

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
Отделение естественных наук ШБИП

---

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ШБИП  
\_\_\_\_\_ Д.В. Чайковский  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

**О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко**

## **ВЫТЕКАНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ МАЛОГО ОТВЕРСТИЯ**

Учебно-методическое пособие по изучению моделей физических  
процессов и явлений на компьютере  
с помощью лабораторной работы № МодТ–01  
для студентов всех специальностей

Издательство  
Томского политехнического университета  
2022

УДК 53(076.5)

ББК 22.3я73

Р321

Р321 **Ревинская О.Г.**

Вытекание жидкости из малого отверстия: учебно-методическое пособие по изучению моделей физических процессов и явлений на компьютере с помощью лабораторной работы № МодТ–01 для студентов всех специальностей / О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2022. – 15 с.

**УДК 53(076.5)**

**ББК 22.3я73**

Учебно-методическое пособие рассмотрено и рекомендовано к изданию методическим семинаром отделения естественных наук ШБИП

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Зав. ОЕН ШБИП

проф., доктор физ.-мат. наук

В.П. Кривобоков

Председатель учебно-методической комиссии

А.В. Макиенко

*Рецензент*

доктор тех. наук, профессор Томского политехнического университета

*В.А. Москалев*

© ФГБОУ ВПО НИ ТПУ, 2002–2022

© Ревинская О.Г., Кравченко Н.С., 2002–2022

© Оформление. Издательство Томского политехнического университета, 2022

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № МодТ–01 ПО ИЗУЧЕНИЮ МОДЕЛЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ НА КОМПЬЮТЕРЕ

## *Вытекание жидкости из малого отверстия*

**Цель работы:** изучение явления вытекания идеальной несжимаемой жидкости из малого отверстия и движение струи жидкости под действием силы тяжести. Определение площади отверстия, плотности жидкости и концентрации примеси в ней.

### 1. Теоретическое содержание

В механике жидкости рассматриваются как сплошные, непрерывно распределенные в занятой ими части пространства. Невязкая, нетеплопроводящая жидкость называется *идеальной*. Из опыта известно, что сжимаемостью жидкости во многих задачах можно пренебречь. *Несжимаемой* считается жидкость, плотность которой всюду одинакова и не изменяется со временем.

Движение жидкости называется *течением*, а совокупность частиц движущейся жидкости – потоком. Течение жидкости называется *ламинарным*, когда соприкасающиеся слои жидкости перемещаются без перемешивания. Течение жидкости называется *стационарным (установившимся)*, если скорость в каждой ее точке не изменяется со временем.

#### 1.1. Уравнение неразрывности и уравнение Бернулли

Для стационарного течения объем  $\Delta V$  идеальной несжимаемой жидкости, проходящий через любое поперечное сечение площадью  $S$  за время  $\Delta t$ , одинаков и пропорционален скорости  $v$  течения жидкости  $\Delta V = Sv\Delta t$ . Тогда через два различных сечения  $S_1$  и  $S_2$  жидкость будет двигаться с разными скоростями  $v_1$  и  $v_2$  (рис. 1), соответственно, так, что  $\Delta V = S_1v_1\Delta t = S_2v_2\Delta t$ . Следовательно, произведение скорости  $v$  на площадь  $S$  сечения потока стационарного течения жидкости – величина постоянная

$$Sv = \text{const} \text{ или } S_1v_1 = S_2v_2.$$

Данное соотношение называется **уравнением неразрывности** для несжимаемой жидкости и является следствием закона сохранения количества вещества (закон сохранения массы).

Согласно закону сохранения энергии для незамкнутой системы, работа  $A$  внешних сил по перемещению жидкости массой  $\Delta m$  превращается в механическую энергию  $E$  жидкости так, что  $E + A = const$  для любого поперечного сечения течения жидкости.

Если жидкость массой  $\Delta m$  движется с постоянной скоростью  $v_1$  на высоте  $h_1$  над поверхностью Земли (рис. 1), то ее механическая энергия  $E_1$  складывается из кинетической  $\frac{\Delta m v_1^2}{2}$  и потенциальной  $\Delta m g h_1$  энергии

$$E_1 = \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1.$$

Работа  $A_1$  внешних сил  $F_1$  по перемещению жидкости массой  $\Delta m$  на расстояние  $\Delta l_1$  пропорциональна внешнему давлению  $p_1$

$$A_1 = F_1 \Delta l_1 = p_1 S_1 \cdot \Delta l_1.$$

При этом за время  $\Delta t$  движущаяся с постоянной скоростью  $v_1$  жидкость переместится на расстояние  $\Delta l_1 = v_1 \Delta t$ . Масса  $\Delta m$  жидкости, протекающая за время  $\Delta t$  через сечение  $S_1$  с постоянной скоростью  $v$ , пропорциональна плотности  $\rho$  жидкости  $\Delta m = \Delta V_1 \cdot \rho = \rho S_1 v_1 \cdot \Delta t$ . Тогда Закон сохранения энергии примет вид

$$\begin{aligned} E_1 + A_1 &= \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1 + p_1 S_1 v_1 \cdot \Delta t = \\ &= \left( \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 \right) S_1 v_1 \cdot \Delta t = const \end{aligned}$$

$$\text{или } \left( \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 \right) S_1 v_1 \cdot \Delta t = \left( \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \right) S_2 v_2 \cdot \Delta t.$$

Согласно уравнению неразрывности  $S_1 v_1 = S_2 v_2$ , следовательно

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \quad \text{или} \quad \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const.$$

Данное выражение выведено швейцарским физиком Д. Бернулли и называется **уравнением Бернулли**.

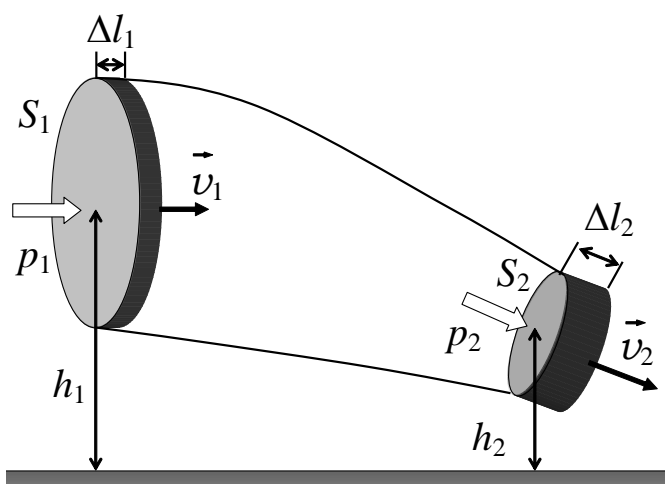


Рис. 1

В уравнении Бернулли величину  $p$  называют *статическим давлением*, величину  $\frac{\rho v^2}{2}$  – *динамическим давлением*, а величину  $\rho gh$  – *гидростатическим давлением*.

## 1.2. Истечение жидкости через отверстие в стенке сосуда

Рассмотрим цилиндрический сосуд, площадь поперечного сечения которого равна  $S_1$ , наполненный идеальной несжимаемой жидкостью до высоты  $h_1$  (рис. 2). В боковой стенке сосуда на высоте  $h_2$  от дна сосуда имеется маленькое отверстие площадью  $S_2$ . Жидкость накрыта поршнем массой  $M$ , который может двигаться в сосуде без трения.

Согласно уравнению Бернулли при ламинарном течении суммарное давление в сечении  $S_1$  на высоте  $h_1$  и суммарное давление в сечении  $S_2$  на высоте  $h_2$  равны

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2.$$

Если течение является ламинарным, из уравнения неразрывности легко получить:  $v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2$ .

Статическое давление  $p_2$  для открытого отверстия равно атмосферному  $p_0$ :  $p_2 = p_0$ . Статическое давление  $p_1$  больше атмосферного за счет силы тяжести поршня  $Mg/S_1$ :  $p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S_1}$ .

Тогда уравнение Бернулли примет вид

$$\left(1 - \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2\right) \frac{\rho v_2^2}{2} = \rho g(h_1 - h_2) + \frac{Mg}{S_1}.$$

Если  $S_2 \ll S_1$ , выражение  $1 - \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 \approx 1$ . Тогда скорость  $v_2$  истечения жидкости из отверстия определяется следующим выражением

$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) + \frac{2Mg}{\rho S_1} \quad \text{или} \quad v_2 = \sqrt{2gh + \frac{2Mg}{\rho S_1}},$$

где  $h = h_1 - h_2$ .

Если поршень убрать ( $M = 0$ ), получим формулу Торричелли  $v_2 = \sqrt{2gh}$ .

По мере вытекания жидкости высота  $h$  столба жидкости над отверстием уменьшается. То есть скорость  $v_2$  истечения жидкости из отверстия изменяется со временем.

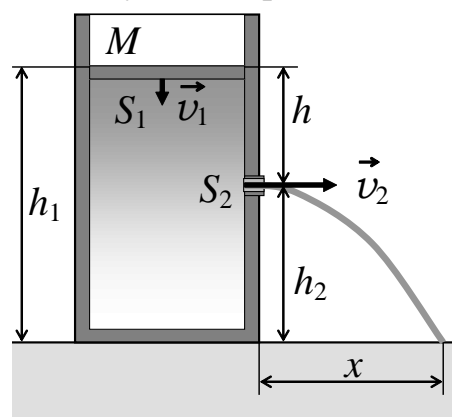


Рис. 2

За промежуток времени  $dt$  объем жидкости в сосуде уменьшился на величину  $dV = -S_1 dh$ . В то же время через отверстие вытекла жидкость объемом  $S_2 v_2 dt$ . Следовательно,  $-S_1 dh = S_2 v_2 dt$ . Подставив выражение для скорости  $v_2$ , получим дифференциальное уравнение

$$S_1 dh = -S_2 \sqrt{2g} \sqrt{h + \frac{M}{\rho S_1}} \cdot dt.$$

Разделив переменные и проинтегрировав по времени от 0 до  $t$ , получим

$$\sqrt{h(t) + \frac{M}{\rho S_1}} = \sqrt{h(0) + \frac{M}{\rho S_1}} - \frac{S_2}{S_1} \sqrt{\frac{g}{2}} \cdot t,$$

где  $h(0) = h_1 - h_2$  – высота столба жидкости над отверстием в начальный момент времени,  $h(t)$  – высота столба жидкости в момент  $t$ .

Подставив полученное выражение в формулу для скорости  $v_2$ , получим зависимость скорости истечения жидкости из малого отверстия от времени

$$v_2 = \sqrt{2g} \sqrt{h(t) + \frac{M}{\rho S_1}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g} \sqrt{h(0) + \frac{M}{\rho S_1}} - \frac{S_2}{S_1} g t$$

$$\text{или } v_2 = v_0 - at, \text{ где } v_0 = \sqrt{2g} \sqrt{h(0) + \frac{M}{\rho S_1}}, \quad a = \frac{S_2}{S_1} g.$$

Жидкость, вытекая из отверстия в сосуде, имеет горизонтально направленную скорость. Если площадь поперечного сечения  $S_2$  отверстия мала, и сопротивлением воздуха можно пренебречь, струю жидкости, покинувшую сосуд, можно описать как совокупность независимых материальных точек, вылетающих из отверстия с горизонтально направленной скоростью. Тогда под действием силы тяжести струя жидкости будет двигаться по параболе. Тогда время  $t_{nad}$  от момента выхода жидкости из отверстия до падения на горизонтальную поверхность равно  $t_{nad} = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$ . Расстояние  $x = v_2 t_{nad}$  от сосуда до точки падения (дальность падения) струи жидкости зависит от времени

$$x = v_2 t_{nad} = v_2 \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = v_0 \sqrt{\frac{2h_2}{g}} - a \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \cdot t \Rightarrow$$

$$x = 2 \sqrt{h(0)h_2 + \frac{Mh_2}{\rho S_1}} - \frac{S_2}{S_1} \sqrt{2h_2 g} \cdot t$$

или  $x = x(0) - ut$ , где  $x(0) = 2 \sqrt{h(0)h_2 + \frac{Mh_2}{\rho S_1}}$ ,  $u = \frac{S_2}{S_1} \sqrt{2h_2g}$ .

Таким образом, расстояние до точки падения со временем уменьшается. Максимальная дальность падения  $x_{max} = x(0)$  тем больше, чем больше масса поршня, чем выше расположено отверстие, и чем меньше плотность жидкости.

## 2. Рабочие формулы

### 2.1. Определение площади отверстия

В процессе эксперимента жидкость, вытекая из сосуда, падает на горизонтальную поверхность, оставляя след, длину которого можно измерить. Если жидкость вытекала в течение времени  $\Delta t$ , то длина следа  $\Delta x$  определяется как разность между максимальным  $x_{max} = x(0)$  и минимальным  $x_{min} = x(0) - u\Delta t$  расстояниями

$$\Delta x = x_{max} - x_{min} = u\Delta t = \frac{S_2}{S_1} \sqrt{2h_2g} \Delta t.$$

Зависимость расстояния  $x$  от времени не учитывает толщину струи (движение материальной точки). Она описывает положения центра струи. Если жидкость не растекается по горизонтальной поверхности, то наблюдаемая длина следа  $\Delta X$  будет больше теоретической  $\Delta x$  на диаметр отверстия  $2R_2$  (рис. 3)

$$\begin{aligned} \Delta X &= \Delta x + 2R_2 = \\ &= \frac{S_2}{S_1} \sqrt{2h_2g} \cdot \Delta t + 2R_2. \end{aligned}$$

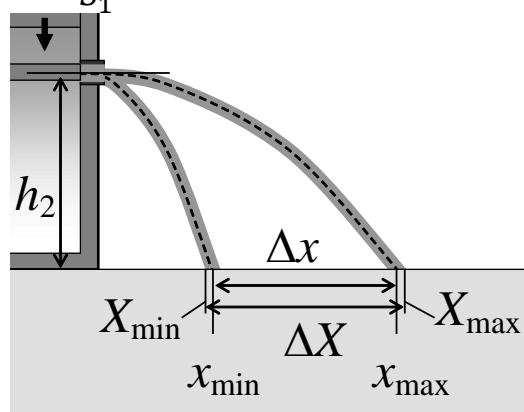


Рис. 3

Выразим площади отверстия  $S_2$  и поперечного сечения сосуда  $S_1$  через их радиусы  $R_2$  и  $R_1$ :  $S_2 = \pi R_2^2$ ,  $S_1 = \pi R_1^2$ . В результате получим квадратное уравнение, с помощью которого можно определить радиус отверстия

$$\begin{aligned} R_2^2 \frac{\Delta t}{R_1^2} \sqrt{2h_2g} + 2R_2 - \Delta X &= 0 \\ \text{или} \quad R_2^2 + \frac{2R_1^2}{\Delta t \sqrt{2h_2g}} R_2 - \frac{\Delta X \cdot R_1^2}{\Delta t \sqrt{2h_2g}} &= 0. \end{aligned}$$

Вводя обозначение  $z = \frac{R_1^2}{\Delta t \sqrt{2h_2g}}$ , получим  $R_2^2 + 2zR_2 - z\Delta X = 0$ . Уравнение имеет два корня, один из которых отрицательный. Положительный корень имеет вид  $R_2 = \sqrt{z}(\sqrt{z + \Delta X} - \sqrt{z})$ . Тогда площадь отверстия равна  $S_2 = \pi R_2^2 = \pi z(\sqrt{z + \Delta X} - \sqrt{z})^2$ . Подставив  $z$  и сделав алгебраические преобразования, можно записать площадь отверстия в виде

$$S_2 = \pi R_1^2 \left( \sqrt{\left( \frac{R_1}{\Delta t \sqrt{2h_2g}} \right)^2 + \frac{\Delta X}{\Delta t \sqrt{2h_2g}}} - \frac{R_1}{\Delta t \sqrt{2h_2g}} \right)^2.$$

Таким образом, зная время вытекания жидкости  $\Delta t$  и длину следа  $\Delta X$ , оставленного жидкостью на горизонтальной поверхности, можно определить площадь отверстия  $S_2$ .

## 2.2. Определение плотности жидкости

Дальность падения струи жидкости максимальна в начале вытекания (в начальный момент времени  $t = 0$ ) и зависит от массы поршня  $x_{max} = x(0) = 2 \sqrt{h(0)h_2 + \frac{Mh_2}{\rho S_1}}$ . Отсюда видно, что квадрат максимальной дальности падения струи прямо пропорционален массе поршня

$$x_{max}^2 = 4h(0)h_2 + \frac{4h_2}{\rho S_1} M.$$

То есть функция  $x_{max}^2(M)$  зависимости квадрата максимальной дальности падения струи от массы поршня линейна. Тангенс угла наклона  $\text{tg } \alpha$  графика этой функции зависит от плотности жидкости  $\text{tg } \alpha = \frac{4h_2}{\rho S_1}$ . Тогда плотность жидкости можно определить как

$$\rho = \frac{4h_2}{S_1 \text{tg } \alpha}.$$

При построении графика функции  $x_{max}^2(M)$  следует помнить, что струя жидкости имеет толщину. Поэтому экспериментальное значение максимальной дальности падения  $X_{max}$  будет больше теоретического  $x_{max}$  на радиус отверстия  $R_2$  (рис. 3):  $x_{max} = X_{max} - R_2$ . Следовательно, измерив  $X_{max}$  для поршней различной массы  $M$ , необходимо строить график зависимости величины  $(X_{max} - R_2)^2$  от  $M$ .

Если исследуемая жидкость содержит примеси (например, красители), можно определить концентрацию примесей  $\eta$ :

$$\eta = \frac{\rho - \rho_0}{\rho},$$



где  $\rho_0$  – плотность чистой жидкости, без примесей, значение которой можно найти в физических справочниках.

### **3. Модель экспериментальной установки**

В данной работе с помощью средств компьютерной графики моделируется процесс вытекания идеальной несжимаемой жидкости из цилиндрического сосуда через круглое отверстие малого диаметра (ламинарное течение). Сопротивление окружающей среды отсутствует. Движение жидкости вне сосуда моделируется как движение совокупности независимых материальных точек. Жидкость накрыта поршнем, который может перемещаться без трения. Масса поршня для различных опытов может быть выбрана из диапазона 50–400 г и не может быть изменена во время проведения опыта.

На горизонтальной поверхности перед сосудом лежит линейка для определения дальности падения струи жидкости. Для повышения эффективности эксперимента в жидкость добавлен краситель, повышающий ее плотность на 3–7%. Вытекая из сосуда, струя жидкости падает на линейку и впитывается в нее, не растекаясь.

Для определения времени вытекания жидкости в работе используется синхронизированный секундомер, способный измерять время с точностью до 1 миллисекунды. При указанных условиях погрешность определения площади отверстия не превышает 0,2–0,8%, а погрешность определения концентрации примеси (красителя) не превышает 1–2%.

Работа выполняется на IBM-совместимом персональном компьютере в виде самостоятельного Windows-приложения. Для удобства выполнения работы в программе предусмотрены три раздела: краткое описание работы; порядок выполнения работы и эксперимент. Переключение между разделами осуществляется с помощью кнопок «Ход работы» и «Эксперимент». Нажатие этих кнопок в зависимости от контекста приводит либо к вызову соответствующих разделов, либо к возвращению в раздел описания.

Раздел «Эксперимент» содержит ползунок для изменения массы поршня, панели инструментов с кнопками для выбора сосуда, раскрывающийся список для выбора жидкости, секундомер для измерения времени вытекания жидкости, а также вспомогательные кнопки, помогающие управлять экспериментом. Кроме того присутствует счетчик «Масштаб», позволяющий изменять масштаб отображения области эксперимента, что дает возможность более точного измерения дальности падения струи жидкости.

### Варианты выполнения работы

| Вариант | Сосуд   | Жидкость    |
|---------|---------|-------------|
| 1       | Сосуд 1 | Бензин      |
| 2       | Сосуд 2 | Бензол      |
| 3       | Сосуд 3 | Вода        |
| 4       | Сосуд 4 | Нитробензол |
| 5       | Сосуд 1 | Бензол      |
| 6       | Сосуд 2 | Вода        |
| 7       | Сосуд 3 | Нитробензол |
| 8       | Сосуд 4 | Хлороформ   |
| 9       | Сосуд 1 | Вода        |
| 10      | Сосуд 2 | Нитробензол |
| 11      | Сосуд 3 | Хлороформ   |
| 12      | Сосуд 4 | Бензин      |
| 13      | Сосуд 1 | Нитробензол |
| 14      | Сосуд 2 | Хлороформ   |
| 15      | Сосуд 3 | Бензин      |
| 16      | Сосуд 4 | Бензол      |
| 17      | Сосуд 1 | Хлороформ   |
| 18      | Сосуд 2 | Бензин      |
| 19      | Сосуд 3 | Бензол      |
| 20      | Сосуд 4 | Вода        |

## 4. Порядок выполнения работы

### 4.1. Краткое описание хода работы

1. Выберите сосуд (по указанию преподавателя).
2. Выберите жидкость (по указанию преподавателя).
3. Установите минимальное значение массы поршня.
4. Измерьте время вытекания жидкости.
5. Измерьте максимальную и минимальную дальность падения струи.
6. Рассчитайте длину следа и площадь отверстия.
7. Опыт повторите 4 раза.
8. Увеличьте массу поршня и повторите опыт, начиная с пункта 4.
9. Повторите опыт для восьми значений массы поршня.
10. Вычислите среднее значение площади отверстия.
11. Постройте график зависимость квадрата максимальной дальности падения струи от массы поршня.

12. По тангенсу угла наклона графика определите плотность жидкости.
13. Определите концентрацию примесей.
14. Вычислите абсолютную и относительную погрешность определения площади отверстия и концентрации примесей.
15. Вычислите теоретическое значение площади отверстия и сравните его с экспериментальным.
16. Сделайте вывод.

## 4.2. Подробное описание хода работы

При выполнении работы рекомендуется следующая последовательность действий:

1. С помощью кнопок панели инструментов **«Сосуд»** выберите сосуд, с которым будет проводиться эксперимент (по указанию преподавателя). Рядом с кнопками автоматически указываются: диаметр сосуда и диаметр отверстия, а также высота, на которой расположено отверстие, отсчитываемая от дна сосуда. Эти данные необходимы для расчетов.

2. Раскрывающийся список **«Жидкость»** содержит набор жидкостей, обладающих различными плотностями: бензин, бензол, вода, нитробензол, хлороформ. Каждая жидкость окрашена своим красителем. Из этого списка выберите жидкость для всех предстоящих экспериментов (по указанию преподавателя). Для выбранной жидкости под списком автоматически указывается объем используемой в эксперименте жидкости, а также плотность чистой неокрашенной жидкости (табличное значение). Эти данные необходимы для расчетов.

3. Ползунок **«Масса поршня»** позволяет изменять массу поршня от 50 до 400 г. Перемещая ползунок, установите минимально возможное значение массы поршня. Точное значение выбранной массы поршня указывается над ползунком.

4. Нажмите кнопку **«Начать эксперимент»**. Откроется отверстие и начнется вытекание жидкости. Одновременно включится секундомер. Список жидкостей, кнопки панели инструментов **«Сосуд»** и ползунок **«Масса поршня»** станут недоступными.

Струя жидкости, вылетев из отверстия, падает на поверхность стола, на котором расположена линейка. Окрашенная жидкость впитывается, оставляя след на линейке.

Эксперимент продолжается до тех пор, пока вся жидкость, помещавшаяся выше отверстия, не вытечет. После этого секундомер автоматически остановится, а список жидкостей, кнопки панели инструментов **«Сосуд»** и ползунок **«Масса поршня»** станут доступными.

Если в процессе эксперимента Вы вспомнили, что неправильно установили какую-либо величину (выбрали сосуд, жидкость или массу поршня), нажмите кнопку **«Остановить эксперимент»**. Отверстие закроется, секундомер остановится. Список жидкостей, кнопки панели инструментов **«Сосуд»** и ползунок **«Масса поршня»** станут доступными. После этого можно сделать необходимые изменения и вновь выполнить опыт.

ИЗМЕРЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ.

5. После окончания эксперимента раскрывающийся список **«Масштаб»** становится доступным. С помощью этого списка масштаб изображения экспериментальной установки можно увеличить от 100% до 500%. На линейке и под списком **«Масштаб»** указывается цена деления линейки в выбранном масштабе. С помощью списка **«Масштаб»** максимально увеличьте изображение экспериментальной установки. Учитывая цену деления линейки, по следу, оставшемуся на линейке, определите минимальную и максимальную дальность падения струи жидкости.

ИЗМЕРЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ.

6. Рассчитайте длину следа и площадь отверстия.

Для вычисления длины следа необходимо найти разность между наибольшей и наименьшей дальностью падения струи  $\Delta X = X_{max} - X_{min}$ . Рассчитайте величину  $U = \sqrt{2h_2g}$ . Ускорение свободного падения рекомендуется брать равным  $g = 981 \text{ см/с}^2$ .

Площадь отверстия вычисляют по формуле

$$S_2 = \pi R_1^2 \left( \sqrt{\left( \frac{R_1}{U \cdot \Delta t} \right)^2 + \frac{\Delta X}{U \cdot \Delta t} - \frac{R_1}{U \cdot \Delta t}} \right)^2,$$

где  $\Delta t$  – время вытекания жидкости, а  $R_1$  – радиус сосуда.

Учитывая точность измерения длины следа, площадь отверстия рекомендуется вычислять с точностью до четырех значащих цифр.

7. С помощью кнопки **«Наполнить сосуд»** восстановите первоначальный объем жидкости в сосуде. При этом масштаб изображения экспериментальной установки автоматически станет равным 100%, след на линейке исчезнет, а показания секундомера обнулятся. Кнопка **«Начать эксперимент»** станет доступной.

Выполните измерения и расчеты как в пунктах 4–6. Опыт повторите 4 раза.

8. С помощью ползунка **«Масса поршня»** выберите новое значение массы поршня, больше предыдущего на 50 г. Точное значение выбранной массы поршня указывается над ползунком. Повторите измерения, описанные в пунктах 4–7.

9. Повторите измерения, описанные в пунктах 4–7, для восьми значений массы поршня. Рекомендуется изменять массу поршня равномерно (на 50 г).

10. По полученным при выполнении пункта 6 для каждого опыта значениям площади отверстия вычислите среднее значение этой величины (площади отверстия). Чтобы вычислить среднее значение экспериментально полученной величины надо сложить все экспериментально полученные значения, а полученный результат разделить на количество экспериментов.

Учитывая, что отверстие круглое, с помощью среднего значения площади отверстия  $\langle S_2 \rangle$  вычислите средний радиус отверстия  $\langle R_2 \rangle$ . Среднее значение площади отверстия рекомендуется вычислять с точностью до пяти значащих цифр, а среднее значение радиуса отверстия – до трех значащих цифр.

11. Для каждого значения массы поршня вычислите среднее значение максимальной дальности падения струи  $\langle X_{max} \rangle$  (все экспериментальные значения  $X_{max}$  необходимо сложить и разделить на количество экспериментов) с точностью до трех десятичных знаков после запятой.

Перед возведением в квадрат уменьшите максимальную дальность падения струи  $\langle X_{max} \rangle$  на средний радиус отверстия  $\langle R_2 \rangle$ .

Постройте график зависимость квадрата максимальной дальности падения струи ( $\langle X_{max} \rangle - \langle R_2 \rangle$ )<sup>2</sup> от массы поршня  $M$ . Зависимость квадрата максимальной дальности падения струи от массы поршня должна иметь линейный характер.

12. По построенной в пункте 11 зависимости определите тангенс угла наклона графика  $\text{tg } \alpha$ . По тангенсу угла наклона графика определите плотность жидкости:  $\rho = \frac{4h_2}{S_1 \text{tg } \alpha}$ , где  $h_2$  – высота, на которой находится отверстие в сосуде;  $S_1$  – площадь поперечного сечения сосуда. Плотность жидкости рекомендуется вычислять с точностью до трех десятичных знаков после запятой.

13. Определите концентрацию примесей:  $\eta = \frac{\rho - \rho_0}{\rho}$ , где  $\rho$  – плотность жидкости, рассчитанная в пункте 12,  $\rho_0$  – плотность чистой неокрашенной жидкости, которая автоматически указывается под раскрывающимся списком «Жидкость» при выборе жидкости (см. пункт 2).

14. Вычислите абсолютную и относительную погрешность определения площади отверстия и концентрации примесей.

15. Вычислите теоретическое значение площади отверстия и сравните его с экспериментальным. Для вычисления теоретического значения площади отверстия используйте значение диаметра, которое автоматически указывается рядом с кнопками на панели инструментов «Сосуд» при выборе сосуда (см. пункт 1). Для корректного сравнения оба значения (теоретическое и экспериментальное) должны иметь одинаковое количество значащих цифр.

16. Сделайте вывод.

Как время вытекания жидкости из сосуда зависит от массы поршня?

Как максимальная и минимальная дальность падения струи жидкости зависит от массы поршня?

Является ли зависимость квадрата максимальной дальности падения струи от массы поршня линейной функцией?

Совпадает ли экспериментальное среднее значение площади отверстия с его теоретическим значением? Почему?

На основании теоретических формул проанализируйте, как влияет плотность жидкости на дальность падения струи. Какие отличия наблюдались бы в эксперименте, если бы он проводился с чистой неокрашенной жидкостью?

## 5. Контрольные вопросы

1. Какую жидкость считают идеальной? несжимаемой? Какое течение считают ламинарным? установившимся?
2. Запишите уравнение неразрывности и сформулируйте условия, при которых оно справедливо?
3. Запишите уравнение Бернулли и сформулируйте условия, при которых оно справедливо?
4. Как зависит скорость вытекания идеальной несжимаемой жидкости из малого отверстия от времени?
5. Как зависит дальность падения струи идеальной несжимаемой жидкости, вытекающей из малого отверстия, от времени?

6. Получите формулы для определения площади отверстия и плотности жидкости с учетом толщины струи жидкости.
7. Опишите порядок выполнения работы.

**Таблица**

| Масса поршня $M$ , г                                       | Время вытекания $\Delta t$ , с | Максимальная дальность падения струи $X_{max}$ , см | Минимальная дальность падения струи $X_{min}$ , см | Длина следа $\Delta X$ , см | Площадь отверстия $S_2$ , см <sup>2</sup> | Средняя максимальная дальность падения струи $\langle X_{max} \rangle$ , см | $(\langle X_{max} \rangle - \langle R_2 \rangle)^2$ , см <sup>2</sup> |
|--|--------------------------------|---|--|-----------------------------|---|---|---|
|  |                                |   |  |                             |   |   |   |
|  |                                |   |  |                             |   |   |   |
|  |                                |   |  |                             |   |   |   |
| Среднее значение площади отверстия $\langle S_2 \rangle$ : |                                |   |  |                             |   |   |   |
| Среднее значение радиуса отверстия $\langle R_2 \rangle$ : |                                |   |  |                             |   |   |   |

Учебное издание

РЕВИНСКАЯ Ольга Геннадьевна  
КРАВЧЕНКО Надежда Степановна

## ВЫТЕКАНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ МАЛОГО ОТВЕРСТИЯ

Учебно-методическое пособие по изучению моделей  
физических процессов и явлений на компьютере с помощью  
лабораторной работы № МодТ–01  
для студентов всех специальностей

Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии с качеством  
предоставленного оригинал-макета

Подписано к печати \_\_.\_\_.2022. Формат 60x84/16. Бумага «Классика».  
Печать RISO. Усл.печ.л. \_\_\_\_\_. Уч.-изд.л. \_\_\_\_\_.  
Заказ \_\_\_\_\_. Тираж 50 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества  
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована  
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.  
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru