МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Отделение естественных наук ШБИП

УТВЕРЖДАЮ
Директор ШБИП
___________ Д.В. Чайковский
«__»_________ 2022 г.

О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко

РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Учебно-методическое пособие по изучению моделей физических процессов и явлений на компьютере с помощью лабораторной работы № МодМ–06 для студентов всех специальностей

Издательство
Томского политехнического университета
2022

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73
Р321

Ревинская О.Г.

Р321 Реактивное движение: учебно-методическое пособие по изучению моделей физических процессов и явлений на компьютере с помощью лабораторной работы № МодМ–06 для студентов всех специальностей / О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2022. – 20 с.

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73

Учебно-методическое пособие рассмотрено и рекомендовано к изданию методическим семинаром отделения естественных наук ШБИП
«___» _________ 20___ г.

Зав. ОЕН ШБИП
проф., доктор физ.-мат. наук В.Ф. Пичугин

Председатель учебно-методической комиссии
С.И. Борисенко

Рецензент
доктор физ.-мат. наук, доцент Томского политехнического университета
С.И. Борисенко

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № МодМ–06 ПО ИЗУЧЕНИЮ МОДЕЛЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Реактивное движение

Цель работы: изучение реактивного движения как движения тела с переменной массой. Исследование зависимости кинематических характеристик (координаты, скорости, ускорения) прямолинейного реактивного движения в вакууме от массы тела и законов их изменения в процессе движения.

1. Теоретическое содержание

1.1. Реактивное движение

Под ***реактивным движением*** понимают движение тела за счет изменения его массы. Идея использования реактивного движения для осуществления космических полетов принадлежит русскому ученому К.Э. Циолковскому (1857–1935). Основу реактивного движения составляет закон сохранения импульса замкнутой механической системы.

Согласно второму закону Ньютона импульс $\vec{P}$ замкнутой системы может быть изменен только за счет внешнего воздействия

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{внеш}.$$

Если внешние силы $\vec{F}_{внеш}$ отсутствуют, импульс замкнутой системы сохраняется

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0.$$

В рамках данной системы рассмотрим две подсистемы: 1) некоторое тело, обладающее в момент времени t массой m и скоростью $\vec{v}$ в некоторой инерциальной системе отсчета, 2) отделяющееся от тела вещество (скажем, газ), движущееся относительно тела со скоростью $\vec{u}$ и со скоростью $\vec{v} + \vec{u}$ относительно той же инерциальной системы отсчета.

Из закона сохранения импульса следует, что изменение импульса одной подсистемы $\vec{P}_1$ равно изменению импульса другой подсистемы $\vec{P}_2$ и направлено в противоположную сторону:

$$d\vec{P} = d(\vec{P}_1 + \vec{P}_2) = 0 \Rightarrow d\vec{P}_1 = -d\vec{P}_2.$$

Импульс первой подсистемы $\vec{P}_1 = m\vec{v}$. Тогда изменение импульса первой подсистемы (тела) равно

$$d\vec{P}_1 = md\vec{v} + \vec{v}dm.$$

Изменение импульса второй подсистемы (газа) происходит за счет изменения (увеличения) на величину $dm_г$ массы отделившегося вещества (или уменьшения массы тела $dm = -dm_г$)

$$d\vec{P}_2 = (\vec{u} + \vec{v})dm_г = -(\vec{u} + \vec{v})dm.$$

Тогда

$$d\vec{P}_1 = -d\vec{P}_2 \Rightarrow md\vec{v} + \vec{v}dm = (\vec{u} + \vec{v})dm,$$

$$md\vec{v} = \vec{u}dm \text{ или } m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u}\frac{dm}{dt}.$$

Полученное уравнение называется ***уравнением Мещерского*** и описывает движение тела переменной массы в отсутствии внешних сил.

Вектор $\vec{F}_p = \vec{u}\frac{dm}{dt}$ в правой части уравнения Мещерского называют ***реактивной силой***, которая характеризует механическое воздействие на тело отделяющегося от него вещества.

Уравнение Мещерского показывает, что в отсутствии внешних сил изменение скорости тела возможно за счет изменения его массы или, другими словами, за счет действия реактивной силы. Реактивная сила существует, только если масса тела меняется. Когда масса тела перестает изменяться – действие реактивной силы прекращается.

Уравнение Мещерского – второй закон Ньютона для реактивно движущегося тела:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u}\frac{dm}{dt} \equiv \vec{F}_p \text{ или } m\vec{a} = \vec{F}_p.$$

Для полной системы (тело + газ) реактивная сила является внутренней.

Рассмотрим решение полученного уравнения Мещерского для случая, когда скорость газа относительно тела $\vec{u}$ (скорость истечения газа) постоянна (не зависит от времени):

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u}\frac{dm}{dt} \text{ при } \vec{u} = const.$$

Из уравнения видно, что ускорение тела $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ и скорость истечения газа $\vec{u}$ направлены вдоль одной прямой. Если в начальный момент времени скорость тела $\vec{v}_0$ была направлена вдоль той же прямой (или равна нулю), то движение тела будет прямолинейным. Поэтому выберем ось координат OX, вдоль направления движения тела (рис. 1).

Тогда уравнение движения тела переменной массы в проекциях на ось ОХ можно записать в виде

$$m d\vec{v} = \vec{u} dm \Rightarrow m dv = -u dm \Rightarrow dv = -u \frac{dm}{m}.$$

При $u = const$ интегрирование полученного выражения позволяет получить

$$v(t) = v_0 + u \ln \frac{m_0}{m(t)},$$

где v_0 – скорость, а m_0 – масса тела в начальный момент времени ($t = 0$).

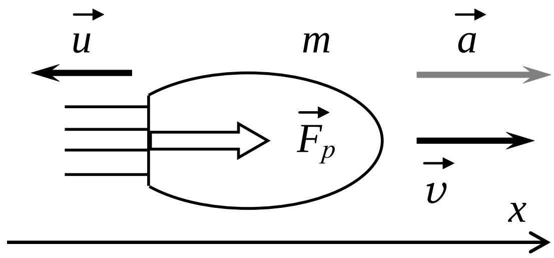


Рис. 1

С течением времени масса тела $m(t)$ уменьшается, следовательно, скорость $v(t)$ увеличивается. Как правило, масса газа, который может отделиться от тела, ограничена. Масса тела $m(t)$ станет минимальной, когда из тела вытечет весь газ. После этого масса тела перестанет меняться, воздействие реактивной силы прекратится. Тело продолжит движение с постоянной скоростью.

Так как скорость тела с уменьшением массы увеличивается, говорят, что тело разгоняется.

Полученная формула позволяет рассчитать, какую предельную (максимальную) скорость может развить тело из состояния покоя ($v_0 = 0$), когда из него вытечет весь имеющийся газ. Если в начальный момент времени масса газа внутри тела была равна $m_г$, то максимальная скорость v_{max}, которую сможет развить тело при реактивном движении, равна

$$v_{max} = u \ln \frac{m_0}{m_0 - m_г}.$$

Эта формула носит название ***формулы Циолковского***. Из формулы Циолковского легко сделать вывод, что независимо от того, по какому закону уменьшается масса газа, максимальная скорость тела v_{max} будет одинаковой.

1.2. Скорость истечения газа

Рассмотрим, при каких условиях скорость истечения газа можно считать постоянной.

Пусть отделяющееся от тела вещество (газ) находится в цилиндрическом резервуаре объемом V с площадью поперечного сечения S_0, а площадь отверстия (сопла), через которое газ вытекает из резервуара, равна S (рис. 2). Температура газа T достаточно велика, чтобы давление p и плотность ρ выравнивались мгновенно во всем сосуде после каждого выброса газа и становились одинаковыми во всем резервуаре. Тогда при вытекании газа течение существует только в небольшом слое вблизи сопла (толщиной δ). Будем считать, что линии тока непрерывны. Следовательно, плотность газа, проходящего через сопло, и плотность газа на расстоянии δ от сопла можно считать одинаковой. Тогда для течения в слое толщиной δ можно записать уравнение неразрывности:

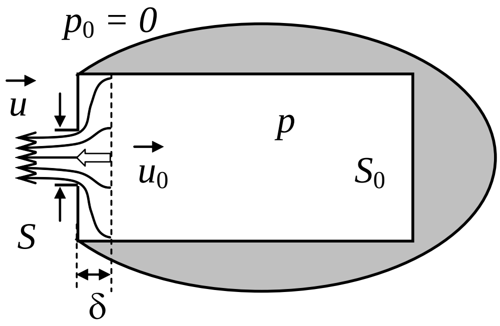


Рис. 2

$$\rho S u = \rho S_0 u_0 \text{ или } S u = S_0 u_0,$$

где u – скорость течения через сопло, а u_0 – скорость течения в δ-слое вблизи сопла.

Если реактивное движение совершается в горизонтальном направлении, то оба сечения S и S_0 находятся на одинаковой высоте h от поверхности Земли. Тогда уравнение Бернулли для этого течения газа можно записать в виде

$$\rho\frac{u^2}{2} + p_0 + \rho g h = \rho\frac{u_0^2}{2} + p + \rho g h,$$

где p – давление газа внутри резервуара, p_0 – внешнее давление. При движении в вакууме внешнее давление равно нулю $p_0 = 0$.

Следовательно, $\rho\frac{u^2}{2} = \rho\frac{u_0^2}{2} + p$. Учитывая, что $Su = S_0u_0$, получим

$$\rho\frac{u^2}{2} = \rho\frac{S^2}{S_0^2}\frac{u^2}{2} + p \text{ или } u^2 = \frac{2p}{\rho\left(1 - \frac{S^2}{S_0^2}\right)}.$$

Плотность газа $\rho = \frac{m_г}{V}$, тогда $u^2 = \frac{2pV}{m_г\left(1 - \frac{S^2}{S_0^2}\right)}$.

С помощью уравнения Менделеева–Клапейрона $pV = \frac{m_г}{\mu}RT$ можно связать скорость истечения газа u с температурой газа T и его молярной массой μ (R = 8,31441 Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная)

$$\frac{pV}{m_\text{г}} = \frac{RT}{\mu} \Rightarrow u^2 = \frac{2RT}{\mu\left(1 - \frac{S^2}{S_0^2}\right)}.$$

Таким образом, $$u = \sqrt{\frac{2RT}{\mu\left(1 - \frac{S^2}{S_0^2}\right)}}.$$

Из полученного выражения видно, что если в процессе вытекания газа его температура остается постоянной ($T = const$), то и скорость истечения газа является константой $u = const$.

Следовательно, полученная в параграфе 1.1 зависимость скорости тела от времени может наблюдаться, например, в случае, если в процессе истечения температура газа внутри тела (в резервуаре) остается постоянной.

В процессе истечения масса газа в резервуаре постоянно уменьшается. Если температура газа остается постоянной, то согласно уравнению Менделеева–Клапейрона

$$m_г = \frac{\mu}{RT} pV$$

изменение массы газа может происходить либо за счет изменения давления, либо за счет изменения объема (для упрощения дальнейших расчетов случай одновременного изменения и давления, и объема не рассматривается):

1) $m_г(t) = \frac{\mu}{RT} pV(t)$ или $dm = \frac{\mu}{RT} pdV$ ($p = const$),

2) $m_г(t) = \frac{\mu}{RT} p(t)V$ или $dm = \frac{\mu}{RT} Vdp$ ($V = const$).

Здесь $m_г$ – масса газа внутри тела (масса оставшегося газа). Поэтому изменение массы газа $dm_г$ равно изменению массы всего тела: $dm_г = dm$.

1.3. Зависимость массы газа от времени при истечении

Уменьшение массы газа внутри тела (в резервуаре) происходит через сопло площадью S. Газ вытекает с постоянной скоростью u, поэтому за время dt объем газа уменьшится на $Sudt$, следовательно, масса газа уменьшится на $dm = -\rho \cdot Sudt$.

Из уравнения Менделеева–Клапейрона $\rho = \frac{m_г}{V} = \frac{\mu}{RT} p$.

Тогда $$dm = -Su\frac{\mu}{RT} \cdot pdt.$$

1.3.1. Вытекание газа при постоянном давлении

Рассмотрим, как меняется масса газа, если внутри резервуара поддерживается постоянное давление

$$p = const.$$

Фактически это говорит о том, что в процессе истечения длина резервуара с газом должна постоянно уменьшаться, чтобы поддерживать в нем постоянное давление.

Тогда изменение массы газа с одной стороны зависит от объема, а с другой стороны – от времени

$$dm = \frac{\mu}{RT} pdV \text{ и } dm = -Su\frac{\mu}{RT} \cdot pdt.$$

Приравняв данные выражения, получим зависимость объема газа от времени

$$\frac{\mu}{RT} pdV = -Su\frac{\mu}{RT} \cdot pdt \Rightarrow dV = -Sudt.$$

Проинтегрировав, получим

$$V = V_{max} - uSt \text{ или } V = V_{max}(1 - \beta t), \text{ где } \beta = \frac{uS}{V_{max}}.$$

Объем газа уменьшается линейно по времени от V_{max} (в начальный момент времени) до нуля. Следовательно, масса газа тоже уменьшается прямо пропорционально времени

$$m_г = m_{max}(1 - \beta t), \text{ где } m_{max} = \frac{\mu}{RT} pV_{max}.$$

При таком режиме вытекания весь газ ($m_г = 0$) вытечет из резервуара за время $t_{max} = 1/\beta$. Спустя время t_{max} тело разовьет максимальную скорость v_{max}, предсказанную Циолковским.

Следует заметить, что для соблюдения условия $u = const$ необходимо, чтобы площадь поперечного сечения резервуара не менялась со временем. Поэтому изменение объема резервуара возможно только за счет уменьшения его длины $L = L_{max}(1 - \beta t)$. Для поддержания в резервуаре постоянного давления в этих условиях достаточно уменьшать его длину равномерно, с постоянной скоростью u.

1.3.2. Вытекание газа при постоянном объеме

Рассмотрим, как меняется масса газа, если объем резервуара остается постоянным при вытекании газа

$$V = const.$$

Тогда изменение массы газа с одной стороны зависит от давления, а с другой стороны – от времени

$$dm = \frac{\mu}{RT} Vdp \text{ и } dm = -Su\frac{\mu}{RT} \cdot pdt.$$

Приравняв данные выражения, получим зависимость давления газа от времени

$$\frac{\mu}{RT}Vdp = -Su\frac{\mu}{RT}\cdot pdt \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{Su}{V}dt.$$

Объем газа не меняется, поэтому $V = V_{max}$. Тогда $\frac{uS}{V} = \frac{uS}{V_{max}} = \beta$, а дифференциальное уравнение примет вид $\frac{dp}{p} = -\beta dt$

Проинтегрировав, получим

$$\ln\frac{p}{p_{max}} = -\beta t \text{ или } p = p_{max}e^{-\beta t}.$$

Давление газа уменьшается экспоненциально по времени от p_{max} в начальный момент времени до нуля. Следовательно, масса газа тоже уменьшается экспоненциально

$$m_г = m_{max}e^{-\beta t}, \text{ где } m_{max} = \frac{\mu}{RT}p_{max}V.$$

При таком режиме вытекания за время $1/\beta$ масса газа уменьшится в e раз. Тело разовьет максимальную скорость v_{max}, предсказанную Циолковским, но значительно позже по сравнению с вытеканием газа при постоянном давлении. Время разгона стремится к бесконечности.

1.4. Кинематические характеристики реактивного движения

Рассмотрим зависимость от времени основных кинематических характеристик реактивного движения (скорости, координаты и ускорения) для полученных временн*ы*х зависимостей массы газа.

Как было показано в параграфе 1.1, при движении из состояния покоя ($v_0 = 0$) скорость реактивно движущегося тела зависит от массы следующим образом

$$v(t) = u\ln\frac{m_0}{m(t)}.$$

В рассмотренной модели реактивно движущееся тело состоит не только из постоянно вытекающего газа, но из некоторой постоянной нагрузки. То есть ***газ выступает в роли топлива, а сама ракета – в роли постоянной нагрузки***. Тогда масса тела m включает не только постоянно уменьшающуюся массу газа $m_г$, но и некоторую неизменную массу ракеты $M_p = const$

$$m(t) = M_p + m_г(t).$$

А скорость ракеты при разгоне

$$v(t) = u \ln \frac{M_p + m_г(0)}{M_p + m_г(t)}.$$

Ускорение определяется путем дифференцирования скорости, а координата – путем интегрирования по времени

$$a(t) = \frac{dv}{dt}, \quad x = x_0 + \int_0^t v(t)dt.$$

Когда топливо вытекает при постоянном давлении $p = const$, масса линейно зависит от времени $m_г = m_{max}(1 - \beta t)$. Следовательно, при разгоне из состояния покоя и начала координат ($v_0 = 0$, $x_0 = 0$)

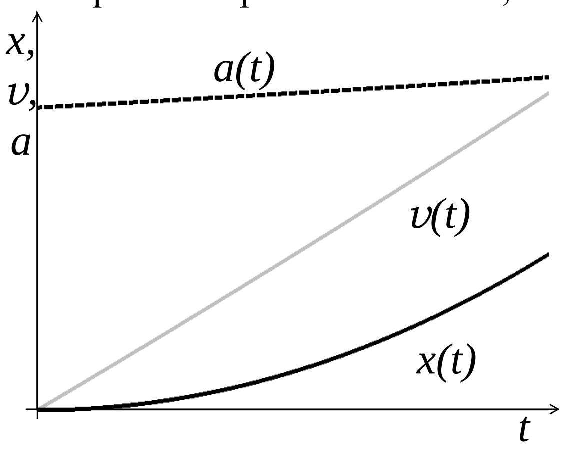
скорость ракеты $$v(t) = u \ln \frac{M_p + m_{max}}{M_p + m_{max}(1 - \beta t)},$$

ускорение ракеты $$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{u\beta m_{max}}{M_p + m_{max}(1 - \beta t)},$$

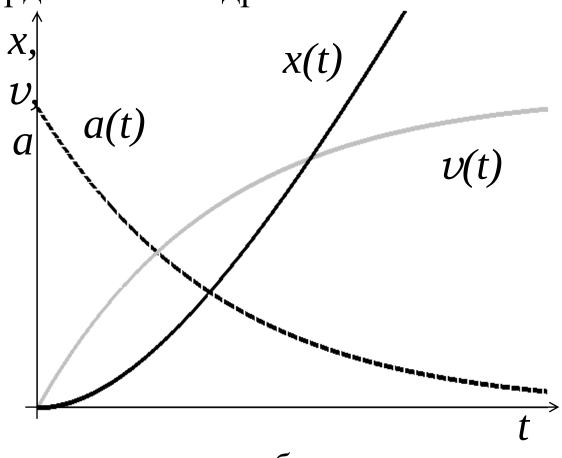
координата ракеты $x(t) =$

$$= ut - \frac{u}{\beta} \frac{M_p + m_{max}(1 - \beta t)}{m_{max}} \ln \frac{M_p + m_{max}}{M_p + m_{max}(1 - \beta t)}.$$

Если ***масса газа много меньше массы ракеты*** $m_{max} << M_p$, то вторым слагаемым в знаменателе в выражении для ускорения можно пренебречь: $a \approx \frac{u\beta m_{max}}{M_p}$. Тогда ракета движется практически с постоянным ускорением. Известно, что при движении с постоянным ускорением скорость возрастает линейно, а координата – квадратично.



а



б

Рис. 3

В этих условиях графики скорости и ускорения напоминают линейные зависимости (рис. 3*а*). График координаты отражает ускоренный (квадратичный) характер движения. Ускорение слабо отличается от константы, а движение слабо отличается от равноускоренного.

После вытекания всего газа (топлива) характер движения резко меняется: ускорение обращается в ноль (реактивная сила прекращает действовать), скорость становится постоянной, а координата возрастает линейно. На рисунке 3*а* изображены графики $a(t)$, $v(t)$, $x(t)$ в течение разгона, равномерное движение после разгона НЕ представлено.

Когда газ (топливо) вытекает при постоянном объеме $V = const$, масса экспоненциально зависит от времени $m_г = m_{max}e^{-\beta t}$. Следовательно, при разгоне из состояния покоя и начала координат ($v_0 = 0$, $x_0 = 0$)

скорость ракеты $$v(t) = u\ln\frac{M_p + m_{max}}{M_p + m_{max}e^{-\beta t}},$$

ускорение ракеты $$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{u\beta m_{max}e^{-\beta t}}{M_p + m_{max}e^{-\beta t}},$$

координата ракеты $$x(t) = u\int_0^t \ln\frac{M_p + m_{max}}{M_p + m_{max}e^{-\beta t}}dt.$$

Если ***масса газа много меньше массы ракеты*** $m_{max} << M_p$, то вторым слагаемым в знаменателе в выражении для ускорения также можно пренебречь: $a(t) = \frac{u\beta\, m_{max}}{M_p}e^{-\beta t}$. Ускорение ракеты постепенно уменьшается до нуля.

Графики скорости и ускорения напоминают экспоненциальные зависимости (рис. 3*б*). Ускорение постоянно уменьшается, скорость стремится к константе, координата – к линейной зависимости. Ускоренное движение плавно переходит в равномерное.

Следует также помнить, что после окончания разгона (после истечения всего топлива) ракета будет двигаться с постоянной скоростью v_{max}, координата ракеты будет расти линейно, а ускорение равно нулю. То есть, скорость и ускорение ракеты будут носить кусочно-непрерывный характер, если вытекание газа происходит при постоянном давлении. Скорость и ускорение будут носить непрерывный характер, если вытекание газа происходит при постоянном объеме. Координата в обоих случаях растет непрерывно.

В случае, когда ***массы ракеты и газа сравнимы***, что, как правило, наблюдается в реальности, зависимости ускорения, скорости и координаты определяются теми же аналитическими выражениями, но графически выглядят несколько сложнее (при обоих режимах вытекания).

Наибольшие различия наблюдаются в начале разгона. Для упрощения анализа этот случай в работе не рассматривается.

2. Рабочие формулы

Сравнивая полученные в параграфе 1.4 зависимости, легко заметить, что в обоих случаях ракета в начальный момент времени будет иметь одинаковое ускорение

$$a(0) = \frac{u\beta m_{max}}{M_{р} + m_{max}} = \frac{u^2 S}{V_{max}} \cdot \frac{m_{max}}{M_{р} + m_{max}}, \text{ т.к. } \beta = \frac{uS}{V_{max}}.$$

Максимальная скорость, которую ракета может достигнуть при разгоне, в обоих случаях также будет одинаковой

$$v_{max} = u \ln \frac{M_p + m_{max}}{M_p}.$$

При вытекании газа (топлива) при постоянном давлении $p = const$ время разгона (время, за которое ракету можно разогнать до максимальной скорости) будет конечным и равным

$$t_{max} = \frac{1}{\beta} = \frac{V_{max}}{uS}.$$

Каждое из приведенных выражений содержит значение скорости истечения топлива u. Это открывает возможность экспериментального определения скорости истечения газа (топлива) разными способами: 1) через время разгона; 2) через максимальную скорость, развитую ракетой; 3) через начальное ускорение ракеты.

Необходимые для этого формулы легко получить самостоятельно.

3. Модель экспериментальной установки

В данной работе с помощью средств компьютерной графики моделируется процесс реактивного движения «ракеты» в горизонтальном направлении в вакууме. Действие силы тяжести компенсируется силой реакции опоры (горизонтальной поверхности), по которой движется «ракета». Сила трения между «ракетой» и опорой отсутствует. Чтобы фиксировать положение «ракеты» в разные моменты времени, вдоль всего пути «ракеты» расположены датчики, которые в автоматическом режиме позволяют фиксировать время прохождения «ракетой» данной точки пространства. Датчики располагаются равномерно по всему пути «ракеты». Расстояние между датчиками можно менять с шагом 50 см. Время прохождения «ракеты» через датчики измеряется с помощью автоматического секундомера с точностью 10^{-4}с.

Работа выполняется на IBM-совместимом персональном компьютере в виде самостоятельного Windows-приложения. Для удобства выполнения работы в программе предусмотрены три раздела: краткое описание работы; порядок выполнения работы и эксперимент. Переключение между разделами осуществляется с помощью кнопок «Ход работы» и «Эксперимент». Нажатие этих кнопок в зависимости от контекста работы программы приводит либо к вызову соответствующих разделов, либо к возвращению в раздел описания.

Раздел программы «Эксперимент» содержит панель инструментов с кнопками для выбора «ракет» различной массы, счетчики для изменения диаметра сопла «ракеты» и для изменения расстояния между датчиками, раскрывающийся список газов, которые будут использоваться в эксперименте в качестве «топлива», а также вспомогательные кнопки, позволяющие управлять экспериментом.

Варианты выполнения работы

Вари-ант	Газ	Вари-ант	Газ
1	Хлористый водород HCl	8	Циан C_2N_2
2	Фтор F_2	9	Н-бутан C_4H_{10}
3	Аргон Ar	10	Сернистый газ SO_2
4	Пропилен C_3H_6	11	Двуокись хлора ClO_2
5	Пропан C_3H_8	12	Хлор Cl_2
6	Двуокись азота NO_2	13	Селенистый водород H_2Se
7	Хлористый метил CH_2Cl	14	Криптон Kr

4. Порядок выполнения работы

4.1. Краткое описание хода работы

1. Выберите «топливо» (по указанию преподавателя).

2. Выберите режим вытекания «топлива»: при постоянном давлении.

3. Выберите расстояние между датчиками времени.

Зависимость кинематических характеристик движения «ракеты» от диаметра сопла (при p = const)

4. Выполните 5 опытов для «ракеты» с минимальной массой и разными диаметрами сопла.

Зависимость кинематических характеристик движения «ракеты» от массы «ракеты» (при p = const)

5. Выполните 5 опытов для «ракет» с разными массами и средним диаметром сопла.

6. Рассчитайте скорость и ускорение в каждом из проведенных опытов.

7. Постройте по 5 зависимостей координаты, скорости и ускорения на одном графике для разных масс «ракеты» и разных размеров сопла.

8. Определите время разгона и максимальную скорость «ракеты».

9. Постройте зависимость времени разгона «ракеты» от диаметра сопла.

10. Постройте зависимость максимальной скорости от массы «ракеты».

11. Рассчитайте скорость истечения «топлива».

12. Выберите режим вытекания «топлива»: при постоянном объеме.

Зависимость кинематических характеристик движения «ракеты» от массы «ракеты» (при *V* = const)

13. Выполните 3 опыта для «ракет» с различными массами и средним диаметром сопла.

14. Рассчитайте скорость и ускорение в каждом из проведенных опытов.

15. Постройте по 3 зависимости координат, скорости и ускорения на одном графике.

Сравнение режимов вытекания «топлива»

16. Совместите зависимости координаты, скорости и ускорения при одинаковых параметрах, полученные при разных режимах истечения «топлива».

17. По графику сравните изменение скорости со временем при разных режимах истечения «топлива».

18. По графику ускорения определите начальное ускорение «ракеты».

19. Рассчитайте скорость истечения «топлива».

20. Рассчитайте теоретическое значение скорости истечения «топлива».

21. Сделайте выводы.

4.2. Детальное описание хода работы

При выполнении работы рекомендуется следующая последовательность действий:

1. Раскрывающийся список ***«Газ»*** содержит список газов, используемых в работе в качестве «топлива» для «ракеты». Выберите «топливо» (по указанию преподавателя). Для выбранного газа рядом со списком автоматически указывается масса газа, его молярная масса, температура, объем и давление газа на старте.

2. На панели инструментов ***«Режим вытекания «топлива»»*** установите переключатель в положение ***«при постоянном давлении»***. В процессе вытекания «топлива» длина топливного бака (а, следовательно, и его объем) будет уменьшаться так, чтобы внутри бака поддерживалось постоянное давление.

3. Вдоль всего пути движения «ракеты» расположены датчики, которые позволяют фиксировать время прохождения «ракеты» через точку, в которой расположен датчик. Датчики располагаются на одинаковом расстоянии друг от друга. С помощью счетчика ***«Расстояние между датчиками»*** можно регулировать положение датчиков. Для повышения точности при определении времени разгона выберите минимально возможное расстояние между датчиками.

Зависимость кинематических характеристик движения «ракеты» от диаметра сопла (при *p* = const)

4. С помощью кнопок на панели инструментов ***«Ракета»*** выберите «ракету» с наименьшей массой. Масса выбранной ракеты автоматически указывается рядом с кнопками.

С помощью счетчика ***«Диаметр сопла»*** установите минимальное значение.

Нажмите кнопку ***«Пуск»*** на панели ***«Секундомера»***. Начнется истечение «топлива», «ракета» придет в движение. При пересечении ракетой датчиков в поле секундомера ***«Время прохождения датчиков»*** автоматически будут отображаться положение датчика (x(м)) и время его прохождения «ракетой» (t(с)). Для повторного выполнения эксперимента сначала верните ракету в начальное положение с помощью кнопки ***«Начальное положение»***, а затем нажмите кнопку ***«Пуск»***.

Координаты «ракеты» и время ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 1.

Эксперимент заканчивается автоматически, когда «ракета» пройдет весь отмеренный участок пути, независимо от того, закончилось ли в «ракете» топливо или нет. При необходимости эксперимент можно досрочно прервать. Для этого следует нажать кнопку ***«Стоп»***, которая доступна только во время движения «ракеты».

Повторите эксперимент еще для четырех значений ***«Диаметра сопла»***. Изменяйте диаметр так, чтобы последний эксперимент был выполнен с соплом максимального диаметра.

Зависимость кинематических характеристик движения «ракеты» от массы «ракеты» (при *p* = const)

5. С помощью счетчика ***«Диаметр сопла»*** выберите сопло среднего диаметра из имеющихся в работе.

С помощью кнопок на панели инструментов ***«Ракета»*** выберите «ракету» с наименьшей массой.

Выполните эксперимент: нажмите кнопку ***«Пуск»*** на панели ***«Секундомера»***.

Повторите эксперимент еще для четырех «ракет» с бо́льшими массами с таким расчетом, чтобы в последнем эксперименте участвовала ракета наибольшей массы из имеющихся в работе.

6. На каждом участке траектории, зная две соседние координаты «ракеты» x_{i-1} и x_i и время их прохождения t_{i-1} и t_i, можно рассчитать среднюю скорость на этом участке

$$v_i = \frac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} = \frac{\Delta x}{t_i - t_{i-1}}.$$

Учитывая, что датчики расположены на одинаковом расстоянии, величина $x_i - x_{i-1}$ на каждом участке траектории будет одинаковой, ее можно обозначить как Δx (расстояние между датчиками).

Полученное значение скорости v_i является средним, поэтому при построении графика его следует интерпретировать как скорость в средней точке отрезка $[t_{i-1}, t_i]$. Поэтому для каждого значения скорости необходимо вычислить соответствующее среднее время

$$\bar{t}_i = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}.$$

Полученные значения средней скорости и среднего времени ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 1.

Значения ускорения вычисляются аналогично, по значениям скорости v_{i-1} и v_i:

$$a_i = \frac{v_i - v_{i-1}}{\bar{t}_i - \bar{t}_{i-1}}.$$

Полученное значение ускорения также является средним, поэтому для построения графика также необходимо вычислить соответствующее среднее время (обозначим его, например, $\bar{\tau}_i$)

$$\bar{\tau}_i = \frac{\bar{t}_{i-1} + \bar{t}_i}{2}.$$

Полученные значения среднего ускорения и времени ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 1.

Расчеты выполните для всех проведенных опытов.

Учитывая, что секундомер измеряет время с точностью до 10^{-4} с, все вычисления необходимо выполнять с точностью не менее чем до четырех значащих цифр.

Рекомендации. Для повышения эффективности расчетов можно использовать электронные таблицы (например, MS Excel).

7. На одном графике постройте все 5 зависимостей координаты «ракеты» от времени $x = x(t)$, полученные пункте 4.

На другом графике постройте 5 зависимостей скорости «ракеты» от времени $v = v(t)$, полученные по результатам обработки экспериментов, проведенным в пункте 4.

На третьем графике постройте 5 зависимостей ускорения «ракеты» от времени $a = a(t)$, полученные по результатам обработки экспериментов, проведенным в пункте 4.

По результатам экспериментов, проведенных в пункте 5, постройте еще три аналогичных графика $x = x(t)$, $v = v(t)$, $a = a(t)$.

8. После истечения всего «топлива» разгон «ракеты» заканчивается, скорость больше не увеличивается.

По таблицам проанализируйте каждую полученную зависимость $v = v(t)$ и определите:

1) из экспериментов, проведенных при выполнении пункта 4, время разгона – момент времени, начиная с которого скорость «ракеты» перестает изменяться (скорости следует считать одинаковыми, если они отличаются меньше, чем на 0,1 м/с);

2) из экспериментов, проведенных при выполнении пункта 5, максимальную скорость, с которой «ракета» движется после окончания разгона – вычислите сред-

нее значение всех скоростей «ракеты» после разгона (вычисления необходимо выполнять с точностью до четырех значащих цифр).

ЗАПИШИТЕ полученные значения В ТАБЛИЦУ 2.

9. Постройте зависимость времени разгона «ракеты» от диаметра сопла (по значениям таблицы 2 для экспериментов, проведенных при выполнении пункта 4).

10. Постройте зависимость максимальной скорости от массы «ракеты» (по значениям таблицы 2 для экспериментов, проведенных при выполнении пункта 5).

На основании построенного графика сделайте прогноз: с какой максимальной скоростью может двигаться «ракета» массой 5 и 10 кг.

11. Время разгона совпадает со временем полного истечения «топлива» и связано со скоростью истечения «топлива». Зная эту зависимость, рассчитайте скорость истечения «топлива» для каждого времени разгона (при постоянной массе «ракеты») с точностью до четырех значащих цифр.

Максимальная скорость «ракеты» также зависит от скорости истечения «топлива». Рассчитайте скорость истечения «топлива» для каждого значения максимальной скорости (при постоянном диаметре сопла) с точностью до четырех значащих цифр.

Выясните, зависит ли скорость истечения «топлива»: а) от диаметра сопла; б) от массы ракеты.

12. На панели инструментов ***«Режим вытекания «топлива»»*** установите переключатель в положение ***«при постоянном объеме»***. В процессе вытекания «топлива» объем топливного бака будет оставаться постоянным, следовательно, давление «топлива» будет постепенно уменьшаться.

Расстояние между датчиками можно увеличить, так как ожидаемые с точки зрения теории зависимости должны быть гладкими (в отличие от движения при постоянном давлении), поэтому количество обрабатываемых данных можно сократить. Однако используемый в работе метод вычисления скорости и ускорения является приближенным (неточным) и может привести к большой погрешности в определении скорости и ускорения, если расстояние между датчиками выбрать слишком большим. Поэтому для изучения вытекания «топлива» при постоянном объеме топливного бака расстояние между датчиками увеличьте в 1,5 раза по сравнению с тем, которое использовалось при изучении предыдущего режима вытекания «топлива».

Зависимость кинематических характеристик движения «ракеты» от массы «ракеты» (при V = const)

13. Выполните 3 опыта для «ракет» с различными массами при среднем диаметре сопла. Выбирайте массу ракеты так, чтобы хотя бы в одном опыте параметры «ракеты» (масса и диаметр сопла) совпали с параметрами, установленными в опытах при постоянном давлении (в пункте 4).

14. Рассчитайте скорость и ускорение в каждом из проведенных опытов так же, как описано в пункте 6.

15. Постройте 3 графика, на каждом из которых по 3 кривых, также как описано в пункте 7.

Сравнение режимов вытекания «топлива»

16. Выберите из опытов, проделанных в пунктах 4 и 13, эксперименты с одинаковыми параметрами (массой «ракеты» и диаметром сопла). Постройте графики

$x = x(t)$, $v = v(t)$, $a = a(t)$, на каждом из которых одна кривая соответствует вытеканию «топлива» при постоянном давлении (пункт 4), а вторая – при постоянном объеме (пункт 13), но с одинаковыми параметрами «ракеты».

17. По графику скорости определите, насколько скорость ракеты в конце опыта отличается от максимальной, или насколько дольше разгоняется «ракета» при одном режиме вытекания, чем при другом. По таблице определите максимальную скорость «ракеты» при разных режимах вытекания «топлива».

18. По графику ускорения определите начальное ускорение «ракеты». Для этого продлите полученные зависимости до пересечения с осью, по которой откладывали ускорение. Обе кривые должны пересечься с осью в одной точке, которая и соответствует начальному ускорению «ракеты».

19. Согласно теории начальное ускорение связано со скоростью истечения топлива. Зная эту зависимость, рассчитайте скорость истечения «топлива» с точностью до четырех значащих цифр.

20. Для тех же размеров сопла, что в пункте 16, рассчитайте теоретическое значение скорости истечения «топлива». Для корректного сравнения с экспериментальными данными теоретическое значение скорости истечения «топлива» должно иметь такое же количество значащих цифр, как и экспериментальные, полученные при выполнении пунктов 11 и 19.

Зная теоретическое значение скорости истечения «топлива» для тех же «ракет», что в пункте 16, рассчитайте теоретическое значение максимальной скорости с той же точностью, с которой получены экспериментальные данные.

Сравните теоретическое и экспериментальное значения скорости истечения «топлива». Сравните теоретическое и экспериментальное значения максимальной скорости ракеты.

21. Сделайте выводы.

Чем отличается разгон «ракеты» при разных режимах истечения «топлива» (по характеру изменения скорости и ускорения)?

Какой режим истечения «топлива» является более эффективным, почему?

Зависит ли скорость истечения «топлива» от параметров «ракеты» (массы и диаметра сопла)?

Как максимальная скорость «ракеты» зависит от ее массы и диаметра сопла (при вытекании «топлива» при постоянном давлении)?

Как время разгона «ракеты» зависит от ее массы и диаметра сопла (при вытекании «топлива» при постоянном давлении)?

Оцените, насколько может отличаться время разгона «ракеты» при постоянном объеме и при постоянном давлении (в несколько, десятки, сотни и т.д. раз).

Зависит ли продолжительность эксперимента (при прочих равных условиях) от режима истечения «топлива»? Почему?

5. Контрольные вопросы

1. Какое движение называется реактивным?
2. Что такое реактивная сила? За счет чего она возникает?
3. Какую скорость можно рассчитать по формуле Циолковского? Как?

4. Как рассчитать скорость истечения топлива из ракеты, если в качестве топлива выступает газ при постоянной температуре, а ракета движется горизонтально в вакууме?
5. Как меняется масса газа в ракете, если объем топливного бака постоянно уменьшается, так что давление в баке остается постоянным?
6. Как меняется масса газа в ракете, если объем топливного бака остается постоянным?
7. Как вычислить кинематические характеристики движения ракеты при различных режимах вытекания топлива?
8. Через какие характеристики движения ракеты можно рассчитать скорость истечения топлива?
9. Сформулируйте цель работы.
10. Кратко опишите последовательность выполнения работы.

Таблица 1

Координаты		Скорость		Ускорение	
x, м	t, с	v, м/с	$\bar{t}$, с	a, м/с^2	$\bar{\tau}$, с
0,0	0,000	0,0	0,000		
2,0					
…					

Таблица 2

Диаметр сопла d, мм	Время истечения t_{max}x, с	Скорость истечения u, м/с	Масса ракеты M_p, кг	Время истечения t_{max}, с	Скорость истечения u, м/с

Учебное издание

РЕВИНСКАЯ Ольга Геннадьевна
КРАВЧЕНКО Надежда Степановна

РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Учебно-методическое пособие по изучению моделей
физических процессов и явлений на компьютере
с помощью лабораторной работы № МодМ–06
для студентов всех специальностей

Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии с качеством предоставленного оригинал-макета

Подписано к печати __.__.2022. Формат 60x84/16. Бумага «Классика».
Печать RISO. Усл.печ.л. 1,16. Уч.-изд.л. 1,05.
Заказ . Тираж 30 экз.

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru