (МПа)}^{1/3}$ , для косозубых  $K_d = 680 \text{ (МПа)}^{1/3}$ ,  $K_a = 430 \text{ (МПа)}^{1/3}$ .

#### **Расчет прочности зубьев по напряжениям изгиба.**

Зуб имеет сложное напряженное состояние (см. рис. 4.10). Наибольшие напряжения изгиба образуются у корня зуба в зоне перехода эвольвенты в галтель. Здесь же наблюдается концентрация напряжений. Для того чтобы по возможности просто получить основные расчетные зависимости и уяснить влияние основных параметров на прочность зубьев, рассмотрим вначале приближенный расчет, а затем введем поправки в виде соответствующих коэффициентов. Допустим следующее (рис. 4.20):

Вся нагрузка зацепления передается одной парой зубьев и приложена к вершине зуба. Практика подтверждает, что этот худший случай справедлив для 7-й, 8-й и более низких степеней точности, ошибки изготовления которых не могут гарантировать наличие двухпарного зацепления. Например (см. рис. 4.17), ошибки шага приводят к тому, что зубья начинают зацепляться вершинами еще до выхода на линию зацепления. При этом вместо теоретического двухпарного зацепления будет однопарное.

1. Зуб рассматриваем как консольную балку, для которой справедливы гипотеза плоских сечений или методы сопротивления материалов. Фактически зуб подобен выступу, у которого размеры поперечного сечения соизмеримы с размерами высоты. Точный расчет напряжений в таких элементах выполняют методами теории упругости [8]. Результаты точного расчета используют для исправления приближенного расчета путем введения теоретического коэффициента концентрации напряжений.

Силу  $F_n$  переносим по линии действия на ось симметрии зуба и раскладываем на составляющие  $F_t$  и  $F_r$ . При этом радиус приложения окружной силы  $F_t$  будет несколько больше радиуса начальной окружности. Пренебрегая этой разностью, для расчета сил  $F_t$  и  $F_r$  сохраняем формулы (4.5) и (4.6). Напряжение в опасном сечении, расположенном вблизи хорды основной окружности,

$$\sigma_F = F_t l / W - F_r^1 / A, \quad (4.16)$$

где  $W = b_w s^2 / 6$  – момент сопротивления сечения при изгибе;  $A = b_w s$  – площадь;  $b_w$ ,  $s$  и  $l$  указаны на рис. 4.20.

Знак «–» в формуле указывает, что за расчетные напряжения принимают напряжения на растянутой стороне зуба, так как в большинстве случаев практики именно здесь возникают трещины усталостного разрушения (для стали растяжение опаснее сжатия).

Значения  $l$  и  $s$  неудобны для расчетов. Используя геометрическое подобие зубьев различного модуля, эти величины выражают через безразмерные коэффициенты:

$l^I = l / m$  и  $s^I = s / m$ , где  $m$  – модуль зубьев.

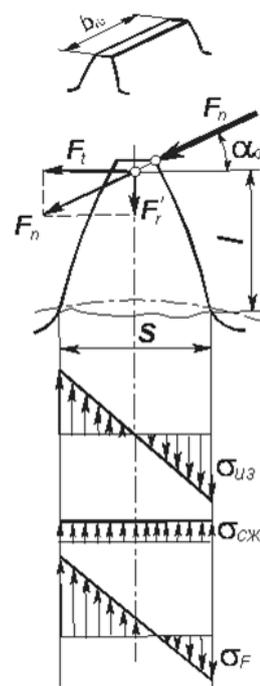


Рис. 4.20

После подстановки и введения расчетных коэффициентов получают

$$\sigma_F = \frac{F_t K_F}{b_w m} \left[ \frac{6l'}{(s')^2} - \frac{\operatorname{tg} \alpha_w}{s'} \right] K_T, \quad (4.17)$$

где  $K_F$  – коэффициент расчетной нагрузки;  $K_T$  – теоретический коэффициент концентрации напряжений.

Далее обозначают

$$Y_F = \left[ \frac{6l'}{(s')^2} - \frac{\operatorname{tg} \alpha_w}{s'} \right] K_T \quad (4.18)$$

– коэффициент формы зуба (для наружных зубьев; (рис. 4.21).

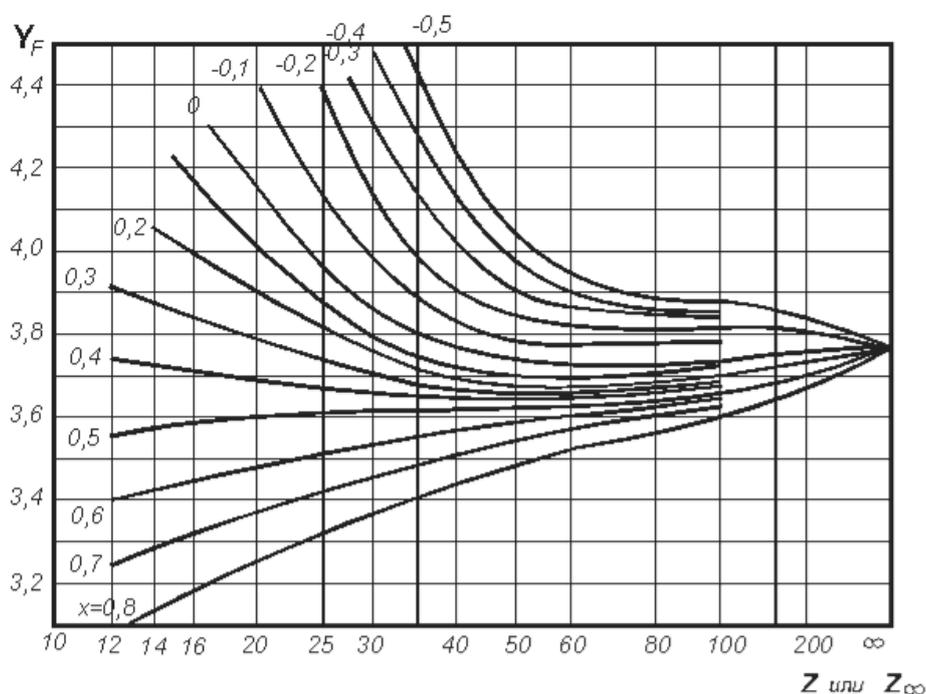


Рис. 4.21

Для колес с внутренними зубьями приближенно можно принимать  $Y_F = 3,5 \dots 4$ , большие значения при меньших  $z$ .

При этом для прямозубых передач расчетную формулу записывают в виде

$$\sigma_F = Y_F F_T K_F / (b_w m) \leq [\sigma_F], \quad (4.19)$$

где  $[\sigma_F]$  – допускаемое напряжение изгиба.

Для проектных расчетов по напряжениям изгиба формулу (4.19) решают относительно модуля путем замены  $b_w = \psi_m / m$ ,  $F_t = 2T_1 / d_1$ ,  $d_1 = z_1 m$ , тогда

$$\sigma_F = 2T_1 K_F Y_F / (z_1 \psi_m m^3).$$

И далее, принимая приближенно  $K_{Fv} = 1,5$  получают

$$m = \sqrt[3]{3T_1 K_{F\beta} Y_F / (z_1 \psi_m [\sigma_F])} \quad (4.20)$$

Значениями  $z_1$  и  $\psi_m$  задаются согласно рекомендациям табл. 8.5 [8].

Из формулы (4.18) следует, что  $Y_F$  – безразмерный коэффициент, значения которого зависят только от формы зуба (размеры  $l'$ ,  $s'$ ,  $\alpha'$ ) и в том числе от формы его галтели (коэффициент  $K_T$ ). Форма зуба при одинаковом исходном контуре инструмента зависит от числа зубьев колеса  $z$  и коэффициента смещения инструмента  $x$ . Рассмотрим эту зависимость.

Влияние числа зубьев на форму и прочность зубьев.

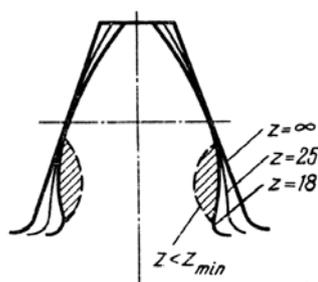


Рис. 4.22

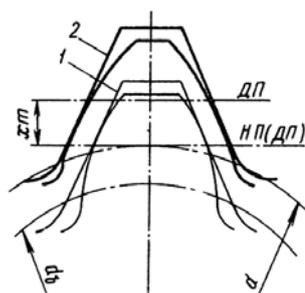


Рис. 4.23

На рис. 4.22 показано изменение формы зуба в зависимости от числа зубьев колес, нарезанных без смещения с постоянным модулем. При  $z$  стремящегося к бесконечности колесо превращается в рейку и зуб приобретает прямолинейные очертания. С уменьшением  $z$  уменьшается толщина зуба у основания и вершины, а также увеличивается кривизна эвольвентного профиля. Такое изменение формы приводит к уменьшению прочности зуба. При дальнейшем уменьшении  $z$  появляется подрезание ножки зуба (штриховая линия на рис. 4.22), прочность зуба существенно снижается. При нарезании инструментом реечного типа для прямозубых передач число зубьев на границе подрезания  $z_{\min} = 17$ .

Функциональная зависимость коэффициента формы зуба  $Y_F$  от числа зубьев  $z$  хорошо просматривается по кривой  $x = 0$  на рис. 4.21.  $Y_F$  интенсивно уменьшается до  $z \approx 40$  и далее остается примерно постоянным.

Рассмотренное влияние числа зубьев на прочность справедливо при постоянном модуле, когда с увеличением  $z$  увеличиваются и диаметры колес. При постоянных диаметрах с изменением  $z$  изменяется модуль  $m$ . В этом случае изменяются не только форма, но и размеры зуба. С увеличением  $z$  форма улучшается, а размеры уменьшаются (уменьшается  $m$ ). Уменьшение модуля снижает прочность зуба на изгиб [см. формулу (4.19)].

*Смещение инструмента при нарезании зубьев и его влияние на форму и прочность зубьев.*

На рис. 4.23 изображено два положения инструмента (рейки) при нарезании зубьев: 1 – делительная плоскость рейки (ДП) совпадает с начальной плоскостью (НП) – нарезание без смещения; 2 – инструменту дано положительное смещение  $x_m$ . При этом основной  $d_b$  и делительный  $d$  диаметры колеса не изменяются, так как не изменяется  $z$  (НП по-прежнему обкатывается по  $d$ , а ДП смещена на  $x_m$ ). Как видно из чертежа, смещение инструмента вызвало значительное изменение формы зуба. Толщина зуба у основания увеличилась, увеличилась и прочность зуба по напряжениям изгиба. Одновременно с этим заострилась головка зуба. Заострение является одной из причин, ограничивающих значение смещения инструмента. Отрицательное смещение инструмента сопровождается явлениями обратного характера.

Применяют два типа передач со смещением:

1. Шестерню изготавливают с положительным смещением ( $x_1 > 0$ ), колесо – с отрицательным ( $x_2 < 0$ ), но так, что  $|x_1| = |x_2|$  или  $x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0$ .

При любом смещении сумма ширины впадины и толщины зуба по делительной окружности равна шагу  $p$ . Одинаковые по значению, но разные по знаку смещения вызывают одинаковые увеличения толщины зуба шестерни и ширины впадины колеса. Поэтому в зацеплении зубчатой пары при  $x_\Sigma = 0$  делительные окружности соприкасаются и являются начальными, как в передаче без смещения. Не изменяются также межосевое расстояние  $a_w$  и угол зацепления  $\alpha_w$ :

$$a_w = a - 0,5(d_1 + d_2), \quad \alpha_w = \alpha = 20^\circ.$$

Изменяется только соотношение высот головок и ножек зубьев.

2. Суммарное смещение  $x_\Sigma$  не равно нулю. Обычно  $x_\Sigma > 0$ , а также  $x_1 > 0$  и  $x_2 > 0$ . При положительных  $x_1$  и  $x_2$  делительная толщина зубьев шестерен и колеса больше  $p/2$ . Поэтому делительные окружности не могут соприкасаться. Начальными становятся новые окружности, боль-

шие, чем делительные  $d_{w1} > d_1$ ,  $d_{w2} > d_2$ ; (см. рис. 4.5). Межосевое расстояние увеличивается:

$$a_w = 0,5(d_{w1} + d_{w2}) > a = 0,5(d_1 + d_2).$$

При этом увеличивается и угол наклона линии зацепления как общей касательной к основным окружностям, т. е. увеличивается угол зацепления:  $\alpha_w > \alpha = 20^\circ$ . Увеличение  $a_w$  сопровождается уменьшением коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha$ , что является отрицательным и служит одной из причин, ограничивающих применение больших смещений.

Нарезание со смещением позволяет во многих случаях повысить качество зубчатого зацепления. Применяя смещение, необходимо помнить:

1. Положительное смещение повышает прочность зубьев на изгиб и устраняет подрезание при малом числе зубьев (понижает  $z_{min}$ ). Например (см. рис. 4.21), при  $z = 25$  увеличение  $x$  от нуля до  $+0,8$  уменьшает  $Y_F$ , в 1,2 раза. Соответственно уменьшаются и напряжения изгиба  $\sigma_F$ , – [см. формулу (4.19)].

2. Увеличение  $\alpha_w$  при  $x_\Sigma > 0$  повышает контактную прочность [см. формулу (4.10)]. Можно увеличить  $\alpha_w$  до  $25^\circ$  и поднять допускаемую нагрузку приблизительно на 20%.

При большом числе зубьев у шестерни и колеса смещение малоэффективно, так как форма зуба даже при значительных смещениях почти не изменяется. (У зубчатой рейки, которая подобна колесу при  $z = 0$ , смещение совершенно не изменяет форму зуба.)

Передачи со смещением при  $x_\Sigma = 0$  применяют при больших  $u$  и малых  $z_1$ . В этих условиях смещения  $x_1 > 0$  и  $x_2 < 0$  выравнивают форму зубьев шестерни и колеса и приближают их к равнопрочности по изгибу.

#### 4.5 Особенности расчета косозубых и шевронных цилиндрических передач

*Геометрические параметры.* У косозубых колес зубья располагаются не по образующей делительного цилиндра, а составляют с ней некоторый угол  $\beta$  (рис. 4.24, где *а* – косозубая передача; *б* – шевронная, и рис 4.25). Оси колес при этом остаются параллельными.

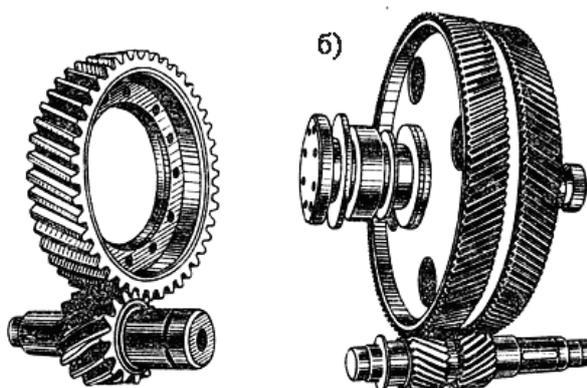


Рис. 4.24

Оси колес при этом остаются параллельными. Для нарезания косых зубьев используют инструмент такого же исходного контура, как и для нарезания прямых. Поэтому профиль косого зуба в нормальном сечении  $n-n$  совпадает с профилем прямого зуба. Модуль в этом сечении должен быть также стандартным (см. табл. 4.1).

В торцевом сечении  $t-t$  параметры косого колеса изменяются в зависимости от угла  $\beta$ :

$$\text{Окружной шаг } p_t = \frac{p_n}{\cos \beta},$$

$$\text{Окружной модуль } m_t = \frac{m_n}{\cos \beta},$$

$$\text{Делительный диаметр } d = m_t z = \frac{m_n z}{\cos \beta}.$$

Индексы  $n$  и  $t$  приписывают параметрам в нормальном и торцевом сечении соответственно.

Прочность зуба определяют его размеры и форма в нормальном сечении. Форму косого зуба в нормальном сечении принято определять через параметры эквивалентного прямозубого колеса (рис. 4.26).

Нормальное к зубу сечение образует эллипс с полуосями  $c = r$  и  $e = \frac{r}{\cos \beta}$ , где  $r = d/2$ . В зацеплении участвуют зубья, расположенные на малой оси эллипса, так как второе колесо находится на расстоянии  $c = d/2$ . Радиус кривизны эллипса на малой оси (см. геометрию эллипса)

$$r_v = \frac{r^2}{c} = \frac{r}{\cos^2 \beta}.$$

В соответствии с этим форма косого зуба в нормальном сечении определяется эквивалентным прямозубым колесом, диаметр которого

$$d_v = \frac{d}{\cos^2 \beta}, \quad (4.21)$$

и число зубьев

$$z_v = \frac{d_v}{m_n} = \frac{d}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{m_t z}{m_t \cos^3 \beta},$$

или

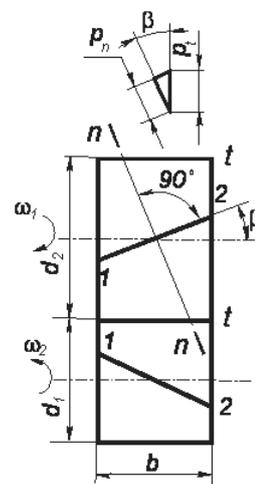


Рис. 4.25  
 $n-n$

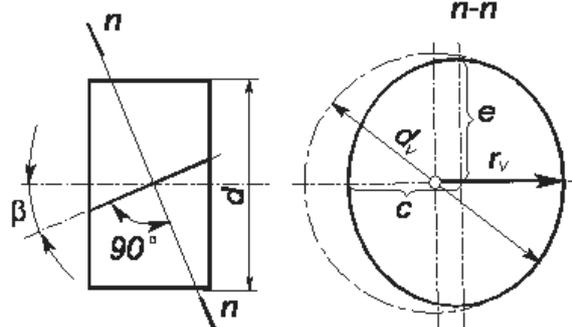


Рис. 4.26

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta}. \quad (4.22)$$

Увеличение эквивалентных параметров ( $d_v$  и  $z_v$ ) с увеличением угла  $\beta$  является одной из причин повышения прочности косозубых передач. Вследствие наклона зубьев получается колесо как бы больших размеров или при той же нагрузке уменьшаются габариты передачи. Ниже показано, что косозубые по сравнению с прямозубыми обладают еще и другими преимуществами: многопарность зацепления, уменьшение шума и пр. Поэтому в современных передачах косозубые колеса получили преимущественное распространение.

*Многопарность и плавность зацепления.* В отличие от прямых косые зубья входят в зацепление не сразу по всей длине, а постепенно. Зацепление здесь распространяется в направлении от точек 1 к точкам 2 (см. рис.4.25). Расположение контактных линий в поле косозубого зацепления изображено на рис. 4.27, а, б.

При вращении колес линии контакта перемещаются в поле зацепления в направлении, показанном стрелкой. В рассматриваемый момент времени в зацеплении находится три пары зубьев 1. 2. 3. При этом пара 2 зацепляется по всей длине зубьев, а пары 1 и 3 – лишь частично. В следующий момент времени пара 3 выходит из зацепления и находится в положении 3'.

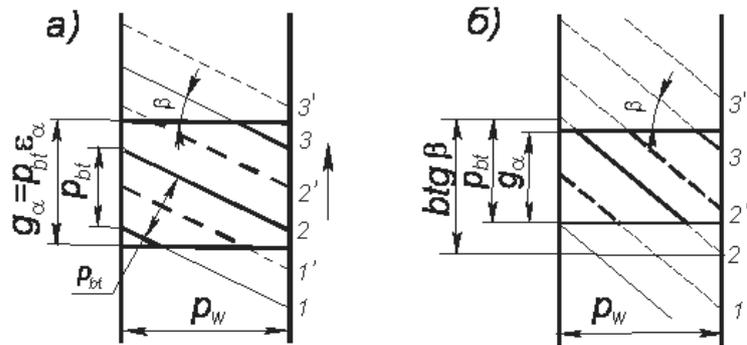


Рис. 4.27

Однако в зацеплении еще остались две пары 2' и 1'. В отличие от прямозубого косозубое зацепление не имеет зоны однопарного зацепления. В прямозубом зацеплении нагрузка с двух зубьев на один или с одного на два передается мгновенно. Это явление сопровождается ударами и шумом. В косозубых передачах зубья нагружаются постепенно по мере захода их в поле зацепления, а в зацеплении всегда находится минимум две пары. Плавность косозубого зацепления значительно понижает шум и дополнительные динамические нагрузки.

Отмеченное преимущество косозубого зацепления становится особенно значительным в быстроходных передачах, так как динамические нагрузки возрастают пропорционально квадрату скорости.

Косозубые колеса могут работать без нарушения зацепления даже

при коэффициенте торцового перекрытия  $\varepsilon_\alpha < 1$ , если обеспечено осевое перекрытие  $b_w > \frac{P_{bt}}{tg\beta}$  (рис. 4.27, б). Отношение

$$\varepsilon_\beta = \frac{tg\beta}{p_{bt}} \approx b_w \frac{\sin\beta}{\pi m_n} \quad (4.23)$$

называют коэффициентом осевого перекрытия. Рекомендуют принимать  $\varepsilon_\beta \geq 1,1$ .

В косозубом зацеплении нагрузка распределяется на всю суммарную длину контактных линий 1, 2, 3. Удельная нагрузка уменьшается с увеличением суммарной длины контактных линий  $l_\Sigma$ . С помощью рис. 4.27 нетрудно установить, что при  $\varepsilon_\alpha$ , равном целому числу,

$$l_\Sigma = \frac{b_w \varepsilon_\alpha}{\cos\beta} \quad (4.24)$$

и  $l_\Sigma$  не изменяется при движении, так как уменьшению линий 3 всегда соответствует равное приращение линии 1. Точно так же  $l_\Sigma$  постоянна при любом значении  $\varepsilon_\alpha$ , но при  $\varepsilon_\beta$ , равном целому числу. Если отмеченные условия не соблюдаются, значение  $l_\Sigma$  периодически изменяется, а формула (8.24) будет определять среднее значение, которое принимают за расчетное.

В соответствии с формулой (4.24)  $l_\Sigma$  растет с увеличением  $\beta$ , что выгодно. Однако во избежание больших осевых сил в зацеплении рекомендуют принимать  $\beta = 8...20^\circ$ . Для шевронных колес допускают  $\beta$  до  $30^\circ$  и даже до  $40^\circ$ .

На боковой поверхности косоугого зуба линия контакта располагается под некоторым углом  $\lambda$  (рис. 4.28, а). Угол  $\lambda$  увеличивается с увеличением  $\beta$ . По линии контакта нагрузка распределяется неравномерно. Ее максимум на средней линии зуба, так как при зацеплении серединами зубья обладают максимальной суммарной жесткостью.

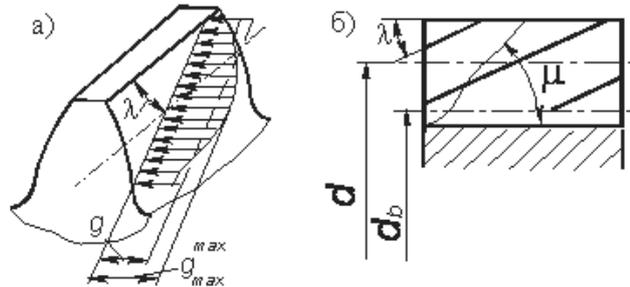


Рис. 4.28

При движении зуба в плоскости зацепления линия контакта перемещается в направлении от 1 к 3 (рис. 4.28, б). При этом опасным для прочности может оказаться положение 1, в котором у зуба отламывается угол. Трещина усталости образуется у корня зуба в месте концентрации напряжений и затем распространяется под некоторым углом  $\mu$ . Вероятность косоугого излома отражается на прочности зубьев по напряжениям изгиба, а концентрация нагрузки  $q$  – на прочности по контактным

напряжениям.

С наклонным расположением контактной линии связана целесообразность изготовления косозубой шестерни из материала, значительно более прочного (высокотвердого), чем у колеса. Это объясняется следующим. Ножки зубьев обладают меньшей стойкостью против выкрашивания, чем головки, так как у них неблагоприятно сочетание направления скольжения и перекатывания зубьев (см. рис. 4.6 и 4.8). Следовательно, ножка зуба колеса, работающая с головкой зуба шестерни, начнет выкрашиваться в первую очередь. При этом вследствие наклона контактной линии нагрузка (полностью или частично) передается на головку зуба колеса, работающую с ножкой зуба шестерни. Слабая ножка зуба колеса разгружается, и выкрашивание прекращается. Дополнительная нагрузка ножки зуба шестерни не опасна, так как она изготовлена из более стойкого материала. Применение высокотвердой шестерни позволяет дополнительно повысить нагрузочную способность косозубых передач до 25...30%.

*Расчет коэффициента торцового перекрытия  $\varepsilon_\alpha$ .* Для нефланкированных передач без смещения (для других случаев см. ГОСТ 16532–70)

$$\varepsilon_\alpha = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos \beta. \quad (4.25)$$

Знак «+» – для внешнего, а «-» – для внутреннего зацепления. Для прямозубых передач рекомендуют  $\varepsilon_\alpha > 1,2$ , для косозубых  $\varepsilon_\alpha > 1$ . Значение  $\varepsilon_\alpha$  зависит от числа зубьев  $z$  и угла наклона зубьев  $\beta$ . С увеличением  $z$  увеличивается  $\varepsilon_\alpha$ . Поэтому выгодно применять колеса с большими  $z$  или при заданном диаметре  $d$  колеса с малым модулем  $m$ . С увеличением  $\beta$  растет окружной шаг  $p_{bt}$ , а рабочая длина линии зацепления  $g_a$  остается неизменной (см. выше). При этом  $\varepsilon_\alpha$  уменьшается. Уменьшение  $\varepsilon_\alpha$  является одной из причин ограничения больших  $\beta$ .

*Силы в зацеплении.* В косозубой передаче (рис. 4.29, а) нормальную силу  $F_n$  раскладывают на три составляющие:

$$\text{окружную силу } F_t = \frac{2T_1}{d_1},$$

$$\text{осевую силу } F_a = F_t \operatorname{tg} \beta,$$

$$\text{радиальную силу } F_r = F_t' \operatorname{tg} \alpha_w = \frac{F_t \operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta},$$

в свою очередь сила

$$F_n = \frac{F'_t}{\cos \alpha_w} = \frac{F_t}{\cos \alpha_w \cos \beta}. \quad (4.26)$$

Наличие в зацеплении осевых сил, которые дополнительно нагружают опоры валов, является недостатком косозубых колес. Этот недостаток устраняется в шевронной передаче (см. рис. 4.29, б и 4.24), которая подобна сдвоенной косозубой передаче с противоположным направлением зубьев. Осевые силы здесь уравновешиваются на самом зубчатом колесе.

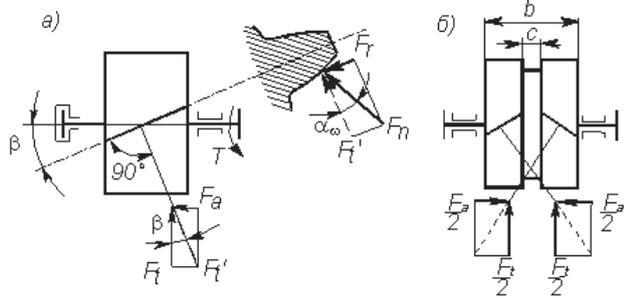


Рис. 4.29

Расчет прочности зубьев по контактным напряжениям. Для косозубых передач удельная нагрузка с учетом формул (4.24) и (4.26)

$$q = \frac{F_n K_H K_{H\alpha}}{l_\Sigma} = \frac{F_t K_H K_{H\alpha}}{b_w \varepsilon_\alpha \cos \alpha},$$

где  $K_{H\alpha}$  – коэффициент неравномерности нагрузки одновременно зацепляющихся пар зубьев (см. ниже).

По аналогии с прямозубым колесом, выражая в формуле (4.9) значение  $s_{d_{w1}}$  через диаметр эквивалентного колеса  $d_{v1}$  [см. формулу (4.21)], получаем

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{2 \cos^2 \beta}{d_{w1} \sin \alpha_w} \left( \frac{u \pm 1}{u} \right).$$

Сравнивая отношение  $\frac{q}{\rho_{np}}$  в формуле для прямозубых и косозубых

колес, находим

$$\left( \frac{q}{\rho_{np}} \right)_{\text{кос}} = \left( \frac{q}{\rho_{np}} \right)_{\text{прм}} \frac{K_{H\alpha} \cos^2 \beta}{\varepsilon_\alpha}$$

или

$$(\sigma_H)_{\text{кос}} = (\sigma_H)_{\text{прм}} \sqrt{\frac{K_{H\alpha} \cos^2 \beta}{\varepsilon_\alpha}} \quad (4.27)$$

Обозначим

$$Z_{H\beta} = \sqrt{\frac{K_{H\alpha} \cos^2 \beta}{\varepsilon_\alpha}} \quad (4.28)$$

– коэффициент повышения прочности косозубых передач по контакт-ным напряжениям. В соответствии с формулой (4.10) для косозубых пе-редач получаем

$$\sigma_H = 1,18 Z_{H\beta} \sqrt{\frac{E_{np} T_1 K_H}{d_{w1}^2 b_w \sin 2\alpha_w} \left( \frac{u \pm 1}{u} \right)} \leq [\sigma_H] \quad (4.29)$$

Дополнительный коэффициент  $K_{H\alpha}$  учитывает следующее. В косо-зубых передачах теоретически зацепляется одновременно не менее двух пар зубьев. Практически ошибки нарезания зубьев могут устранить двухпарное зацепление, и при контакте одной пары между зубьями вто-рой пары образуется зазор. Зазор мал, он зависит от степени точности. Под нагрузкой такой зазор устраняется вследствие упругих деформаций зубьев, двухпарное зацепление восстанавливается. Однако первая пара нагружена больше, чем вторая, на размер усилия, необходимого для устранения зазора. Это и учитывают коэффициентом  $K_{H\alpha}$ . Ошибки на-резания зубьев уменьшаются с приработкой. Интенсивность приработки зависит от твердости поверхностей зубьев и окружной скорости. Значения коэффициента  $K_{H\alpha}$  оценивают приближенно с учетом влияния пере-численных факторов. При этом различают  $K_{H\alpha}$  и  $K_{F\alpha}$  для расчетов по контактным напряжениям и по напряжениям изгиба (табл. 4.3).

Таблица 4.3

Окружная ско- рость $v$ , м/с	Степень точно- сти	$K_{H\alpha}$	$K_{F\alpha}$
До 5	7	1,03	1,07
	8	1,07	1,22
	9	1,13	1,35
Св. 5 до 10	7	1,05	1,2
	8	1,10	1,3
Св. 10 до 15	7	1,08	1,25
	8	1,15	1,40

При проектном расчете значения  $\beta$  и  $\varepsilon_\alpha$ , окружной скорости и сте-пень точности еще неизвестны. Поэтому значение  $Z_{H\beta}$  в формуле (4.29) предварительно оценивают приближенно. При некоторых средних зна-чениях  $\beta = 12^\circ$ ,  $\varepsilon_\alpha = 1,5$  и  $K_{H\alpha} = 1,1$  получаем  $Z_{H\beta} \approx 0,85$ , а формулы (4.11) и (4.13) проектного расчета путем умножения числовых коэффициентов на  $\sqrt[3]{Z_{H\beta}^2}$  для косозубых передач запишем в виде

$$d_1 = 1,2 \sqrt[3]{\frac{E_{np} T_1 K_{H\beta} (u \pm 1)}{[\sigma_H]^2 \psi_{bd} u}} \quad (4.30)$$

$$a \approx 0,75(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{E_{np} T_1 K_{H\beta}}{[\sigma_H]^2 u \psi_{bd}}} \quad (4.31)$$

Расчет прочности зубьев по напряжениям изгиба. Расчет выполняют по аналогии с прямозубыми передачами с учетом увеличения прочности косозубых передач (см. выше). При этом формулы (4.19) и (4.20) для косозубых передач записываются в виде:

для проверочного расчета

$$\sigma_F = \frac{Y_F Z_{F\beta} F_t K_F}{b_w m_w} \leq [\sigma_F] \quad (4.32)$$

для проектного расчета (принимая приближенно  $K_{Fv} \approx 1$  см. табл. 4.3)

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{2 T_1 K_{F\beta} Y_F Z_{F\beta}}{z_1 \psi_{bd} [\sigma_H]}} \quad (4.33)$$

Здесь  $Z_{F\beta}$  – коэффициент повышения прочности косозубых передач по напряжениям изгиба:

$$Z_{F\beta} = \frac{K_{F\alpha} Y_\beta}{\varepsilon_\alpha} \quad (4.34)$$

Коэффициент перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  [см. формулу (4.25)] учитывает уменьшение нагрузки расчетного зуба ввиду многопарности зацепления.  $K_{F\alpha}$  – коэффициент неравномерности нагрузки одновременно зацепляющихся пар зубьев (см. табл. 4.3).  $Y_\beta = \frac{1 - \beta^\circ}{140}$  – коэффициент, учитывающий повышение изгибной прочности вследствие наклона контактной линии к основанию зуба и неравномерного распределения нагрузки (см. рис. 4.28). При этом равнодействующая нагрузки приближается к основанию зуба, а изгибающий момент уменьшается. Формула для  $Y_\beta$  построена на основании экспериментов при ( $\beta \leq 40^\circ$ ). Коэффициент формы зуба  $Y_F$  выбирается по графику рис. 4.21, при эквивалентном числе зубьев  $z_v$  – по формуле (4.22).

#### 4.6 Конические зубчатые передачи

Общие сведения и характеристика. Конические зубчатые колеса применяют в передачах, у которых оси валов пересекаются под некоторым углом  $\Sigma$  (рис. 4.30 и 4.31). Наиболее распространены передачи с углом  $\Sigma = 90^\circ$ .

Конические передачи сложнее цилиндрических в изготовлении и монтаже. Для нарезания конических колес требуются специальные станки и специальный инструмент. Кроме допусков на размеры зубьев здесь необходимо выдерживать допуски на углы  $\Sigma$ ,  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , а при монтаже обеспечивать совпадение вершин конусов.

Выполнить коническое зацепление с той же степенью точности, что и цилиндрическое, значительно труднее. Пересечение осей валов затрудняет размещение опор. Одно из конических колес, как правило, располагают консольно. При этом увеличивается, неравномерность распределения нагрузки по длине зуба (см. рис. 4.14). В коническом зацеплении действуют осевые силы, наличие которых усложняет конструкцию опор. Все это приводит к тому, что, по опытным данным, нагрузочная способность конической прямозубой передачи составляет лишь около 0,85 цилиндрической. Несмотря на отмеченные недостатки, конические передачи имеют широкое применение, поскольку по условиям компоновки механизмов иногда необходимо располагать валы под углом.

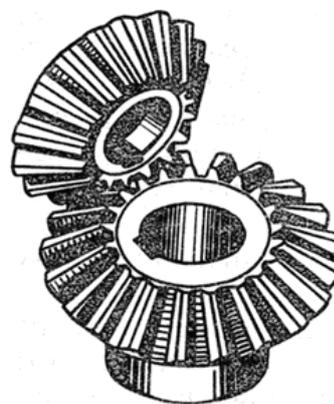


Рис. 4.30

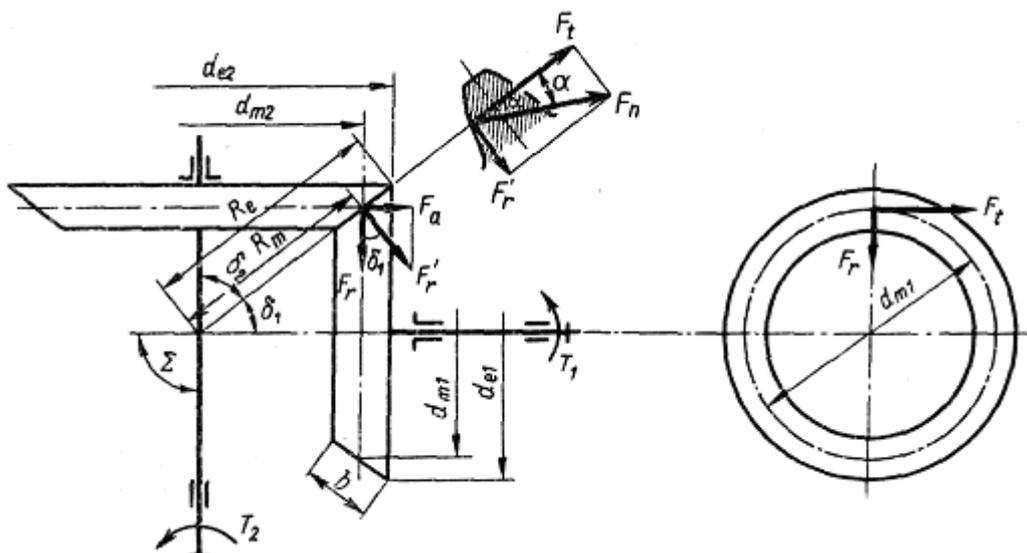


Рис. 4.31

**Геометрические параметры.** Аналогами начальных и делительных цилиндров цилиндрических передач в конических передачах являются начальные и делительные конусы с углами  $\delta_1$  и  $\delta_2$ . При коэффициентах смещения инструмента  $x_1 + x_2 = 0$  начальные и делительные конусы совпадают. Этот наиболее распространенный вариант рассматривается

ниже. Конусы, образующие которых перпендикулярны образующим делительных конусов (см. рис. 4.32), называют дополнительными конусами. Сечение зубьев дополнительным конусом называют торцовым сечением. Различают внешнее, внутреннее и среднее торцовые сечения. Размеры, относящиеся к внешнему торцовому сечению, сопровождаются индексом  $e$ , например  $d_e$ ,  $R_e$  и др. Размеры в среднем сечении сопровождаются индексом  $m$ :  $d_m$ ,  $R_m$  и др.;  $R_e$  и  $R_m$  – внешнее и среднее конусные расстояния,  $b$  – ширина зубчатого венца.

Размеры по внешнему торцу удобнее для измерения, их указывают на чертежах. Размеры в среднем сечении используют при силовых расчетах. Зависимости размеров в среднем и торцовом сечениях:

$$R_e = R_m + 0,5b, \quad d_e = \frac{d_m R_e}{R_m}, \quad m_{te} = \frac{m_m R_e}{R_m} \quad (4.35)$$

Для прямозубых передач торцовое  $t$  и нормальное  $n$  сечения совпадают. При этом  $m_{te} = m_{ne}$  округляют до стандартного (см. табл. 4.1).

**Передаточное число.** Как и у цилиндрических передач,

$$u = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

Кроме того, выразив  $d_1$  и  $d_2$  через конусное расстояние  $R$  и углы делительных конусов  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , получим

$$u = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}$$

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ \quad u = \operatorname{tg} \delta_2 = \operatorname{ctg} \delta_1 \quad (4.36)$$

Формулы (4.36) используют для определения углов  $\delta_1$  и  $\delta_2$ .

**Силы в зацеплении прямозубой конической передачи.** В зацеплении конической передачи действуют силы кружная  $F_t$ , радиальная  $F_r$  и осевая  $F_a$ . Зависимость между этими силами нетрудно установить с помощью рис. 4.31, где силы изображены приложенными к шестерне. По нормали к зубу действует сила  $F_n$ , которую раскладывают на  $F_t$  и  $F'_r$ . В свою очередь,  $F'_r$  раскладывается на  $F_a$  и  $F_r$ . Здесь

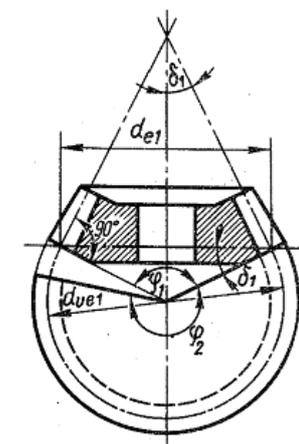


Рис. 4.32

$$\left. \begin{aligned}
 F_t &= \frac{2T_1}{d_{m1}}, \\
 F_n &= \frac{F_t}{\cos \alpha}, \quad F'_r = F_t \operatorname{tg} \alpha, \\
 F_r &= \frac{F'_r}{\cos \delta_1}, \quad = F_t \operatorname{tg} \alpha \cos \delta_1, \\
 F_a &= F'_r \sin \delta_1 = F_t \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_1.
 \end{aligned} \right\} \quad (4.37)$$

Для колеса направление сил противоположно. При этом  $F_a$  – радиальная сила, а  $F_r$  – осевая.

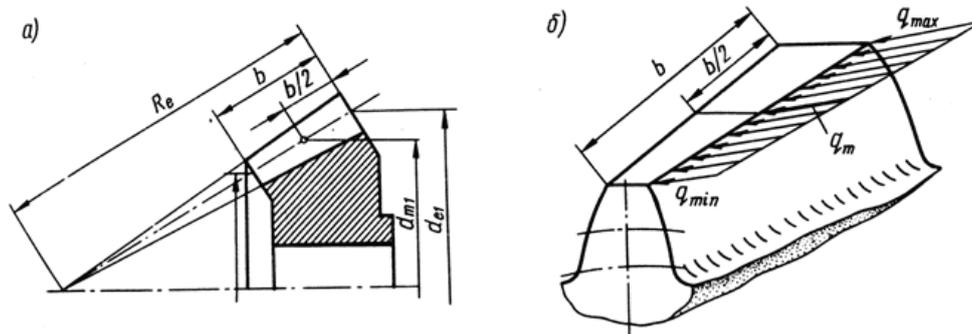


Рис. 4.33

**Приведение прямозубого конического колеса к эквивалентному прямозубому цилиндрическому.** Параметры эквивалентных колес используют при расчетах на прочность. Форма зуба конического колеса в нормальном сечении дополнительным конусом  $\varphi_t$  (рис. 4.32) почти (с достаточной для прочностных расчетов точностью) такая же, как у цилиндрического прямозубого колеса. Эквивалентное цилиндрическое колесо получим как развертку дополнительного конуса, которая ограничена углом  $\varphi_2$ . Диаметры эквивалентных колес

$$d_{ve1} = \frac{d_{e1}}{\cos \delta_1}; \quad d_{ve2} = \frac{d_{e2}}{\cos \delta_2}. \quad (4.38)$$

Выражая диаметры через  $z$  и  $m$ , запишем  $z_{v1}m_e = z_1m_e/\cos \delta_1$  или числа зубьев эквивалентных колес

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}; \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}. \quad (4.39)$$

**Расчет зубьев прямозубой конической передачи по напряжениям изгиба.** Размеры поперечных сечений зуба конического колеса изменяются пропорционально расстоянию этих сечений от вершины конуса (рис. 4.33 а). Все поперечные сечения зуба геометрически подобны. При этом удельная нагрузка  $q$  распределяется неравномерно по длине зуба. Она изменяется в зависимости от деформации и жесткости

зуба в различных сечениях. Можно доказать, что нагрузка распределяется по закону треугольника, вершина которого совпадает с вершиной делительного конуса, и что напряжения изгиба одинаковы по всей длине зуба.

При геометрическом подобии зубьев в различных сечениях их жесткость, как консольных оболочек постоянна по всей ширине колеса. Для оценки деформации положим, что зубья колеса 2 абсолютно жесткие, а зубья колеса 1 податливые. При заторможенном колесе 2 нагруженное колесо 1 повернется на угол  $\Delta\varphi$  вследствие податливости зубьев. Прогиб зубьев в различных сечениях равен  $r\Delta\varphi$ , где  $r$  – радиус в соответствующем сечении. При постоянной жесткости нагрузка пропорциональна деформациям или в нашем случае радиусам  $r$ , которые, в свою очередь, пропорциональны расстояниям от вершины делительного конуса (рис. 4.33, б). Если модуль зубьев и нагрузка изменяются одинаково, то напряжения изгиба остаются постоянными [см. формулу (4.19)] по всей длине зуба.

Это позволяет вести расчет по любому из сечений. На практике за расчетное сечение принято среднее сечение зуба с нагрузкой  $q_m$ . По аналогии с прямозубой цилиндрической передачей [формула (4.19)] запишем

$$\sigma_F = \frac{Y_F F_t K_F}{\mathcal{J}_F b_w m_m} \leq [\sigma_F] \quad (4.40)$$

где для прямозубой передачи  $\mathcal{J}_F \approx 0,85$  – опытный коэффициент, характеризующий понижение прочности конической прямозубой передачи по сравнению с цилиндрической,  $m_m$  – модуль в среднем нормальном сечении зуба.

Коэффициент формы зуба  $Y_F$  определяют по графику рис. 4.21 в соответствии с эквивалентным числом зубьев  $z_v$  [см. формулу (4.39)]. Коэффициент нагрузки  $K_F$  см. ниже.

**Расчет зубьев прямозубой конической передачи по контактным напряжениям.** Для конического зацепления  $\rho_{np}$  в формуле (4.7) определяют по диаметрам эквивалентных колес. Согласно формулам (4.38), для среднего сечения зуба получим

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{2 \cos \delta_1}{d_{m1} \sin \alpha} + \frac{2 \cos \delta_2}{d_{m2} \sin \alpha} = \frac{2}{d_{m1} \sin \alpha} \left( \cos \delta_1 + \frac{\cos \delta_2}{u} \right)$$

Учитывая связь тригонометрических функций и формулу (4.36), находим

$$\cos \delta_2 = \frac{1}{\sqrt{tg^2 \delta_2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{u^2 + 1}}; \quad \cos \delta_1 = \frac{1}{\sqrt{tg^2 \delta_1 + 1}} = \frac{u}{\sqrt{u^2 + 1}}$$

После подстановки и несложных преобразований запишем

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{2}{d_{m1} \sin \alpha} \left( \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u} \right). \quad (4.41)$$

На основании формулы (4.41) можно отметить, что приведенный радиус кривизны в различных сечениях зуба конического колеса изменяется пропорционально диаметрам этих сечений или расстоянию от вершины начального конуса. Ранее было сказано, что удельная нагрузка  $q$  также пропорциональна этим расстояниям. Следовательно, отношение  $q / \rho_{np}$  постоянно для всех сечений зуба. При этом постоянными остаются и контактные напряжения по всей длине зуба, что позволяет производить расчет по любому сечению (в данном случае по среднему). Удельная нагрузка в этом сечении (рис. 4.33)

$$q_m = \frac{q_{\max} + q_{\min}}{2} = \frac{F_t K_H}{b_w \cos \alpha_w} \quad (4.42)$$

Сравнивая формулы (4.41) и (4.42) с аналогичными формулами (4.8) и (4.9) для прямозубых цилиндрических передач, отмечаем, что формулы для  $q$  совпадают, а для  $1 / \rho_{np}$  различаются только числителями:  $\sqrt{u^2 + 1}$  вместо  $u + 1$ . Учитывая это различие, переписываем формулу (4.10) для проверочного расчета прямозубых конических передач в виде

$$\sigma_H = 1,18 \sqrt{\frac{E_{np} T_1 K_H}{\mathcal{G}_F d_{m1}^2 b_w \sin 2\alpha} \left( \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u} \right)} \leq [\sigma_H] \quad (4.43)$$

где  $\mathcal{G}_F = 0,85$  – опытный коэффициент (см. ранее о коэффициенте  $\mathcal{G}_F$ ).

Для проектного расчета формулу (4.43) преобразуют. При этом учитывают, что основными габаритными размерами для конических передач являются  $d_{e2}$  и  $R_e$ , а нагрузка характеризуется моментом  $T_2$  на ведомом валу. Вводят эти параметры в формулу (4.43) и после преобразований получают

$$d_{e2} = 1,7 \sqrt{\frac{E_{np} T_2 u K_{H\beta}}{\mathcal{G}_F [\sigma_H]^2 (1 - K_{be}) K_{be}}}, \quad (4.44)$$

где  $K_{be} = b_w / R_e$  – коэффициент ширины зубчатого венца относительно внешнего конусного расстояния. Рекомендуют  $K_{be} \leq 0,3$ . Меньшие значения для неприрабатывающихся материалов ( $H_1$  и  $H_2 > 350$  НВ или  $v > 15$  м/с).

Наиболее распространено значение  $K_{be} = 0,285$ . При этом

$$d_{e2} \approx 2,93 \sqrt{\frac{E_{np} T_2 u K_{H\beta}}{\mathcal{G}_F [\sigma_H]^2}}, \quad (4.45)$$

В формулах (4.44) и (4.45) принято:  $\alpha = 20^\circ$ ,  $K_{Hv} \approx 1,5$  (см. табл. 4.3) и для распространенных значений  $K_{be}$  приближенно  $(1 - K_{be})^2 \approx 1,03(1 - K_{be})$ . При выводе формул учтены геометрические зависимости:

$$d_{m1} = \frac{d_{m2}}{u} = \frac{d_{e2} R_m}{R_e u} = \frac{d_{e2} (R_e - 0,5b_w)}{R_e u} = \frac{d_{e2} (1 - 0,5K_{be})}{u};$$

$$T_1 = \frac{T_2}{u};$$

$$b_w = K_{be} R_e = \frac{K_{be} 0,5d_{e2}}{\cos \delta_1} = K_{be} 0,5d_{e2} \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u}.$$

**Коэффициенты расчетной нагрузки  $K_H$  и  $K_F$**  находим по формуле (4.4), значения  $K_{Hv}$  и  $K_{Fv}$  – по табл. 4.3 с понижением точности на одну степень против фактической,  $K_{H\beta}$  – по графикам рис. 4.34 [11]. На рис. 4.34, а номера кривых соответствуют схемам передач,  $1ш$  – шариковые,  $1р$  – роликовые опоры; рис. 4.34, б – при твердости рабочих поверхностей зубьев хотя бы у одного из колес пары  $H \leq 350\text{HV}$ ; рис. 4.33, в – при  $H_1$  и  $H_2 > 350\text{HV}$ ; сплошные линии для прямозубых передач, штрихпунктирные для передач с круговыми зубьями (для этих передач при  $H_2 \leq 350\text{HV}$  принимают  $K_{H\beta} = 1$ ).

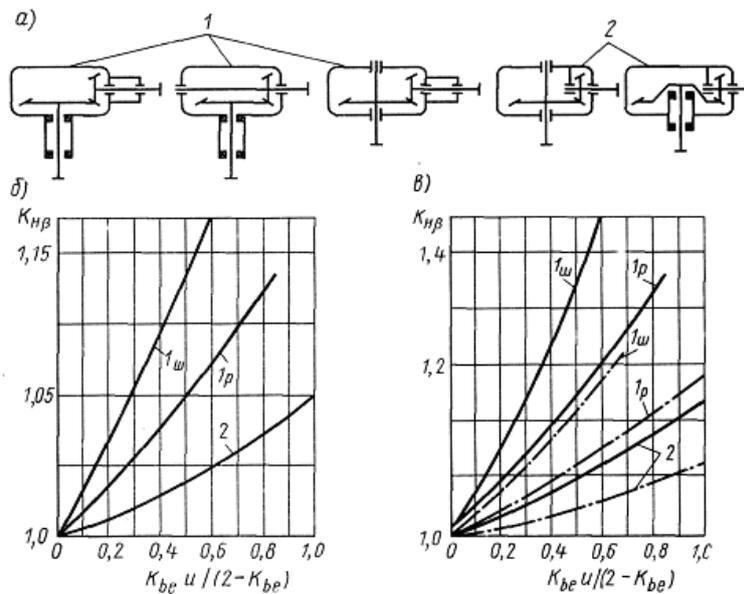


Рис. 4.34

$K_{F\beta} = 1 + (K_{H\beta} - 1)1,5$  – эта формула учитывает более благоприятное влияние приработки на контактную прочность, чем на изгибную, и более тяжелые последствия поломки зубьев [11]

Методика определения модуля, числа зубьев и других исполнительных размеров передачи аналогична методике определения этих параметров для цилиндрических колес.

#### 4.7 Конические передачи с непрямыми зубьями

Из различных типов конических колес с непрямыми зубьями на практике получили распространение колеса с косыми или тангенциальными зубьями и колеса с круговыми зубьями (рис. 4.35).

Тангенциальный зуб направлен по касательной к некоторой воображаемой окружности радиусом  $e$  и составляет с образующей конуса угол  $\beta_n$ .

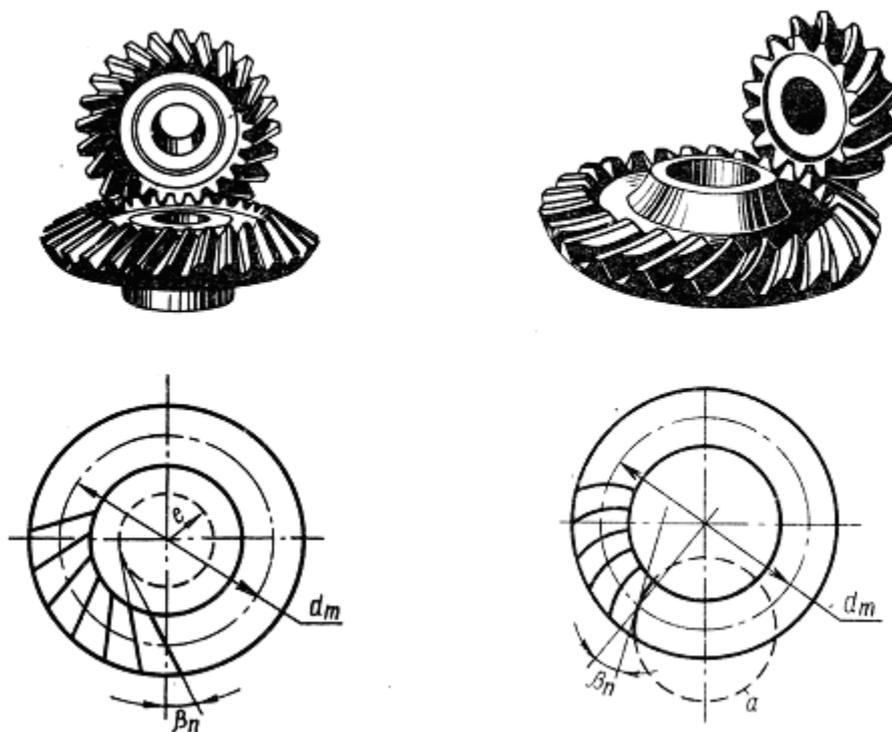


Рис. 4.35

Круговой зуб располагается по дуге окружности  $a$ , по которой движется инструмент при нарезании зубьев. Угол наклона кругового зуба переменный. За расчетный угол принимают угол на окружности среднего диаметра колеса, как угол между касательной к окружности и образующей конуса в данной точке. Значения углов  $\beta_n$  выполняют до  $25...30^\circ$  для колес с тангенциальным зубом и  $\beta_n \approx 35^\circ$  для колес с круговым зубом.

Преимущественное применение получили колеса с круговыми зубьями. Они менее чувствительны к нарушению точности взаимного расположения колес, их изготовление проще и производится на специальных станках для нарезания и шлифования этих колес в условиях как массового, так и мелкосерийного производства. Назначение непрямого зуба в конических передачах то же, что и косоугольного зуба у цилиндрических передач.

Силы в зацеплении. Определяют по формулам:

*окружная сила*

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{m1}}, \quad (4.46)$$

*радиальная сила*

$$F_r = \frac{F_t}{\cos \beta_n} (\operatorname{tg} \alpha \cos \delta_1 \pm \sin \beta_n \sin \delta_1) \quad (4.47)$$

*осевая сила*

$$F_a = \frac{F_t}{\cos \beta_n} (\operatorname{tg} \alpha \cos \delta_1 \pm \sin \beta_n \cos \delta_1) \quad (4.48)$$

В последних формулах знак зависит от направления внешнего момента, приложенного к валу шестерни, и линии наклона зуба как винтовой линии. Верхние знаки – направления момента (при наблюдении с внешнего торца) и винтовой линии зуба – совпадают, нижние – не совпадают.

Расчет прочности конических колес с непрямыми зубьями выполняют по параметрам биеквивалентных цилиндрических прямозубых колес. Используя зависимости (4.38), (4.39) для конических прямозубых колес и (4.21), (4.22) для цилиндрических косозубых колес, можно записать: диаметр и число зубьев биеквивалентного колеса

$$d_{vn} = \frac{d_e}{\cos \delta \cos^2 \beta_n}; \quad z_{vn} = \frac{z}{\cos \delta \cos^3 \beta_n} \quad (4.49)$$

**Прочность по напряжениям изгиба.** Рассчитывают по формуле (4.40), в которой  $Y_F$  – по графику рис. 4.21 в зависимости от  $z_{vn}$  [см. формулу (4.49)];  $F$  – по рекомендациям (см. ниже).

**Контактная прочность.** Рассчитывают по формуле (4.43) при проверочном расчете и формулам (4.44) или (4.45) при проектном расчете, где для передач с круговыми зубьями рекомендуют:

Твердость	$H_1$ и $H_2 \leq 350\text{HB}$	$H_1 \geq 45 \text{ HRC}$ и $H_2 \leq 350\text{HB}$	$H_1$ и $H_2 \geq 45 \text{ HRC}$
-----------	---------------------------------	--	-----------------------------------

$\mathcal{G}_H$	$1,22+0,21u$	$1,13+0,13u$	$0,81+0,15u$
$\mathcal{G}_F$	$0,94+0,08u$	$0,85+,043u$	$0,65+0,11u$

Напомним, что для прямозубых передач  $\mathcal{G}_H = \mathcal{G}_F \approx 0,85$ . Сравнивая, отмечаем, что нагрузочная способность передач с круговыми зубьями в среднем в 1,4...1,5 раза больше.

**Модуль и число зубьев.** В общем случае рекомендуют  $z_{vnl} \geq z_{\min} = 17$  – условие отсутствия подрезания;  $m_{te} \geq \frac{b}{10}$ . Последнее условие предусматривает уменьшение размеров или модуля зуба с увеличением  $b$  и  $K_{be}$ , что может привести к поломке при перекосе зубьев.

Учитывая особое значение выбора  $m$  и  $z$ , для конических передач

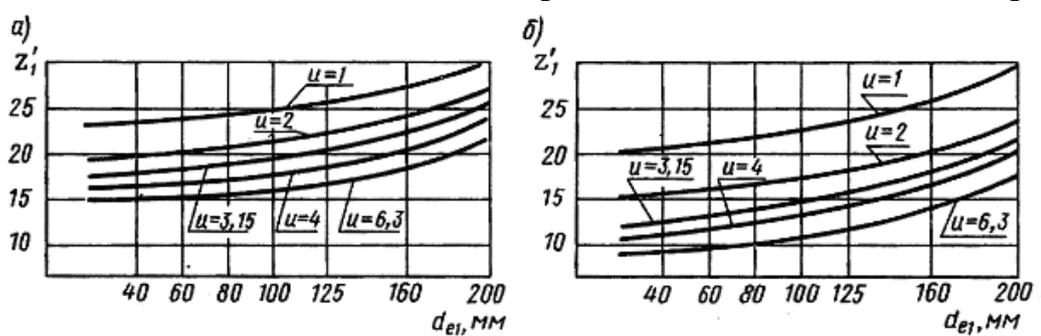


Рис. 4.36

разработаны специальные рекомендации (рис. 4.36, а – для прямозубых, рис. 4.36, б – с круговым зубом). По значению  $z_1'$  определяют:

$z_1 = 1,6z_1'$	при $H_1$ и $H_2 \leq 350\text{НВ}$
$z_1 = 1,3z_1'$	при $H_1 \geq 45 \text{ HRC}$ и $H_2 \leq 350\text{НВ}$
$z_1 = z_1'$	при $H_1$ и $H_2 \geq 45 \text{ HRC}$

По  $z_1$  определяют  $m_{tm} = \frac{d_{m1}}{z_1}$  и  $m_{nm} = m_{tm} \cos \beta_n$ . Значение  $m_{nm}$  для круговых зубьев округляют до стандартного. Для прямозубых передач стандартным назначают  $m_{ne}$ .

**Смещение  $x$ .** В конических передачах с  $u > 1$  для повышения сопротивления заеданию рекомендуют [11] выполнять шестерню с положительным смещением ( $x_1 > 1$ ), а колесо с равным по абсолютному значению отрицательным смещением ( $x_2 = -x_1$ ). Значения  $x_1$  для прямозубых и  $x_{n1}$  для передач с круговыми зубьями определяют по таблицам ГОСТ 19624-74 и 19326-73 или по формуле ЭНИМС:

$$x_1 = x_{n1} = 2(1 - 1/u^2)\sqrt{\cos^3 \beta_n / z_1}$$

#### 4.8 Краткие сведения о зубчатых передачах с перекрещивающимися осями (винтовых и гипоидных)

В этих передачах, так же как и в конических, оси валов располагаются под углом, но не пересекаются, а перекрещиваются, т. е. проходят на некотором расстоянии  $a$  друг от друга (рис. 4.37 и 4.38).

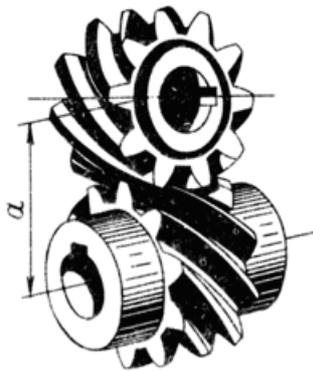


Рис. 4.37

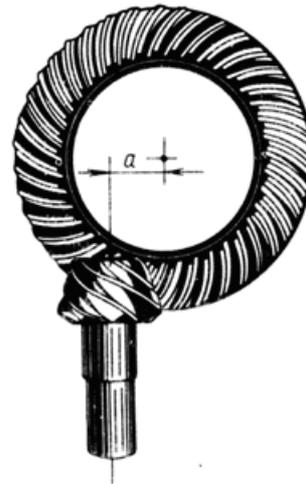


Рис. 4.38

Перекрестное расположение осей придает этим передачам некоторые особенности, которые используют на практике. Например, подшипники обоих валов можно располагать по обе стороны колеса; оба вала могут продолжаться в обе стороны от колеса, что позволяет передавать движение от одного ведущего вала нескольким ведомым.

Основными недостатками передач с перекрещивающимися осями являются повышенное скольжение в зацеплении и связанные с этим повышенный износ и склонность к заеданию.

Винтовые и гипоидные передачи применяют преимущественно в специальных изделиях. Поэтому в курсе деталей машин дается только общее понятие об этих передачах.

Винтовая передача (рис. 4.37) осуществляется цилиндрическими косозубыми колесами. При перекрестном расположении осей валов начальные цилиндры колес соприкасаются в точке, поэтому зубья имеют точечный контакт. Векторы окружных скоростей колес направлены под углом перекрещивания, поэтому в зацеплении наблюдается большое скольжение. Точечный контакт и скольжение приводят к быстрому износу и заеданию даже при сравнительно небольших нагрузках. Поэтому винтовые передачи применяют главным образом в кинематических це-

лях приборов. В силовых передачах их заменяют червячными передачами с многозаходными червяками. Во многих случаях такая замена целесообразна и в передачах приборов. Прочностной расчет винтовых передач выполняют по условным формулам, основанным на экспериментальных данных.

Гипоидная передача (рис. 4.38) осуществляется коническими колесами с косыми или криволинейными зубьями. Вершины конусов колес не совпадают. Угол перекрещивания осей чаще всего выполняется равным  $90^\circ$ . В отличие от винтовых передач гипоидные могут быть выполнены с линейным контактом зубьев. Скорости скольжения в гипоидных передачах меньше, чем в винтовых. Поэтому они обладают повышенной нагрузочной способностью. На практике опасность заедания, связанная со скольжением, устраняется применением специальной противозадирной смазки (гипоидное масло) и термообработкой зубьев до высокой твердости, а также ограничением смещения осей  $a$  (рис. 4.38).

Недостатком гипоидных передач являются повышенные требования к точности изготовления и монтажа. Гипоидные передачи применяют главным образом в автотракторном и текстильном машиностроении. Размещение карданного вала ниже оси ведущих колес автомобиля позволяет понизить центр тяжести автомобиля и тем самым повысить его устойчивость. Применение гипоидной передачи в прядильных машинах позволяет передавать движение от одного вала многим десяткам веретен. Расчет гипоидных передач излагается в специальной литературе.

## 4.9 Червячные передачи

Червячная передача (рис. 4.39) относится к передачам зацепления с перекрещивающимися осями валов. Угол перекрещивания обычно равен  $90^\circ$ . Возможны и другие углы, отличные от  $90^\circ$ , однако такие передачи применяют редко.

Движение в червячных передачах преобразуется по принципу винтовой пары или по принципу наклонной плоскости.

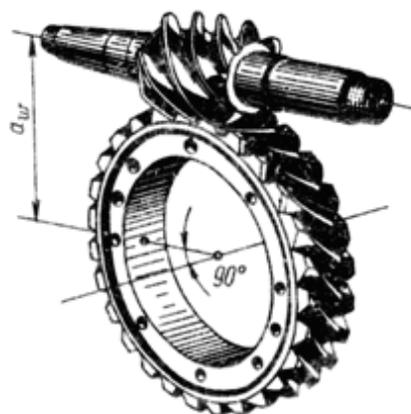


Рис. 4.39

### 4.9.1 Геометрические параметры и способы изготовления передач

В червячной передаче, так же как и в зубчатой, различают диаметры начальных и делительных цилиндров (рис. 4.40):  $d_{w1}$ ,  $d_{w2}$  – началь-

ные диаметры червяка и колеса;  $d_1, d_2$  – делительные диаметры червяка и колеса. В передачах без смещения  $d_{w1} = d_1, d_{w2} = d_2$ . Точка касания начальных цилиндров является полюсом зацепления.

*Червяки.* Различают по следующим признакам: форме поверхности, на которой образуется резьба, – **цилиндрические** (рис. 4.40, 4.41,а) и **глобоидные** (рис. 4.41,б); форме профиля резьбы – с **прямолинейным** (рис. 4.42, а) и **криволинейным** (рис. 4.42, б) профилем в осевом сечении.

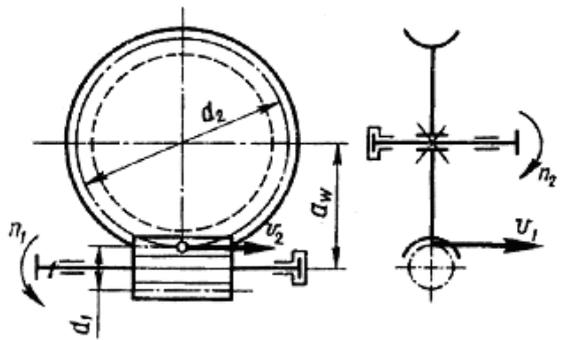


Рис. 4.40

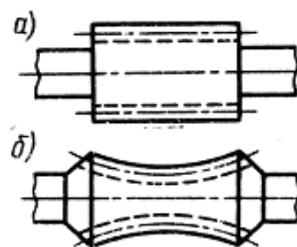


Рис. 4.41

Наиболее распространены цилиндрические червяки. У червяков с прямолинейным профилем в осевом сечении в торцовом сечении витки очерчены архимедовой спиралью, отсюда название архимедов червяк. Архимедов червяк подобен ходовому винту с трапецеидальной резьбой. Его можно нарезать на обычных токарных или резьбофрезерных станках. Поэтому первые червячные передачи выполняли с архимедовыми червяками, которые широко применяют и в настоящее время.

Исследования показали, что работоспособность червячной передачи повышается с уменьшением шероховатости поверхности и повышением твердости резьбы червяка (см. ниже). В последнее время все шире стали применять шлифовальные высокотвердые червяки при  $\geq 45$  HRC.

Для шлифования архимедовых червяков требуются специальные шлифовальные круги фасонного профиля, что затрудняет обработку и снижает точность изготовления. Поэтому архимедовы червяки изготавливают в основном с нешлифованными витками при  $\leq 350$  НВ. Для высокотвердых шлифуемых витков применяют эвольвентные червяки.

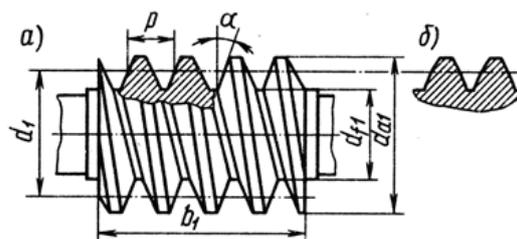


Рис. 4.42

Эвольвентные червяки имеют эвольвентный профиль в торцовом сечении и, следовательно, подобны косозубым эвольвентным колесам, у которых число зубьев равно числу заходов червяка. Основное преимущество эвольвентных червяков – возможность шлифования витков плоской стороной круга. Однако для этого требуются специальные червячно-шлифовальные станки.

Способ изготовления является решающим при выборе профиля нарезки червяка, так как при одинаковом качестве изготовления форма профиля мало влияет на работоспособность передачи. Выбор профиля нарезки червяка связан также с формой инструмента для нарезания червячного колеса.

Червячное колесо нарезают червячными фрезами. Червячная фреза для нарезки червячного колеса является копией червяка. Только фреза имеет режущие кромки и наружный диаметр больше на двойной размер радиального зазора в зацеплении. При нарезании заготовка колеса и фреза совершают такое же взаимное движение, какое имеют червячное колесо и червяк в передаче. Такой метод нарезания колеса автоматически обеспечивает сопряженность профилей червяка и червячного колеса и в то же время обуславливает необходимость введения стандарта на основные геометрические параметры червяка ( $\alpha$ ,  $m$ ,  $q$ ,  $z_1$ ,  $h_a^*$ ,  $c^*$ ) для того, чтобы иметь ограниченный ряд стандартного инструмента.

На рис. 4.42:  $\alpha = 20^\circ$  – профильный угол (в осевом сечении для архимедовых червяков и в нормальном сечении зуба рейки, сопряженной с нарезкой эвольвентного червяка);  $m = \frac{p}{\pi}$  – осевой модуль. Резьба червяка может быть однозаходной или многозаходной. Число заходов червяка обозначают  $z_1$ .

Делительный диаметр червяка связан с модулем коэффициентом диаметра червяка  $q = \frac{d_1}{m}$ . Значения  $m$  и  $q$  стандартизованы. Наиболее часто встречаются значения:

$$m = 2; 2,5; 3,15; 4; 5; 6,3; 8; 10; 12,5 \text{ мм};$$

$q = 8; 10^*; 12,5^{**}; 16; 20$  (\* за исключением  $m = 2$ , \*\* за исключением  $m = 2,5$ )

В этом диапазоне для каждого значения модуля предусмотрены червячные фрезы при всех указанных значениях  $q$  и  $z$ .

Для того чтобы исключить слишком тонкие червяки, стандарт предусматривает уменьшение  $q$  с уменьшением  $m$ . При таком червяке увеличивается прогиб червячного вала, что нарушает правильность зацепления. Рекомендуют  $q \geq 0,25 z_2$ .

Угол подъема винтовой линии  $\gamma$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\pi m z_1}{\pi d_1} = \frac{m z_1}{d_1} = \frac{z_1}{q} \quad (4.50)$$

Диаметр (см. рис. 4.42, а)

$$d_1 = qm, \quad d_{a1} = d_1 + 2m, \quad d_{f1} = d_1 - 2,4m. \quad (4.51)$$

Длину нарезной части определяют по условию использования одновременного зацепления наибольшего числа зубьев колеса (табл. 4.4)

Таблица 4.4

Коэффициент смещения $x$	Число заходов червяка $z_1$	
	1...2	4
0	$b_1 \geq (11+0,06z_2)m$	$b_1 \geq (12,5+0,09z_2)m$
-0,5	$b_1 \geq (8+0,06z_2)m$	$b_1 \geq (9,5+0,09z_2)m$
-0,1	$b_1 \geq (10,5+z_1)m$	$b_1 \geq (10,5+z_1)m$
+0,5	$b_1 \geq (11+0,1z_2)m$	$b_1 \geq (12,5+0,1z_2)m$
+0,1	$b_1 \geq (12+0,1z_2)m$	$b_1 \geq (13+0,1z_2)m$

Червячные колеса (рис. 4.43). При нарезке без смещения

$$d_2 = z_2 m, \quad d_{a2} = d_2 + 2m, \quad d_{f2} = d_2 - 2,4m, \quad (4.52)$$

$$a_w = 0,5(q + z_2)m.$$

По условию неподрезания зубьев,

$$z_2 \geq 28. \quad (4.53)$$

Размеры  $b_2$  и  $d_{aM2}$ , соответствующие углу обхвата червяка колесом  $2\delta \approx 100^\circ$  (силовые передачи):

$z_1$	1	2	4
$d_{aM2}$	$\leq d_{a2} + 2m$	$\leq d_{a2} + 1,5m$	$\leq d_{a2} + m$
$b_2$	$\leq 0,75d_{a1}$		$\leq 0,67d_{a1}$

Червячные передачи со смещением. Для нарезания червячных колес со смещением и без смещения на практике используют один и тот же инструмент. Поэтому червяк (аналог инструмента) всегда нарезают без смещения. Смещение инструмента при нарезании колеса выполняют в целях округления дробных значений межосевых расстояний до размеров из ряда  $Ra40$ , а также вписывания в заданное или стандартное межосевое расстояние.

Стандартные межосевые расстояния установлены для стандартных редукторов  $a_w = 40; 50; 63; 80; 100; 125; 140; 160; 200; 225; 280; 315; 355; 400; 450; 500$  мм. Для нестандартных передач не обязательно придерживаться

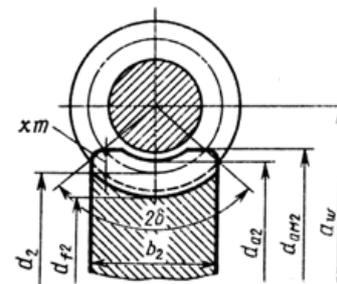


Рис. 4.43

этих значений. Следует иметь в виду, что межосевое расстояние можно округлить и путем некоторого отклонения от передаточного отношения, т. е. путем изменения  $z_2$ .

При заданном межосевом расстоянии  $a_w$  коэффициент смещения

$$\left. \begin{aligned} x &= a_w / m - 0,5(q + z_2) \\ \text{или } a_w &= 0,5(q + z_2 + 2x)m \end{aligned} \right\} \quad (4.54)$$

У червячного колеса со смещением

$$d_{2a} = (z_2 + 2 + 2x)m, \quad d_{f2} = (z_2 - 2,4 + 2x)m. \quad (4.55)$$

все другие размеры остаются неизменными.

По условию неподрезания и незаострения зубьев значение  $x$  на практике допускают в пределах до +0,7 (реже + 1).

Точность изготовления. Стандартом на червячные передачи СТ СЭВ 311-76 установлено 12 степеней точности. Степени точности 3, 4, 5 и 6 рекомендуют для передач, от которых требуется высокая кинематическая точность; степени 5, 6, 7, 8 и 9 – для силовых передач (табл. 4.5). Основы стандарта на точность червячных передач такие же, как и для зубчатых.

Таблица 4.5

Степень точности, не ниже	Скорость скольжения $v_s$ , м/с	Обработка	Примечание
7	$\leq 10$	Червяк закален, шлифован и полирован. Колесо нарезается шлифованными червячными фрезами. Обкатка под нагрузкой	Передача с повышенными скоростями и малым шумом, с повышенными требованиями к габаритам
8	$\leq 5$	Допускается червяк с $\leq 350\text{НВ}$ , нешлифованный. Колесо нарезается шлифованной червячной фрезой или «летучкой». Рекомендуется обкатка под нагрузкой	Передачи среднескоростные со средними требованиями к шуму, габаритам и точности
9	$\leq 2$	Червяк с $\leq 350\text{НВ}$ не шлифуется. Колесо нарезается любым способом	Передачи низкоскоростные, кратковременно работающие и ручные с пониженными требованиями

Особое внимание уделяют нормам точности монтажа передачи, так как в червячной передаче ошибки положения колеса относительно червяка более вредны, чем в зубчатых передачах. Как было отмечено, в зубчатых передачах осевое смещение колес и небольшие изменения межосевого расстояния не влияют на распределение нагрузки по длине зуба. В червячных передачах это влияние весьма существенно. Поэтому здесь устанавливают более строгие допуски на межосевое расстояние и положение средней плоскости колеса относительно червяка. В конструкциях обычно предусматривают возможность регулировки положения средней плоскости колеса относительно червяка, а при монтаже это положение проверяют по пятну контакта (краске).

#### 4.9.2 Кинематические параметры передач

Передаточное отношение. В червячной передаче в отличие от зубчатой окружные скорости  $v_1$  и  $v_2$  не совпадают (см. рис. 4.40). Они направлены под углом  $90^\circ$  и различны по значению. Поэтому червячная передача имеет следующие особенности: передаточное отношение не может быть выражено отношением  $\frac{d_2}{d_1}$ , в относительном движении на-

чальные цилиндры не обкатываются, а скользят. При одном обороте червяка колесо повернется на угол, охватывающий число зубьев колеса, равное числу заходов червяка. Для полного оборота колеса необходимо  $\frac{z_2}{z_1}$  оборотов червяка, т. е.

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (4.56)$$

Число заходов червяка выполняет здесь функцию числа зубьев шестерни в зубчатой передаче. Так как  $z_1$  может быть небольшим и часто равным единице (чего не может быть у шестерни), то в одной червячной паре можно получить большое передаточное отношение. Это и является основным достоинством червячных передач. В силовых червячных передачах наиболее распространены  $i = 10 \dots 60(80)$ ; в кинематических цепях приборов и длительных механизмов встречаются  $i$  до 300 и более.

Ведущим в большинстве случаев является червяк.

*Скольжение в зацеплении.* При движении витки червяка скользят по зубьям колеса, как в винтовой паре. Скорость скольжения  $v_s$  направлена по касательной к винтовой линии червяка. Как относительная скорость она равна геометрической разности абсолютных скоростей червяка и колеса, которыми в

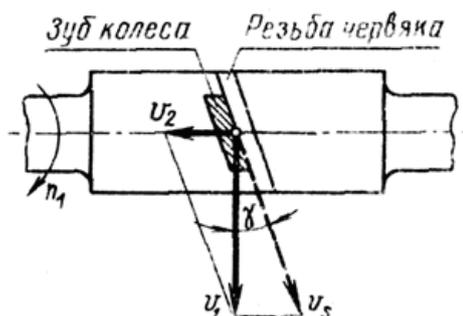


Рис. 4.44

данном случае являются окружные скорости  $v_1$  и  $v_2$  (см. рис. 4.40 и 4.44);  $\overline{v_s} = \overline{v_1} - \overline{v_2}$  или  $\overline{v_s} + \overline{v_2} = \overline{v_1}$  и, далее,

$$\left. \begin{aligned} v_s &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \frac{v_1}{\cos \gamma}, \\ v_1 &= \frac{\pi d_1 n_1}{60}, \quad v_2 = \frac{\pi d_2 n_2}{60}, \\ \frac{v_2}{v_1} &= \operatorname{tg} \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (4.57)$$

Здесь  $\gamma$  – угол подъема винтовой линии червяка. Так как практически  $\gamma < 30^\circ$  (см. ниже), то в червячной передаче  $v_2$  всегда значительно меньше  $v_1$ , а  $v_s$  больше  $v_1$ .

Большое скольжение в червячных передачах служит причиной пониженного к. п. д., повышенного износа и склонности к заеданию (основные недостатки червячных передач).

### 4.9.3 К. п. д. червячной передачи

К. п. д. червячной передачи, так же как и зубчатой, определяют по формуле (4.58). Различаются только формулы для определения потерь в зацеплении. По аналогии с винтовой парой для червячных передач запишем к. п. д. зацепления при ведущем червяке:

$$\eta_s = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi)} \quad (4.58)$$

К. п. д. увеличивается с увеличением числа заходов червяка (увеличивается  $\gamma$ ) и с уменьшением коэффициента трения или угла трения  $\varphi$ . Если ведущим является колесо, то вследствие изменения направления сил получают

$$\eta_s = \frac{\operatorname{tg}(\gamma - \varphi)}{\operatorname{tg}\gamma} \quad (4.59)$$

При  $\gamma \leq \varphi$ ,  $\eta_s = 0$  передача движения в обратном направлении (от колеса к червяку) становится невозможной. Получаем самотормозящую червячную пару. Свойство самоторможения червячных передач используют в грузоподъемных и других механизмах. Следует учитывать, что, согласно формуле (4.58), к. п. д. самотормозящей передачи мал и всегда меньше 0,5. Для надежности самоторможения рекомендуют  $\gamma \leq 0,5\varphi$ .

Опытом установлено, что при наличии удовлетворительной смазки значение коэффициента трения  $f$  зависит от скорости скольжения (табл. 4.6) (червяк стальной, колесо из оловянной бронзы).

Таблица 4.6

$v_s$ , м/с	$f$	$\varphi$
0,01	0,11...0,12	6°17'...6°51'
0,1	0,08...0,09	4°34'...5°09'
0,25	0,065...0,075	3°43'...4°17'
0,5	0,005...0,065	3°09'...3°43'
1	0,045...0,055	2°35'...3°09'
1,5	0,04...0,05	2°17'...2°52'
2	0,035...0,045	2°00'...2°35'
2,5	0,03...0,04	1°43'...2°17'
3	0,028...0,035	1°36'...2°00'
4	0,023...0,03	1°26'...1°43'
7	0,018...0,026	1°02'...1°29'
10	0,016...0,024	0°55'...1°22'
15	0,014...0,020	0°48'...1°09'

С увеличением  $v_s$  снижается  $f$ . Это объясняется тем, что повышение  $v_s$  приводит к постепенному переходу от режимов полужидкостного трения к жидкостному трению.

Кроме скорости скольжения значение коэффициента трения зависит от шероховатости поверхностей трения, а также качества смазки. В соответствии с этим нижние значения в табл. 9.3 относятся к передачам с закаленными полированными червяками при хорошей смазке.

Для предварительных расчетов, когда размеры  $\gamma$  и  $v_s$  передачи еще не известны, к. п. д. можно оценивать ориентировочно по средним значениям:

$z_1$	1	2	4
$\eta$	0,7...0,75	0,75...0,82	0,87...0,92

После определения размеров передачи значение выбранного к. п. д. проверяют расчетом.

#### 4.9.4 Силы в зацеплении

В червячном зацеплении (рис. 4.45) действуют: окружная сила червяка  $F_{t1}$ , равная осевой силе колеса  $F_{a2}$ ,

$$F_{t1} = F_{a2} = \frac{2T_1}{d_1}; \quad (4.60)$$

Окружная сила колеса  $F_{t2}$ , равная осевой силе червяка  $F_{a1}$ ,

$$F_{t2} = F_{a1} = \frac{2T_2}{d_2}; \quad (4.61)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{радиальная сила} \quad F_r = F_{t2} = \operatorname{tg} \alpha; \\ \text{нормальная сила} \quad F_n = \frac{F_{t2}}{\cos \alpha \cos \gamma}. \end{array} \right\} \quad (4.62)$$

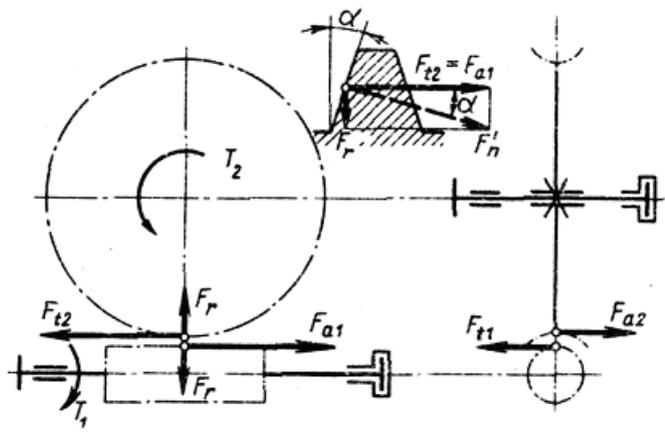


Рис. 4.45

Формулы (4.62) получены на основании рис. 4.45, на котором изображено осевое сечение витка червяка. В осевой плоскости силы  $F_{t2}$  и  $F_r$ , являются составляющими  $F_n' = F_n \cos \gamma$  (проекция нормальной силы на осевую плоскость). В формулах (4.60) и (4.61)  $T_1$  и  $T_2$  – моменты на червяке и колесе:

$$T_2 = T_1 i \eta. \quad (4.63)$$

#### 4.9.5 Оценка и применение

На основе вышеизложенного можно отменить следующие основные преимущества червячной передачи: возможность получения больших передаточных отношений в одной паре; плавность и бесшумность работы; повышенная кинематическая точность; возможность самоторможения (при низком к. п. д.).

Недостатки этой передачи: сравнительно низкий к. п. д.; повышенный износ и склонность к заеданию; необходимость применения для колес дорогих антифрикционных материалов (бронза); повышенные требования к точности сборки (точное  $a_w$ , совпадение главных плоскостей колеса и червяка).

Червячные передачи дороже и сложнее зубчатых, поэтому их применяют при необходимости передачи движения между перекрещивающимися валами, а также в механизмах, где необходимы большие передаточные отношения и высокая кинематическая точность, например делительные устройства, механизмы наведения и г. п. Червячные передачи применяют в подъемно-транспортных машинах, станкостроении, автомобилестроении и др.

Пониженный к. п. д. и склонность червячных передач к заеданию ограничивают их применение областью низких и средних мощностей при периодической кратковременной работе. Мощность червячных передач обычно не превышает 50...60 кВт. При больших мощностях и длительной работе потери в червячной передаче столь существенны, что ее применение становится невыгодным.

#### 4.9.6 Расчет прочности зубьев

Основные критерии работоспособности и расчета. Червячные передачи, так же как и зубчатые, рассчитывают по напряжениям изгиба и контактными напряжениям. В отличие от зубчатых в червячных передачах чаще наблюдается износ и заедание, а не выкрашивание поверхности зубьев. При мягком материале колеса (оловянистые бронзы) заедание проявляется в так называемом постепенном «намазывании» бронзы на червяк, при котором передача может еще работать продолжительное время. При твердых материалах (алюминиево-железистые бронзы, чугуны и т. п.) заедание переходит в задиры поверхности с последующим быстрым разрушением зубьев колеса.

Повышенный износ и заедание червячных передач связаны с большими скоростями скольжения и неблагоприятным направлением скольжения относительно линии контакта.

Из теории смазки известно, что наиболее благоприятным условием для образования жидкостного трения является перпендикулярное направление скорости скольжения (рис. 4.46) к линии контакта ( $\psi = 90^\circ$ ). В этом случае смазка затягивается под тело А.

Между трущимися телами (А и В) образуется непрерывный масляный слой; сухое трение металлов заменяется жидкостным. При направлении скорости скольжения вдоль линии контакта ( $\psi = 0^\circ$ ) масляный слой в контактной зоне образоваться не может; здесь будет сухое и полусухое трение. Чем меньше угол  $\psi$ , тем меньше возможность образования жидкостного трения.

Последовательное расположение контактных линий (1, 2, 3...) в процессе зацепления червячной пары показано на рис. 4.47 Там же показаны скорости скольжения, направление которых близко к направлению окружной скорости червяка [см. рис. 4.44 и формулу (4.57)]. В заштрихованной зоне направление  $v_s$  почти совпадает с направлением контактных линий; условия смазки здесь затруднены. Поэтому при больших нагрузках в этой зоне начинается заедание, которое распространяется на всю рабочую поверхность зуба.

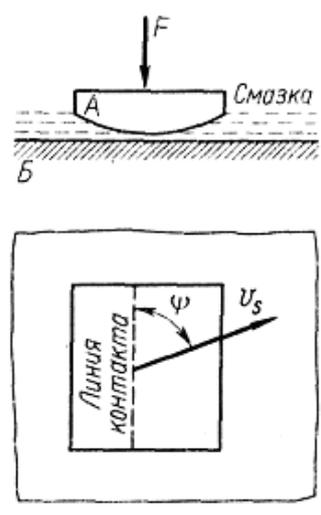


Рис. 4.46

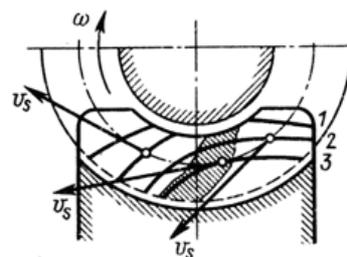


Рис. 4.47

Для предупреждения заедания ограничивают значения контактных напряжений и применяют специальные антифрикционные пары материалов: червяк – сталь, колесо – бронза или чугун. Устранение заедания в червячных передачах не устраняет абразивного износа зубьев. Интенсивность износа зависит также от значения контактных напряжений. Поэтому расчет по контактным напряжениям для червячных передач является основным. Расчет по напряжениям изгиба производится при этом как проверочный. Только при мелкозубных колесах с большим числом зубьев ( $z_2 > 100$ ) напряжения изгиба могут оказаться решающими. Расчет по напряжениям изгиба выполняют как основной для передач ручных приводов.

Расчет на прочность по контактным напряжениям. Основное уравнение (4.7)

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{qE_{np}}{\rho_{np}}} \quad (4.64)$$

применяют и для червячного зацепления. Для архимедовых червяков радиус кривизны витков червяка в осевом сечении  $\rho_1 = \infty$ . При этом по формуле (4.9) с учетом уравнения (4.21) находим

$$\frac{1}{\rho_{np}} \approx \frac{2 \cos^2 \gamma}{d_2 \sin \alpha}$$

По аналогии с косозубой передачей, удельная нагрузка для червячных передач

$$q = \frac{F_n K_H}{l_\Sigma} = \frac{F_{t2} K_H}{l_\Sigma \cos \alpha \cos \gamma} = \frac{T_2 K_H}{d_2 d_1 \delta \varepsilon_\alpha \xi \cos \alpha},$$

где  $l_\Sigma = \frac{d_1 \delta \varepsilon_\alpha \xi}{\cos \gamma}$  – суммарная длина контактной линии (см. рис. 4.43);

$\varepsilon_\alpha = 1,8 \dots 2,2$  – торцовый коэффициент перекрытия, в средней плоскости червячного колеса;  $\xi \approx 0,75$  – коэффициент, учитывающий уменьшение длины контактной линии в связи с тем, что соприкосновение осуществляется не по полной дуге обхвата ( $2\delta$ ), а так, как показано на рис. 4.47. После подстановки в формулу (4.64) найдем

$$\sigma_H = 1,8 \sqrt{\frac{E_{np} T_2 K_H \cos^2 \gamma}{d_2^2 d_1 \delta \varepsilon_\alpha \xi \sin 2\alpha}} \leq [\sigma_H]. \quad (4.65)$$

Приближенно при  $\alpha = 20^\circ$  и  $x = 0$  [30]

Для проектного расчета формулу (4.65) решают относительно  $d_2$ , заменяя  $d_1 = qm = \frac{q d_2}{z_2}$  и принимая  $\alpha = 20^\circ$ ,  $K_H \approx 1,1$ ,  $\gamma \approx 10^\circ$ ,  $2\delta = 100^\circ = 1,75$  рад,  $\varepsilon_\alpha = 1,9$ ,  $\xi = 0,75$ .

$$\text{При этом } d_2 = 1,25 \sqrt[3]{\frac{E_{np} T_2}{[\sigma_H]^2 (q/z_2)}} \quad (4.66)$$

$$\text{Учитывая } a_w = 0,5 d_2 (q/z_2 + 1) \quad (4.67)$$

решаем формулу (4.66) относительно межосевого расстояния:

$$a_w = 0,625d_2(q/z_2 + 1) \sqrt{\frac{E_{np}T_2}{[\sigma_H]^2(q/z_2)}} \quad (4.68)$$

В формулах (4.65)...(4.70)  $E_{np} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}$ , где  $E_1$  и  $E_2$  – модули упругости материалов червяка и колеса:  $E_1 = 2,1 \cdot 10^5$  МПа – сталь;  $E_2 = 0,9 \cdot 10^5$  МПа – бронза, чугун.

При проектном расчете отношением  $q/z_2$  задаются. При этом учитывают следующее. Неравномерность распределения нагрузки в зацеплении существенно зависит от прогиба червяка. В свою очередь, этот прогиб зависит от диаметра червяка и расстояния между опорами. Диаметр червяка пропорционален  $q$ , а расстояние между опорами пропорционально диаметру колеса или  $z_2$  (см. рис. 4.40). Поэтому при больших  $z_2$  следует принимать большие  $q$ .

Однако при увеличении  $q$  уменьшаются  $\gamma$  и к. п. д. [см. формулы (4.50) и (4.58)], а также увеличиваются габариты передачи. Для силовых передач принимают  $q/z_2 = 0,22...0,4$ .

Расчет на прочность по напряжениям изгиба. По напряжениям изгиба рассчитывают только зубья колеса, так как витки червяка по форме и материалу значительно прочнее зубьев колеса. Точный расчет напряжений изгиба усложняется переменной формой сечения зуба по ширине колеса и тем, что основание зуба расположено не по прямой линии, а по дуге окружности (см. рис. 4.43). В приближенных расчетах червячное колесо рассматривают как косозубое. При этом в формулу (4.32) вводят следующие поправки и упрощения.

1. По своей форме зуб червячного колеса прочнее зуба косозубого колеса (примерно на 40%). Это связано с дуговой формой зуба и с тем, что во всех сечениях, кроме среднего, зуб червячного колеса нарезается как бы с положительным смещением (см. *хт* на рис. 4.43). Особенности формы зуба червячных колес учитывает коэффициент формы зуба  $Y_F$ :

$z_v$	20	24	26	28	30	32	35	37	40
$Y_F$	1,98	1,88	1,85	1,80	1,76	1,71	1,64	1,61	1,55
$z_v$	45	50	60	80	100	150	300		
$Y_F$	1,48	1,45	1,40	1,34	1,30	1,27	1,24		

2. Червячная пара сравнительно хорошо прирабатывается. Поэтому принимают

$K_{Fa} = 1$  и  $Y_{\beta} = 1$  [см. формулу (4.34)] и, далее,

$$z_{F\beta} = \frac{1}{\varepsilon_{\alpha} \xi} = \frac{1}{1,9 \cdot 0,75} = 0,7.$$

При этом формулу (4.32) можно записать в виде

$$\sigma_F = 0,7 Y_F \frac{F_{t2} K_F}{b_2 m_n} \leq [\sigma_F], \quad (4.69)$$

где  $K_F$  – коэффициент расчетной нагрузки (см. ниже);  $m_n = m \cos \gamma$ ; значения  $Y_F$  приведены выше с учетом эквивалентного числа зубьев колеса

$$z_v = \frac{z_2}{\cos^3 \gamma}. \quad (4.70)$$

*Расчетная нагрузка.* Для червячных передач приближенно принимают

$$K_H = K_F = K_v K_{\beta},$$

где  $K_v$  – коэффициент динамической нагрузки;  $K_{\beta}$  – коэффициент концентрации нагрузки.

Как было отмечено выше, одним из достоинств червячной передачи является плавность и бесшумность работы. Поэтому динамические нагрузки в этих передачах невелики. При достаточно высокой точности изготовления принимают  $K_{\beta} \approx 1$  при  $v_s < 3$  м/с;  $K_{\beta} = 1 \dots 1,3$  при  $v_s > 3$  м/с.

Хорошая прирабатываемость материалов червячной пары уменьшает неравномерность нагрузки по контактным линиям. При постоянной внешней нагрузке  $K_{\beta} \approx 1$  при переменной нагрузке  $K_{\beta} = 1,05 \dots 1,2$  – большие значения при малых  $q$  и больших  $z_2$ .

#### 4.9.7 Материалы и допускаемые напряжения

В связи с высокими скоростями скольжения и неблагоприятными условиями смазки материалы червячной пары должны обладать антифрикционными свойствами, износостойкостью и пониженной склонностью к заеданию.

Червяки современных передач изготавливают из углеродистых или легированных сталей [8]. Наибольшей нагрузочной способностью обладают пары, у которых витки червяка подвергают термообработке до высокой твердости (закалка, цементация и пр.) с последующим шлифованием.

Червячные колеса изготавливают преимущественно из бронзы (табл. 4.7), реже из латуни или чугуна. Оловянные бронзы типа ОФ10-1, ОНФ и другие считаются лучшим материалом для червячных колес, однако они дороги и дефицитны. Их применение ограничивают передачами при сравнительно больших скоростях скольжения ( $v_s = 5...25$  м/с). Безоловянистые бронзы, например алюминиево-железистые типа АЖ9-4 и др., обладают повышенными механическими характеристиками ( $HВ$ ,  $\sigma_B$ ), но имеют пониженные противозадирные свойства.

Таблица 4.7

Материал колеса	Способ отливки	Механические характеристики, МПа	
		$\sigma_T$	$\sigma_B$
БРОФ10-1	В песок	120	200
БрОФЮ-1	В кокиль	150	260
БрОНФ	Центробежный	170	290
БрАЖ9-4	В песок	200	400

Их применяют в паре с твердыми ( $> 45$  HRC) шлифованными и полированными червяками для передач, у которых  $v_s \leq 5$  м/с. Чугун серый или модифицированный применяют при  $v_s \leq 2$  м/с, преимущественно в ручных приводах.

Допускаемые контактные напряжения для оловянных бронз:  $[\sigma_H] \approx (0,85...0,9)\sigma_B$  при шлифованном и полированном червяке с твердостью  $\geq 45$  HRC;  $[\sigma_H] \approx c0,75\sigma_B$  при несоблюдении указанных условий для червяка. Для бронзы БрАЖ9-4  $[\sigma_H] \approx (300...25)v_s$  (МПа) – при шлифованном и полированном червяке с твердостью  $\geq 45$  HRC,  $C_v$  – коэффициент, учитывающий скорость скольжения:

$v_s$	$\leq 1$	2	3	4	5	6	7	$\geq 8$ м/с
$C_v$	1,33	1,21	1,11	1,02	0,95	0,88	0,83	0,8

При проектном расчете скорость скольжения (м/с) оценивают по приближенной зависимости

$$v_s \approx 4,5 \cdot 10^{-4} n_1 \sqrt[3]{T_2} .$$

Приведенные зависимости относятся к длительному сроку службы при нагрузке, близкой к постоянной.

Допускаемые напряжения изгиба для всех марок бронз

$$[\sigma_H] = 0,25\sigma_T + 0,08\sigma_B .$$

Для проверки червячных передач на прочность при кратковременных перегрузках, которые не учитывают в основном расчете, принимают следующие предельные допускаемые напряжения: оловянные бронзы  $[\sigma_H]_{\max} = 4\sigma_T$ ; бронза БрАЖ9-4  $[\sigma_H]_{\max} = 2\sigma_T$ ;  $[\sigma_H]_{\max} \approx 0,8\sigma_T$  для бронзы всех марок.

#### 4.9.8 Тепловой расчет, охлаждение и смазка передачи

Механическая энергия, потерянная в передаче, превращается в тепловую и нагревает передачу. Если отвод теплоты недостаточный, передача перегревается и выходит из строя. Количество теплоты, выделяющейся в передаче в секунду, или тепловая мощность,

$$\Phi = P_1(1 - \eta), \quad (4.71)$$

где  $P_1$  – мощность на входном валу, Вт;  $\eta$  – к. п. д. передачи.

Через стенки корпуса редуктора теплота отдается окружающему воздуху, происходит естественное охлаждение. Количество теплоты, отданной при этом в секунду, или мощность теплоотдачи,

$$\Phi_1 = K(t_1 - t_0)A \quad (4.72)$$

где  $A$  – площадь поверхности охлаждения,  $m^2$ ;  $t_1$  – внутренняя температура редуктора или температура масла,  $^{\circ}C$ ;  $t_0$  – температура окружающей среды (воздуха),  $^{\circ}C$ ;  $K$  – коэффициент теплоотдачи,  $Вт/(m^2 \cdot ^{\circ}C)$ .

Под площадью поверхности охлаждения  $A$  понимают только ту часть площади наружной поверхности корпуса редуктора, которая изнутри омывается маслом или его брызгами, а снаружи – свободно циркулирующим воздухом. По последнему признаку обычно не учитывают площадь поверхности днища корпуса. Если корпус снабжен охлаждающими ребрами, то учитывается только 50 % площади их поверхности.

Допускаемое значение  $t_1$  зависит от сорта масла, его способности сохранять смазывающие свойства при повышении температуры. Для обычных редукторных масел допускают  $t_1 = 60...70^{\circ}C$  (наибольшая температура  $85...90^{\circ}C$ ). Авиационные масла допускают  $t_1 = 100...120^{\circ}C$ .

Значение  $t_0$  указывают в задании на проектирование (обычно  $t_0 \approx 20^{\circ}C$ ).

В закрытых небольших помещениях при отсутствии вентиляции  $K \approx 8...10$ , в помещениях с интенсивной вентиляцией  $K \approx 14...17 \text{ Вт}/(m^2 \cdot ^{\circ}C)$ . Значение  $K$  уменьшается при загрязнении корпуса редуктора.

Если в уравнении (4.71) и (4.72)

$$\Phi \leq \Phi_1, \quad (4.73)$$

это означает, что естественного охлаждения достаточно. В противном случае необходимо применять искусственное охлаждение или снижать мощность передачи.

Искусственное охлаждение осуществляют следующими способами:

1. Обдувают корпус воздухом с помощью вентилятора (рис. 4.48, а). При этом  $K$  повышается до  $20...28 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ . Обдуваемая поверхность обычно снабжена ребрами.
2. Устраивают в корпусе водяные полости или змеевики с проточной водой (рис. 4.48, б). При этом  $K$  повышается до  $90...200 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$  при скорости воды в трубе до  $1 \text{ м/с}$ .
3. Применяют циркуляционные системы смазки со специальными холодильниками (рис. 4.48, в).

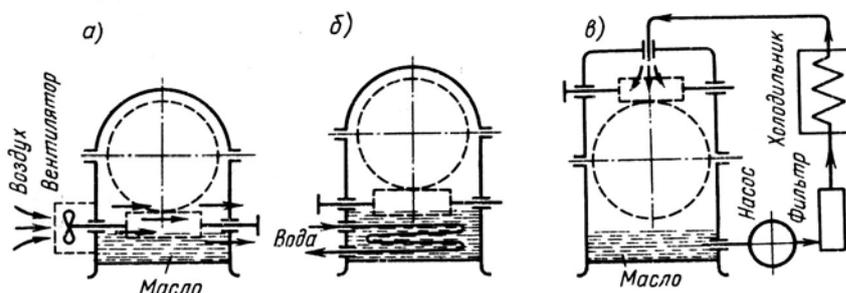


Рис. 4.48

В первых двух случаях, а также при естественном охлаждении смазка осуществляется путем частичного погружения одного из колес пары (см. рис. 4.39) или червяка (рис. 4.48, а, б) в масляную ванну. Во избежание больших потерь на разбрызгивание и перемешивание масла, а также для того, чтобы масло не вспенивалось (при этом снижаются смазывающие свойства), глубина погружения колес в масло не должна превышать высоты зуба или витка червяка для быстроходных колес и  $1/3$  радиуса тихоходных колес. Рекомендуемое количество масла в ванне  $\sim 0,35...0,7$  л на  $1 \text{ кВт}$  передаваемой мощности.

При циркуляционной смазке (рис. 4.48, в) масло подают насосом в места зацепления и к подшипникам. При этом оно прогоняется через фильтр и холодильник. Непрерывная очистка масла является большим преимуществом циркуляционной смазки, ее применяют при окружных скоростях  $v > 12...15 \text{ м/с}$ .

Искусственное охлаждение применяют в некоторых случаях для червячных и всех глобоидных передач. Для зубчатых, а также для червячных передач при сравнительно малой мощности и высоком к. п. д. (многозаходные червяки), как правило, достаточно естественного охлаждения. Сорт масла выбирают в зависимости от окружной скорости и нагруженности передачи.

### 4.9.9 Глобоидные передачи

У глобоидных передач витки червяка образуются на глобоиде (см. рис. 4.49).

Нагрузочная способность этих передач примерно в 1,5 раза больше по сравнению с обычными червячными передачами. Повышение нагрузочной способности глобоидных передач объясняется одновременным зацеплением большого числа зубьев и благоприятным расположением линий контакта.

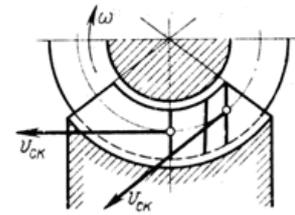


Рис. 4.49

В глобоидном зацеплении линии контакта располагаются почти перпендикулярно направлению скоростей скольжения (рис. 4.49), что способствует образованию непрерывной масляной пленки на трущихся поверхностях (см. рис. 4.46 и 4.47). Благоприятные условия смазки способствуют устранению заедания и позволяют повысить значение контактных напряжений. Изготовление червячных передач с глобоидным червяком значительно сложнее, чем с цилиндрическим. При сборке необходимо обеспечить точное осевое положение не только колеса, но и червяка. Передачи очень чувствительны к износу подшипников и деформациям. Эти недостатки ограничивают применение глобоидных передач.

В настоящее время получают распространение цилиндрические червяки с вогнутым профилем витков.

Они проще в изготовлении и эксплуатации и в то же время не уступают глобоидным червякам по нагрузочной способности. У них также благоприятное расположение контактных линий для режима жидкостного трения.

Параметры оптимизации червячной передачи по сравнению с зубчатой дополняют числом заходов червяка  $z_1$  и коэффициентом диаметра червяка  $q$ . В качестве критериев оптимизации кроме цены или массы рассматривают значения к. п. д. и температуры редуктора.

### 4.10 Ременные передачи

Передачи фрикционного сцепления гибких звеньев (ремней) со шкивами, применяемые в машиностроении, называют ременными.

Классификация ременных передач. По типу ремней передачи делят на плоскоременные (рис. 4.50 а, б), клиноременные (рис. 4.50, в) и круглоременные (рис. 4.50, г, д). В последнее время получают распространение зубчато-ременные передачи. В зависимости от расположения ва-

лов передачи бывают с параллельными, пересекающимися и перекрещивающимися осями валов. Передача с параллельными валами, показанная на рис. 4.50, называется открытой. Передачи других типов применяют значительно реже.

По способам натяжения ремня имеются передачи, в которых натяжение создается путем предварительного упругого растяжения ремня (рис. 4.50), с помощью натяжного ролика (рис. 4.51, а), весом груза (рис. 4.51, б) или весом электродвигателя (рис. 4.51, в). В зависимости от линейных скоростей  $v$  ремня передачи делят на обыкновенные ( $v < 30$  м/с), скоростные ( $v < 60$  м/с) и сверхскоростные ( $v < 100$  м/с).

Области применения. Ременные передачи обычно применяют в качестве понижающих на быстроходных ступенях приводов при мощностях  $N < 50$  кВт, линейных скоростях ремня  $v = 5 - 15$  м/с

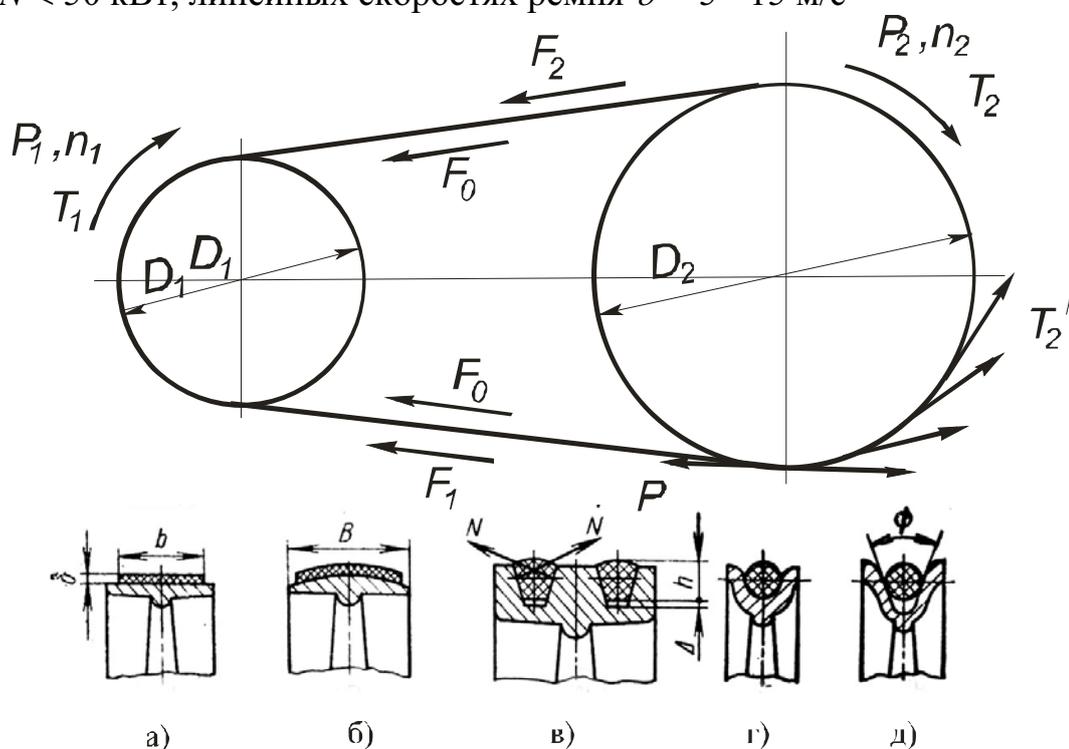


Рис. 4.50

и передаточных отношениях  $i \leq 4$ . Предельные значения передаточных отношений: для обыкновенных плоскоремennых передач  $i = 5$ ; для плоскоремennых с натяжным роликом и клиноремennых передач  $i = 10$ . Чаще применяют клиноремennые передачи.

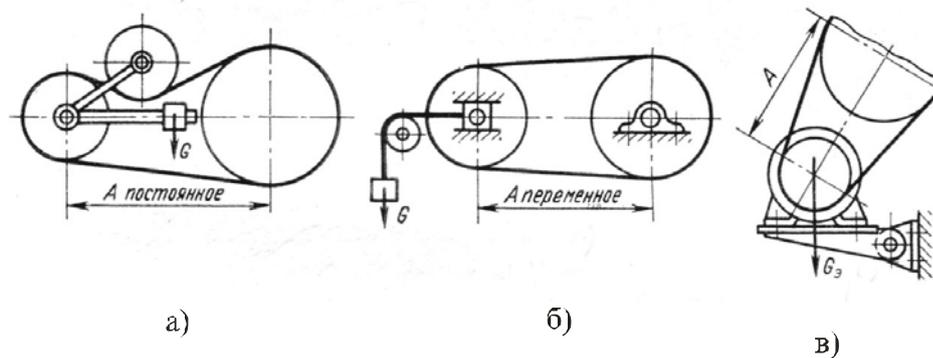


Рис. 4.51

Однако появление плоских ремней из новых синтетических материалов, плоских зубчатых ремней, также саморегулируемых приводов с автоматическим натяжением ремней создает большие перспективы для широкого использования плоскоременных передач.

Типы приводных ремней. Приводные ремни должны иметь:

- малую остаточную вытяжку;
- высокую статическую и усталостную прочность при работе с большими скоростями и на шкивах малого диаметра;
- высокий коэффициент трения;
- стойкость в отношении воздействия щелочей, кислот, минеральных масел.

Для обыкновенных плоскоременных передач применяют стандартные кожаные, прорезиненные, хлопчатобумажные и шерстяные плоские ремни. Перечисленным требованиям в большей степени удовлетворяют кожаные ремни, однако они дефицитны и их обычно заменяют прорезиненными или хлопчатобумажными. Шерстяные ремни преимущественно используют в приводах, работающих с большими перегрузками. Большое влияние на качество работы передач и долговечность ремней оказывает способ сшивки их концов. Поэтому в быстроходных передачах применяют специальные бесконечные (не имеющие сшивки) тонкие текстильные ремни.

Весьма перспективны плоские полиамидные ремни. Они могут работать в широком диапазоне скоростей и нагрузок, хорошо воспринимать перегрузки. Их недостатком является пониженное сцепление с металлическими шкивами. Лучшим сцеплением обладают полиамидные ремни с кожаными или прорезиненными обкладками.

Клиновые ремни (рис. 4.52). По стандартам выпускают приводные клиновые ремни общего назначения, для сельскохозяйственных машин и вентиляторные для двигателей автомобилей, тракторов, комбайнов. Поперечные сечения клиновых ремней характеризуются размерами  $\varphi$ ,  $h$ ,  $a_0$ ,  $a$  (рис. 4.52, а). В каждом из перечисленных стандартов установлены

размеры однотипных ремней нескольких поперечных сечений. Например, в соответствии с ГОСТ 1284 выпускают ремни шести нормальных сечений, которые в порядке возрастания размеров обозначаются буквами Z, A, B, C, D, E и четыре разновидности узкого сечения (SPZ, SPA, SPB, SPC).

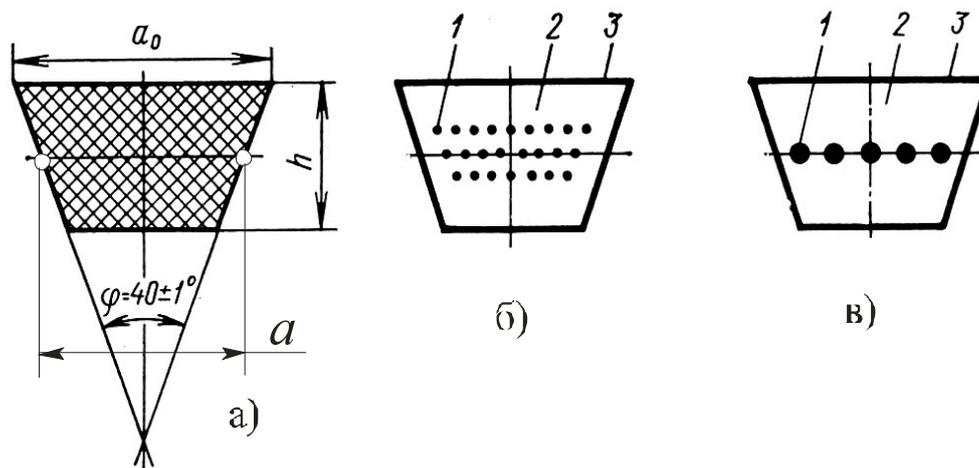


Рис. 4.52

Клиновые ремни состоят из несущего слоя 1 (кордткань, рис. 4.52, б или кордшнур, рис. 4.52, в), резинового заполнителя 2 и защитной обертки 3. Кордшнуровые ремни более прочные и могут работать на шкивах меньшего диаметра. Выпускают также клиновые ремни повышенной гибкости с гофрированной внутренней поверхностью, поликлиновые ремни и др.

**Геометрия передачи.** Обыкновенные ременные передачи рассчитывают по углу обхвата ремнем меньшего шкива  $\alpha_1 = 180^\circ - 2\gamma$  (рис.4.53). Так как отрезок  $O_2C = \frac{D_2 - D_1}{2}$ , то из треугольника  $CO_1O_2$  угол

$$\gamma = \frac{D_2 - D_1}{2A}$$

Переводя значение угла  $\gamma$  в градусы, получим

$$\alpha_1 = 180^\circ - 2\gamma \approx 180^\circ - \frac{D_2 - D_1}{A} 60^\circ. \quad (4.74)$$

С уменьшением углов обхвата снижается надежность сцепления ремня со шкивами. Поэтому рекомендуется принимать  $\alpha_1 \geq 150^\circ$  для плоскоремennых и  $\alpha \geq 90^\circ$  для клиноремennых передач.

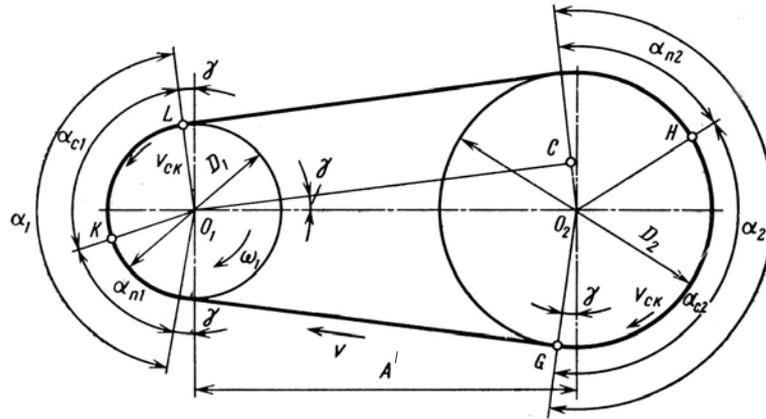


Рис. 4.53

Длина ремня без припуска на сшивку концов равна сумме прямолинейных участков и дуг обхвата:

$$L \approx 2A' + \frac{\pi}{2}(D_2 - D_1) - \frac{(D_2 - D_1)^2}{4A} \quad (4.75)$$

Принцип действия ременной передачи. В ременных передачах нагрузка передается только за счет удельных сил трения  $\Delta F$ , которые возникают на поверхностях обхвата шкивов натянутым ремнем (см. рис. 4.69). В состоянии покоя ремень (рис. 4.69) испытывает по всей длине одинаковое натяжение  $F_0$ , называемое начальным (предварительным) натяжением, и соответственно получает начальное относительное удлинение  $\varepsilon_0 = \frac{F_0}{EA}$ .

При холостом ходе натяжение и относительная деформация ремня практически не изменяются. Поэтому можно считать, что при холостом ходе скорость  $v$  ремня и окружные скорости обоих шкивов равны, т.е.  $v = v_1 = v_2$ .

При работе передачи с нагрузкой, для преодоления момента сопротивления  $T_2$ , возникающего на ведомом шкиве, натяжение ведущей ветви должно увеличиться до  $F_1 > F_0$ , а ведомой ветви – уменьшается до  $F_2 < F_0$ .

Из условия равновесия сил, действующих на ведомый шкив, имеем

$$T'_2 = (F_1 - F_2) \frac{D_2}{2}. \quad (4.76)$$

Но крутящий момент  $M'_2 = \frac{FD_2}{2}$ , поэтому разность натяжений ведущей и ведомой ветвей можно выразить через окружное усилие

$$F_1 - F_2 = F_t. \quad (4.77)$$

Изменение натяжений ветвей ремня в передаче, работающей с нагрузкой, приводит к соответствующему увеличению относительной де-

формации ведущей ветви от  $\varepsilon_0$  до  $\varepsilon_1$  и к уменьшению относительной деформации ведомой ветви от  $\varepsilon_0$  до  $\varepsilon_2$ :

$$\varepsilon_1 = \frac{F_1}{EA} = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_1; \quad \varepsilon_2 = \frac{F_2}{EA} = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_2$$

Как видно из формулы (4.75), длина ремня не зависит от нагрузки. Следовательно, изменение относительных деформаций ведущей  $\Delta\varepsilon_1$  и ведомой  $\Delta\varepsilon_2$  ветвей равны. Сложив почленно эти равенства и учитывая, что  $\varepsilon_0 = \frac{F_0}{EA}$ , получим

$$F_1 + F_2 = 2F_0 \quad (4.78)$$

Так как ремень имеет замкнутый контур, то изменение относительных деформаций его обеих ветвей возможно только в том случае, если при работе передачи ремень будет проскальзывать по шкивам. Действительно, как показывают опыты, на некоторой дуге ГН обхвата ведомого шкива (рис. 4.53) ремень постепенно удлиняется. При этом отдельные сечения ремня начинают перемещаться со скоростью, превышающей линейную скорость шкива ( $v + v_{ск} > v_2$ ). Одновременно с этим, на дуге КЛ обхвата ведущего шкива ремень укорачивается и начинает скользить по ободу в направлении, обратном вращению шкива, т.е. в пределах дуги КЛ линейная скорость ремня оказывается меньше линейной скорости ведущего шкива ( $v - v_{ск} < v_2$ ). Такое скольжение, обусловленное упругими свойствами материала ремней, называют упругим скольжением и оно неизбежно для ременных передач.

Дуги ГН и КЛ и соответствующие им углы  $\alpha_{c2}$  и  $\alpha_{c1}$  называют дугами и углами скольжения. Таким образом, полные углы обхвата шкивов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  делятся на углы скольжения  $\alpha_{c1}$  и  $\alpha_{c2}$  и углы покоя  $\alpha_{п1}$  и  $\alpha_{п2}$ , т.е.  $\alpha = \alpha_c + \alpha_n$ . На обоих шкивах дуги покоя находятся со стороны набегающей ветви.

В состоянии покоя и при холостом ходе  $\alpha_c = 0$ . При работе передач с нагрузкой  $i_c > 0$ ,  $F_1 > F_0$ ,  $F_2 < F_0$  и  $\alpha = \alpha_c + \alpha_n$ . По мере увеличения нагрузки углы скольжения возрастают при соответствующем уменьшении углов покоя. В пределе, когда углы скольжения становятся равными углам обхвата ( $\alpha = \alpha_c$ ), наступает сначала частичное, а затем и полное скольжение ремня по ведущему шкиву, которое называют буксованием.

При буксовании полезная нагрузка не может быть передана. Поэтому работоспособность ременных передач зависит от надежности сцепления ремня со шкивами, которую называют тяговой способностью ремней.

$$F_1 = F_0 + \frac{F_t}{2}, \quad F_2 = F_0 - \frac{F_t}{2} \quad (4.79)$$

Для определения натяжений ветвей ремня в ременных передачах можно использовать формулу Эйлера

$$F_1 = F_2 e^{f \cdot \alpha_p}, \quad (4.80)$$

где  $\alpha_p$  – расчетный угол обхвата в радианах. Если принять  $\alpha_p = \alpha$ , то формула (23.7) даст отношение предельных значений  $F_1$  и  $F_2$  на границе буксования. При  $\alpha_p = \alpha_c$  получим отношение  $F_1$  и  $F_2$ , соответствующее рабочему режиму передачи.

При набегании ремня на шкивы на каждый элемент его массы  $dm$  в пределах угла обхвата  $\alpha$  действует центробежная сила  $dC$ . Поэтому ветви ремня испытывают также натяжение  $F_v$  от воздействия центробежных сил:

$$F_v = \frac{q}{g} v^2, \quad (4.81)$$

где  $q$  – вес ремня длиной в 1 м;  $g$  – ускорение свободного падения.

Полные натяжения ведущей  $F'_1$  и ведомой  $F'_2$  ветвей  $F'_1 = F_1 + F_v$ ;  $F'_2 = F_2 + F_v$ . Воздействия центробежных сил особенно сказываются при  $v > 10$  м/с, а также зависят от способа натяжения и вида передачи, что учитывают с помощью коэффициента  $\chi$ .

Напряжения в ремнях. Если натяжения  $F_0$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  и окружное усилие  $F_t$  отнести к площади поперечного сечения ремня, то получим соответствующие напряжения: напряжения от начальных натяжений  $\sigma_0 = \frac{F_0}{A}$ ; полезные напряжения от окружного усилия  $k = \frac{F_t}{A} = \sigma_1 - \sigma_2$ ; напряжения в ведущей ветви  $\sigma_1 = \frac{F_1}{A} = \sigma_0 + \frac{k}{2}$ ; напряжения в ведомой ветви  $\sigma_2 = \frac{F_2}{A} = \sigma_0 - \frac{k}{2}$ ; напряжения от центробежных сил  $\sigma_v = \frac{F_v}{A} = \frac{\rho v^2}{g}$  (в последней зависимости  $\rho$  – плотность ремня).

Кроме того, на дугах обхвата в ремне возникают напряжения изгиба  $\sigma_{и} = \frac{E\delta}{D}$ . Так как модуль упругости  $E$  для материала ремней имеет неопределенное значение, то приведенная формула не позволяет найти точную величину напряжений изгиба. Однако она показывает, что  $\sigma_{и}$  уменьшается с уменьшением толщины  $\delta$  ремня и с увеличением диаметров шкивов. Но так как с увеличением  $D_1$  и  $D_2$  возрастают габариты

передат, то следует по возможности применять более тонкие ремни, если даже для сохранения требуемой площади поперечного сечения потребуется некоторое увеличение ширины ремней.

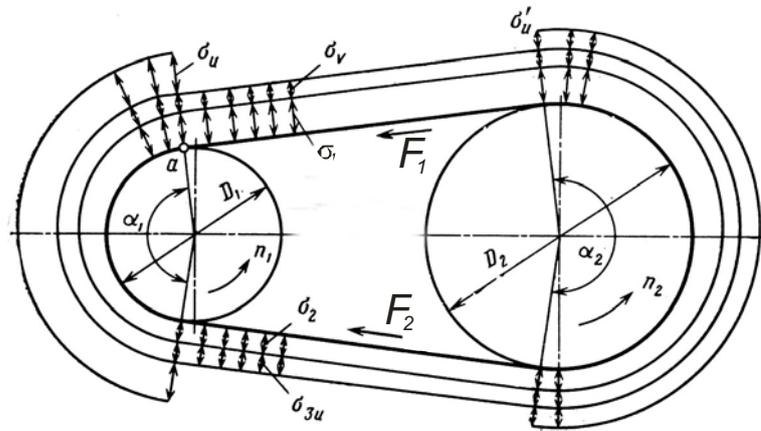


Рис. 4.54

На рис. 4.54 изображена диаграмма распределения напряжений по длине работающего ремня. Так как  $\sigma_{и} > \sigma'_{и}$  при  $i < 1$ , то максимальные напряжения возникают в точке а набегания ведущей ветви ремня на ведущий шкив:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \chi\sigma_v + \sigma_{и}. \quad (4.82)$$

Так как через точку а последовательно проходят все сечения, то при работе передачи ремни испытывают многократно повторяющиеся переменные и даже знакопеременные напряжения. В силу этого ремни подвержены усталостному разрушению.

Кинематика ременных передач (см. рис. 4.50). При нормальных нагрузках упругое скольжение ремня  $\xi < 0,02$  и в приближенных расчетах его можно не учитывать. Поэтому для ременных передач передаточное отношение обычно вычисляют по формуле

$$i = \frac{n_1}{n_2} \approx \frac{d_2}{d_1} \quad (4.83)$$

При точных расчетах следует пользоваться формулой

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} (1 - \xi).$$

Основными критериями работоспособности ременных передач являются тяговая способность и долговечность ремней. Кроме того, важной характеристикой качества ременной передачи служит КПД.

Следовательно, методы расчета ременных передач должны обеспечивать создание таких передач, которые при достаточно высоких КПД будут обладать требуемой долговечностью и надежным сцеплением

ремней со шкивами. В настоящее время основным методом расчета ременных передач является расчет по тяговой способности ремней.

Исходные положения расчета по тяговой способности. Расчет ремней при этом методе сводится к определению площади поперечного сечения ремня  $A$  из расчета на растяжение [см. формулу (4.84)]. При этом допускаемые напряжения  $[k]$  и ряд параметров ременных передач назначают таким образом, чтобы обеспечить оптимальную тяговую способность и усталостную прочность ремня:

$$A = F_t / [k], \quad (4.84)$$

где  $A = b\delta$  – площадь поперечного сечения ремня ( $b$  и  $\delta$  – соответственно ширина и толщина ремня);  $F_t$  – окружное усилие.

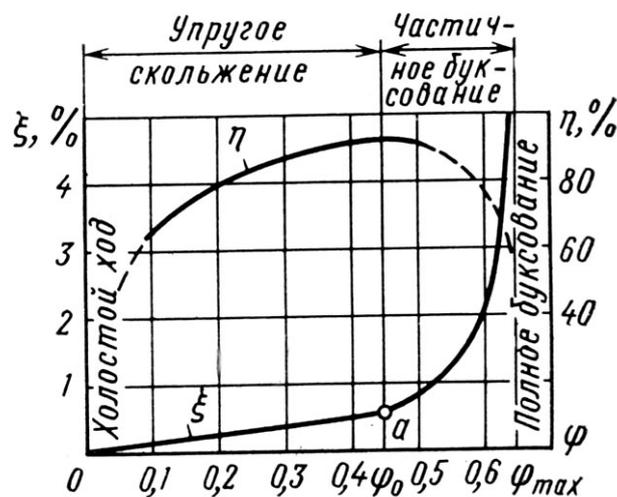


Рис. 4.55

В качестве основной характеристики тяговой способности принят коэффициент  $\varphi$  тяги, равный отношению окружного усилия  $F_t$  к сумме начальных натяжений обеих ветвей ремня  $2F_0$  или отношению полезных и начальных напряжений:

$$\varphi = \frac{F_1 - F_2}{2F_0} = \frac{F_t}{2F_0} = \frac{k}{2\sigma_0}. \quad (4.12)$$

Влияние полезной нагрузки на изменение коэффициента  $\varphi$  тяги и относительного скольжения  $\xi$  показывают кривые скольжения (рис. 4.74), полученные опытным путем для различных ремней.

При построении кривых скольжения начальное натяжение поддерживалось постоянным ( $2F_0 = F_1 + F_2 = const$ ), а величина полезной нагрузки менялась. Рост полезной нагрузки вызывает увеличение коэффициента тяги, но сопровождается также увеличением дуг скольжения и относительного скольжения  $\xi$ . До некоторой критической точки  $a$  относительное скольжение сохраняет небольшие численные значения

( $\xi \leq 1 \div 2\%$ ) и изменяется прямо пропорционально коэффициенту тяги. При дальнейшем увеличении полезной нагрузки дуги скольжения начинают резко возрастать и может возникнуть неустойчивое сцепление ремня со шкивами. Это выражается в том, что даже незначительное увеличение полезной нагрузки способно вызвать буксование ремня. Поэтому правее точки  $a$  нарушается пропорциональность между изменениями относительного скольжения и коэффициента тяги, и кривая скольжения круто поднимается вверх.

На том же графике построена кривая КПД  $\eta$ , которая показывает, что наибольшего значения КПД достигает при значениях коэффициентов тяги, приблизительно равных  $\varphi_0$ . В зоне частичного буксования  $\eta$  сильно уменьшается ( $\eta = 0$  при  $\xi = 100\%$ ).

Характер кривых скольжения не зависит от материалов и размеров ремней, размеров передач и прочих факторов, влияющих на работоспособность ремней. Поэтому с помощью кривых скольжения устанавливают нормы тяговой способности для различных условий эксплуатации ременных передач. Однако численные значения коэффициента тяги  $\varphi_0$  и допустимых напряжений  $|k|$ , а также усталостная прочность ремней зависят от схемы передачи, условий эксплуатации и других факторов (см. ниже). Из формулы (4.86) по критическому значению коэффициента  $\varphi_0$  тяги можно определить полезные напряжения  $k_0$ :

$$k_0 = 2\sigma_0\varphi_0. \quad (4.86)$$

Для ремней, изготовленных из различных материалов,  $\varphi_0 = 0,4 \div 0,6$ .

На тяговую способность и долговечность ремней оказывают большое влияние начальные напряжения  $\sigma_0$ . При малых значениях  $\sigma_0$  снижается тяговая способность ремней. При больших значениях  $\sigma_0$  ремни сильно удлиняются и быстро подвергаются усталостному разрушению. Для плоских стандартных ремней принимают  $\sigma_0 = 1 \dots 1,8 \text{ Н/мм}^2$ , а для синтетических ремней  $\sigma_0 = 3 \div 4 \text{ Н/мм}^2$ .

Тяговая способность и долговечность ремней в большой степени зависят от отношения диаметра меньшего шкива  $D_m$  передач к толщине  $\delta$  ремня. Как установлено опытами, с увеличением  $\frac{D_m}{\delta}$  при  $\sigma_0 = \text{const}$  увеличивается  $\varphi_0$  и уменьшается  $\sigma_{и}$ , а следовательно, повышается долговечность ремней. Опытным путем получена зависимость

$$k_0 \approx a - \omega \frac{\delta}{D_m}, \quad (4.87)$$

где  $a$  и  $\omega$  – коэффициенты, зависящие от материала ремня и численных значений  $\sigma_0$ .

Для плоских ремней установлены рекомендуемые и допускаемые отношения  $\frac{D_{\min}}{\delta}$ . Например, для прорезиненных ремней рекомендуемое отношение  $\frac{D_{\min}}{\delta} = 40$ , а допускаемое  $\frac{D_{\min}}{\delta} = 30$ .

Для обеспечения достаточной долговечности и тяговой способности ремней фактические отношения  $\frac{D_m}{\delta}$  должны быть не менее рекомендуемых, а при повышенных требованиях к компактности передач – не менее допускаемых значений, т.е.  $\frac{D_m}{\delta} \geq \frac{D_{\min}}{\delta}$

Численные значения критического коэффициента  $\varphi_0$  тяги и полезных напряжений  $k_0$  зависят также от величины угла обхвата меньшего шкива  $\alpha_1$ , скорости ремня  $v$ , характера нагрузки и конструкции передачи. Влияние этих факторов на величину допускаемых полезных напряжений  $[k]$  учитывают с помощью корректирующих коэффициентов, полученных также опытным путем:

$$[k] = k_0 C_\alpha C_v C_p C_\theta, \quad (4.88)$$

где  $k$  – полезные напряжения с учетом влияния на работоспособность ремня отношения  $\frac{D_m}{\delta}$  [формула (4.14)];  $C_\alpha$  – коэффициент, учитывающий влияние угла обхвата,  $C_\alpha < 1$  при  $\alpha < 180^\circ$ ,  $C_v$  – коэффициент, учитывающий влияние скорости, его вводят только для передач без автоматического регулирования натяжения ремня ( $C_v > 1$  при  $v < 10$  м/с;  $C_v < 1$  при  $v > 10$  м/с);  $C_p < 1$  – коэффициент режима и динамичности нагрузки;  $C_\theta < 1$  – коэффициент, учитывающий способ натяжения ремня и расположение передачи.

Указанные коэффициенты определяют по таблицам и эмпирическим формулам.

Долговечность ремня может быть оценена по числу изгибов за время работы до усталостного разрушения или, упрощенно, по числу пробегов ремня в секунду:

$$u = \frac{v}{L} \leq [u], \quad (4.89)$$

где  $v$  – скорость ремня, м/с;  $L$  – длина ремня, м;  $[u]$  – допускаемое число пробегов ремня в секунду.

На основании опыта для плоскоремennых передач установлено: для обыкновенных передач  $[u] = 5$ ; для передач с натяжным роликом  $[u] = 3$ ; для быстроходных передач с текстильными ремнями  $[u] = 20$  и с полиамидными ремнями  $[u] = 50$ .

Чтобы фактическое число пробегов ремня не превышало допустимых значений, для обыкновенных плоскоременных передач рекомендуется принимать  $A' \leq 2(D_1 + D_2)$ .

Главной задачей проектного расчета плоскоременных передач является выбор типа ремня и определение размеров его поперечного сечения. Необходимо также найти все геометрические размеры передач, спроектировать шкивы, рассчитать валы и опоры.

Основной целью проверочного расчета является определение допустимой мощности для передачи, размеры и условия работы которой известны. Необходимо также проверить тяговую способность и долговечность ремня. Не исключаются проверка прочности валов, опор и другие расчеты.

Особенности клиноременных передач. В клиноременных передачах мощность передается одним ремнем или, чаще, комплектом, состоящим из нескольких клиновых ремней. Ремни соединяют с канавками шкивов боковыми поверхностями, а по внутренним поверхностям следует сохранять зазоры  $\Delta$  (см. рис. 4.50, б). Сцепление клиновых ремней со шкивами определяют с помощью приведенного коэффициента  $f'$  трения. Если принять угол между боковыми сторонами поперечного сечения ремней  $\varphi_0 = 40^\circ$  (см. рис. 4.52, а) то  $f' = \frac{f}{\sin \frac{\varphi_0}{2}} = \frac{f}{\sin 20^\circ} \approx 3f$ , где  $f$  – коэф-

фициент трения плоских ремней.

Клиноременные передачи, по сравнению с плоскоременными, имеют существенные достоинства. Большое увеличение коэффициента трения обеспечивает высокую надежность сцепления ремней со шкивами. Благодаря этому клиноременные передачи отличаются меньшим относительным скольжением, могут работать с большими нагрузками и передаточными числами при меньших начальных натяжениях ремней, давлениях на валы, углах обхвата  $\alpha_{\min}$  и межцентровых расстояниях  $A$ .

Вместе с тем эти передачи имеют специфические недостатки. Долговечность клиновых ремней ниже, чем плоских, вследствие большой толщины и значительных боковых давлений  $F_n$ . Для равномерного натяжения всех ремней, входящих в комплект, необходимы повышенная точность изготовления ремней и шкивов, а также подбор ремней по длине и ширине сечения  $a_0$  (см. рис. 4.52).

Основные характеристики клиноременных передач:  $N \leq 700$  кВт,  $\eta = 0,95$ ; допустимое число пробегов ремня в 1с  $[u] \leq 10 \div 20$ ;  $A > 0,55(D_1 + D_2) + h$ , но не более  $2(D_1 + D_2)$  (см. рис. 4.53); число ремней в

одном комплекте  $z = 5 \div 12$ , при особо высокой точности шкивов и тщательном подборе ремней  $z \leq 18$ .

Разработано несколько методов расчета клиноременных передач, но общепринятым является расчет по тяговой способности ремней. В приложении к ГОСТ 1284 приведен расчет по мощности, которая может быть передана в заданных условиях работы одним клиновым ремнем:

$$P = P_0 k_1 k_2 z, \quad (4.90)$$

где  $P_0$  – мощность, передаваемая одним ремнем при заданной скорости ремня;  $k_1$  и  $k_2$  – коэффициенты, соответственно учитывающие влияние угла обхвата и характера нагрузки;  $z$  – число ремней.

Формулу (4.90) можно применять для проектных и проверочных расчетов. В первом случае определяют число ремней  $z$ , необходимое для передачи заданной мощности  $P$ . Во втором случае из формулы (4.90) находят мощность  $P_d$ , допускаемую для данной передачи, и сравнивают с заданной мощностью  $P$  ( $P_d \geq P$ ).

Долговечность клиновых ремней резко снижается с уменьшением диаметров шкивов. Поэтому расчетный диаметр малого шкива нельзя принимать меньше тех значений, которые установлены в приложении 1 ГОСТ 1284.

КПД ременных передач. При работе ременных передач потери энергии вызываются скольжением и деформациями ремня, трением в опорах, а также сопротивлением воздуха движению ремня и шкивов. Установлено, что КПД повышается с увеличением начальных натяжений  $F_0$ , отношения  $\frac{D_{\min}}{\delta}$  и передаточного отношения до тех пор, пока сохраняется прямая пропорциональность между  $\xi$  и  $\varphi$  (на участке кривой скольжения Оа, см. рис. 4.55).

При устойчивом сцеплении ремня со

шкивами для рекомендуемых значений  $\sigma_0$ ,  $\frac{D_{\min}}{\delta}$  и  $i$  КПД ременных передач можно принимать равным 0,95 – 0,96.

Давления на валы в ременных передачах определяют исходя из следующего: сумма натяжений обеих ветвей ремня в ненагруженной и работающей передаче не изменяется

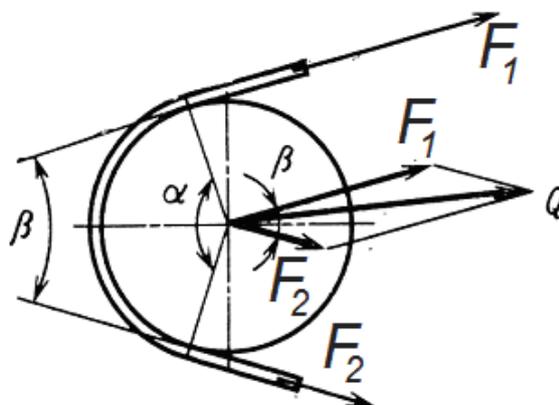


Рис. 4.56

( $2F_0 = F_1 + F_2$ ); провисание ремня существенно не нагружает валы; натяжения от центробежных сил взаимно уравниваются в ремне и даже способствуют разгрузке валов. Поэтому давления  $Q$  на валы (рис. 4.56) можно вычислять по формуле

$$Q = \sqrt{F_0^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \beta} \approx 2F_0 \sin \frac{\alpha}{2} \approx 2\sigma_0 b \delta \sin \frac{\alpha}{2} \quad (4.91)$$

Шкивы ременных передач. Шкивы бывают: точеными – при малых диаметрах; литыми (из серого чугуна, стального литья, алюминиевых или магниевых сплавов); штампованными; сварными и пластмассовыми. Шкив (см. рис. 4.50) состоит из обода и ступицы, которые соединяют диском (шкив 1) или спицами (шкив 2). Наиболее распространены чугунные литые шкивы. При  $D \leq 280$  мм литые шкивы делают с дисками, а при  $D \gg 280$  мм – со спицами. Расчетные значения диаметров шкивов округляют по ГОСТ 17383-73. Рекомендуется диаметр меньшего шкива округлять в большую сторону, а диаметр большего шкива – наоборот.

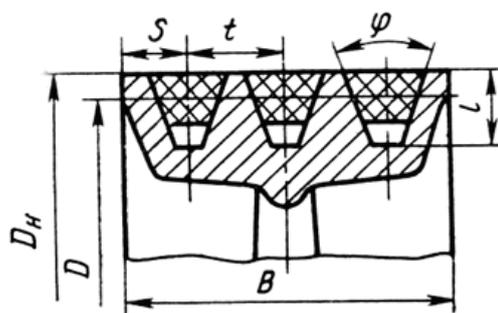


Рис. 4.57

При необходимости выдержать точное значение передаточного отношения диаметры шкивов со стандартом не согласовывают.

В плоскоремennых передачах обод одного шкива (лучше меньшего) делают выпуклым (см. рис. 4.50, б). Эта мера уменьшает опасность сбегания ремня в направлении образующих рабочей поверхности шкива. Выпуклость и ширину шкивов  $B$  принимают по стандарту в зависимости от ширины ремня  $b$ .

Форма обода в поперечном сечении шкивов для клиновых ремней показана на рис. 4.57. Основные размеры шкивов ( $D$ ,  $D_n$ ,  $B$ ,  $S$ ,  $t$ ,  $\varphi$ ,  $l$ ) назначают в соответствии с номером сечения ремня по ГОСТ 1284. Порядок и примеры проектирования всех видов ременных передач приведены в пособиях.

#### 4.11 Шкивы и натяжные устройства ременных передач

После расчета ременной передачи получают следующие данные: расчетные диаметры малого и большого шкивов, обозначение сечения и число клиновых ремней (или число ребер и ширину поликлинового ремня); модуль, числа зубьев шкивов и ширину зубчатого ремня; толщину

и ширину *плоского ремня*, которые являются исходными при разработке конструкции шкивов и натяжных устройств.

### 4.11.1 Конструкции шкивов

Шкивы изготовляют литыми из чугуна марки СЧ20 или легких сплавов, сварными из стали, а также из пластмасс. Чугунные литые шкивы вследствие опасности разрыва от действия центробежных сил применяют при окружной скорости до 30 м/с. При более высокой скорости шкивы должны быть стальными. Для снижения инерционных нагрузок, особенно в передачах с большими скоростями, шкивы выполняют из легких сплавов с временным сопротивлением  $a_b > 160$  МПа. В серийном производстве применяют также сборные шкивы, составленные из тонкостенных штампованных элементов.

Шкивы состоят из обода, на который надевают ремень, ступицы для установки шкива на вал и диска или спиц, с помощью которых обод и ступица объединены в одно целое.

Внешняя поверхность обода шкива *плоскоременной* передачи имеет форму кругового цилиндра (рис. 4.58, а). В быстроходных передачах внешнюю поверхность обода одного из двух шкивов следует выполнять *сферической* (рис. 4.58, б) или с *двумя конусами* (рис. 4.58, в).

Таким образом фиксируют ремень на шкивах, предотвращая его сбегание с них при работе передачи. Величину выпуклости  $h$  принимают (мм):

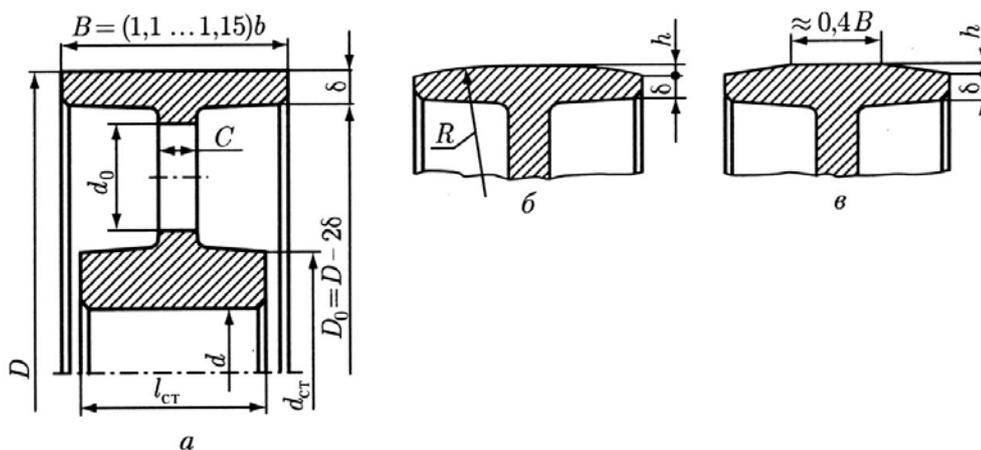


Рис. 4.58

$D$	40...112	125...140	160...180	200...224	250...280	315...355
$h$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0

Обод шкива для *клиновых* ремней нормального (ГОСТ 1284.1-89) и узкого (ТУ 38-105161-84) сечений дан на рис. 4.59, *а*, для *поликлиновых* ремней (ТУ 38-105763-84) – на рис. 4.59, *б*; размеры (мм) профиля канавок шкивов принимают соответственно по табл. 4.1 и 4.2.

На рис. 4.59  $d_p$  – расчетный диаметр шкива (диаметр окружности по нейтральной линии ремня). Значения расчетного диаметра (мм) принимают из ряда: 50, 56, 63, 71, 80, 90, 100, 112, 125, 140, 160, 180, 200, 224, 250, 280, 315, 355, 400, 450, 475, 500.

Внешний диаметр шкива для передачи:

Клиновыми ремнями  $d_e = d_p + 2b^*$ ;

Поликлиновым ремнем  $d_e = d_p - 2\Delta$ ;

Ширина шкива  $M = (n-1)e + 2f$ , где  $n$  – число канавок на шкиве; значения  $b^*$ ,  $\Delta$ ,  $e$ ,  $f$  (мм) приведены в таблице 4.8 и 4.9.

Таблица 4.8

Сечение ремня	$l_p$	$b^*$	$h$	$e$	$f$	$\alpha = (34 \pm 1)^\circ$		$\alpha = (36 \pm 1)^\circ$		$\alpha = (38 \pm 1)^\circ$	
						$d_p$	$b_1^*$	$d_p$	$b_1^*$	$d_p$	$b_1^*$
Z	8,5	2,5	7,5	12±0,3	8	50..71	10,0	80..100	10,1	112..160	10,2
A	11	3,3	8,7	15±0,3	10	80..112	13,1	125..160	13,3	180..400	13,4
B	14	4,2	10,8	19±0,4	12,5	125..160	17,0	180..224	17,2	250..500	17,4
SPZ	8,5	2,5	10	12±0,3	8	63..80	10,0	–	–	>80	10,2
SPA	11	3,3	13	15±0,3	12	90..112	12,8	–	–	>112	13,1
SPB	14	4,2	17	19±0,4	12,5	140..180	16,4	–	–	>180	16,7

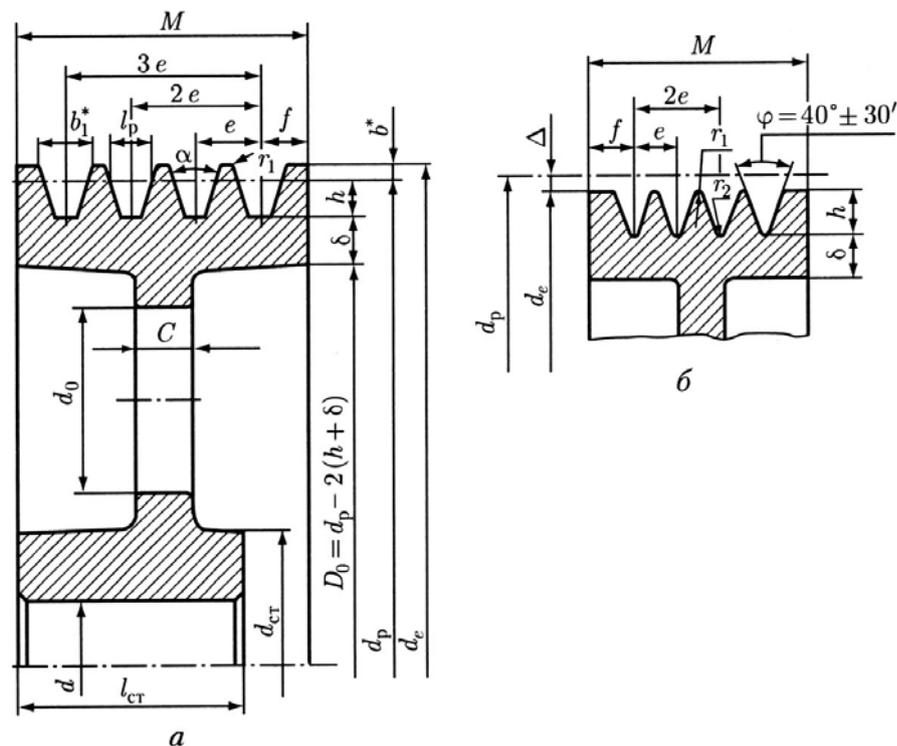


Рис. 4.59

Таблица 4.9

Сечение ремня	$h$	$\Delta$	$e$	$f$	$r_1$	$r_2$
К	$2,15^{+0,38}$	0,95	$2,4 \pm 0,03$	3,5	0,2..0,3	0,2..0,3
Л	$4,68^{+0,38}$	2,4	$4,8 \pm 0,04$	5,5	0,4..0,5	0,4..0,5
М	$9,6^{+0,77}$	3,55	$9,5 \pm 0,05$	10,0	0,8..1,0	0,6..0,8

При изгибе ремня на шкивах угол его клина уменьшается. Поэтому угол  $\alpha$  клина канавки следует назначать по таблице 4.11.1 в зависимости от диаметра  $d_p$ .

Таблица 4.10

Параметр ремня	Обозначение параметра	Модуль $t$				
		3	4	5	7	10
Шаг зубьев ремня	$p$	9,42	12,57	15,71	21,99	31,42
Толщина ремня	$H$	4,0	5,0	6,5	11,0	15,0
Высота зуба	$H$	2,0	2,5	3,5	6,0	9,0
Толщина зуба	$S_p$	3,2	4,4	5,0	8,0	12,0
Расстояние от впадины ремня до оси троса	$\delta_p$	0,6	0,8	0,8	0,8	0,8

Ширина ремня	$b$	12,5..50	20..100	25..1004	40..125	50..200
Число зубьев ремня	$z_p$	40..160	48..250	8..200	56..140	56..100
Ширина впадины шкива	$S$	3,2±0,2	4,0±0,2	4,8±0,2	7,5±0,3	11,5±0,3
Глубина впадины шкива	$h_p$	3,0±0,2	4,0±0,2	5,0±0,2	8,5±0,3	12,5±0,3

Толщина обода чугунных шкивов передач:

Плоскоременных  $\delta_{\text{чуг}}=0,02(D+2B)$ ;

Клиноременных  $\delta_{\text{чуг}}=(1,1 \dots 1,3)h$ ;

Поликлиновым ремнем  $\delta_{\text{чуг}}=1,6h$ .

Толщина обода стальных шкивов  $\delta_{\text{ст}}=0,8\delta_{\text{чуг}}$ .

Конструкция зубчатого ремня и конструктивных элементов (ОСТ 38-05114-76) показана на рис. 4.60, а обода шкива – на рис. 4.60,б. Некоторые размеры (мм) зубчатого ремня и конструктивных элементов обода шкива приведены в таблице 4.10.

Диаметр делительной окружности  $d = mz$ , где  $z$  – число зубьев шкива.

Диаметр вершин зубьев  $d_a = d - 2\delta_p \pm k$ , где  $k$  – поправка, учитывающая нагрузку и податливость каркаса, мм; знак «+» для ведущего шкива, знак «-» – для ведомого.

Значение  $k$  вычисляют по формуле  $k = \frac{0,2F_p \lambda z}{b}$ , где  $b$  – ширина ремня, мм;  $F_p = \frac{2 \cdot 10^3 T_l C_p}{mz_{\text{ш1}}}$  – расчетная сила, передаваемая ремнем, Н. Здесь

$T_l$  – вращающий момент на малом шкиве, Н·м;  $m$  – модуль, мм;  $z_{\text{ш1}}$  – число зубьев малого шкива;  $C_p = 1,3 \dots 2,2$  – коэффициент динамичности и режима работы.

Податливость  $\lambda$  витков металлостроса каркаса ремня принимают в зависимости от модуля  $m$ :

$m$ , мм	3	4	5	7	10
$\lambda$ , мм <sup>2</sup> /Н	0,0014	0,0006	0,0008	0,0011	0,0016

Ширину  $b$  ремня выбирают из следующего ряда: 12,5; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 63; 80; 100; 125; 160; 200.

Диаметр впадин шкива  $d_f = d_a - 2h_p$ . Толщина обода  $\delta = 1,5m + 2 \geq 6$  мм.

Зубчатые ремни изготавливают с числом зубьев  $z_p$ : 40, 42, 45, 48, 50, 53, 56, 60, 63, 67, 71, 75, 80, 85, 90, 100, 105, 112, 115, 125, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 235, 250.

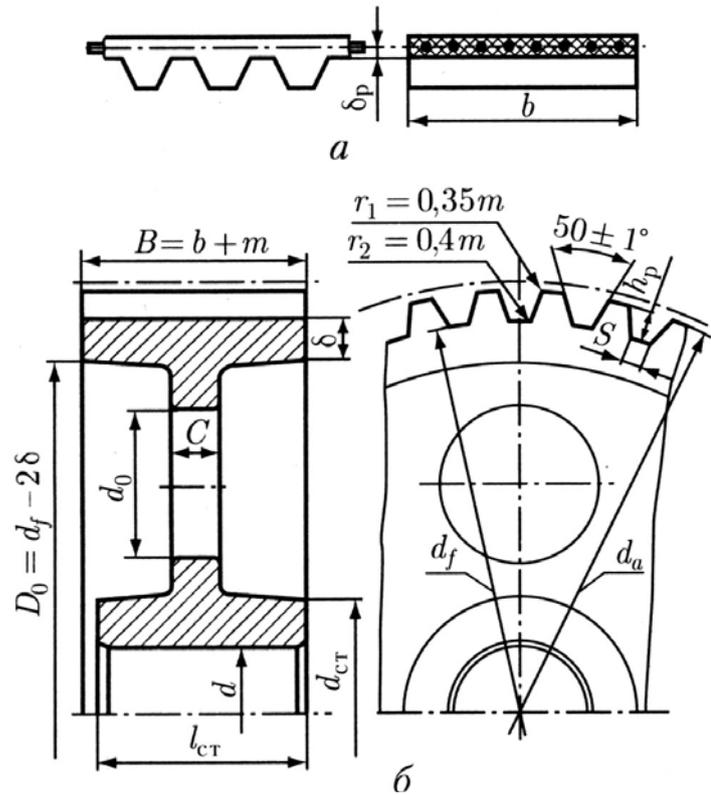


Рис. 4.60

Диаметр ступицы шкивов для любого типа передачи (см. рис. 4.58-4.60): чугунных  $d_{cm} = 1,65d$ ; стальных  $d_{cm} = 1,55d$ .

Длина ступицы ориентировочно  $l_{cm} = (1,2...1,5)d$ . Окончательно длину ступицы принимают с учетом результатов расчета шпоночного или шлицевого соединения.

Толщина дисков шкивов для любого типа передачи  $C = (1,0...1,2)\delta$ .

Вычисленные размеры  $D_0$ ;  $d_{ст}$ ;  $l_{ст}$ ;  $C$  округляют в ближайшую сторону до значений из ряда стандартных чисел.

Для снижения массы шкивов и удобства транспортирования в дисках иногда выполняют 4...6 отверстий  $d_0$  возможно большего диаметра.

В шкивах с диаметром  $D > 200$  мм диск следует конструировать в виде конуса (рис. 4.61), что способствует лучшему отводу газов при заливке формы металлом. У медленно вращающихся шкивов обрабатывают только рабочую поверхность и торцы обода, а также отверстие и торцы ступицы. Необрабатываемые нерабочие поверхности для удобства удаления модели шкива из формы выполняют на конус.

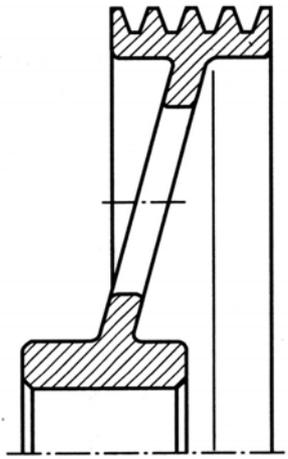


Рис. 4.61

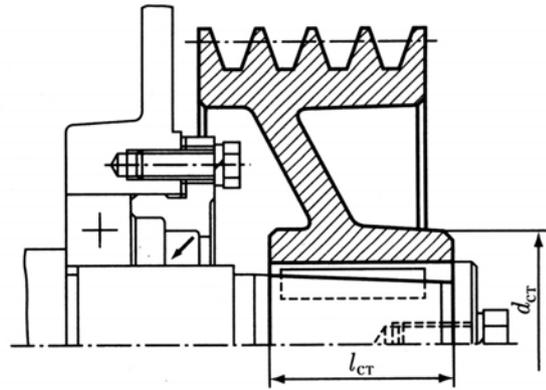


Рис. 4.62

Быстровращающиеся шкивы для лучшей балансировки обрабатывают кругом. В этом случае внутреннюю поверхность обода и наружную поверхность ступицы выполняют цилиндрическими.

Балансируют шкивы путем сверления отверстий на торцах обода.

Так как для удобства надевания и замены ремней шкивы обычно размещают консольно, то их удобно устанавливать на конусные концы валов.

Обод шкива, установленного на консольном участке вала, для уменьшения изгибающего момента следует располагать как можно ближе к опоре (рис. 4.62).

Когда изгибающие моменты от натяжения ремня приводят к нежелательным деформациям вала, шкивы конструируют так, чтобы сила натяжения ремней не передавалась на вал. Для этого их располагают на собственных подшипниках, установленных на специальной крышке-стакане (рис. 4.63).

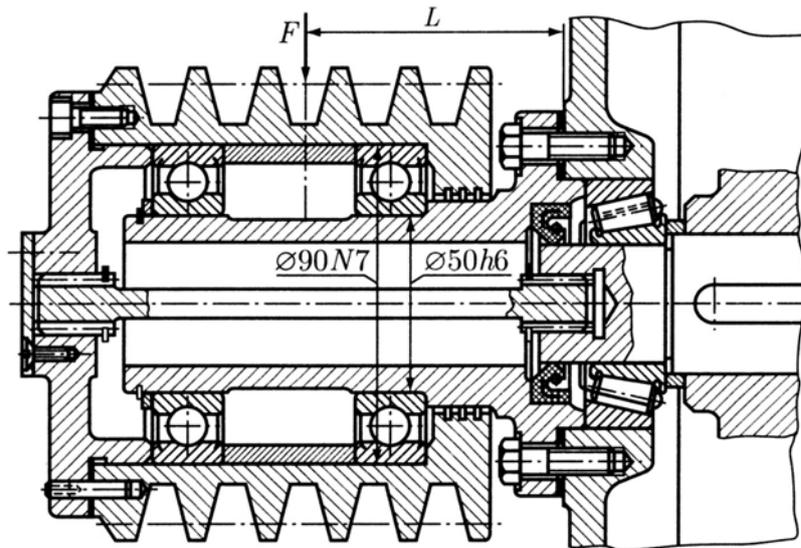


Рис. 4.63

В таких конструкциях целесообразно применять шариковые радиальные подшипники закрытого типа с двумя уплотнениями (тип 180000, ГОСТ 8882-75), смазочный материал в которые заложен при изготовлении.

Для компенсации возможной несоосности осей вращения шкива и входного вала редуктора применен длинный торсионный валик, передающий вращающий момент шлицевыми соединениями (рис. 4.63)

#### 4.11.2 Натяжные устройства

Для компенсации вытяжки ремней в процессе их эксплуатации, компенсации отклонений длины бесконечных плоских, клиновых, поликлиновых и зубчатых ремней, а также для легкости надевания новых ремней должно быть предусмотрено регулирование межосевого расстояния ременной передачи. Натяжное устройство должно обеспечивать изменение межосевого расстояния в пределах от  $0,97a$  до  $1,06a$ , где  $a$  – номинальное значение межосевого расстояния. Наиболее распространены следующие схемы натяжных устройств:

– прямолинейным перемещением электродвигателя (или другого узла) (рис. 4.64, а);

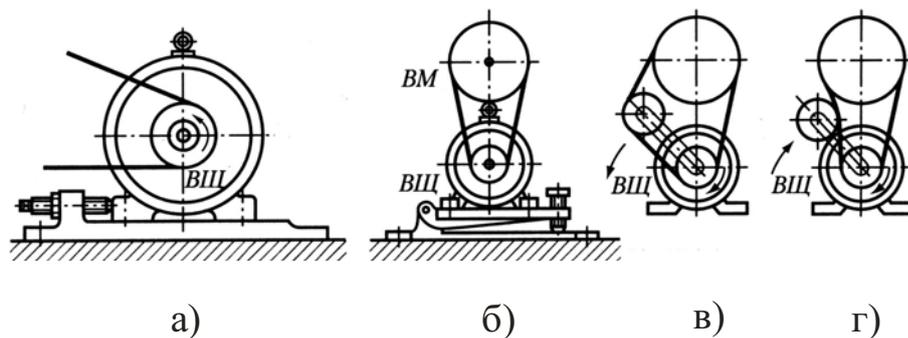


Рис. 4.64

- поворотом плиты, на которой расположен электродвигатель (или другой узел) (рис. 4.64, б);
- оттяжным (рис. 4.64, в) или натяжным (рис. 4.64, г) роликом.

В устройствах, приведенных на рис. 4.64, натяжение ремней создают исходя из условия передачи наибольшего возможного момента. На рис. 4.65 приведены схемы самонатяжных устройств:

- окружной силой на шестерне (рис. 4.65, а);
- реактивным моментом на корпусе узла (редуктора) (рис. 4.65, б);
- реактивным моментом на корпусе электродвигателя (рис. 4.65, в).

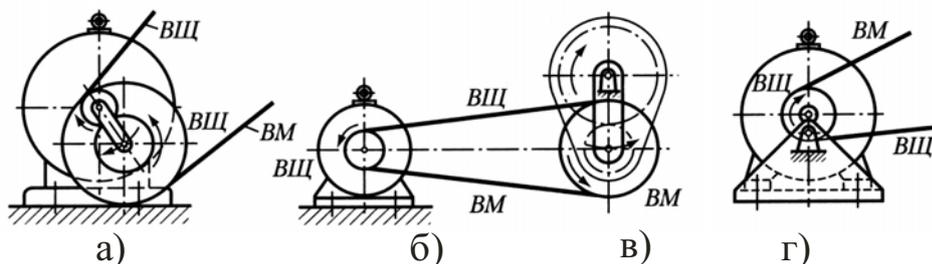


Рис. 4.65

В устройствах по рис. 4.65 сила натяжения ремней автоматически изменяется пропорционально передаваемому моменту. Это способствует сохранению ремней и увеличению их ресурса. Поэтому самонатяжные устройства перспективны. Передачи с автоматическим натяжением неререверсивны.

Натяжение прямолинейным перемещением. Если электродвигатель размещен на полу цеха, то удобно регулировать натяжение ременной передачи перемещением его по двум салазкам, поставляемым вместе с двигателем.

Иногда оказывается более удобным сконструировать и изготовить специальную плиту, которую крепят к полу цеха. В плите выполняют два Т-образных паза, в которые закладывают болты 1 с четырехгранной

головкой (рис. 4.66). Электродвигатель устанавливают на плиту, перемещают регулировочным винтом 2, а после окончания регулирования затягивают гайки болтов 1.

Применяют также натяжные устройства, состоящие из двух плит: неподвижной, которую крепят к полу цеха, и перемещающейся по неподвижной при регулировании натяжения ремней. При единичном производстве плиты делают из стальных листов (рис. 4.65), а при серийном – литыми из серого чугуна (рис. 4.66).

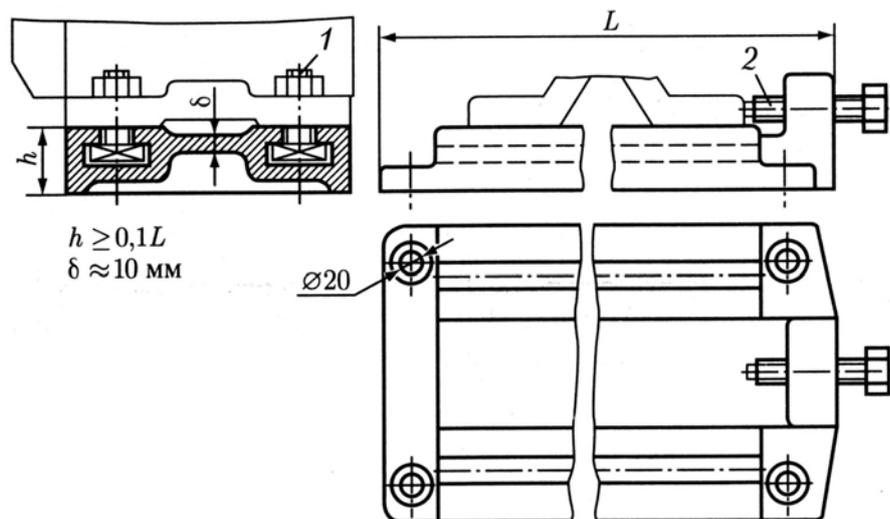


Рис. 4.66

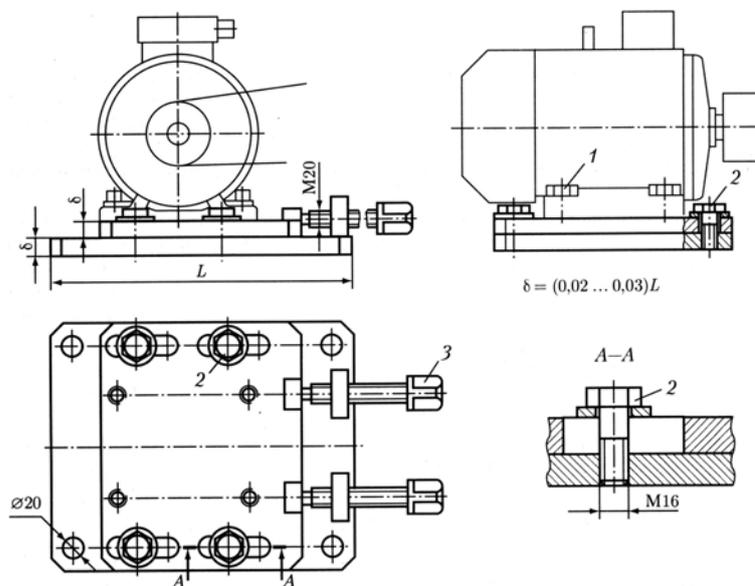


Рис. 4.67

Электродвигатель крепят к верхней плите винтами 1. Для винтов 2 в верхней плите выполнены удлиненные пазы, а в нижней – резьбовые отверстия. По окончании регулирования винты 2 затягивают. Переме-

щают верхнюю плиту по нижней толкающими винтами 3 (рис. 4.67 и 4.68), тянущими 4 (рис. 4.69, а) или винтами 5 (рис. 4.69, б), которыми можно перемещать верхнюю плиту в обоих направлениях.

Передачи поликлиновыми и зубчатыми ремнями чувствительны к перекоосу осей валов. В этих случаях для более точного направления верхней плиты в нее запрессовывают две короткие шпонки, располагая их у концов плиты. В нижней плите выполняют длинные пазы (рис. 4.70). Чтобы уменьшить момент от сил натяжения ветвей ремня, шпонки и шпоночные пазы располагают как можно ближе к шкиву.

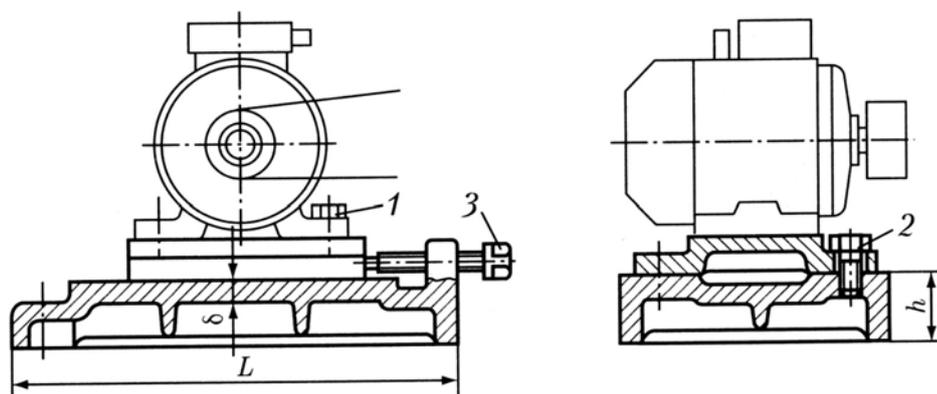


Рис. 4.68

Натяжение качающимися плитами. На качающуюся плиту устанавливают электродвигатель или любой другой узел ременной передачи. При конструировании качающейся плиты необходимо ось качания располагать так, чтобы угол  $\beta$  (рис. 4.71) был близок к прямому. Если этот угол близок к  $180^\circ$  (угол  $\beta'$ ), то межосевое расстояние при повороте плиты изменяется мало и регулирование неэффективно. Качающиеся плиты встраивают в станины (рамы) приводных устройств (рис. 4.91 - 4.94).

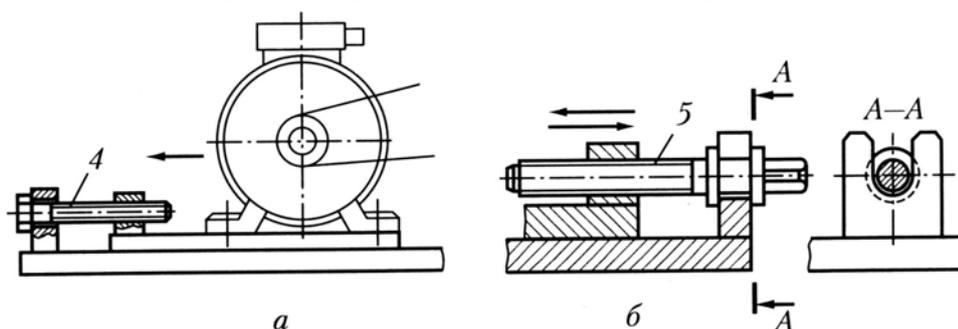


Рис. 4.69

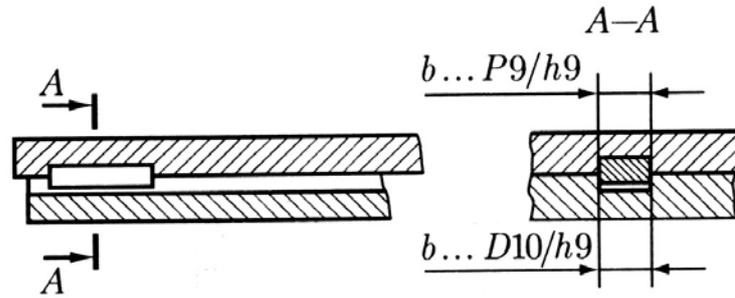


Рис. 4.70

На рис. 4.72 натяжное устройство состоит из неподвижной и качающейся плит. Неподвижная плита прикреплена к полу цеха.

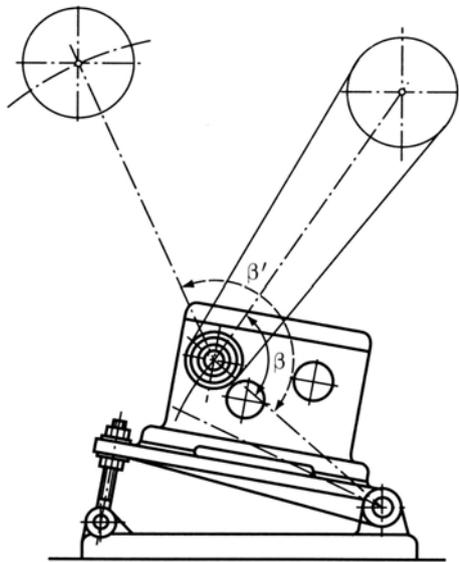


Рис. 4.71

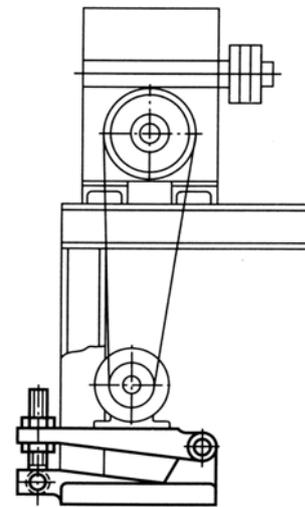


Рис. 4.72

На рис. 4.73 и 4.74 натяжные устройства встроены в раму, сконструированную из швеллеров.

Натяжное устройство по рис. 4.75 установлено на редукторе. Натяжение ремней в этом случае выполняют *откидным шарнирным болтом* (рис. 4.75, а), *двумя шарнирными болтами с правой и левой резьбой и стяжкой, также имеющей правую и левую нарезку* (рис. 4.75, б), или *установочным винтом* (рис. 4.75, в).

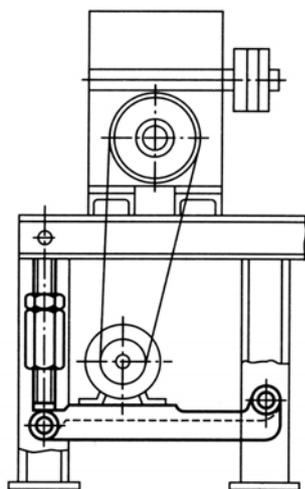


Рис. 4.73

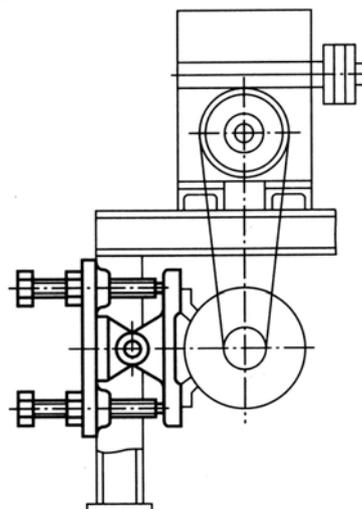


Рис. 4.74

Для условий *единичного производства* неподвижные и качающиеся плиты конструируют сварными (рис. 4.76 и 4.77).

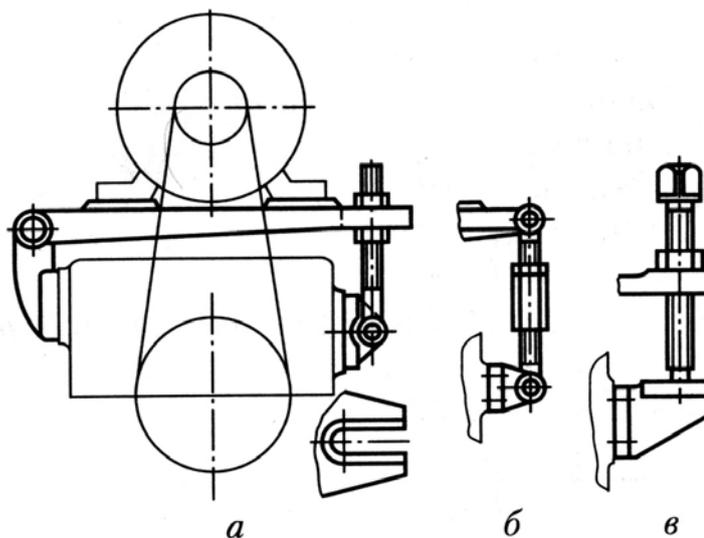


Рис. 4.75

При *серийном* производстве экономически оправдано изготовлять качающиеся плиты литыми из серого чугуна (рис. 4.78 и 4.79). Толщина стенок литых плит должна быть по возможности везде одинаковой. Для увеличения жесткости целесообразно применение ребер.

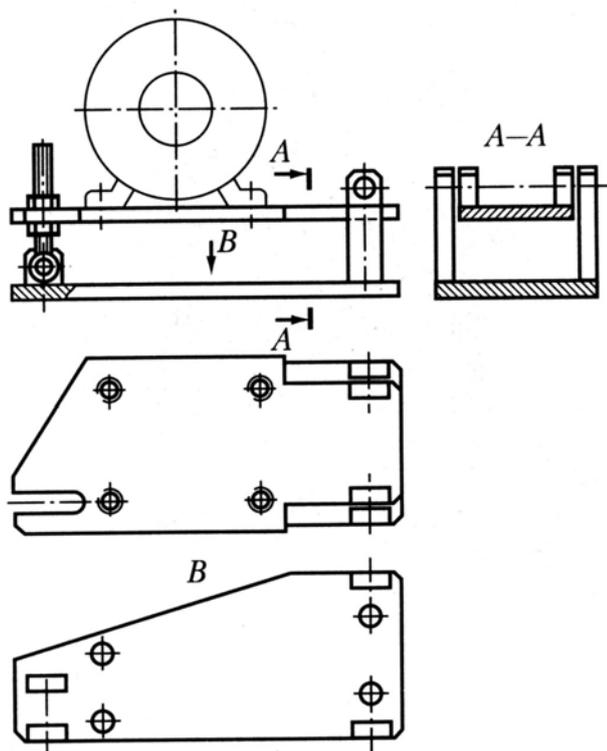


Рис. 4.76

Оси поворота качающихся плит (см. рис. 4.71) выполняют по одному из вариантов, представленных на рис. 4.80. Простейший из них показан на рис. 4.80, *а*. В этом варианте ось *1* зафиксирована от осевого смещения установочным винтом *2*. Широкое применение находит также осевая фиксация оси шайбой ШЕЗ *3* (рис. 4.80, *б, в*); на рисунке показаны оси для этих шайб двух исполнений: *б* – без борта, *в* – с бортом на одном конце.

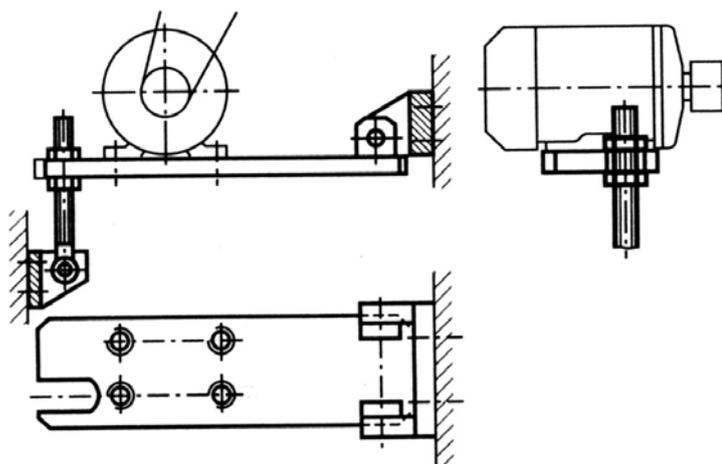


Рис. 4.77

Конструкция шайбы ШЕЗ приведена на рис. 4.81. При установке шайбу заводят в проточку оси до упора, после чего прогибают середину

перемычки (рис. 4.81). Допускаемая осевая сила для шайбы на номинальный диаметр оси 14...17 мм – 5,5 кН [1].

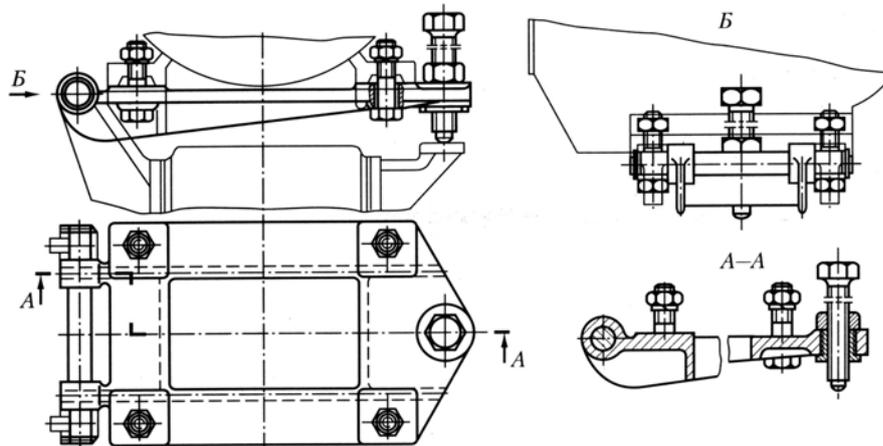


Рис. 4.78

Оси поворота шарнирных болтов (см. рис. 4.71) конструируют по типу, показанному на рис. 4.82.

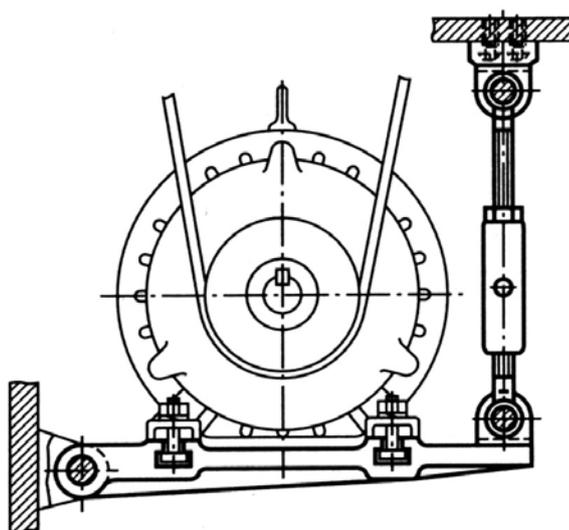


Рис. 4.79

Автоматическое регулирование натяжения ременной передачи производят также силой тяжести электродвигателя и качающейся плиты (рис. 4.83, а) или пружиной (рис. 4.83 б).

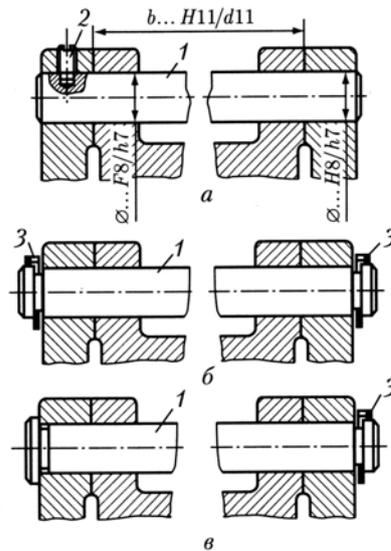


Рис. 4.80

**Натяжение роликами.** Для плоскоремненной передачи большое значение имеет угол обхвата ремня на малом шкиве. Поэтому при относительно большом передаточном числе и малом межосевом расстоянии целесообразно натяжение ремня осуществлять натяжным роликом (рис. 4.84, а). В передачах зубчатым ремнем также целесообразно применение натяжных роликов.

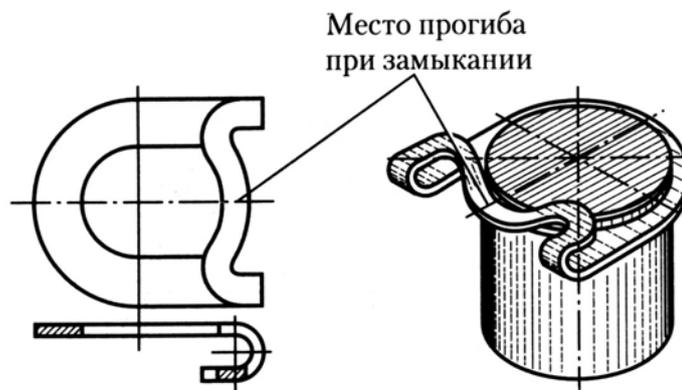


Рис. 4.81

Для передач клиновыми и поликлиновыми ремнями угол обхвата ремня на малом шкиве имеет меньшее значение. Чтобы не вызывать изгиб ремней в другом направлении, в этих передачах лучше применять оттяжные ролики (рис. 4.84, б).

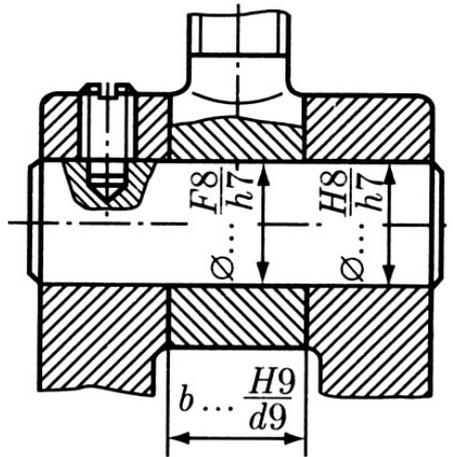


Рис. 4.82

Натяжение осуществляют грузом или пружиной. Конструкцию роликов (1 на рис. 4.84) выполняют по рис. 4.85. Диаметр  $d_0$  натяжного ролика должен быть  $d_0 \geq 0,8d_1$ , где  $d_1$  – диаметр малого шкива. Если ведущий шкив ременной передачи установлен на валу электродвигателя, то удобно конец рычага 2 (см. рис. 4.84) расположить на поверхности этого шкива (рис. 4.86).

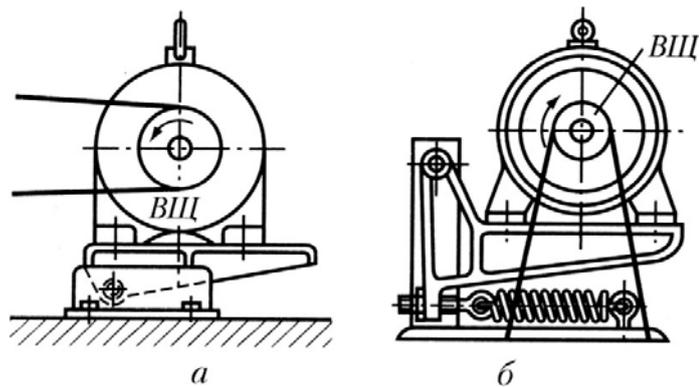


Рис. 4.83

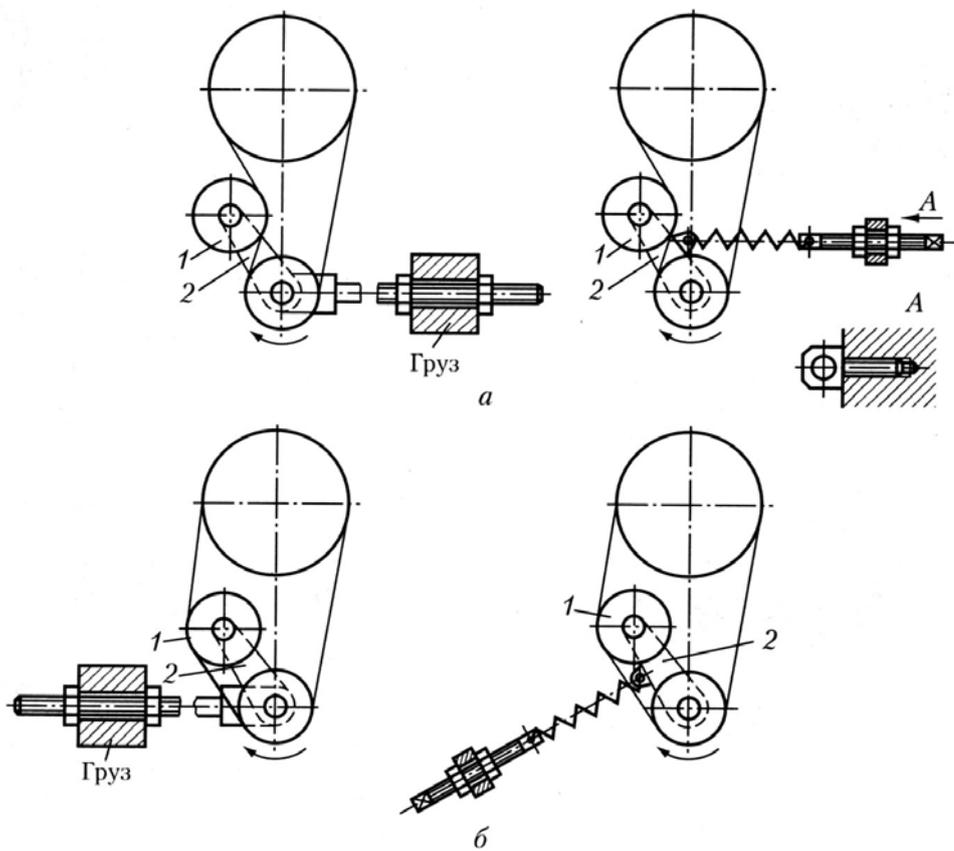


Рис. 4.84

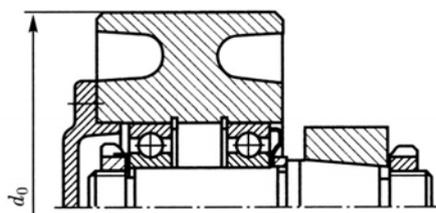


Рис. 4.85

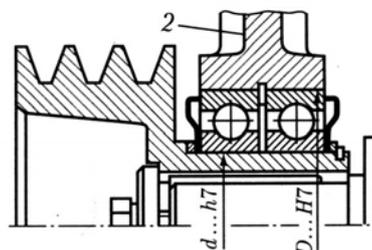
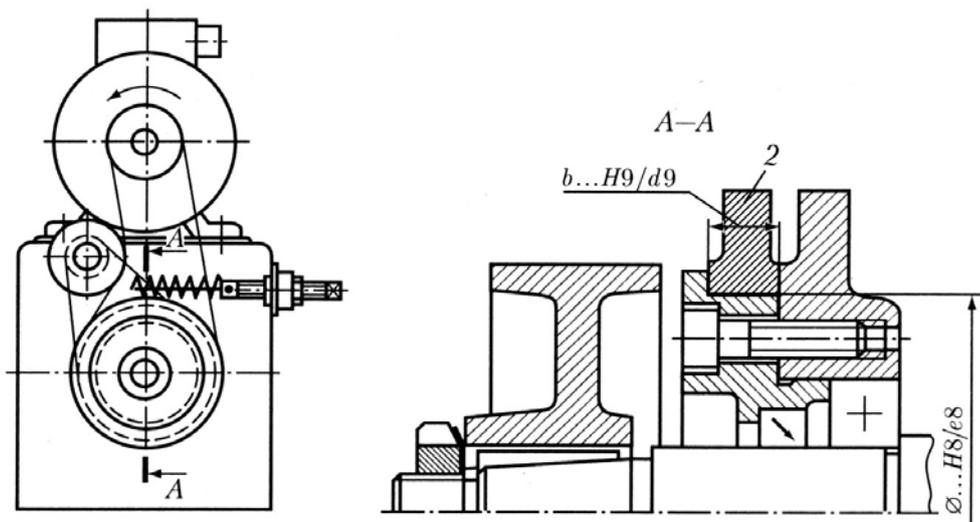


Рис. 4.86

Иногда конец рычага 2 устанавливают на цилиндрической поверхности фланца крышки подшипника (рис. 4.87).



*Рис. 4.87*

## Глава 5 МУФТЫ

Конструкция, расчет и свойства муфт для соединения валов описаны в работах. Некоторые муфты стандартизованы. В работах приведены конструкции муфт с таблицами их размеров.

Для приближенного расчета вращающего момента  $T_K$ , нагружающего муфту в приводе, используют зависимость

$$T_K = T_H + T_D = K T_H, \quad (5.1)$$

где  $T_H$  – номинальный длительно действующий момент;  $T_D$  – динамическая составляющая момента;  $K$  – коэффициент режима работы.

При спокойной работе и небольших разгоняемых при пуске массах (приводы конвейеров, испытательных установок)  $K = 1,1 \dots 1,4$ . При неравномерной работе с толчками и средних разгоняемых массах (поршневые компрессоры, мельницы, металлорежущие станки)  $K = 1,5 \dots 2,0$ . При ударной нагрузке и больших разгоняемых массах (молоты, прокатные станы)  $K = 2,5 \dots 3,0$ .

### 5.1 Установка полумуфт на валах

Полумуфты устанавливают на цилиндрические или конические концы валов. При постоянном направлении вращения и умеренно нагруженных валах ( $\tau \leq 15$  МПа) полумуфты сажают на гладкие цилиндрические концы валов по переходным посадкам типа  $H7/k6$ ;  $H7/m6$ . При реверсивной работе, а также при сильно нагруженных валах ( $\tau > 15$  МПа) применяют посадку  $H7/n6$ . Для передачи вращающего момента используют шпоночное соединение.

При установке полумуфт на цилиндрические шлицевые концы валов и нереверсивной работе применяют посадки по центрирующим поверхностям: для прямобоочных шлицев –  $H7/js6$ ; для эвольвентных шлицев –  $7H/7n$ .

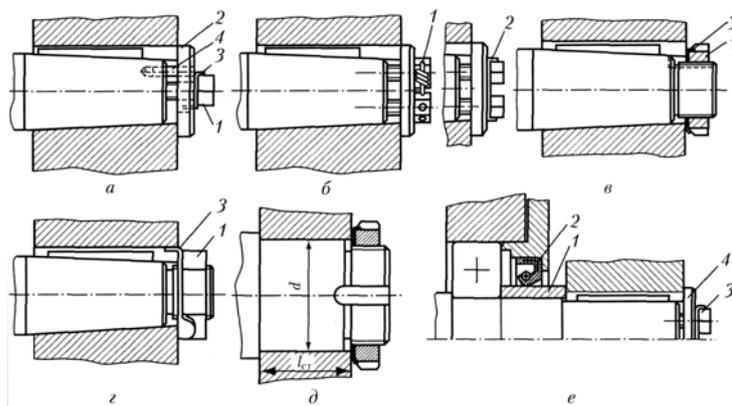


Рис. 5.1

Установка полумуфт на цилиндрические концы валов с натягом и последующее снятие их вызывают затруднения, которые не возникают при конических концах. Затяжкой полумуфт на конические концы можно создать значительный натяг в соединении и обеспечить точное радиальное и угловое положение полумуфты относительно вала. Поэтому при больших нагрузках, работе с толчками, ударами и при реверсивной работе предпочтительно полумуфты устанавливать на конические концы валов, несмотря на несколько большую сложность их изготовления.

Посадку полумуфты на конический конец вала выполняют с обязательным приложением осевой силы, например, с помощью болта 1 через торцовую шайбу 2 (рис. 5.1, а). Стопорная шайба 3 фиксирует болт относительно шайбы, а цилиндрический штифт 4 фиксирует шайбу относительно вала. При торцовом креплении полумуфты с помощью диска 2 (см. табл. 5.1) болт 1 стопорят относительно вала непосредственно шайбой 3, отогнутый конец которой заходит в гнездо на торце вала. Очень надежно закрепление полумуфты двумя болтами, которые затем стопорят проволокой 1 или планкой 2 (рис. 5.1, б). Надежно также крепление полумуфты гайкой 1 (рис. 5.1, в, г). Гайку после затяжки стопорят шайбой 3.

Для достижения точного базирования при относительно коротком отверстии ( $l_{ст}/d < 0,7$ ) полумуфты, посаженные на гладкий или шлицевый цилиндрический конец вала, поджимают гайкой к торцу заплечика вала (рис. 5.1, д). Часто между подшипником и полумуфтой ставят распорную втулку 1 (рис. 5.1, е), которую охватывает манжетное уплотнение 2. Во избежание проворачивания втулки относительно вала полумуфту обязательно поджимают к торцу втулки болтом 3 через концевую шайбу 4 или гайкой.

При относительно длинном отверстии в случае базирования по цилиндрической поверхности полумуфты фиксируют на валах способами, приведенными на рис. 5, 2.

На рис. 5.2, а полумуфту фиксируют установочным винтом 1, застопоренным пружинным кольцом 2. Если отверстие для винта сверлят не в шпонке, а на валу, то для устранения выпучившегося при засверловке металла кромку отверстия притупляют фаской.

На рис. 5.2, б полумуфту фиксирует шайба 2, входящая в паз, выполненный в шпонке. Шайбу крепят винтом 1 к торцу полумуфты. Шпонка в этом случае должна быть точно пригнана по длине паза.

На рис. 5.2, в полумуфту фиксируют на валу плоским пружинным кольцом 1. Вследствие погрешностей размеров  $I$ ,  $b$  и  $a$  между торцами кольца и полумуфты может возникнуть зазор. Если такой за-

зор нежелателен, между полумуфтой и кольцом 1 ставят компенсаторное кольцо 2 (рис. 5.2, г), толщину  $K$  которого подбирают или получают подшлифовкой торцов по результатам измерений при сборке.

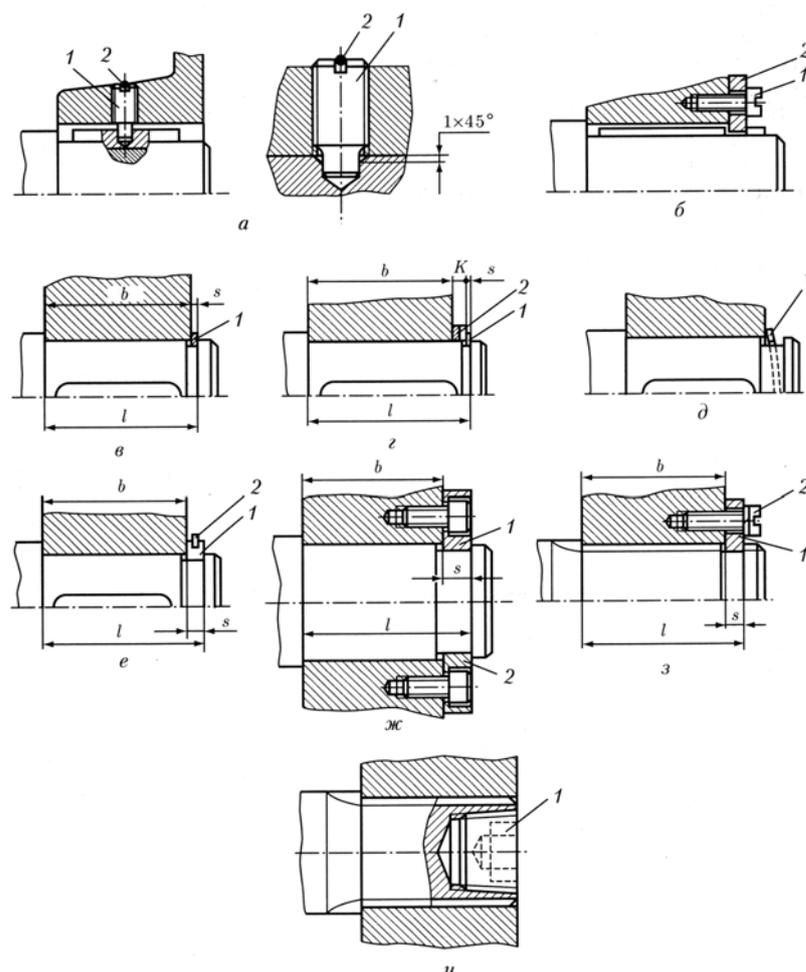


Рис. 5.2

Для этой же цели вместо компенсаторного кольца 2 полумуфту фиксируют изогнутым пружинным кольцом 1 (рис. 5.2, д).

На рис. 5.2, е полумуфту на валу фиксируют два полукольца 1, поставленные в канавку вала. От выпадания полукольца удерживает плоское пружинное кольцо 2. На рис. 5.2, ж фиксирующие полукольца 1 и 2 крепят винтами к торцу полумуфты.

Полумуфту, посаженную на шлицевый конец вала, кроме способов, описанных выше, можно фиксировать шлицевым кольцом 1 (рис. 5.2, з). Кольцо 1 доводят до канавки вала, поворачивают на  $1/2$  углового шага зубьев и крепят одним-двумя винтами 2 к торцу полумуфты.

При завинчивании конической пробки 1 (рис. 5.2, и) деформируют шлицевый конец вала, увеличивая его диаметр, и надежно фиксируют полумуфту от осевых смещений.

В способах по рис. 2, е, ж, з возможный зазор между торцами полумуфты и кольца 1, вызванный погрешностями размеров  $l$ ,  $b$  и  $s$ , устраняют тем, что толщину  $s$  кольца подбирают или подшлифовывают торцы кольца по результатам измерений при сборке.

## 5.2 Смещения валов

Вследствие погрешностей изготовления деталей и погрешностей сборки валы, соединяемые муфтой, как правило, имеют **смещения: радиальное  $\Delta$ , угловое (перекос)  $\gamma$  и осевое  $\omega$** .

На этапе проектирования числовые значения смещений находят из рассмотрения соответствующих размерных цепей, определяющих относительное расположение узлов, например, электродвигателя 1 и редуктора 2, установленных на общей плите (раме) 3 (рис. 5.3, а).

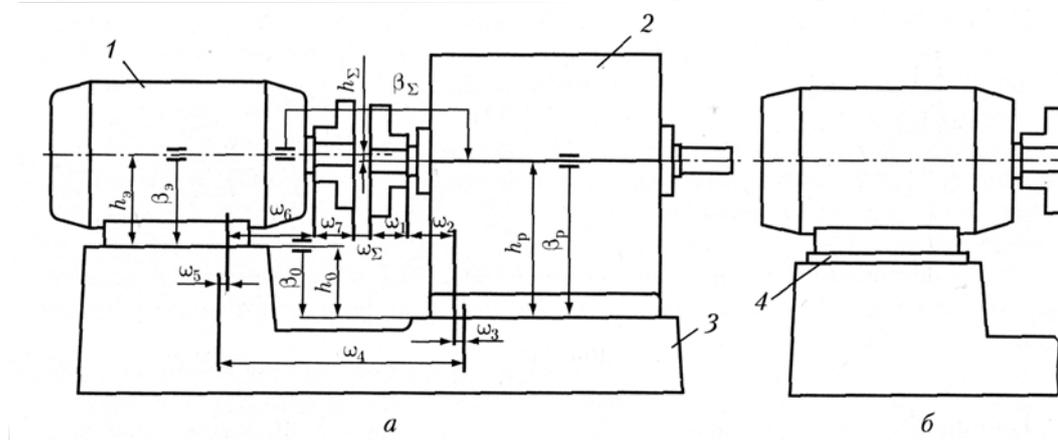


Рис. 5.3

На схеме обозначены:  $h_i$ ,  $\beta_i$  – размеры, определяющие радиальное ( $h_i$ ) и угловое ( $\beta_i$ ) смещения валов в вертикальной плоскости;  $\omega_i$  – размеры, определяющие осевое смещение между торцами полумуфт (или валов).

Предельные отклонения размеров  $h_p$  и  $h_3$  установлены ГОСТ Р 50891–96 и ГОСТ 8592–79 при номинальном значении  $h_p(h_3)$  до 250 мм – (-0,5) мм; свыше 250 до 630 мм – (-1,0) мм.

Предельные отклонения угловых размеров установлены следующими:  $\beta_p$  по ГОСТ Р 50891–96 – 0,1/100 мм/мм,  $\beta_3$  по ГОСТ 8592–79 для электродвигателей нормальной точности – 0,15/100 мм/мм.

Соосность валов в вертикальной плоскости определяют погрешности размеров  $h_p$ ,  $h_0$  и  $h_3$ , а также ( $\beta_p$ ,  $\beta_0$  и  $\beta_3$ ).

Соосность валов в горизонтальной плоскости определяют погрешности расстояний от осей валов до линий расположения крепежных отверстий в лапах двигателя и корпуса редуктора.

Радиальные смещения в вертикальной плоскости при необходимости уменьшают применением компенсаторных подкладок 4 (рис. 5.3, б). Под каждую лапу электродвигателя ставят по одной подкладке толщиной  $\geq 8$  мм, которые фрезеруют или шлифуют до требуемого размера, или набор из двух-трех прокладок, выбранных из ряда толщин (мм): 0,1; 0,2; 0,4; 0,8.

Фирма SKF выпускает специальные калиброванные пластины из коррозионно-стойкой стали девяти различных толщин: 0,05; 0,10; 0,20; 0,25; 0,40; 0,50; 0,70; 1,0; 2,0 мм.

Радиальные смещения в горизонтальной плоскости уменьшают выверкой положения узлов на базовых плоскостях. В этом случае возможное радиальное смещение  $\Delta$  осей зависит от квалификации сборщиков.

Параллельность осей валов в вертикальной плоскости нельзя достичь применением подкладок одинаковой толщины. Поэтому при повышенной точности сборки под лапы электродвигателя ставят подкладки разной толщины или при одинаковой толщине шлифуют с уклоном, а при высокой точности сборки – шабруют.

Параллельность осей валов в горизонтальной плоскости достигают выверкой – перемещением и поворотом узлов на базовых плоскостях.

Осевое смещение уменьшают выверкой осевого положения узлов.

В табл. 5.1 приведены максимально возможные числовые значения параметров точности, полученные в результате вероятностного суммирования предельных отклонений при различной точности сборки.

Для удобства контроля перекося  $\gamma$  осей валов в технических требованиях на монтаж задают линейным смещением  $\Delta l$  на длине  $l$  (например, при  $\Delta l = 0,6$  мм на длине  $l = 100$  мм пишут  $\gamma = 0,6/100$  мм/мм). В литературе и в стандартах допустимые угловые смещения валов для разных типов муфт задают в угловых минутах (или градусах). Перевод производят по соотношению (при  $l = 100$  мм):

$$\Delta l, \text{ мм} = \gamma, \text{ мин}/34,5.$$

Таблица 5.1

Параметр точности	Сборка без подкладок		Сборка с подкладками при точности сборки		
			нормальной		повышенной II высокой
$\Delta_S, \text{ мм}$	1,5*	2,0**	0,3*	0,7**	0,15...0,05

$\gamma_S$ , мм/мм	0,6/100	0,25/100...0,05/100
$\omega_S$ , мм	$\pm 3^{***}$	$\pm 0,5... \pm 0,1^{****}$

\* При размере  $h_p(h_{э.})$  до 250 мм. \*\* При размере  $h_p(h_{э.})$  свыше 250 до 630 мм. \*\*\* Без выверки осевого положения узлов. \*\*\*\* С выверкой осевого положения узлов.

Например, для допустимого углового смещения  $4 = 15'$  линейное смещение  $\Delta l$  на длине  $l = 100$  мм равно:

$$\Delta l/100 = (15/34,5)/100 = 0,43/100 \text{ мм/мм.}$$

При работе приводов действующие нагрузки деформируют корпус узлов (редукторов, электродвигателей и др.), а также плиты (рамы). Особенно значительны деформации кручения высоких рам. Эти деформации приводят к дополнительному, главным образом радиальному, смещению валов и, как следствие, к дополнительному нагружению элементов муфт, консольных участков валов. С учетом деформаций радиальное смещение валов может в 1,1...1,6 раза превышать значения, приводимые в табл. 5.1: большие значения при монтаже узлов на высоких рамах, меньшие – на низких рамах и литых плитах.

Выверка точности относительного положения узлов – трудоемкая операция, которую выполняют квалифицированные сборщики. Чтобы не повторять ее при последующих демонтаже и монтаже, положение каждого узла на плите (раме) желательно зафиксировать двумя контрольными коническими штифтами, установленными в специально предусмотренные для этого места (рис. 5.4, а). При отсутствии таких мест фрезеруют наклонные площадки и конические штифты ставят под углом (рис. 5.4, б).

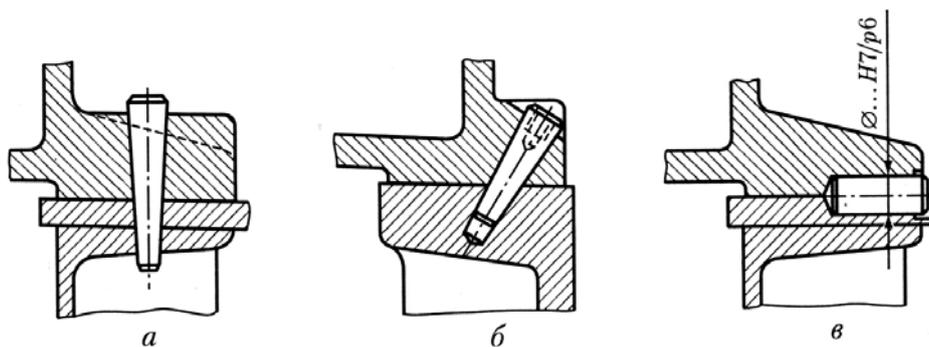


Рис. 5.4

Штифты, которые ставят в глухие отверстия или без доступа для их выколачивания, должны иметь резьбу (наружную или внутреннюю) для удаления при демонтаже привода. Для фиксации узла применяют также четыре горизонтально расположенных цилиндрических штифта, поставленных в стык базовых плоскостей (рис. 5.4, в). В этом

случае оси каждой пары штифтов располагают в плане под углом  $90^\circ$  друг другу.

### 5.3 Компенсирующие муфты

Из компенсирующих в машиностроении наиболее часто применяют зубчатые и цепные муфты.

Расчет компенсирующих муфт проводят по формулам, приведенным в учебниках и специальной литературе.

Зубчатые муфты (рис. 5.5) широко применяют для соединения валов, особенно в тяжелом машиностроении, где передают большие моменты и затруднена точная установка узлов. Компенсирующую способность муфты обеспечивают созданием зазоров между сопряженными зубьями и приданием бочкообразной формы зубьям зубчатых венцов втулок.

Зубчатые сопряжения муфт работают в масляной ванне. В муфтах предусмотрены отверстия для слива и залива в них масла, уплотнения для герметизации.

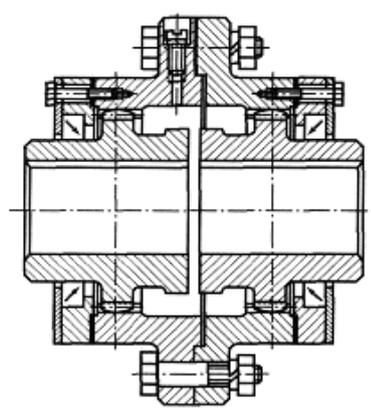


Рис. 5.5

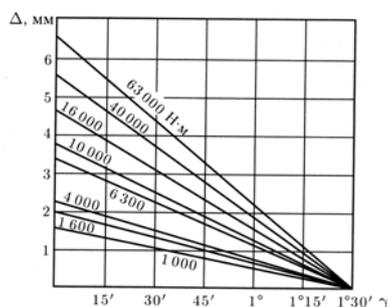


Рис. 5.6

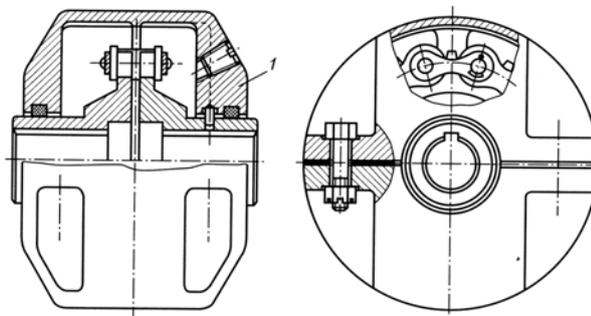


Рис. 5.7

Смещение  $\Delta$  и отклонение  $\gamma$  от параллельности осей валов вызывают поворот обоймы относительно втулок. Допускаемая комбинация радиальных  $\Delta$  и угловых  $\gamma$  смещений осей втулок для муфт с различным номинальным вращающим моментом приведена на рис. 5.6.

Зубчатые муфты выбирают по ГОСТ Р 50895-96. Муфты должны обеспечивать 90%-ный ресурс не менее 17 000 ч.

Цепные муфты. В цепных муфтах в качестве соединительного элемента применяют цепи роликовые однорядные (рис. 5.7), двухрядные, а также зубчатые.

Достоинство муфт: при монтаже и демонтаже не требуется осевого смещения узлов. Цепные муфты стандартизованы – ГОСТ 20742-93.

Для удержания смазочного материала муфту закрывают кожухом 1, разъемным в осевой плоскости. Чтобы предотвратить утечку масла, в кожух встраивают уплотнения. Кожух обычно выполняют литым из легких сплавов. При сборке между плоскостями разъема ставят уплотняющую прокладку. Так как вследствие отклонений от соосности валов звездочки-полумуфты имеют радиальные и угловые смещения, кожух надевают на ступицы звездочек с некоторым зазором. Чтобы кожух вращался вместе со звездочками, его фиксируют на ступице установочным винтом или штифтом, который одновременно удерживает кожух от смещения в осевом направлении.

Так как в шарнирах самой цепи и в сопряжении ее со звездочками имеются зазоры, цепные муфты не применяют в реверсивных приводах, а также в приводах с большими динамическими нагрузками.

За счет выборки зазоров цепные муфты допускают перекося валов до  $1^\circ$ , а также радиальные смещения  $\Delta$ , зависящие от передаваемого момента:

$T_k, \text{Н} \cdot \text{м}$	св. 63 до 250	св. 250 до 1000	св. 1 000 до 4 000
$\Delta, \text{мм}$	0,2	0,4	0,6

Так как допускаемые смещения  $\Delta$  малы (сравните со значениями в табл. 5.1), то для достижения требуемой соосности валов, соединяемых цепными муфтами, должны быть применены компенсирующие подкладки.

Силу, с которой муфта воздействует на вал, можно принимать в долях от  $F_0$  – окружной силы на делительном диаметре звездочки:

$$F_k \approx 0,25F_0$$

## 5.4 Упругие муфты

Упругие муфты состоят из двух полумуфт, соединенных упругими элементами, которые выполняют из стали или резины

### 5.4.1 Муфты с металлическими упругими элементами

Для металлических упругих элементов применяют углеродистые пружинные стали марок 60, 65, 70 и 85 и легированные стали марок 40Х13, 50ХГА, 60С2, 50ХГФА, 60С2ХФА и др.

В машиностроении наиболее часто для витых цилиндрических пружин растяжения – сжатия используют стальную углеродистую холоднокатаную проволоку круглого сечения диаметром от 0,2 до 8 мм по ГОСТ 9389–75.

Для изготовления плоских пружин (пластин) используют стальную пружинную холоднокатаную термообработанную ленту групп прочности 1, 2П, 3П с механическими свойствами по ГОСТ 21996–76. В соответствии со стандартом лента имеет ширину от 3 до 100 мм, толщину от 0,05 до 1,2 мм. Ее изготавливают из стали марок У7А, 65Г, 60С2А, 70С2ХА, 13Х.

Допускаемые напряжения в зависимости от вида упругого элемента и марки материала можно принимать по табл. 5.2.

Таблица 5.2

Вид упругого элемента	Марка материала	Диаметр проволоки или проката, мм	Допускаемые напряжения				
			кручения [τ] <sub>ф</sub> , МПа		изгиба [σ] <sub>т</sub> , МПа		
Пружина растяжения-сжатия	Стальная углеродистая пружинная проволока(по ГОСТ 9389-75)	3,2...3,6	I*	II*	—		
		4	990	930	—		
		4,5...5,0	960	900	—		
		5,6...6,0	900	840	—		
		6,3...8,0	870	810	—		
	6,3...8,0	870	750	—			
	60С2, 50ХФА	5...42	900		—		
	60С2Н2А	8...42	900		—		
	40Х13	1...42	450		—		
Стержень круглого сечения	60С2А	—			1120		
	60С2ХА	—			1260		
	65С2ВА	—			1330		
Пластина	Стальная пружинная термообработанная холоднокатаная лента(по ГОСТ 21996-76)				1П**	2П**	3П**
					910	1130	1430

Для муфт с металлическими упругими элементами радиальное смещение Δ является основным видом отклонений, вызывающим тем большую радиальную силу F<sub>к</sub>, чем больше Δ. Величина этой силы за-

висит также от конструкции муфты. Сила, действующая на наиболее нагруженный упругий элемент, в  $K_p$  раз больше, чем при соосных валах.

В практических расчетах дополнительное нагружение упругих элементов, вызванное радиальным смещением валов, удобнее учитывать при определении расчетного вращающего момента:

$$T = K_p T_K, \quad (5.2)$$

где  $K_p = 1,1 \dots 1,3$  – для муфт с пружинами сжатия и муфт со стальными стержнями;  $K_p = 1,2 \dots 1,6$  – для муфт с пакетами плоских пружин.

Муфта с цилиндрическими пружинами сжатия. На рис. 5.8 дана конструкция муфты «Карделис» (Германия) с цилиндрическими витыми пружинами сжатия -1. Пружины посажены на несущие сегменты 2, имеющие возможность качательного движения на пальцах 3. Посадка в сопряжении пальца с сегментом H9/d9. Сегменты изготавливают из износостойких пластмасс при централизованном производстве или из чугуна при мелкосерийном и единичном производстве. Пружины ставят с предварительным сжатием. При передаче момента осадка половины пружин увеличивается, остальных – уменьшается. Пальцы закрепляют коническими хвостовиками попеременно в ведущей и ведомой полумуфтах. Поверхность контакта сегмента с пальцем смазывают графитовым смазочным материалом.

Муфта допускает сборку соединяемых узлов без их осевого перемещения. При этом пальцы устанавливают через соответствующие отверстия второй половины муфты.

При перегрузке пружины сжимаются до соприкосновения витков и муфта становится практически жесткой.

При конструировании муфт принимают (размеры в мм, рис. 5.8):

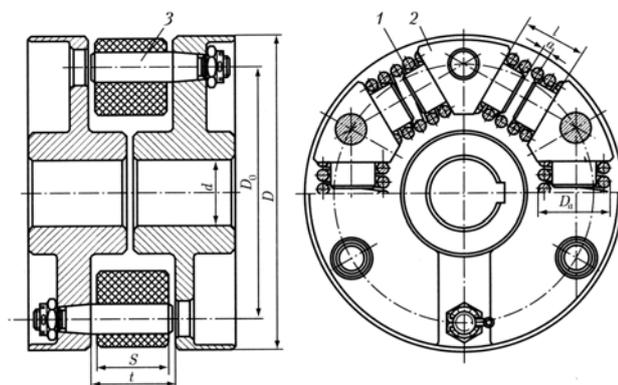


Рис.5.8

$$D_0 = (20...22)\sqrt[3]{T}; \quad D = (1,2...1,3)D_0;$$

$$S = 1,15D_0; \quad t = 1,2D_0; \quad l = H_0 - \lambda_0; \quad a = 0,5\lambda_{пред}$$

где  $T$  – расчетный вращающий момент, Н · м [см. (5.1), (5.2)];  $D_0$  – наружный диаметр пружины;  $l$  – длина пружины после предварительного сжатия;  $H_0$  – длина пружины в ненагруженном состоянии;  $\lambda_0 = \lambda/2$  – предварительная деформация пружины, равная половине общей деформации под нагрузкой;  $a$  – зазор между цилиндрическими направляющими двух соседних сегментов;  $\lambda_{пред}$  – предельная деформация пружины ( $\lambda_{пред} = H_0 - H_{пр}$ ).

Пружины сжатия рассчитывают по силе  $F_{II}$  (Н), действующей на одну пружину, и необходимой деформации сжатия  $\lambda$  (мм):

$$F_{II} = 2 \cdot 10^3 eT / (D_0 z); \quad \lambda = \varphi D_0$$

где  $z = n/2$  – число ведущих пальцев на одной полумуфте;  $n$  – общее число пружин;  $e$  – коэффициент, зависящий от  $n$ ;  $\varphi$  – угол относительного поворота полумуфт при передаче момента ( $\varphi < 0,087$  рад).

Диаметр проволоки (мм) вычисляют по формуле

$$d = 1,6\sqrt{(C + 1,45)F_{II} / [\tau]}.$$

Индекс пружины  $C = D_m / d$  задают. Обычно  $C = 4... 5$ . Допускаемые напряжения  $[\tau]_{пред}$  для расчета пружин на прочность при полном сжатии витков принимают по табл. 20.2, а допустимые рабочие напряжения  $[\tau]$  назначают

$$[\tau] = (0,7...0,8)[\tau]_{пред}.$$

Полученный расчетом диаметр проволоки округляют в ближайшую сторону до стандартного. (

Определяют другие параметры пружины (модуль сдвига  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа): число витков пружины  $i = Gd\lambda / (8C^3 F_{II})$ ;

полное число витков  $i_0 = i + (1,5... 2,0)$ ;

шаг пружины  $p = d + (1,1... 1,2)\lambda/i$ ;

наружный диаметр  $D_a = D_m + d$ ;  $D_m = Cd$ ;

длина пружины, сжатой до соприкосновения витков  $H_{пр} = (i_0 - 0,5)d$ ;

длина пружины в ненагруженном состоянии  $H_0 = H_{пр} + i(p - d)$ .

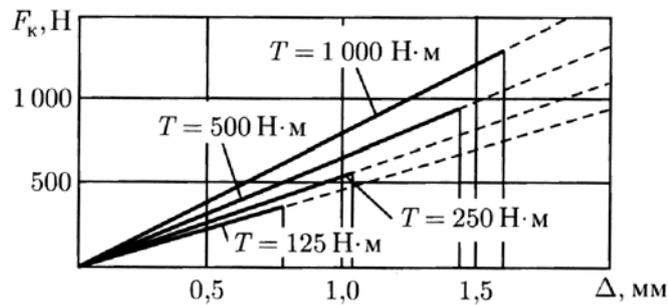


Рис. 5.9

На рис. 5.9 представлены зависимости между силой  $F_K$  и допускаемым смещением  $\Delta$  валов для муфт с различными значениями расчетных моментов. По приведенным графикам для каждой муфты можно определить силу  $F_K$  при конкретном значении радиального смещения  $\Delta$  или по задаваемой величине силы  $F_K$  найти допускаемое радиальное смещение  $\Delta$  валов и выбрать метод сборки (см. табл. 5.1).

Муфта со стальными стержнями. На рис. 5.10 представлена муфта, в которой упругими элементами являются аксиально расположенные цилиндрические стержни. Стержни устанавливают в отверстия полумуфт по посадке H8/h9, которая допускает определенную подвижность стержней. Монтаж и демонтаж муфты можно выполнять без осевого смещения соединяемых узлов.

При передаче муфтой вращающего момента в местах контакта стержней с отверстиями возникают высокие напряжения смятия. Поэтому стержни изготавливают из рессорно-пружинных сталей, полумуфты – из углеродистых конструкционных сталей. Вследствие деформирования упругих элементов под нагрузкой, а также из-за отклонений от соосности валов стержни перемещаются в отверстиях полумуфт. Для уменьшения изнашивания муфту заполняют при сборке пластичным смазочным материалом, для удерживания которого применяют уплотнение, например в виде резиновой гофры 1 с браслетными пружинами 2.

При необходимости стержни могут быть установлены в отверстиях, расположенных на окружностях разных диаметров (в два ряда). В зависимости от формы отверстий для стержней муфты могут быть переменной (исполнение I) или постоянной (исполнение II) жесткости.

В муфте исполнения I длина свободного участка стержня, а вместе с ней и крутильная жесткость, изменяется с изменением передаваемого момента. В муфте исполнения II длина свободного участка постоянна.

При проектировании муфты принимают (размеры в мм, рис. 5.10):

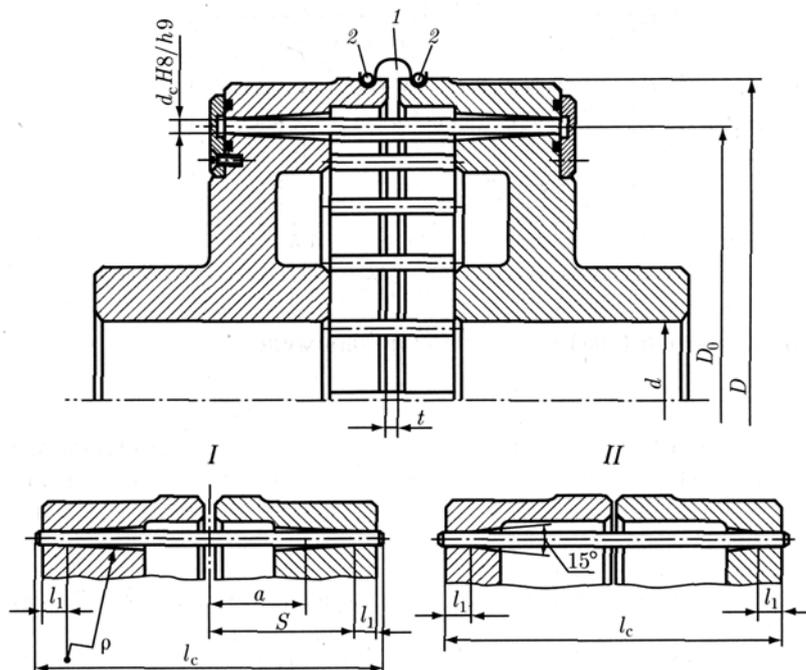


Рис. 5.10

$$D_0 = (15...18)\sqrt[3]{T}; D = (1,15...1,20)D_0;$$

$$S = \xi D_0 = (0,26...0,27)D_0; t = 0,1S;$$

$$l_c = 2,4S; l \approx 0,075l_c,$$

где  $T$  – расчетный вращающий момент, Н·м [см. (5.1), (5.2)]. Далее определяют (см. [5]):

$d_c$  – диаметр стержней (мм)

$$d_c = 4[\sigma]_u D_0 \xi^2 (3 - \psi^3) / (3E\varphi)$$

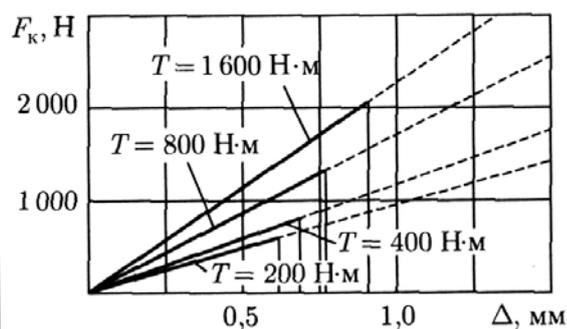


Рис. 5.11

где  $[\sigma]_u$  – допускаемое напряжение изгиба материала стержня (табл. 5.2), МПа;  $E = 2,15 \cdot 10^5$  – модуль упругости стали, МПа;  $\xi = 0,26...0,27$ ;  $\psi = a/S$ , где  $a$  и  $S$  – расстояния от средней плоскости муфты до точки начала контакта стержня с полумуфтой при передаче и отсут-

вии нагрузки соответственно (рис. 5.10). Для муфт постоянной жесткости  $\psi = 1,0$ , для муфт переменной жесткости  $\psi = 0,6 \dots 0,7$ . Угол относительного поворота полумуфт – до  $\varphi = 0,035$  рад; число стержней

$$z = 64 \cdot 10^3 \xi \psi T / (\pi [\sigma]_u d_c^3),$$

$\rho$  – радиус кривизны (мм) гнезда в осевом сечении (для муфт переменной жесткости)

$$\rho = E d_c / (2 [\sigma]_u).$$

Муфты постоянной жесткости (исполнение II на рис. 5.10) характеризует меньшая жесткость при одинаковой с исполнением I величине  $S$ ; они допускают примерно в три раза большие радиальные смещения валов при одинаковой силе  $F_K$ .

На рис. 5.11 приведены зависимости между силой  $F_K$ , действующей со стороны муфты на валы, и допускаемым радиальным смещением  $\Delta$  валов для муфт с различными расчетными моментами. Если требуется ограничить силу  $F_K$ , то по графикам находят допускаемое радиальное смещение валов и назначают способ сборки (по табл. 5.1).

Муфта с пакетами плоских пружин. На рис. 5.12 показана муфта с пакетами пластинчатых пружин, расположенных параллельно оси вала. Пакеты пружин 1 вставлены в хвостовики 2 и 3 и удерживаются в них штифтами 4. Плоские пружины, собранные с хвостовиками, образуют кассеты. Кассета одним концом связана с полумуфтой 5 плоским пружинным кольцом 6, а другим свободно вставлена в отверстие полумуфты 7.

При отклонениях от соосности соединяемых валов и деформировании пружин под нагрузкой свободные концы кассет могут перемещаться по отверстиям полумуфты. Для уменьшения изнашивания в отверстия запрессованы втулки 8 из антифрикционного материала. При сборке поверхности отверстий и хвостовиков натирают графитовым смазочным материалом.

Дополнительная нагрузка на упругие элементы, возникающая при отклонениях от соосности соединяемых валов, распределяется неравномерно между отдельными пакетами пластин. Большая нагрузка приходится на элементы, расположенные в плоскости, перпендикулярной радиальному смещению осей валов. Поэтому коэффициент  $K_p$  для муфт с пакетами пластинчатых пружин отличается большими значениями, чем для муфт с пружинами сжатия или со стальными стержнями.

Необходимую жесткость при кручении достигают изменением количества пакетов, толщины пружин и подбором их материала. При исполнении I (рис. 12) паза хвостовика муфта имеет линейную зави-

симось изменения жесткости при кручении. Для получения нелинейной характеристики пазу придают криволинейный профиль (исполнение II).

Муфта допускает монтаж и демонтаж без осевого смещения узлов.

При проектировании муфты принимают (размеры в мм, рис. 5.12)

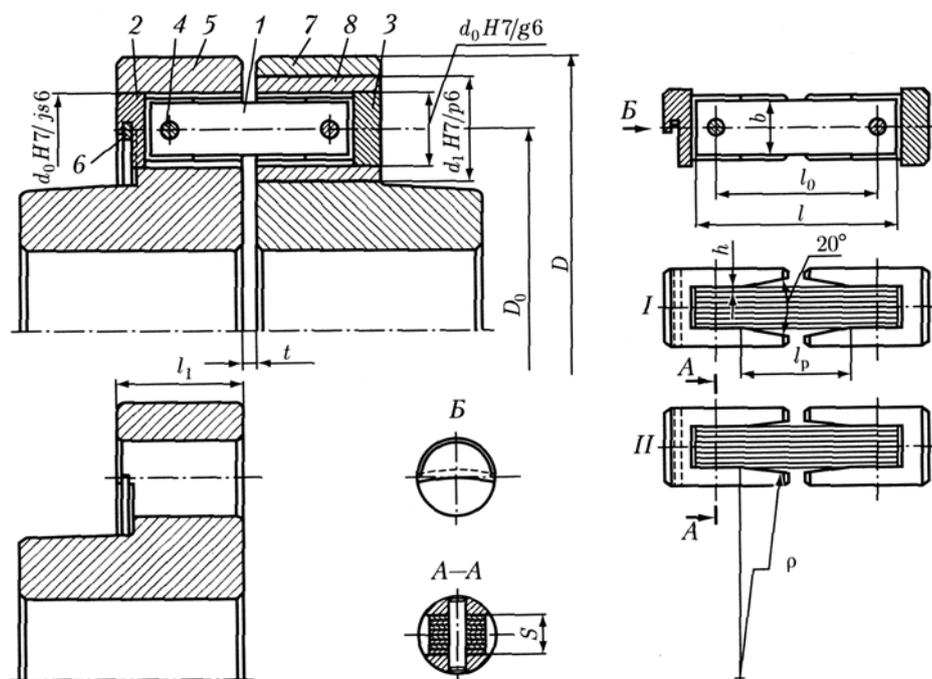


Рис. 5.12

$$D_0 = (13...14)\sqrt[3]{T}; \quad D = (1,13...1,4)D_0; \quad l_1 \approx 0,3D_0$$

$$l_0 = 0,4D_0; \quad l_p = 0,7l_0; \quad b \approx 0,13D_0; \quad t = 4...6 \text{ мм};$$

где  $T$  – расчетный вращающий момент, Н · м [см. (5.1), (5.2)].

Толщина одной пружины

$$h = 1,33[\sigma]_и l_p^2 / (ED_0\varphi),$$

число плоских пружин в пакете

$$i = 16 \cdot 10^3 T l_p^3 / (EzD_0^2 b h^3 \varphi)$$

где  $[\sigma]_и$  – допускаемое напряжение материала пружины на изгиб (табл. 5.2), МПа;  $l_p$  – расчетная длина пружины, мм;  $E = 2,15 \cdot 10^5$  – модуль упругости стали, МПа;  $\varphi$  – угол относительного поворота полумуфт – до  $\approx 0,052$  рад;  $z = 8...12$  – число пакетов пружин;  $b$  – ширина пружины, мм.

Толщина одного пакета пружин  $S = ih$ , но не более  $0,75b$ .

Для изготовления плоских пружин используют стальную пружинную холоднокатаную термообработанную ленту по ГОСТ 21996-76.

Для закрепления пакета пружин в полумуфтах принимают:

$$d_0 = (1,3... 1,4), d_1 = (1,35...1,45)d_0$$

Радиус кривизны паза хвостовика (для муфт переменной жесткости)

$$\rho = Eh/(2[\sigma]_u)$$

На рис. 5.13 представлены зависимости силы  $F_K$ , действующей со стороны муфты на валы, от радиального смещения  $\Delta$  для муфт с различными расчетными моментами. По графикам для допускаемого смещения  $\Delta$  определяют силу  $F_K$  и назначают способ сборки по табл. 5.1.

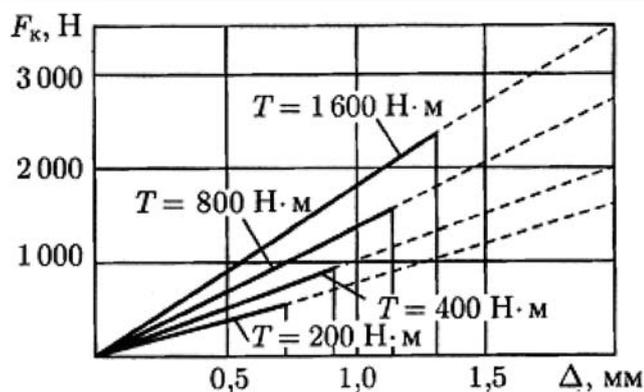


Рис. 5.13

#### 5.4.2 Муфты с резиновыми упругими элементами

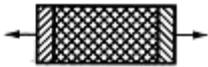
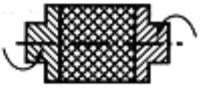
Упругие свойства резины характеризуют модулями упругости  $E$  первого и  $G$  второго рода, между которыми в силу постоянства объема резины при деформировании существует зависимость  $G = E/3$ .

Прочность технической резины существенно зависит от ее состава, поэтому допускаемые напряжения, приведенные в табл. 5.3, являются приближенными. Меньшие значения величин в каждом интервале принимают для резин с меньшими значениями модуля упругости  $E$ . Прочность привулканизации резины к металлу близка (при хорошем ее качестве) к прочности самой резины.

Напряжения в упругих элементах муфты, вызываемые радиальным и угловым смещениями валов, являются циклическими. Нагрузку на упругие элементы, вызванную отклонениями от соосности валов, и особенности напряженного состояния, зависящего от конструкции муфты, учитывают понижением допускаемых напряжений по сравнению с указанными в табл. 5.3. Рекомендуемые значения для каждого типа муфт оговорены особо.

Муфты упругие втулочно-пальцевые (МУВП) (рис. 5.14) получили широкое распространение вследствие относительной простоты конструкции и удобства замены упругих элементов. Однако их характеризует невысокая компенсирующая способность, а при соединении несоосных валов – достаточно большое силовое воздействие на валы и опоры, при этом резиновые втулки быстро разрушаются. Муфты МУВП стандартизованы – ГОСТ 21424–93

Таблица 5.3

Схема нагружения		Допускаемые напряжения, МПа, при нагрузке		
		статической	ударной	циклической
Растяжение		1 ... 2	1,0 ... 1,5	0,5 ... 1,0
Сжатие		3 ... 5	2,5 ... 5,0	1,0 ... 1,5
Параллельный сдвиг		1 ... 2	1 ... 2	0,3 ... 0,5
Крутильный сдвиг		2	2	0,3 ... 1,0
Кручение		2	2	0,3 ... 0,5

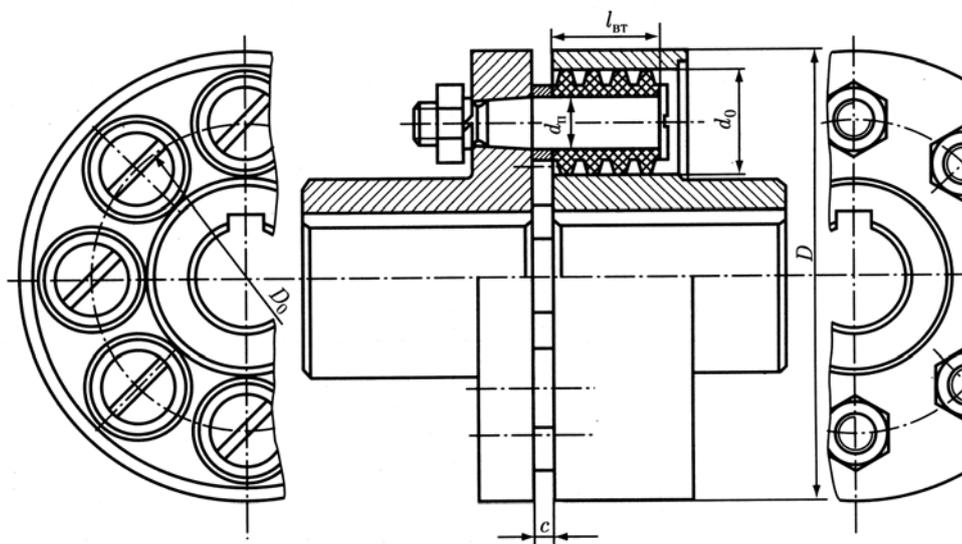


Рис. 5.14

Размеры муфты по заданному моменту подбирают по справочникам и атласу. Если необходимо уменьшить размеры муфты по сравнению с размерами по стандарту, проектируют специальную муфту, в которой размещают большее число упругих элементов.

При этом пальцы и кольца оставляют стандартными, размещая их так, чтобы было выполнено условие

$$z_c d_0 < 2,8 D_0,$$

где  $z_c$  – число пальцев;  $d_0$  – диаметр отверстия под упругий элемент;  $D_0$  – диаметр окружности расположения пальцев (см. [5]), мм. Наружный диаметр муфты:  $D = D_0 + (1,5... 1,6) d_0$ .

Упругие элементы такой специальной муфты проверяют на смятие в предположении равномерного распределения нагрузки между пальцами

$$\sigma_{см} = 2 \cdot 10^3 T_k / (z_c D_0 d_{п.ВТ} l_{ВТ}) \leq [\sigma]_{см},$$

где  $T_k$  – вращающий момент, Н · м (20.1);  $d_{п.ВТ}$  – диаметр пальца, мм;  $l_{ВТ}$  – длина упругого элемента, мм;  $[\sigma]_{см} = 2$  МПа – допускаемые напряжения.

Пальцы муфты изготавливают из стали 45 и рассчитывают на изгиб:

$$\sigma_{и} = 2 \cdot 10^3 T_k (0,5 l_{ВТ} + c) / (z_c D_0 0,1 d_p^3) \leq [\sigma]_{и}$$

Допускаемые напряжения изгиба  $[\sigma]_{и} = (0,4... 0,5) \sigma_T$ , где  $\sigma_T$  – предел текучести материала пальцев, МПа. Зазор между полумуфтами  $c = 3... 5$  мм.

Так как муфты данного типа обладают большой радиальной и угловой жесткостью, их применение целесообразно при установке соединяемых узлов на плитах (рамах) большой жесткости. Кроме того, сборку узлов необходимо производить с повышенной точностью и с применением подкладок.

Предельные смещения валов следует принимать: радиальные  $\Delta = 0,10... 0,15$  мм; угловые  $\gamma = 0,6/100$  мм/мм; осевые  $\omega = 3$  мм.

Так как возможные угловые смещения валов даже при обычной точности монтажа незначительны, то нагрузку от угловых смещений на элементы муфты, валы и их опоры можно не учитывать.

Приближенно принимая характеристику радиальной жесткости муфты линейной, радиальную силу  $F_K$ , вызванную смещением  $\Delta$ , можно определить по соотношению  $F_K = C_p \Delta$ , где  $C_p$  – радиальная жесткость муфты:

Диаметр вала, мм	16	20	25	30	40
$C_p$ , Н/мм	1550	2160	2940	3920	5 400

Радиальная жесткость  $C_{pc}$  специальной муфты пропорциональна табличному значению  $C_p$  и отношению чисел пальцев  $z_c$  и  $z$  специальной и стандартной муфт:  $C_{pc} = C_p z_c / z$ .

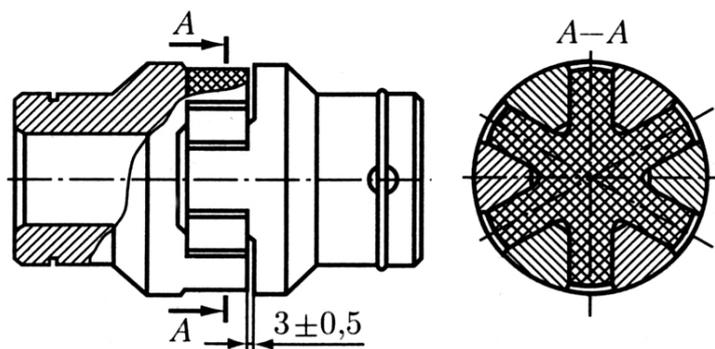


Рис. 5.15

Муфты упругие с резиновой звездочкой. Компенсирующие способности муфты (рис.5.15) невелики. При соединении несоосных валов муфта оказывает на них значительное силовое воздействие, хотя и меньшее, чем муфта МУВП. Она требует точного монтажа узлов. Размеры муфты по расчетному моменту подбирают по справочникам.

Эти муфты обладают большой радиальной, угловой и осевой жесткостью. Поэтому их применение так же, как и муфт МУВП, возможно при установке узлов на плитах (рамах) большой жесткости. Сборку узлов необходимо выполнять с повышенной точностью, применяя подкладки и контролируя положение узлов.

Предельные смещения валов следует принимать: радиальные  $\Delta = 0,10 \dots 0,15$  мм; угловые  $\gamma = 0,8/100$  мм/мм.

Ввиду малых возможных угловых смещений валов даже при обычной точности монтажа нагрузку от угловых смещений в расчете не учитывают.

Приблизительно принимая характеристику радиальной жесткости  $C_p$  муфты линейной, радиальную силу  $F_K$ , вызванную смещением  $\Delta$ , можно определить по соотношению  $F_K = C_p \Delta$ . Значения  $C_p$  для муфт по ГОСТ Р 50894-99 90%-й ресурс муфт при непрерывной работе с постоянной нагрузкой, равной номинальному вращающему моменту, с частотой вращения, равной 70 % от значения предельной частоты вращения – не менее 2,5 лет.

Диаметр вала	12; 14	16; 18	20; 22	25; 28	32; 36	40; 45
$C_p$ , Н/мм	300	490	800	900	1120	1320

Муфты с резиновыми брусками, расположенными радиально. Муфту с упругими элементами в форме брусков б, расположенных радиально, отличает простота конструкции упругого элемента.

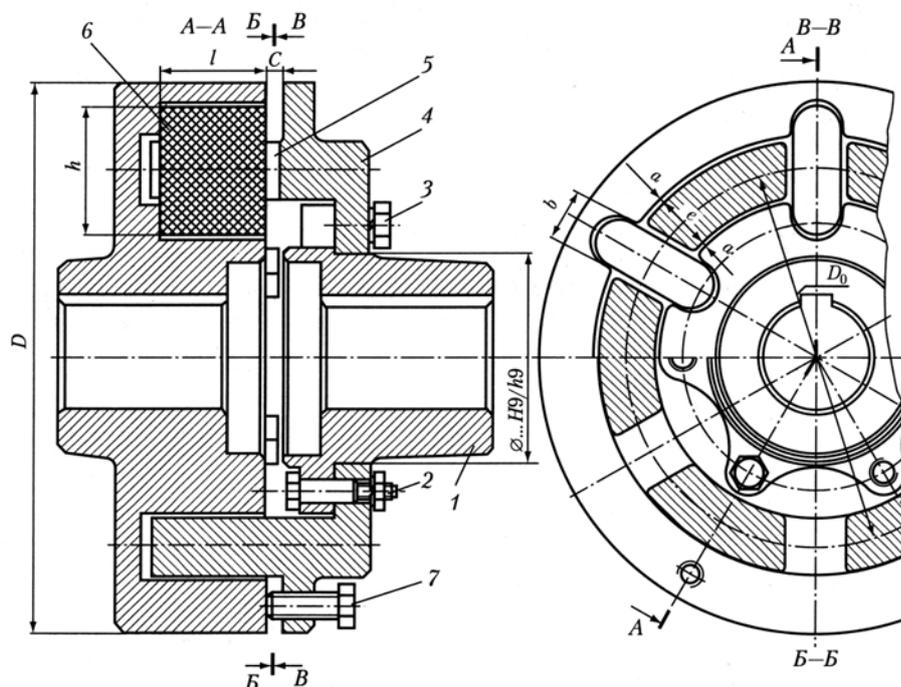


Рис 5.16

Применяют муфту в двух исполнениях. В первом исполнении (рис. 5.16) при замене упругих элементов кольцо 4, несущее торцовые кулачки 5, перемещают в осевом направлении с помощью двух отжимных винтов 7. Это исключает необходимость осевого смещения соединяемых муфтой узлов при замене упругих элементов. Кольцо 4 закрепляют на полумуфте 1 винтами 3, обеспечивая двумя болтами 2, поставленными без зазора, точное центрирование соединяемых деталей и передачу вращающего момента. Во втором исполнении (рис. 5.17) торцовые кулачки выполнены как одно целое с полумуфтой. Для замены упругих элементов у такой муфты необходимо осевое смещение узлов. Второе исполнение применяют для муфт малых диаметров  $D$  обычно менее 100 мм.

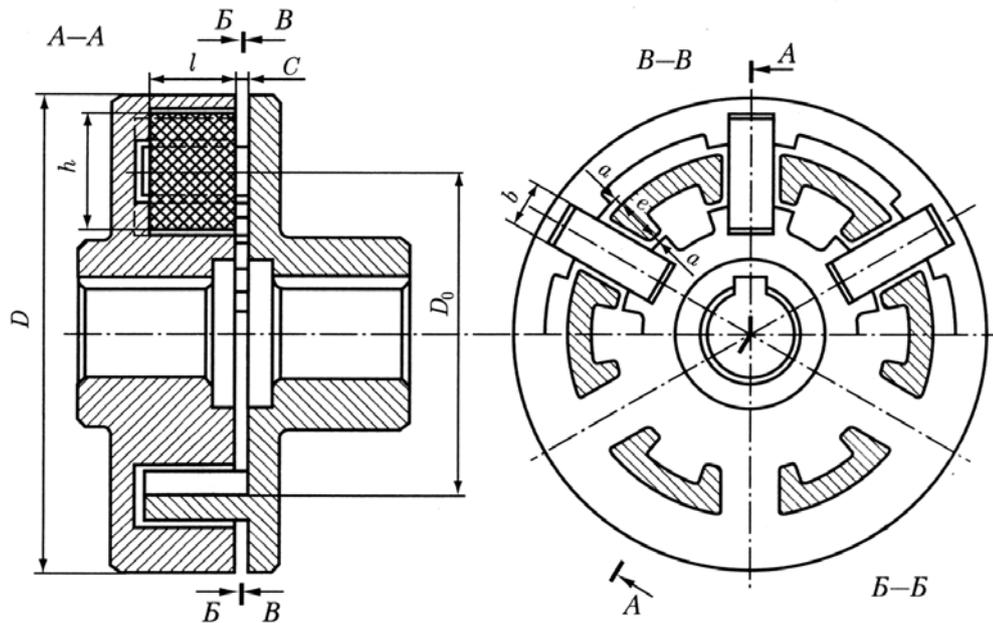


Рис. 5.17

Упругие элементы выполняют двух вариантов: первый (Гипроу-лемаш) показан на рис. 16, второй (фирма «Ойпекс», Германия) – на рис. 5.17. На рис. 5.17 полумуфты выполнены облегченной конструкции, применяемой и для первого исполнения муфты.

Ориентировочные значения основных размеров (мм) элементов муфты:

$$D_0 = (22...24)\sqrt[3]{T_k}; \quad b = (0,11...0,14)D_0; \quad h = 2,5b;$$

$$l = 2b;$$

$$D = 1,1D_0 + h; \quad e = 1,3b - 2a \quad a = 1,0...1,5 \text{ мм},$$

где  $T_k$  – вращающий момент, Н·м.

Условный расчет на прочность упругих элементов проводят на сдвиг и изгиб:

$$\tau_{сд} = 10^3 T_k / (D_0 z b l) \leq [\tau]_{сд};$$

$$\sigma_{и} = 3 \cdot 10^3 T_k (2a + e) / (D_0 z b^2 l) \leq [\sigma]_{и}$$

где  $T_k$  – в Н·м;  $D_0, b, l, a, e$  – в мм;  $\tau_{сд}$  и  $\sigma_{и}$  – в МПа.

Число упругих элементов принимают  $z = 6, 8$  или  $10$ .

Упругие элементы выполняют из резины (модуль упругости  $E \approx 5 \text{ МПа}$ ), армированной кордом, или из вулкана. Допускаемые напряжения принимают:  $[\tau]_{сд} = 0,8 \text{ МПа}$ ;  $[\sigma]_{и} = 1,5 \text{ МПа}$ .

Муфта допускает радиальное смещение  $\Delta$  валов в пределах зазора  $a = 1,0..1,5 \text{ мм}$  между кулачком и полумуфтой, осевое смещение  $\psi$  в пределах зазора  $C = 4...5 \text{ мм}$  между полумуфтами. Допустимое угловое смещение  $\gamma$  составляет  $1^\circ 30'$ .

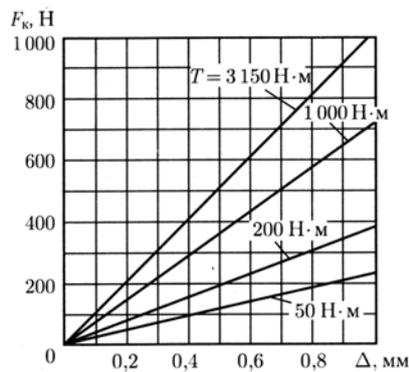


Рис. 5.18

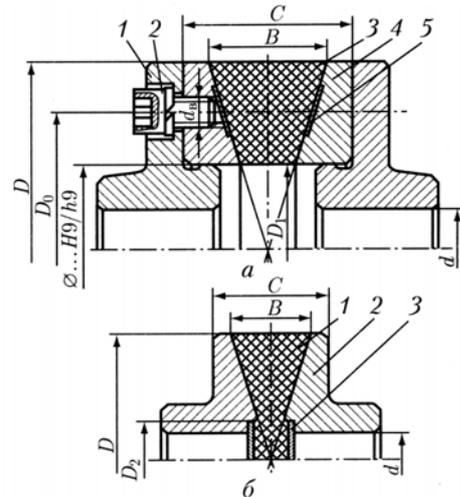


Рис. 5.19

Радиальную силу  $F_K$ , действующую со стороны муфты на валы при их смещении на величину  $\Delta$ , можно найти по графику (рис. 5.18), построенному для марок резины с модулем упругости  $E = 5$  МПа. При использовании резины с модулем упругости  $E'$  для определения радиальной силы  $E'_K$  силу  $F_K$ , снятую с графика, пересчитывают:  $F'_K = E'F_K / E$ . Нагрузку на валы от угловых смещений ввиду ее малости в расчет можно не принимать.

Муфты упругие с конусной шайбой. Муфты с конусной резиновой шайбой фирмы «Швингметалл» (Германия) (рис. 5.19) отличаются простотой конструкции. Они требуют точного осевого расположения узлов вследствие большой осевой жесткости муфты.

Применяют муфты двух исполнений: первое (рис. 5.19, а) – для средних и больших моментов и второе (рис. 5.19, б) – для малых моментов, обычно при  $D < 100$  мм.

Муфта по рис. 5.19, а состоит из двух одинаковых полумуфт 1, соединенных с резинометаллическим упругим элементом винтами 2. Резиновая шайба 3 привулканизирована к стальным дискам 4. Заглушки 5 предохраняют резьбовые отверстия от попадания в них резины.

В муфте (рис. 5.19, б) резиновая шайба 1 привулканизирована к полумуфтам 2 и заглушкам 3.

Вращающий момент с полумуфты 1 (рис. 5.19, а) передают на упругий элемент 3 силами трения, созданными затяжкой винтов 2. В упругом элементе действуют касательные напряжения кручения  $T_K$ , одинаковые во всех точках (вследствие постоянного в любом сечении отношения ширины упругого элемента к расстоянию до этого сечения от оси вращения).

Ориентировочные значения основных размеров (мм) элементов муфты:

$$D \geq 17\sqrt[3]{T_K / [\tau]_K}; D_1 = (0,45 \dots 0,50)D; B = (0,25 \dots 0,3)D;$$

$$C = 1,4B; D_0 = 0,5(D + D_1); D_2 = 1,4d$$

Допускаемые касательные напряжения принимают  $[\tau]_K = (0,2 \dots 0,3)$  МПа. Число  $z$  винтов предварительно принимают:

$D$ , мм	до 160	св. 160 до 300	св. 300
$z$	4	6	8

Далее определяют требуемую силу затяжки и диаметр винта  $d_B$ .

Радиальная сила  $F_K$  и изгибающий момент  $M_\gamma$  действующие на валы, в зависимости от величины смещений  $\Delta$  и  $\gamma$  могут быть приближенно определены по графикам (рис. 5.20), построенным для резины с модулями упругости  $E = 3,6$  МПа и  $G = 1,2$  МПа.

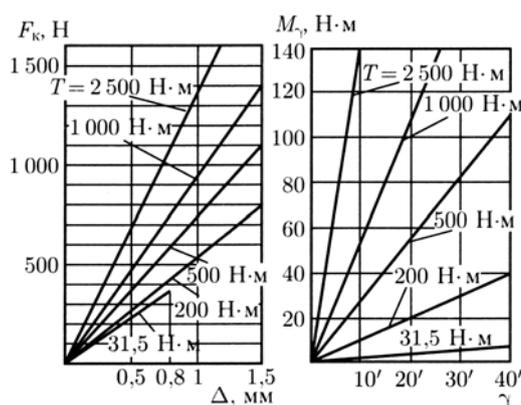


Рис. 5.20

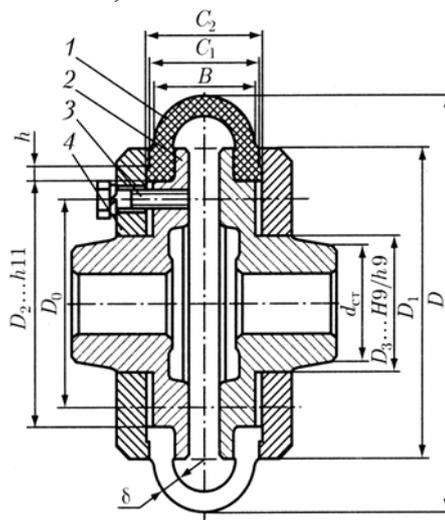


Рис. 5.21

Муфта допускает радиальное смещение  $\Delta$  валов до  $0,8 \dots 4$  мм (меньшие значения для малых муфт), угловое смещение  $\gamma$  до  $1 \dots 2^\circ$  (большие значения для малых муфт).

Муфты упругие с торообразной оболочкой. Муфты с торообразной упругой оболочкой обладают большой крутильной, радиальной и угловой податливостью. В соответствии с ГОСТ Р 50892-96 муфты изготовляют с оболочкой выпуклого профиля и с оболочкой вогнутого профиля.

Муфты с оболочкой выпуклого профиля применяют в двух исполнениях: с разрезной (рис. 5.21) и неразрезной по ГОСТ 20884-93 оболочкой (рис. 5.22).

Муфта по рис. 5.21 состоит из резинового упругого элемента 1 и полумуфт 2, к которым винтами 3 притягивают прижимные кольца 4. Муфта по рис. 5.22 состоит из упругого элемента 1 и полумуфт 2, к которым винтами 3 через центрирующие кольца 4 притягивают прижимные полукольца 5. При сборке муфты полукольца 5 соединяют с кольцом 4 винтами 6, расположенными между винтами 3.

Полумуфты устанавливают как на цилиндрические, так и на конические концы валов. 90%-ный ресурс муфт при непрерывной работе не менее 2,5 лет.

Вращающий момент с полумуфт на оболочку передают силами трения, созданными при затяжке винтов 3. При передаче момента в оболочке действуют касательные напряжения крутильного сдвига  $T_K$ .

Ориентировочные значения основных размеров (мм) элементов муфты:

$$D \geq 28\sqrt[3]{T_K / [\tau]_K}; D_1 = 0,75D; D_2 = 0,6D; \delta = 0,5D;$$

$$D_3 \geq d_{CT} + (3...5) \text{ мм}; B = 0,25D; C_1 = 1,06B; C_2 = 1,12B;$$

$$h = 0,0375D; D_0 = (0,5...0,52)D$$

Оболочки диаметром  $D < 300$  мм выполняют из резины: допускаемые касательные напряжения  $[\tau]_K = 0,45...0,5$  МПа. При  $D > 300$  мм для повышения нагрузочной способности и срока службы оболочки армируют нитями корда. Для них  $[\tau]_K = 0,70...0,75$  МПа.

После предварительных расчетов проверяют прочность оболочки в кольцевом сечении диаметром  $D_I$ .

$$\tau_K = 2 \cdot 10^3 T_K / (\pi D_I^2 \delta) \leq [\tau_K]$$

Число  $z$  винтов предварительно принимают:

$D$ , мм	до 160	св. 160 до 300	св. 300
$z$	4	6	8

Далее определяют требуемую силу затяжки и диаметр винта 3. Затяжку винтов контролируют.

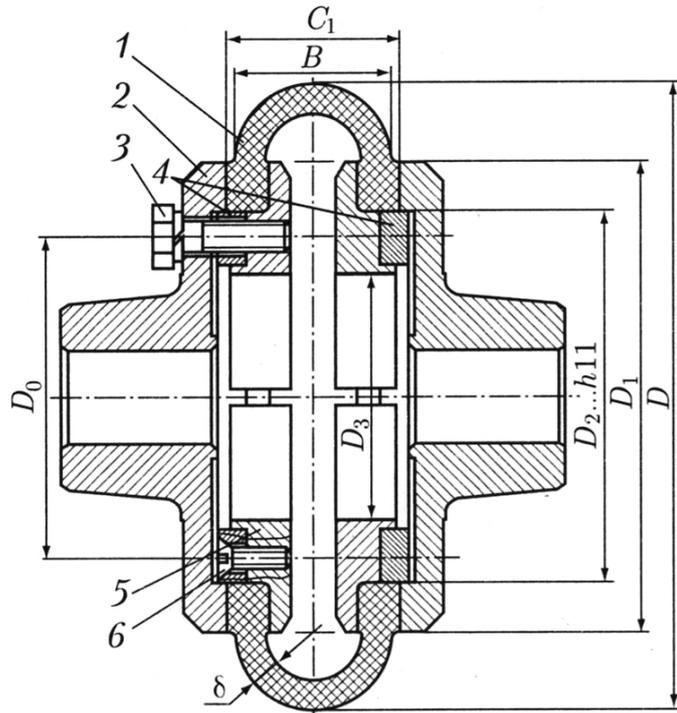


Рис. 5.22

При отклонении валов от соосности муфта нагружает валы: осевой силой  $F_\omega$  – при компенсации осевого смещения валов, радиальной силой и изгибающим моментом – при компенсации радиального и углового смещений. От действия центробежных сил и деформирования оболочки при передаче муфтой вращающего момента возникает осевая сила  $F_y$ .

Допустимые для муфт значения смещений каждого вида (при условии, что смещения других видов близки к нулю): осевое  $\omega = 1 \dots 4,5$  мм; радиальное  $\Delta = 1 \dots 4$  мм, угловое  $\gamma$  до  $1^\circ 00'$  (ГОСТ 20884-93,  $D = 100 \dots 400$  мм; меньшие значения для муфт малого диаметра).

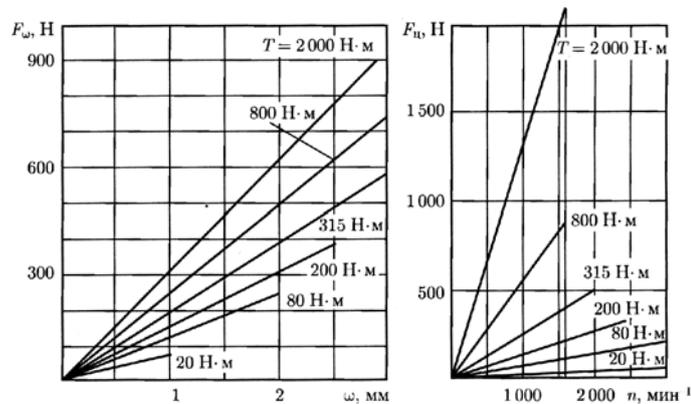


Рис 5.23

Даже при предельно допустимых для муфты смещениях радиальная сила и изгибающий момент невелики, поэтому при расчете валов и их опор этими нагрузками можно пренебречь. Силы, действующие на валы, могут быть определены по графикам рис. 5.23. При построении графика  $F_\omega$  модуль упругости для резин принят  $E = 5$  МПа. Для резин с другим значением  $E$  силу  $F_\omega$ , снятую с графика, пересчитывают, принимая прямую пропорциональность между  $F_\omega$  и  $E$ .

## 5.5 Сцепные муфты

В машиностроении чаще всего применяют кулачковые, зубчатые и фрикционные сцепные муфты.

Кулачковые муфты. Принципиальная конструктивная схема кулачковой муфты показана на рис. 5.24. Муфту этого типа применяют в тех случаях, когда при небольших габаритных размерах требуется передавать относительно большие вращающие моменты, а включение производят сравнительно редко (во время свободного хода после выключения двигателя).

Одна полумуфта (на рисунке это зубчатое колесо с кулачками) свободно установлена на валу. Другая полумуфта соединена с валом шпонкой или шлицами, ее можно перемещать вдоль вала. Перемещение производят с помощью рычагов, вилок, переводных камней и других деталей механизма управления муфтой.

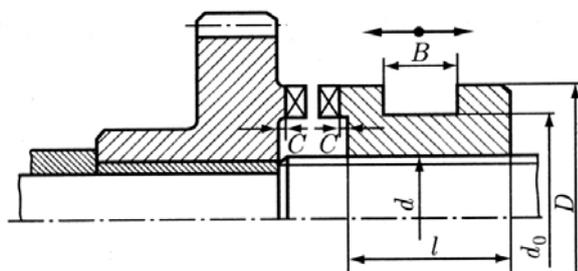


Рис. 5.24

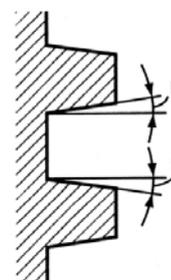


Рис. 5.25

Основным элементом кулачковых сцепных муфт являются кулачки различных профилей. Для трапецеидального профиля (рис. 5.25) угол  $S$  обычно принимают в пределах  $3...5^\circ$ . Число кулачков от 3 до 15. Размеры кулачков определяют из расчета по критериям износостойкости и прочности на изгиб. Размеры других конструктивных элементов муфты (рис. 5.24):

$$l = (1,4...1,5)d; d_0 = 1,5d + 5\text{мм}; D = d_0 + 2s,$$

где  $s$  берут в зависимости от ширины  $B$  кольцевого паза. Размер  $B$  выполняют с полем допуска Н11.

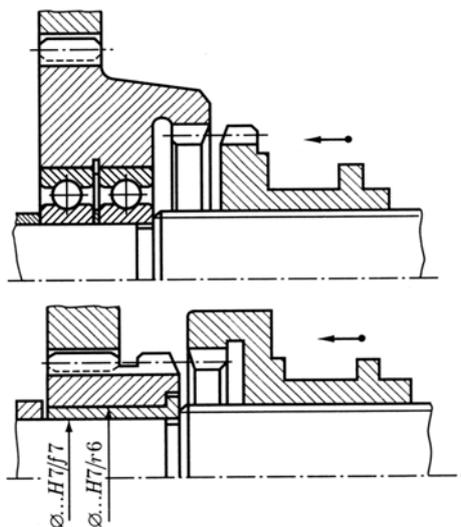


Рис. 5.26

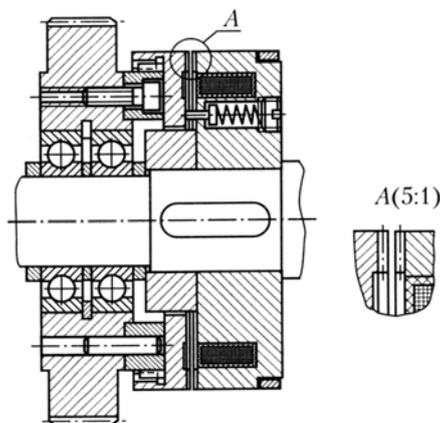


Рис. 5.27

При конструировании кулачковых муфт предусматривают перепад  $C$  поверхностей для выхода фрезы. Полумуфты изготавливают из сталей марок 20X, 12ХН3А и других с цементацией и закалкой кулачков и посадочной поверхности до твердости 54...60 HRC.

**Зубчатые муфты.** Зубчатые сцепные муфты широко применяют в коробках передач автомобилей, тракторов, станков и других машин при необходимости получить малые габариты. Одна из полумуфт имеет наружные, а другая – внутренние зубья. Модуль и число зубьев одинаковые. Муфты конструируют по схемам, представленным на рис. 5.26. Включение производят введением в зацепление полумуфт за время свободного хода после выключения двигателя или на ходу с применением синхронизаторов.

Применяют зубчатые муфты с электромагнитным дистанционным управлением (рис. 5.27), подбирая размеры по передаваемому моменту. Полумуфты изготавливают из стали марки 40X с закалкой ТВЧ до твердости 48...54 HRC.

**Фрикционные муфты.** В машиностроении широко используют различные по конструктивному исполнению фрикционные муфты. Рассмотрим только наиболее распространенные многодисковые муфты, в которых диски имеют простейшую форму, а сила включения обычно невелика.

На рис. 5.28 показана принципиальная схема многодисковой фрикционной муфты. При передаче вращающего момента шлицы испытывают значительные напряжения смятия, особенно шлицы вала, где окружные силы намного больше сил, действующих на шлицы на-

ружных дисков. При конструировании фрикционных муфт шлицы обязательно проверяют расчетом на смятие.

Толщину стальных дисков для муфт, работающих в масле, принимают 1,5...2,5 мм, а для муфт, работающих всухую, с учетом толщины фрикционных накладок – 2,5...5 мм.

Во включенном состоянии диски сжаты силой  $F$ . С помощью нажимных механизмов осевую силу передают на диски обычно в трех точках, расположенных по окружности через  $120^\circ$ . Чтобы давление сжатия равномернее распределить по всей поверхности дисков, крайние диски, которые чаще всего соединены с валом, делают большей толщины (6...10 мм).

В многодисковых муфтах общее число дисков ограничивают, так как давление на последующие диски постепенно уменьшается вследствие трения в шлицевом соединении. Число наружных дисков должно быть не более: стальных с фрикционным покрытием, работающих в масле, – 11; стальных с фрикционными накладками, работающих всухую, – 4. Следует предусматривать при выключенной муфте зазоры: между металлическими дисками – 0,2...0,5 мм; между дисками с накладками – 0,5...1,0 мм. Для надежного расцепления внутренние диски иногда делают неплоскими (синусные диски).

Чтобы уменьшить разность окружных скоростей по ширине поверхности дисков и создать условия для более равномерного изнашивания, обычно принимают (см. рис. 28) отношение  $D_1/D_2 = 0,5...0,8$ .

Большое влияние на надежность фрикционной муфты оказывают нажимные механизмы. На рис. 29, а, б приведены широко распространенные схемы нажимных рычажно-кулачковых механизмов. Выигрыш в силе здесь получают, как обычно, выбором плеч рычагов и угла конуса нажимной втулки. При включенном положении концы рычагов находятся на цилиндрических поверхностях втулок. В этом случае сила сжатия дисков на опоры вала не передается. Нажимной механизм получается самотормозящимся. Однако при работе машины в результате неизбежных вибраций нажимная втулка может сместиться (по рисунку вправо), что вызовет выключение муфты. Для предупреждения этого рычаги, управляющие нажимными втулками, должны быть зафиксированы в конечных положениях.

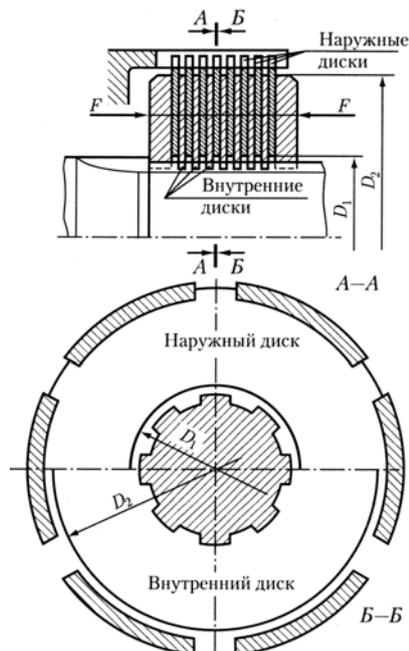


Рис. 5.28

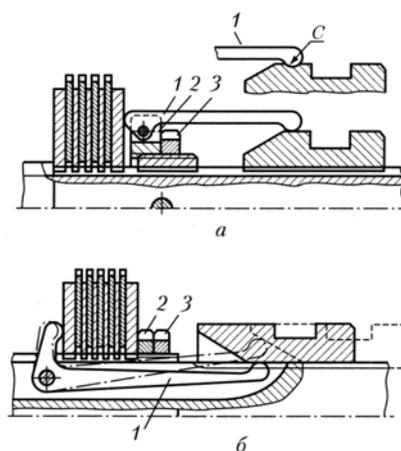


Рис. 5.29

Иногда на цилиндрической поверхности нажимных втулок делают порожки С (рис. 5.29, а), за который заходят концы рычагов 1. При переходе порожка С происходит перегрузка дисков и деталей нажимного механизма. Поэтому первоначально определяют допустимую величину перегрузки, а затем, исходя из нее, – высоту порожка С.

Требуемой податливости нажимных механизмов достигают выбором сечений рычагов. Силу сжатия дисков регулируют гайкой 2, которую затем стопорят контргайкой 3.

Описанные выше муфты относят к муфтам с механическим управлением, которое обычно применяют при передаче небольших и средних по величине вращающих моментов и когда не требуется дистанционного управления муфтой. При передаче больших моментов фрикционные муфты должны иметь пневматическое или гидравлическое управление.

Очень широко применяют многодисковые фрикционные муфты с электромагнитным управлением, особенно в коробках скоростей станков. Дистанционное управление и точное срабатывание этих муфт позволяют легко автоматизировать управление скоростями резания и подачи станков.

На рис. 30 показана конструкция такой муфты. Описание муфт, подбор по передаваемому моменту и методы расчета см. в [9, 13, 15].

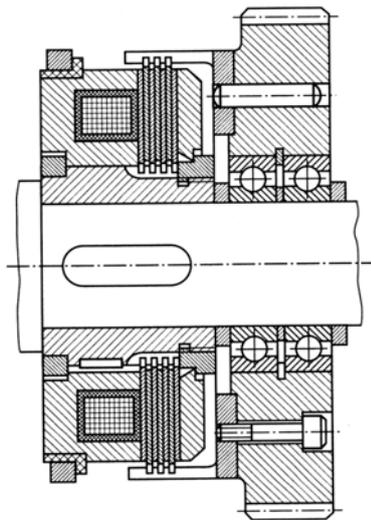


Рис. 5.30

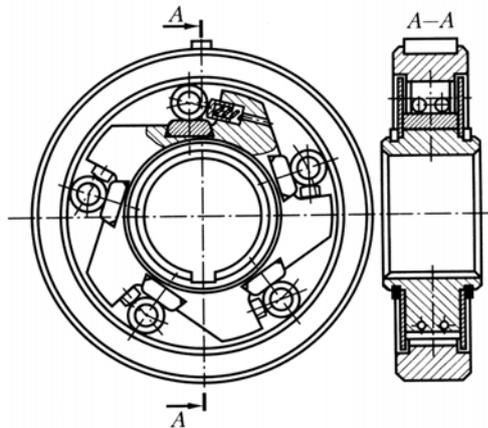


Рис. 5.31

Муфты свободного хода, или обгонные муфты, передают вращающий момент только в одном направлении. Наибольшее распространение в машиностроении получили роликовые муфты (рис. 5.31). Внутреннюю деталь такой муфты называют звездочкой, а внешнюю – обоймой. Как та, так и другая могут быть ведущей частью муфты. Для правильной работы муфты важно, чтобы обойма была концентрична звездочке. Для этого обойму с установленной на ней деталью базируют по валу или по другим деталям на том же валу. На рис. 5.32, а, б приведены возможные схемы базирования обойм в случае применения муфт по ОСТ 27-60-721-84. Муфта на рисунке изображена в виде контура, а деталь, связанная с обоймой, условно показана в виде зубчатого колеса (вместо зубчатого колеса может быть любая деталь). При проектировании специальных муфт можно встроить подшипники качения в обойму и звездочку (рис. 5.32, в).

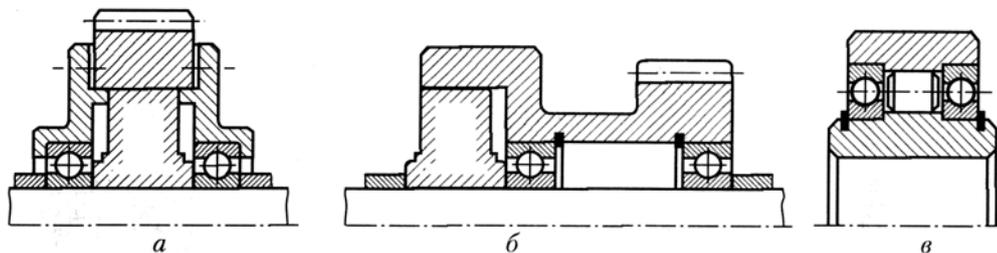


Рис. 5.32

Исполнение по рис. 5.32 не единственное и дано в качестве одного из возможных конструктивных решений.

## 5.6 Предохранительные муфты

В качестве предохранительных муфт в машиностроении применяют: муфты с разрушающимся элементом, кулачковые, шариковые (разновидность кулачковых) и фрикционные. Последние три типа муфт стандартизованы (ГОСТ 15620-93, Р 50893-96 и 15622-96). Предохранительные муфты независимо от типа могут работать только при строгой соосности валов.

Поскольку все звенья кинематической цепи испытывают перегрузку различной степени, предохранительные муфты следует располагать как можно ближе к месту возникновения перегрузки.

Муфты с разрушающимся элементом. Муфты этого типа отличаются компактностью и высокой точностью срабатывания. Их применяют в тех случаях, когда по роду работы машины перегрузки могут возникнуть лишь случайно. Конструктивные схемы муфт приведены на рис. 5.33.

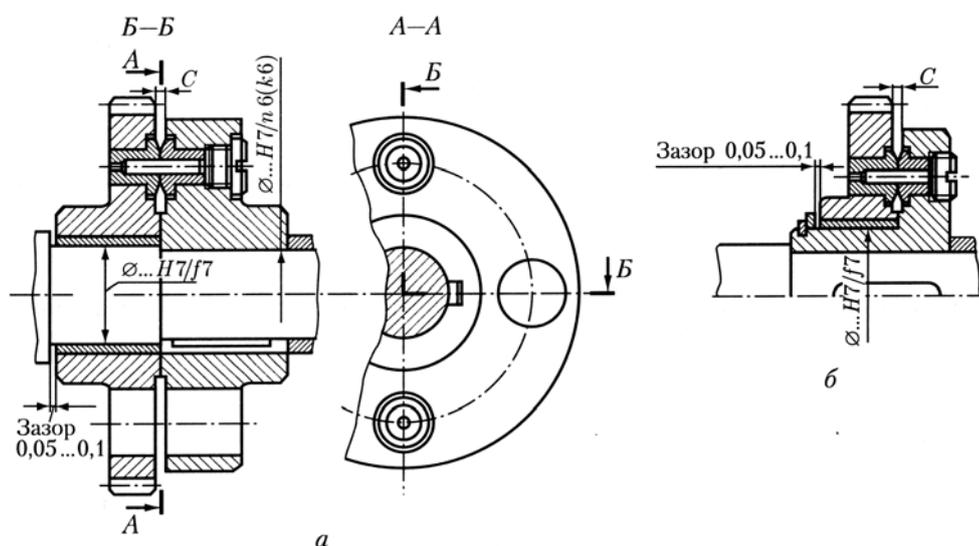


Рис. 5.33

В качестве разрушающегося элемента обычно используют штифты, выполняемые из стали (45, У8А) или из хрупких материалов (серый чугун, бронза, силумин и др.). Применяют муфты с одним и с несколькими срезающимися штифтами. В момент срабатывания (при перегрузке) штифт разрушается и предохранительная муфта разъединяет кинематическую цепь.

Штифты размещают в закаленных до высокой твердости (50... 60 HRC) втулках, изготовляемых обычно из стали марки 40Х.

После разрушения штифта на плоскости среза остаются заусенцы, мешающие удалению остатков штифта из втулки. Поэтому штифты выполняют иногда с канавкой по месту среза (рис. 5.34, а, б).

Штифты с канавкой удобны также тем, что позволяют опытным путем определить диаметр шейки для заданного вращающего момента. Канавки должны быть небольшой ширины (2...3 мм), чтобы штифты при срабатывании муфты разрушались вследствие среза, а не изгиба. Иногда применяют длинные штифты с несколькими канавками; после срабатывания муфты штифты передвигают в новую позицию.

Заусенцы на торцах срезанных штифтов могут производить задирь на торцевых поверхностях полумуфт. Для предотвращения этого между фланцами полумуфт в зоне расположения штифтов предусматривают зазор  $C = 2...4$  мм (рис. 5.33, а, б и 5.34, в, г).

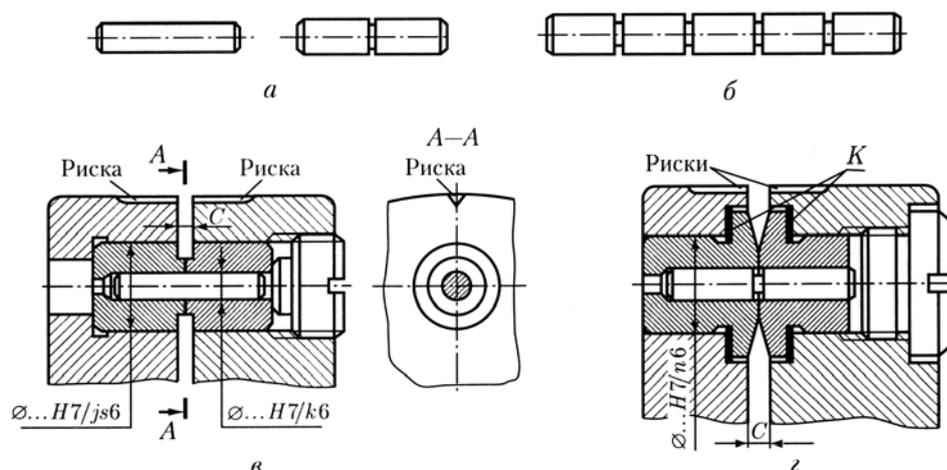


Рис. 5.34

В станкостроении для удобства эксплуатации муфты в гнезде ставят комплект втулок вместе со штифтом. В этом случае сопряжение втулок с полумуфтами  $H7/h6$  или  $H7/js6$ , штифта с втулками  $H7/js6$  или  $H7/k6$  (рис. 5.34, в). Перед установкой нового штифта или комплекта втулок полумуфты поворачивают до совмещения рисок.

После срабатывания одна полумуфта вращается относительно другой. Поэтому одну из полумуфт устанавливают по посадке  $H7/f7$ , предусматривая по торцам минимальный зазор 0,05...0,10 мм (см. рис. 5.33, а, б).

Для обеспечения чистого среза штифтов торцы втулок в собранной муфте должны соприкасаться друг с другом. Но подвижная полумуфта имеет осевую игру на величину зазора. Поэтому после срабатывания муфты торцы втулок могут задевать друг за друга. Чтобы этого не происходило, между торцами втулок следует предусматривать зазор на 0,05...0,10 мм больший, чем между торцами полумуфт.

В муфтах с несколькими срезными штифтами рабочие торцы втулок должны быть расположены в одной плоскости. Этого достигают совместным шлифованием их после постановки в полумуфту.

Зазор между торцами втулок (рис. 5.34, г) можно также регулировать подбором и постановкой под фланцы втулок компенсаторных колец К.

В некоторых зарубежных конструкциях штифты располагают во втулках, которые завинчивают в диски полумуфт (рис. 5.35). Чтобы можно было затянуть втулки до упора и создать минимальный зазор между их торцами, под фланцы втулок ставят компенсаторные кольца К.

Вследствие погрешностей изготовления, а также посадочных зазоров в сопряжениях общая нагрузка распределена между штифтами неравномерно. Поэтому муфты с одним штифтом срабатывают точнее.

При проектировании муфты предусматривают возможность замены срезанных штифтов. Для этого фланцы полумуфт выполняют по рис. 5.36:

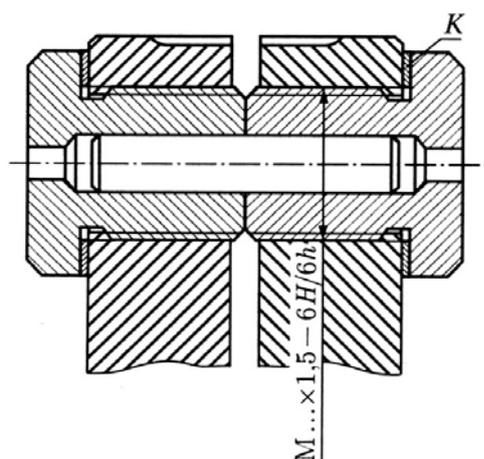


Рис. 5.35

срезанные штифты удаляют, повернув полумуфты относительно друг друга (показано штриховой линией). В круглых фланцах полумуфт делают одно-два отверстия большого диаметра (см. рис. 5.33, а) по окружности расположения штифтов; для удаления срезанных штифтов полумуфты поворачивают друг относительно друга до совмещения их с этими отверстиями.

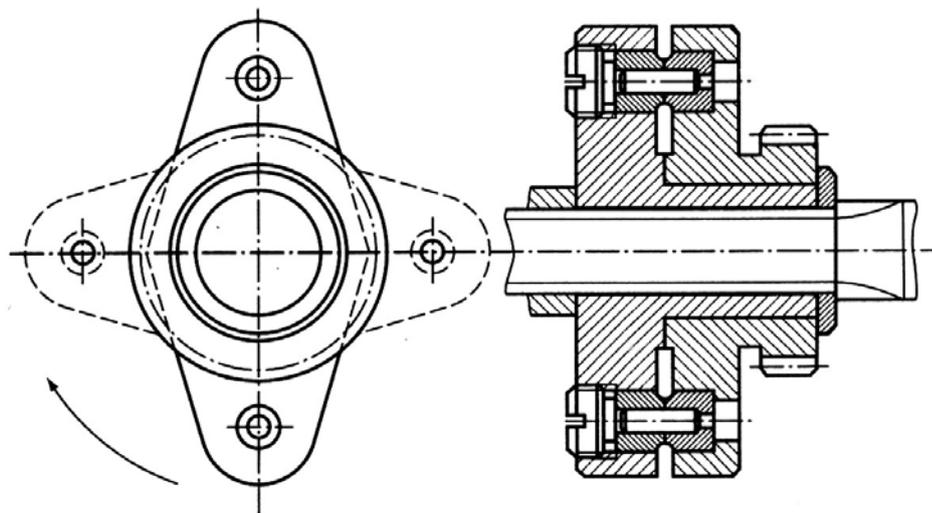


Рис. 5.36

В муфтах со срезающимися штифтами полумуфты располагают на валу рядом (см. рис. 5.33, а). Для уменьшения осевых размеров применяют конструктивное решение, представленное на рис. 5.33, б.

Кулачковые муфты. Кулачковые предохранительные муфты широко применяют при небольших скоростях и моментах. При перегрузке кулачковые муфты многократно расцепляются и снова включаются, подавая своего рода звуковой сигнал о перегрузке. Однако эти повторные включения муфты происходят с ударами, что вызывает перегрузки деталей механизма.

Кулачковые предохранительные муфты по конструкции аналогичны сцепным кулачковым. Отличие в том, что подвижная в осевом направлении полумуфта поджата пружиной к неподвижной, а рабочие грани кулачков имеют большой угол наклона ( $\beta = 30 - 60^\circ$ ). Работа кулачковых муфт сопровождается изнашиванием кулачков, поэтому последние должны иметь высокую твердость ( $> 56 \text{ HRC}$ ).

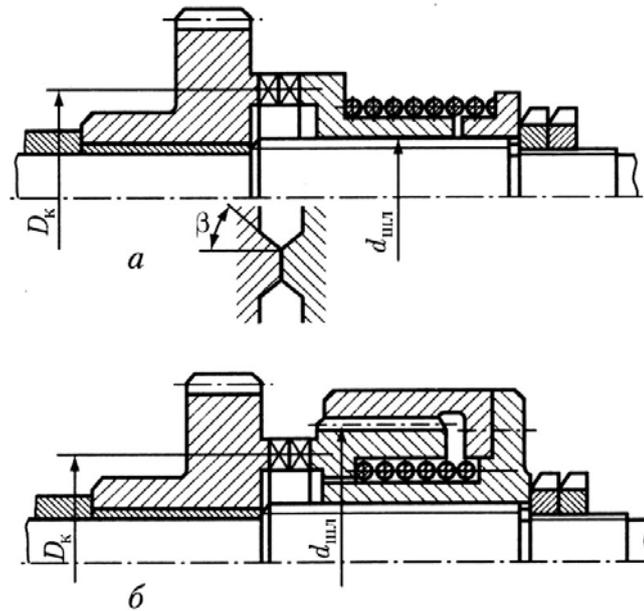


Рис. 5.37

На рис.5.37, а, б показаны конструктивные схемы двух кулачковых муфт в момент их срабатывания (кулачки вышли из зацепления). Для повышения точности срабатывания муфты высоту кулачков следует делать по возможности небольшой и применять пружины малой жесткости. Необходимо предусмотреть также регулирование силы нажатия пружины, замыкающей кулачковую предохранительную муфту. В муфтах (рис. 5.37, а, б) регулирование осуществляют гайкой, которую затем стопорят контргайкой.

Обычно пружины кулачковых предохранительных муфт имеют большую длину. При  $H/D \leq 2,6$ , где  $H$  – высота пружины в свободном состоянии, а  $D$  – ее средний диаметр, пружина устойчива. При отношении  $H/D > 2,6$  может быть поперечный изгиб пружины. Для предупреждения этого пружину следует устанавливать на направляющие поверхности, обычно на поверхность подвижной части муфты (рис. 5.37, а).

Регулировочные гайки должны воздействовать на пружину через втулки, соединенные шпонкой или шлицами с валом, иначе они будут не только сжимать пружину, но и закручивать ее силами трения.

Осевая сила, действующая в муфте, не должна нагружать опоры вала. Для этого кулачковую предохранительную муфту конструируют так, чтобы силу пружины воспринимали гайки или другие детали, связанные с валом.

Желательно, чтобы отношение  $D_k/d_{шп.л.}$  диаметра расположения кулачков к диаметру шлицев, по которым перемещают подвижную

часть муфты, было близко к единице или меньше ее. Тогда муфта работает надежно и менее чувствительна к колебаниям коэффициентов трения на кулачках и на шлицах. На рис. 5.37, б приведена схема муфты, у которой  $D_k/d_{\text{шл}} < 1$

Шариковые предохранительные муфты по принципу действия аналогичны кулачковым.

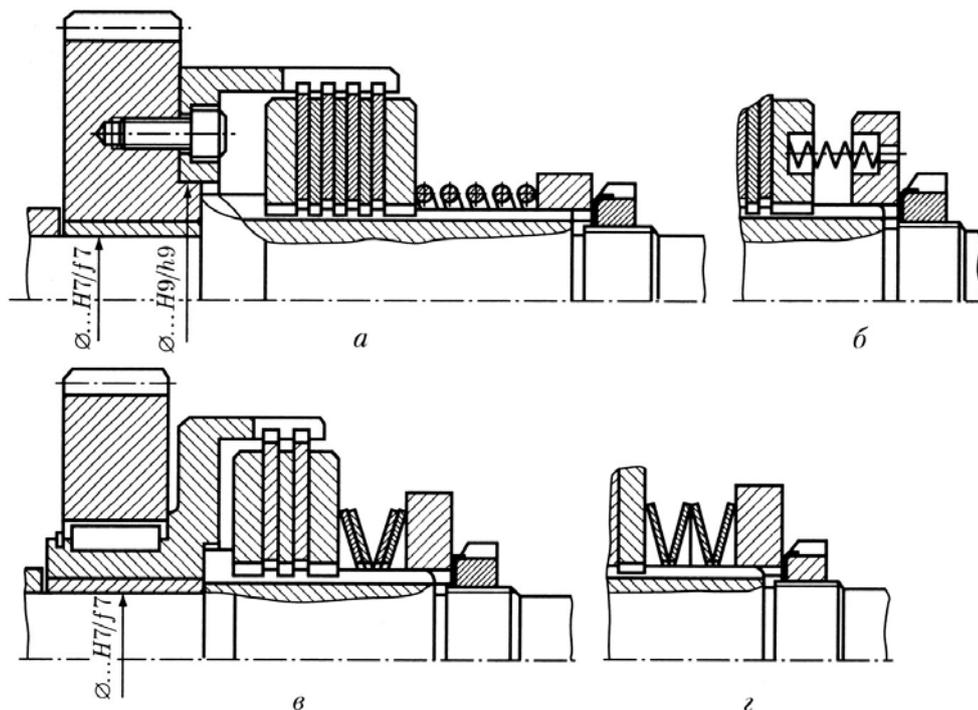


Рис. 5.38

Фрикционные предохранительные муфты применяют при частых кратковременных перегрузках, главным образом ударного действия. По конструкции они аналогичны сцепным фрикционным муфтам. Отличие в том, что вместо механизмов управления в предохранительные фрикционные муфты встраивают пружины.

Наибольшее распространение получили многодисковые фрикционные предохранительные муфты. Их конструируют по схемам рис. 5.38.

На рис. 5.38, а фрикционные диски сжимает одна центральная пружина сжатия, на рис. 5.38, б – несколько расположенных по окружности пружин, на рис. 5.38, в – тарельчатые пружины. Если тарельчатые пружины расположить так, как показано на рис. 5.38, г, то жесткость комплекта пружин будет меньше, что повысит точность срабатывания муфты. Получают распространение тарельчатые пружины с очень малой жесткостью на некотором участке их характеристики. Такую пружину ставят одну.

Основные размеры фрикционных предохранительных муфт в зависимости от передаваемого момента принимают по ГОСТ 15622–96.

В рассмотренных выше предохранительных муфтах при срабатывании происходит скольжение по поверхности  $\varnothing... H7/f7$ , которая должна быть смазана. Подвод смазочного материала к этой поверхности обычно затруднен. Кроме того, скольжение поверхностей происходит сравнительно редко (только при срабатывании муфты). Для таких условий вращающаяся деталь муфты лучше устанавливать на самосмазывающиеся подшипники скольжения, изготовленные из пористого материала (металлокерамика с включениями бронзы), пропитанного фторопластом.

### 5.7 Комбинированные муфты

Нередко от муфты требуется определенный комплекс свойств, например, ограничение передаваемой нагрузки при несоосно расположенных валах. В этом случае предохранительную муфту объединяют с компенсирующей и называют комбинированной. В дальнейшем для простоты компенсирующими будем называть как собственно компенсирующие, так и упругокомпенсирующие муфты.

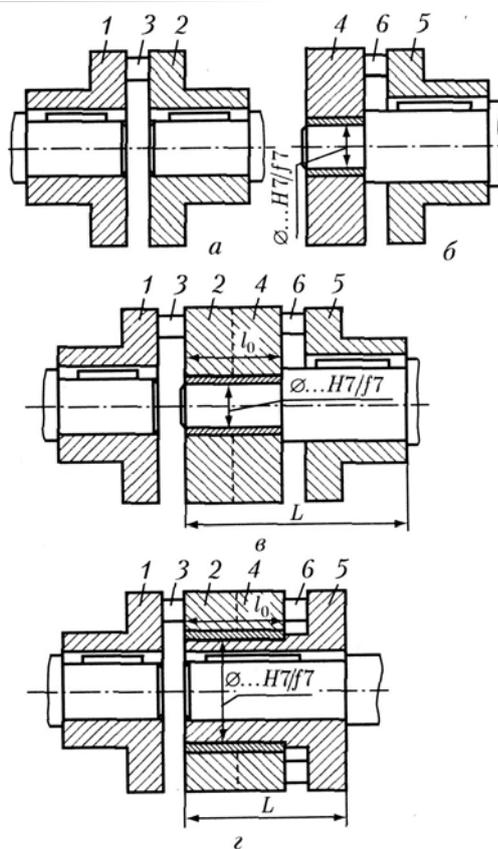


Рис. 5.39

Сущность комбинирования компенсирующих муфт с предохранительными заключается в следующем. Выбирают наиболее подходящие для данного случая компенсирующую (рис. 5.39, а) и предохранительную (рис. 5.39, б) муфты; на рисунках-схемах обозначены: 1, 2 – полумуфты, 3 – плавающий или упругий элемент компенсирующей муфты; 4 и 5 – полумуфты предохранительной муфты, соответственно свободно сидящая на валу и соединенная с валом шпонкой или шлицами, 6 – предохранительный элемент.

Порядок комбинирования (рис. 5.39, в):

– полумуфты 1 и 5 устанавливают на соединяемые валы без изменения конструкции;

– полумуфты 2 и 4 объединяют в одно целое и свободно устанавливают на конец вала, общего с полумуфтой 5. При этом стараются предельно уменьшить размер

– объединенные в одно целое полумуфты 2, 4 связывают плавающим (или упругим) элементом 3 с полумуфтой 1, а предохранительным элементом 6 – с полумуфтой 5.

Очень важно, чтобы консоль вала (расстояние  $L$  на рис. 5.39, в) была минимальна. Для ее уменьшения полумуфты 2 и 4 следует по возможности располагать на полумуфте 5 (рис. 5.39, г).

A-A (1:4)

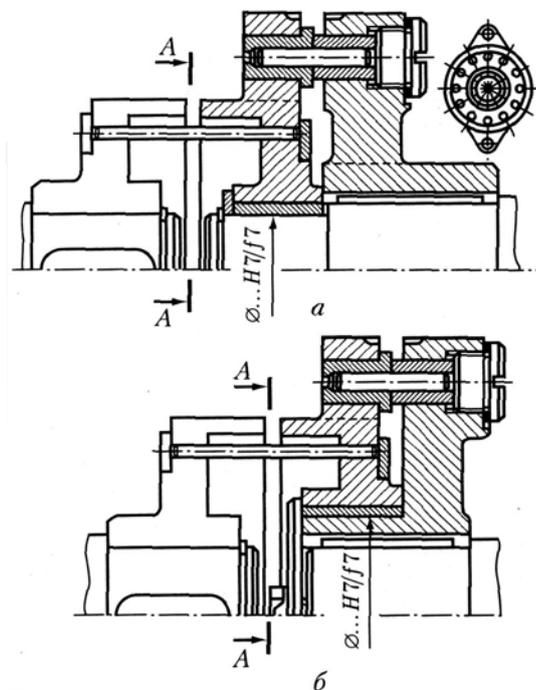


Рис. 5.40

На рис. 5.40 показана комбинированная муфта в двух исполнениях. В исполнении по рис. 5.40, б осевые размеры муфты меньше, чем в исполнении по рис. 5.40, а.

На рис. 5.41 изображены комбинированные муфты, в которых упругая муфта с металлическими стержнями объединена с предохранительной кулачковой (рис. 5.41, а) и фрикционной (рис. 5.41, б).

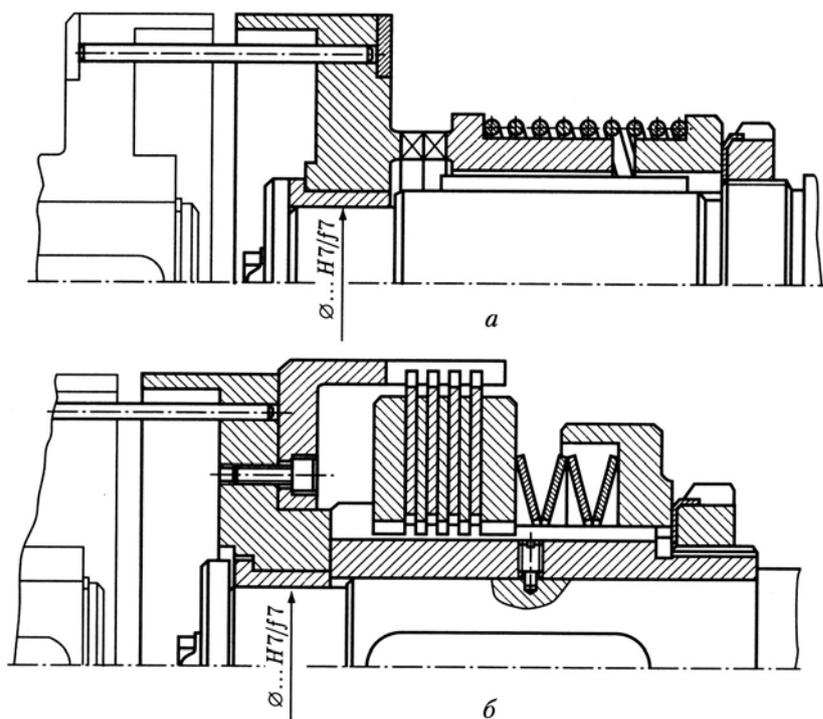


Рис. 5.41

Во всех комбинированных муфтах так же, как и в предохранительных, вращающуюся часть лучше устанавливать на самосмазывающиеся подшипники скольжения.

## 5.8 Пусковые муфты

Для пуска приводов с большими инерционными массами (грузоподъемные машины, приводы конвейеров, прессов, центрифуг и др.) электродвигатели должны обладать большими пусковыми моментами. При жестком соединении звеньев кинематической цепи разгон масс происходит быстро, в течение долей секунды (обычно до 0,5 с). Это приводит к большим инерционным нагрузкам деталей привода. В таких приводах следует применять пусковые муфты. Основой таких муфт могут быть автоматические самоуправляемые центробежные муфты различных конструктивных исполнений. Пусковые муфты позволяют электродвигателю легко разогнаться и по достижении им оп-

ределенной частоты вращения начать плавный разгон рабочего органа. Одновременно пусковые муфты являются и предохранительными.

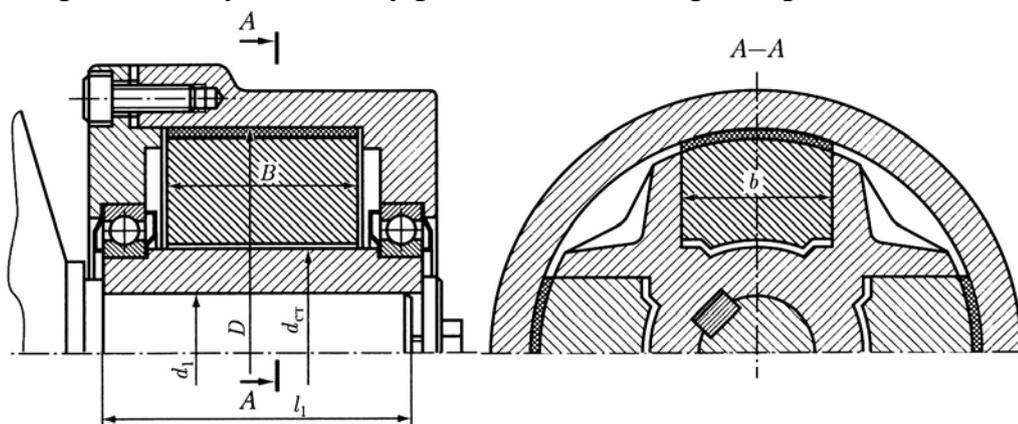


Рис. 5.42

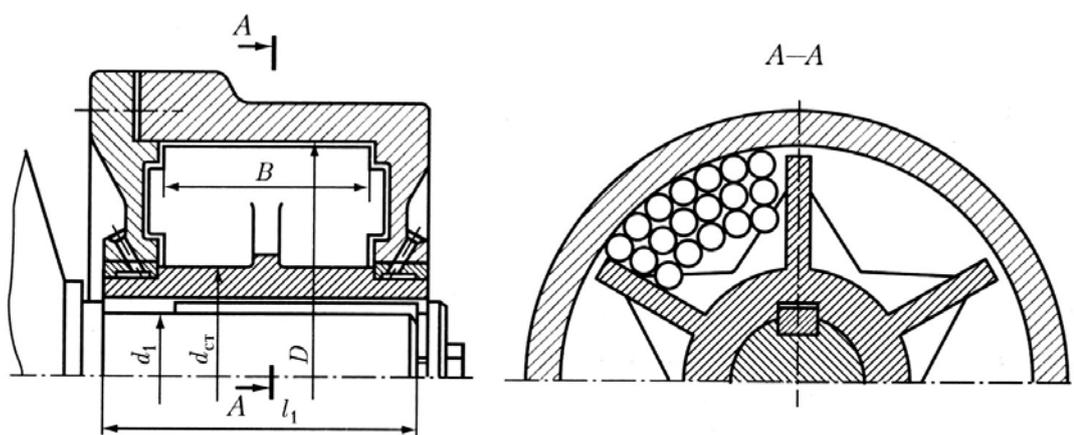


Рис. 5.43

На рис. 5.42 и 5.43 приведены центробежные муфты с колодками и со стальными шариками. Ведомая часть муфты может быть расположена на подшипниках качения сверхлегкой серии диаметров (рис. 5.42) или на подшипниках скольжения (рис. 5.43). Центробежные муфты устанавливают на вал двигателя. При наличии ременной передачи между двигателем и рабочим органом наружную ведомую часть муфты конструируют в виде шкива.

Если оси валов электродвигателя и рабочего органа номинально соосны, то для компенсации отклонений от соосности валов движение от двигателя к рабочему органу необходимо осуществлять от центробежной к компенсирующей муфте, которую конструктивно объединяют с центробежной.

На рис. 5.44 приведены конструктивные схемы комбинации центробежных муфт по рис. 5.42 и 5.43 с компенсирующими упругими муфтами: втулочно-пальцевой (рис. 5.44, а), с пакетами плоских ак-

сиально расположенных пружин (рис. 5.44, б), с торообразной оболочкой (рис. 5.44, в) и со стальными стержнями (рис. 5.44, г).

Во всех этих примерах наружную ведомую часть центробежных муфт видоизменяют, придавая ей конструктивные признаки соответствующих компенсирующих муфт. Помимо приведенных могут быть использованы для комбинации и другие конструкции центробежных и компенсирующих муфт.

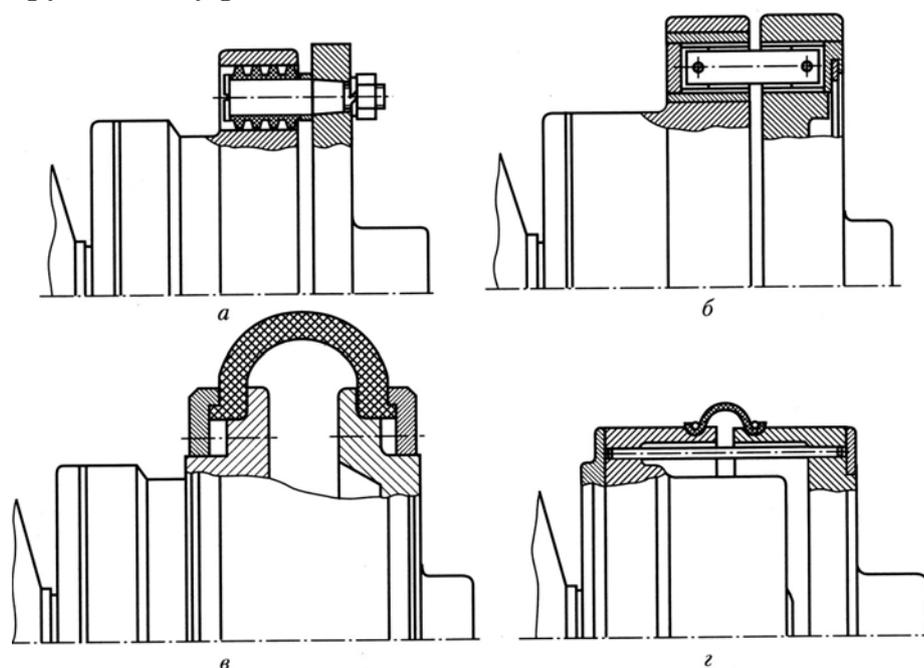


Рис. 5.44

Передаваемый муфтой момент рассчитывают по формуле

$$T_m = mr\pi^2 n^2 f D_z / 1800,$$

где  $m$  – масса одного груза (колодки) или масса стальных шариков в одной полости, кг;  $r \approx 0,25(D + d_{CT})$  – расстояние центра масс груза от оси вращения, м;  $n$  – частота вращения, мин<sup>-1</sup>;  $f$  – коэффициент трения:  $f = 0,4$  для пары сталь (чугун) – порошковая металлическая обкладка или закаленная сталь – металлокерамика,  $f = 0,2$  – для стальных шариков;  $D$  – диаметр муфты, м (рис. 5.42 и 5.43);  $z$  – число грузов (колодок) или число полостей для шариков.

После подбора электродвигателя выполняют расчет и конструирование центробежной и компенсирующей муфт. При конструировании центробежной муфты принимают (см. рис. 5.42 и 5.43):

$$D = (3,5 \dots 6,0)d_1; d_{CT} \approx 1,5d_1; b \approx 1,3d_1; B = (0,6 \dots 0,7)l_1$$

где  $d_1$  и  $l_1$  – диаметр и длина конца вала электродвигателя. Окончательно размер  $B$  определяют при выполнении расчета муфты.

Для плавного пуска рабочего органа вращающий момент  $T_m$  центробежной муфты должен превышать номинальный момент  $T_э$  электродвигателя.

При редких пусках (1...4 раза в рабочую смену) время разгона масс рабочего органа не имеет существенного значения. И тогда центробежную муфту рассчитывают по моменту  $T_m = (1,2... 1,4) T_э$ .

При частых пусках бывает важно ограничить время разгона рабочего органа. Тогда центробежную муфту рассчитывают по моменту  $T_m$  при заданном времени пуска  $t_{II}$  при выполнении условия  $T_m \geq 1,2 T_э$ .

Время разгона масс рабочего органа  $t_{II}$  (с):

$$t_{II} = \pi J_{np} n / [30(T_m - T_c)].$$

Отсюда требуемый момент муфты (Н·м)

$$T_m = T_c + \pi J_{np} n / 30(t_{II}).$$

где  $J_{np}$  – момент инерции разгоняемых масс, приведенный к валу муфты, кг·м<sup>2</sup>;  $T_c = T_{вых} / (u_{II} \eta_{II})$  – момент сил сопротивления, приведенный к валу муфты. Здесь  $T_{вых}$  – момент сопротивления на выходном валу рабочего органа, Н·м;  $u_{II}$  и  $\eta_{II}$  – общее передаточное число и общий КПД привода от электродвигателя до выходного вала.

Пример. Подобрать центробежную муфту с колодками по следующим данным: мощность электродвигателя  $P = 3$  кВт; частота вращения ротора  $n = 955$  мин<sup>-1</sup>; размеры конца вала электродвигателя:  $d_1 = 32$  мм,  $l_1 = 80$  мм; пуск рабочего органа производят один раз в смену.

Решение. Номинальный момент электродвигателя

$$T_э = 9550P / n = 9550 \cdot 3 / 955 = 30 \text{ Н·м.}$$

Требуемый момент центробежной муфты

$$T_m = (1,2...1,4)T_э = (1,2...1,4)30 = 36...42 \text{ Н·м.}$$

Примем по приведенным выше соотношениям некоторые размеры колодочной муфты:

$$D = (3,5...6,0)d_1 = (3,5...6,0)32 = 112...192 \text{ мм;}$$

$$d_{ст} \approx 1,55d_1 = 1,55 \cdot 32 = 50 \text{ мм; } b \approx 1,3d_1 = 1,3 \cdot 32 = 42 \text{ мм;}$$

$$B = (0,6...0,7)l_1 = (0,6...0,7)80 = 48...56 \text{ мм. Примем } B=50 \text{ мм}$$

Вращающий момент центробежной муфты  $T_m = mr\pi^2 n^2 f D_z / 1800$ .

Отсюда находим произведение ( $mDr$ ) для пары сталь – порошковая металлическая обкладка ( $f = 0,4$ ) и четырех грузов-колодок ( $z = 4$ ):

$$mDr = 1800T_m / (\pi^2 n^2 fz) = 1800(36...42) / (3,14^2 \cdot 955^2 \cdot 0,4 \cdot 4) = 0,0045...0,0052 \text{ кг·м}^2$$

Здесь  $m$  – масса в кг;  $D$  и  $r$  – в м.

Масса одного стального груза  $m = 0,5(D - d_{CT})Bb\rho$ , где  $\rho = 7\,800 \text{ кг/м}^3$  – плотность стали.

Подбором параметров  $m$ ;  $D$  и  $r$  обеспечивают необходимые инерционные характеристики центробежной муфты.

Примем в первом приближении  $D = 120$  мм (ранее определено  $D = 112 \dots 192$  мм). Тогда

$$m = 0,5 \cdot (0,102 - 0,050) \cdot 0,050 \cdot 0,042 \cdot 7800 = 0,5733 \text{ кг};$$

$$r = 0,25(D + d_{CT}) = 0,25(0,12 + 0,05) = 0,0425 \text{ м};$$

$$mDr = 0,5733 \cdot 0,12 \cdot 0,0425 = 0,00292 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

что меньше требуемой величины  $0,0045 \dots 0,0052 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

Выполним второе приближение – примем  $D = 140$  мм. Тогда

$$m = 0,5 \cdot (0,140 - 0,050) \cdot 0,050 \cdot 0,042 \cdot 7800 = 0,737 \text{ кг};$$

$$r = 0,25(0,14 + 0,05) = 0,0475 \text{ м};$$

$$mDr = 0,737 \cdot 0,14 \cdot 0,0475 = 0,00490 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

что находится в требуемом интервале:  $0,0045 \dots 0,0052 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

Определим момент, передаваемый муфтой,

$$T_m = mr\pi^2 n^2 fD_z / 1800 = 0,737 \cdot 0,0475 \cdot 3,14^2 \cdot 955^2 \cdot 0,4 \cdot 0,14 \cdot 4 / 1800 = 39,2 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

что находится в требуемом интервале ( $36 \dots 42 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ).

По моменту  $T_m = 39,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$  рассчитывают детали центробежной и компенсирующей муфт.

Расчет момента центробежной муфты со стальными шариками производят аналогично. При определении массы шариков, расположенных в одной полости муфты, объем полости умножают на коэффициент заполнения  $K$ , учитывающий пустоты между шариками. Обычно принимают  $K = 0,5 \dots 0,7$ .

Размеры центробежных муфт можно подбирать также по [15].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя: в 3 т. / В. И. Анурьев. — М.: Машиностроение, 2001.
2. Допуски и посадки: Справочник. В 2-х ч. Ч.2 / В. Д. Мягков и др. — Л.: Машиностроение, 1983. — 448 с.
3. Допуски и посадки: Справочник. В 2-х ч. Ч.1 / В. Д. Мягков и др. — Л.: Машиностроение, 1982. — 544 с.
4. Дунаев П.Ф. Расчет допусков размеров / П.Ф.Дунаев, О.П.Леликов. — М.: Машиностроение, 2001.
5. Дунаев П. Ф., Леликов О. П. Конструирование узлов и деталей машин: Учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений. — М.: Изд. Центр Академия, 2006.-496 с.
6. Джамай В.В. и др. Прикладная механика. — М.: Дрофа, 2004. — 416 с.
7. Зубчатые передачи: Справочник / Е. Г. Гинзбург и др. Под общ. Ред. Е. Г. Гинзбурга. — Л.: Машиностроение, 1980. — 416 с.
8. Иванов М. Н. Детали машин. — М.: Высш. шк., 1998. — 383 с.
9. Иосилевич Г. Б. Прикладная механика. — М.: Высшая школа, 1989. — 352 с.
10. Кузьмин А. В. и др. Курсовое проектирование деталей машин. Ч. 1.— Мн.: Вышейш. шк., 1982.— 208 с.
11. Кудрявцев В. Н. Детали машин. — Л.: Машиностроение, 1980. — 464 с.
12. Мурин А. В., Осипов В. А. Основы конструирования деталей и узлов машин. Курсовое проектирование: Учебное пособие. — Томск: Изд-во ТПУ, 2009. — 312 с.
13. Осецкий В.М. Прикладная механика. — М. Машиностроение:, 1977. — 488 с.
14. Решетов Д. Н. Детали машин. — М.: Машиностроение, 1989. — 496 с.
15. Ряховский О. А., Иванов С. С. Справочник по муфтам / Под ред. О. А. Ряховского. — Л.: Политехника, 1991. — 384 с.
16. ГОСТ 2.105-95. Межгосударственный стандарт. Единая система конструкторской документации. Общие требования к текстовым документам. Взамен ГОСТ 2.105-79, ГОСТ 2.906-71. — Мн., 1996. — 37 с.
17. Федоренко В. А., Шошин А .И. Справочник по машиностроительному черчению. — Л.: Машиностроение, 1987. — 336 с.
18. Чернилевский Д. В. Основы проектирования машин. — М.: УМ и НЦ учебн. литература, 1998. — 472 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
Глава 1 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ .....	5
1.1 Структура (строение) механизмов .....	5
1.1.1 Основные понятия и определения .....	5
1.1.2 Составные части механизма .....	6
1.1.3 Классификация кинематических пар .....	7
1.1.4 Кинематические цепи .....	10
1.1.5 Степень подвижности кинематической цепи .....	11
1.1.6 Принципы строения и структурная классификация механизмов .....	15
1.1.7 Структурно-конструктивная функциональная классификация механизмов .....	21
1.2 Кинематика механизмов .....	22
1.2.1 Задачи и методы кинематического анализа .....	22
1.2.2 Кинематический анализ механизмов графическим методом .....	23
1.3 Динамический анализ механизмов .....	30
1.3.1 Цели и задачи динамического анализа .....	30
1.3.2 Силы, действующие на звенья механизма, и их классификация .....	31
1.3.3 Трение в механизмах. Общие сведения о трении в механизмах .....	33
1.3.4 Уравнения движения механизмов с одной степенью свободы. Приведение сил и масс в плоских механизмах .....	38
1.3.5 Стадии (режимы) движения механизма .....	43
1.3.6 Коэффициент полезного действия механизма .....	45
Глава 2 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ .....	47
2.1 Основные модели прочностной надежности элементов конструкций .....	47
2.1.1 Задачи и методы сопротивления материалов .....	47
2.1.2 Модели прочностной надежности .....	48
2.1.3 Внешние и внутренние силы .....	52
2.1.4 Понятие о напряжениях. Напряженное состояние в точке ...	54
2.1.5 Основные гипотезы и допущения .....	57
2.2 Растяжение и сжатие .....	58
2.2.1 Напряжения и перемещения. Закон Гука .....	58
2.2.2 Механические характеристики и свойства материалов .....	60
2.2.3 Допускаемые напряжения и запасы прочности .....	68
2.2.4 Напряженное состояние при растяжении и сжатии .....	70

2.2.5 Напряжения в наклонных площадках при плоском и объемном напряженных состояниях. Обобщенный закон Гука .....	73
2.3 Изгиб прямолинейного бруса .....	78
2.3.1 Общие понятия. Типы опор и определение опорных реакций. ....	78
2.3.2 Поперечная сила и изгибающий момент .....	81
2.3.3 Геометрические характеристики плоских сечений .....	88
2.3.4 Напряжения при изгибе. Расчеты на прочность .....	92
2.4 Кручение .....	100
2.4.1 Чистый сдвиг и его особенности .....	100
2.4.2 Кручение стержня круглого поперечного сечения .....	102
2.4.3 Расчеты на прочность и жесткость .....	106
2.4.4 Напряженное состояние и разрушение при кручении .....	109
2.5 Сложное сопротивление .....	110
2.5.1 Понятие о теориях прочности .....	111
2.5.2 Косой изгиб .....	115
2.5.3 Изгиб с растяжением (сжатием) .....	119
2.5.4 Изгиб с кручением .....	122
2.6 Местные напряжения .....	125
2.6.1 Видимые местные напряжения .....	125
2.6.2 Концентрация напряжений .....	126
2.6.3 Контактные напряжения .....	130
2.7 Прочность материалов при переменном напряжении .....	133
2.7.1 Основные понятия об усталостной прочности .....	133
2.7.2 Предел выносливости при симметричном цикле. Диаграмма пределов выносливости .....	135
2.7.3 Факторы, влияющие на величину предела выносливости ....	138
2.7.4 Расчеты на прочность при переменных напряжениях .....	141
<b>Глава 3 ОСНОВЫ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТИ</b>	
<b>И КОНСТРУКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ</b> .....	144
3.1 Принципы построения единой системы допусков и посадок ..	144
3.2 Отклонения формы и расположения поверхностей.	
Шероховатость поверхностей .....	152
3.3 Отклонения и допуски формы .....	153
3.4 Отклонения и допуски расположения .....	154
3.5 Шероховатость поверхностей .....	159
3.6 Конструкционные материалы .....	163
3.6.1 Стали .....	164
3.6.2 Чугуны .....	169
3.6.3 Легкие сплавы .....	170
3.6.4 Медные сплавы .....	172

3.6.5 Баббиты .....	174
3.6.6 Титановые сплавы .....	174
3.6.7 Никелевые сплавы .....	176
3.6.8 Сплавы тугоплавких металлов .....	176
3.6.9 Композиционные материалы .....	176
3.6.10 Неметаллические материалы .....	178
Глава 4 МЕХАНИЧЕСКИЕ ПЕРЕДАЧИ .....	180
4.1 Общие сведения .....	180
4.1.1 Привод .....	181
4.1.2 Основные характеристики редуктора .....	183
4.1.3 Оценка и применение зубчатых передач .....	186
4.2 Краткие сведения о геометрии и кинематике .....	187
4.3 Изготовление зубчатых колес .....	190
4.3.1 Материалы зубчатых колес .....	192
4.3.2 Точность зубчатой передачи .....	192
4.4 Критерии работоспособности и расчета .....	194
4.4.1 Расчетная нагрузка .....	198
4.4.2 Расчет прямозубых цилиндрических передач на прочность .....	202
4.5 Особенности расчета косозубых и шевронных цилиндрических передач .....	210
4.6 Конические зубчатые передачи .....	217
4.7 Конические передачи с непрямыми зубьями .....	224
4.8 Краткие сведения о зубчатых передачах с перекрещивающимися осями (винтовых и гипоидных) .....	227
4.9 Червячные передачи .....	228
4.9.1 Геометрические параметры и способы изготовления передач .....	228
4.9.2 Кинематические параметры передач .....	233
4.9.3 К. п. д. червячной передачи .....	234
4.9.4 Силы в зацеплении .....	236
4.9.5 Оценка и применение .....	237
4.9.6 Расчет прочности зубьев .....	237
4.9.7 Материалы и допускаемые напряжения .....	241
4.9.8 Тепловой расчет, охлаждение и смазка передачи .....	243
4.9.9 Глобоидные передачи .....	245
4.10 Ременные передачи .....	245
4.11 Шкивы и натяжные устройства ременных передач .....	258
4.11.1 Конструкции шкивов .....	259
4.11.2 Натяжные устройства .....	265

Глава 5 МУФТЫ .....	277
5.1 Установка полумуфт на валах .....	277
5.2 Смещения валов .....	280
5.3 Компенсирующие муфты .....	283
5.4 Упругие муфты .....	284
5.4.1 Муфты с металлическими упругими элементами .....	284
5.4.2 Муфты с резиновыми упругими элементами .....	292
5.5 Сцепные муфты .....	302
5.6 Предохранительные муфты .....	307
5.7 Комбинированные муфты .....	313
5.8 Пусковые муфты .....	315
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	321

Учебное издание

МУРИН Алексей Викентьевич  
ОСИПОВ Вениамин Анатольевич

## ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

**Издано в авторской редакции**

Научный редактор  
*кандидат технических наук,  
доцент А.В. Мурин*  
Компьютерная верстка *И.А. Быховец*  
Дизайн обложки *А.С. Пыжик*

**Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии  
с качеством предоставленного оригинал-макета**

Подписано к печати 18.06.2010. Формат 60х84/16. Бумага «Снегурочка».  
Печать XEROX. Усл. печ. л. 18,96. Уч.-изд. л. 17,14.  
Заказ 1060-10. Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества  
Томского политехнического университета сертифицирована  
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30  
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru