МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
Отделение естественных наук ШБИП

УТВЕРЖДАЮ
Директор ШБИП
___________ Д.В. Чайковский
«__»_________ 2022 г.

О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ

Учебно-методическое пособие по изучению моделей физических
процессов и явлений на компьютере
с помощью лабораторной работы № МодТ–02
для студентов всех специальностей

Издательство
Томского политехнического университета
2022

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73
Р321

Р321 **Ревинская О.Г.**
Движение тела в вязкой среде: учебно-методическое пособие по изучению моделей физических процессов и явлений на компьютере с помощью лабораторной работы № МодТ–02 для студентов всех специальностей / О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2015. – 25 с.

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73

Учебно-методическое пособие рассмотрено и рекомендовано к изданию методическим семинаром отделения естественных наук ШБИП
«___» _________ 20___ г.

Зав. ОЕН ШБИП
проф., доктор физ.-мат. наук В.П. Кривобоков

Председатель учебно-методической комиссии
А.В. Макиенко

Рецензент
доктор тех. наук, профессор Томского политехнического университета
В.А. Москалев

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № МодТ–02 ПО ИЗУЧЕНИЮ МОДЕЛЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Движение тела в вязкой среде

Цель работы: изучение одномерного движения тела в вязкой среде. Определение кинематических характеристик движения тела (зависимости ускорения, скорости и координаты тела от времени). Вычисление коэффициента вязкости среды.

1. Теоретическое содержание

1.1. Вязкость (внутреннее трение)

Идеальной жидкостью называется жидкость, в которой отсутствуют силы внутреннего трения (физическая абстракция).

Вязкость (внутреннее трение) – это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. При движении жидкости между ее слоями возникают силы внутреннего трения, действующие таким образом, чтобы уравнять скорости всех слоев. Возникновение этих сил объясняется тем, что слои, движущиеся с разными скоростями, обмениваются молекулами. Молекулы из более быстрого слоя передают более медленному некоторое количество движения (импульса), вследствие чего последний начинает двигаться быстрее, а первый – медленнее (по закону сохранения количества движения (импульса)).

Изменение количества движения говорит о наличии сил взаимодействия, в данном случае ***сил внутреннего трения***. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. И, наоборот, со стороны слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.

При небольших скоростях движения жидкости сила внутреннего трения $\vec{F}_{тр}$ тем больше, чем больше площадь соприкосновения трущихся слоев S (рис. 1), и зависит от того, насколько сильно различаются скорости этих слоев в направлении, перпендикулярном движению.

Движущуюся жидкость рассматривают как совокупность непрерывных плотно прилегающих друг к другу слоев, каждый из которых движется с постоянной скоростью. Слои могут иметь различную толщину и скользят относительно соседних, не перемешиваясь с ними. Такое течение жидкости называется ***ламинарным***. Если один слой движется со скоростью $\vec{v}_1$, а второй – со скоростью $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \Delta\vec{v}$, расстояние между центрами слоев Δz. Тогда отношение $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta z}$ характеризует изменение скорости движения жидкости в направлении перпендикулярном движению и называется ***градиентом скорости*** в заданном направлении. Тогда сила внутреннего трения $\vec{F}_{тр}$, действующая между двумя слоями, пропорциональна площади их соприкосновения и градиенту скорости

$$\vec{F}_{тр} = -\eta\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta z}S.$$

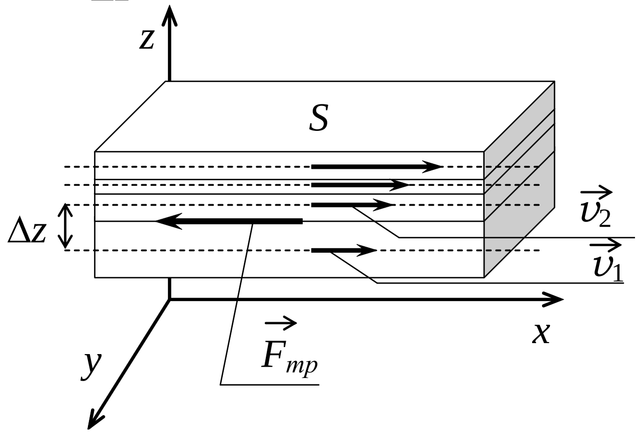

Рис. 1

Коэффициент пропорциональности η зависит от природы жидкости и называется ***коэффициентом внутреннего трения***, ***коэффициентом динамической вязкости*** или просто ***вязкостью***.

Если один из рассматриваемых слоев жидкости не движется $\vec{v}_1 = 0$, то сила внутреннего трения $\vec{F}_{тр}$ пропорциональна скорости движения другого слоя $\vec{v}_2 \equiv \vec{v}$ $(\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v})$

$$\vec{F}_{тр} = -\eta\frac{S}{\Delta z}\vec{v}.$$

Таким образом, сила внутреннего трения пропорциональна относительной скорости $\vec{v}$ движущихся слоев, вязкости η жидкости и зависит от площади соприкасающихся поверхностей S.

Вязкостью обладают не только реальные жидкости, но и реальные газы. Вязкость зависит от температуры, причем характер этой зависимости для жидкостей и газов различен.

1.2. Движение тела сферической формы в вязкой среде

При движении тела в жидкости или газе на него также действует сила трения $\vec{F}_{тр}$ со стороны внешней среды. Если жидкость (или газ) неподвижна, а скорость движения тела невелика, перемещение тела не оказывает влияния на удаленные слои жидкости. Взаимодействие происходит только со слоем, непосредственно соприкасающимся с телом.

Тогда обтекание тела жидкостью можно считать ламинарным, а силу сопротивления $\vec{F}_{тр}$ среды пропорциональной скорости движения тела $\vec{v}$:

$$\vec{F}_{тр} = -k\vec{v}.$$

Коэффициент сопротивления среды k, как было показано в предыдущем параграфе, зависит от вязкости среды η и площади соприкасающихся поверхностей S: $k \sim \eta S$. Английский физик Дж. Стокс установил, что ***для тел сферической формы*** (радиусом R) коэффициент сопротивления среды равен $k = 6\pi R\eta$. Тогда сила сопротивления среды:

$$\vec{F}_{тр} = -6\pi R\eta \cdot \vec{v}.$$

Рассмотрим ***падение*** без начальной скорости тела сферической формы массой m радиусом R (объем тела $V = {}^4\!/_3\,\pi R^3$, плотность тела ρ_T) в жидкости (или газе), имеющей плотность $\rho_Ж$ и вязкость η. На тело действуют следующие силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила Архимеда $\vec{F}_A = -V\rho_Ж\vec{g}$ и сила сопротивления среды $\vec{F}_{тр} = -6\pi R\eta \cdot \vec{v}$.

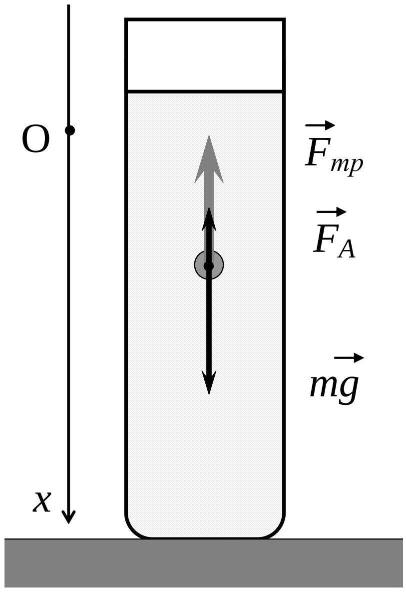

Рис. 2

Согласно второму закону Ньютона изменение импульса тела равно сумме сил, действующих на тело:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_{тр} \quad \text{или} \quad m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - V\rho_Ж\vec{g} - 6\pi R\eta\vec{v}.$$

Движение тела является одномерным, поэтому выберем ось координат OX, направив ее вертикально вниз (по направлению движения) и совместив начало координат с положением тела в начальный момент времени (рис. 2). Тогда в проекции на ось OX второй закон Ньютона примет вид:

$$m\frac{dv}{dt} = mg - V\rho_Ж g - 6\pi R\eta v.$$

Прежде чем решать полученное уравнение, приведем его к следующему виду:

$$\frac{dv}{dt} = \left(1 - \frac{\rho_Ж}{\rho_T}\right)g - \frac{6\pi R\eta}{{}^4\!/_3\,\pi R^3\rho_T}v \quad \text{или} \quad \frac{dv}{dt} = \left(1 - \frac{\rho_Ж}{\rho_T}\right)g - \frac{9\eta}{2\rho_T R^2}v.$$

Сделаем замену переменных $u = v - \dfrac{2\rho_T R^2}{9\eta}\left(1 - \dfrac{\rho_Ж}{\rho_T}\right)g$

и введем обозначения $\tau = \frac{2\rho_T R^2}{9\eta}$ и $U = \left(1 - \frac{\rho_Ж}{\rho_T}\right) g\tau$. Следовательно, $u = v - U, du = dv$.

Тогда дифференциальное уравнение примет вид

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\tau} u \text{ или } \frac{du}{u} = -\frac{1}{\tau} dt.$$

Проинтегрировав, получим $\ln \frac{u}{u(0)} = -\frac{t}{\tau}$ или $u = u(0) e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Учитывая, что $u(0) = v(0) - U$, зависимость скорости от времени примет вид:

$$v - U = (v(0) - U) e^{-t/\tau}.$$

Тело начинает движение без начальной скорости $v(0) = 0$, поэтому

$$v(t) = U\left(1 - e^{-t/\tau}\right).$$

Проинтегрировав полученное выражение по времени и приняв во внимание, что в начальный момент времени тело находилось в начале координат ($x(0) = 0$), получим зависимость координаты тела от времени

$$x(t) = Ut - U\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right).$$

В результате получили кинематические характеристики движения: зависимости координаты $x = x(t)$ и скорости $v = v(t)$ от времени

$$x(t) = Ut - U\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \text{и} \quad v(t) = U\left(1 - e^{-t/\tau}\right),$$

$$\text{где} \quad \tau = \frac{2\rho_T R^2}{9\eta}, \quad U = g_Ж \tau, \quad g_Ж = \left(1 - \frac{\rho_Ж}{\rho_T}\right) g.$$

Продифференцировав зависимость скорости $v = v(t)$ от времени, получим зависимость ускорения $a = a(t)$ от времени

$$a(t) = \frac{U}{\tau} e^{-t/\tau}.$$

Из выражения для ускорения видно, что τ – время, за которое ускорение тела уменьшается в e раз: $\frac{a(t)}{a(t+\tau)} = \frac{e^{-t/\tau}}{e^{-(t+\tau)/\tau}} = e$. Время τ называется ***периодом установления***.

Если время наблюдения $t >> \tau$ много больше периода установления τ, то экспонента в выражении для скорости стремится к нулю, а скорость тела стремится к U: $v(t) \to U$. То есть U – предельная (максимальная) скорость, с которой может двигаться тело в данной среде, называется ***скоростью установившегося движения***.

Таким образом, если период установления мал, спустя какое-то время тело в вязкой среде начнет двигаться с постоянной скоростью, то есть ***равномерно***.

2. Рабочие формулы

Согласно введенным обозначениям, период установления τ обратно пропорционален вязкости среды η: $\tau = \frac{2\rho_T R^2}{9\eta}$. Зная период установления для данного движения, а также плотность ρ_T и радиус R тела, можно определить вязкость среды: $\eta = \frac{2\rho_T R^2}{9\tau}$.

В предыдущем параграфе было показано, что при определенных условиях падающее в вязкой среде тело может начать двигаться равномерно. Однако в задачах, где сопротивлением окружающей среды можно пренебречь, движение свободно падающего тела является равноускоренным. То есть характер движения тела зависит от вязкости среды. Рассмотрим, при каких условиях будут наблюдаться перечисленные виды движения, и какие еще типы движения возможны.

Для этого экспоненту в полученном в предыдущем параграфе уравнении движения $x(t) = Ut - U\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ разложим в ряд

$$x(t) = Ut - U\tau\left(1 - \left(1 - \frac{t}{\tau} + \frac{t^2}{2!\,\tau^2} - \frac{t^3}{3!\,\tau^3} + \ldots\right)\right).$$

2.1. Равноускоренное движение

Если период установления много больше времени эксперимента $\tau >> t$, отношение t/τ мало ($t/\tau << 1$), достаточно ограничиться в разложении экспоненты тремя первыми членами

$$x(t) \approx Ut - U\tau\left(1 - 1 + \frac{t}{\tau} - \frac{t^2}{2\tau^2}\right).$$

Подставив $U = g_Ж\tau$ и приведя подобные, получим

$$x(t) \approx Ut - U\tau\left(\frac{t}{\tau} - \frac{t^2}{2\tau^2}\right) = \frac{Ut^2}{2\tau} = \frac{g_Ж t^2}{2} \Rightarrow x(t) \approx \frac{g_Ж t^2}{2}.$$

$$\text{Тогда ускорение тела: } a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} \approx g_Ж.$$

Тело движется равноускорено. Такое движение наблюдается, если период установления много больше времени эксперимента $\tau >> t$.

Из связи периода установления с вязкостью и массой

$$\tau = \frac{2\rho_T R^2}{9\eta} = \frac{1}{3\cdot(6\pi^2)^{1/3}}\rho_T^{1/3}\frac{m^{2/3}}{\eta}.$$

следует, что такое движение может быть реализовано либо в среде с малой вязкостью ($\eta \to 0$), либо для тел большой массы. Тогда говорят, что сопротивлением среды можно пренебречь.

Если $\rho_Ж << \rho_Т$, то тело движется с ускорением близким к ускорению свободного падения $g_Ж \to g$ (сила Архимеда пренебрежимо мала).

2.2. Ускоренное движение

Если период установления больше времени эксперимента $\tau > t$, отношение t/τ мало, но $t/\tau < 1$, не достаточно взять в разложении экспоненты три члена

$$x(t) = Ut - U\tau\left(1 - 1 + \frac{t}{\tau} - \frac{t^2}{2\tau^2} + \frac{t^3}{3!\,\tau^3} - \frac{t^4}{4!\,\tau^4} + \ldots\right).$$

Подставив $U = g_Ж \tau$ и приведя подобные, получим

$$x(t) = Ut - U\tau\left(\frac{t}{\tau} - \frac{t^2}{2\tau^2} + \frac{t^3}{3!\,\tau^3} - \frac{t^4}{4!\,\tau^4} + \ldots\right) =$$

$$= \frac{Ut^2}{2\tau} - \frac{Ut^3}{3!\,\tau^2} + \frac{Ut^4}{4!\,\tau^3} - \ldots =$$

$$= \frac{g_Ж t^2}{2} - \frac{g_Ж t^3}{3!\,\tau} + \frac{g_Ж t^4}{4!\,\tau^2} - \ldots \Rightarrow x(t) = g_Ж\left(\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3!\,\tau} + \frac{t^4}{4!\,\tau^2} - \ldots\right).$$

Тогда ускорение тела: $a(t) = \dfrac{d^2x}{dt^2} = g_Ж\left(1 - \dfrac{t}{\tau} + \dfrac{t^2}{2\tau^2} \ldots\right)$.

Тело движется ускоренно. Ускорение тела зависит от времени. Так как период установления, хотя и не очень велик, но больше времени эксперимента $\tau > t$, ускорение тела постепенно уменьшается. Быстрота уменьшения ускорения зависит от отношения t/τ. Из связи периода установления с вязкостью и массой следует, что такое движение может быть реализовано либо в среде со средней вязкостью, либо для тел средней массы. В этом случае сопротивлением среды пренебречь нельзя.

2.3. Равномерное движение

Если период установления много меньше времени эксперимента $\tau << t$, в разложении в ряд экспоненты невозможно отбросить какие-либо члены (так как t/τ не является малой величиной: $t/\tau > 1$). Наоборот, при $\tau << t$, экспонента $e^{-t/\tau}$ становится пренебрежимо мала по сравнению с единицей:

$$x(t) = Ut - U\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \approx Ut - U\tau.$$

Тогда скорость тела $v(t) = \frac{dx}{dt} \approx U$, а ускорение: $a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} \approx 0$.

Полученное уравнение описывает движение тела с постоянной скоростью U. Такое движение будет наблюдаться только спустя некоторое время, порядка 5–10 τ, когда скорость тела достигнет U (говорят, что движение «установилось»). Такое движение может быть реализовано либо в среде с большой вязкостью, либо для тел малой массы. Сопротивление среды позволяет компенсировать действие силы тяжести.

2.4. Оценка влияния сопротивления среды на движение тела в ней

Чтобы оценить влияние сопротивления среды на характер движения тела в ней, необходимо оценить вклад отдельных членов ряда, используемого для записи уравнения движения. Как было показано ранее, в общем случае разложение уравнения движения в ряд по времени можно записать в виде:

$$x(t) = \frac{g_{Ж}t^2}{2} - \frac{g_{Ж}t^3}{3!\,\tau} + \frac{g_{Ж}t^4}{4!\,\tau^2} - \ldots$$

Разделив модуль второго слагаемого на первое, можно получить вклад кубического по времени слагаемого по сравнению с квадратичным по времени:

$$\delta_1 = \frac{g_{Ж}t^3}{3!\,\tau} \cdot \frac{2}{g_{Ж}t^2} = \frac{t}{3\tau}.$$

Разделив третье слагаемое на модуль второго, можно получить вклад слагаемого, содержащего четвертую степень времени, по сравнению с предыдущим:

$$\delta_2 = \frac{g_{Ж}t^4}{4!\,\tau^2} \cdot \frac{3!\,\tau}{g_{Ж}t^3} = \frac{t}{4\tau} \text{ и т.д.}$$

Из полученных выражений видно, что влияние сопротивления среды (вклад неквадратичных по времени слагаемых) со временем увеличивается, а в начальный момент времени ($t = 0$) движение всегда является равноускоренным. Наибольший вклад неквадратичные слагаемые вносят в уравнение движения в конце эксперимента ($t = t_{эксп}$, где $t_{эксп}$ – длительность эксперимента). Вклад каждого последующего неквадратичного по времени слагаемого меньше, чем предыдущего.

Это позволяет на основе экспериментальных измерений зависимости координаты тела от времени оценить влияние сопротивления среды на характер движения тела в ней.

Для этого уравнение движения тела можно представить в виде:

$$x(t) = \frac{g_{Ж}t^2}{2} + \alpha_1 \frac{t^3}{3!} + \alpha_2 \frac{t^4}{4!} + \ldots$$

Если известны значения координаты тела x_1, x_2, x_3 … в моменты времени t_1, t_2, t_3… (полученные, например, из эксперимента), то числовые коэффициенты α_1, α_2, … можно рассчитать с помощью метода наименьших квадратов. (Формулы для расчета коэффициентов по методу наименьших квадратов приведены в описании хода работы). Тогда вклад неквадратичных по времени слагаемых можно вычислить следующим образом:

$$\delta_1 = \frac{\alpha_1 t^3}{3!} \cdot \frac{2}{g_Ж t^2} = \frac{\alpha_1 t}{3 g_Ж}, \quad \delta_2 = \frac{\alpha_2 t^4}{4!} \cdot \frac{3!}{\alpha_1 t^3} = \frac{\alpha_2 t}{4\alpha_1} \text{ и т.д.}$$

Эти величины имеют наибольшее значение в конце эксперимента при $t = t_{эксп}$. Поэтому чтобы максимально полно оценить влияние сопротивления среды, величины δ_1, δ_2, δ_3 … следует вычислять для $t = t_{эксп}$.

Метод наименьших квадратов позволяет получить числовые коэффициенты α_1, α_2, … только для уравнения движения, содержащего конечное количество слагаемых (два, три, четыре). Поэтому соотношения между величинами δ_1, δ_2, δ_3 …, вычисленными через эти коэффициенты, могут несколько отличаться от теоретических.

Не смотря на это, вклад последующих слагаемых меньше предыдущих. Значит, анализ влияния сопротивления среды на характер движения тела в ней следует начать с первого неквадратичного по времени слагаемого. Если его вклад δ_1 мал по сравнению с квадратичным по времени слагаемым, например, менее 1%, то влиянием сопротивления среды на движение тела можно пренебречь (вклад остальных слагаемых еще меньше). Движение тела можно считать равноускоренным.

Если вклад δ_1 первого неквадратичного слагаемого меньше 10%, в записи уравнения движения остальные слагаемые (кроме квадратичного и кубичного по времени) можно не учитывать – движение близко к равноускоренному, но ускорение медленно уменьшается.

Если вклад первого неквадратичного слагаемого больше 10%, необходимо принять во внимание и второе неквадратичное слагаемое. Если его вклад δ_2 меньше 10%, можно считать, что двух неквадратичных слагаемых для корректной записи уравнения движения достаточно. Если вклад второго неквадратичного слагаемого также больше 10%, то необходимо учитывать и последующие слагаемые, рассуждая аналогично. В этом случае движение тела будет сильно отличаться от равноускоренного (сопротивление среды оказывает существенное влияние на характер движения тела).

2.5. Вычисление периода установления движения тела в вязкой среде

Для тела, движущегося в вязкой среде с переменным ускорением, зная коэффициенты α_1, α_2, …, рассчитанные, например, по экспериментальным данным с помощью метода наименьших квадратов, можно вычислить период установления τ. Для этого, сравнив две записи уравнения движения

$$x(t) = \frac{g_Ж t^2}{2} - \frac{g_Ж t^3}{3!\,\tau} + \frac{g_Ж t^4}{4!\,\tau^2} - \ldots \text{ и } x(t) = \frac{g_Ж t^2}{2} + \alpha_1 \frac{t^3}{3!} + \alpha_2 \frac{t^4}{4!} + \ldots,$$

получим $\alpha_1 = -\frac{g_Ж}{\tau}$, $\alpha_2 = \frac{g_Ж}{\tau^2}$ … Преобразовав данные выражения, легко получить формулы для расчета периода установления движения тела в вязкой среде.

Для тела, движение которого в вязкой среде на некотором участке пути успело приобрести равномерный характер, уравнение движения тела на этом участке можно записать в виде:

$$x(t) = Ut + x_0 \quad \text{или} \quad x(t) = Ut - U\tau.$$

Сравнивая эти два выражения, легко получить, что $x_0 = -U\tau$. Отсюда можно вычислить период установления τ, если коэффициенты U и x_0 в линейной по времени зависимости координаты от времени рассчитаны по экспериментальным данным с помощью метода наименьших квадратов (формулы приведены в описании хода работы).

Таким образом, в эксперименте необходимо получить совокупность координат x_1, x_2, x_3 … и соответствующих им моментов времени t_1, t_2, t_3…, описывающих траекторию свободного падения тела сферической формы в вязкой среде.

3. Модель экспериментальной установки

В данной работе с помощью средств компьютерной графики моделируется процесс свободного падения тела выбранной массы в вязкой среде (жидкости или газе), которой наполнен сосуд. Высота сосуда 400 см. В сосуде на одинаковом расстоянии друг от друга один над другим расположены датчики. Для определения времени прохождения телом каждого из датчиков используется секундомер, способный измерять время с точностью до 0,1 миллисекунды. Расстояние между датчиками можно изменять в диапазоне от 20 до 40 см. При заданных условиях погрешность определения коэффициента вязкости жидкостей, в которых движение тела за время эксперимента успевает стать равномерным, не превышает 0,7%. Если в течение всего эксперимента тело движется ускоренно, погрешность определения вязкости зависит от точности представления (разложения в ряд) уравнения движения. Если аналитическое представление уравнения движения выбрано правильно, погрешность определения коэффициента вязкости среды в указанных условиях также не превышает 1%.

Работа выполняется на IBM-совместимом персональном компьютере в виде самостоятельного Windows-приложения. Для удобства выполнения работы в программе предусмотрены три раздела: краткое описание работы; порядок выполнения работы и эксперимент. Переключение между разделами осуществляется с помощью кнопок «Ход работы» и «Эксперимент». Нажатие этих кнопок в зависимости от контекста работы программы приводит либо к вызову соответствующих разделов, либо к возвращению в раздел описания.

Варианты выполнения работы

		Газы					
		Неон 0°C	**Гелий 23°C**	**Воздух 21,6°C**	**Воздух 0°C**	**Двуокись углерода 23°C**	**Хлор 20°C**
[1]«Тяжелые» жидкости	**Глицерин 38°C**	1	12	21	28	33	36
	Масло касторовое 35°C	7	2	13	22	29	34
	1,3–Бутиленгликоль 8°C	17	8	3	14	23	30
	Тетраэтиленгликоль 5°C	25	18	9	4	15	24
	1,4–Бутиленгликоль 8°C	31	26	19	10	5	16
	1,2–Пропиленгликоль 0°C	35	32	27	20	11	6
		Бутанол 20°C	**Анилин 50°C**	**Пропанол 30°C**	**Этанол 10°C**	**Бензол 0°C**	**Этилацетат 30°C**
		[2]«Легкие» жидкости					

[1] «Тяжелые» жидкости – жидкости с большим коэффициентом вязкости.
[2] «Легкие» жидкости – жидкости со средним коэффициентом вязкости.

Раздел программы «Эксперимент» содержит три переключателя для выбора типа среды, с каждым из которых связан раскрывающийся список для выбора среды, ползунки для изменения массы тела и расстояния между датчиками, а также вспомогательные кнопки, позволяющие управлять экспериментом.

4. Порядок выполнения работы

4.1. Краткое описание хода работы

ЭТАП 1. Изучение равномерного движения.

1. Выберите «тяжелую» жидкость (по указанию преподавателя).
2. Установите минимально возможное значение массы тела.
3. Задайте расстояние между датчиками в сосуде.
4. Измерьте время прохождения телом всех датчиков.
5. Повторите опыт для пяти значений массы тела.
6. Постройте графики зависимости координаты тела от времени.
7. Рассчитайте среднюю скорость движения тела на каждом отрезке пути.
8. По методу наименьших квадратов вычислите коэффициенты аналитической зависимости координаты тела от времени.
9. Вычислите период установления, скорость установившегося движения и коэффициент вязкости жидкости.
10. Вычислите теоретические значения периода установления, скорости установившегося движения и относительную погрешность коэффициента вязкости жидкости.
11. Запишите аналитические зависимости координаты, скорости и ускорения тела от времени.
12. Сделайте выводы.

ЭТАП 2. Изучение равноускоренного движения.

13. Выберите газ (по указанию преподавателя).
14. Установите минимально возможное значение массы тела.
15. Измерьте время прохождения телом всех датчиков.
16. Повторите опыт для пяти значений массы тела.
17. Постройте графики зависимости координаты тела от времени.
18. Рассчитайте среднюю скорость движения тела на каждом отрезке пути.
19. Рассчитайте разницу между координатами тела, движущегося равноускорено, и полученными в эксперименте.
20. По методу наименьших квадратов вычислите коэффициенты аналитической зависимости координаты тела от времени.

21. Вычислите период установления и коэффициент вязкости газа.

22. Вычислите теоретические значения периода установления и относительную погрешность коэффициента вязкости газа.

23. Запишите аналитические зависимости координаты, скорости и ускорения тела от времени.

24. Сделайте выводы.

ЭТАП 3. Изучение ускоренного движения.

25. Выберите «легкую» жидкость (по указанию преподавателя).

26. Установите минимально возможное значение массы тела.

27. Измерьте время прохождения телом всех датчиков.

28. Повторите опыт для пяти значений массы тела.

29. Постройте графики зависимости координаты тела от времени.

30. Рассчитайте среднюю скорость движения тела на каждом отрезке пути.

31. Рассчитайте разницу между координатами тела, движущегося равноускорено, и полученными в эксперименте.

32. По методу наименьших квадратов вычислите коэффициенты аналитической зависимости координаты тела от времени.

33. Вычислите период установления и коэффициент вязкости жидкости.

34. Вычислите теоретические значения периода установления и относительную погрешность коэффициента вязкости жидкости.

35. Запишите аналитические зависимости координаты, скорости и ускорения тела от времени.

36. Сделайте выводы.

4.2. Подробное описание хода работы

При выполнении работы рекомендуется следующая последовательность действий:

ЭТАП 1. Изучение равномерного движения.

Если среда, в которой движется тело сферической формы, обладает вязкостью, спустя какое-то время движение тела в этой среде становится равномерным. Время, спустя которое можно считать, что движение стало равномерным, зависит от массы тела. Необходимо исследовать, справедливо ли данное утверждение, если среда, в которой движется тело сферической формы, обладает большим коэффициентом вязкости, а также выяснить, как масса тела влияет на его кинематические характеристики движения (зависимость ускорения, скорости и координаты тела от времени) при установившемся движении.

1. В работе имеются три переключателя типа среды: «тяжелые» жидкости, «легкие» жидкости, газы. С каждым из них связан раскрывающийся список. Установите переключатель ***«Среда»*** в положение ***«Тяжелые жидкости»***. С помощью

раскрывающегося списка ***«Тяжелые жидкости»*** выберите одну из жидкостей с большим коэффициентом вязкости: глицерин 38°C, масло касторовое 35°C, 1,3–бутиленгликоль 8°C, тетраэтиленгликоль 5°C, 1,4–бутиленгликоль 8°C, 1,2–пропиленгликоль 0°C, в которой будет выполняться эксперимент (по указанию преподавателя). Плотность и вязкость жидкости, необходимые для расчета теоретических значений, автоматически указываются под списком при выборе жидкости.

2. Ползунок ***«Масса тела»*** позволяет изменять массу тела, с которым выполняется эксперимент, в пределах от $m_{\min}$ до $m_{\max}$. Перемещая ползунок ***«Масса тела»***, установите минимальное из доступных в работе значение массы. Точное значение выбранной массы тела, а также его плотность и радиус указывается на панели ***«Тело»*** над ползунком «Масса тела». Эти данные необходимы для выполнения расчетов.

3. На панели секундомера расположен ползунок ***«Расстояние между датчиками»***, который позволяет изменять расстояние между датчиками в пределах от 20 до 40 см. Датчики располагаются по всей высоте сосуда на одинаковом, выбранном с помощью этого ползунка расстоянии друг от друга. Перемещая ползунок, выберите такое расстояние между датчиками, чтобы в сосуде располагались 15 датчиков. Точное значение выбранного расстояния между датчиками указывается над ползунком ***«Расстояние между датчиками»***.

Рекомендации. Не меняйте расстояние между датчиками в течение всей работы (это позволит сократить количество расчетов).

4. Нажмите кнопку ***«Начать эксперимент»*** на панели секундомера. Тело начнет двигаться, и одновременно включится секундомер. Когда тело пересекает линию, на которой расположен датчик, секундомер фиксирует значение времени в окне ***«Время прохождения телом датчиков»***. Когда тело достигнет дна сосуда, эксперимент закончится, секундомер автоматически остановится. При необходимости в процессе выполнения эксперимента его можно прервать с помощью кнопки ***«Остановить эксперимент»***.

В ТАБЛИЦУ 1 ЗАПИШИТЕ ВРЕМЯ ПРОХОЖДЕНИЯ ТЕЛОМ ВСЕХ ДАТЧИКОВ, А ТАКЖЕ ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ЭКСПЕРИМЕНТА.

5. Не изменяя расстояния между датчиками, с помощью ползунка ***«Масса тела»*** установите новое значение массы тела. Рекомендуется выполнить опыты для следующих значений массы тела: $\boldsymbol{m_{\min}}$ (при выполнении пунктов 2 и 4), $\mathbf{{}^1/_4}\,\boldsymbol{m_{\max}}$, $\mathbf{{}^1/_2}\,\boldsymbol{m_{\max}}$, $\mathbf{{}^3/_4}\,\boldsymbol{m_{\max}}$, $\boldsymbol{m_{\max}}$ (максимальное из доступных в работе значение массы).

6. Зная расстояние между датчиками Δx, вычислите координаты x тела, соответствующие полученным в эксперименте значениям времени,

$$x_k = 0,\ \Delta x,\ 2\Delta x,\ 3\Delta x,\ 4\Delta x,\ \ldots$$

На одном графике изобразите зависимости координат тела от времени для двух наименьших, а также наибольшего из использованных в эксперименте значений массы тела.

7. Рассчитайте среднюю скорость движения тела на каждом отрезке пути.

На каждом отрезке пути между двумя соседними датчиками тело проходит расстояние Δx за время Δt. Тогда среднюю скорость v тела на данном отрезке пути можно определить как $v = \Delta x/\Delta t$. Например, между k-м и $(k + 1)$-м датчиком средняя скорость равна $v_{k+1} = \Delta x/\Delta t_{k+1} = \Delta x/(t_{k+1} - t_k)$ (t_k – время прохождения телом k-го датчика, t_{k+1} – время прохождения $(k + 1)$-го датчика).

Учитывая точность измерения координат и времени, вычисления средней скорости тела на каждом отрезке пути необходимо выполнять с точностью до трех значащих цифр.

Для каждого эксперимента (каждого значения массы тела) определите, с какого момента времени скорость тела перестает меняться (v = const), то есть движение становится равномерным (установившимся). Скорости на двух различных отрезках пути следует считать одинаковыми, если они отличаются не больше, чем на $2\cdot 10^{-3}$ м/с.

Если для какого-то из экспериментов не удалось выделить хотя бы два отрезка пути, на которых скорость тела можно считать одинаковой, для этого эксперимента расчеты, описанные в пунктах 8–11, выполнять не нужно.

8. Аналитическая зависимость координаты тела от времени при равномерном движении имеет вид: $x = x_0 + Ut$. Чтобы рассчитать значения коэффициентов x_0 и U, в соответствии с методом наименьших квадратов необходимо вычислить следующие величины:

$$S_1 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} t_k\,,\ \ S_2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} t_k^2\,,\ \ Y_1 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k\,,\ \ Y_2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k t_k.$$

(S_1, S_2, Y_1, Y_2 рассчитываются ТОЛЬКО по экспериментальным данным, для которых движение является установившимся v = const)

Тогда коэффициенты x_0 и U вычисляются следующим образом:

$$U = \frac{Y_1 S_1 - Y_2}{S_1^2 - S_2}, \qquad x_0 = Y_1 - US_1.$$

Выполните эти расчеты для каждого эксперимента (для разных масс тела), в процессе которого движение тела стало равномерным, с точностью до трех значащих цифр. **Рекомендации.** Для повышения эффективности расчетов можно использовать электронные таблицы (например, MS Excel).

9. Сравнивая полученную аналитическую зависимость $x = x_0 + Ut$ с уравнением установившегося движения $x = Ut - U\tau$, получим, что U – скорость установившегося движения, а период установления τ равен: $\tau = -\frac{x_0}{U}$. Рассчитайте период установления. Вычислите, во сколько раз длительность эксперимента больше периода установления: $t_{эксп}/\tau$.

Зная период установления τ, а также радиус R и плотность тела ρ_T, определите коэффициент вязкости жидкости $\eta_Э$ (экспериментальное значение): $\eta_Э = \frac{2}{9}\frac{\rho_T R^2}{\tau}$.

Выполните эти расчеты для каждого эксперимента (для разных масс тела), в процессе которого движение тела стало равномерным, с точностью до трех значащих цифр.

10. Для вычисления теоретических значений периода установления $\tau_{теор}$ и скорости $U_{теор}$ установившегося движения используйте теоретическое значение вязкости η, которое указывается на панели «Среда» при выборе жидкости (см. пункт 1):

$$\tau_{теор} = \frac{2}{9}\frac{\rho_Т R^2}{\eta}, \qquad U_{теор} = \left(1 - \frac{\rho_Ж}{\rho_T}\right) g\tau_{теор}.$$

Теоретические значения должны содержать такое же количество значащих цифр, как и экспериментальные.

Относительную погрешность коэффициента вязкости можно вычислить следующим образом:

$$\frac{|\eta_э - \eta|}{\eta} \cdot 100\%.$$

11. Для каждого эксперимента (для разных масс тела), в процессе которого движение тела стало равномерным, запишите аналитическую зависимость координаты тела от времени $x = x_0 + Ut$ в виде x = *,*** + *,***·t, где вместо коэффициентов x_0 и U подставлены числовые значения.

Аналитическая зависимость скорости от времени получается путем однократного дифференцирования аналитической зависимости координаты от времени $v = \frac{dx}{dt}$ с подставленными числовыми значениями.

Аналитическая зависимость ускорения от времени получается путем однократного дифференцирования аналитической зависимости скорости от времени $a = \frac{dv}{dt}$.

Выполните дифференцирование и запишите полученные аналитические зависимости через числовые значения в виде:

x = *,*** + *,***·t; v = *,***; a =…

12. Сделайте выводы.

Во всех ли опытах движение тела можно считать равномерным хотя бы половину пути?

С каким ускорением движется тело при установившемся движении?

Как период установления зависит от массы тела?

Через сколько (примерно) периодов установления τ скорость тела перестает меняться?

Во сколько раз длительность эксперимента должна превышать период установления, чтобы движение тела стало равномерным, начиная с середины пути?

Как зависит относительная погрешность определения коэффициента вязкости от отношения периода установления τ к длительности эксперимента?

Как кинематические характеристики установившегося движения (зависимость ускорения, скорости и координаты от времени) изменяются с увеличением массы тела?

ЭТАП 2. Изучение равноускоренного движения.

Если сопротивление среды мало, движение тела сферической формы в ней близко к равноускоренному. Для оценки влияния сопротивления среды на характер движения можно ограничиться одним неквадратичным по времени слагаемым в разложении уравнения движения тела в ряд по времени. Тогда вклад этого (неквадратичного) слагаемого в значения кинематических характеристик движения (ускорения, скорости и координаты тела) должен изменяться с увеличением массы тела. Необходимо исследовать, справедливо ли данное утверждение, если среда, в которой движется тело, является газом.

13. В работе имеются три переключателя типа среды: «тяжелые» жидкости, «легкие» жидкости, газы. С каждым из них связан раскрывающийся список. Установите переключатель ***«Среда»*** в положение ***«Газы»***. С помощью раскрывающегося списка ***«Газы»*** выберите один из газов: неон 0°С, гелий 23°С, воздух 21,6°С, воздух 0°С, двуокись углерода 23°С, хлор 20°С, в котором будет выполняться эксперимент

(по указанию преподавателя). Плотность и вязкость газа, необходимые для расчета теоретических значений, автоматически указываются под списком при выборе газа.

14. В экспериментах с газами ползунок ***«Масса тела»*** позволяет изменять массу тела, с которым выполняется эксперимент, в других пределах от $m_{\min}$ до $m_{\max}$. Перемещая ползунок ***«Масса тела»***, установите минимальное из доступных в работе значение массы. Точное значение выбранной массы тела, а также его плотность и радиус указывается на панели ***«Тело»*** над ползунком «Масса тела». Эти данные необходимы для выполнения расчетов.

15. Не изменяя расстояния между датчиками, выполните эксперимент как описано в пункте 4.

В ТАБЛИЦУ 2 ЗАПИШИТЕ ВРЕМЯ ПРОХОЖДЕНИЯ ТЕЛОМ ВСЕХ ДАТЧИКОВ, А ТАКЖЕ ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ЭКСПЕРИМЕНТА.

16. Не изменяя расстояния между датчиками, с помощью ползунка ***«Масса тела»*** установите новое значение массы тела. Рекомендуется выполнить опыты для следующих значений массы тела: $\boldsymbol{m}_{\mathbf{min}}$ (при выполнении пунктов 14–15), $\mathbf{{}^1/_4}\,\boldsymbol{m}_{\mathbf{max}}$, $\mathbf{{}^1/_2}\,\boldsymbol{m}_{\mathbf{max}}$, $\mathbf{{}^3/_4}\,\boldsymbol{m}_{\mathbf{max}}$, $\boldsymbol{m}_{\mathbf{max}}$ (максимальное из доступных значение массы).

17. По экспериментальным данным постройте графики зависимости координаты тела от времени как описано в пункте 6.

18. Рассчитайте среднюю скорость тела на каждом отрезке пути (как в пункте 7). Для каждого эксперимента (массы тела) определите, существует ли отрезок времени, в течение которого скорость тела можно считать постоянной (v = const).

19. Для каждого значения времени t_k прохождения телом датчика, вычислите разницу Δ_k между координатой x_k тела в эксперименте и координатой тела, движущегося равноускорено:

$\Delta_k = x_k - g_Ж \frac{t_k^2}{2}$ (где $g_Ж = \left(1 - \frac{\rho_Ж}{\rho_T}\right) g$ – ускорение свободного падения в жидкости, уменьшенное за счет влияния силы Архимеда; g = 9,81 м/с^2).

Вычисления необходимо проводить с точностью до трех значащих цифр и представить в метрах.

Для каждого эксперимента определите, в течение какого отрезка времени движение тела является равноускоренным (Δ_k = 0 с точностью до третьего знака после запятой).

Если отрезок времени, в течение которого движение тела отличалось от равноускоренного ($\Delta_k \neq 0$), много меньше длительности эксперимента, движение тела можно считать равноускоренным в течение всего эксперимента. Определите для каждого эксперимента, является ли движение равноускоренным на всем пути, или только на какой-то его части.

20. Равноускоренное движение описывается уравнением $x = g_Ж \frac{t^2}{2}$. Если движение тела немного отличается от равноускоренного, в аналитической зависимости координаты тела от времени кроме слагаемого, пропорционального квадрату времени, появится слагаемое, пропорциональное кубу времени: $x = g_Ж \frac{t^2}{2} + \alpha \frac{t^3}{3!}$ (остальными слагаемыми можно пренебречь). Чтобы на основе экспериментальных данных рассчитать значение коэффициента α, в соответствии с методом наименьших квадратов необходимо вычислить следующие величины:

$$S = \frac{1}{(3!)^2 n}\sum_{k=1}^{n} t_k^6, \qquad Y = \frac{1}{3!\,n}\sum_{k=1}^{n} \Delta_k t_k^3.$$

(S и Y рассчитываются по всем экспериментальным данным, независимо от значений Δ_k и υ_k).

Тогда коэффициент α вычисляется следующим образом: $\alpha = \frac{Y}{S}$.

Для момента времени, соответствующего окончанию эксперимента, рассчитайте вклад (долю) неквадратичного по времени слагаемого по отношению к квадратичному: $\delta = \frac{\alpha t_{\text{эксп}}}{3 g_Ж} \cdot 100\%$.

Выполните эти расчеты для каждого эксперимента (для разных масс тела) с точностью до трех значащих цифр. **Рекомендации.** Для повышения эффективности расчетов можно использовать электронные таблицы (например, MS Excel).

Опираясь на значения вклада неквадратичного по времени слагаемого в уравнение движения, для каждого эксперимента определите, являлось ли движение равноускоренным ($\delta < 1\%$), близким к равноускоренному ($\delta < 10\%$), неравноускоренным ($\delta > 10\%$). В каком случае для описания влияния сопротивления среды достаточно в уравнении движения использовать только одно неквадратичное по времени слагаемое?

Обратите внимание, если вклад $\delta > 1\%$, сопротивлением среды пренебречь нельзя.

Вычисления, описанные в пунктах 21–22, следует выполнять только для опытов, в которых движение близко к равноускоренному ($1\% < \delta < 10\%$).

21. Сравнивая полученную аналитическую зависимость $x = g_Ж \frac{t^2}{2} + \alpha \frac{t^3}{3!}$ с разложением уравнения движения в ряд $x \approx g_Ж \frac{t^2}{2} - \frac{g_Ж}{\tau}\frac{t^3}{3!}$, получим, что период установления τ равен: $\tau = -\frac{g_Ж}{\alpha}$. Рассчитайте период установления и определите, во сколько раз период установления превосходит длительность эксперимента: $\tau/t_{\text{эксп}}$.

Зная период установления τ, а также радиус R и плотность тела ρ_T, определите коэффициент вязкости газа $\eta_Э$ (экспериментальное значение): $\eta_Э = \frac{2}{9}\frac{\rho_T R^2}{\tau}$.

Все вычисления необходимо выполнять с точностью до трех значащих цифр.

Рассчитывайте экспериментальные значения вязкости газа и периода установления для всех случаев, когда движение близко к равноускоренному, но сопротивлением среды пренебречь нельзя.

22. Для экспериментов, в которых движение близко к равноускоренному, но сопротивлением среды пренебречь нельзя, вычислите теоретические значения периода установления и относительную погрешность коэффициента вязкости как в пункте 10.

23. Для каждого эксперимента (для разных масс тела) запишите аналитическую зависимость координаты тела от времени $x = g_Ж \frac{t^2}{2} + \alpha \frac{t^3}{3!}$ в виде $x = *,***\cdot\frac{t^2}{2} + *,***\cdot\frac{t^3}{3!}$, где вместо коэффициентов $g_Ж$ и α подставлены числовые значения.

Выполните дифференцирование (см. пункт 11) и запишите аналитические зависимости скорости и ускорения тела через числовые значения в виде:

$$x = *,***\cdot\frac{t^2}{2} + *,***\cdot\frac{t^3}{3!}; \quad v = *,***\cdot t + *,***\cdot\frac{t^2}{2}; \quad a = *,*** + *,***\cdot t$$

24. Сделайте выводы.

Во всех ли опытах движение тела можно считать равноускоренным?

В течение какой части времени в каждом эксперименте движение можно считать равноускоренным? На основании каких экспериментальных данных можно сделать такой вывод?

При каких значениях массы движение тела в выбранном газе можно считать равноускоренным?

При каких значениях массы для описания неравноускоренного движения тела в выбранном газе достаточно уравнение равноускоренного движения дополнить одним неквадратичного по времени слагаемым?

При каких значениях массы для описания неравноускоренного движения тела в выбранном газе необходимо в разложении уравнения движения в ряд по времени учитывать более одного неквадратичного слагаемого?

В каком отношении (примерно) находятся теоретическое значение периода установления τ и длительность эксперимента при движении близком к равноускоренном, но при котором сопротивлением среды пренебречь нельзя?

ЭТАП 3. Изучение ускоренного движения.

Движение тела сферической формы в вязкой среде является ускоренным, причем ускорение тела меняется со временем. Кинематические характеристики движения (зависимость ускорения, скорости и координаты тела от времени) изменяются с увеличением массы тела. Необходимо исследовать, как сопротивление среды отражается на кинематических характеристиках тел различной массы, если среда, в которой свободно падает тело, является жидкостью со средним коэффициентом вязкости.

25. В работе имеются три переключателя типа среды: «тяжелые» жидкости, «легкие» жидкости, газы. С каждым из них связан раскрывающийся список. Установите переключатель ***«Среда»*** в положение ***«Легкие жидкости»***. С помощью раскрывающегося списка ***«Легкие жидкости»*** выберите одну из жидкостей: бутанол 20°C, анилин 50°C, пропанол 30°C, этанол 10°C, бензол 0°C, этилацетат 30°C, в которой будет выполняться эксперимент (по указанию преподавателя). Плотность и вязкость жидкости, необходимые для расчета теоретических значений, автоматически указываются под списком при выборе жидкости.

26. В экспериментах с «легкими» жидкостями ползунок ***«Масса тела»*** позволяет изменять массу тела, с которым выполняется эксперимент, также в других пределах от $m_{\min}$ до $m_{\max}$. Перемещая ползунок ***«Масса тела»***, установите минимальное из доступных в работе значение массы. Точное значение выбранной массы тела, а также его плотность и радиус указывается на панели ***«Тело»*** над ползунком «Масса тела». Эти данные необходимы для выполнения расчетов.

27. Не изменяя расстояния между датчиками, выполните эксперимент как описано в пункте 4.

В ТАБЛИЦУ 3 ЗАПИШИТЕ ВРЕМЯ ПРОХОЖДЕНИЯ ТЕЛОМ ВСЕХ ДАТЧИКОВ, А ТАКЖЕ ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ЭКСПЕРИМЕНТА.

28. Не изменяя расстояния между датчиками, с помощью ползунка ***«Масса тела»*** установите новое значение массы тела. Рекомендуется выполнить опыты для

следующих значений массы тела: $\boldsymbol{m}_{\mathbf{min}}$ (при выполнении пунктов 26–27), $^1/_4\, \boldsymbol{m}_{\mathbf{max}}$, $^1/_2\, \boldsymbol{m}_{\mathbf{max}}$, $^3/_4\, \boldsymbol{m}_{\mathbf{max}}$, $\boldsymbol{m}_{\mathbf{max}}$ (максимальное из доступных в работе значение массы).

29. По экспериментальным данным постройте графики зависимости координаты тела от времени как описано в пункте 6.

30. Рассчитайте среднюю скорость тела на каждом отрезке пути и проанализируйте характер движения как в пункте 18.

31. Рассчитайте разницу между координатами тела, полученными в эксперименте, и координатами тела, движущегося равноускоренно (как в пункте 19). Проанализируйте полученные результаты.

32. Если движение тела значительно отличается от равноускоренного, аналитическая зависимость координаты тела от времени будет содержать как минимум три слагаемые: $x = g_Ж \frac{t^2}{2} + \alpha_1 \frac{t^3}{3!} + \alpha_2 \frac{t^4}{4!}$. Чтобы на основе экспериментальных данных рассчитать значения коэффициентов α_1 и α_2, в соответствии с методом наименьших квадратов необходимо вычислить следующие величины:

$$S_1 = \frac{1}{(3!)^2 n}\sum_{k=1}^{n} t_k^6\,,\ S_2 = \frac{1}{12^2 n}\sum_{k=1}^{n} t_k^7\,,\ S_3 = \frac{1}{(4!)^2 n}\sum_{k=1}^{n} t_k^8,$$

$$Y_1 = \frac{1}{3!\,n}\sum_{k=1}^{n} \Delta_k t_k^3\,,\ Y_2 = \frac{1}{4!\,n}\sum_{k=1}^{n} \Delta_k t_k^4.$$

(S_1, S_2, S_3, Y_1 и Y_2 рассчитываются по всем экспериментальным данным, независимо от значений Δ_k и υ_k).

Тогда коэффициенты α_1 и α_2 вычисляются следующим образом:

$$\alpha_2 = \frac{Y_1 S_2 - Y_2 S_1}{S_2^2 - S_3 S_1}, \qquad \alpha_1 = \frac{Y_1}{S_1} - \alpha_2 \frac{S_2}{S_1}.$$

Для момента времени, соответствующего окончанию эксперимента, рассчитайте относительный вклад каждого из неквадратичных по времени слагаемых: $\delta_1 = \frac{\alpha_1 t_{\text{эксп}}}{3 g_Ж} \cdot 100\%$, $\delta_2 = \frac{\alpha_2 t_{\text{эксп}}}{4\alpha_1} \cdot 100\%$.

Выполните эти расчеты для каждого эксперимента (для разных масс тела) с точностью до трех значащих цифр. **Рекомендации.** Для повышения эффективности расчетов можно использовать электронные таблицы (например, MS Excel).

Опираясь на значения вклада каждого из неквадратичных по времени слагаемых в уравнение движения, для каждого эксперимента определите, какое количество неквадратичных по времени слагаемых в уравнении движения является достаточным для корректного описания падения изучаемого тела.

В записи уравнения движения тела в вязкой среде можно ограничиться тремя слагаемыми (одним квадратичным и двумя неквадратичными по времени), если относительный вклад последнего слагаемого не превосходит 10% ($\delta_2 < 10\%$). Проанализируйте, для каких экспериментов это требование выполняется.

Вычисления, описанные в пунктах 33–34, следует выполнять только для экспериментов, в которых для описания движения в разложении зависимости координаты тела от времени в ряд достаточно учесть только первые три слагаемые ($\delta_2 < 10\%$).

33. Сравнивая полученную аналитическую зависимость

$$x = g_Ж \frac{t^2}{2} + \alpha_1 \frac{t^3}{3!} + \alpha_2 \frac{t^4}{4!}$$

с разложением уравнения движения в ряд $x \approx g_Ж \frac{t^2}{2} - \frac{g_Ж}{\tau}\frac{t^3}{3!} + \frac{g_Ж}{\tau^2}\frac{t^4}{4!}$, получим, что период установления τ равен: $\tau = -\frac{g_Ж}{\alpha_1}$. Рассчитайте период установления. Определите, во сколько раз период установления превосходит длительность эксперимента: $\tau/t_{эксп.}$

Зная период установления τ, а также радиус R и плотность тела ρ_T, определите коэффициент вязкости жидкости $\eta_Э$ (экспериментальное значение): $\eta_Э = \frac{2}{9}\frac{\rho_T R^2}{\tau}$.

Все вычисления необходимо выполнять с точностью до трех значащих цифр.

Рассчитайте экспериментальные значения вязкости жидкости и периода установления для всех случаев, когда для описания движения в уравнении движения в дополнение к квадратичному достаточно учесть только два неквадратичных по времени слагаемых.

34. Для экспериментов, в которых можно считать, что в разложении уравнения движения в ряд по времени достаточно учесть только три слагаемых, вычислите теоретические значения периода установления и относительную погрешность коэффициента вязкости как в пункте 10.

35. Для каждого эксперимента (для разных масс тела) запишите аналитическую зависимость координаты тела от времени $x = g_Ж \frac{t^2}{2} + \alpha_1 \frac{t^3}{3!} + \alpha_2 \frac{t^4}{4!}$ в виде $x = *,***\cdot\frac{t^2}{2} + *,***\cdot\frac{t^3}{3!} + *,***\cdot\frac{t^4}{4!}$, где вместо коэффициентов $g_Ж$, α_1 и α_2 подставлены их числовые значения.

Выполните дифференцирование (см. пункт 11) и запишите аналитические зависимости скорости и ускорения тела через числовые значения в виде:

$$x = *,***\cdot\frac{t^2}{2} + *,***\cdot\frac{t^3}{3!} + *,***\cdot\frac{t^4}{4!}; \quad v = *,***\cdot t + *,***\cdot\frac{t^2}{2} + *,***\cdot\frac{t^3}{3!};$$

$$a = *,*** + *,***\cdot t + *,***\cdot\frac{t^2}{2}$$

36. Сделайте выводы.

Как сильно отличаются полученные в эксперименте данные от равномерного и равноускоренного движений? На основе каких результатов можно сделать такой вывод?

Можно ли в каких либо из проведенных опытов считать, что ускорение линейно зависит от времени? При каких значениях массы тела, движущегося в выбранной жидкости, это наблюдается?

При каких значениях массы для описания движения тела в выбранной жидкости в разложении уравнения движения в ряд по времени необходимо учитывать больше трех слагаемых (включая квадратичное по времени)?

При каких значениях массы для описания движения тела в выбранной жидкости в разложении уравнения движения в ряд по времени можно ограничиться тремя слагаемыми? двумя слагаемыми? (первое из которых является квадратичным по времени)

На основе проделанных экспериментов выдвиньте и обоснуйте гипотезу: при каких значениях массы для описания движения тела в выбранной жидкости в разложении уравнения движения в ряд по времени можно ограничиться только одним, квадратичным по времени слагаемым?

В каком отношении (примерно) находятся теоретическое значение периода установления τ и длительность эксперимента в каждом из этих случаев?

Таблица 1

		Масса тела m = _______ г		Радиус тела R = _______ см	
k	Координата тела x_k, м	Время t_k, с	Скорость v_k, м/с	$x_k \cdot t_k$, м·с	t_k^2, с^2
1	0	0	–	0	0
2					
…					
n					
	Y_1	S_1		Y_2	S_2

Таблица 2

		Масса тела m = _____ г		Радиус тела R = ____ см		
k	Координата тела x_k, м	Время t_k, с	Скорость v_k, м/с	Отличие от равноускоренного движения Δ_k, м	$\Delta_k \cdot t_k^3$, м·с^3	t_k^6, с^6
1	0	0	–	0	0	0
2						
…						
n						
					Y	S

Таблица 3

		Масса тела m = _______ г			Радиус тела R = ________ см				
k	Координата тела x_k, м	Время t_k, с	Скорость v_k, м/с	Отличие от равноускоренного движения Δ_k, м	$\Delta_k \cdot t_k^3$, м·с^3	$\Delta_k \cdot t_k^4$, м·с^4	t_k^6, с^6	t_k^7, с^7	t_k^8, с^8
1	0	0	–	0	0	0	0	0	0
2									
…									
n									
					Y_1	Y_2	S_1	S_2	S_3

5. Контрольные вопросы

1. Какое свойство жидкости (газа) называют вязкостью?

2. Какое течение жидкости (газа) называют ламинарным?
3. Как связана сила сопротивления среды со скоростью течения жидкости (газа)?
4. Какие силы действуют на тело, свободно падающее в вязкой среде (жидкости или газе)? Запишите второй закон Ньютона для этого тела.
5. Запишите зависимость от времени координаты, скорости и ускорения тела, свободно падающего в вязкой среде.
6. Что такое период установления и скорость установившегося движения?
7. При каких условиях можно считать, что свободно падающее в вязкой среде тело движется с постоянным ускорением?
8. При каких условиях можно считать, что свободно падающее в вязкой среде тело движется с переменным ускорением?
9. При каких условиях можно считать, что свободно падающее в вязкой среде тело движется без ускорения?
10. Как оценить влияние сопротивления среды на характер движения тела в ней?
11. Опишите порядок выполнения работы.

Учебное издание

РЕВИНСКАЯ Ольга Геннадьевна
КРАВЧЕНКО Надежда Степановна

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ

Учебно-методическое пособие по изучению моделей физических процессов и явлений на компьютере с помощью лабораторной работы № МодТ–02 для студентов всех специальностей

Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии с качеством предоставленного оригинал-макета

Подписано к печати __.__.2022. Формат 60x84/16. Бумага «Классика».
Печать RISO. Усл.печ.л. 1,86. Уч.-изд.л. 1,68.
Заказ . Тираж 50 экз.

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru