



ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ



Высшая математика: онлайн сопровождение всех форм обучения

Имас Ольга Николаевна,

к. ф-м. н., доцент отделения математики и информатики школы базовой инженерной подготовки ТПУ

Платформа LMS Moodle

Центр цифровых образовательных технологий

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ



Имас Ольга Николаевна

Математика 2.2, Математика 2.3,

Имас Ольга Николаевна

1. Неопределённый интеграл

Решение многих задач приводит к необходимости восстанавливать неизвестную функцию по заданной её производной или известному дифференциалу. Например, вычисление массы по заданной плотности, нахождение работы по известной мощности, нахождение положения точки по её скорости и др. Такие задачи решаются с помощью одной из основных операций математического анализа – интегрирования.

Файлы: 6 Гиперссылки: 2 Лекции: 2 Тесты: 3 Задание: 1 Страницы: 1
Прогресс: 0%

2. Определённый интеграл

Основные принципы интегрального исчисления сформулировали независимо друг от друга Исаак Ньютон и Готфрид Лейбниц в конце 17-го века. Они считали интеграл в виде бесконечной суммы прямоугольников бесконечно малой ширины. Строгое математическое определение интеграла, основанное на предельном переходе, сформулировал Бернхард Риман. При этом интеграл Римана приблизительно равен площади криволинейной области, разбитой на тонкие вертикальные полоски. Начиная с девятнадцатого столетия стали появляться более сложные понятия интегралов, в которых был обобщен тип функции, а также область, по которой выполняется интегрирование.

3. Дифференциальные уравнения

Многие физические законы имеют вид дифференциальных уравнений, то есть соотношений между функциями и их производными. Задача интегрирования этих уравнений – одна из важнейших задач математики. Некоторые дифференциальные уравнения удаётся проинтегрировать в явном виде, то есть записать искомую функцию в виде формулы. решения некоторых дифференциальных уравнений до сих пор не удаётся найти достаточно удобных формул. В этих случаях применяют различные приближённые и численные методы, позволяющие найти решение в табличном виде или в виде ряда.

4. Ряды

Понятие бесконечных сумм фактически было известно ученым Древней Греции (Евдокс, Евклид, Архимед). Нахождение бесконечных сумм являлось составной частью так называемого метода исчерпывания, широко используемого древнегреческими учеными для нахождения площадей фигур, объемов тел, длин кривых и т.д. Так, например, Архимед для вычисления площади параболического сегмента (т.е. фигуры, ограниченной прямой и параболой) нашёл сумму бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем

1. Неопределённый интеграл

Теоретический блок



Таблица интегралов



Таблица производных



Г.М. Фикстенгольц Курс дифференциального и интегрального исчисления



Л 1



Л 2

Практика

Практика 1. Подведение под знак дифференциала.

Практика 2. Интегрирование по частям.

Практика 3. Интегрирование рациональных дробей.

Практика 4. Тригонометрические функции.

Практика 5. Иррациональные выражения.



Тест 1



Тест 2

Контролирующий блок



ИДЗ 1



Контрольная работа №1. Примерный вариант



ИТОГ 1

Дополнительные материалы



Тренажер "Таблица интегралов"



Тренажер "Интегрирование по частям в неопределённом интеграле. Начальный уровень"



Тренажер "Интегрирование по частям в неопределённом интеграле. Средний уровень"



учебное видео (youtube)



Решение типовых примеров

Формирование математического мышления



Навык теоретического анализа:

изучение теории с мгновенной обратной связью и приложениями.

Предлагаем сделать вывод об этой теореме

Определите геометрический смысл теоремы Ролля

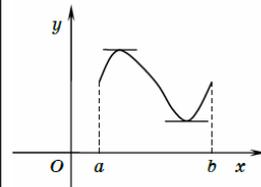
- Существует точка на интервале $(a;b)$, в которой касательная к $f(x)$ параллельна оси Oy
- Существует точка на интервале $(a;b)$, в которой касательная к $f(x)$ параллельна оси Ox
- Существует точка на отрезке $[a;b]$, в которой касательная к $f(x)$ параллельна оси Ox
- Существует точка на отрезке $[a;b]$, в которой касательная к $f(x)$ параллельна оси Oy

Формулируем и обсуждаем теорему

2. Теорема Ролля

Теорема (Ролля). Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a;b]$ и $f(a) = f(b)$, тогда существует точка $c \in (a;b)$.

Геометрически теорема Ролля означает, что на графике функции на отрезке равные значения, существует точка $(c; f(c))$, в которой касательная параллельна оси Ox .



Заметим, что точек, в которых производная функции равна нулю, может быть несколько. Мы рассмотрим только одну такую точку.

назад к теории

далее к теории

к вопросам

Формирование математического мышления.

Формулируем и обсуждаем теорему

3. Теорема Лагранжа

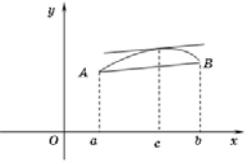
Теорема (Лагранжа). Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a; b]$, а по крайней мере, одна точка $c \in (a; b)$ такая, что

$$f(b) - f(a) = f'(c)(b - a).$$

Выясним геометрический смысл теоремы Лагранжа. Равенство $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ можно переписать в виде

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c).$$

Величина $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ в левой части равенства есть угловой коэффициент секущей к кривой $y = f(x)$ в точках A и B . Величина $f'(c)$ — есть угловой коэффициент касательной к кривой $y = f(x)$ в точке C . По крайней мере одна точка C такая, что касательная к кривой в этой точке параллельна секущей.



Заметим, что теорема Ролля является частным случаем теоремы Лагранжа.

[назад к теории](#) [далее к теории](#) [к вопросам](#)



Предлагаем сделать вывод об этой теореме

Дана функция $y = 2x - x^2$, которая удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа на $[0; 1]$. Найдите c .

Ваш ответ

Отправить

Теорема Лагранжа устанавливает связь значений функции

- на концах отрезка со значением ее производной в некоторой точке отрезка
- в любых точках отрезка со значением ее производной в любой точке отрезка
- в произвольных точках отрезка со значением ее производной в середине отрезка
- на концах отрезка со значением ее производной в любой точке отрезка
- в середине отрезка со значением ее производной на концах отрезка

Отправить

Формирование математического мышления.

— Плюсы

- удалось заставить студентов обращать внимание на некоторые теоретические тонкости, которые обычно на практике не успеваем проработать;
- после многократного повторения «лекции» легко воспроизводят громоздкие формулировки

— Минусы

- Основным источником информации является материал лекции, классические учебники не изучаются;
- если вопросов не очень много, то ответы бездумно воспроизводятся слабыми студентами под диктовку сильных (решена кластером).

Структура семестрового курса для дистанционной формы



Центр цифровых образовательных технологий

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ



19 Февраль - 25 Февраль

Неделя 1. Последовательность и ее предел

На этой неделе вы научитесь: определять и доказывать свойства последовательности, вычислять предел последова

26 Февраль - 4 Март

Неделя 2. Предел функции

На этой неделе вы научитесь: идентифицировать основные элементарные функции, находить пределы, раскрывая не

5 Март - 11 Март

Неделя 3. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые

На этой неделе вы научитесь: находить эквивалентные бесконечно малые функции, с помощью них упрощать выраж неопределенности вида $0/0$, 1^∞ .

12 Март - 18 Март

Неделя 4. Сравнение асимптотического поведения функций

На этой неделе вы научитесь: определять порядки бесконечно малых и бесконечно больших функций, использовать

19 Февраль - 25 Февраль

Неделя 1. Последовательность и ее предел

На этой неделе вы научитесь: определять и доказывать свойства по

Учебные материалы

Учебник "Последовательность и её предел"

Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике.

Практикум. Примеры решения задач

Домашняя работа 1

Дополнительные материалы

Конев В.В. Последовательности (Электронный учебник)

Оцениваемые мероприятия

Лекция 1

ИДЗ 1. Ч1

Формирование вычислительных навыков.



Использование обучающих тренажеров: инструментом «тест» формируются вопросы с пошаговыми инструкциями и возможностью после выполнения посмотреть на свои ошибки.

Упростите выражение

$$\frac{(n+2)! - n!}{(n+1)!} =$$

Используя определение факториала $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$

$(n+1)!$ и $(n+2)!$ можно записать как

$$(n+1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1) = n! \cdot (n+1)$$

$$(n+2)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n+2) = n! \cdot (n+1) \cdot (n+2)$$

Запишите $(n+1)!$ и $(n+2)!$ через множитель $n!$

(без пробелов)

$$= \frac{n! \cdot \boxed{} \cdot \boxed{} - n!}{n! \cdot \boxed{}} =$$

Вынесите в числителе общий множитель за скобку

$$= \frac{\boxed{}! \cdot (\boxed{} \cdot \boxed{} - \boxed{})}{\boxed{}! \cdot \boxed{}} =$$

Сократите общие множители в числителе и знаменателе,

$$= \frac{\boxed{} \cdot \boxed{} - \boxed{}}{\boxed{}} =$$

Раскройте скобки и приведите подобные в числителе, запишите ответ

$$= \frac{\boxed{}^2 + \boxed{} + \boxed{}}{\boxed{}} =$$

Упростите выражение

$$\frac{(n+2)! - n!}{(n+1)!} =$$

Используя определение факториала $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$

$(n+1)!$ и $(n+2)!$ можно записать как

$$(n+1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1) = n! \cdot (n+1)$$

$$(n+2)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n+2) = n! \cdot (n+1) \cdot (n+2)$$

Запишите $(n+1)!$ и $(n+2)!$ через множитель $n!$

(без пробелов)

$$= \frac{n! \cdot (n+1) \cdot \boxed{} - n!}{n! \cdot (n+1) \cdot \boxed{}} =$$

Вынесите в числителе общий множитель за скобку

$$= \frac{n \cdot \boxed{}! \cdot ((n+1) \cdot \boxed{} - 1)}{n \cdot \boxed{}! \cdot (n+1) \cdot \boxed{}} =$$

Сократите общие множители в числителе и знаменателе,

$$= \frac{(n+1) \cdot \boxed{} - 1}{(n+1) \cdot \boxed{}} =$$

Раскройте скобки и приведите подобные в числителе, запишите ответ

$$= \frac{n \cdot \boxed{}^2 + 3n \cdot \boxed{} + 1}{(n+1) \cdot \boxed{}} =$$

Формирование вычислительных навыков.



Использование обучающих тренажеров: инструментом «тест» формируются вопросы с пошаговыми инструкциями и возможностью после выполнения посмотреть на свои ошибки.

Вопрос 11

Частично
правильный

Баллов: 15.87
из 17.00



Редактировать
вопрос

Вычислите предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 27} - 2n) =$$

Определите вид неопределенности = | $\infty - \infty$ |

Воспользуйтесь формулой сокращенного умножения $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, чтобы избавиться от неопределенности.

Домножьте и разделите выражение последовательности на сопряженное. Обратите внимание на ЗНАК (плюс или минус?)

(ответ вводите без пробелов, без *)

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{4n^2 + 27} - 2n) \cdot (\sqrt{4n^2 + 27} + 2n)}{\sqrt{4n^2 + 27} + 2n} =$$

Перемножьте множители в числителе по формулам сокращенного умножения $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 27 - 4n^2}{\sqrt{4n^2 + 27} + 2n} =$$

Приведите подобные

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{27}{\sqrt{4n^2 + 27} + 2n} =$$

В знаменателе воспользуйтесь свойством бесконечно больших - оставьте только слагаемые, содержащие самые большие степени n , и приведите подобные (учтите $\sqrt{a^2} = a$ при $a > 0$).

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{27}{2n} =$$

Запишите ответ

$$= 0$$

Формирование вычислительных навыков.



Использование интерактивных математических симуляторов.

Тема: «разложение определителя по строке или столбцу».

Ставится **Задача**: получить нули во второй строке

Затем предлагается инструкция

Шаг: вычтите из второго столбца первый столбец



Mozilla Firefox

stud.lms.tpu.ru/pluginfile.php/158049/mod_page/content/8/zerosN4.swf

1. Вычислите определитель.

Задача: Получите нули во второй строке.

Шаг: Вычтите из второго столбца первый столбец.

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -3 & 3 \\ -1 & -1 & 0 & -3 \\ -2 & -1 & 4 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -3 & -6 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 4 & 10 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -6 & -3 & -6 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 4 & 10 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

-9 -7 -6 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 9 10 14 69

Студент мышкой перетаскивает цифру из нижней строки – банка цифр – на соответствующую позицию в определителе.

Если задача выполнена верно, предлагается следующий определитель. Если допущена ошибка, тренажер не пускает студента к дальнейшему шагу.

Формирование вычислительных навыков.



Использование **интерактивных математических симуляторов.**

Другой пример – симулятор «разложение определителя по строке».

Следуя инструкции, как пазл собирается разложение, запрашивается Проверка

Если допущена ошибка, неверные цифры сыпаются в нижнюю строку.

$D = \begin{vmatrix} 5 & 10 & -4 \\ 5 & 1 & -6 \\ 1 & 3 & -7 \end{vmatrix} =$

Разложите определитель по третьему столбцу

$= +(-1) * \begin{vmatrix} & & \end{vmatrix} + +(-1) * \begin{vmatrix} & & \end{vmatrix} + +(-1) * \begin{vmatrix} & & \end{vmatrix}$

-7 -6 -4 1 3 4 5 6 10

Проверка Сброс

RECORDED WITH SCREENCAST MATIC

Формирование математического мышления.

— Плюсы

- увлекательно;
- тренирует внимательность к инструкциям
- использование случайных чисел позволяет сгенерировать большое количество задач

— Минусы

- трудозатратный для создателей;
- не интегрирован в журнал оценок;
- сильным студентам быстро надоедает.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

Докладчик: доцент ТПУ

Ольга Николаевна Имас

Педагогическая деятельность.

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 8 & 10 \\ -2 & -9 & -6 \\ -1 & -6 & -7 \end{vmatrix} =$$

Разложите определитель по третьей строке

$$= (-1) \cdot (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 10 \\ -9 & -6 \end{vmatrix} + (-6) \cdot (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 10 \end{vmatrix} + (-7) \cdot (-1)^8 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -6 \\ -2 & -9 \end{vmatrix}$$

Вычеркните из исходной матрицы третью строку и третий столбец.
Оставшиеся элементы в том же порядке впишите в этот определитель.

Mozilla Firefox

stud.ms.tpu.ru/pluginfile.php/158049/mod_page/content/8/determinantLswf

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 8 & 10 \\ -2 & -9 & -6 \\ -1 & -6 & -7 \end{vmatrix} =$$

Разложите определитель по третьей строке

Вы допустили ошибки

$$= (-1) \cdot \begin{vmatrix} 8 & 10 \\ -9 & -6 \end{vmatrix} + (-6) \cdot \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 10 \end{vmatrix} + (-7) \cdot \begin{vmatrix} -1 & -6 \\ -2 & -9 \end{vmatrix}$$

Вычеркните из исходной матрицы третью строку и третий столбец.
Оставшиеся элементы в том же порядке впишите в этот определитель.

Mozilla Firefox

stud.ms.tpu.ru/pluginfile.php/158049/mod_page/content/8/determinantLswf

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 8 & 10 \\ -2 & -9 & -6 \\ -1 & -6 & -7 \end{vmatrix} =$$

Разложите определитель по третьей строке

$$= (-1) \cdot (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 10 \\ -9 & -6 \end{vmatrix} + (-6) \cdot (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 10 \end{vmatrix} + (-7) \cdot (-1)^8 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -6 \\ -2 & -9 \end{vmatrix}$$

Вычеркните из исходной матрицы третью строку и третий столбец.
Оставшиеся элементы в том же порядке впишите в этот определитель.