

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

В. И. Беспалов

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ
С ВЕЩЕСТВОМ**

*Рекомендовано учебно-методическим объединением вузов
в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся
по направлению 140300 «Ядерная физика и технологии»*

4-е издание

Издательство
Томского политехнического университета
2008

УДК 539.12(075.8)

ББК 22.383я73

Б 53

Беспалов В. И.

Б 53 Взаимодействие ионизирующих излучений с веществом:
учебное пособие / В. И. Беспалов. – 4-е изд. – Томск: Изд-во
Томского политехнического университета, 2008. – 369 с.: ил.

ISBN 5-98298-130-3

Учебное пособие посвящено изучению процессов взаимодействия заряженных частиц, фотонов и нейтронов с атомами вещества и анализу зависимостей сечений этих взаимодействий от типа частиц, их энергии и характеристик вещества. Приведено много данных в виде формул таблиц и графиков, полезных в практической работе.

Пособие разработано в рамках реализации Инновационной образовательной программы ТПУ по направлению «Атомная энергетика, ядерный топливный цикл, безопасное обращение с радиоактивными отходами и отработанным ядерным топливом, обеспечение и противодействие терроризму» и предназначено для студентов и магистрантов, изучающих дисциплину «Взаимодействие излучений с веществом», и также может быть полезно студентам, аспирантам и инженерам всех специальностей, связанных с применением ионизирующих излучений.

УДК 539.12(075.8)

ББК 22.383я73

Рецензенты

Доктор технических наук, начальник лаборатории
Московского радиотехнического института РАН

Б. С. Сычев

Доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник Института сильноточной электроники
Томского научного центра СО РАН

В. В. Рыжов

Доктор физико-математических наук,
профессор Южно-Уральского государственного университета

А. П. Яловец

ISBN 5-98298-130-3

© Беспалов В. И., 2007, с изменениями

© Томский политехнический университет, 2007, с изменениями

© Оформление. Издательство Томского политехнического
университета. 2007

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Введение	7
Основные обозначения и константы	9
ГЛАВА 1. Нерелятивистская кинематика упругих столкновений	10
1.1. Упругое рассеяние в ЛСК	11
1.2. Упругое рассеяние в СЦИ	12
1.3. Связь физических величин в ЛСК и СЦИ	14
Задание 1	21
Список литературы	23
ГЛАВА 2. Кинематика упругих столкновений релятивистских частиц. Кинематика неупругих столкновений	24
2.1. Релятивистская кинематика упругого рассеяния	24
2.2. Кинематика неупругих столкновений	30
Задание 2	35
Список литературы	37
ГЛАВА 3. Сечения взаимодействия (столкновения)	38
3.1. Микроскопическое сечение взаимодействия	38
3.2. Дифференциальные сечения	39
3.3. Вычисление средних величин	43
3.4. Сечения рассеяния и поглощения энергии	44
3.5. Преобразование сечений	45
3.6. Макроскопические коэффициенты взаимодействия	47
Задание 3	52
Список литературы	53
ГЛАВА 4. Упругие столкновения заряженных частиц в классической механике	54
4.1. Задача двух тел	55
4.2. Использование законов сохранения для анализа движения (нерелятивистский случай)	56
4.3. Задача Кеплера	59
4.4. Формула Резерфорда	62
Задание 4	65
Список литературы	68
ГЛАВА 5. Упругое кулоновское рассеяние заряженных частиц в квантовой механике	69
5.1. Элементы квантовой теории упругого рассеяния	69
5.2. Борновское приближение	72
5.3. Пределы применимости классического и борновского приближений	75
5.4. Метод парциальных волн (фазовая теория упругого рассеяния)	76
Задание 5	84
Список литературы	86
ГЛАВА 6. Особенности упругого рассеяния тяжелых и легких заряженных частиц атомами	88
6.1. Упругое рассеяние заряженных частиц атомами. Экранирование	88
6.2. Особенности упругого рассеяния электронов и позитронов	93
6.3. Влияние упругого рассеяния на траекторию заряженной частицы в веществе	95
6.4. Многократное рассеяние	100
6.4.1. Распределение Грудсмита-Саундерсона	101
6.4.2. Распределение Мольера	101
Задание 6	104
Список литературы	106

ГЛАВА 7. Неупругие столкновения заряженных частиц с атомными электронами	108
7.1. Неупругое рассеяние заряженных частиц на атомах.....	108
7.2. Сечение ионизации атома заряженными частицами. Дельта-электроны.....	109
7.3. Квазиклассическая теория потерь энергии на ионизацию и возбуждение атомов	122
7.4. Формула Бете-Блоха. Эффект плотности. Правило Брэгга.....	128
7.5. Торможение в веществе тяжелых многозарядных ионов.....	136
7.6. Тормозная способность медленных тяжелых заряженных частиц	137
7.7. Потери на столкновения легких заряженных частиц	139
7.8. Связь между потерями энергии и ионизацией. Трек частицы.....	147
Задание 7	149
Список литературы	151
ГЛАВА 8. Излучение заряженных частиц, движущихся в веществе.....	153
8.1. Тормозное излучение заряженных частиц.....	153
8.1.1. Классическая теория тормозного излучения	153
8.1.2. Результаты квантовой теории тормозного излучения.....	156
8.1.3. Потери энергии на тормозное излучение. Полные потери энергии	163
8.1.4. Радиационная единица длины.....	164
8.1.5. Тормозное излучение позитронов	164
8.1.6. Тормозное излучение мюонов	165
8.1.7. Влияние среды на тормозное излучение.....	166
8.1.8. Тормозное излучение из толстых мишеней	174
8.2. Излучение Вавилова-Черенкова	176
8.3. Переходное излучение	182
8.4. Эффект аннигиляции	186
Задание 8	187
Список литературы	188
ГЛАВА 9. Общие закономерности ядерных реакций. Ядерные реакции заряженных частиц.....	190
9.1. Основные определения.....	190
9.2. Законы сохранения в ядерных реакциях	191
9.2.1. Законы сохранения электрического и барионного зарядов.....	191
9.2.2. Законы сохранения энергии и импульса.....	191
9.2.3. Закон сохранения момента количества движения.....	194
9.2.4. Закон сохранения четности	196
9.2.5. Закон сохранения изотопического спина	197
9.3. Механизмы ядерных реакций	199
9.3.1. Ядерные реакции с образованием составного ядра. Формула Брейта-Вигнера.....	199
9.3.2. Прямые ядерные реакции.....	203
9.3.3. Оптическая модель ядерного взаимодействия	203
9.4. Общие свойства ядерных реакций.....	205
9.5. Особенность ядерных взаимодействий заряженных частиц	206
9.6. Типы ядерных взаимодействий заряженных частиц	208
9.6.1. Упругое рассеяние	208
9.6.2. Неупругое рассеяние.....	209
9.6.3. Реакция радиационного захвата.....	210
9.6.4. Реакции с перераспределением частиц	210
9.7. Энергетические диаграммы ядерной реакции.....	212
9.8. Особенности ядерных реакций при высоких энергиях	213
9.9. Роль ядерных реакций в ослаблении пучка заряженных частиц. Выход ядерной реакции.....	214
Задание 9	215
Список литературы	217

ГЛАВА 10. Флуктуации потерянной энергии, пробеги, коэффициенты пропускания и отражения заряженных частиц	219
10.1. Статистический разброс потерь энергии на столкновения	219
10.2. Флуктуации в потерях энергии на излучение.....	224
10.3. Пробеги заряженных частиц в веществе. Коэффициенты пропускания	225
10.4. Коэффициенты отражения (альbedo)	237
10.4.1. Основные понятия.....	237
10.4.2. Альbedo тяжелых заряженных частиц	239
10.4.3. Альbedo электронов.....	240
Задание 10	243
Список литературы	245
ГЛАВА 11. Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом.....	247
11.1. Рассеяние электромагнитных волн на свободных зарядах. Формула Томсона	247
11.2. Рассеяние электромагнитных волн связанными зарядами.....	250
11.3. Рассеяние электромагнитных волн системой зарядов. Когерентное и некогерентное рассеяние.....	253
11.4. Эффект Комптона.....	255
11.5. Фотоэффект.....	260
11.6. Эффект образования электронно-позитронных пар	264
11.7. Рассеяние фотонов на ядрах	267
11.8. Фотоядерные реакции	268
11.9. Резонансное поглощение фотонов. Эффект Мессбауэра	272
11.10. Полное сечение взаимодействия фотонов	276
11.11. Альbedo фотонов	293
Задание 11	299
Список литературы	301
ГЛАВА 12. Взаимодействие нейтронов с веществом	303
12.1. Упругое рассеяние нейтронов.....	306
12.1.1. Кинематика упругого рассеяния нейтронов	306
12.1.2. Упругое потенциальное рассеяние нейтронов	308
12.1.3. Упругое резонансное рассеяние нейтронов	309
12.2. Неупругое рассеяние нейтронов	311
12.3. Радиационный захват нейтронов	317
12.4. Неупругие реакции поглощения нейтронов с вылетом заряженных частиц и нейтронов	323
12.5. Деление ядер	326
12.6. Полное сечение взаимодействия нейтронов. Использование нейтронных сечений.....	332
Задание 12	337
Список литературы	339
Приложение 1. Программа «Компьютерная лаборатория»	341
П. 1.1. Основные характеристики программ пакета ЕРНСА.....	341
П. 1.2. Работа с программой КЛ.....	343
Задание 13	347
Список литературы	349
Приложение 2. Блок-схемы и листинги программ для статистического моделирования.....	351
Приложение 3. Ответы и пояснения к задачам.....	352
Список литературы	364
Предметный указатель.....	366

ПРЕДИСЛОВИЕ

В основу данного учебного пособия положен курс лекций, которые автор читает студентам Томского политехнического университета. Четвертое издание по содержанию соответствует третьему изданию: В.И. Беспалов **Взаимодействие ионизирующих излучений с веществом**: учеб. пособие. 3-е изд., исправ./ – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007.– 369 с. (исправлены некоторые опечатки).

Учебное пособие состоит из двенадцати глав и трех приложений. После изучения теоретического материала каждой главы следует выполнять специальные задания, которые находятся в конце главы, и состоят из вопросов для самоконтроля, упражнений и задач. Задачи, помеченные (*), следует решать на компьютере с использованием пакета «Математика». В таблицах и на графиках учебного пособия приведены численные данные, необходимые для решения задач. Эти данные могут быть полезны также при решении практических задач, связанных с прохождением излучения через вещество. Программа «Компьютерная лаборатория», описание которой дано в приложении, позволяет проводить численные эксперименты (лабораторные работы) по моделированию полей излучения заряженных частиц и фотонов и вычислять сечения различных взаимодействий этих частиц. В литературе, списки которой приведены в конце каждой главы, можно найти дополнительную теоретическую и практическую информацию, полезную при изучении материала данной главы. Кроме этого, непосредственно в тексте пособия даны ссылки на работы, в которых более подробно рассматриваются те или иные конкретные вопросы.

Учебное пособие предназначено в первую очередь для студентов и магистрантов, изучающих дисциплину «Взаимодействие излучений с веществом», но может быть полезно студентам, аспирантам и инженерам других специальностей, связанных с применением ионизирующих излучений. Изучение материала пособия предполагает знакомство обучающегося с основами общей, атомной, теоретической и ядерной физики.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить благодарность рецензентам учебного пособия: Б. С. Сычеву, В. В. Рыжову и А. П. Яловцу, а также Н. К. Рыжаковой и В. А. Сердюцкому за полезные критические замечания по отдельным главам. Глубокую благодарность выражаю профессору А. М. Кольчужкину, многочисленные беседы с которым способствовали написанию данного пособия.

Замечания и пожелания можно направлять по адресу:

bvi@interact.phtd.tpu.edu.ru

В. И. Беспалов

ВВЕДЕНИЕ

Излучение можно определить как перенос энергии в пространстве и веществе. *Ионизирующее излучение* – это излучение, взаимодействие которого со средой приводит к образованию ионов разных знаков и свободных электронов. Ионизирующее излучение может состоять из заряженных частиц, например, электронов, протонов, альфа-частиц, кинетическая энергия которых достаточна для ионизации атомов при столкновениях с ними. Такое излучение называют *непосредственно ионизирующим излучением*. Излучение, состоящее из незаряженных частиц, например, нейтронов, а также из фотонов (коротковолновое электромагнитное излучение) называют *косвенно ионизирующим излучением*. Ионизацию вещества оно производит, в основном, за счет вторичных заряженных частиц, возникающих в относительно редких взаимодействиях с атомами. Отметим, что видимый свет и ультрафиолетовое излучение не включают в понятие ионизирующего излучения.

Ионизирующее излучение возникло в момент Большого взрыва, с которого примерно 14 млрд. лет назад началось существование нашей Вселенной, и с тех пор оно присутствует в ней постоянно. Человек и все живые организмы на Земле все время подвергаются воздействию ионизирующего излучения *естественного фона*: космического (приходит из космоса) и земного происхождения. Даже сам человек в небольшом количестве содержит радиоактивные нуклиды. Таким образом, нет во всей Вселенной места, где отсутствует ионизирующее излучение.

В настоящее время человечество использует различные виды излучений для своих практических нужд в медицине, ядерной энергетике, промышленной дефектоскопии, радиационно-химических технологиях, в научных исследованиях и во многих других областях человеческой деятельности. Облучение ионизирующими частицами является основным способом исследования структуры вещества и одним из радикальных способов изменения его физических, химических и биологических свойств. Поэтому представителям различных специальностей, использующих в своей работе источники ионизирующих излучений, необходимо иметь представление о сложной совокупности процессов, происходящих в веществе при взаимодействии с ним излучений различного вида.

При прохождении ионизирующих частиц через среду в результате их взаимодействий с атомами среды в ней формируется определенное поле излучения, характеристики которого необходимо уметь определять экспериментально или теоретически для эффективного применения различных источников ионизирующих частиц. *Характеристиками поля ионизирующего излучения* являются, например, пространственное, угловое или энергетическое распределение частиц и их энергии, пространственное распределение поглощенной энергии, временные распределения частиц, их энергии и т. д. О наличии в среде излучения, о его свойствах мы можем судить только по показаниям специальных приборов – детекторов, рабочее вещество которых реагирует на излучение. В нем начинает течь ток, оно нагревается, меняет цвет, светится. Величина сигнала детектора определяется не только количеством упавших на него частиц, но также и особенностями элементарных актов взаимодействия отдельных частиц с атомами рабочего вещества детектора.

Одной из важнейших величин, характеризующей взаимодействия различных видов излучений с веществом, является сечение взаимодействия. Определение этих сечений (полных и дифференциальных) является важной задачей многих теоретических и экспериментальных разделов физики.

Данное учебное пособие посвящено изучению процессов взаимодействия различных видов ионизирующих излучений (заряженных частиц, фотонов и нейтронов) с атомами вещества и анализу зависимостей сечений этих взаимодействий от типа частиц, их энергии и характеристик вещества. Рассматривая эти вопросы, будем опираться на физическую картину происходящего, используя, в основном, достаточно простые (классические) модели взаимодействия, которые к тому же очень часто дают численные результаты, не очень уступающие по точности сложным квантовым расчетам.

Основные обозначения и константы

Z_1	– величина заряда налетающей частицы.
Z_2	– величина заряда ядер атомов вещества.
A	– масса атомов вещества; масса 1 моля при определении n_0 .
e	– элементарный заряд; $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл.
N_A	– число Авогадро; $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ 1/моль.
ρ	– прицельный параметр; плотность вещества г/см ³ .
n_0	– число атомов в 1 см ³ (плотность атомов); $n_0 = (N_A/A) \cdot \rho$.
m_e	– масса покоя электрона; $m_e = 9,1085 \cdot 10^{-28}$ г.
\hbar	– постоянная Планка, деленная на 2π ; $\hbar = 1,0546 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.
r_e	– классический радиус электрона; $r_e = e^2/m_e c^2 = 2,818 \cdot 10^{-13}$ см.
β	– скорость частицы в единицах скорости света в вакууме – c $c = 2,9979 \cdot 10^{10}$ см/с.
I^*	– эффективная энергия возбуждения атома (потенциал ионизации).
$m_e c^2$	– энергия покоя электрона; $m_e c^2 = 0,511$ МэВ.
θ	– угол рассеяния в СЦИ.
ϑ	– угол рассеяния в ЛСК.
σ	– микроскопическое сечение взаимодействия см ² .
Σ	– линейный коэффициент ослабления 1/см.
μ	– приведенная масса; массовый коэффициент ослабления см ² /г.
R_0	– средний пробег заряженной частицы в приближении непрерывного замедления.
T_N, T_E	– коэффициенты пропускания по числу частиц и по энергии.
A	– активность радионуклида.
a_0	– радиус первой боровской орбиты (боровский радиус атома водорода); $a_0 = \hbar^2/m_e e^2 = 5,29 \cdot 10^{-9}$ см.
α	– постоянная тонкой структуры; $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137,027$.
v_B	– скорость электрона на первой боровской орбите в атоме водорода; $v_B = e^2/\hbar \approx 2,19 \cdot 10^8$ см/с.
\bar{u}	– средняя скорость атомных электронов. В модели атома Томаса-Ферми $\bar{u} \approx v_B Z_2^{2/3}$.
X_0	– радиационная единица длины.
$\tilde{\lambda}_C$	– комптоновская длина волны электрона $= \hbar/m_e c = 3,86 \cdot 10^{-11}$ см.
а. е. м.	– атомная единица массы $= 1,66 \cdot 10^{-24}$ г, 1 а.е.м. $c^2 = 931,494$ МэВ.

ГЛАВА 1. НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ КИНЕМАТИКА УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ

Прохождение быстрой частицы через вещество в большинстве случаев можно рассматривать как последовательность актов столкновения частицы с атомами вещества. Исходом столкновения может быть рассеяние или поглощение первичной частицы, появление вторичных частиц. В целом все столкновения частиц с атомами можно разделить на упругие и неупругие.

Неупругие – это столкновения частиц, которые сопровождаются изменением их внутреннего состояния и рождением новых частиц. Под изменением внутреннего состояния частиц следует понимать их ионизацию или возбуждение. Примерами неупругих столкновений являются, например:

а) ${}^4_2\text{He} + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^{17}_8\text{O}$ – ядерная реакция, в результате которой появляются новые частицы. (Эту ядерную реакцию впервые осуществил Резерфорд);

б) $e^- + A \rightarrow e^- + A^*$ – рассеяние электрона на атоме, в результате которого происходит возбуждение атома (A^*), т. е. изменяется внутреннее состояние атома.

Упругие – это такие столкновения, в результате которых не появляются новые частицы и не меняется внутреннее состояние сталкивающихся частиц. Примеры упругих столкновений:

а) $\gamma + e \rightarrow \gamma' + e'$ – упругое рассеяние фотона на электроне, где штрихи указывают на изменение скоростей частиц после взаимодействия;

б) $e + A \rightarrow e' + A'$ – упругое рассеяние электрона на атоме.

Характер столкновения (взаимодействия, реакции) частицы с атомом определяется типом частицы и ее энергией. В характеристиках столкновения проявляются закономерности двух типов:

- 1) кинематические, которые вытекают из различных законов сохранения, не зависят от действующих сил в области взаимодействия и являются общими для любых типов сталкивающихся частиц;
- 2) динамические, которые обусловлены характером сил, действующих в момент взаимодействия.

Эта глава посвящена кинематическим соотношениям, которые обусловлены законами сохранения энергии и импульса. При этом ограничимся наиболее распространенными в лабораторной практике взаимодействиями двух частиц. К таким взаимодействиям относится упругое и неупругое рассеяние и большое число ядерных реакций в области энергий до нескольких сот МэВ. В задачу кинематического анализа ядерного взаимодействия из законов сохранения энергии и импульса прежде всего входит установление при заданных массах и энергиях взаимодействующих частиц связи между углами вылета различных продуктов реакции и связи между углом вылета и энергией для каждого из них [1]. Сравнение расчетных и экспериментальных данных о связи между углами вылета и энергиями продуктов ядерного взаимодействия позволяет сделать правильный выбор между различными предполагаемыми механизмами исследуемого взаимодействия.

1.1. Упругое рассеяние в ЛСК

Пусть частица, двигающаяся со скоростью $v \ll c$ (скорости света) рассеивается на покоящейся частице. Если частицы заряженные, то их взаимодействие это взаимодействие электро-

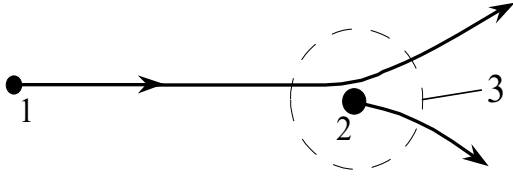


Рис. 1.1. Упругое рассеяние заряженных частиц: 1 – налетающая; 2 – покоящаяся; 3 – область взаимодействия

магнитного поля движущейся частицы с электростатическим полем покоящейся частицы. Взаимодействие происходит в некоторой области пространства, которую будем называть областью взаимодействия (рис. 1.1). В результате взаимодействия не меняется тип частиц и их внутреннее состояние, изменяются лишь скорости частиц и направления движения.

Будем обозначать процесс упругого столкновения двух частиц следующим образом:

$$1 + 2 \rightarrow 1' + 2'.$$

Пусть нам даны массы частиц (m_1 и m_2), их начальные координаты ($\vec{r}_1(0)$, $\vec{r}_2(0)$) и скорости ($\vec{v}_1(0)$, $\vec{v}_2(0)$), а найти надо законы движения частиц – $\vec{r}_1(t)$, $\vec{r}_2(t)$, зная которые затем можно определить скорости частиц $\vec{v}_1(t)$, $\vec{v}_2(t)$, импульсы $\vec{p}_i(t)$ и кинетические энергии $T_i(t)$. Если силы взаимодействия между

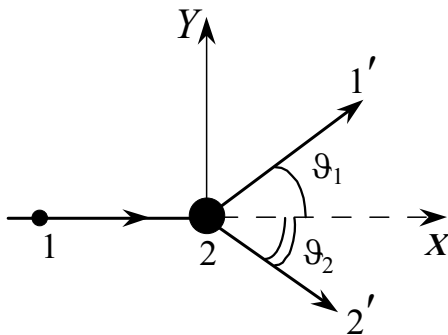


Рис. 1.2. Схема упругого рассеяния в ЛСК

частицами короткодействующие, что, как правило, и имеет место, то столкновение частиц можно изобразить на рисунке без учета области взаимодействия, как при их непосредственном контакте (рис. 1.2). В этом случае можно считать, что столкновение происходит только в момент $t = 0$, а до и после этого частицы движутся равномерно и силы на них не действуют (свободное движение).

В лабораторной системе координат (ЛСК) наиболее часто рассматривается случай, когда вторая частица (атом, ядро) покоится в начале координат ($\vec{v}_2(0) = 0$). Этот

случай рассеяния реализуется, например, в большинстве экспериментов на ускорителях заряженных частиц, когда ускоренный пучок частиц взаимодействует с неподвижной мишенью. Отметим, что ЛСК – покоящаяся система координат, в ней мы проводим эксперимент, в ней находятся наши приборы (и мы сами), и для ЛСК в конечном итоге мы должны получить выражения, описывающие результаты наших исследований.

Если взаимодействие происходит только в момент времени $t = 0$, то имеем

$$\vec{r}_1(t) = \begin{cases} \vec{v}_1 \cdot t & t < 0 \\ \vec{v}_1' \cdot t & t > 0 \end{cases}, \quad \vec{r}_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \vec{v}_2' \cdot t & t > 0 \end{cases}.$$

Начальные координаты частиц и скорости нам заданы, а скорости после взаимодействия $\vec{v}'_1(t)$ и $\vec{v}'_2(t)$ можно найти, решая соответствующие уравнения Ньютона. Однако определенная информация может быть получена из законов сохранения. При столкновении частиц меняются их координаты и импульсы, но всегда выполняется закон сохранения импульса и энергии (кинетической при упругих столкновениях). Для упругого рассеяния в соответствии с рис. 1.2 имеем

$$\begin{cases} \vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \\ T_1 = T'_1 + T'_2 \end{cases}, \quad (1.1)$$

здесь $T = p^2/2m$ – кинетическая энергия.

Задачу об упругом рассеянии двух частиц можно решить, если использовать законы сохранения (1.1). В плоской геометрии имеем три уравнения: два уравнения для проекций импульса на оси координат OX и OY и одно уравнение для кинетических энергий частиц. Незвестных величин четыре: скорости частиц после рассеяния v'_1, v'_2 и направления движения, которые определяются углами ϑ_1, ϑ_2 . Любые три переменные можно выразить через четвертую, для нахождения которой необходимо использовать уравнение Ньютона.

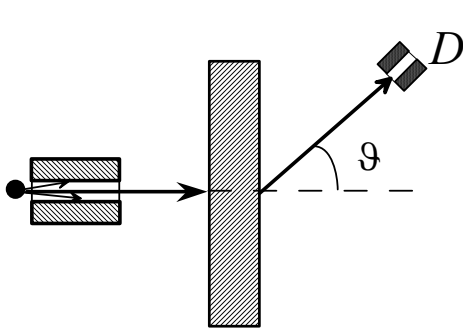


Рис. 1.3. Схема эксперимента по определению углового распределения рассеянных частиц

Иногда одна из величин бывает фиксирована условиями задачи или эксперимента, например, если задан угол рассеяния в детектор (рис. 1.3). В этом случае для решения задачи достаточно законов сохранения энергии и импульса.

Иногда одна из величин бывает фиксирована условиями задачи или эксперимента, например, если задан угол рассеяния в детектор (рис. 1.3). В этом случае для решения задачи достаточно законов сохранения энергии и импульса.

При решении задачи о рассеянии частиц обычно используют две системы координат:

- ЛСК, где вторая частица первоначально покоится (для нее нарисована схема столкновения и записаны законы сохранения);
- систему центра инерции (центра масс) – СЦИ.

1.2. Упругое рассеяние в СЦИ

В любой системе частиц имеется одна замечательная точка, называемая центром инерции (центром масс), которая обладает рядом интересных и важных свойств. Положение этой точки в ЛСК относительно начала координат системы определяется как

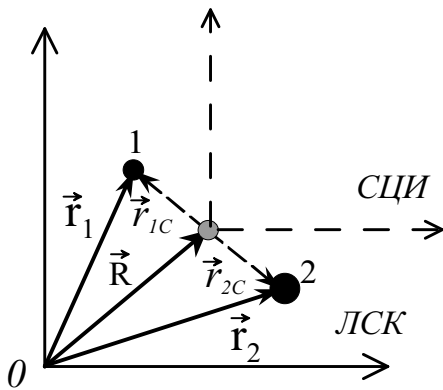
$$\vec{R} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \cdot \vec{r}_i, \quad (1.2)$$

где m_i, \vec{r}_i – масса и радиус-вектор i -ой частицы, M – масса всех частиц. Для двух частиц имеем

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}. \quad (1.3)$$

Поскольку \vec{r}_1 и \vec{r}_2 зависят от времени, то и $\vec{R} = \vec{R}(t)$, т. е. положение центра инерции меняется с течением времени.

Начало координат СЦИ в ЛСК определяется радиусом-вектором \vec{R} (рис. 1.4). Скорость движения СЦИ в ЛСК равна



$$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2}{m_1 + m_2} = \text{const}, \quad (1.4)$$

что следует из закона сохранения импульса. Значит, СЦИ движется равномерно и прямолинейно: это инерциальная система координат и в ней справедливы законы сохранения энергии и импульса.

Скорость центра инерции в ЛСК удобно определить в момент времени $t = 0$, когда вторая частица покоится, тогда получаем

$$\vec{V} = \frac{m_1 \vec{v}_1(0)}{m_1 + m_2}. \quad (1.5)$$

Рис. 1.4. ЛСК и СЦИ системы координат

Из (1.5) следует, что направление движения центра инерции совпадает с направлением движения первой частицы в ЛСК до столкновения.

Вместо того, чтобы полностью решать задачу об упругом столкновении двух частиц в ЛСК, проще решить ее сначала в СЦИ, а затем перейти в ЛСК. Будем помечать все величины в СЦИ индексом «с» внизу. В СЦИ $\vec{R}_c = 0$ и $\vec{V}_c = 0$, но по определению центра инерции

$$\vec{R}_c = \frac{m_1 \vec{r}_{1c}(t) + m_2 \vec{r}_{2c}(t)}{m_1 + m_2}. \quad (1.6)$$

Следовательно,

$$m_1 \vec{r}_{1c}(t) + m_2 \vec{r}_{2c}(t) = 0$$

или

$$m_1 \vec{r}_{1c}(t) = -m_2 \vec{r}_{2c}(t); \quad m_1 \vec{v}_{1c}(t) = -m_2 \vec{v}_{2c}(t). \quad (1.7)$$

Значит, в СЦИ частицы всегда движутся в противоположных направлениях. До столкновения – навстречу друг другу, а после столкновения – друг от друга, но все время по прямой, соединяющей обе частицы.

Найдем скорости частиц в СЦИ, для чего запишем законы сохранения импульса и кинетической энергии в этой системе координат

$$\begin{cases} \vec{p}_{1c} + \vec{p}_{2c} = \vec{p}'_{1c} + \vec{p}'_{2c} \\ T_{1c} + T_{2c} = T'_{1c} + T'_{2c} \end{cases}. \quad (1.8)$$

Если выразить кинетические энергии частиц через их импульсы и учесть в соответствии с (1.7), что $p_{1c}^2 = p_{2c}^2$ и $p_{1c}'^2 = p_{2c}'^2$, то получаем

$$p_{1c} = p'_{1c}, \quad p_{2c} = p'_{2c}. \quad (1.9)$$

В СЦИ до и после столкновения импульсы частиц по модулю не меняются (изменяются лишь направления импульсов). Это справедливо и для скоростей частиц $v_{1C} = v'_{1C}$, $v_{2C} = v'_{2C}$.

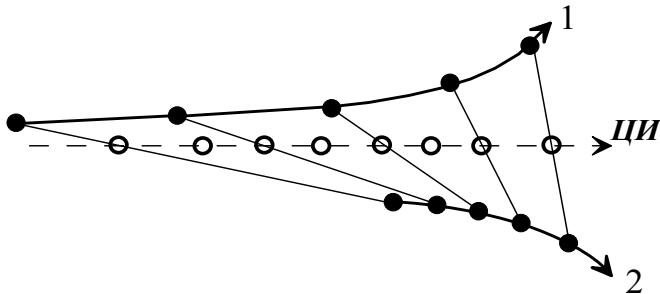


Рис. 1.5. Траектории частиц и центра инерции в ЛСК

В результате получим траекторию второй частицы (см. упражнение 1). Из рис. 1.5 видно, что прямая линия, соединяющая частицы, поворачивается на плоскости в процессе их взаимодействия. На рис. 1.6 показано начальное (при $t = -\infty$) и конечное ($t = +\infty$) положение этой прямой и траектории частиц в СЦИ с учетом области взаимодействия. Угол θ на рис. 1.6 между начальным и конечным положением линии, соединяющей частицы, называется **углом рассеяния в СЦИ**. В СЦИ в пространстве скоростей картина столкновения двух частиц выглядит в соответствии с рис. 1.7.

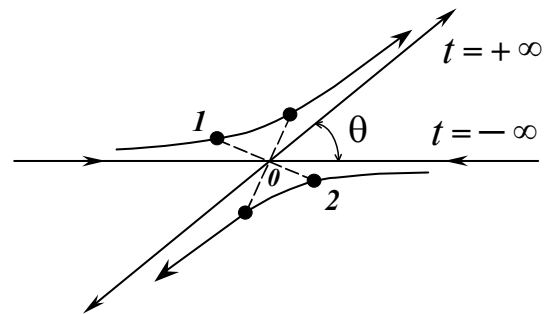


Рис. 1.6. Траектории частиц в СЦИ с учетом области взаимодействия

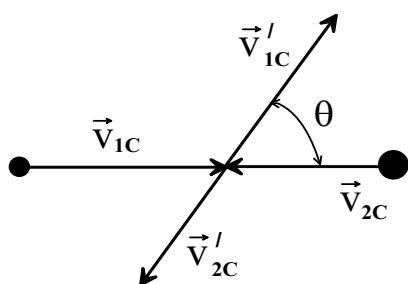


Рис. 1.7. Схема упругого столкновения двух частиц в СЦИ

Что же дал переход в СЦИ? Из рис. 1.7 видно, что вместо двух углов рассеяния в ЛСК ϑ_1 и ϑ_2 в СЦИ имеем только один угол рассеяния частиц – θ . Данный угол надо искать из динамики движения, при этом необходимо учитывать явный вид силы взаимодействия. Все остальные неизвестные величины в СЦИ (скорости частиц после рассеяния) можно найти из законов сохранения и связать их с углом θ . Затем следует перейти в ЛСК.

Отметим, что часто возникающие задачи перевода углов вылета и энергий частиц из ЛСК в СЦИ и наоборот могут быть решены до конца только в случае рассеяния двух частиц.

1.3. Связь физических величин в ЛСК и СЦИ

В соответствии с рис. 1.8 радиусы-векторы и скорости частицы в ЛСК и СЦИ связаны между собой соотношениями

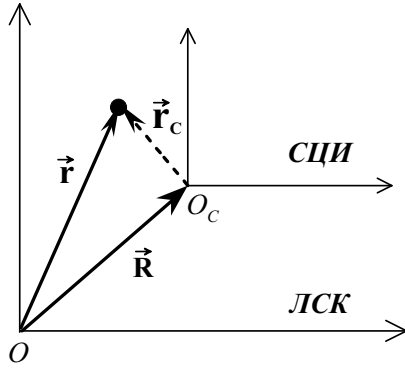


Рис. 1.8. К выводу связи физических величин в ЛСК и СЦИ

Центр инерции движется равномерно и прямолинейно

$$\vec{R}(t) = \vec{R}_0 + \vec{V} \cdot t. \quad (1.11)$$

Радиус-вектор \vec{R}_0 определяется радиусами-векторами частиц в начальный момент времени, которые заданы ($\vec{r}_1(0), \vec{r}_2(0) = 0$), поэтому

$$\vec{R}_0 = \frac{m_1 \vec{r}_1(0)}{m_1 + m_2}. \quad (1.12)$$

Скорость движения центра инерции также известна:

$$\vec{V}(t) = \frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{V}(0) = \frac{m_1 \vec{v}_1(0)}{m_1 + m_2}. \quad (1.13)$$

В соответствии с (1.10) для двух частиц нашей задачи имеем

$$\left. \begin{array}{l} \text{до столкновения} \\ \vec{v}_1 = \vec{V} + \vec{v}_{1C} \\ \vec{v}_2 = \vec{V} + \vec{v}_{2C} \end{array} \right\}, \quad (1.14)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{после столкновения} \\ \vec{v}'_1 = \vec{V} + \vec{v}'_{1C} \quad (a) \\ \vec{v}'_2 = \vec{V} + \vec{v}'_{2C} \quad (б) \end{array} \right\}. \quad (1.15)$$

По условию задачи $\vec{v}'_2 = 0$, поэтому из (1.14) получаем

$$\vec{V} = -\vec{v}'_{2C}. \quad (1.16)$$

Наиболее просто параметры частиц после рассеяния можно найти, если использовать *совместную диаграмму скоростей*. Нарисуем диаграмму скоростей в СЦИ (рис. 1.7), на сторонах \vec{v}'_{1C} и \vec{v}'_{2C} построим параллелограммы и проведем диагонали (рис. 1.9). В соответствии с уравнениями (1.15) эти диагонали соответствуют скоростям частиц в ЛСК после рассеяния. Углы ϑ_1 и ϑ_2 – это углы рассеяния соответственно первой и второй частицы в ЛСК. Таким образом, на одном рисунке совмещены обе схемы рассеяния и в СЦИ, и в ЛСК.

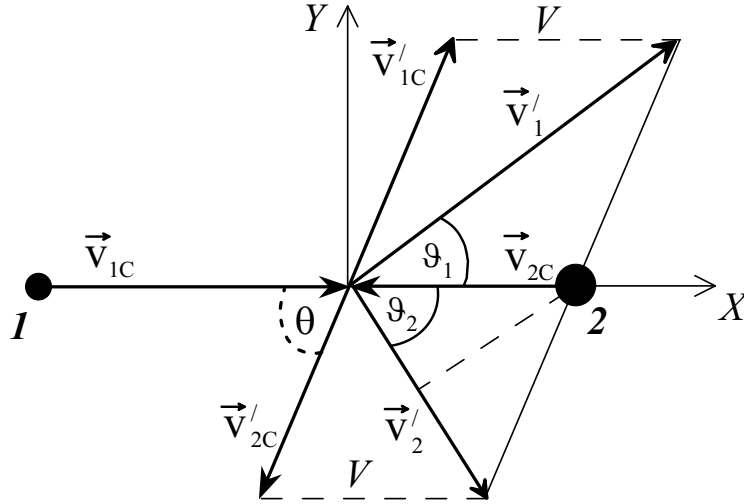


Рис. 1.9. Схема упругого рассеяния в ЛСК и СЦИ

Запишем проекции уравнения (1.15, а) на оси ОХ и ОУ

$$\left. \begin{aligned} v'_{1X} &= (v'_{1C})_X + V_X \rightarrow v'_1 \cos \vartheta_1 = v'_{1C} \cos \theta + V \\ v'_{1Y} &= (v'_{1C})_Y + V_Y \rightarrow v'_1 \sin \vartheta_1 = v'_{1C} \sin \theta + 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

Поделив в (1.17) второе уравнение на первое, получаем

$$\operatorname{tg} \vartheta_1 = \frac{v'_{1C} \sin \theta}{V + v'_{1C} \cos \theta}. \quad (1.18)$$

Из (1.16) имеем $V = v_{2C}$, а из (1.7) легко получить, что

$$v_{2C} = v_{1C} \frac{m_1}{m_2}. \quad (1.19)$$

Если теперь подставить (1.19) в (1.18) и учесть, что в СЦИ скорости частиц по модулю не меняются, то тангенс угла рассеяния первой частицы в ЛСК выражается через угол рассеяния в СЦИ:

$$\operatorname{tg} \vartheta_1 = \frac{\sin \theta}{m_1/m_2 + \cos \theta}. \quad (1.20)$$

Из формулы (1.20) следует, что $\operatorname{tg} \vartheta_1$ при малых значениях угла θ растет с ростом величины θ . Если $m_1 < m_2$, то $\operatorname{tg} \vartheta_1$ при $\theta = \arccos(-m_1/m_2)$ обращается в бесконечность ($\vartheta_1 = \pi/2$) и при дальнейшем увеличении θ становится отрицательным. Если $m_1 > m_2$, то $\operatorname{tg} \vartheta_1 > 0$ при всех θ , а функция (1.20) при этом имеет максимум. При $\theta \rightarrow \pi$ $\operatorname{tg} \vartheta_1$ убывает по абсолютной величине при любых значениях m_1 и m_2 . Таким образом, если $m_1 < m_2$, то с увеличением угла θ угол ϑ_1 монотонно растет и связь между этими углами взаимно-однозначная. Если же $m_1 > m_2$, то с увеличением θ угол ϑ_1 сначала растет, достигает максимального значения

$$\vartheta_{1\max} = \arcsin(m_2/m_1), \quad (1.21)$$

а затем убывает, поэтому каждому значению угла ϑ_1 соответствует два значения угла θ .

Используя соотношение $\cos^2 \vartheta = 1/(1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta)$, формулу (1.20) можно переписать в виде

$$\cos^2 \vartheta_1 = \frac{(m_2 \cos \theta + m_1)^2}{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos \theta}, \quad (1.22)$$

откуда следует, что

$$\cos \theta = -\frac{m_1}{m_2} \sin^2 \vartheta_1 \pm \cos \vartheta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 \sin^2 \vartheta_1}. \quad (1.23)$$

При $m_1 < m_2$ в формуле (1.23) перед корнем следует выбирать знак «+», а при $m_1 > m_2$ два знака перед корнем соответствуют двум возможным значениям θ .

Найдем теперь зависимость между углами ϑ_2 и θ . Нижний параллелограмм на рис. 1.9 является ромбом, следовательно

$$\vartheta_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}. \quad (1.24)$$

Если $\theta = \pi$, то $\vartheta_2 = 0^\circ$ и это *центральное (лобовое) столкновение*. В ЛСК покоившаяся до столкновения частица после такого столкновения летит в направлении налетающей частицы.

Из рис. 1.9 видно, если опустить в ромбе перпендикуляр к диагонали, вдоль которой движется вторая частица после рассеяния в ЛСК, то с учетом выражений (1.5) и (1.24) можно найти величину ее скорости в ЛСК после рассеяния

$$v_2' = 2V \cos \vartheta_2 = 2 \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \sin \frac{\theta}{2}. \quad (1.25)$$

На рис. 1.9 в любом верхнем треугольнике сумма углов при стороне, которая является диагональю параллелограмма, равна θ . Используя теорему косинусов, можно найти v_1' :

$$v_1' = \frac{v_1}{m_1 + m_2} \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos \theta}. \quad (1.26)$$

Формулы (1.20), (1.24), (1.25) и (1.26) выражают углы рассеяния и скорости частиц после рассеяния в ЛСК через одну неизвестную в СЦИ – угол рассеяния θ .

Найдем в ЛСК энергию, переданную налетающей частицей покоящейся

$$T_2' \equiv Q = \frac{m_2 v_2'^2}{2}.$$

Подставляя сюда выражение (1.25) для v_2' , получаем

$$Q = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} T_1 \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (1.27)$$

Если $\theta = \pi$, то $Q = Q_{\max}$, где

$$Q_{\max} = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} T_1, \quad (1.28)$$

и выражение (1.27) можно записать как

$$Q = Q_{\max} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (1.29)$$

Из (1.28) следует, что при $m_1 \ll m_2$ (или $m_2 \ll m_1$) Q_{\max} мало. Если же $m_1 = m_2$, то $Q_{\max} = T_1$.

В ЛСК кинетическая энергия налетающей частицы после рассеяния T_1' связана с углом рассеяния в СЦИ θ соотношением

$$T_1' = T_1 - Q = T_1 \left(1 - \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right). \quad (1.30)$$

Таким образом, все характеристики движения частиц после упругого рассеяния в ЛСК мы выразили через угол рассеяния θ в СЦИ. Чтобы найти эти величины для упругого рассеяния конкретных частиц, надо задать потенциальную энергию или силу взаимодействия, найти θ (например, решив уравнение Ньютона) и, подставив его в полученные формулы, получить значения характеристик частиц после рассеяния в ЛСК.

Для анализа возможных состояний частиц после столкновения (например, получения всех возможных случаев разлета частиц), удобно использовать **векторную диаграмму импульсов**. При этом необходимы уравнения, связывающие импульсы частиц в ЛСК и СЦИ после рассеяния. Чтобы их найти, умножим уравнения (1.15) на массы соответствующих частиц. Тогда получаем

$$\left. \begin{aligned} \vec{p}'_1 &= m_1 \vec{V} + \vec{p}'_{1C} \\ \vec{p}'_2 &= m_2 \vec{V} + \vec{p}'_{2C} \end{aligned} \right\}. \quad (1.31)$$

Если сложим отдельно левые и правые части этих равенств, то получаем $\vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = \vec{p}_1$, что и должно быть в соответствии с законом сохранения импульса.

Для построения векторной диаграммы импульсов (рис. 1.10) сначала отложим вектор \vec{p}_1 (отрезок АВ), затем векторы \vec{p}'_1 и \vec{p}'_2 , каждый из которых в соответствии с (1.31) является суммой двух векторов. В СЦИ импульсы обеих частиц до и после столкновения по модулю одинаковы (расстояние ОС на рис. 1.10), а их величину можно найти из выражений (1.5) и (1.16):

$$p_{1C} = p_{2C} = p_C = \mu v_1 = m_2 V, \quad (1.32)$$

где величина $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ и называется **приведенной массой**.

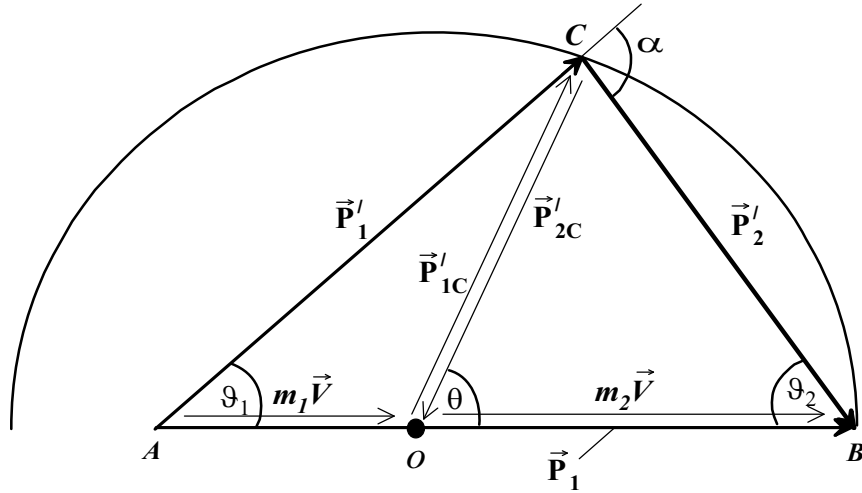


Рис. 1.10. Векторная диаграмма импульсов для упругого рассеяния нерелятивистской частицы. $m_1 < m_2$

Из рис. 1.10 и выражений (1.16) и (1.32) следует, что точки В и С находятся на окружности радиуса p_c . Заметим, что построение справедливо для любого угла рассеяния в СЦИ – θ , поэтому данная окружность есть геометрическое место точек всех возможных положений вершины С треугольника импульсов АВС. Стороны АС и ВС этого треугольника представляют собой возможные импульсы частиц после столкновения в ЛСК.

Точка О делит отрезок АВ на две части в отношении $AO : OB = m_1 : m_2$. Из этого следует, что в зависимости от соотношения масс частиц точка А (начало вектора \vec{p}_1) может находиться внутри построенной окружности, на ней или снаружи. Если построить диаграммы импульсов для этих трех случаев, то из них легко найти возможные значения углов рассеяния налетающей и покоящейся частиц в ЛСК – ϑ_1 и ϑ_2 и угла разлета частиц в ЛСК – α (рис. 1.10).

На векторной диаграмме импульсов хорошо прослеживается строгая корреляция между импульсом (энергией) частицы после рассеяния и углом рассеяния в ЛСК, что широко используется в качестве практического метода получения моноэнергетических пучков частиц, особенно в случае нейтронов. Соответствующие соотношения выводятся из законов сохранения энергии и импульса. Например, кинетическая энергия налетающей частицы после рассеяния связана с углом ϑ_1 соотношением

$$T_1' = T_1 \left(\frac{\cos \vartheta_1 \pm \sqrt{m_2^2/m_1^2 - \sin^2 \vartheta_1}}{1 + m_2/m_1} \right)^2, \quad (1.33)$$

в котором выбор знака перед корнем зависит от соотношения масс частиц (при $m_1 < m_2$ знак «+», а при $m_1 > m_2$ перед корнем допустимы оба знака).

На рис. 1.11 построена векторная диаграмма импульсов для случая $m_1 > m_2$, которая наглядно показывает следующие особенности столкновения (см. обсуждение выражений (1.20) и (1.23)):

- под одним и тем же углом ϑ_1 налетающая частица рассеивается с двумя возможными значениями импульса;
- угол рассеяния ϑ_1 не может быть больше $\vartheta_{1\max}$ – предельного угла, величина которого определяется формулой (1.21).

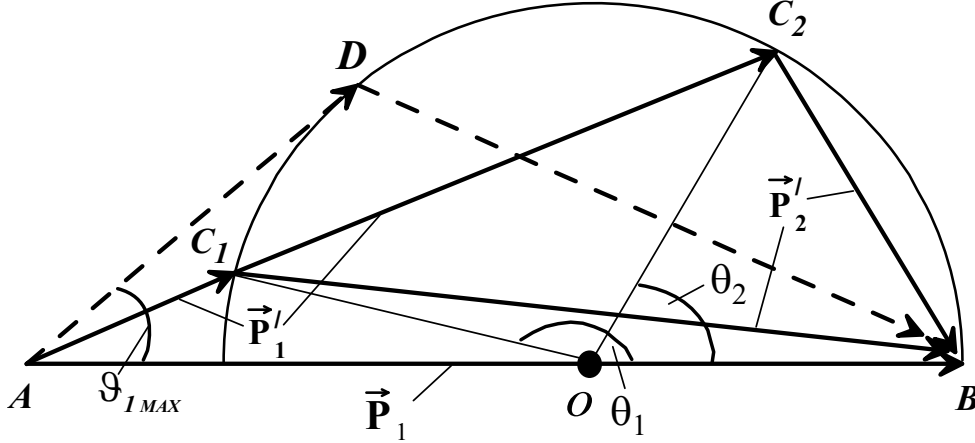


Рис. 1.11. Векторная диаграмма импульсов для упругого рассеяния нерелятивистской частицы: $m_1 > m_2$

Теперь установим связь между суммарной кинетической энергией частиц в ЛСК и СЦИ. Используя соотношения (1.14), получаем

$$T = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_i \frac{m_i (\vec{v}_{iC} + \vec{V})^2}{2} = \sum_i \frac{m_i v_{iC}^2}{2} + \vec{V} \sum_i m_i \vec{v}_{iC} + \sum_i \frac{m_i V^2}{2}.$$

Поскольку в СЦИ центр масс покоится, то $\sum_i m_i \vec{v}_{iC} = 0$ и это выражение принимает вид

$$T = T_C + MV^2/2, \quad (1.34)$$

где

$$T_C = \sum_i \frac{m_i v_{iC}^2}{2} = \sum_i \frac{p_{iC}^2}{2m_i} = \frac{p_C^2}{2} \sum_i \frac{1}{m_i} \quad (1.35)$$

– суммарная кинетическая энергия частиц в СЦИ, M – масса всех частиц. Из выражения (1.34) следует, что кинетическая энергия системы частиц в ЛСК равна сумме кинетической энергии всех частиц в СЦИ и кинетической энергии, связанной с движением центра масс системы частиц. Так как в СЦИ $V_C = 0$, то в ней кинетическая энергия системы частиц минимальна.

Если $\vec{V}_2 \neq 0$, то, используя выражение (1.10), легко получить для столкновения двух частиц

$$p_C = \mu v_{\text{отн}}, \quad (1.36)$$

где

$$v_{\text{отн}} = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2| \quad (1.37)$$

– величина скорости относительного движения частиц в ЛСК. **Суммарная кинетическая энергия частиц в СЦИ (относительная кинетическая энергия)** равна

$$T_C = T_{1C} + T_{2C} = \mu \frac{v_{\text{отн}}^2}{2}. \quad (1.38)$$

Если вторая частица покоится, то из (1.38) получаем, что

$$T_C = \frac{\mu v_1^2}{2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} T_1. \quad (1.39)$$

Поскольку в СЦИ импульсы частиц в результате столкновения по модулю не меняются, остается неизменной и кинетическая энергия каждой частицы. Если частицы взаимодействуют друг с другом и потенциальная энергия взаимодействия W , то полная энергия частиц в СЦИ

$$E_C = T_C + W.$$

Задание 1

Контрольные вопросы

1. Дать определения упругим и неупругим столкновениям, привести примеры.
2. Дать определение центра инерции. Нарисовать ЛСК и СЦИ. Какова картина упругого рассеяния в этих системах координат?
3. Как связаны между собой скорости и импульсы частиц до и после столкновения в СЦИ?
4. Нарисовать совместную диаграмму скоростей в ЛСК и СЦИ.
5. Как строится векторная диаграмма импульсов в случае упругого рассеяния двух частиц в нерелятивистском случае? Какую информацию о результатах столкновения частиц можно получить из этой диаграммы?
6. Построить векторную диаграмму импульсов для случая $m_1 > m_2$. Показать, что одному углу ϑ_1 соответствуют два возможных значения импульса налетающей частицы.
7. Как в нерелятивистском случае связаны между собой кинетические энергии системы частиц в ЛСК и СЦИ?

Упражнения

1. Показать, что центр масс системы из двух частиц с массами m_1 и m_2 находится на соединяющей их прямой в т. С, которая делит расстояние между частицами и началом СЦИ в отношении $l_1 : l_2 = m_2 : m_1$.
2. Получить в нерелятивистском случае выражения: $p_C = m_2 V$; $p_C = \mu v_1$.
3. Из совместной диаграммы скоростей в ЛСК и СЦИ найти связь углов рассеяния в ЛСК с углом рассеяния в СЦИ.
4. Используя совместную диаграмму скоростей, вычислить v_1' .
5. Найти значение угла θ , при котором функция $f(\theta) = \sin \theta / (\cos \theta + m_1/m_2)$ имеет максимальное значение, если $m_1 > m_2$.
6. Используя ответ предыдущего упражнения, найти значение ϑ_1 ($\arcsin \vartheta_1$), при котором функция $\text{tg} \vartheta_1 = \sin \theta / (\cos \theta + m_1/m_2)$ имеет максимальное значение, если $m_1 > m_2$.

7. Решить уравнение (1.22) относительно $\cos\theta$ и получить формулу (1.23).
8. Используя выражения (1.5) и (1.32), получить выражение (1.39) для суммарной кинетической энергии частиц в СЦИ.
9. Получить соответствующие уравнения и нарисовать векторную диаграмму импульсов.
10. Частица с массой m_1 и скоростью \vec{v}_1 налетает на частицу с массой m_2 , которая движется ей навстречу со скоростью \vec{v}_2 . Вычислить скорости и импульсы обеих частиц в СЦИ в нерелятивистском случае.

Задачи

1. Сделать рисунок к равенству $\vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$ и записать соответствующее равенство для проекций, выраженных через углы рассеяния. Объяснить, как исключить из этих уравнений одну из величин $p'_1, p'_2, \vartheta_1, \vartheta_2$?
2. (*) Шарик с массой m_1 испытывает упругое центральное столкновение с покоящимся шариком и отскакивает от него со скоростью, равной трети начальной скорости. Какова масса покоящегося шарика?
3. (*) Нерелятивистская частица с массой m_1 и кинетической энергией T_1 испытывает упругое центральное столкновение с покоящейся частицей массой m_2 . Вычислить переданную энергию Q и отношение $q = Q/T_1$. Построить график функции $q(A)$, где $A = m_1/m_2$. При каком A , величина q будет максимальной (наиболее эффективный замедлитель)?
4. Нерелятивистская частица с массой m_1 и кинетической энергией T_1 испытывает упругое столкновение с покоящейся частицей массой m_2 . Вычислить угол разлета частиц после рассеяния. В каких пределах изменяется этот угол, если $m_1 < m_2$; $m_1 = m_2$; $m_1 > m_2$?
5. (*) В опытах Чедвика (1932 г.) нейтроны давали в водороде протоны отдачи с $Q_{\max} = 5,7$ МэВ, а в азоте – ионы отдачи с $Q_{\max} = 1,6$ МэВ. Найти по этим данным массу нейтрона.
6. (*) Построить векторную диаграмму импульсов для упругого рассеяния двух нерелятивистских частиц с массами m_1 и m_2 . В ЛСК вторая частица до столкновения покоится. Определить из построенной диаграммы возможные углы рассеяния налетающей частицы ϑ_1 для случаев: $m_1 < m_2$; $m_1 = m_2$; $m_1 > m_2$.
7. Частица массы m_1 с импульсом p_1 испытала упругое столкновение с покоящейся частицей массы m_2 . Найти импульс первой частицы после столкновения p'_1 , если в результате столкновения она рассеялась под углом ϑ к первоначальному направлению движения. Провести физический анализ результата в зависимости от соотношения масс частиц.
8. Заряженная частица с зарядом $Z_1 e$, массой m_1 и кинетической энергией T_1 налетает на покоящуюся частицу с зарядом $Z_2 e$ и массой m_2 . Найти мини-

мальное расстояние, на которое сблизятся частицы при центральном столкновении. Решить задачу отдельно в ЛСК и СЦИ.

9. Какую часть η своей кинетической энергии теряет частица массы m_1 при упругом рассеянии под предельным углом (см. задачу 6) на покоящейся частице массы $m_2 < m_1$?
10. (*) Частицы с массами m_1 , m_2 и скоростями v_1 , v_2 движутся по одной прямой и испытывают упругое столкновение. Найти их скорости после столкновения.
11. Альфа-частица, вылетающая из радионуклидного источника со скоростью v_0 , испытывает упругое столкновение с неподвижным ядром и летит после рассеяния под углом 90° к первоначальному направлению движения. При каком соотношении масс альфа-частицы m и ядра M это возможно? Определить скорость альфа-частицы v_1' и ядра v_2' после столкновения, а также угол ϑ_2 , под которым полетит ядро. Примечание: воспользуйтесь для решения задачи векторной диаграммой импульсов.

Список литературы

1. Балдин А. М., Гольданский В. И., Розенталь И. Л. **Кинематика ядерных реакций**. – М.: ГИФМЛ, 1959.
2. Иродов И. Е. **Основные законы механики**: Учеб. пособие. – М.: Высшая школа, 1985.
3. Иродов И.Е. **Атомная и ядерная физика. Сборник задач**: Учеб. пособие. – СПб.: Изд-во «Лань», 2002.
4. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений**. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та, 1979.
5. Копылов Г. И. **Основы кинематики резонансов**. – М.: Наука, 1970.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Механика**. – М.: Наука, 1965.
7. Матвеев А. Н. **Механика и теория относительности**: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1976.
8. Медведев Б. В. **Начала теоретической физики**. – М.: Наука, 1977.
9. **Сборник задач по физике элементарных частиц**: Учеб. пособие для вузов / Сост. Ю. П. Никитин, В. П. Протасов, Э. П. Топоркова и др. – М.: Энергоатомиздат, 1992.

ГЛАВА 2. КИНЕМАТИКА УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ. КИНЕМАТИКА НЕУПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ

2.1. Релятивистская кинематика упругого рассеяния

Если скорости движения частиц $v \sim c$, то для анализа столкновения частиц необходимо использовать законы сохранения импульса и полной энергии

$$\begin{cases} E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2 \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \end{cases}, \quad (2.1)$$

где

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = T + mc^2 = \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4} \quad (2.2)$$

– полная энергия частицы, m – ее масса покоя,

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E\vec{v}}{c^2} = m\vec{v}\gamma \quad (2.3)$$

– релятивистский импульс, а $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} = E/mc^2$ – лоренц-фактор частицы. Как и в нерелятивистском случае, уравнения (2.1) связывают между собой углы рассеяния ϑ_1, ϑ_2 и значения импульсов частиц p'_1, p'_2 после столкновения. В соответствии с выражением (2.2) имеем

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4, \quad (2.4)$$

что означает независимость величины $E^2 - p^2 c^2$ от скорости частицы, следовательно, и от выбора системы координат, т.е. эта величина является инвариантом и имеет одно и то же значение – $m^2 c^4$ во всех инерциальных системах отсчета. Использование этого факта позволяет во многих случаях упростить анализ и решение различных задач.

Из формул (2.2) и (2.4) следует, что частица с массой покоя $m = 0$ может иметь энергию и импульс только в том случае, если она движется со скоростью света. В этом случае ее энергия и импульс связаны между собой соотношением

$$E = pc,$$

которое следует из выражения (2.4).

Рассмотрим столкновение релятивистской частицы (\vec{p}_1, E_1) с покоящейся $(p_2 = 0; E_2 = m_2 c^2)$ и найдем энергию, теряемую налетающей частицей при центральном столкновении. После такого столкновения вторая частица движется в направлении первой. Учитывая это, из закона сохранения импульса (2.1) получаем

$$p_1'^2 = p_1^2 + p_2'^2 - 2p_1 \cdot p_2'. \quad (2.5)$$

Энергию второй частицы после рассеяния можно записать как $E_2' = Q_{\max} + m_2 c^2$. Подставив это выражение в закон сохранения энергии, находим

$$E_1' = E_1 - Q_{\max}. \quad (2.6)$$

Выражая в (2.5) импульсы через энергии, используя формулу (2.6) и исключая p_1' , E_1' , получаем

$$Q_{\max} = \frac{2m_2 c^2 (E_1^2 - m_1^2 c^4)}{2E_1 m_2 c^2 + (m_1^2 + m_2^2) c^4}. \quad (2.7)$$

В нерелятивистском пределе при $v_1 \ll c$, когда $T_1 \ll m_1 c^2$, формула (2.7) переходит в известное выражение

$$Q_{\max} \approx \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} T_1.$$

При столкновении частиц одинаковых масс $m_1 = m_2 = m$ из (2.7) следует

$$Q_{\max} = \frac{E_1^2 - m^2 c^4}{E_1 + m c^2} = E_1 - m c^2 = T_1.$$

Так же, как и в нерелятивистском случае, при центральном столкновении частиц с одинаковыми массами покоившаяся частица получает всю энергию налетающей частицы, которая останавливается. Однако при релятивистских энергиях Q_{\max} может быть большой и в случае, когда массы частиц сильно отличаются друг от друга. Из формулы (2.7) можно получить, что при любом соотношении масс налетающая частица теряет почти всю свою энергию, т. е. $Q_{\max} \sim E_1$, если E_1 много больше энергии покоя тяжелой частицы.

При рассмотрении столкновений релятивистских частиц по-прежнему наряду с ЛСК удобно использовать СЦИ, в которой суммарный импульс системы частиц равен нулю. В этом случае выражения для радиуса вектора и скорости центра инерции системы частиц в ЛСК имеют такой же вид, как и при нерелятивистских энергиях:

$$\vec{R} = \frac{\sum_i \tilde{m}_i \vec{r}_i}{\sum_i \tilde{m}_i}; \quad \vec{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\sum_i \tilde{m}_i},$$

но \tilde{m}_i – это релятивистские массы частиц системы $\tilde{m}_i = m_i / \sqrt{1 - (v_i/c)^2}$, а \vec{p}_i – их релятивистские импульсы. Выражение (2.3) для свободной частицы справедливо и для системы невзаимодействующих релятивистских частиц, поэтому, подставляя в него $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ и $E = E_1 + E_2$, найдем скорость перемещения системы частиц как целого (скорость центра инерции):

$$\vec{V} = \frac{(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) c^2}{E_1 + E_2}, \quad (2.8)$$

а если вторая частица до столкновения покоилась, то

$$\vec{V} = \frac{\vec{p}_1 c^2}{E_1 + m_2 c^2}. \quad (2.9)$$

Как известно, кинематические характеристики частицы в двух инерциальных системах отсчета, одна из которых движется относительно другой с постоянной скоростью, связаны преобразованиями Лоренца. Следовательно, угол рассеяния первой частицы в ЛСК – ϑ_1 , который определяет отношение

$$\operatorname{tg} \vartheta_1 = p'_{1Y} / p'_{1X}, \quad (2.10)$$

можно выразить через угол рассеяния θ в СЦИ, если воспользоваться преобразованием Лоренца для энергии-импульса

$$\begin{pmatrix} p'_{1X} \\ p'_{1Y} \\ p'_{1Z} \\ i \frac{E'_1}{c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma & 0 & 0 & -iB\Gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ iB\Gamma & 0 & 0 & \Gamma \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (p'_{1C})_X \\ (p'_{1C})_Y \\ (p'_{1C})_Z \\ i \frac{E'_{1C}}{c} \end{pmatrix},$$

где $B = V/c$, $\Gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$. В результате получаем

$$p'_{1Y} = (p'_{1C})_Y, \quad p'_{1X} = \frac{(p'_{1C})_X + V \cdot E'_{1C} / c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (2.11)$$

Подставляя эти соотношения в (2.10) и учитывая, что

$$\frac{(p'_{1C})_X}{p'_{1C}} = \cos \theta; \quad \frac{(p'_{1C})_Y}{p'_{1C}} = \sin \theta; \quad \frac{E'_{1C}}{p'_{1C} \cdot c^2} = \frac{1}{v'_{1C}}; \quad v'_{1C} = v_{1C},$$

находим окончательное выражение:

$$\operatorname{tg} \vartheta_1 = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + V/v_{1C}} \sqrt{1 - (V/c)^2}. \quad (2.12)$$

Отличие формулы (2.12) от нерелятивистского аналога (1.18) состоит в том, что при больших энергиях первичной частицы, когда $V \approx c$, интервалу изменения угла $\theta \in (0, \pi)$ соответствует малая область значений ϑ_1 вблизи нуля. Это означает, что импульсы рассеянных частиц, соответствующие различным θ , лежат в узком конусе вдоль направления налетающей частицы. В результате во многих задачах, связанных с взаимодействием ультрарелятивистских частиц, отклонением налетающей частицы при рассеянии можно пренебречь.

На рис. 2.1 треугольник ОВС образован вектором импульса \vec{p}_1 налетающей частицы и импульсами \vec{p}'_1 и \vec{p}'_2 обеих частиц после рассеяния. Найдем геометрическое место точек С, соответствующих всем возможным значениям импульсов \vec{p}'_1 и \vec{p}'_2 . В соответствии с преобразованием Лоренца для энергии-

импульса компоненты импульса в ЛСК выражаются через величины в СЦИ с помощью выражений (2.11).

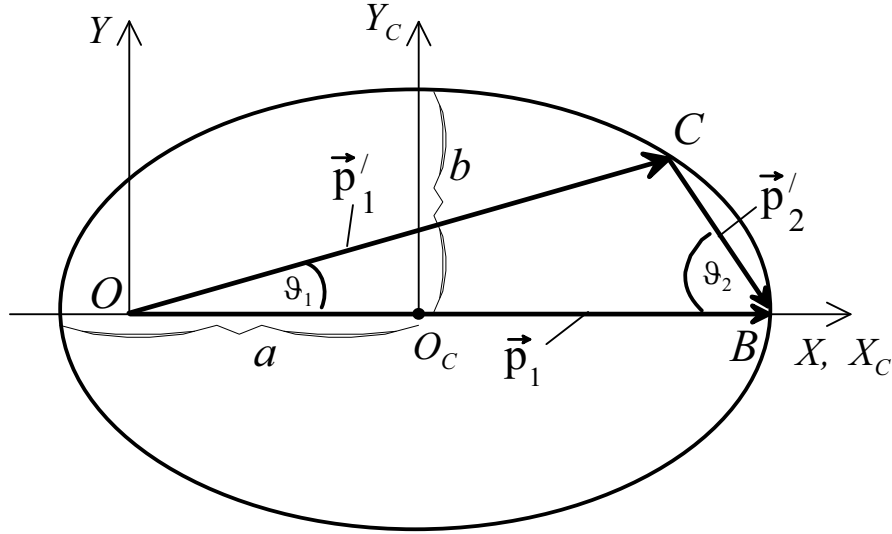


Рис. 2.1. Векторная диаграмма импульсов для рассеяния релятивистской частицы. $m_1 < m_2$

Учитывая, что $(p'_{1C})_X + (p'_{1C})_Y = p_C \equiv p_C^2$, из этих выражений можно получить уравнение

$$\frac{\left(p'_{1X} - E'_{1C} V / c^2 \sqrt{1 - V^2/c^2} \right)^2}{p_C^2 / (1 - V^2/c^2)} + \frac{(p'_{1Y})^2}{p_C^2} = 1, \quad (2.13)$$

которое является уравнением эллипса относительно переменных p'_{1X} и p'_{1Y} с полуосями

$$a = p_C / \sqrt{1 - V^2/c^2}, \quad b = p_C$$

(рис. 2.1) и центром в точке O_C (начало координат СЦИ), смещенным на расстояние $E'_{1C} V / c^2 \sqrt{1 - V^2/c^2}$ от точки O (начала координат ЛСК). Построенный эллипс называется **эллипсом импульсов**. Подробное описание построения эллипса импульсов дано, например, в [1]. В нерелятивистском пределе уравнение (2.13) переходит в уравнение окружности.

Величину импульса частиц в СЦИ можно получить в соответствии с выражением (1.32), если записать его для релятивистского случая

$$p_C = \tilde{m}_2 V = m_2 V / \sqrt{1 - V^2/c^2}.$$

Используя это выражение и формулу (2.9), выразим малую (b) и большую (a) полуоси эллипса импульсов через энергию и импульс налетающей частицы в ЛСК:

$$b = \frac{m_2 p_1}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2m_2 E_1/c^2}}; \quad a = \frac{m_2 p_1 (m_2 + E_1/c^2)}{m_1^2 + m_2^2 + 2m_2 E_1/c^2}. \quad (2.14)$$

Сравнивая p_1 с удвоенной большой полуосью эллипса, имеем следующее: если $m_1 > m_2$, то точка О (рис. 2.1) лежит вне эллипса ($p_1 > 2a$), а если $m_1 < m_2$, то внутри него ($p_1 < 2a$). Эллипс импульсов полезен при анализе всех возможных соотношений между характеристиками релятивистских частиц до и после рассеяния [1, 2, 6].

Получим теперь формулу, связывающую величину переданной энергии при упругом рассеянии с углом рассеяния θ . В СЦИ вторая частица до столкновения имела скорость $-\vec{V}$ (1.16), поэтому ее импульс и полная энергия в этой системе соответственно равны

$$\vec{p}_{2C} = -\frac{m_2 \vec{V}}{\sqrt{1-(V/c)^2}}; \quad E_{2C} = \frac{m_2 c^2}{\sqrt{1-(V/c)^2}} \quad (2.15)$$

и не меняются по величине после упругого рассеяния

$$p_{2C} = p'_{2C}; \quad E_{2C} = E'_{2C}. \quad (2.16)$$

Энергию второй частицы в ЛСК можно найти с помощью преобразования Лоренца для энергии-импульса:

$$E'_2 = \frac{E_{2C} + V(p_{2C})_x}{\sqrt{1-(V/c)^2}}.$$

Учитывая, что $(p'_{2C})_x = p'_{2C} \cdot \cos\theta$, и используя формулы (2.9), (2.15) и (2.16), получаем

$$E'_2 = m_2 c^2 \frac{(E_1 + m_2 c^2)^2 - \cos\theta (E_1^2 - m_1^2 c^4)}{m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2E_1 m_2 c^2}. \quad (2.17)$$

Представим E'_2 в виде

$$E'_2 = Q + m_2 c^2,$$

подставим в (2.17) и найдем зависимость переданной энергии Q от угла рассеяния θ :

$$Q = Q_{\max} \sin^2(\theta/2), \quad (2.18)$$

где Q_{\max} определяется формулой (2.7).

Получим теперь выражения, связывающие углы рассеяния ϑ_1 и ϑ_2 в ЛСК с величиной переданной энергии Q . Для этого перепишем законы сохранения энергии и импульса в виде

$$E'_1 = E_1 - Q; \quad \vec{p}'_1 = \vec{p}_1 - \vec{p}'_2,$$

подставим эти выражения в формулу $E_1'^2 - p_1'^2 c^2 = m_1^2 c^4$ и после несложных преобразований получим

$$\cos \vartheta_2 = \sqrt{\frac{Q(E_1 + m_2 c^2)^2}{(E_1^2 - m_1^2 c^4)(Q + 2m_2 c^2)}}. \quad (2.19)$$

Действуя аналогичным образом и исключая E_2' и p_2' , получаем формулу для $\cos \vartheta_1$:

$$\cos \vartheta_1 = \frac{E_1^2 - m_1^2 c^4 - Q(E_1 + m_2 c^2)}{\sqrt{(E_1^2 - m_1^2 c^4)[(E_1 - Q)^2 - m_1^2 c^4]}}. \quad (2.20)$$

Если известны массы сталкивающихся частиц и энергия налетающей частицы, то формулы (2.19) и (2.20) дают связь между углами рассеяния этих частиц и переданной энергией.

Если нас интересует движение системы частиц как целого, то для невзаимодействующих частиц (частицы далеко друг от друга) в ЛСК полная энергия системы (E_o) и ее импульс (\vec{p}_o) обладают аддитивными свойствами. Их можно представить в виде

$$E_o = \sum_i E_i = \sum_i (T_i + m_i c^2) = \sum_i \tilde{m}_i c^2; \quad \vec{p}_o = \sum_i \vec{p}_i, \quad (2.21)$$

где \tilde{m} – релятивистская масса. Если не рассматривать внутренние процессы в системе и не учитывать ее пространственные размеры, то эту систему частиц можно считать одной материальной точкой – *составной частицей (составной системой)*. Составную частицу можно характеризовать полной энергией E_o , импульсом \vec{p}_o и массой покоя M_o , и для нее справедливы все соотношения для релятивистских частиц, например,

$$E_o^2 - p_o^2 c^2 = M_o^2 c^4 = \text{inv}, \quad (2.22)$$

$$\vec{p}_o = E_o \vec{V} / c^2, \quad (2.23)$$

где \vec{V} – скорость составной частицы, т. е. скорость ЦИ.

В СЦИ полная энергия системы частиц равна

$$E_C = M_o c^2 = \sum_i E_{iC} = \sum_i (T_{iC} + m_i c^2), \quad (2.24)$$

следовательно масса покоя составной частицы больше суммы масс покоя отдельных частиц

$$M_o > \sum_i m_i.$$

Из выражений (2.21) и (2.22) следует, что масса покоя составной частицы равна

$$M_o = \frac{1}{c^2} \sqrt{\left(\sum_i E_i\right)^2 - c^2 \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2}. \quad (2.25)$$

Поскольку образующаяся составная частица в СЦИ неподвижна, то суммарная кинетическая энергия частиц в СЦИ T_C целиком переходит в энергию покоя составной частицы. В соответствии с выражением (1.38) величина этой энергии для данной пары частиц определяется только их относительной скоростью.

Отметим в заключение, что, как и в нерелятивистском случае, задачу о столкновении двух релятивистских частиц в общем случае удобно решать в СЦИ, задавая асимптотические начальные значения импульсов частиц при $t = -\infty$. Искать надо асимптотические значения импульсов частиц после рассеяния ($t = +\infty$) из законов сохранения. При этом три переменные выражаются через четвертую, которую затем можно найти, например, из уравнения Эйнштейна-Ньютона. Если одна переменная задана условиями задачи, то решение существенно упрощается.

2.2. Кинематика неупругих столкновений

Рассматривая кинематику неупругих столкновений, ограничимся реакцией следующего типа:

$$A_1 + A_2 \rightarrow A_3 + A_4.$$

Закон сохранения энергии в данном случае имеет вид

$$T_1 + m_1 c^2 + T_2 + m_2 c^2 = T_3 + m_3 c^2 + T_4 + m_4 c^2,$$

причем $m_1 + m_2 \neq m_3 + m_4$. Энергия покоя и кинетическая энергия рассматриваемой системы частиц изменяются на величину

$$Q_R = \left[(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4) \right] c^2 = (T_3 + T_4) - (T_1 + T_2),$$

которая называется *энергией реакции*. Если обозначить индексом “in” массы и кинетические энергии частиц, входящих в реакцию, а индексом “out” массы и кинетические энергии частиц, образующихся в результате реакции, то получаем

$$Q_R = (m_{in} - m_{out}) c^2 = T_{out} - T_{in}. \quad (2.26)$$

Если $Q_R > 0$, то эта реакция называется *экзоэнергетической*: кинетическая энергия системы увеличивается за счет ее энергии покоя. Если $Q_R < 0$, то это *эндоэнергетическая* реакция: часть кинетической энергии вступающих в реакцию частиц идет на увеличение энергий покоя системы. При упругом столкновении $Q_R = 0$.

Найдем возможные значения импульсов частиц после неупругого столкновения в нерелятивистском случае. Наиболее просто эта задача решается в СЦИ. Приращение суммарной кинетической энергии частиц в СЦИ равно

$$T'_C - T_C = Q_R. \quad (2.27)$$

Поскольку $T'_C \neq T_C$, то это означает, что импульсы частиц после столкновения изменятся по модулю. Импульс каждой частицы после столкновения p'_C легко найти, если использовать в (2.27) замену $T'_C = p'^2_C / 2\mu'$, где μ' – приведенная масса образовавшихся частиц. В результате получаем

$$p'_C = \sqrt{2\mu'(T_C + Q_R)}, \quad (2.28)$$

где $T_C = T_1 m_1 / (m_1 + m_2)$.

Рассмотрим теперь эту же задачу в ЛСК, где вторая частица до столкновения покоится. Для определения возможных случаев разлета частиц после столкновения здесь также можно использовать векторную диаграмму импульсов. Ее построение похоже на построение для упругого рассеяния (рис. 1.10):

1. Откладываем импульс налетающей частицы \vec{p}_1 (отрезок AB на рис. 2.2) и делим его точкой O на две части, как $AO : OB = m_3 : m_4$;

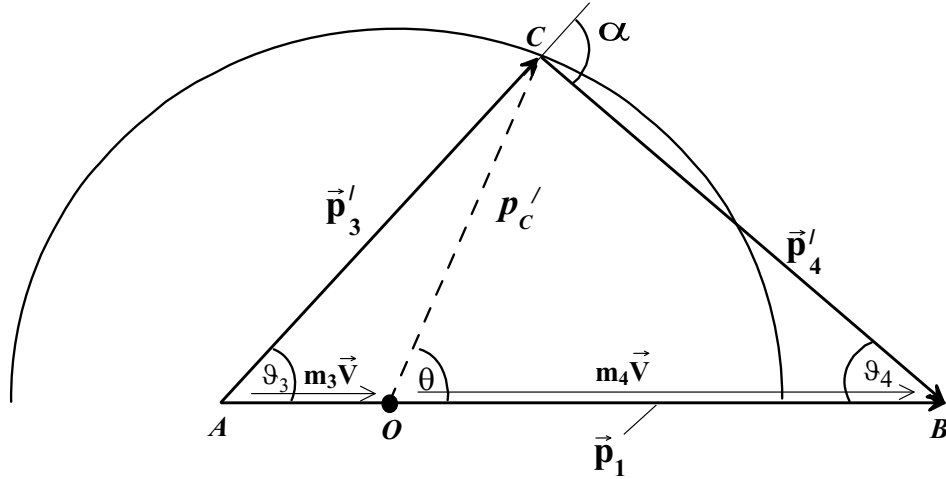


Рис. 2.2. Векторная диаграмма импульсов для неупругого рассеяния. Нерелятивистский случай. $Q_R < 0$

2. Из точки O проводим окружность с радиусом p'_C , величина этого радиуса определяется формулой (2.28). Эта окружность является геометрическим местом точек всех возможных положений вершины C треугольника импульсов ABC , стороны которого AC и CB равны импульсам соответственно первой и второй частиц после рассеяния в ЛСК.

В отличие от упругого столкновения, точка B (конец вектора \vec{p}_1) не лежит на окружности: при $Q_R > 0$ эта точка находится внутри окружности, а при $Q_R < 0$ – вне ее (рис. 2.2).

Удобно представить процесс неупругого столкновения происходящим в два этапа

$$A_1 + A_2 \rightarrow O \rightarrow A_3 + A_4.$$

Сначала образуется составная частица – O , а затем происходит ее распад на другие частицы (в общем случае их число может быть различным). Таким образом, с точки зрения кинематики задачу о столкновении частиц можно свести к задаче о распаде [6]. Если пренебречь областью, где взаимодействие между частицами не мало, то для рассматриваемого неупругого столкновения двух частиц закон сохранения полной энергии имеет вид

$$E_1 + E_2 = E_O = E_3 + E_4. \quad (2.29)$$

В релятивистском случае, используя инвариантность величины $E_O^2 - p_O^2 c^2$, можно упростить анализ и соответствующие расчеты процессов столкновения частиц. Например, полная энергия и импульс системы невзаимодействующих частиц обладают аддитивными свойствами, и можно записать

$$E_o^2 - p_o^2 c^2 = \underbrace{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2}_{ЛСК} = \underbrace{M_o^2 c^4}_{СЦИ}, \quad (2.30)$$

где учтено, что в СЦИ составная частица покоится (ее масса покоя определяется выражением (2.25)).

Величину импульса частиц, которые рождаются при распаде составной частицы, в СЦИ можно найти из уравнения

$$E_C = M_o c^2 = E_{3C} + E_{4C} = \sqrt{m_3^2 c^4 + p_C^2 c^2} + \sqrt{m_4^2 c^4 + p_C^2 c^2},$$

после несложных преобразований которого получаем

$$p_C = \frac{c \sqrt{\left[M_o^2 - (m_3^2 + m_4^2) \right]^2 - 4m_3^2 m_4^2}}{2M_o}. \quad (2.31)$$

Из выражения (2.30) следует, что величина суммарной энергии частиц в СЦИ ($E_C = M_o c^2$) является наибольшей, если суммарный импульс частиц в ЛСК равен 0. Именно эта энергия определяет возможность осуществления различных процессов неупругих столкновений, связанных, например, с рождением новых частиц.

Обычно взаимодействия частиц изучаются при столкновении пучка ускоренных частиц с частицами неподвижной мишени. При этом вследствие закона сохранения полного импульса соударяющихся частиц большая часть энергии налетающей частицы расходуется на сообщение кинетической энергии продуктам реакции, и лишь небольшая ее часть идет на увеличение массы покоя составной частицы, что может приводить, например, к рождению новых частиц. При столкновении частиц одинаковой массы (электронов, позитронов, протонов) в ЛСК, где одна частица покоится, а другая движется со скоростью близкой к скорости света и ее кинетическая энергия $T \gg mc^2$, $E_C \approx \sqrt{2Tmc^2}$ (см. выражения (2.24) и (2.30)). Следовательно, чем больше T , тем меньшая часть этой энергии идет на увеличение энергии покоя составной частицы. Если же частицы движутся навстречу друг другу (метод встречных пучков) и их суммарный импульс равен 0, то ЛСК совпадает с СЦИ частиц и $E_C \approx 2T$.

Особенно велико преимущество встречных пучков для легких частиц (электронов, позитронов), у которых мала энергия покоя. Например, для соударяющихся во встречных пучках электронов с $T = 1$ ГэВ $E_C = 2$ ГэВ. Если один из электронов неподвижен, то такую же энергию в СЦИ можно получить лишь при энергии налетающего электрона $T = 4000$ ГэВ. Энергия ускоренных протонов самого большого протонного синхрофазотрона в национальной лаборатории Ферми США (Ботавия) равна 10^3 ГэВ. На встречных пучках протонов с такой энергией $E_C = 2 \cdot 10^3$ ГэВ. Аналогичную энергию в СЦИ при неподвижной мишени можно получить на пучке протонов с энергией $2 \cdot 10^6$ ГэВ. Сооружение ускорителя на такую энергию вряд ли возможно.

Рассмотрим теперь энергетический баланс реакции неупругого столкновения двух частиц. Кинетическая энергия продуктов реакции должна быть по-

ложительной: $T_3 + T_4 > 0$. В результате из закона сохранения энергии следует, что

$$T_1 + T_2 + Q_R > 0.$$

Если реакция экзоэнергетическая, то это неравенство выполняется при любых значениях начальной кинетической энергии. Если же реакция эндоэнергетическая ($Q_R < 0$), то она возможна лишь в том случае, когда начальная кинетическая энергия превышает некоторое пороговое значение (*пороговую энергию*). Получим выражения для вычисления пороговой энергии.

Рассмотрим сначала нерелятивистский случай. Закон сохранения энергии в СЦИ (2.27) можно записать в виде

$$\frac{p_{1c}^2}{2m_1} + \frac{p_{2c}^2}{2m_2} = \frac{p_{3c}^2}{2m_3} + \frac{p_{4c}^2}{2m_4} - Q_R. \quad (2.32)$$

Поскольку в СЦИ импульсы частиц по величине равны

$$p_{1c} = p_{2c}; \quad p_{3c} = p_{4c}, \quad (2.33)$$

то, подставляя (2.33) в (2.32) и разрешая полученное уравнение относительно кинетической энергии $T_{3c} = p_{3c}^2/2m_3$, имеем

$$T_{3c} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} T_{1c} + Q_R \right) \frac{m_4}{m_3 + m_4}.$$

Величина T_{3c} будет положительной, если

$$\frac{m_1 + m_2}{m_2} T_{1c} \geq -Q_R = |Q_R|. \quad (2.34)$$

Учитывая, что

$$\vec{v}_{1c} = \vec{v}_1 - \vec{V} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{v}_1, \quad (2.35)$$

перейдем из СЦИ в ЛСК:

$$\vec{p}_{1c} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{p}_1; \quad T_{1c} = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 T_1.$$

Подставляя выражение для T_{1c} в (2.34), получаем пороговое значение кинетической энергии налетающей частицы в ЛСК:

$$(T_1)_{\text{пор}} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} |Q_R|. \quad (2.36)$$

Отметим, что при $m_1 \ll m_2$ величина пороговой кинетической энергии совпадает с энергией реакции $|Q_R|$, а при $m_1 = m_2$ в два раза превосходит это значение.

Формулу (2.36) можно получить другим способом, если учесть, что поступательное движение системы частиц как целого (движение центра инерции) не влияет на характер протекающих в ней процессов, они определяются кинетической энергией относительного движения. Следовательно, эндоэнергетическая реакция будет возможна в том случае, если

$$T_{1c} + T_{2c} \geq |Q_R|. \quad (2.37)$$

Записав левую часть выражения (2.37) в виде

$$\frac{p_{1c}^2}{2m_1} + \frac{p_{2c}^2}{2m_2} = \frac{p_{2c}^2}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) = \frac{v_{2c}^2 m_2^2}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$$

и используя выражения (1.5) и (1.16), приходим к формуле (2.36).

Вычислим теперь величину пороговой энергии при столкновении релятивистских частиц. В этом случае также можно воспользоваться соотношением (2.37), переписав его в виде

$$E_{1c} + E_{2c} \geq |Q_R| + m_1 c^2 + m_2 c^2. \quad (2.38)$$

Выразим E_{1c} и E_{2c} с помощью преобразования Лоренца для энергии импульса через характеристики частиц в ЛСК:

$$E_{1c} = \frac{E_1 - V p_1}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}; \quad E_{2c} = \frac{m_2 c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}.$$

Из этих формул следует, что

$$E_{1c} + E_{2c} = \frac{E_1 + m_2 c^2 - V p_1}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}. \quad (2.39)$$

Используя соотношение (2.9), можно показать, что

$$V p_1 = \frac{E_1^2 - m_1^2 c^4}{E_1 + m_1 c^2}; \quad \frac{1}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} = \frac{E_1 + m_2 c^2}{\sqrt{2m_2 c^2 E_1 + (m_1^2 + m_2^2) c^4}}.$$

Подставляя эти выражения в (2.39) получаем:

$$E_{1c} + E_{2c} = \sqrt{2E_1 m_2 c^2 + (m_1^2 + m_2^2) c^4}. \quad (2.40)$$

С учетом (2.40) из выражения (2.38) можно получить

$$T_1 \geq |Q_R| \frac{m_1 + m_2}{m_2} + \frac{Q_R^2}{2m_2 c^2},$$

откуда окончательно имеем

$$(T_1)_{\text{пор}} = |Q_R| \frac{m_1 + m_2}{m_2} + \frac{Q_R^2}{2m_2 c^2}. \quad (2.41)$$

Выражение (2.41) отличается от нерелятивистского выражения (2.36) слагаемым $Q_R^2/2m_2 c^2$, играющим существенную роль, когда энергия реакции сравнима с энергией покоя второй частицы.

В заключение отметим, что законы сохранения энергии и импульса позволяют сделать ряд важных выводов о процессе упругого столкновения, которые носят *общий характер* и не зависят от типа взаимодействующих частиц. Полученные с их помощью кинематические соотношения можно использовать при анализе результатов эксперимента: они позволяют идентифицировать тип реакции, установить связь между углами вылета и энергиями различных вторичных частиц, определить разрешенные области энергий и углов, в которых следует

ожидать появление вторичной частицы, найти энергетические пороги реакций. Но, получив, например, из анализа общих формул (или векторной диаграммы импульсов) полную картину возможных случаев разлета частиц после столкновения, мы не можем сказать, *какой* из этих возможных случаев реализуется конкретно. Законы сохранения дают ответ на вопрос, *как это должно произойти*. Для ответа на вопрос, *что именно должно произойти*, необходимо задавать потенциальную энергию или силу взаимодействия и рассматривать процесс столкновения более детально с помощью уравнений движения.

Задание 2

Контрольные вопросы

1. Как зависит величина переданной энергии при упругом столкновении двух нерелятивистских (и релятивистских) частиц от соотношения их масс?
2. Записать в матричном виде преобразование Лоренца для энергии-импульса.
3. Какова масса составной частицы в релятивистском случае, с какой скоростью она движется?
4. Как изменятся импульсы частиц в СЦИ после упругого рассеяния в релятивистском случае?
5. Чем отличаются векторные диаграммы импульсов в нерелятивистском и релятивистском случаях?
6. Какие реакции называют экзоэнергетическими, а какие эндоэнергетическими? Что происходит с энергией покоя и кинетической энергией частиц в этих реакциях?
7. Что необходимо сделать, чтобы осуществить эндоэнергетическую реакцию?
8. Как соотносится величина пороговой кинетической энергии налетающей частицы с энергией эндоэнергетической реакции?
9. Как отличаются пороговые кинетические энергии в нерелятивистском и релятивистском случаях?
10. В чем преимущество метода встречных пучков?

Упражнения

1. Используя преобразование Лоренца для энергии-импульса, выразить $\operatorname{tg} \vartheta_1 = p'_{1Y} / p'_{1X}$ через угол рассеяния в СЦИ – θ .
2. Получить выражение для Q_{\max} в случае центрального столкновения релятивистских частиц (формула (2.7)).
3. Получить асимптотику выражения для Q_{\max} (см. упражнение 2) в случае $v_1 \ll c$.
4. Вычислить по формуле (2.7) величину Q_{\max} , если $m_2 \gg m_1$ и $E_1 \gg m_2 c^2$.
5. Получить выражения (2.14) для большой и малой полуосей эллипса импульсов.
6. Выразить с помощью преобразования Лоренца для энергии-импульса энергию второй частицы после рассеяния в ЛСК (E_2') через энергию и импульс в СЦИ. Преобразовать полученное выражение и получить формулу (2.17).
7. Используя запись $E_2' = Q + m_2 c^2$, преобразовать выражение (2.17) в (2.18).
8. Для упругого столкновения двух частиц, из которых вторая покоится, полу-

читать в релятивистском случае выражения для величины скорости центра инерции в ЛСК (V) и абсолютного значения импульсов частиц в СЦИ. Примечание: для получения величины V используйте понятие составной системы (частицы).

9. Описать способ построения эллипса импульсов в зависимости от величины угла рассеяния в СЦИ – θ .
10. Преобразовать выражение (2.25) для столкновения двух частиц, когда вторая частица перед столкновением покоится.
11. Релятивистская частица с массой m_1 и энергией E_1 рассеивается упруго на неподвижной частице с массой m_2 . Получить выражения, связывающие углы рассеяния ϑ_1 и ϑ_2 в ЛСК с величиной переданной энергии Q . Рассмотреть частные случаи: а) $m_1 = 0$ (рассеяние фотона), б) $m_1 = m_2$.
12. Получить выражение (2.31) для величины импульса в СЦИ частиц, которые рождаются при распаде составной частицы.
13. Преобразовать выражение $T_{1C} + T_{2C} \geq |Q_R|$ в формулу для порогового значения кинетической энергии налетающей частицы в ЛСК в нерелятивистском случае.
14. Используя выражения (2.38) и (2.40), получить формулу для порогового значения кинетической энергии налетающей частицы в ЛСК в релятивистском случае.

Задачи

1. (*) Фотон рассеивается на двигающемся навстречу электроне. Найти угол, под которым полетит рассеянный фотон и его максимальную энергию. Можно ли таким образом увеличить энергию лазерного пучка оптического диапазона до рентгеновской области? Провести численный анализ.
2. В ЛСК частица с массой покоя m и кинетической энергией T налетает на покоящуюся частицу с такой же массой. Найти массу покоя M_0 и скорость V составной частицы, образовавшейся в результате столкновения.
3. (*) Вычислить энергию составной частицы в СЦИ для двух случаев: а) в ЛСК частица с массой m и кинетической энергией T налетает на неподвижную частицу с такой же массой; б) в ЛСК две частицы с одинаковыми массами m и кинетическими энергиями T двигаются навстречу друг другу (метод встречных пучков). Найти отношение полученных энергий (b/a) и построить график в зависимости от величины T для электронов и протонов. Вычислить величину отношения в ультрарелятивистском случае ($T \gg mc^2$) для одного значения T .
4. На какую энергию надо строить ускоритель на встречных электрон-позитронных пучках для реакции $e^- + e^+ \rightarrow p + \tilde{p}$?
5. Релятивистский π^0 -мезон с массой покоя m_0 распался на лету в ЛСК на два фотона с энергиями E_1 и E_2 . Найти угол α между направлениями разлета этих фотонов.
6. На практике для определения масс частиц в реакциях распада и неупругого

столкновения часто используют кинематические соотношения, связывающие неизвестную массу одной из частиц с известными массами других частиц и измеренными импульсами [1]. Получить выражение для определения массы m_0 частицы, распадающейся при движении на две заряженные частицы с известными массами m_1 и m_2 . Связать его с углом разлета рождающихся частиц. Преобразовать полученное выражение для случая распада остановившейся частицы. Примечание: воспользуйтесь для решения задачи инвариантностью величины $E^2 - p^2 c^2$.

7. Частица с массой m_0 распадается на лету на две частицы: заряженную с массой m_1 и нейтральную с массой m_2 . Получить выражение для определения m_2 , если массы m_0 и m_1 известны. Связать его с углом вылета первой частицы – ϑ_1 . Что следует измерять?
8. Найти пороговую энергию π^- -мезона для реакции $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^- + \pi^+$.
9. (*) Возможность протекания ядерных реакций с образованием новых частиц определяется величиной энергии покоя составного ядра. Получить выражения для $M_0 c^2$ в двух случаях: а) реакция осуществляется на неподвижной мишени; б) реакция идет на встречных пучках. Провести численный анализ для электрон-электронных и протон-протонных столкновений.

Список литературы

1. Балдин А. М. и др. **Кинематика ядерных реакций**. – М.: Атомиздат, 1968.
2. Гольданский В. И., Никитин Ю. П., Розенталь И. Л. **Кинематические методы в физике высоких энергий**. – М.: Наука, 1987.
3. Иродов И. Е. **Основные законы механики: Учеб. пособие**. – М.: Высшая школа, 1985.
4. Иродов И. Е. **Атомная и ядерная физика: Сборник задач: Учеб. пособие**. – СПб.: Изд-во «Лань», 2002.
5. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений**. – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1979.
6. Копылов Г. И. **Основы кинематики резонансов**. – М.: Наука, 1970.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Теория поля**. – М.: Наука, 1973.
8. Матвеев А. Н. **Механика и теория относительности: Учеб. пособие для вузов**. – М.: Высшая школа, 1976.
9. Медведев Б. В. **Начала теоретической физики**. – М.: Наука, 1977.
10. Мухин К. Н. **Экспериментальная ядерная физика: В 2 т. Т. 1. Физика атомного ядра: Учеб. для вузов**. – М.: Атомиздат, 1974.
11. **Сборник задач по физике элементарных частиц: Учеб. пособие для вузов / Сост. Ю. П. Никитин, В. П. Протасов, Э. П. Топоркова и др.** – М.: Энергоатомиздат, 1992.
12. Dedrick R. K. G. **Kinematics of High-Energy Particles // Rev. Mod. Phys.** – 1962. – V. 34. – P. 429.
13. Hagedorn R. **Relativistic Kinematics**. Benjamin; N. Y., 1963.

ГЛАВА 3. СЕЧЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ (СТОЛКНОВЕНИЯ)

Из законов сохранения энергии и импульса можно найти, чему равна энергия частиц, рассеянных на данный угол ϑ . Однако в некоторых задачах кроме энергии необходимо знать, сколько частиц попало в детектор, сколько частиц испытало рассеяние, сколько прошло через поглотитель и т. д. Чтобы ответить на эти вопросы, надо знать сечения взаимодействия (столкновения) частиц.

3.1. Микроскопическое сечение взаимодействия

Пусть мононаправленный и моноэнергетический пучок частиц с плотностью потока Φ ($1/\text{см}^2 \text{ с}$) падает на атом (ядро). Взаимодействие с атомом испытывают только те частицы, у которых *прицельный параметр* (расстояние между рассеивающим силовым центром и линией первоначального движения частицы) меньше радиуса действия сил (рис. 3.1). Среднее количество столкновений

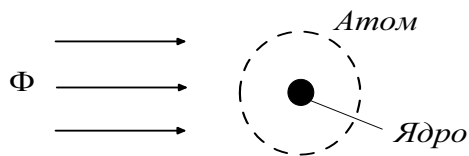


Рис. 3.1. К определению сечения взаимодействия

(N_{coll}), которое испытывают частицы в единицу времени пропорционально плотности потока

$$N_{coll} = \sigma \cdot \Phi \quad (1/\text{с}),$$

где коэффициент пропорциональности σ , определяемый как

$$\sigma = \frac{N_{coll}}{\Phi} \quad (\text{см}^2), \quad (3.1)$$

называют *микроскопическим сечением столкновения (взаимодействия)* с одним атомом (ядром). В СИ размерность сечения – м^2 , но поскольку размеры атома малы, часто используют внесистемную единицу измерения – барн ($1 \text{ барн} = 10^{-28} \text{ м}^2 = 10^{-24} \text{ см}^2$). Величину σ можно измерить, а иногда вычислить теоретически.

В геометрическом смысле микроскопическое сечение характеризует площадь некоторой области, где происходит взаимодействие – площадь некоторого *эффективного поперечного сечения* отдельного атома (ядра) относительно определенного взаимодействия с частицей. Часто σ называют *эффективным сечением взаимодействия*. Следует помнить, что в задачах атомной и ядерной физики радиус действия сил и сечения взаимодействия зависят не только от свойств атома, но и от типа налетающей частицы и ее энергии.

Величина сечения по порядку величины, как правило, равна квадрату радиуса действия сил между сталкивающимися частицами и атомами (ядрами). Для заряженных частиц за счет кулоновского взаимодействия, которое является дальнедействующим, величина сечения много больше, чем у незаряженных частиц.

При столкновении частиц с атомами взаимодействия могут быть самыми различными и можно сортировать частицы по типам взаимодействия, которые они испытали. Например,

$$N_{coll} = N_s + N_a, \quad (3.2)$$

где N_s – число рассеявшихся частиц, N_a – число частиц, которые поглотились. Если разделить обе части выражения (3.2) на плотность потока падающих частиц, то в соответствии с (3.1) получаем

$$\sigma = \frac{N_{coll}}{\Phi} = \frac{N_s}{\Phi} + \frac{N_a}{\Phi} = \sigma_s + \sigma_a, \quad (3.3)$$

где $\sigma_s = \frac{N_s}{\Phi}$ – микроскопическое *сечение рассеяния*, $\sigma_a = \frac{N_a}{\Phi}$ – микроскопическое *сечение поглощения*, σ – *полное сечение* взаимодействия.

В свою очередь рассеяние может быть упругим и неупругим, тогда, поделив все случаи рассеяния частиц на упругие (N_{el}) и неупругие (N_{si}), получаем

$$N_s = N_{el} + N_{si}. \quad (3.4)$$

Если разделить обе части (3.4) на плотность потока падающих частиц, то будем иметь

$$\sigma_s = \sigma_{el} + \sigma_{si}, \quad (3.5)$$

где σ_{el} – *сечение упругого рассеяния*, а σ_{si} – *сечение неупругого рассеяния*.

Равенство (3.5) легко обобщается на случай нескольких несовместных процессов, которыми могут быть, например, упругое рассеяние, неупругое рассеяние, ядерная реакция с испусканием вторичной частицы определенного сорта и т. д.:

$$\sigma = \sum_i \sigma_i, \quad (3.6)$$

где суммирование проводится по всем возможным процессам взаимодействия. В общем случае сечение взаимодействия i -го типа можно найти как

$$\sigma_i = \frac{\text{число частиц, испытавших взаимодействие } i \text{ в ед. времени}}{\text{плотность потока падающих частиц}} = \frac{N_i}{\Phi}.$$

Заметим, что во всех этих случаях мы применяли сортировку по признакам, которые принадлежали дискретному набору значений.

Характерной особенностью взаимодействия микроскопических частиц с атомами (ядрами) вещества является зависимость сечений от энергии частицы. Некоторые процессы становятся возможными только тогда, когда энергия частицы превышает некоторый порог реакции. Это может приводить к сложной зависимости полного сечения взаимодействия от энергии. Наиболее сложную форму имеют нейтронные сечения, для которых характерно наличие острых максимумов, свидетельствующих о резонансном характере взаимодействия.

3.2. Дифференциальные сечения

При рассеянии частицы на атомах вещества ее начальная кинетическая энергия T_0 уменьшается, а величина этой энергии после рассеяния может быть любой (*непрерывная случайная величина*) в интервале $T_{\min} \leq T \leq T_0$. Будем сортировать

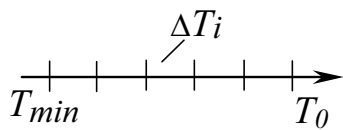


Рис. 3.2. К сортировке частиц по энергии

все частицы после рассеяния в зависимости от их энергии по некоторым интервалам ΔT_i (рис. 3.2). Тогда полное число частиц, испытавших рассеяние, можно представить в виде следующей суммы:

$$N_s = \sum_i N_s(T \in \Delta T_i), \quad (3.7)$$

где $N_s(T \in \Delta T_i)$ – число частиц с энергией в интервале ΔT_i . Разделим выражение (3.7) на плотность потока частиц:

$$\frac{N_s}{\Phi} = \sigma_s = \sum_i \frac{1}{\Phi} \cdot N_s(T \in \Delta T_i), \quad (3.8)$$

где σ_s – сечение рассеяния. Умножив и разделив правую часть (3.8) на ΔT_i и перейдя к пределу $\Delta T_i \rightarrow 0$, получаем

$$\sigma_s = \int_{T_{\min}}^{T_0} \frac{1}{\Phi} \frac{dN_s(T)}{dT} dT, \quad (3.9)$$

где $dN_s(T) = N_s(T \in dT)$. Величину

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{1}{\Phi} \frac{dN_s(T)}{dT} \quad \left(\frac{\text{см}^2}{\text{МэВ}} \right) \quad (3.10)$$

называют **дифференциальным по энергии сечением рассеяния**, оно определяет распределение (сортировку) рассеянных частиц по энергии. Размерность указана для случая, когда кинетическая энергия частиц измеряется в МэВ. Очевидно, что интеграл

$$\sigma_s = \int_{T_{\min}}^{T_0} \frac{d\sigma}{dT} dT \quad (3.11)$$

устанавливает связь между **полным (интегральным)** – σ_s и дифференциальными сечениями рассеяния.

Из формулы (3.10) можно найти число частиц, рассеявшихся в единицу времени с энергией в интервале от T до $T + dT$:

$$dN_s(T) = \Phi \frac{d\sigma}{dT} dT \quad \left(\frac{1}{c} \right). \quad (3.12)$$

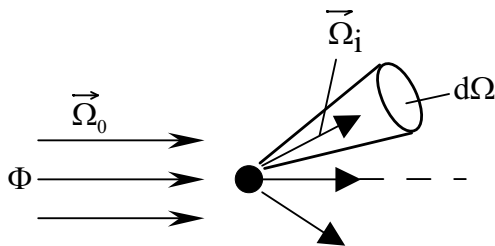


Рис. 3.3. Изменение направления частиц в результате рассеяния

Частицы можно сортировать и по другим признакам. Например, при рассеянии частицы направление ее движения изменяется из $\vec{\Omega}_0$ в $\vec{\Omega}$, где $\vec{\Omega}_0$ и $\vec{\Omega}$ – единичные векторы, соответственно, направления частицы до и

после столкновения (рис. 3.3). Как известно, величина телесного угла $\Delta\Omega$ определяется выражением

$$\Delta\Omega = \Delta S / r^2,$$

где ΔS – элементарная площадка на сфере с радиусом r . Если разделить всю площадь сферы на элементарные площадки ΔS_i (рис. 3.4) и соединить их края с центром сферы (здесь должен находиться рассеивающий центр), то весь телесный угол 4π будет разбит на элементарные части $\Delta\Omega_i$.

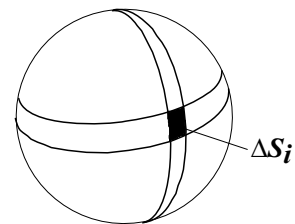


Рис. 3.4. К сортировке частиц по направлениям после рассеяния

Полное число частиц N_S , испытавших рассеяние, можно найти, сложив число частиц в каждом телесном угле $\Delta\Omega_i$:

$$N_S = \sum_i N_S(\vec{\Omega} \in \Delta\Omega_i).$$

Если разделить обе части этого выражения на плотность потока Φ , то получаем

$$\sigma_S = \sum_i \frac{1}{\Phi} N_S(\vec{\Omega} \in \Delta\Omega_i). \quad (3.13)$$

Умножив и разделив выражение (3.13) на $\Delta\Omega_i$ и перейдя к пределу $\Delta\Omega_i \rightarrow 0$, имеем

$$\sigma_S = \int \frac{1}{4\pi} \frac{dN_S(\vec{\Omega})}{d\Omega} d\Omega, \quad (3.14)$$

где $dN_S(\vec{\Omega}) = N_S(\vec{\Omega} \in d\Omega)$. Величина

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\Phi} \frac{dN_S(\vec{\Omega})}{d\Omega} \quad \left(\frac{\text{см}^2}{\text{ср}} \right) \quad (3.15)$$

называется **дифференциальным по направлению (Ω) сечением рассеяния** и характеризует распределение (сортировку) рассеянных частиц по направлениям движения после рассеяния.

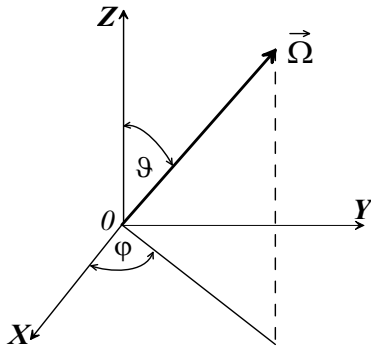


Рис. 3.5. Полярный и азимутальный углы

Как известно, в сферической системе координат направление вектора задается двумя углами: полярным – ϑ и азимутальным – φ (на рис. 3.5 ϑ и φ изображены в декартовой системе координат, ось OZ которой совпадает с полярной осью сферической системы). Если найти в сферической системе координат величину элементарной площадки dS , соответствующей телесному углу $d\Omega$, как произведение

$dS = dl_\varphi \cdot dl_\vartheta$ (на рис. 3.6 эта площадка образована параллелями и меридианами, проведенными на поверхности сферы радиуса r), тогда получаем

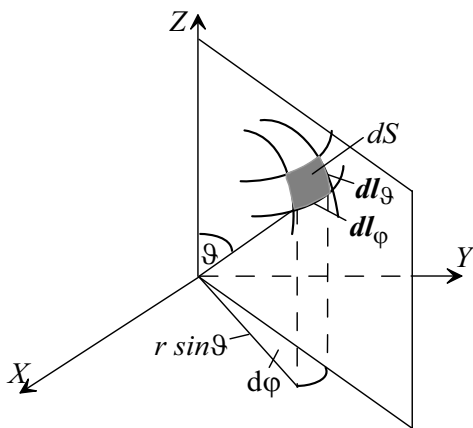


Рис. 3.6. К вычислению площади dS

$$dl_\varphi = r \sin \vartheta d\varphi; \quad dl_\vartheta = r d\vartheta,$$

$$d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi,$$

$$\int_{4\pi} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta = 4\pi.$$

Отсюда следует, что $d\sigma/d\Omega = f(\vartheta, \varphi)$. Число частиц, летящих после рассеяния в направлении $\vec{\Omega}$ в телесном угле $d\Omega$, дается выражением

$$dN_S(\vec{\Omega}) = \Phi \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega,$$

а полное сечение рассеяния можно вычислить как

$$\sigma_s = \int_{4\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega.$$

Мы отметили, что дифференциальное по направлению сечение рассеяния зависит от двух углов – ϑ и φ , но чаще всего рассеяние на любой угол φ равновероятно и $\frac{d\sigma}{d\Omega} = f(\vartheta)$. В этом случае говорят, что имеет место **азимутальная симметрия рассеяния**. На рис. 3.7 приведены наиболее часто встречающиеся типы угловых распределений рассеянных частиц в зависимости от полярного угла ϑ .

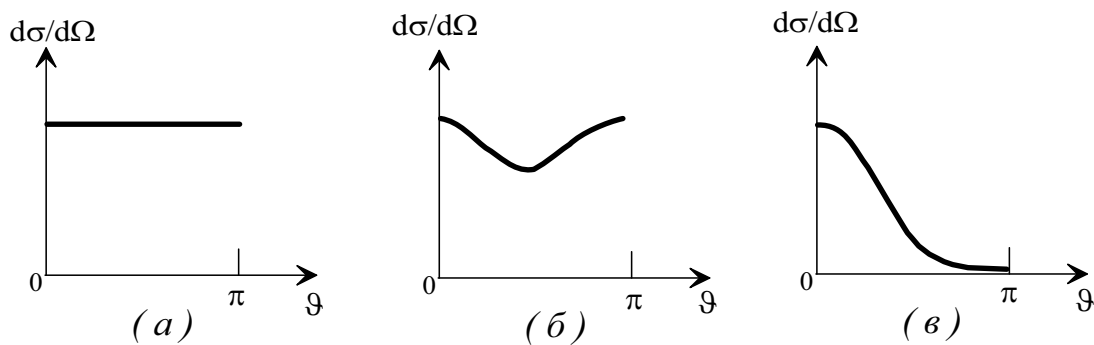


Рис. 3.7. Угловые распределения рассеянных частиц: а– изотропное; б– анизотропное симметричное относительно $\pi/2$; в– анизотропное вытянутое вперед

До сих пор мы сортировали рассеянные частицы по одному признаку – по энергии после рассеяния T или направлению движения $\vec{\Omega}$. Но сортировка может быть и двойной, например, и по T , и по $\vec{\Omega}$. В этом случае рассеянные частицы попадают в интервалы $T \in \Delta T$ (по энергии) и $\vec{\Omega} \in \Delta\Omega$ (по направлению движения). Если проделать стандартные преобразования (см. выше) и устремить длину обоих интервалов к нулю, то получим **дважды дифференциальное** по энергии и направлению движения сечение рассеяния:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dT} = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{dN_s(\vec{\Omega}, T)}{d\Omega dT}. \quad (3.16)$$

Если известно дважды дифференциальное сечение, то можно найти число частиц, которые после рассеяния будут иметь энергию в интервале ΔT и лететь в телесном угле $\Delta\Omega$:

$$N_s(\vec{\Omega} \in \Delta\Omega; T \in \Delta T) = \Phi \int_{\Delta T} dT \int_{\Delta\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega dT} d\Omega.$$

В общем случае, дифференциальное по переменной x сечение рассеяния имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{1}{\Phi} \frac{dN_s(x)}{dx}, \quad (3.17)$$

где $d_s N(x) = N_s(x \in dx)$.

Выше было сказано, что иногда дифференциальное сечение рассеяния можно вычислить аналитически. Найдем дифференциальное сечение по прицельному параметру. Каждая из падающих на атом (ядро) частиц имеет определенный прицельный параметр ρ (рис. 3.8). Ясно, что от его величины зависит сила взаимодействия, следовательно, энергия и направление движения частицы после рассеяния. По определению дифференциального сечения

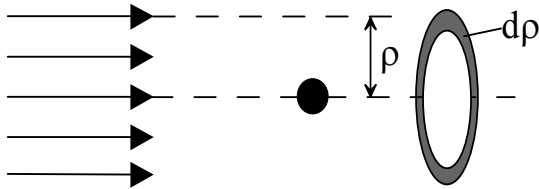


Рис. 3.8. К выводу $d\sigma/d\rho$

$$\frac{d\sigma}{d\rho} = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{dN(\rho)}{d\rho} \quad (3.18)$$

Разобьем все падающие на рассеивающий центр частицы на группы в зависимости от величины прицельного параметра ρ , для чего разделим всю площадь, на которую

падают частицы, на элементарные кольца с шириной $d\rho$ (рис. 3.8). Тогда $dN(\rho)$ в (3.18) – это число частиц, попавших в кольцо шириной $d\rho$, от ρ до $\rho + d\rho$. Но это число легко вычислить

$$dN(\rho) = N(\rho \in d\rho) = \Phi 2\pi\rho d\rho.$$

Подставив это выражение в (3.18) получаем формулу для дифференциального по прицельному параметру сечения рассеяния:

$$\frac{d\sigma}{d\rho} = 2\pi\rho. \quad (3.19)$$

3.3. Вычисление средних величин

Если все частицы перед взаимодействием имеют одну кинетическую энергию T_0 и движутся в одном направлении $\vec{\Omega}_0$, то после столкновения у каждой частицы своя энергия T и направление движения $\vec{\Omega}$. Найдем среднюю энергию и среднее направление частиц после рассеяния.

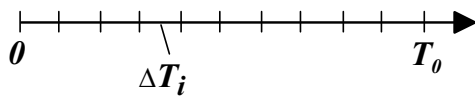


Рис. 3.9. К определению \bar{T}

Разобьем всю энергетическую область от 0 до энергии частицы перед рассеянием T_0 на некоторое количество интервалов (рис. 3.9) и будем сортировать частицы по этим интервалам в

соответствии с их энергией T после рассеяния. Среднюю энергию частиц найдем, просуммировав энергию рассеянных частиц в каждом интервале (считая, что в пределах интервала энергия у всех частиц одна) и поделив ее на число частиц N_S , испытавших рассеяние. Тогда будем иметь

$$\bar{T} = \frac{1}{N_S} \sum_i \underbrace{N_S(T \in \Delta T_i)}_{\text{число частиц в } \Delta T_i} \times \underbrace{T_i}_{\text{их энергия}} = \frac{\text{энергия всех частиц в } \Delta T_i}{N_S}.$$

Умножим и разделим полученное выражение на плотность потока частиц Φ и на ширину интервала ΔT_i и, перейдя к пределу $\Delta T_i \rightarrow 0$, получаем

$$\bar{T} \equiv \langle T \rangle = \frac{1}{N_S} \Phi \int_0^{T_0} \frac{1}{\Phi} \frac{dN_S(T)}{dT} T dT .$$

Но $\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{dN_S(T)}{dT} = \frac{d\sigma}{dT}$ – дифференциальное по энергии сечение рассеяния, а $\frac{N_S}{\Phi} = \sigma_S$ – полное сечение рассеяния. Тогда окончательно получаем выражение для вычисления средней энергии частиц после рассеяния:

$$\bar{T} = \frac{1}{\sigma_S} \int_0^{T_0} T \frac{d\sigma}{dT} dT . \quad (3.20)$$

В выражении (3.20) $\frac{d\sigma}{dT}$ – положительная величина, но $\int_0^{T_0} \frac{d\sigma}{dT} dT = \sigma_S$, значит,

$$\frac{1}{\sigma_S} \frac{d\sigma}{dT} = w(T) \quad (3.21)$$

– это плотность вероятности распределения частиц по энергии после рассеяния. Энергия частицы после рассеяния является непрерывной случайной величиной, поэтому в соответствии с выражением (3.21) получаем

$$\bar{T} = \int_0^{T_0} T w(T) dT .$$

Проводя аналогичные рассуждения, можно получить выражения для средней переданной (поглощенной) энергии при рассеянии

$$\bar{Q} = \frac{1}{\sigma_S} \int_0^{T_0} (T_0 - T) \frac{d\sigma}{dT} dT \quad (3.22)$$

и среднего косинуса полярного угла рассеяния

$$\overline{\cos \vartheta} = \frac{1}{\sigma_S} \int_{4\pi} \cos \vartheta \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega . \quad (3.23)$$

3.4. Сечения рассеяния и поглощения энергии

По аналогии с определением сечения рассеяния частиц

$$\sigma_S = \frac{\text{число рассеянных частиц в ед. времени}}{\text{плотность потока падающих частиц}}$$

можно определить **сечение рассеяния энергии** как

$$\kappa_S = \frac{\text{энергия рассеянных частиц в ед. времени}}{\text{плотность потока падающей энергии}} = \frac{\int T dN_S}{T_0 \cdot \Phi} = \frac{\int_0^{T_0} T \cdot \Phi \cdot \frac{d\sigma}{dT} dT}{T_0 \cdot \Phi} ,$$

откуда получаем

$$\kappa_S = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} T \frac{d\sigma}{dT} dT . \quad (3.24)$$

Соответственно, **сечение поглощения энергии** можно определить как

$$\kappa_a = \frac{\text{энергия поглощенная (переданная) в ед. времени}}{\text{плотность потока падающей энергии}} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} (T_0 - T) \frac{d\sigma}{dT} dT. \quad (3.25)$$

Сумма сечений рассеяния и поглощения энергии равняется полному сечению рассеяния σ_s .

По аналогии с дифференциальными сечениями для числа частиц (3.10), (3.15), (3.16) можно ввести дифференциальные сечения и для рассеяния энергии:

$$\frac{d\kappa}{d\Omega} = \frac{1}{T_0\Phi} \frac{dJ(\vec{\Omega})}{d\Omega}, \quad \frac{d\kappa}{dT} = \frac{1}{T_0\Phi} \frac{dJ(T)}{dT}, \quad \frac{d\kappa}{d\Omega dT} = \frac{1}{T_0\Phi} \frac{dJ(\vec{\Omega}, T)}{d\Omega dT},$$

где $dJ(\vec{\Omega}, T) = TdN(\vec{\Omega}, T)$ – энергия рассеянных частиц в направлении $\vec{\Omega}$.

Дифференциальное сечение рассеяния энергии $\frac{d\kappa}{d\Omega}$ показывает, какое количество энергии из всей падающей будет после рассеяния лететь в направлении $\vec{\Omega}$, а сечение $\frac{d\kappa}{dT}$ характеризует распределение рассеянной энергии по энергии.

3.5. Преобразование сечений

Выше было отмечено, что дифференциальное сечение соответствует сортировке рассеянных частиц по величине какого-либо параметра: энергии, направлению движения и т. д. Если параметры, по которым проводится сортировка, связаны между собой, то должны быть связаны и сечения. Например, мы вычислили $d\sigma/d\rho$ – дифференциальное по прицельному параметру сечение. Если

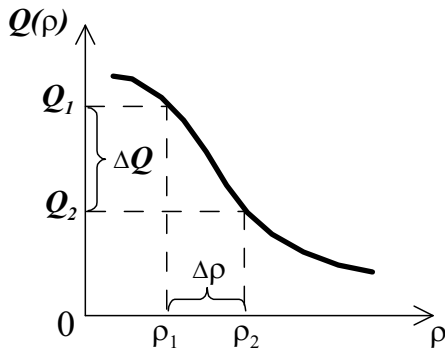


Рис. 3.10. Зависимость переданной энергии от прицельного параметра

известна взаимно однозначная связь между переданной энергией Q и ρ , то можно найти $d\sigma/dQ$.

На рис. 3.10 показана типичная зависимость переданной энергии Q от величины прицельного параметра ρ , которая соответствует, например, потерям энергии при упругих столкновениях частиц. Взаимно однозначная связь между Q и ρ (будем обозначать как $Q \leftrightarrow \rho$) означает, что частицы, потерявшие энергию в интервале ΔQ , имели прицельный параметр $\Delta\rho$:

$$N(Q \in \Delta Q) = N(\rho \in \Delta\rho). \quad (3.26)$$

По определению дифференциального сечения и с учетом (3.26) имеем

$$\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{1}{\Phi} \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{N(Q \in \Delta Q)}{\Delta Q} = \frac{1}{\Phi} \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{N(\rho \in \Delta\rho)}{\Delta Q}.$$

Если умножить и разделить полученное выражение на $\Delta\rho$ и перейти к пределу $\Delta\rho \rightarrow 0$ и $\Delta Q \rightarrow 0$, то получаем

$$\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{d\sigma}{dp} \left| \frac{dp}{dQ} \right| = 2\pi\rho \cdot \left| \frac{dp}{dQ} \right|_{p=f(Q)}. \quad (3.27)$$

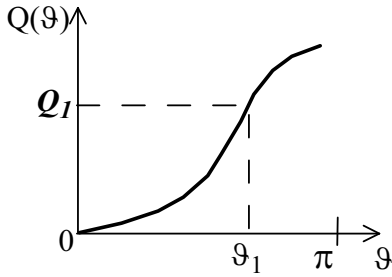


Рис. 3.11. Зависимость переданной энергии от полярного угла рассеяния

Переданная энергия Q и полярный угол рассеяния частицы ϑ также связаны между собой. Например, одна из типичных ситуаций, когда с увеличением угла рассеяния частицы увеличивается переданный импульс и переданная энергия, приведена на рис. 3.11. Это означает, что сортировке частиц по Q соответствует сортировка по направлению после рассеяния $\vec{\Omega}$ ($\cos \vartheta = (\vec{\Omega}_0 \vec{\Omega})$). Интервалу ΔQ соответствует некоторый интервал $\Delta\Omega$, который можно представить как телесный угол между двумя конусами (рис. 3.12). Тогда имеем

$Q \leftrightarrow \vartheta$ и

$$N(Q \in \Delta Q) = N(\vec{\Omega} \in \Delta\Omega).$$

По определению дифференциального сечения

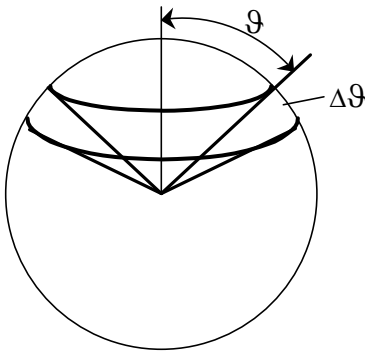


Рис. 3.12. К сортировке частиц по $\vec{\Omega}$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\Phi} \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{N(\vec{\Omega} \in \Delta\Omega)}{\Delta\Omega} = \frac{1}{\Phi} \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{N(Q \in \Delta Q)}{\Delta Q}.$$

Умножим и разделим последнее выражение на ΔQ и перейдем к пределу $\Delta\Omega \rightarrow 0$ и $\Delta Q \rightarrow 0$, тогда получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{dQ} \left| \frac{dQ}{d\Omega} \right|. \quad (3.28)$$

В случае азимутальной симметрии рассеяния, которая чаще всего имеет место при рассеянии частиц, $d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$ и окончательно имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{dQ} \frac{1}{2\pi \sin \vartheta} \cdot \left| \frac{dQ}{d\vartheta} \right|_{Q=f(\vartheta)}. \quad (3.29)$$

В общем случае, если известно дифференциальное сечение $d\sigma/dy$ и имеет место взаимно однозначное соответствие между переменными x и y , можно вычислить дифференциальное сечение $d\sigma/dx$:

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{d\sigma}{dy} \left| \frac{dy}{dx} \right|_{y=f(x)} \equiv \frac{d\sigma}{dy} \left/ \left| \frac{dx}{dy} \right|_{x=f^{-1}(y)} \right. . \quad (3.30)$$

Формулу (3.30) можно использовать, чтобы установить связь между дифференциальными сечениями в ЛСК и СЦИ. Например, угловое распределение частиц отдачи в ЛСК ($d\sigma/d\Omega_2$) выражается через угловое распределение

в СЦИ ($d\sigma/d\Omega$) следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_2} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \left| \frac{d\Omega}{d\Omega_2} \right| = \frac{d\sigma}{d\Omega} \left| \frac{\sin\theta}{\sin\vartheta_2} \frac{d\theta}{d\vartheta_2} \right|,$$

где $d\Omega_2 = 2\pi \sin\vartheta_2 d\vartheta_2$ – элемент телесного угла в ЛСК, а $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ – в СЦИ. Учитывая, что $\theta = \pi - 2\vartheta_2$ (раздел 1.3), получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_2} = 4 \cos\vartheta_2 \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{\theta=\pi-2\vartheta_2}. \quad (3.31)$$

Аналогично угловое распределение налетающей частицы

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \left| \frac{d\Omega}{d\Omega_1} \right| = \frac{d\sigma}{d\Omega} \left| \frac{d\cos\theta}{d\cos\vartheta_1} \right|.$$

Дифференцируя выражение (1.23), имеем

$$\left[\frac{d\cos\theta}{d\cos\vartheta_1} \right]_{\pm} = 2 \frac{m_1}{m_2} \cos\vartheta_1 \pm \frac{1 + (m_1/m_2)^2 \cos 2\vartheta_1}{\sqrt{1 - (m_1/m_2)^2 \sin^2 \vartheta_1}}. \quad (3.32)$$

Если $m_1 < m_2$, то в (3.32) следует выбирать знак $+$, а если $m_1 > m_2$, то, как отмечалось в разделе 1.3, каждому ϑ_1 соответствуют два значения θ . Поэтому

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1} = \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \left| \frac{d\cos\theta}{d\cos\vartheta_1} \right| \right]_{+} + \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \left| \frac{d\cos\theta}{d\cos\vartheta_1} \right| \right]_{-}, \quad (3.33)$$

где индексы $+$ и $-$ показывают, какой знак надо выбирать в выражении (3.32). При $m_1 = m_2$ из (1.20) следует, что $\theta = 2\vartheta_1$, поэтому

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1} = 4 \cos\vartheta_1 \frac{d\sigma}{d\Omega}. \quad (3.34)$$

Если же частицы неразличимы, то дифференциальное сечение, как и число частиц, летящих в определенном направлении, получается суммированием вкладов, соответствующих рассеянным частицам и частицам отдачи:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{1+2}} = \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \left| \frac{d\cos\theta}{d\cos\vartheta_1} \right| \right] + \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \left| \frac{d\cos\theta}{d\cos\vartheta_2} \right| \right].$$

3.6. Макроскопические коэффициенты взаимодействия

Пусть пучок частиц с направлением $\vec{\Omega}$, кинетической энергией T и плотностью потока Φ_0 $\text{с}^{-1} \text{см}^{-2}$ падает на слой вещества с плотностью атомов n_0 $1/\text{см}^3$ (рис. 3.13). Двигаясь в веществе, частицы испытывают различные взаимодействия с атомами и при этом поглощаются и рассеиваются (изменяется их направление движения и энергия). Следовательно, с увеличением толщины вещества число частиц с начальным направлением движения и начальной энергией (не испытавших взаимодействия) уменьшается. Поскольку столкновения

являются случайными, то плотность потока $\Phi(x)$ – случайная функция глубины.

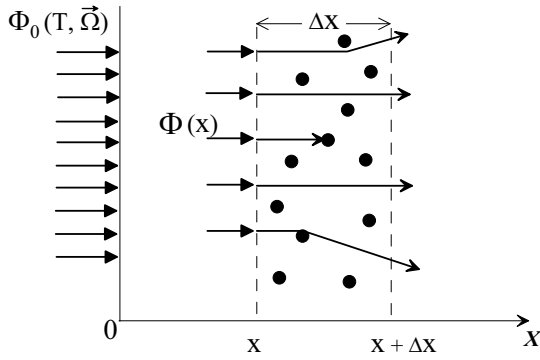


Рис. 3.13. К балансу частиц в слое Δx

Выделим в веществе тонкий слой Δx , тогда плотность потока $\Phi(x + \Delta x)$ частиц, прошедших этот слой, равна

$$\Phi(x + \Delta x) = \Phi(x) - W(\Delta x), \quad (3.35)$$

где $W(\Delta x)$ – число частиц, испытавших взаимодействие на квадратном сантиметре в слое Δx в единицу времени. Равенство (3.35) остается справедливым и после усреднения по многим экспериментам:

$$\bar{\Phi}(x + \Delta x) = \bar{\Phi}(x) - \bar{W}(\Delta x). \quad (3.36)$$

Если толщина слоя Δx настолько мала, что событиями с числом столкновений более одного можно пренебречь, то величину $\bar{W}(\Delta x)$ легко вычислить через микроскопическое сечение взаимодействия:

$$\bar{W}(\Delta x) = \bar{\Phi}(x) \sigma \cdot n_0 \Delta x, \quad (3.37)$$

где $\bar{\Phi}(x) \sigma$ – среднее число столкновений на 1 см^2 с одним атомом, $n_0 \Delta x$ – число атомов в слое Δx . Величину

$$\Sigma = \sigma n_0 \quad (1/\text{см}), \quad (3.38)$$

входящую в выражение (3.37), называют **макроскопическим сечением взаимодействия**. Отношение среднего числа столкновений в слое Δx к средней плотности потока частиц, падающих на этот слой,

$$\frac{\bar{W}(\Delta x)}{\bar{\Phi}(x)} = \Sigma \Delta x, \quad (3.39)$$

есть среднее количество столкновений на пути Δx , приходящихся на одну частицу. Тогда физический смысл макроскопического сечения Σ – **среднее число столкновений частицы на единице пути**. Из физического смысла Σ следует, что величина

$$L = 1/\Sigma \quad (\text{см}) \quad (3.40)$$

равна **среднему пробегу частицы между столкновениями**, поэтому ее называют **длиной свободного пробега**.

По аналогии с выражением (3.38) величина

$$n_0 \frac{d\sigma}{dT} = \frac{d\Sigma}{dT} \equiv \Sigma(T_0; T) \equiv \Sigma(T_0 \rightarrow T)$$

называется **макроскопическим дифференциальным по энергии сечением** рассеяния. Оно равно среднему числу таких столкновений частицы на единице пути, когда в каждом столкновении ее энергия изменяется от T_0 в T . Макроскопическое дифференциальное по направлению сечение рассеяния равно

$$n_0 \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\Sigma}{d\Omega} \equiv \Sigma(\vec{\Omega}_0; \vec{\Omega}) \equiv \Sigma(\vec{\Omega}_0 \rightarrow \vec{\Omega}),$$

а макроскопическое дифференциальное по энергии и по направлению сечение

рассеяния имеет вид

$$n_0 \frac{d\sigma}{d\Omega dT} = \frac{d\Sigma}{d\Omega dT} \equiv \Sigma(\vec{\Omega}_0, T_0; \vec{\Omega}, T) \equiv \Sigma(\vec{\Omega}_0 \rightarrow \vec{\Omega}; T_0 \rightarrow T).$$

Подставим выражения (3.38) и (3.37) в (3.36) и перейдем к пределу $\Delta x \rightarrow 0$, тогда для плотности потока $\bar{\Phi}(x)$ получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d\bar{\Phi}}{dx} = -\Sigma\bar{\Phi}.$$

Его решение с граничным условием $\bar{\Phi}(0) = \Phi_0$ имеет вид

$$\bar{\Phi}(x) = \Phi_0 \exp(-\Sigma x). \quad (3.41)$$

Выражение (3.41) определяет, как изменяется с толщиной вещества среднее количество частиц, не испытавших ни одного взаимодействия (*нерассеянных*) и называется *законом ослабления нерассеянного излучения*. Из (3.41) видно, что скорость уменьшения (*ослабления*) числа нерассеянных частиц определяется величиной макроскопического сечения Σ . Чем больше Σ , тем больше величина ослабления пучка частиц слоем вещества одинаковой толщины. В связи с этим макроскопическое сечение, определяемое выражением (3.38), часто называют *линейным коэффициентом ослабления*. Наряду с линейным коэффициентом ослабления используют и *массовый коэффициент ослабления*, который имеет размерность $\text{см}^2/\text{г}$. Линейный и массовый (его будем обозначать буквой μ) коэффициенты ослабления связаны соотношением

$$\mu = \Sigma/\rho, \quad (3.42)$$

где ρ – плотность вещества. Отношение среднего числа частиц, прошедших путь x , к числу падающих частиц

$$P_0(x) = \frac{\bar{\Phi}(x)}{\Phi_0} = e^{-\Sigma x} \quad (3.43)$$

есть *вероятность пройти путь x без взаимодействия*.

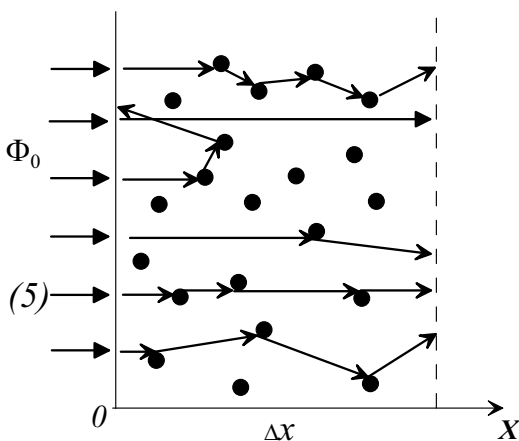


Рис. 3.14. К определению физического смысла Σ

Траектория частицы в веществе представляет собой ломаную линию, состоящую из отрезков случайной длины (рис. 3.14). На каждом отрезке направление движения частицы и ее энергия также являются случайными. Обозначим через Δx длину пути, пройденного частицей вдоль траектории, мысленно вытянув ее в прямую линию (траектория (5) на рис. 3.14). На этом пути частица испытывает случайное количество столкновений, поэтому плотность потока падающих на поглотитель частиц можно представить в виде следующей суммы:

$$\Phi_0 = \bar{\Phi}_0(\Delta x) + \bar{\Phi}_1(\Delta x) + \bar{\Phi}_2(\Delta x) + \dots,$$

где $\bar{\Phi}_k$ – среднее количество частиц (на см^2 в с), испытавших в слое Δx k столкновений с атомами вещества. Разделив обе части этого равенства на Φ_0 , получим условие нормировки

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k(\Delta x) = 1,$$

где $P_k(\Delta x) = \frac{\bar{\Phi}_k(\Delta x)}{\Phi_0}$ – вероятность, что в слое Δx частица испытает k столкновений. В соответствии с выражением (3.43) $P_0(\Delta x) = e^{-\Sigma \Delta x}$ – это вероятность пройти путь Δx без взаимодействия, но тогда величина $1 - e^{-\Sigma \Delta x}$ – вероятность испытать столкновения на этом пути. Пусть величина пути Δx настолько мала, что вероятностями испытать более одного столкновения можно пренебречь. Тогда, разлагая экспоненту в ряд по степеням Δx и оставляя два первых члена, получаем

$$P_1(\Delta x) = \Sigma \Delta x, \quad (3.44)$$

откуда следует, что *для малого отрезка пути Δx произведение $\Sigma \Delta x$ есть вероятность испытать столкновение на этом пути*. Произведение двух вероятностей $P_0(x)P_1(\Delta x)$ равно вероятности, что частица пройдет путь x без столкновений, а на отрезке от x до $x + \Delta x$ испытает столкновение. Следовательно,

$$P_0(x)P_1(\Delta x) = e^{-\Sigma x} \Sigma \Delta x \quad (3.45)$$

– это вероятность, что случайный пробег частицы между столкновениями будет находиться в интервале от x до $x + \Delta x$.

В соответствии с определением макроскопического дифференциального сечения величина $n_0 \frac{d\sigma}{dQ} = \Sigma(T; Q)$ – есть дифференциальное по переданной энергии (Q) сечение рассеяния частицы с энергией T . Оно равно среднему числу столкновений на единице пути с потерей энергии Q в каждом. Но тогда $Q \cdot \Sigma(T; Q)$ – есть средняя энергия, потерянная частицей на единице пути в веществе в этих столкновениях. Если учитывать столкновения с любыми потерями энергии, то получаем выражение

$$\left(-\frac{dE}{dx} \right) \equiv \bar{\eta}(T) = \int_0^{Q_{\max}} Q \Sigma(T; Q) dQ \quad \left(\frac{\text{МэВ}}{\text{см}} \right), \quad (3.46)$$

которое для заряженных частиц называется *тормозной способностью вещества* и равно *средней энергии, потерянной частицей на единице пути в веществе во всех столкновениях*. Знак $-$ в формуле (3.46) стоит потому, что величина $dE \equiv dT = T(x + dx) - T(x)$ – отрицательная. Наряду с тормозной способностью, определяемой выражением (3.46), которую называют также *линейной*

тормозной способностью, часто используют величину $\frac{1}{\rho} \left(-\frac{dE}{dx} \right)$, $\text{МэВ} \frac{\text{см}^2}{\text{г}}$ (здесь ρ $1/\text{см}^3$ – плотность вещества), которую называют **массовой тормозной способностью**.

С увеличением пути s , пройденного заряженной частицей в веществе, возрастает потерянная частицей энергия и уменьшается ее текущая кинетическая энергия T . Путь s и энергию частицы T можно связать между собой через тормозную способность вещества $\bar{\eta}(T)$

$$T(s) - T(s + \Delta s) = \bar{\eta}(T) \Delta s. \quad (3.47)$$

Разделим обе части (3.47) на Δs и перейдем к пределу $\Delta s \rightarrow 0$, тогда получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dT}{ds} = -\bar{\eta}(T).$$

Интегрируя его по энергии частицы от начальной T_0 до текущей T и учитывая граничное условие $s(T_0) = 0$, получаем связь между пройденным путем и тормозной способностью

$$s = \int_0^s ds' = \int_T^{T_0} \frac{dT'}{\bar{\eta}(T')}. \quad (3.48)$$

Если энергия частицы при движении в веществе изменяется от начальной T_0 до 0, то выражение

$$R_0(T_0) = \int_0^{T_0} \frac{dT}{\bar{\eta}(T)} \quad (3.49)$$

называется **средним пробегом частицы** с энергией T_0 в веществе. Величина R_0 , которая вычисляется в соответствии со средними потерями энергии на единице пути, имеет одно и то же значение для всех частиц с начальной кинетической энергией T_0 . Но число столкновений, которое испытает каждая частица с атомами вещества, различно (случайное) и потерянная энергия в каждом столкновении – случайная величина, значит, и пробеги частиц в веществе должны отличаться друг от друга. Как же тогда понимать средний пробег? **Средний пробег определяет среднюю длину пути, который прошла бы частица в процессе замедления в неограниченной и однородной среде при условии, что она непрерывно теряет энергию вдоль всего пути в соответствии с тормозной способностью** ($-dE/dx$). Поэтому средний пробег часто называют **пробегом в приближении непрерывного замедления**. Пробеги отдельных частиц в веществе (**истинные пробеги**) являются случайными и распределены возле среднего пробега R_0 примерно по нормальному закону.

Введем еще одну макроскопическую характеристику взаимодействия заряженных частиц – **линейную передачу энергии** (ЛПЭ). **ЛПЭ – это энергия, переданная заряженной частицей веществу на единице пути в заданной окрестности ее траектории**. ЛПЭ имеет такую же размерность, как и тормозная

способность, но ограничивает энергию вторичных частиц (в основном, электронов) некоторым пороговым значением, чтобы они отдавали свою энергию веществу вблизи траектории частицы. В отличие от ЛПЭ, тормозная способность учитывает любые потери энергии без условия их локализации вблизи траектории частицы. ЛПЭ широко используется в дозиметрии и радиобиологии, так как радиационные эффекты от различных видов излучения примерно одинаковы, если одинаковы их ЛПЭ.

Задание 3

Контрольные вопросы

1. Назвать физический смысл микроскопического сечения взаимодействия. От чего зависит величина сечения?
2. Что такое дифференциальное сечение взаимодействия, как оно связано с полным сечением, как с его помощью вычислить средние характеристики частиц после взаимодействия?
3. Дать определение и физический смысл сечения рассеяния и поглощения энергии.
4. Привести примеры формул для преобразования сечений.
5. Какое излучение называют нерассеянным?
6. Дать определение физического смысла макроскопического сечения. Как оно связано с микроскопическим сечением?
7. Что такое тормозная способность вещества?
8. Объяснить фразу «пробег в приближении непрерывного замедления».
9. Назвать макроскопические коэффициенты взаимодействия частиц с веществом и объяснить их физический смысл.
10. Чем отличается ЛПЭ от тормозной способности вещества?

Упражнения

1. Получить выражение для дважды дифференциального по энергии и направлению сечения рассеяния.
2. Вывести закон ослабления нерассеянного излучения.
3. Получить выражения для средней переданной (поглощенной) энергии и $\overline{\cos \vartheta}$ при рассеянии.

Задачи

1. (*) Для рассеяния низкоэнергетических фотонов $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \vartheta)$, где $r_e = e^2 / m_e c^2$. Построить график этой функции. Вычислить число фотонов, рассеянных "вперед" ($\vartheta < \pi/2$) и "назад" ($\vartheta > \pi/2$).
2. Найти $d\sigma/d\Omega$, если $\rho = a \cos \vartheta/2$.
3. (*) Точечная частица рассеивается на шаре радиуса a . Найти и построить графики функций $\rho(\vartheta)$, $d\sigma/d\Omega$, $d\sigma/dQ$, $\bar{\eta}(T)$, $\kappa_a(T)$, $T(s)$.
4. Поверхность сферы разделена параллелями на n равных частей, каждая получившаяся площадь разделена на n равных частей меридианами. Найти границы получившихся областей в сферической системе координат и вычислить площадь одной из них интегрированием.

5. Пусть массы сталкивающихся частиц равны и $\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{A}{T} \frac{1}{Q^2} \quad (I < Q < T/2)$.

Вычислить полное сечение рассеяния, $d\sigma/d\Omega$ в СЦИ, $d\sigma/d\Omega_1$ и $d\sigma/d\Omega_2$ в ЛСК, потери энергии на единице пути, зависимость энергии от пройденного пути, зависимость пробега от энергии.

6. При энергии 1 ГэВ сечение взаимодействия нейтрино с грунтом $\sigma = 10^{-35} \text{ см}^2$. Вычислить среднюю длину свободного пробега, найти среднее число столкновений нейтрино на диаметре Земли и кратность ослабления нейтринного пучка Землей. $R_3 = 6380 \text{ км}$.
7. Частица с прицельным параметром ρ падает вдоль оси OZ на сферический детектор радиуса R . Вычислить длину пути частицы в детекторе L (лучевые размеры детектора).
8. (*) Поток частиц с равномерной плотностью падает вдоль оси OZ на сферический детектор радиуса R . Найти аналитически среднее значение прицельного параметра $\bar{\rho}$ и среднее значение лучевых размеров детектора \bar{L} . Вычислить эти значения методом статистического моделирования и сравнить с аналитическими значениями. Получить распределения частиц по прицельному параметру и лучевым размерам. Примечание: для статистического моделирования можно использовать листинги программ, приведенные в приложении 2.

Список литературы

1. Барашенков В. С. **Сечения взаимодействия элементарных частиц.** – М.: Наука, 1966.
2. Бейзер А. **Основные представления современной физики.** – М.: Атомиздат, 1973.
3. Квливидзе В. А., Красильников С. С. **Введение в физику атомных столкновений.** – М.: Изд-во МГУ, 1985.
4. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений.** – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1979.
5. Кольчужкин А. М., Богданов А. В. **Метод Монте-Карло в теории переноса излучений:** Учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006.

ГЛАВА 4. УПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

До сих пор, говоря о столкновениях частиц, мы не всегда конкретизировали тип частиц, хотя и отмечали, что от этого должен зависеть характер взаимодействия. Все элементарные частицы, взаимодействия которых с веществом мы будем рассматривать, в соответствии с характерными особенностями этих взаимодействий с атомами (ядрами) вещества разделим на следующие типы:

- заряженные частицы, например, электроны, позитроны, протоны, альфа-частицы, мюоны;
- фотоны – кванты электромагнитного излучения;
- незаряженные частицы – нейтроны.

Рассматривая взаимодействия заряженных частиц с атомами, ограничимся, в основном, *быстрыми частицами*, скорость которых много больше средней скорости атомных электронов. Процессы столкновений с атомами *медленных заряженных частиц*, скорости которых сравнимы и меньше средней скорости атомных электронов, имеют ряд характерных особенностей, которые мы подробно рассматривать не будем.

К основным процессам взаимодействия заряженных частиц с атомами, приводящим к замедлению и рассеянию частиц, можно отнести следующие:

1. упругое рассеяние в кулоновском поле атомов, следствием которого в основном является изменение направления движения частиц;
2. неупругие столкновения с атомными электронами, в результате которых энергия частиц расходуется на возбуждение и ионизацию атомов;
3. тормозное излучение – испускание электромагнитного излучения в электрическом поле атомов;
4. упругие и неупругие столкновения с ядрами атомов, следствием которых является рассеяние частиц, возбуждение ядер, рождение новых частиц.

Вероятность того или иного процесса взаимодействия зависит от массы, величины и знака заряда частицы, ее энергии, а также от величины прицельного параметра. В нерелятивистской области энергий зависимость от прицельного параметра можно качественно представить следующим образом:

- если он больше размеров атома, то атом реагирует как целое на переменное поле, создаваемое проходящей частицей, и наиболее вероятным результатом взаимодействия является упругое рассеяние;
- когда прицельный параметр сравним с размерами атома, то велика вероятность столкновения пролетающей частицы с одним из атомных электронов. Наиболее вероятными результатами взаимодействия являются возбуждение или ионизация атома;
- при дальнейшем уменьшении величины прицельного параметра, у легких частиц (электронов, позитронов) появляется заметная вероятность тормозного излучения;
- если прицельный параметр сравним с областью действия ядерных сил, то налетающая тяжелая частица может испытать ядерное взаимодействие.

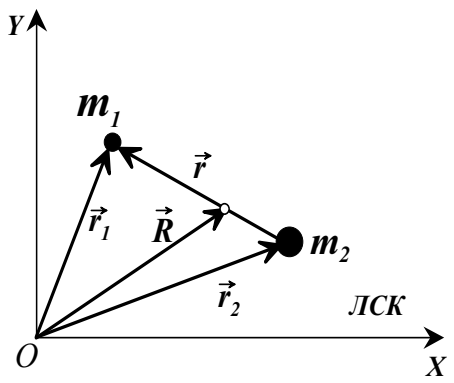
4.1. Задача двух тел

Рассмотрим упругое рассеяние двух заряженных частиц. В классической механике законы движения частиц $\vec{r}_1(t)$ и $\vec{r}_2(t)$ находят, решая два уравнения Ньютона

$$\begin{cases} m_1 \ddot{\vec{r}}_1 = \vec{F}_{12}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \\ m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \end{cases}. \quad (4.1)$$

При этом должны быть заданы массы частиц m_1, m_2 , начальные координаты и скорости частиц $\vec{r}_{i0}, \vec{v}_{i0}$ (асимптотика движения частиц при $t = -\infty$) и сила взаимодействия \vec{F}_{12} (или потенциальная энергия $W(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$).

Перейдем в уравнениях (4.1) от переменных \vec{r}_1, \vec{r}_2 к переменным r и R :



$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} \end{cases}, \quad (4.2)$$

где \vec{r} – вектор взаимного расстояния между частицами, а \vec{R} – радиус-вектор центра инерции частиц в ЛСК (рис. 4.1). Выразив \vec{r}_1 и \vec{r}_2 через \vec{r} и \vec{R}

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = \vec{R} + \vec{r} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \\ \vec{r}_2 = \vec{R} - \vec{r} \frac{m_1}{m_1 + m_2} \end{cases} \quad (4.3)$$

и подставив полученные соотношения в (4.1), получим два других уравнения

$$\begin{cases} m_1 \ddot{\vec{R}} + \mu \ddot{\vec{r}} = \vec{F}_{12} \\ m_2 \ddot{\vec{R}} - \mu \ddot{\vec{r}} = -\vec{F}_{12} \end{cases},$$

где $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ – приведенная масса (см. раздел 1.3). Если их сложить и вычесть, то получим уравнения для переменных \vec{R} и \vec{r}

$$M \ddot{\vec{R}} = 0; \quad (4.4)$$

$$\mu \ddot{\vec{r}} = \vec{F}_{12}, \quad (4.5)$$

где $M = m_1 + m_2$.

Интегрируя уравнение (4.4), найдем закон движения центра инерции

$$\vec{R}(t) = \vec{R}_0 + \vec{V}_0 \cdot t, \quad (4.6)$$

где значения \vec{R}_0 и \vec{V}_0 – определяются в соответствии с (4.2) из начальных усло-

вий. Таким образом, решение задачи о столкновении двух частиц свелось к решению уравнения (4.5) и нахождению $\vec{r}(t)$ – уравнения движения одной «частицы» с массой μ в том же самом силовом поле.

Если записать выражения, связывающие радиусы-векторы сталкивающихся частиц в ЛСК и СЦИ (раздел 1.3): $\vec{r}_1 = \vec{R} + \vec{r}_{1c}$, $\vec{r}_2 = \vec{R} + \vec{r}_{2c}$ и вычесть из первого уравнения второе, то получаем

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r} = \vec{r}_{1c} - \vec{r}_{2c}.$$

Это означает, что частица с массой μ движется в поле неподвижного силового центра, расположенного в центре инерции сталкивающихся частиц [7]. Решив уравнение (4.5), найдем $\vec{r}(t)$, а так как $\vec{R}(t)$ известно (выражение (4.2)), то по формулам (4.3) найдем законы движения $\vec{r}_1(t)$ и $\vec{r}_2(t)$ каждой частицы в ЛСК.

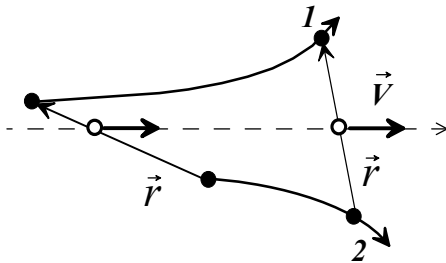


Рис. 4.2. Поворот вектора \vec{r} в процессе столкновения

Вектор \vec{r} всегда проходит через центр инерции частиц и в процессе столкновения поворачивается (рис. 4.2). Зная из начальных условий $\vec{r}_0(t \rightarrow -\infty)$, и найдя его асимптотику $\vec{r}(t \rightarrow +\infty)$ из решения уравнения (4.5), можно найти θ – угол рассеяния в СЦИ. Затем, используя полученные в главе 1 соотношения, можно определить все характеристики движения частиц после столкновения в ЛСК, которые мы уже выразили через угол θ .

4.2. Использование законов сохранения для анализа движения (нерелятивистский случай)

Важную информацию о характере движения частиц можно получить из законов сохранения энергии, импульса и момента импульса. Воспользуемся законами сохранения энергии и момента импульса, чтобы найти тип траектории, по которой движется частица с массой μ в потенциальном поле $W(r)$ с центром в начале координат. Закон сохранения энергии имеет вид

$$\mu \frac{v^2}{2} + W(r) = E = \text{const}, \quad (4.7)$$

где E – полная энергия частицы. Величину E можно найти из начальных условий, когда расстояние r велико и потенциальной энергией можно пренебречь:

$$E = \mu \frac{v_0^2}{2}. \quad (4.8)$$

Здесь v_0 – скорость частицы на большом удалении от начала координат. Она определяется в соответствии с выражением (4.2) при $t \rightarrow -\infty$ и равна начальной скорости первой частицы.

Чтобы получить закон сохранения момента импульса, воспользуемся уравнением для моментов, которое легко получить из уравнения Ньютона

$$\frac{d}{dt} \vec{L} = \vec{N},$$

где $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$ – момент импульса, а $\vec{N} = [\vec{r}, \vec{F}]$ – момент силы. Оба момента в этом уравнении будем определять относительно начала системы координат, в которой движется частица массы μ . Величина силы в рассматриваемой задаче

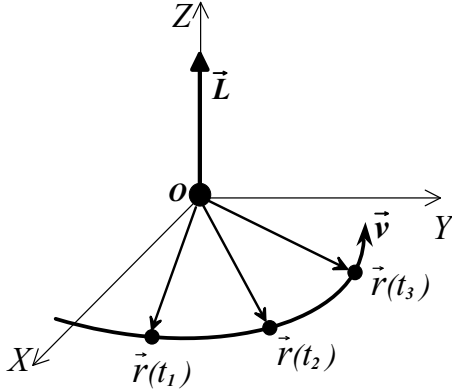


Рис. 4.3. Траектория частицы в поле центральной силы

зависит только от расстояния r , а линия действия этой силы направлена по радиусу вектору \vec{r} , поэтому движение частицы происходит в поле **центральной силы (центрального поля)**. В этом случае векторы \vec{r} и \vec{F} являются коллинеарными, $\vec{N} = 0$, и из уравнения для моментов получаем закон сохранения момента импульса

$$\vec{L} = \text{const.}$$

В поле центральной силы величина и направление момента импульса частицы не меняются.

В соответствии с определением момента импульса векторы \vec{L} и \vec{r} взаимно перпендикулярны и постоянство \vec{L} означает, что при движении частицы ее радиус-вектор все время остается в одной плоскости, которая перпендикулярна к \vec{L} (рис. 4.3). Таким образом, **траектория частицы, движущейся в центральном поле, лежит в одной плоскости**, проходящей через центр силы.

Пусть частица с массой μ движется в плоскости XY , тогда $L_x = L_y = 0$ и величина момента импульса определяется его Z -проекцией

$$L = L_z = \mu(x \dot{y} - y \dot{x}). \quad (4.9)$$

Перейдем к полярным координатам r и φ , которые связаны с декартовыми соотношениями

$$x = r \cos \varphi; \quad y = r \sin \varphi. \quad (4.10)$$

Выразив скорость частицы ($v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2$) через r и φ , получим вместо (4.7) и (4.9) выражения для закона сохранения энергии

$$\frac{\mu}{2} \left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \right) + W(r) = E \quad (4.11)$$

и закона сохранения момента импульса

$$\mu r^2 \dot{\varphi} = L \quad (4.12)$$

в полярных координатах. Выражая с помощью формулы (4.12) $\dot{\varphi}$ через L , перепишем закон сохранения энергии в виде

$$\frac{\mu \dot{r}^2}{2} + \frac{L^2}{2\mu r^2} + W(r) = \frac{\mu \dot{r}^2}{2} + W_{eff} = E, \quad (4.13)$$

где величину

$$W_{eff} = \frac{L^2}{2\mu r^2} + W(r) \quad (4.14)$$

называют **эффективной потенциальной энергией**.

Если пренебречь размерами заряженной частицы, то ее потенциальная энергия в кулоновском поле точечного заряда (рассеивающего центра) имеет вид

$$W(r) = \frac{q_1 q_2}{r},$$

где r – расстояние частицы до начала координат, $q_1 = Z_1 e$ – ее заряд, $q_2 = Z_2 e$ – заряд рассеивающего центра, e – элементарный заряд. Тогда

$$W_{eff}(r) = \frac{\alpha}{r} + \frac{L^2}{2\mu r^2},$$

где $\alpha = q_1 q_2$.

Вид W_{eff} зависит от знаков зарядов частиц. Если знаки зарядов одинаковы (отталкивание), то $\alpha > 0$, а если различные (притяжение), то $\alpha < 0$. Зависимость W_{eff} от расстояния между частицами для $\alpha > 0$ изображена на рис. 4.4. В этом случае $W_{eff} > 0$ и $E > 0$,

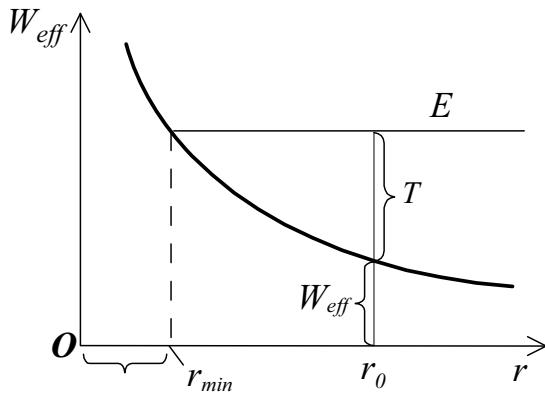


Рис. 4.4. Зависимость $W_{eff}(r)$ для $\alpha > 0$

а траектория частицы является **инфинитной** (движение происходит в неограниченной области пространства). Но в область $r < r_{min}$ частица попасть не может, так как здесь ее кинетическая энергия становится отрицательной.

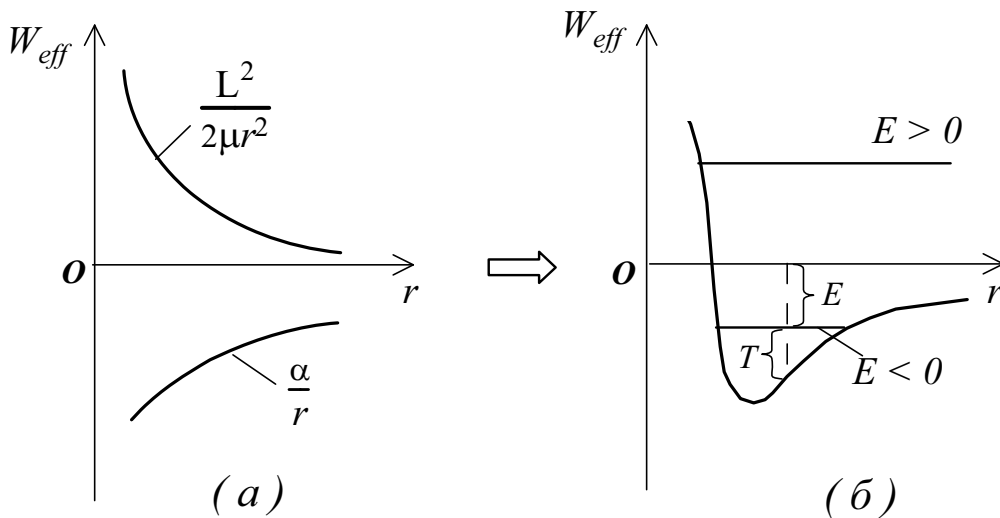


Рис 4.5. Зависимость $W_{eff}(r)$ для $\alpha < 0$

Если $\alpha < 0$, то слагаемые в выражении для W_{eff} имеют противоположные знаки и различную зависимость от r (рис 4.5, а). В результате этого зависимость W_{eff} от r является немонотонной (рис 4.5, б). Траектория частицы может быть как инфинитной (при $E > 0$), так и **финитной** (движение происходит в ограниченной области пространства), если полная энергия отрицательная.

4.3. Задача Кеплера

Задача Кеплера – это задача о движении частицы (тела) в центральном поле сил, где потенциальная энергия убывает обратно пропорционально расстоянию, а сила взаимодействия – обратно пропорционально квадрату расстояния от центра поля. Важными случаями центральных полей являются, например, поля тяготения, которые имеют характер притяжения, и кулоновские электростатические поля, которые могут быть как полями притяжения, так и отталкивания.

Рассмотрим сначала движение положительно заряженной частицы массы μ в кулоновском поле положительного заряда (например, ядро атома), т. е. $W(r) = \alpha/r$, и найдем ее траекторию. Выше показано, что в центральном поле траектория частицы лежит в одной плоскости. Пусть это будет плоскость XU . Решим задачу в полярных координатах и найдем зависимость координат r и φ от времени, а затем уравнение траектории $r = f(\varphi)$.

Из закона сохранения энергии (4.13) получаем

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{\mu} \left(E - \frac{\alpha}{r} - \frac{L^2}{2\mu r^2} \right)},$$

откуда

$$dt = \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{\mu} \left(E - \frac{\alpha}{r} - \frac{L^2}{2\mu r^2} \right)}}.$$

Из закона сохранения момента импульса (4.12) находим

$$dt = \frac{d\varphi}{L/\mu r^2}.$$

Исключая из двух последних выражений время, получаем уравнение траектории в полярных координатах:

$$d\varphi = \frac{dr}{\frac{\mu r^2}{L} \sqrt{\frac{2}{\mu} \left(E - \frac{\alpha}{r} - \frac{L^2}{2\mu r^2} \right)}}. \quad (4.15)$$

Переходя сначала к новой переменной $u = 1/r$ и вводя новые обозначения

$$\frac{1}{p} = \frac{\mu \alpha}{L^2}; \quad \varepsilon^2 = 1 + \frac{2EL^2}{\alpha^2 \mu}, \quad (4.16)$$

преобразуем выражение (4.15) к виду

$$d\varphi = -\frac{du}{\sqrt{\left(\frac{\varepsilon}{p}\right)^2 - \left(u + \frac{1}{p}\right)^2}}.$$

Переходя затем к переменным $x = u + 1/p$ и $a = \varepsilon/p$, получаем выражение

$$d\varphi = -\frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}, \text{ интегрируя которое, находим}$$

$$\varphi = -\arcsin \left[\frac{p}{\varepsilon} \left(u + \frac{1}{p} \right) \right] + C,$$

где C – произвольная постоянная. Положим $C = \pi/2$, воспользуемся соотношением $\arccos x = \pi/2 - \arcsin x$ и, возвращаясь от переменной u к переменной r , получаем окончательное выражение

$$r = \frac{p}{\varepsilon \cdot \cos \varphi - 1}. \quad (4.17)$$

Уравнение (4.17) – это в полярных координатах уравнение конического сечения: параболы ($\varepsilon = 1$) или одной ветви гиперболы ($\varepsilon > 1$; $\varepsilon \cdot \cos \varphi \geq 1$) с фокусом в начале координат, здесь p – фокальный параметр (параметр орбиты), ε – эксцентриситет орбиты. В рассматриваемом случае рассеяния заряженной частицы $\alpha > 0$, $p > 0$, $E > 0$ и $\varepsilon > 1$ (см. выражения (4.16)). Из формулы (4.17) видно, что при $\varepsilon \cos \varphi \rightarrow 1$ $r \rightarrow \infty$, т. е. движение инфинитное. Траектория частицы является гиперболой, в фокусе которой находится рассеивающий центр (рис. 4.6).

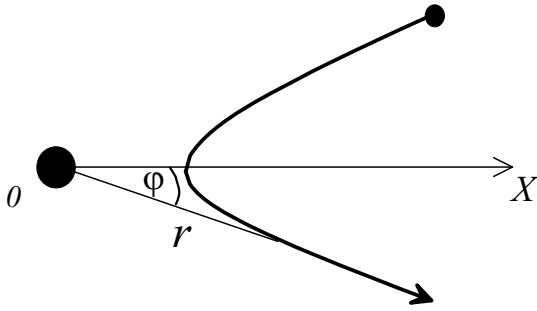


Рис. 4.6. Траектория α -частицы в кулоновском поле ядра

Если частица движется в поле притяжения (например, ее заряд отрицательный и $\alpha < 0$), то, проводя аналогичные вычисления, получим следующее уравнение траектории частицы [7]:

$$r = \frac{p}{\varepsilon \cos \varphi + 1}.$$

Оно также является уравнением конического сечения: эллипса ($\varepsilon < 1$), параболы ($\varepsilon = 1$) или одной ветви гиперболы ($\varepsilon > 1$; $\varepsilon \cdot \cos \varphi \geq -1$). В этом случае полная энергия частицы E может быть и положительной, и отрицательной (см. закон сохранения энергии). При $E < 0$ эксцентриситет $\varepsilon < 1$ и траектория является эллипсом, движение финитно. Если $\varepsilon = 0$, что соответствует наименьшему допустимому значению энергии $E = -\mu\alpha^2/L^2$, то эллипс превращается в окружность. При $E > 0$ эксцентриситет $\varepsilon > 1$ и траектория является гиперболой.

В 1610 г. немецкий астроном Иоганн Кеплер (1571–1630), анализируя многолетние результаты наблюдения планет, выполненные и переданные ему датским астрономом Тихо Браге (1546–1601), открыл три закона движения планет относительно Солн-

ца, которые носят его имя. В современном изложении первый закон Кеплера выглядит следующим образом: в задаче двух тел орбита движущейся материальной точки есть кривая второго порядка (одно из конических сечений: окружность, эллипс, парабола или гипербола), в одном из фокусов которой находится центр силы притяжения. Таким образом, планеты вращаются вокруг Солнца по эллипсам, траектории комет вблизи Солнца являются гиперболами. За исключением тех комет, которые периодически возвращаются (например, комета Галлея), их траектории – очень удлиненные эллиптические орбиты. На самом деле в результате взаимного влияния планет друг на друга их траектории – это сложные пространственные фигуры и эллиптическими их можно считать лишь за время одного-двух оборотов.

Эти же закономерности движения мы получили и в рассмотренной выше задаче о рассеянии заряженной частицы. Отметим еще раз, что эта задача эквивалентна задаче о рассеянии двух частиц, взаимодействующих по закону $W(r) = \alpha/r$, и траектория каждой из частиц тоже представляет собой коническое сечение с фокусом в их общем центре инерции.

В опытах по рассеянию частиц всегда полная энергия $E > 0$, потому что на большом удалении от рассеивающего центра потенциальная энергия взаимодействия $W = 0$ и полная энергия равна кинетической энергии налетающей частицы. В результате ее траектория вблизи силового центра является гиперболой, в фокусе которой находится силовой центр (ядро, атом).

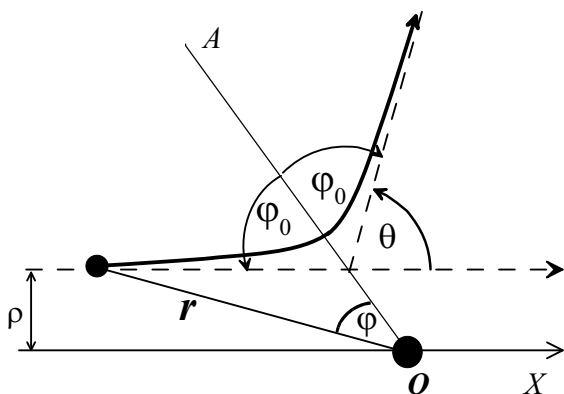


Рис. 4.7. Траектория частицы массы μ в кулоновском поле

На рис. 4.7 приведена траектория частицы массы μ в поле силового центра, находящегося в начале координат и в фокусе гиперболы, по которой движется частица. Пусть силовое поле является полем отталкивания (как в опыте Резерфорда), тогда этой траектории соответствует уравнение (4.17). На рис. 4.7 θ – угол рассеяния в СЦИ, ρ – прицельный параметр, r – расстояние между частицей и началом координат. Поскольку $\cos \varphi$ – четная функция, то кривая симметрична

относительно $\varphi = 0$, т. е. угол φ отсчитывается от оси симметрии гиперболы OA . При $\varphi = 0$ в соответствии с выражением (4.17) $r = r_{\min}$.

При движении частицы по траектории $r = f(\varphi)$ при $r \rightarrow \infty$ $\varphi \rightarrow \pm\varphi_0$, следовательно

$$\varepsilon \cos \varphi_0 - 1 = 0,$$

откуда получаем

$$\cos^2 \varphi_0 = \frac{1}{\varepsilon^2} = \frac{1}{1 + 2EL^2/\mu\alpha^2}.$$

Как видно из рис. (4.7), $2\varphi_0 + \theta = \pi$, поэтому

$$\cos^2 \varphi_0 = \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{1 + \text{ctg}^2 \theta/2} = \frac{1}{1 + 2EL^2/\mu\alpha^2},$$

откуда следует, что

$$\operatorname{ctg}^2 \frac{\theta}{2} = \frac{2EL^2}{\mu\alpha^2}. \quad (4.18)$$

Поскольку величина момента импульса не меняется во времени, то вычислим ее при $t = -\infty$, когда взаимодействие между частицами отсутствует. Для этого представим векторы \vec{r} и \vec{p} в виде суммы двух векторов, один из которых направлен вдоль движения налетающей частицы, а другой – перпендикулярно этому направлению:

$$\vec{r} = \vec{r}_{\parallel} + \vec{r}_{\perp}; \quad \vec{p} = \vec{p}_{\parallel} + \vec{p}_{\perp}.$$

Тогда для момента импульса получаем выражение

$$\vec{L} = [\vec{r} \vec{p}] = [(\vec{r}_{\parallel} + \vec{r}_{\perp}), (\vec{p}_{\parallel} + \vec{p}_{\perp})] = [\vec{r}_{\perp}, \vec{p}_{\parallel}],$$

в соответствии с которым его величина равна

$$L = r_{\perp} \cdot p_{\parallel} \cdot \sin 90^\circ = \rho \mu v_0, \quad (4.19)$$

где v_0 – начальная скорость частицы.

Подставляя выражение (4.19) в (4.18) и учитывая (4.8), получаем

$$\rho = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}, \quad (4.20)$$

где

$$b = \frac{\alpha}{E} \quad (4.21)$$

– наименьшее расстояние между частицами при центральном столкновении в поле сил отталкивания; его называют *диаметром соударения*. Выражение (4.20) устанавливает взаимно однозначную связь между прицельным параметром ρ и углом рассеяния частицы в СЦИ – θ . Из этого выражения следует, что чем меньше прицельный параметр и энергия частицы, тем больше угол рассеяния.

4.4. Формула Резерфорда

Вычислим дифференциальное сечение рассеяния $d\sigma/d\Omega$ заряженной частицы в кулоновском поле ядра (атома). Для этого воспользуемся полученным в разделе 3.2 дифференциальным по прицельному параметру сечением $d\sigma/d\rho = 2\pi\rho$ и формулой преобразования сечений (раздел 3.5), в соответствии с которой имеем:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\rho} \frac{d\rho}{d\Omega} = \frac{\rho}{\sin\theta} \frac{d\rho}{d\theta}.$$

Используя выражение (4.20) для ρ , получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b^2}{16} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}. \quad (4.22)$$

Теперь воспользуемся соотношением (4.21) и подставим значение

$\alpha = q_1 q_2 = Z_1 e \cdot Z_2 e$, после чего получаем окончательную формулу

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{16 E^2} \cdot \frac{1}{\sin^4 \theta/2}. \quad (4.23)$$

Здесь $E = \mu v_0^2 / 2 = \mu v_{1,0}^2 / 2$, где $v_{1,0} = v_1(t \rightarrow -\infty)$, так как вторая частица до столкновения покоится. Выражение (4.23) – это **формула Резерфорда**.

Важную информацию о структуре вещества, строении атома или элементарных частиц получают в опытах по рассеянию частиц. Это и было проделано в известном опыте, который по указанию Э. Резерфорда провели в 1911 г. Гейгер и Марсден. В этом опыте проверялась модель атома Томсона, согласно которой считалось, что атомы представляют собой однородные шары из положительно заряженного вещества диаметром $\sim 10^{-8}$ см, в которых находятся электроны. Гейгер и Марсден облучали золотую фольгу толщиной $\sim 0,0005$ мм (около 10^4 атомных слоев) альфа-частицами, испускаемыми радиоактивным источником. Согласно томсоновской модели атома наибольшая напряженность электрического поля (на поверхности атома) $\sim 10^{13}$ В/м и максимально возможное отклонение альфа-частицы при рассеянии на одном атоме менее $0,02^\circ$. Средний угол отклонения альфа-частицы при прохождении всей фольги $\bar{\theta} \approx 1^\circ$, а вероятность ее рассеяния на угол, больший 90° , составляет $\sim 10^{-3500}$ [1]. Эти оценки не соответствовали результатам эксперимента, в котором на угол больший 90° отклонялась в среднем одна из 8000 альфа-частиц. Тщательный анализ Резерфордом результатов экспериментов показал, что наблюдаемое рассеяние альфа-частиц вплоть до очень малых расстояний подтверждает предположение о кулоновском характере взаимодействия. Следовательно, положительно заряженный рассеивающий центр должен иметь очень маленькие размеры. На основе этого анализа Резерфорд создал модель атома, согласно которой в центре атома находится небольшое ядро, окруженное электронами. Он получил свою формулу, исходя из этой планетарной модели атома, ядро которого имеет диаметр $\sim 10^{-13}$ см и несет положительный заряд и почти всю массу атома. При выводе формулы он учитывал, что траектории альфа-частиц, пролетающих мимо ядра, являются гиперболоми. Наибольшая напряженность электрического поля в планетарной модели атома на поверхности ядра более 10^{21} В/м, т. е. на восемь порядков выше, чем в модели Томсона. Такое сильное поле может даже отклонить назад альфа-частицу, пролетающую вблизи ядра. Результаты измерений Гейгером и Марсденом числа альфа-частиц, рассеянных в телесный угол $\Delta\Omega - \Delta N = N_0 d\sigma/d\Omega \cdot \Delta\Omega$, где N_0 – число па-

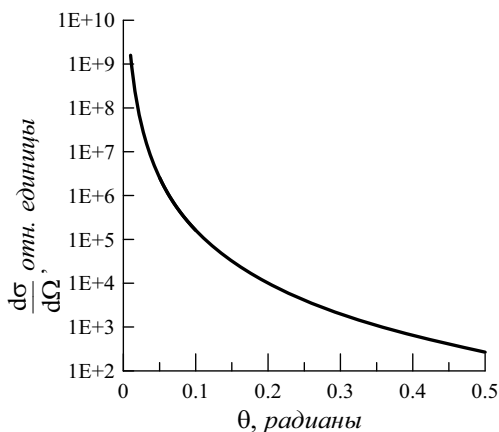


Рис. 4.8. Резерфордовское сечение рассеяния

дающих частиц, хорошо совпали с расчетами по формуле Резерфорда. Так Резерфорд открыл ядро.

Из выражения (4.23) следует, что дифференциальное сечение упругого рассеяния сильно вытянуто вперед (рис. 4.8) и не зависит от знака заряда налетающей частицы. Формула Резерфорда в равной мере относится к кулоновским полям отталкивания и притяжения. Отметим, что при $\theta \rightarrow 0$ формула Резерфорда расходится, поэтому она не применима для небольших углов рассеяния (меньших примерно 3°), которым

соответствуют большие значения прицельного параметра. О физической причине расходимости сечения Резерфорда и способе ее устранения будет сказано ниже.

Формула Резерфорда описывает угловое распределение частиц в системе центра инерции. Для перехода в ЛСК необходимо воспользоваться преобразованием сечений, предварительно выразив угол рассеяния в ЛСК – ϑ через угол рассеяния θ в СЦИ. При этом получаются выражения как для сечения рассеяния падающего пучка частиц ($\vartheta = \vartheta_1$), так и для частиц отдачи ($\vartheta = \vartheta_2$). В общем случае дифференциальное сечение рассеяния налетающих частиц в ЛСК описывается формулой [9]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{4 T_1^2} \cdot \frac{1}{\sin^4 \vartheta_1} \frac{\left[\cos \vartheta_1 \pm \sqrt{1 - (m_1/m_2)^2 \sin^2 \vartheta_1} \right]^2}{\pm \sqrt{1 - (m_1/m_2)^2 \sin^2 \vartheta_1}},$$

где T_1 – кинетическая энергия налетающей частицы. Если $m_1 < m_2$, то в этой формуле следует перед корнем брать положительный знак. При $m_1 > m_2$ расчет для данного угла рассеяния ϑ_1 следует проводить для знаков плюс и минус перед корнем, а затем сложить результаты.

Если $m_1 \ll m_2$, то $\vartheta_1 \approx \theta$ (например, на рис. 1.10, при $m_1/m_2 \ll 1$ точка А будет практически совпадать с точкой О). В этом случае из (4.23) легко получаем угловое распределение падающих частиц после рассеяния непосредственно в ЛСК:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{16 T_1^2} \cdot \frac{1}{\sin^4 \vartheta_1/2}. \quad (4.24)$$

Если заряд, масса и скорость падающих на ядро частиц известны, то формулу Резерфорда можно использовать для определения зарядов ядер – Z_2 , измеряя угловое распределение обратно рассеянных частиц. При этом необходимо знать плотность атомов в веществе мишени и уметь определять число падающих и рассеянных частиц. Например, проведенные Чедвиком эксперименты с α -частицами и фольгами из различных веществ, дали следующие значения зарядов ядер (в знаменателе приведены значения из таблицы Д.И. Менделеева): платина – 77,4/78; серебро – 46,3/47; медь – 29,3/29.

Выражение для эффективного сечения упругого рассеяния можно использовать и для экспериментального определения вида энергии взаимодействия между частицами. Наиболее распространенный способ заключается в том, что задается потенциал, например, в виде $W(r) = a e^{-r/r_0}/r^n$ и подбираются параметры a , r_0 , n , чтобы получить согласие измеренных и рассчитанных распределений.

Получим теперь выражение для дифференциального сечения по переданной энергии $d\sigma/dQ$, для чего опять воспользуемся преобразованием сечений:

$$\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dQ} = \frac{b^2}{16} \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \cdot \frac{2\pi \sin \theta}{\left| \frac{dQ}{d\theta} \right|_{Q=f(\theta)}}$$

Используя в качестве зависимости между Q и θ формулу (1.29), находим

$$\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{\pi b^2}{4} \cdot \frac{Q_{\max}}{Q^2}.$$

Теперь воспользуемся выражениями (1.28) – для Q_{\max} , (4.21) – для b и учтем, что

$$E = \mu \frac{v_{1,0}^2}{2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} T_1,$$

где T_1 – кинетическая энергия налетающей частицы. В результате получаем

$$\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{T_1} \frac{m_1}{m_2} \frac{1}{Q^2} \quad (4.25)$$

– дифференциальное по переданной энергии сечение упругого рассеяния заряженной частицы в кулоновском поле ядра. Из формулы (4.25) следует, что с большей вероятностью происходят столкновения с небольшой потерей энергии.

Задание 4

Контрольные вопросы

1. Какие взаимодействия испытывают заряженные частицы при движении в веществе?
2. Что дал переход от переменных \vec{r}_1, \vec{r}_2 к новым переменным \vec{r} и \vec{R} ?
3. Какие силы называют центральными? Как выглядит траектория тела, движущегося под действием центральной силы?
4. Какое движение называют финитным, а какое инфинитным? Как выглядит эффективная потенциальная энергия для таких траекторий?
5. Какие типы траекторий возможны в задаче Кеплера?
6. По какой траектории и почему движутся быстрые заряженные частицы в кулоновском поле ядра?
7. Почему при экспериментальной проверке формулы Резерфорда рассеивающее вещество должно быть в виде тонкой фольги?
8. Как зависит сечение упругого рассеяния от заряда налетающей частицы и от заряда ядра?
9. Как зависит сечение упругого рассеяния от угла рассеяния и от потерянной энергии?
10. Как зависит угол рассеяния частицы от прицельного параметра и от ее энергии?
11. Формула Резерфорда описывает угловое распределение частиц в СЦИ. Как получить угловое распределение падающих частиц в ЛСК?

Упражнения

1. Выразить \vec{r}_1 и \vec{r}_2 через $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ и радиус центра инерции \vec{R} .
2. Вывести уравнения Ньютона в переменных \vec{r}, \vec{R} . Чем они удобнее, по сравнению с уравнениями в переменных \vec{r}_1, \vec{r}_2 ?
3. Получить выражение для величины момента импульса частицы с массой μ ,

движущейся в плоскости XU под действием центральной силы, в декартовых и полярных координатах.

4. Получить в полярных координатах выражение для кинетической энергии частицы с массой μ , движущейся в плоскости XU под действием центральной силы.
5. Найти минимальное значение $W_{eff}(r)$ для случая $\alpha < 0$.
6. Взять интеграл от выражения (4.15) и получить формулу (4.17).
7. Получить формулу (4.19).
8. Найти наименьшее расстояние между частицей с массой μ и силовым центром при центральном столкновении в поле сил отталкивания.
9. Получить формулу (4.20).
10. Прodelать все необходимые преобразования и получить выражение (4.25) для $d\sigma/dQ$.

Задачи

1. (*) Частицы с массами m_1 и m_2 находятся в потенциальном поле $W(x_1, x_2) = \frac{k}{2}(x_1 - x_2)^2$. Записать уравнения Ньютона, сделать замену переменных $x_1, x_2 \rightarrow x, X$. Решить полученные уравнения, найти $x_1(t), x_2(t)$ и построить графики.
2. Частица с массой m движется в поле $W(r) = \frac{k}{2}(x^2 + y^2)$. Записать законы сохранения энергии и момента импульса в декартовых и полярных координатах, найти $W_{eff}(r)$, провести качественный анализ движения.
3. Частица с импульсом \vec{p} , зарядом q_1 и прицельным параметром ρ начинает движение в кулоновском поле точечного неподвижного заряда q_2 того же знака, находящегося в начале координат. Показать, что в момент наибольшего сближения $\vec{F} \perp \vec{p}$.
4. Частица с массой m_1 налетает на покоящуюся частицу с массой m_2 , имея вдали от нее кинетическую энергию T_1 и прицельный параметр ρ . Заряд каждой частицы q . Найти наименьшее расстояние, на которое сблизятся частицы, если $m_1 \ll m_2$. Примечание: использовать решение предыдущей задачи.
5. Определить, как различаются углы, на которые рассеивается заряженная частица с зарядом Z_1e и массой m , двигающаяся со скоростью v , при столкновении с электроном и ядром с зарядом Z_2e . В обоих случаях прицельный параметр ρ .
6. Опыты Резерфорда могут рассматриваться как косвенное доказательство справедливости закона Кулона до очень маленьких расстояний $\sim 10^{-12}$ см. Кроме того, они подтверждают предположение, что практически вся масса атома сосредоточена в очень малой его области – в ядре, размеры которого не превышают $\sim 10^{-13}$ см. Найти расстояние, на которое приблизится α -частица

с кинетической энергией 5,7 МэВ к неподвижному ядру атома золота при центральном столкновении.

7. Альфа-частица с кинетической энергией 7 МэВ пролетает вблизи «томсоновского» атома золота. Считая, что изменение импульса альфа-частицы происходит на отрезке пути $L = 2R$ (см. рис. 4.9), в пределах которого действующая сила максимальна, найти напряженность электростатического поля положительного заряда атома на его поверхности и оценить максимально возможный угол отклонения альфа-частицы. Примечание: заряд электронов не учитывать; радиус атома $R \approx 10^{-10}$ м, диэлектрическая проницаемость вакуума $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ ф/м.

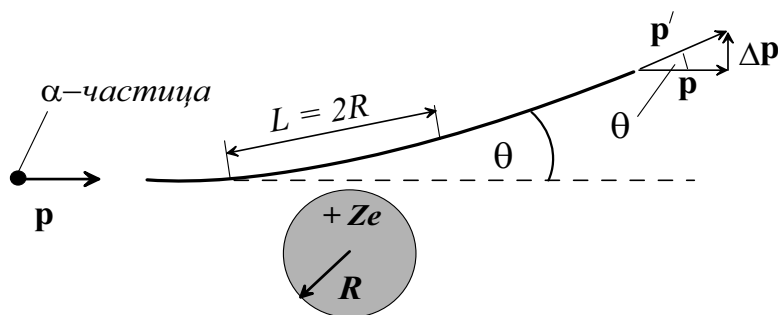


Рис. 4.9. Отклонение α -частицы положительно заряженным облаком

8. Найти относительное число $\Delta N/N$ частиц с кинетической энергией T , массой m и зарядом $Z_1 e$, рассеянных при прохождении тонкой золотой фольги толщиной d в интервале углов от θ_1 до θ_2 .
9. Узкий пучок протонов с энергией 1 МэВ падает на серебряную фольгу толщиной $1,1 \text{ мг/см}^2$. На расстоянии 10 см от точки падения находится детектор с окном 1 см^2 , регистрирующий частицы, рассеянные на угол 60° . Найти $N_{\text{дет}}/N_{\text{пад}}$.
10. Найти коэффициент отражения частиц в предыдущей задаче.
11. Найти сечение попадания заряженной частицы с кинетической энергией T и зарядом q_1 (рассмотреть положительный и отрицательный знаки заряда) внутрь сферы заданного радиуса R , описанной около неподвижного точечного положительного заряда q_2 (см. рис. 4.10).

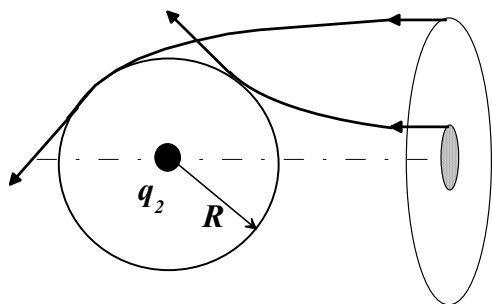


Рис. 4.10. Траектории частиц в задаче 11

зарядом q_1 (рассмотреть положительный и отрицательный знаки заряда) внутрь сферы заданного радиуса R , описанной около неподвижного точечного положительного заряда q_2 (см. рис. 4.10). Примечание: использовать для решения задачи законы сохранения энергии и момента импульса в полярных координатах.

12. (*) Задать значения m_2, Z_2, ρ и в соответствии с формулой (4.17) построить траекторию протона с кинетической энергией 1 МэВ в кулоновском поле ядра с зарядом Z_2 .

Список литературы

1. Бейзер А. **Основные представления современной физики.** – М.: Атомиздат, 1973.
2. Иродов И. Е. **Основные законы механики:** Учеб. пособие. – М.: Высшая школа, 1985.
3. Иродов И. Е. **Квантовая физика. Основные законы:** Учеб. пособие для вузов. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002.
4. Квливидзе В. А., Красильников С. С. **Введение в физику атомных столкновений.** – М.: Изд-во МГУ, 1985.
5. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений.** – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та, 1979.
6. Коткин Г. Л., Сербо В. Г. **Сборник задач по классической механике.** – М.: Наука, 1977.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Механика.** – М.: Наука, 1965.
8. Медведев Б. В. **Начала теоретической физики.** – М.: Наука, 1977.
9. Стародубцев С. В., Романов А. М. **Прохождение заряженных частиц через вещество.** – Ташкент: Изд-во АН УзССР, 1962.

ГЛАВА 5. УПРУГОЕ КУЛОНОВСКОЕ РАССЕЙЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

5.1. Элементы квантовой теории упругого рассеяния

В классической механике результат рассеяния частиц в поле силового центра полностью определяется их начальными скоростями и прицельным параметром, которые определяют траекторию частиц. В квантовой механике теряет смысл понятие траектории и решение задачи о рассеянии состоит в вычислении дифференциального сечения взаимодействия.

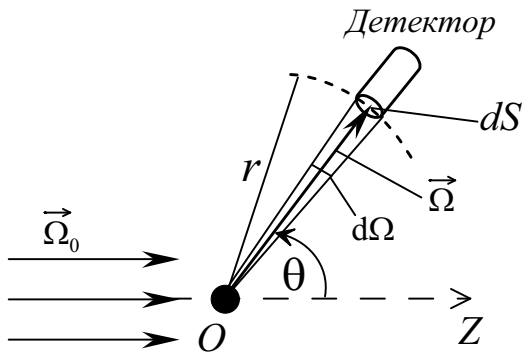


Рис. 5.1. Схема эксперимента по рассеянию частиц

Дифференциальное по направлению сечение рассеяния было определено в разделе 3.2. Если элемент телесного угла $d\Omega$ записать как $d\Omega = dS/r^2$, где dS – элементарная площадка на сфере радиуса r (рис. 5.1), и подставить в формулу (3.15), то получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Phi_S}{\Phi} r^2, \quad (5.1)$$

где $\Phi_S = dN_S/dS$ – плотность потока рассеянных частиц. В задаче о рассеянии частиц Φ и Φ_S определяют на большом удалении от рассеивающего центра, когда направление падающих частиц совпадает с направлением вектора $\vec{\Omega}_0$, а рассеянные частицы летят, например, в направлении вектора $\vec{\Omega}$ (рис. 5.1). Вычислить Φ и Φ_S можно через соответствующие плотности тока падающих частиц $\vec{j} = \vec{\Omega}_0 \Phi$ и рассеянных $\vec{j}_S = \vec{\Omega} \Phi_S$ как $\Phi = |\vec{j}|$, а $\Phi_S = |\vec{j}_S|$. В квантовой механике под \vec{j} и \vec{j}_S следует понимать векторы плотности тока вероятности, которые вычисляются через волновые функции $\psi(\vec{r})$ падающих (или рассеянных) частиц с помощью соотношения

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2\mu i} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*). \quad (5.2)$$

Волновые функции падающих и рассеянных частиц находятся из решений соответствующих уравнений Шредингера.

Падающие на силовой центр частицы на большом расстоянии от него являются свободными. Параллельный поток свободных частиц с импульсом \vec{p} , движущихся в направлении вектора \vec{r} , описывается волновой функцией $\psi = \exp(i\vec{k}\vec{r})$, где $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$ – волновой вектор, совпадающий с направлением скорости частиц и перпендикулярный фронту волны. Подставляя эту волновую функцию в (5.2), найдем плотность потока падающих частиц:

$$\Phi = \hbar k / \mu. \quad (5.3)$$

Если в единицу времени из рассеивающего центра вылетает N_S частиц и они нигде не поглощаются, то это же количество частиц упадет на сферу лю-

бого радиуса r . Следовательно, величина плотности потока рассеянных частиц Φ_S должна быть обратно пропорциональна r^2 . Такой зависимости плотности потока вдали от рассеивающего центра соответствует расходящаяся сферическая волна

$$\Psi_S \sim \frac{1}{r} \exp(ikr).$$

Здесь учтено, что направление импульса рассеянных частиц совпадает с направлением радиуса-вектора \vec{r} . Если учесть, что в общем случае величина плотности потока рассеянных частиц может зависеть от направления рассеяния $\vec{\Omega} = \vec{k}/k$, то волновую функцию этих частиц можно записать как

$$\Psi_S = f(\theta) \frac{1}{r} \exp(ikr), \quad (5.4)$$

где функция $f(\theta)$ описывает распределение вылетающих из начала координат (центра рассеяния) частиц по направлениям и называется *амплитудой рассеяния*. В выражении (5.4) учтено, что это распределение симметрично по азимуту и зависит только от полярного угла рассеяния θ . Отметим, что амплитуда рассеяния в общем случае может зависеть и от азимутального угла рассеяния, и от энергии частиц.

С помощью выражения (5.2), найдем плотность потока рассеянных частиц:

$$\Phi_S = \frac{\hbar k}{\mu} \frac{1}{r^2} |f(\theta)|^2. \quad (5.5)$$

Подставляя выражения (5.3) и (5.5) в (5.1) получим формулу для дифференциального сечения рассеяния, которое определяется через амплитуду рассеяния:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2. \quad (5.6)$$

Вид амплитуды рассеяния для каждой конкретной задачи может быть найден из решения уравнения Шредингера. Следует отметить, что практически все методы реального расчета амплитуды рассеяния связаны с так называемой *стационарной теорией рассеяния*, в основе которой находится стационарное уравнение Шредингера.

Стационарное уравнение Шредингера для задачи о рассеянии двух частиц с массами m_1 и m_2 в ЛСК имеет вид [11]:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_1} \nabla_1^2 \Psi(\vec{r}_1; \vec{r}_2) - \frac{\hbar^2}{2m_2} \nabla_2^2 \Psi(\vec{r}_1; \vec{r}_2) + W(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \Psi(\vec{r}_1; \vec{r}_2) = \tilde{E} \Psi(\vec{r}_1; \vec{r}_2),$$

где \tilde{E} – полная энергия системы двух частиц, W – потенциальная энергия взаимодействия, а операторы ∇_i^2 действуют на координаты вектора соответствующей частицы. До столкновения, когда частицы далеко друг от друга и $W = 0$, энергия \tilde{E} равна суммарной кинетической энергии частиц в ЛСК. Если перейти, как и в классическом случае, к переменным \vec{r} и \vec{R} (см. раздел 4.1), где \vec{r} – вектор взаимного расстояния между частицами, а \vec{R} – радиус центра инерции частиц, то уравнение преобразуется к виду:

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla_R^2\Psi(\vec{r}_1;\vec{r}_2)-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\Psi(\vec{r}_1;\vec{r}_2)+W(r)\Psi(\vec{r}_1;\vec{r}_2)=\tilde{E}\Psi(\vec{r}_1;\vec{r}_2), \quad (5.7)$$

где M и μ – полная и приведенная массы системы частиц, а ∇_R^2 и ∇^2 – операторы, соответственно, по компонентам векторов \vec{R} и \vec{r} . Поскольку левая часть уравнения (5.7) распадается на сумму двух слагаемых, каждое из которых зависит только от \vec{R} или \vec{r} , то для решения уравнения воспользуемся методом разделения переменных, записав волновую функцию в виде:

$$\Psi(\vec{r}_1;\vec{r}_2)=\varphi(\vec{R})\psi(\vec{r}). \quad (5.8)$$

Подставив (5.8) в уравнение (5.7) и разделив обе части уравнения на $\varphi(\vec{R})\psi(\vec{r})$, получаем:

$$\frac{1}{\psi}\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+W\right)\psi+\frac{1}{\varphi}\left(-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla_R^2\varphi\right)=\tilde{E}$$

В правой части уравнения постоянная величина. Для того чтобы это равенство имело место при всех значениях независимых переменных, необходимо, чтобы каждое из двух слагаемых левой части равнялось константе. Записав \tilde{E} в виде

$$\tilde{E}=E_R+E,$$

получаем два уравнения:

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla_R^2\varphi(\vec{R})=E_R\varphi(\vec{R}), \quad (5.9)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\psi(\vec{r})+W(r)\psi(\vec{r})=E\psi(\vec{r}). \quad (5.10)$$

Уравнение (5.9) не содержит информации о взаимодействии частиц и является уравнением Шредингера для свободной частицы с массой M . Его решением является плоская волна

$$\varphi(\vec{R})=Ae^{\frac{i}{\hbar}\vec{P}\vec{R}} \quad (5.11)$$

с импульсом \vec{P} , равным полному импульсу системы частиц. Подстановка (5.11) в уравнение (5.9) дает $E_R=P^2/2M$ – кинетическую энергию системы частиц как целого.

Уравнение (5.10) соответствует движению частицы с приведенной массой μ в центрально-симметричном поле $W(r)$ в системе координат, начало которой совпадает с центром инерции частиц (см. раздел 4.1). Движение частицы во внешнем потенциальном поле сопровождается ее рассеянием, которое называется **потенциальным рассеянием**. В соответствии с выражением (1.34) энергия

$$E=\tilde{E}-P^2/2M \quad (5.12)$$

равна суммарной кинетической энергии частиц в СЦИ. В то же время

$$E = \frac{p_c^2}{2m_1} + \frac{p_c^2}{2m_2} = \frac{p_c^2}{2\mu},$$

а это кинетическая энергия частицы с приведенной массой μ в СЦИ.

Из полученных формул следует, что в квантовой механике, как и в классической физике, задача о рассеянии двух частиц сводится к задаче о движении одной частицы с приведенной массой μ в поле $W(r)$ неподвижного силового центра, находящегося в центре инерции сталкивающихся частиц. Уравнение Шредингера для данной задачи – это уравнение (5.10). Угол рассеяния в СЦИ, как и раньше, будем обозначать через θ ; его связь с углами рассеяния в ЛСК ϑ_1 и ϑ_2 получена в разделе 1.3.

На больших расстояниях от рассеивающего центра, волновая функция состоит из плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси OZ , и сферической, расходящейся от центра потенциала волны (они соответствуют падающим и рассеянным частицам):

$$\psi(\vec{r}) \sim \exp(ikz) + \psi_S(\vec{r})$$

Вид волновой функции рассеянных частиц определяется видом рассеивающего потенциала и размерами области, в которой происходит рассеяние. На больших расстояниях от рассеивающего центра размерами этой области можно пренебречь и считать, что все рассеянные частицы разлетаются из одной точки. Тогда с учетом выражения (5.4) на больших расстояниях волновая функция рассеянных частиц имеет вид:

$$\psi(r, \theta)_{r \rightarrow \infty} \rightarrow \exp(ikz) + \frac{1}{r} f(\theta) \exp(ikr). \quad (5.13)$$

Выражение (5.13) является граничным условием для уравнения (5.10), соответствующим заданной картине рассеяния.

5.2. Борновское приближение

Рассмотрим один из приближенных методов решения уравнения (5.10) и нахождения амплитуды рассеяния – метод Борна, в основе которого лежит предположение о том, что потенциальная энергия взаимодействия рассеивающейся частицы с центром сил мала, и ее можно рассматривать как малое возмущение.

Введем в уравнении (5.10) новые обозначения:

$$k^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} E = \frac{p^2}{\hbar^2}, \quad U(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} W(r), \quad (5.14)$$

где k – величина волнового вектора, p – импульс частицы, и перепишем уравнение (5.10) в виде:

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = U(r) \psi. \quad (5.15)$$

Будем искать такие решения уравнения (5.15), которые для больших расстояний от рассеивающего центра соответствуют граничному условию (5.13), поэтому представим ψ в виде суперпозиции [2]:

$$\psi(\vec{r}) = \psi^0(\vec{r}) + \chi(\vec{r}), \quad (5.16)$$

где волновая функция Ψ^0 соответствует падающим частицам (не испытавшим рассеяние), а χ – рассеянным. Считая, что падающие частицы движутся вдоль оси OZ , возьмем Ψ^0 в виде плоской волны:

$$\Psi^0 = e^{ikz}. \quad (5.17)$$

Подставив (5.16) с учетом (5.17) в уравнение (5.15), получаем

$$\nabla^2 \chi + k^2 \chi = U e^{ikz} + U \chi.$$

Применим для решения этого уравнения метод возмущений. Будем рассматривать рассеивающее поле как малое возмущение, слабо искажающее поток падающих частиц. Это означает, что U и χ малы, а их произведение является членом второго порядка малости, которым можно пренебречь. Например, такое приближение хорошо для частиц, быстро пролетающих область взаимодействия. В результате получаем:

$$\nabla^2 \chi + k^2 \chi = U e^{ikz} \quad (5.18)$$

– уравнение для нахождения волновой функции рассеянных частиц – χ .

Для решения уравнения (5.18) решим сначала вспомогательную задачу [2]. Рассмотрим функцию

$$\Phi(\vec{r}, t) = \Phi_0(\vec{r}) e^{-i\omega t}, \quad (5.19)$$

где \vec{r} – радиус-вектор точки, t – время, а ω – некоторая частота. Будем считать Φ скалярным потенциалом, который создается электрическими зарядами, распределенными в пространстве с плотностью

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0(\vec{r}) e^{-i\omega t}. \quad (5.20)$$

Из электродинамики известно, что потенциал удовлетворяет уравнению Д'Аламбера

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -4\pi\rho,$$

где c – скорость распространения электромагнитных волн. Решение этого уравнения известно в виде запаздывающего скалярного потенциала для волн, расходящихся от системы движущихся зарядов (см., например, Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц – **Теория поля**)

$$\Phi(\vec{r}, t) = \int \frac{\rho(\vec{r}', t - |\vec{r}' - \vec{r}|/c)}{|\vec{r}' - \vec{r}|} dV', \quad (5.21)$$

где $|\vec{r}' - \vec{r}|$ – это расстояние от точки \vec{r}' , в которой расположен заряд $\rho dV'$, до точки наблюдения \vec{r} . Подставляя выражения (5.19) и (5.20) в (5.21) и сокращая на $e^{-i\omega t}$, получаем:

$$\Phi_0(\vec{r}) = \int \frac{\rho_0(\vec{r}') e^{i\omega \frac{|\vec{r}' - \vec{r}|}{c}}}{|\vec{r}' - \vec{r}|} dV'. \quad (5.22)$$

Если теперь подставить выражения (5.19) и (5.20) в уравнение Д'Аламбера, то получим уравнение относительно Φ_0 :

$$\nabla^2 \varphi_0 + \frac{\omega^2}{c^2} \varphi_0 = -4\pi \rho_0,$$

решением которого является выражение (5.22). Сравнивая это уравнение с уравнением (5.18) для волновой функции χ видим, что они совпадают, если положить

$$\varphi_0 = \chi, \quad \frac{\omega}{c} = k, \quad \rho_0 = -\frac{1}{4\pi} U \Psi^0.$$

Тогда, с учетом (5.22) можно сделать вывод, что

$$\chi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{U(r') \Psi^0(\vec{r}') e^{ik|\vec{r}' - \vec{r}|}}{|\vec{r}' - \vec{r}|} dV' \quad (5.23)$$

есть решение уравнения (5.18). При этом χ содержит лишь расходящиеся (рассеянные) волны, так как решение (5.22) есть решение для излучаемых зарядами волн.

Найдем теперь вид функции $\chi(\vec{r})$ вдали от рассеивающего центра. На больших расстояниях от области взаимодействия, когда $r \gg r'$, разложим $|\vec{r}' - \vec{r}|$ в ряд по степеням \vec{r}' и, оставляя первые два члена, имеем:

$$|\vec{r}' - \vec{r}| = \sqrt{r^2 - 2\vec{r}\vec{r}' + r'^2} \approx r - \vec{r}\vec{r}'/r.$$

Подставляя полученное значение и выражение (5.17) для Ψ^0 в (5.23), пренебрегая в знаменателе величиной $\vec{r}\vec{r}'/r$ по сравнению с r и переходя от U к W , получаем

$$\chi(\vec{r}) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r} \int W(r') e^{-ik\frac{\vec{r}}{r}\vec{r}'} e^{ikz'} dV'. \quad (5.24)$$

Далее перейдем от z' к $z' = \vec{r}'\frac{\vec{k}}{k}$, где \vec{k} – волновой вектор падающих частиц (рис. 5.2) и объединим показатели экспонент

$$-ik\frac{\vec{r}}{r}\vec{r}' + i\vec{r}'k\frac{\vec{k}}{k} = i\vec{r}'\left(\vec{k} - \frac{\vec{r}}{r}k\right) = i\vec{r}'(\vec{k} - \vec{k}') = i\vec{q}\vec{r}',$$

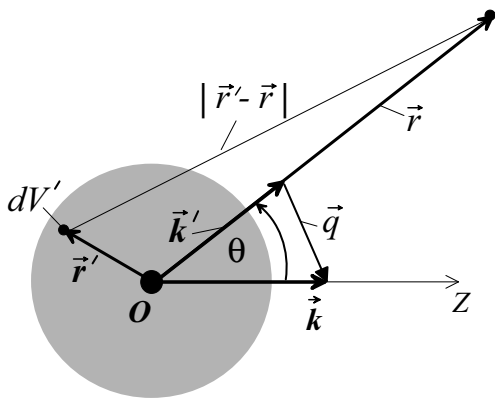


Рис. 5.2. К определению вектора \vec{q}

где $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$, а направление вектора \vec{r} совпадает с направлением волнового вектора рассеянной волны $\vec{k}' = \frac{\vec{r}}{r}k$

(рис. 5.2). Величина $\hbar\vec{k}$ – это импульс частицы до рассеяния, $\hbar\vec{k}'$ – после рассеяния, $\hbar\vec{q}$ – величина импульса, переданного частицей рассеивающемуся центру. Поскольку $|\vec{k}| = |\vec{k}'|$, то

$$q = |\vec{k} - \vec{k}'| = 2k \sin \frac{\theta}{2}. \quad (5.25)$$

С учетом сделанных выше преобразований получаем выражение для волновой функции рассеянных частиц:

$$\chi(\vec{r}) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r} \int W(r') e^{i\vec{q}\vec{r}'} dV', \quad (5.26)$$

сравнивая которое с граничным условием (5.13) находим амплитуду рассеяния

$$f(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int W(r') e^{i\vec{q}\vec{r}'} dV'. \quad (5.27)$$

Соответствующее выражение для дифференциального сечения имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \left| \int W(r') e^{i\vec{q}\vec{r}'} dV' \right|^2. \quad (5.28)$$

Эта формула, как следует из ее вывода, является приближенной. В теории столкновений это приближение (первое приближение теории возмущений) называют **борновским приближением**.

В центральном поле в формуле (5.27) можно выполнить интегрирование по углам, направив вектор \vec{q} вдоль полярной оси сферической системы координат. Тогда получаем:

$$f(\theta) = -\frac{2\mu}{\hbar^2 q} \int_0^\infty W(r') \sin(qr') r' dr'. \quad (5.29)$$

5.3. Пределы применимости классического и борновского приближений

Микрочастицы обладают волновыми свойствами и это накладывает определенные ограничения на использование понятия траектории движения. Классическое решение должно давать правильные результаты в задаче об упругом рассеянии, если выполняются следующие условия [10, 13]:

- траектория налетающей частицы достаточно точно определена по сравнению с прицельным параметром

$$\tilde{\lambda} \ll \rho, \quad (5.30)$$

где $\tilde{\lambda} = \hbar/p$ – длина волны частицы, p – ее импульс;

- отклонение, обусловленное столкновением, должно являться вполне определенным, т. е.

$$\theta \sim \frac{\Delta p}{p} \gg \frac{\tilde{\lambda}}{\rho}, \quad (5.31)$$

где Δp – изменение поперечной составляющей импульса частицы в результате столкновения.

Учитывая, что $\Delta p \sim F \cdot \tau$, где F – величина силы, а $\tau \sim \rho/v$ – время взаимодействия, неравенство (5.31) преобразуем к виду:

$$\hbar v \ll \rho^2 |F|.$$

Используя далее явный вид силы кулоновского взаимодействия $F = Z_1 Z_2 e^2 / \rho^2$ и выражение для постоянной тонкой структуры $e^2 / \hbar c \approx 1/137$, получаем следующее условие:

$$\beta = v/c \ll Z_1 Z_2 / 137. \quad (5.32)$$

При рассеянии на атомах $\rho_{\max} \sim 10^{-8}$ см и условия классичности рассеяния (5.30) и (5.32) могут выполняться лишь для тяжелых нерелятивистских частиц.

Условие применимости борновского приближения определяется выражением [13, 17]:

$$\rho/v \ll \hbar/|W|, \quad (5.33)$$

физический смысл которого следующий: частица рассеивается слабо, если мало время взаимодействия. В этом случае величина переданного импульса q мала. Для кулоновского поля это неравенство можно преобразовать к условию:

$$Z_1 Z_2 v_B / v \ll 1, \quad (5.34)$$

где $v_B = e^2 / \hbar \approx 2,19 \cdot 10^8$ см/с – скорость электрона на первой борновской орбите в атоме водорода. Таким образом, борновское приближение лучше работает при рассеянии быстрых частиц на легких атомах.

Если в соответствии с выражением (5.28) провести вычисление сечения рассеяния для кулоновского поля (см. задачу 7), то получим результат, совпадающий с классическим сечением Резерфорда. По случайным причинам в нерелятивистской области энергий классическое и квантовое решения дают один и тот же результат. Это сыграло существенную роль при анализе Резерфордом результатов эксперимента Гейгера и Марсдена по рассеянию альфа-частиц и ускорило открытие ядра.

В тех случаях, когда непригодны оба приближения, необходимо использовать более точный метод решения задачи о рассеянии, изложенный в следующем разделе.

5.4. Метод парциальных волн (фазовая теория упругого рассеяния)

Рассмотрим теперь точный метод решения уравнения (5.10) с граничным условием (5.13). Будем считать, что потенциальная энергия взаимодействия налетающих частиц с рассеивающим центром сферически симметрична. Если частицы падают на рассеивающий центр вдоль оси OZ , то вся задача будет симметрична по азимуту, т. е. волновая функция, являющаяся решением уравнения Шредингера, будет зависеть только от расстояния r до силового центра и полярного угла θ

$$\psi(\vec{r}) = \psi(r, \theta).$$

В уравнении (5.10) оператор ∇^2 запишем в сферической системе координат:

$$\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \nabla_{\theta, \varphi}^2, \quad (5.35)$$

где

$$\nabla_{\theta,\varphi}^2 = \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

– угловая часть оператора Лапласа, связанная с оператором квадрата момента импульса частицы \hat{L}^2 соотношением:

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \nabla_{\theta,\varphi}^2. \quad (5.36)$$

Подставляя (5.35) и (5.36) в уравнение (5.10), получаем:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{2\mu r^2} \hat{L}^2 \psi + W(r)\psi = E\psi.$$

Поскольку оператор полной энергии – \hat{H} и оператор \hat{L}^2 коммутируют, то они должны иметь общие собственные функции. Поэтому можем записать [2]

$$\hat{L}^2 \psi = L^2 \psi = \hbar^2 l(l+1) \psi, \quad (5.37)$$

где $L^2 = \hbar^2 l(l+1)$ – собственные значения оператора \hat{L}^2 , а l – орбитальное квантовое число, его значения ($l = 0; 1; 2; \dots$) определяют величину момента количества движения частицы. Подставляя (5.37) в последнее уравнение, имеем

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2} \psi + W(r)\psi = E\psi \quad (5.38)$$

– уравнение для движения частицы массы μ с энергией E и орбитальным моментом l в сферически симметричном поле. Отметим, что в задаче о рассеянии частиц энергия налетающих частиц $E > 0$, поэтому спектр энергий частиц является непрерывным. Спектр возможных значений орбитального момента импульса является дискретным (квантованным).

Если пренебречь спин-орбитальным взаимодействием, то в сферически симметричном поле орбитальные моменты частиц сохраняются и можно представить падающий поток частиц как совокупность *парциальных волн*, соответствующих определенным значениям орбитального момента частицы l , причем каждая такая волна рассеивается на силовом центре независимо от других парциальных волн [1]. Тогда общее решение уравнения (5.38) также может быть записано в виде разложения по парциальным волнам (парциальным функциям)

$$\psi(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} C_l R_l(r) P_l(\cos\theta), \quad (5.39)$$

где в качестве системы ортогональных функций, по которым ведется разложение, используются полиномы Лежандра. Метод решения задачи о рассеянии частиц с помощью разложения (5.39) называют *методом парциальных волн*. Задача в такой постановке проще, так как уравнение Шредингера решается для каждой парциальной волны в отдельности.

Подставим выражение (5.39) в уравнение (5.38), умножим получившееся уравнение на $P_m(\cos\theta)$ и проинтегрируем по $\cos\theta$ в интервале от -1 до $+1$.

Тогда, с учетом условия ортогональности полиномов Лежандра

$$\int_{-1}^{+1} P_l(\cos\theta) P_m(\cos\theta) d\cos\theta = \frac{2}{2l+1} \delta_{lm}, \quad (5.40)$$

получаем уравнение для радиальной части волновой функции $R_l(r)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_l}{dr} \right) + W(r) R_l + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2} R_l = E R_l. \quad (5.41)$$

Замена $R_l(r) = \chi_l(r)/r$ приводит это уравнение к виду [11]:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 \chi_l(r)}{dr^2} + \left[W(r) + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \chi_l(r) = E \chi_l(r), \quad (5.42)$$

которое по форме совпадает с уравнением Шредингера для одномерного движения частицы с массой μ в поле с эффективной потенциальной энергией

$$W_{eff}(r) = W(r) + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2},$$

где величина $\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2}$ называется центробежной энергией.

Исследуем асимптотическое поведение волновой функции на больших расстояниях от начала координат ($r \rightarrow \infty$), когда $W_{eff}(r) \approx 0$. Тогда, пренебрегая в уравнении (5.42) членами в квадратной скобке, получаем:

$$\frac{d^2 \chi_l}{dr^2} + k^2 \chi_l = 0, \quad (5.43)$$

где $k = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} E}$ – величина волнового вектора. Решая это уравнение, находим, что вдали от силового центра выражение для R_l представляет собой суперпозицию расходящейся и сходящейся сферических волн

$$R_l = A_1 \frac{1}{r} e^{ikr} + A_2 \frac{1}{r} e^{-ikr},$$

где A_1 и A_2 – постоянные. Мы рассматриваем стационарные состояния, поэтому поток входящих частиц должен равняться потоку уходящих. Это означает, что амплитуды входящей и уходящей волн A_1 и A_2 должны быть равны [11].

Кроме этого, функция R_l должна быть вещественной, так как радиальная составляющая плотности потока при $r \rightarrow \infty$ должна стремиться к 0. Положим $A_1 = \frac{1}{2i} A_l e^{i\alpha_l}$, $A_2 = -\frac{1}{2i} A_l e^{-i\alpha_l}$, где A_l и α_l – действительные постоянные, тогда решение уравнения (5.43) можно представить в виде стоячей сферической волны:

$$R_l(r)_{r \rightarrow \infty} = A_l \frac{\sin(kr + \alpha_l)}{r}, \quad (5.44)$$

где фаза волны α_l зависит от k, l и вида потенциала $W(r)$.

В отсутствии поля ($W = 0$) вместо (5.42) имеем уравнение:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\tilde{R}_l}{dr} \right) + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \tilde{R}_l = 0, \quad (5.45)$$

которое соответствует *свободному движению* частицы с определенными значениями энергии и момента импульса. Для нахождения решения этого уравнения введем новую функцию [11] $\tilde{R}_l = Z/\sqrt{s}$, где $s = kr$. После такой замены уравнение (5.45) преобразуется к виду:

$$\frac{d^2 Z}{ds^2} + \frac{1}{s} \frac{dZ}{ds} + \left[1 - \frac{(l+1/2)^2}{s^2} \right] Z = 0.$$

Решением этого уравнения, удовлетворяющим условию конечности волновой функции в начале координат, является функция Бесселя полуцелого порядка

$$Z(s) = B J_{l+\frac{1}{2}}(s).$$

Соответственно для радиальной функции с учетом нормировки волновой функции [10] имеем:

$$\tilde{R}_l = \sqrt{2\pi k} \frac{J_{l+\frac{1}{2}}(kr)}{\sqrt{r}}. \quad (5.46)$$

Вдали от начала координат ($r \rightarrow \infty$) воспользуемся асимптотическим выражением для функции Бесселя

$$J_{l+\frac{1}{2}}(kr) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin\left(kr - l\frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{kr}}, \quad (5.47)$$

в соответствии с которым асимптотическое значение \tilde{R}_l имеет вид:

$$\tilde{R}_l(r)_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 2 \frac{\sin\left(kr - l\frac{\pi}{2}\right)}{r}. \quad (5.48)$$

В отсутствии поля решения (5.44) и (5.48) должны совпадать. Для этого в (5.44) выберем такую нормировку, чтобы $A_l = 2$, а

$$\alpha_l = -l\frac{\pi}{2} + \delta_l,$$

где угол δ_l называется *фазой рассеяния (фазовым сдвигом)* и для свободного движения $\delta_l = 0$. Тогда асимптотический вид радиальной части волновой функции можно представить в следующем виде [10]:

$$R_l(r)_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 2 \frac{\sin\left(kr - l\frac{\pi}{2} + \delta_l\right)}{r}. \quad (5.49)$$

Из сравнения выражений (5.44) и (5.49) следует физический смысл δ_l – это разность фаз между асимптотическими решениями уравнения (5.41) для радиальной части волновой функции в центральном поле и в отсутствии поля. Величина δ_l непосредственно связана с действием силового поля на частицу.

Умножим и разделим (5.49) на k , выразим синус через экспоненты и подставим получившееся выражение в разложение (5.39). В результате получаем следующую асимптотическую формулу для волновой функции $\psi(r, \theta)$:

$$\psi(r, \theta)_{r \rightarrow \infty} = \sum_{l=0}^{\infty} C_l P_l(\cos \theta) \frac{e^{i(kr - l\frac{\pi}{2} + \delta_l)} - e^{-i(kr - l\frac{\pi}{2} + \delta_l)}}{2ikr}, \quad (5.50)$$

где величина $2k$ включена в C_l .

Чтобы найти выражение для амплитуды рассеяния $f(\theta)$, необходимо преобразовать (5.50) к виду (5.13). Для этого разложим выражение (5.13) в ряд по полиномам Лежандра.

Найдем сначала, как выглядит разложение по полиномам Лежандра плоской волны. Для этого представим ее в виде:

$$e^{ikz} = e^{ikr \cos \theta} = \sum_{l=0}^{\infty} g_l(r) P_l(\cos \theta).$$

Для нахождения коэффициентов разложения $g_l(r)$ умножим это выражение на $P_m(\cos \theta)$ и проинтегрируем по $\cos \theta$ в интервале от -1 до $+1$ с учетом условия ортогональности полиномов Лежандра (5.40). Тогда имеем:

$$g_l(r) = \frac{2l+1}{2} \int_{-1}^{+1} e^{ikr \cos \theta} P_l(\cos \theta) d \cos \theta.$$

Для определения вида g_l при больших r возьмем интеграл по частям, учитывая, что $P_l(1) = 1$, а $P_l(-1) = (-1)^l$:

$$g_l(r) = \frac{2l+1}{2} \left\{ \frac{e^{ikr} - (-1)^l e^{-ikr}}{ikr} - \frac{1}{ikr} \int_{-1}^{+1} e^{ikr \cos \theta} P_l'(\cos \theta) d \cos \theta \right\}.$$

Интегрируя аналогичным образом второй член, найдем, что он пропорционален $(kr)^{-2}$ и при больших r может быть отброшен. Тогда, используя представление $(-1)^l = e^{il\pi} = e^{il\pi/2} \cdot e^{il\pi/2}$, получаем асимптотическое выражение для g_l

$$g_l(r)_{r \rightarrow \infty} = (2l+1) e^{il\frac{\pi}{2}} \frac{e^{i(kr - l\frac{\pi}{2})} - e^{-i(kr - l\frac{\pi}{2})}}{2ikr}. \quad (5.51)$$

Разложим теперь в выражении (5.13) амплитуду рассеяния $f(\theta)$ в ряд по полиномам Лежандра

$$f(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} f_l P_l(\cos \theta). \quad (5.52)$$

Подставляя выражения (5.51) и (5.52) в (5.13), получаем следующую асимптотическую формулу для волновой функции рассеянных частиц:

$$\begin{aligned} \psi(r, \theta)_{r \rightarrow \infty} = & \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) e^{il\frac{\pi}{2}} \frac{e^{i(kr-l\frac{\pi}{2})} - e^{-i(kr-l\frac{\pi}{2})}}{2ikr} + \\ & + \sum_{l=0}^{\infty} f_l P_l(\cos \theta) \frac{e^{ikr}}{r}. \end{aligned} \quad (5.53)$$

Выражения (5.50) и (5.53) должны быть равны при любом значении угла θ , а для этого необходимо, чтобы коэффициенты при каждом P_l в этих формулах были одинаковы. Приравняем эти коэффициенты, выделив при этом множители e^{ikr} и e^{-ikr} и сократив r в знаменателе [15]:

$$\begin{aligned} \frac{C_l}{2ik} \left[e^{ikr} \cdot e^{i(\delta_l-l\frac{\pi}{2})} - e^{-ikr} \cdot e^{-i(\delta_l-l\frac{\pi}{2})} \right] = \\ = \frac{2l+1}{2ik} \left[e^{ikr} - e^{-ikr} \cdot e^{il\pi} \right] + e^{ikr} f_l. \end{aligned}$$

Для выполнения этого равенства при любых значениях r необходимо, чтобы коэффициенты при e^{ikr} и e^{-ikr} слева и справа были одинаковы. Приравняв эти коэффициенты, получим два соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{C_l}{2ik} e^{i(\delta_l-l\frac{\pi}{2})} &= \frac{2l+1}{2ik} + f_l; \\ -\frac{C_l}{2ik} e^{-i(\delta_l-l\frac{\pi}{2})} &= -\frac{2l+1}{2ik} e^{il\pi}. \end{aligned}$$

Из второго соотношения находим

$$C_l = (2l+1) e^{i(\delta_l+l\frac{\pi}{2})}.$$

Подставив это значение в первое, получаем выражение для f_l :

$$f_l = \frac{2l+1}{2ik} \left(e^{2i\delta_l} - 1 \right),$$

подстановка которого в (5.52) дает формулу для амплитуды рассеяния

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left(e^{2i\delta_l} - 1 \right) P_l(\cos \theta). \quad (5.54)$$

В соответствии с формулой (5.6) для дифференциального сечения упругого рассеяния получаем выражение:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left(e^{2i\delta_l} - 1 \right) P_l(\cos \theta) \right|^2. \quad (5.55)$$

Интегрируя (5.55) по направлениям, с учетом условия ортогональности (5.40) находим выражение для полного сечения:

$$\sigma = \int |f(\theta)|^2 d\Omega = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l. \quad (5.56)$$

Как отмечено выше, задача решалась методом парциальных волн (в том же смысле следует понимать и термин *фазовая теория рассеяния*), поэтому слагаемые в выражениях (5.55) и (5.56) для дифференциального и полного сечений называют *парциальными сечениями*. Из выражения (5.56) следует, что при $\delta_l = \pi/2$ парциальное сечение имеет максимальное значение, равное

$$\sigma_{l \max} = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) = 4\pi \tilde{\lambda}^2 (2l+1), \quad (5.57)$$

а величина сечения определяется дебройлевской длиной волны частицы $\lambda = 2\pi/k$ ($\tilde{\lambda} = \lambda/2\pi$). Для медленных частиц, у которых $\tilde{\lambda} \gg a$, где a – радиус области взаимодействия (радиус действия сил, радиус ядра), сечение может быть много больше величины πa^2 – классического сечения рассеяния. Это явление, необъяснимое с точки зрения классической теории рассеяния, называется *резонансным рассеянием* и обусловлено волновой природой микрочастиц.

Величина фазового сдвига δ_l определяется потенциалом $W(r)$. Чтобы выразить δ_l через $W(r)$, воспользуемся уравнениями (5.42) и (5.45). Уравнение (5.42) запишем в виде:

$$\frac{d^2 \chi_l(r)}{dr^2} + \left[k^2 - U(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \chi_l(r) = 0,$$

где, как и прежде, $U(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} W(r)$. Уравнение (5.45) запишем аналогично:

$$\frac{d^2 \tilde{\chi}_l(r)}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \tilde{\chi}_l(r) = 0,$$

где $\tilde{\chi}_l(r) = r \tilde{R}_l(r)$. Умножим первое уравнение на $\tilde{\chi}_l(r)$, второе на $\chi_l(r)$, вычтем второе из первого и проинтегрируем получившееся выражение по r в интервале от 0 до ∞ . Тогда имеем [3]

$$\int_0^{\infty} \left(\tilde{\chi}_l \frac{d^2 \chi_l}{dr^2} - \chi_l \frac{d^2 \tilde{\chi}_l}{dr^2} \right) dr = \int_0^{\infty} \tilde{\chi}_l U(r) \chi_l dr,$$

или

$$\left[\tilde{\chi}_l \frac{d\chi_l}{dr} - \chi_l \frac{d\tilde{\chi}_l}{dr} \right]_0^{\infty} = \int_0^{\infty} \tilde{\chi}_l U(r) \chi_l dr. \quad (5.58)$$

В левой части равенства (5.58) для $r \rightarrow \infty$ используем асимптотические решения (5.48) и (5.49), а при $r = 0$ учтем, что в силу конечности волновых функций R_l и \tilde{R}_l функции χ_l и $\tilde{\chi}_l$ в начале координат равны 0. Для $\tilde{\chi}_l$ в интеграл под-

ставим точное значение (5.46), тогда получаем следующее соотношение между сдвигом фазы δ_l и потенциалом $W(r)$:

$$\sin \delta_l = -\frac{\mu}{2\hbar^2} \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \int_0^\infty J_{l+\frac{1}{2}}(kr) W(r) \chi_l(r) \sqrt{r} dr. \quad (5.59)$$

Вычисления фаз рассеяния в соответствии с выражением (5.59) сложны и могут быть выполнены лишь для весьма ограниченного набора потенциалов. Поэтому это соотношение обычно используют в рамках теории возмущений для оценки сдвига фаз δ_l , когда они малы $|\delta_l| \ll 1$ – в борновском приближении. В этом случае, рассматривая W как возмущение, в интеграле можно произвести замену, положив $\chi_l \approx \tilde{\chi}_l$. В качестве $\tilde{\chi}_l$ возьмем значение (5.46), соответствующее волновой функции свободных (падающих) частиц. В результате получим [10]:

$$\sin \delta_l \approx \delta_l(k) = -\frac{\pi\mu}{\hbar^2} \int_0^\infty \left[J_{l+\frac{1}{2}}(kr) \right]^2 W(r) r dr. \quad (5.60)$$

Число парциальных волн, вклад которых надо учитывать при рассеянии, определяется энергией частиц. Если приравнять формально значения классического момента импульса $L = \rho p$ и квантовомеханического $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$, то все частицы, взаимодействующие с рассеивающим центром, можно разделить на цилиндрические группы, имеющие «средние» прицельные параметры

$$\rho_l = \frac{1}{k} \sqrt{l(l+1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (5.61)$$

Каждая из этих групп частиц описывается соответствующим членом в разложении волновой функции по полиномам Лежандра. Эффективно рассеиваться в силовом поле с конечным радиусом a (для расстояний от центра потенциала больших a взаимодействие пренебрежимо мало) будут только частицы, которые имеют прицельные параметры

$$\rho_l < a \quad \text{или} \quad \frac{\hbar}{p} \sqrt{l(l+1)} < a. \quad (5.62)$$

При заданной величине импульса p (или энергии T) рассеиваются только частицы, у которых величина l удовлетворяет условию:

$$\sqrt{l(l+1)} < \frac{ap}{\hbar} = \frac{a}{\tilde{\lambda}}, \quad (5.63)$$

где $\tilde{\lambda} = \hbar/p = 1/k$ – дебройлевская длина волны частиц. Связь между набором возможных значений l и энергией частицы можно получить, если в неравенстве (5.63) перейти от импульса к энергии частицы

$$T > \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu a^2}. \quad (5.64)$$

Выражение в правой части неравенства (5.64) называется высотой центробежного барьера.

Из соотношений (5.62) – (5.64) следует, что чем меньше энергия частицы, тем меньше набор возможных значений l (меньше парциальных волн), вклад

которых в рассеяние необходимо учитывать. Если энергия частицы настолько мала, что ее длина волны больше радиуса области взаимодействия a , то уже ρ_1 будет больше a . Поэтому при низких энергиях рассеиваются в основном частицы с нулевым моментом импульса и в разложениях (5.54) – (5.56) можно ограничиться одним членом с $l = 0$ (с классической точки зрения это центральное столкновение). В этом случае в соответствии с (5.55) дифференциальное эффективное сечение рассеяния (*s-рассеяние*, так как значению $l = 0$ соответствует *s-состояние* частицы) равно:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \sin^2 \delta_0. \quad (5.65)$$

Из формулы (5.61) следует, что сечение *s-рассеяния* не зависит от θ – угла рассеяния, т. е. является сферически симметричным. С увеличением энергии частиц начинают играть роль фазы более высокого порядка, и рассеяние постепенно приобретает все более асимметричный характер.

Решение уравнения Шредингера, вычисление фаз рассеяния, а по ним и эффективного сечения, – все это является прямой задачей теории рассеяния. Обратной задачей теории рассеяния является задача восстановления вида потенциала по тем или иным экспериментальным данным, например, по измеренным значениям фаз рассеяния. Методика восстановления потенциала по косвенным данным представляет сложную математическую проблему, которая решается многими физиками и математиками несколько десятилетий и в ряде частных случаев успешно решена (см., например, Ю. Л. Ментковский **Частица в ядерно-кулоновом поле.** – М.: Энергоатомиздат, 1982; К. Шадан, П. Сабатье **Обратные задачи в квантовой теории рассеяния.** – М.: Мир, 1980).

Рассмотренная выше фазовая теория рассеяния удобна лишь для анализа рассеяния медленных частиц, когда можно ограничиться малым числом парциальных волн. С увеличением энергии частиц число членов, которое необходимо учитывать в разложении, быстро растет и для решения задачи приходится использовать численные методы. Но для анализа рассеяния быстрых частиц можно использовать борновское приближение и часто оба эти метода в значительной степени дополняют друг друга.

Задание 5

Контрольные вопросы

1. Как вычисляется величина плотности потока частиц в квантовой механике?
2. Как выглядит общая схема вычисления дифференциального сечения в квантовой механике и чему оно равно?
3. Как и к какому уравнению в квантовой механике сводится уравнение Шредингера в задаче о рассеянии двух частиц? Записать это уравнение.
4. Записать граничное условие для волновой функции в задаче о рассеянии.
5. Каков физический смысл борновского приближения?
6. Как в борновском приближении найти волновую функцию рассеянных частиц?
7. Записать уравнение Д'Аламбера, что оно описывает?
8. Пояснить на рисунке, как связаны между собой переменные: \vec{r} , \vec{r}' , \vec{k} , \vec{k}' , \vec{q} , dV' при интегрировании в борновском приближении по области электронного облака?

9. Записать в борновском приближении выражение для амплитуды рассеяния.
10. Записать условие применимости борновского приближения и пояснить его физический смысл.
11. Записать оператор ∇^2 в сферической системе координат.
12. Каков физический смысл метода парциальных волн? Записать разложение волновой функции для метода парциальных волн.
13. Чему равны собственные значения оператора квадрата момента импульса?
14. Записать уравнение Шредингера в сферической системе координат в центральном поле с учетом собственных значений орбитального момента.
15. Каковы математический и физический смыслы фазы рассеяния?
16. Записать выражение для прицельного параметра через длину волны налетающей частицы и объяснить, как рассеиваются частицы низких энергий?
17. Какова область применимости фазовой теории рассеяния?
18. Что такое прямая и обратная задачи теории рассеяния?

Упражнения

1. Вычислить плотности потока частиц, если $\psi(r) = \exp(ikz)$, а $\psi_S = (f/r)\exp(ikr)$. Найти $d\sigma/d\Omega$.
2. Записать уравнение Шредингера для задачи о рассеянии двух частиц с массами m_1 и m_2 в ЛСК и перейти от переменных \vec{r}_1 и \vec{r}_2 к \vec{r} и \vec{R} .
3. Подставить в уравнение (5.15) выражения (5.16) и (5.17) и выполнить необходимые преобразования.
4. Разложить величину $|\vec{r} - \vec{r}'|$ в ряд, оставив два члена ряда, если $r' \ll r$.
5. Выполнить интегрирование в выражении (5.27) и получить формулу (5.29).
6. Решить уравнение (5.43) и получить выражение (5.44) для радиальной части волновой функции.
7. Преобразовать уравнение (5.45) к уравнению, решением которого является функция Бесселя полуцелого порядка.
8. Разложить плоскую волну в ряд по полиномам Лежандра и получить выражение (5.50) для коэффициентов разложения $g_l(r)$.
9. Приравняв выражения (5.50) и (5.53), найти коэффициенты C_l и f_l .
10. Проинтегрировать выражение (5.54) и получить формулу (5.56) для полного сечения упругого рассеяния.
11. Преобразовать выражение (5.58) в формулу (5.59).
12. Вычислить величину $|e^{2i\delta_0} - 1|^2$ и получить из выражения (5.55) формулу (5.65) для дифференциального сечения s-рассеяния.

Задачи

1. Преобразовать уравнение Шредингера из декартовой системы координат x, y в полярную ρ, φ (плоский случай).
2. Преобразовать оператор полной энергии для частицы с массой m в центрально-симметричном поле $W(r)$ к виду: $\hat{H} = \hat{T}_r + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2} + W(r)$.

3. Доказать, что энергия свободно движущейся частицы может иметь любые значения (непрерывный спектр собственных значений).
4. Рассчитать в борновском приближении дифференциальное сечение рассеяния для частицы массы m в поле отталкивания $W(r) = A/r^2$. Как зависит сечение от угла рассеяния θ и от энергии частицы?
5. Найти в борновском приближении амплитуду рассеяния, дифференциальное и полное сечения рассеяния заряженных частиц в поле $W(r) = \alpha \delta(r - R)$, где R – радиус действия сил. Рассмотреть предельный случай $T \rightarrow 0$.
6. Определить в борновском приближении выражение для дифференциального сечения рассеяния сферической потенциальной ямы: при $r < a$ $W(r) = -W_0$, а при $r > a$ $W = 0$. Получить выражение для полного сечения рассеяния.
7. Вычислить интеграл в выражении (5.28) для потенциала точечного заряда и найти в борновском приближении дифференциальное по направлению сечение упругого рассеяния заряженной частицы в кулоновском поле ядра.
8. Найти в борновском приближении фазовые сдвиги s-волн ($l=0$) в полях: а) $W(r) = W_0 R \delta(r - R)$; б) $W(r) = W_0 e^{-r/a}$. Используя полученные результаты, чтобы найти сечения рассеяния медленных частиц.
9. Определить фазы рассеяния и эффективное сечение рассеяния частиц сферическим потенциальным барьером: при $r < a$ $W(r) = W_0$, а при $r > a$ $W = 0$, если a много меньше дебройлевской длины волны рассеиваемых частиц. Получить выражение для полного сечения рассеяния если $\lambda \gg a$ и сравнить его с сечением в задаче 6.

Список литературы

1. Балашов В. В. **Квантовая теория столкновений**. – М.: Изд-во МГУ, 1985.
2. Блохинцев Д. И. **Основы квантовой механики**. – М.: Наука, 1976.
3. Ву Т. Ю., Омура Т. **Квантовая теория рассеяния**. – М.: Наука, 1969 = Wu T. Y., Ohmura T., *Quantum Theory of Scattering*. N. Y.: Prentice-Hall, 1962.
4. Галицкий В. М., Карнаков Б. М., Коган В. И. **Сборник задач по квантовой механике**: Учеб. пособие – М.: Наука, 1981.
5. Гольдман И. И., Кривченков В. Д. **Сборник задач по квантовой механике**. – М.: ГИТТЛ, 1957.
6. Иродов И. Е. **Квантовая физика**. Основные законы: Учеб. пособие для вузов. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002.
7. Иродов И. Е. **Задачи по квантовой физике**. 2-е изд. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.
8. Квливидзе В. А., Красильников С. С. **Введение в физику атомных столкновений**. – М.: Изд-во МГУ, 1985.
9. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений**. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та, 1979.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Теоретическая физика**: Учеб. пособие для вузов. В 10 т. – Т. 3. **Квантовая механика** (нерелятивистская теория). – М.: Наука, 1989.
11. Левич В. Г., Вдовин Ю. А., Мямлин В. А. **Курс теоретической физики**. – М.: Наука, 1971. – Т. 2.

12. Лендшел В. И., Салак М. **Нерелятивистская квантовая теория**. – Львов: Вища школа, 1983.
13. Мотт Н., Месси Г. **Теория атомных столкновений**. – М.: Мир, 1969 = Mott N. F., Massey H. S. W. **The Theory of Atomic Collisions**. Oxford: Clarendon Press, 1965.
14. Мухин К. Н. **Экспериментальная ядерная физика**: в 2 т. Т. 2. Физика элементарных частиц. М.: Атомиздат, 1974.
15. Савельев И. В. **Основы теоретической физики**. – М.: Наука, 1977. – Т. 2.
16. Соколов А. А., Лоскутов Ю. М., Тернов И. М. **Квантовая механика**. – М.: Просвещение, 1965.
17. Сунакава С. **Квантовая теория рассеяния**. – М.: Мир, 1979.
18. Тейлор Дж. **Теория рассеяния**: Квантовая теория нерелятивистских столкновений. М.: Мир, 1975.
19. Motz J. W., Olsen H., Koch H. W. **Electron scattering without atomic or nuclear excitation** // Rev. Mod. Phys. – V. 36, No. 4. – 1964. – P. 881–928.

ГЛАВА 6. ОСОБЕННОСТИ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ТЯЖЕЛЫХ И ЛЕГКИХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ АТОМАМИ

6.1. Упругое рассеяние заряженных частиц атомами. Экранирование

Квантовый расчет сечения упругого рассеяния заряженных частиц атомами проведем, используя приближение Борна, рассмотренное в разделе 5.2. Важным свойством амплитуды рассеяния в борновском приближении является ее аддитивность относительно потенциалов [3]: амплитуда рассеяния на сумме потенциалов есть сумма амплитуд рассеяния на каждом из потенциалов в отдельности (точная амплитуда рассеяния не обладает таким свойством). Воспользоваться этим свойством аддитивности амплитуды удобно в случае представления потенциала в виде суммы потенциалов, например, потенциала атома как потенциала ядра и электронной оболочки.

Будем считать, что масса налетающей частицы мала по сравнению с массой атома и смещением атома в результате взаимодействия можно пренебречь. Вычислим сечение рассеяния частиц с зарядом $Z_1 e$ атомом, состоящим из ядра с зарядом $Z_2 e$ и сферически симметричного электронного облака с известным распределением заряда $\rho(r)$:

$$\int \rho(r) dV = Z_2 e,$$

где интегрирование проводится по объему электронного облака. Запишем $\rho(r)$ в виде

$$\rho(r) = en(r),$$

где $n(r)$ – плотность распределения электронов в атоме

$$\int n(r) dV = Z_2.$$

Энергия взаимодействия налетающей частицы с атомом складывается из энергии взаимодействия с ядром и взаимодействия с электронной оболочкой:

$$W(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} - Z_1 e^2 \int \frac{n(r') dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (6.1)$$

В большинстве задач столкновения ядро можно считать точечным, поэтому первый член потенциальной энергии ведет себя как $1/r$, где r – расстояние между частицей и ядром. При малых r этот член является основным и электрическое поле атома практически совпадает с полем ядра. На больших расстояниях из-за экранирующего действия электронной оболочки (*экранирования*) энергия взаимодействия убывает значительно быстрее, чем $1/r$.

Как и ранее, будем решать эквивалентную задачу о рассеянии одной частицы с приведенной массой μ в поле $W(r)$ неподвижного силового центра, находящегося в общем центре инерции частицы и атома. Подставив выражение (6.1) в формулу (5.27) для амплитуды рассеяния, получаем:

$$f(\theta) = -\frac{\mu Z_1 e}{2\pi \hbar^2} \left[Z_2 e \int \frac{e^{i\vec{q}\vec{r}'}}{r'} dV' - \int e^{i\vec{q}\vec{r}'} dV' \int \frac{\rho(r'')}{|\vec{r}' - \vec{r}''|} dV'' \right]. \quad (6.2)$$

Во втором члене этого выражения выделим интеграл

$$\varphi(r'') = \int \frac{e^{i\vec{q}\vec{r}'}}{|\vec{r}' - \vec{r}''|} dV', \quad (6.3)$$

который можно рассматривать как потенциал, создаваемый в точке r'' электрическими зарядами, распределенными в пространстве с плотностью $\rho(r') = e^{i\vec{q}\vec{r}'}$ [2]. Потенциал $\varphi(r'')$ удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\nabla^2 \varphi(r'') = -4\pi \rho(r'') = -4\pi e^{i\vec{q}\vec{r}''},$$

решая которое, находим

$$\varphi(r'') = \frac{4\pi}{q^2} e^{i\vec{q}\vec{r}''}. \quad (6.4)$$

Сравнивая первый интеграл в формуле (6.2) с выражениями (6.3) и (6.4), находим его величину:

$$\int \frac{e^{i\vec{q}\vec{r}'}}{r'} dV' = \varphi(0) = \frac{4\pi}{q^2}. \quad (6.5)$$

Подставляя значения (6.4) и (6.5) в (6.2), получаем:

$$f(\theta) = -\frac{2\mu Z_1 e^2}{\hbar^2 q^2} \left[Z_2 - \int n(r'') e^{i\vec{q}\vec{r}''} dV'' \right]. \quad (6.6)$$

Интегрирование выполним в сферической системе координат, направив полярную ось по вектору \vec{q} , тогда (опустив для удобства штрихи) имеем

$$\int n(r) e^{i\vec{q}\vec{r}} dV = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} n(r) r^2 dr \int_{-1}^{+1} e^{iqr \cos \vartheta} d \cos \vartheta.$$

В результате интегрирования по ϑ и φ получаем величину

$$F(q) = \int n(r) e^{i\vec{q}\vec{r}} dV = 4\pi \int_0^{\infty} \frac{\sin(qr)}{qr} n(r) r^2 dr, \quad (6.7)$$

которая зависит от пространственного распределения электронов в атоме и называется **атомным фактором рассеяния (атомным формфактором)**. Атомный формфактор – это функция, характеризующая пространственное распределение заряда внутри атома. Подставив (6.7) в (6.6) с учетом выражений (5.25) и (5.14), получаем сначала формулу для амплитуды рассеяния

$$f(\theta) = -\frac{Z_1 e^2}{4E} \frac{1}{\sin^2 \theta/2} [Z_2 - F(q)],$$

а затем и для дифференциального сечения упругого рассеяния

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_1^2 e^4}{16E^2} \frac{1}{\sin^4 \theta/2} |Z_2 - F(q)|^2, \quad (6.8)$$

где в соответствии с (5.12) энергия E равна начальной кинетической энергии частицы с приведенной массой μ в СЦИ, а θ – ее угол рассеяния в этой же системе координат. Разность $Z_2 - F(q)$ можно рассматривать как эффективный заряд ядра, величина которого уменьшена экранированием. Формула (6.8) получена с помощью теории возмущений, и ее точность увеличивается с уменьшением Z_2 и увеличением энергии налетающих частиц. Для малых углов рассеяния эта формула точнее, чем для больших.

Выражение (6.8) можно записать в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R \left| 1 - \frac{1}{Z_2} F(q) \right|^2, \quad (6.9)$$

где $(d\sigma/d\Omega)_R$ – сечение рассеяния на точечном ядре, определяемое, как и в классической механике, формулой Резерфорда (4.23), а множитель

$$\left| 1 - \frac{1}{Z_2} F(q) \right|^2$$

описывает экранирующее действие электронных оболочек. При рассеянии быстрых частиц на большие углы, что соответствует малым прицельным параметрам, $F(q) \rightarrow 0$ (экранирование отсутствует) и формула (6.9) превращается в формулу Резерфорда, описывающую рассеяние частицы с зарядом Z_1 на точечном ядре с зарядом Z_2 .

Это говорит о том, что при рассеянии с малым прицельным параметром налетающая частица «не чувствует» электронной оболочки и рассеивается только ядром. Угловое распределение рассеянных частиц в этом случае сильно вытянуто вдоль направления падающих частиц. Наоборот, при больших прицельных параметрах, которые соответствуют малым углам рассеяния, поле ядра сильно экранируется полем атомных электронов $(Z_2 - F(q)) \rightarrow 0$ и сечение оказывается существенно меньше резерфордовского сечения.

Без учета электронной оболочки атома вследствие дальнедействующего характера потенциала точечного заряда эффективная область взаимодействия бесконечна, поэтому имеет место расходимость в сечении Резерфорда для малых углов рассеяния. Экранирование уменьшает область взаимодействия и количество частиц, рассеянных на малые углы (рис. 6.1).

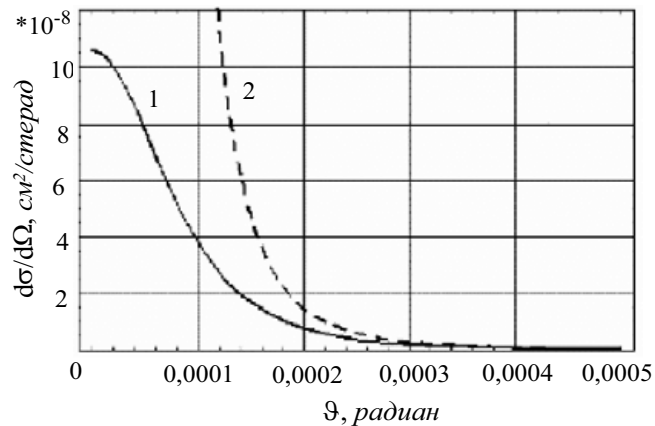


Рис. 6.1. Дифференциальное сечение рассеяния α -частиц с энергией 4,78 МэВ на атомах Au: 1 – с учетом экранирования; 2 – без экранирования [5]

Для определения атомного формфактора необходимо знать плотность распределения атомных электронов. Для простейших атомов эта величина может быть найдена по известным волновым функциям, которые находятся из решения уравнения Шредингера для атома. Для многоэлектронных атомов используют приближенные методы, например, методы, основанные на введении самосогласованного поля. Это позволяет свести задачу многих тел к задаче движения одного электрона в среднем (самосогласованном) поле, создаваемом ядром и всеми другими электронами. Одним из распространенных и простых методов введения самосогласованного поля является статистическая модель атома Томаса-Ферми. В этой модели к полю ядра добавляется центрально-симметричное поле атомных электронов, которое подбирают так, чтобы оно было согласовано с распределением средней плотности электронов в атоме. В модели атома по Томасу-Ферми распределения плотности заряда в различных атомах подобны, атом не имеет границ и формально простирается до бесконечности. Но большая часть электронов в атоме находится на расстоянии от ядра $\sim a_0 Z_2^{-1/3}$ [6], где $a_0 = \hbar^2 / m_e e^2 = 5,29 \cdot 10^{-9}$ см – радиус первой боровской орбиты (боровский радиус атома водорода), m_e – масса электрона. Величину $a_0 Z_2^{-1/3}$ часто используют в качестве «радиуса» атома по модели Томаса-Ферми. Модель Томаса-Ферми позволяет оценивать средние скорости и энергии электронов, а также распределение плотности электронов по радиусу.

Значение формфактора определяют и экспериментально, например, с помощью упругого рассеяния электронов на атомах. За величину формфактора в этом случае принимают отношение угловых распределений электронов, рассеянных на атоме и на точечном центре при данной величине переданного импульса.

Метод учета экранирования с помощью формфактора является наиболее последовательным и точным, но расчеты формфактора достаточно сложны. В практических расчетах учет экранирования проводится обычно с помощью различных параметров экранирования, которые являются следствием использования в качестве потенциала атома различных феноменологических (приближенных) потенциалов. Например, с помощью потенциала, предложенного Бором:

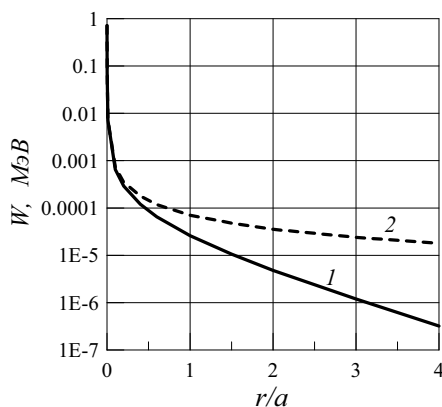


Рис. 6.2. Энергия взаимодействия протона с атомом золота: 1 – с учетом экранирования; 2 – без экранирования

$$W(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} e^{-r/a}, \quad (6.10)$$

где

$$a \approx a_0 Z_2^{-1/3}. \quad (6.11)$$

Величина a (см) в выражении (6.10) характеризует эффективный радиус экранирования (длину экранирования) и по существу совпадает с радиусом атома по модели Томаса-Ферми. На малых расстояниях боровский потенциал ведет себя как $Z_1 Z_2 e^2 / r$, т. е. как потенциал точечного заряда (ядра), а при $r > a$ быстро убывает (рис. 6.2).

Для практических расчетов выражение (6.10) удобно переписать в виде

$$W(r) = Z_1 Z_2^{4/3} m_e c^2 \frac{r_e}{a_0} \frac{e^{-r/a}}{r/a}, \quad (6.12)$$

где $r_e = e^2/m_e c^2 = 2,818 \cdot 10^{-13}$ см – *классический радиус электрона*.

Подставляя (6.10) в формулу (5.27) и интегрируя в сферической системе координат по углам и по r , получаем выражение для амплитуды рассеяния, а затем и для дифференциального сечения:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{4E^2} \frac{1}{(1 + \vartheta_s^2/2 - \cos\theta)^2}, \quad (6.13)$$

где

$$\vartheta_s = \frac{1}{ka} = \frac{\tilde{\lambda}}{a} = \frac{\tilde{\lambda} Z_2^{1/3}}{a_0} = \frac{\tilde{\lambda}_c}{a_0} \frac{Z_2^{1/3}}{\sqrt{\varepsilon(\varepsilon + 2)}} \frac{m_e c^2}{m_1 c^2} \quad (6.14)$$

– *угол экранирования*, величина которого равна отношению дебройлевской длины волны налетающей частицы $\tilde{\lambda}$ к радиусу экранирования. В выражении (6.14) $\tilde{\lambda}_c = 3,86 \cdot 10^{-11}$ см – комптоновская длина волны электрона, $\varepsilon = T_1/m_1 c^2$ – кинетическая энергия частицы в единицах ее энергии покоя. Величина $\eta = \vartheta_s^2/4$ называется *параметром экранирования*, и формулу (6.13) можно записать через этот параметр, заменив $\vartheta_s^2/2$ на 2η . Для небольших углов рассеяния θ выражение (6.13) можно представить в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{E^2} \frac{1}{(\vartheta_s^2 + \theta^2)^2}.$$

Из этой формулы видно, что когда $\theta \gg \vartheta_s$, то сечение рассеяния совпадает с сечением Резерфорда и экранирование поля ядра атомными электронами не существенно. При углах рассеяния $\theta < \vartheta_s$ величина сечения стремится к постоянному значению и отличие сечения от резерфордовского является существенным. Угол экранирования следует понимать как некий “эффективный” угол, разделяющий две области углов рассеяния, в одной из которых экранирование необходимо учитывать, а в другой оно слабо влияет на вероятность рассеяния.

Из формулы (6.14) следует, что величина угла экранирования возрастает с увеличением Z_2 и уменьшением энергии частицы и ее массы, но и для атомов с большим атомным номером и для небольших (нерелятивистских) энергий ϑ_s мал. Например, в тяжелом веществе для протонов с энергией 10 МэВ $\vartheta_s < 0,02^\circ$, а для электронов с энергией 0,1 МэВ $\vartheta_s < 4^\circ$. Таким образом, характер упругого рассеяния заряженных частиц зависит от величины ϑ_s , т. е. от соотношения между длиной волны частицы и радиусом экранирования. Если $\tilde{\lambda} \ll a$, то упругое рассеяние частиц на атомах сильно вытянуто вперед. В этом случае для описания процесса прохождения частиц через вещество можно использовать малоугловое приближение [10].

Если воспользоваться представлением полной энергии частицы в виде $E = \mu v_0^2 / 2$ (см. раздел 4.2) и выразить ее через кинетическую энергию налетающей частицы в ЛСК – T_1 : $E = T_1 \mu / m_1$, то можно переписать выражение (6.13) в более удобном для практических вычислений виде:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_1^2 Z_2^2}{4} r_e^2 \left(\frac{m_e c^2}{T_1} \right)^2 \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} \right)^2 \frac{1}{(1 + 2\eta - \cos \theta)^2}. \quad (6.15)$$

Выразив импульс частицы в СЦИ – p – через кинетическую энергию налетающей частицы в ЛСК

$$p = \mu v_0 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} p_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2m_1 T_1},$$

запишем с учетом (6.14) параметр экранирования в форме, удобной для вычислений:

$$\eta = \frac{\alpha^2}{8} Z_2^{2/3} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} \right)^2 \frac{m_e}{m_1} \frac{m_e c^2}{T_1}, \quad (6.16)$$

где $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$ – *постоянная тонкой структуры*.

Величина параметра экранирования зависит от модели, которая используется для описания пространственного распределения поля атомных электронов. Выражение (6.16) соответствует одному из простых потенциалов – потенциалу Бора (6.10). Параметры экранирования рассчитывались различными авторами, но наиболее часто в практических расчетах используется параметр экранирования, полученный Мольером, который использовал экранированный кулоновский потенциал в соответствии с моделью атома Томаса-Ферми [14]:

$$\eta = \eta_M = 1,7 \cdot 10^{-5} Z_2^{2/3} \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} \left[1,13 + 3,76 \left(\frac{Z_2}{137\beta} \right)^2 \cdot \chi \right], \quad (6.17)$$

где $\beta = v/c$, $\chi = \sqrt{T/(T + m_e c^2)}$ – эмпирическая поправка для электронов больших энергий [15].

В заключение отметим, что для тяжелых заряженных частиц на больших углах рассеяния дифференциальное сечение отличается от Резерфордского за счет ядерных сил, действующих между частицей и ядром при малых расстояниях между ними.

6.2. Особенности упругого рассеяния электронов и позитронов

Если налетающие частицы являются электронами, то $m_1 \ll m_2$ и центр инерции системы электрона и атома практически совпадает с центром атома, а угол θ совпадает с углом рассеяния налетающего электрона в ЛСК – ϑ . Тогда из выражения (6.13) получаем формулу в ЛСК для эффективного дифференциального сечения рассеяния нерелятивистских электронов в экранированном кулоновском поле атома:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_2(Z_2 + 1)r_e^2}{4} \left(\frac{m_e c^2}{T_1} \right)^2 \frac{1}{(1 + 2\eta - \cos\vartheta)^2}, \quad (6.18)$$

где T_1 – кинетическая энергия налетающих электронов. В этом выражении произведение $Z_2(Z_2 + 1)$ вместо Z_2^2 учитывает вклад в процесс рассеяния от неупругих столкновений налетающего электрона с атомными электронами.

Ввиду малой массы электроны с кинетической энергией более нескольких сот кэВ уже являются релятивистскими и для квантовомеханических расчетов сечения рассеяния необходимо использовать вместо уравнения Шредингера релятивистское уравнение Дирака. Сечение рассеяния в этом случае было получено Моттом, который в своих вычислениях считал ядра точечными, не учитывал экранирование кулоновского поля ядер электронами, но учел эффекты взаимодействия, связанные со спином электрона. Результаты Мотта получены в виде бесконечных рядов, суммирование которых нельзя провести аналитически, и моттовское сечение обычно записывают в виде

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_M = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R R_M(T, Z_2, \vartheta), \quad (6.19)$$

где функцию $R_M(T, Z_2, \vartheta)$ называют множителем Мотта. Учет релятивистских эффектов и спина электрона приводит к сильному отличию моттовского дифференциального сечения упругого рассеяния от сечения Резерфорда (рис. 6.3). Это различие уменьшается с уменьшением кинетической энергии налетающего электрона и для нерелятивистских энергий $R_M \approx 1$. Примерно это значение имеют моттовские коэффициенты и для небольших углов рассеяния, т. е. при рассеянии на малые углы сечение Мотта по величине совпадает с сечением Резерфорда. Моттовские множители рассчитывались различными авторами и имеются в литературе. Значения этих коэффициентов для электронов и позитронов для различных веществ в диапазоне энергий 0,05–10 МэВ приведены, например, в работе [9].

Для небольших углов рассеяния можно использовать приближенное значение для R_M из фундаментального обзора [13]:

$$R_M \approx 1 \pm \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{Z_2}{137} \beta \cos \gamma \sqrt{1 - \cos \vartheta}, \quad (6.20)$$

где знак «+» следует брать для электронов, а «-» для позитронов. Значения $\cos \gamma$ приведены в табл. 6.1. Для $Z_2 < 30$ можно использовать следующее выражение из работы [16] («+» – для электронов):

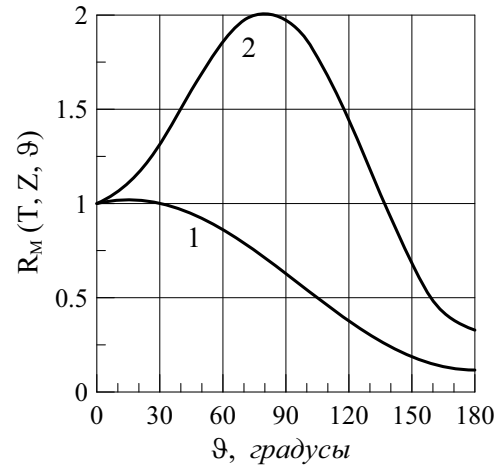


Рис. 6.3. Значения множителей Мотта для рассеяния электронов с энергией 1 МэВ в алюминии (1) и свинце (2)

$$R_M \approx 1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \pm \frac{Z_2}{137} \pi \beta \left(1 - \sin \frac{\vartheta}{2} \right) \sin \frac{\vartheta}{2}. \quad (6.21)$$

Сечение рассеяния, полученное Моттом, зависит от знака потенциала взаимодействия и не одинаково для электронов и позитронов в области релятивистских энергий. Как следует из выражений (6.20) и (6.21), величина сечения рассеяния позитронов в этой области энергий меньше сечения рассеяния электронов при одинаковой энергии и угле рассеяния. В нерелятивистской области сечения рассеяния электронов и позитронов практически совпадают. Отметим, что сечение Мотта представляет собой достаточно точное проверенное в многочисленных экспериментах сечение, пригодное для описания рассеяния релятивистских электронов и позитронов во всем диапазоне углов, за исключением очень малых [1] (так как не учтено экранирование).

Таблица 6.1

Значения параметра $\cos \gamma = f(q)$, $q = Z_2/137\beta$

q	$\cos \gamma$	q	$\cos \gamma$
0,00	1,0000	0,50	0,5290
0,05	0,9905	0,60	0,4471
0,10	0,9631	0,80	0,3323
0,15	0,9208	1,00	0,2610
0,20	0,8680	1,20	0,2145
0,30	0,7478	1,50	0,1696
0,40	0,6303	2,00	0,1261

Достаточно точное и удобное для практических целей выражение дифференциального сечения рассеяния электронов на атоме с учетом экранирующего действия электронных оболочек и ряда других поправок приведено в обзоре [16]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2 G(Z_2)}{(1 - \cos \vartheta + 2\eta)^2} \left[\frac{m_e c^2 (T_1 + m_e c^2)}{T_1 (T_1 + 2m_e c^2)} \right]^2 \left\{ 1 + \frac{\pi Z_2}{\sqrt{2} \cdot 137\beta} \cos \gamma \sqrt{1 - \cos \vartheta + 2\eta} + \left[R_M - 1 - \frac{\pi Z_2}{2 \cdot 137\beta} \cos \gamma \sqrt{1 - \cos \vartheta} \right] \times \left[\frac{1 - \cos \vartheta + 2\eta}{1 - \cos \vartheta} \right]^2 \right\}, \quad (6.22)$$

где R_M – множитель Мотта, $G(Z_2) = Z_2(Z_2 + 1)(1 + \varepsilon)$,

$$\varepsilon = \frac{1}{(Z_2 + 1) \ln(4\eta)} \left\{ 5 - \ln \left[0,16 Z_2^{-2/3} \left(1 + 3,33 \frac{Z_2}{137\beta} \right) \right] \right\}$$

– фактор Фано.

В заключение отметим, что в обзоре [13] приведено большое число формул для расчета сечения упругого рассеяния в различных приближениях.

6.3. Влияние упругого рассеяния на траекторию заряженной частицы в веществе

При движении заряженных частиц в веществе в результате упругих столкновений с атомами они рассеиваются. Величина результирующего отклонения частицы, очевидно, пропорциональна среднему отклонению в отдельном акте упругого рассеяния и числу таких взаимодействий на ее пути в веществе. Среднее число упругих столкновений частицы на единице пути можно оценить, зная

полное макроскопическое сечение упругого рассеяния (см. раздел 3.6)

$$\Sigma_S = n_0 \sigma_S,$$

где полное микроскопическое сечение упругого рассеяния σ_S можно найти, интегрируя по полному телесному углу дифференциальное сечение с учетом экранирования

$$\sigma_S = \int_{4\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega. \quad (6.23)$$

Поскольку кулоновский потенциал является дальнедействующим и эффективные размеры области взаимодействия заряженной частицы с атомом велики (по сравнению, например, с областью действия ядерных сил), то следует ожидать, что число упругих столкновений заряженной частицы в веществе должно быть большим. Подставив выражение (6.15) в (6.23) и выполнив интегрирование, получаем

$$\sigma_S = \frac{\pi r_e^2}{4} Z_1^2 Z_2^2 \left(\frac{m_e c^2}{T_1} \right)^2 \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} \right)^2 \frac{1}{\eta(1+\eta)}. \quad (6.24)$$

Расчеты величины Σ_S и оценка числа столкновений показывают, что, например, для протона с энергией 50 МэВ в Al $\Sigma_S \approx 3 \cdot 10^5$ 1/см, а электрон с начальной энергией 0,5 МэВ, пройдя в Al путь 0,5 мм, на котором его энергия уменьшается в два раза, испытывает в среднем $3 \cdot 10^4$ упругих столкновений.

Вычислим теперь средний угол рассеяния заряженной частицы при упругом столкновении с атомом и с учетом полученного значения, а также общего числа упругих столкновений дадим качественную характеристику траектории частицы в веществе. При этом сделаем два допущения:

1. масса частицы много меньше массы атома, поэтому $\mu \approx m_1$ и $\theta \approx \vartheta$, где ϑ – угол рассеяния частицы в ЛСК;
2. поскольку сечение упругого рассеяния сильно вытянуто вперед, то будем использовать *малоугловое приближение*, т. е. сделаем замены:
 $\sin \vartheta \approx \vartheta$, $\cos \vartheta \approx 1 - \vartheta^2/2$.

С учетом этих замечаний запишем выражение для среднего квадрата угла рассеяния заряженной частицы в упругом столкновении с атомом

$$\langle \vartheta^2 \rangle = 2\pi \int \vartheta^2 w(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta \approx 2\pi \int \vartheta^3 w(\vartheta) d\vartheta, \quad (6.25)$$

здесь $w(\vartheta)$ – плотность распределения рассеянных частиц по направлениям (*индикатриса упругого рассеяния*), которая определяется следующим отношением:

$$w(\vartheta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} / \sigma_S.$$

Используя в качестве дифференциального и полного сечения формулы (6.15) и (6.24) и учитывая, что $\eta \ll 1$, получаем следующее выражение для индикатрисы рассеяния:

$$w(\vartheta) = \frac{4\eta(1+\eta)}{\pi(1+2\eta-\cos\vartheta)^2} \approx \frac{4\eta}{\pi(4\eta+\vartheta^2)^2} = \frac{\vartheta_S^2}{\pi(\vartheta_S^2+\vartheta^2)^2}, \quad (6.26)$$

которая нормирована следующим условием [10]:

$$\int_{4\pi} w(\vartheta) d\Omega \approx 2\pi \int_0^{\infty} w(\vartheta) \vartheta d\vartheta. \quad (6.27)$$

Величина $w(\vartheta)$ очень быстро убывает с увеличением угла рассеяния ϑ ($\sim \vartheta^{-4}$), поэтому воспользуемся следующей аппроксимацией для индикатрисы рассеяния:

$$w(\vartheta) = \begin{cases} \frac{\vartheta_S^2}{\pi(\vartheta_S^2 + \vartheta^2)^2}, & 0 \leq \vartheta \leq \vartheta_{\max} \\ 0, & \vartheta > \vartheta_{\max} \end{cases}, \quad (6.28)$$

где

$$\vartheta_{\max} \approx \frac{\tilde{\lambda}}{R} \approx 2 \frac{\tilde{\lambda} A^{-1/3}}{r_e} \quad (6.29)$$

– максимальный угол рассеяния, величина которого равна отношению дебройлевской длины волны налетающей частицы $\tilde{\lambda}$ к радиусу ядра $R \approx 0,5 r_e A^{1/3}$. Поскольку у тяжелых заряженных частиц начиная с достаточно низких энергий длина волны $\tilde{\lambda} < R$, то при квантовомеханическом расчете сечения упругого рассеяния необходимо учитывать конечные размеры ядра. Этот учет изменяет поведение дифференциального сечения рассеяния, особенно на больших углах рассеяния (при больших передаваемых импульсах). Например, если провести расчеты сечения в простейшей модели, когда ядро представляется равномерно заряженным шаром радиуса R , то в выражении для дифференциального сечения рассеяния появляется дополнительный множитель, зависящий от отношения $R/\tilde{\lambda}$ и угла рассеяния ϑ [10]. Этот множитель быстро убывает и ограничивает область углов рассеяния значением $\vartheta \lesssim \tilde{\lambda}/R$. Поэтому аппроксимация (6.28) часто используется в качестве индикатрисы рассеяния быстрых тяжелых частиц.

Величина ϑ_{\max} много больше ϑ_S , но если $\vartheta_{\max} > 1$, то это означает, что конечные размеры ядра не играют заметной роли при рассеянии частиц с такими энергиями и резерфордское сечение рассеяния на точечном ядре справедливо вплоть до углов $\vartheta = \pi$ [8]. Подставляя (6.28) в (6.25) с учетом (6.14) и (6.29), получаем

$$\langle \vartheta^2 \rangle \approx \vartheta_S^2 \left(2 \ln \frac{\vartheta_{\max}}{\vartheta_S} - 1 \right) = \vartheta_S^2 (4L_K - 1), \quad (6.30)$$

где $L_K = \ln \left[\left(2 \frac{a_0}{r_0} \right)^{1/2} (AZ_2)^{-1/6} \right] = \ln \left[194 (AZ_2)^{-1/6} \right]$ – кулоновский логарифм.

Будем понимать под средним углом рассеяния в одном упругом столкновении величину

$$\bar{\vartheta} = \sqrt{\langle \vartheta^2 \rangle}.$$

Тогда, учитывая, что $\mu \approx m_1$, запишем выражение (6.14) для угла экранирования ϑ_S с учетом любых (в том числе и релятивистских) скоростей частиц

$$\vartheta_s \approx \alpha Z_2^{1/3} \frac{m_e \sqrt{1-\beta^2}}{m_1 \beta}, \quad (6.31)$$

здесь $v = \beta c$ – скорость частицы до столкновения в ЛСК. Подставляя (6.31) в (6.30), получаем выражение для $\bar{\vartheta}$

$$\bar{\vartheta} \approx \alpha Z_2^{1/3} \frac{m_e \sqrt{1-\beta^2}}{m_1 \beta} \sqrt{4L_K - 1}. \quad (6.32)$$

Из полученной формулы следует, что средний угол рассеяния увеличивается с увеличением атомного номера вещества и уменьшается с увеличением массы частицы и ее скорости. Средний угол рассеяния у тяжелых заряженных частиц много меньше, чем у электронов (позитронов). Например, для протонов и электронов, имеющих одну скорость, имеем

$$\bar{\vartheta}_p / \bar{\vartheta}_e \approx m_e / m_p \ll 1,$$

откуда следует, что тяжелые заряженные частицы при упругом столкновении с атомом отклоняются намного меньше, чем легкие.

При прохождении заряженной частицы через вещество она испытывает множество упругих столкновений с атомами. Поскольку все столкновения статистически независимы, то результирующий угол отклонения частицы от первоначального направления движения линейно растет с числом столкновений (с увеличением длины пути в веществе). Определим значение еще одной величины – *транспортной длины упругого рассеяния (длины переноса)* l_{tr} . По физическому смыслу это есть среднее расстояние в бесконечной среде в направлении первоначального движения, после прохождения которого первичный мононаправленный пучок становится изотропным. Транспортная длина связана с макроскопическим *транспортным сечением рассеяния* Σ_{tr} через соотношение

$$l_{tr} = \frac{1}{\Sigma_{tr}} = \frac{1}{n_0 \sigma_{tr}}, \quad (6.33)$$

где

$$\sigma_{tr} = 2\pi \int_0^\pi (1 - \cos \vartheta) \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \vartheta d\vartheta \quad (6.34)$$

– микроскопическое *транспортное сечение рассеяния* [6]. Вычисляя σ_{tr} в малоугловом приближении, получим

$$\sigma_{tr} \approx \pi \sigma_s \int \vartheta^3 w(\vartheta) d\vartheta = \sigma_s \frac{\langle \vartheta^2 \rangle}{2}. \quad (6.35)$$

Поскольку при движении в веществе на единице пути частица испытывает в среднем Σ_s упругих столкновений, а в каждом из них значение среднего квадрата угла рассеяния равно $\langle \vartheta^2 \rangle$, то величина

$$\langle \vartheta_1^2 \rangle = \Sigma_s \langle \vartheta^2 \rangle \quad (6.36)$$

равна среднему квадрату угла рассеяния частицы на единице пути. Тогда выражение для l_{tr} будет иметь следующий вид:

$$l_{tr} = 2 / \langle \vartheta_1^2 \rangle. \quad (6.37)$$

Чтобы вычислить $\langle \mathfrak{G}_1^2 \rangle$, перепишем выражение для полного сечения (6.24), распространив его на релятивистский случай (для этого надо заменить T_1^2 в знаменателе на $\beta^2 p_1^2 c^2 / 4$ и затем выразить через кинетическую энергию частицы β^2 и $p_1^2 c^2$)

$$\sigma_S = 16\pi r_e^2 Z_1^2 Z_2^2 \left(\frac{m_e}{m_1} \right)^2 \left[\frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon(\varepsilon + 2)} \right]^2 \frac{1}{\mathfrak{G}_S^2 (4 + \mathfrak{G}_S^2)}, \quad (6.38)$$

где $\varepsilon = T_1 / m_1 c^2$ – кинетическая энергия частицы в единицах ее энергии покоя. Теперь, используя выражения (6.30) и (6.38), вычисляем $\langle \mathfrak{G}_1^2 \rangle$, а затем в соответствии с формулой (6.37) находим l_{tr}

$$l_{tr} \approx \frac{1}{2\pi N_A r_e^2} \frac{A}{Z_1^2 Z_2^2} \left(\frac{m_1}{m_e} \right)^2 \left[\frac{\varepsilon(\varepsilon + 2)}{\varepsilon + 1} \right]^2 \frac{1}{(4L_K - 1)} \frac{1}{\rho} \text{ (см)}. \quad (6.39)$$

Из выражения (6.39) следует, что l_{tr} существенно зависит от массы частицы, возрастая с ее увеличением. Например, в свинце у протона с энергией 1 МэВ $l_{tr} \approx 0,012$ см, что примерно на порядок больше среднего пробега протона в свинце до остановки. У электрона с энергией 1 МэВ в свинце $l_{tr} \approx 0,0052$ см, что составляет примерно 0,1 от среднего пробега электрона.

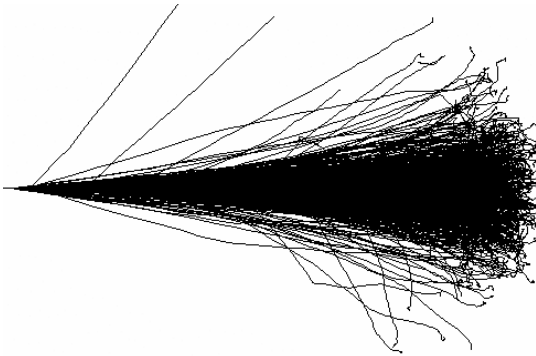


Рис. 6.4. Траектории протонов с энергией 1 МэВ в свинце

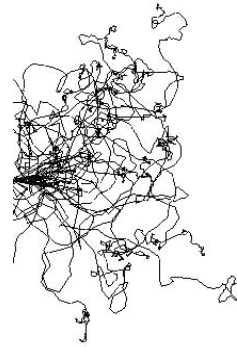


Рис. 6.5. Траектории электронов с энергией 1 МэВ в свинце

Полученные выражения (6.32), (6.39) и приведенные примеры указывают на то, что процесс распространения в веществе тяжелых заряженных частиц существенно отличается от распространения электронов (позитронов). Если, например, при энергии 1 МэВ первоначально мононаправленный пучок протонов в любом веществе слабо рассеивается до конца пути, то пучок электронов, пройдя часть пути (величина этого пути зависит от атомного номера вещества) становится почти изотропным. Этот вывод подтверждается рис. 6.4 и 6.5, где показаны траектории протонов и электронов с энергиями 1 МэВ в свинце*.

* Результаты, представленные на этих рисунках, можно получить с помощью программы «Компьютерная лаборатория», описание которой дано в приложении 1.

6.4. Многократное рассеяние

В зависимости от среднего числа столкновений n , которые испытывает заряженная частица при прохождении пути S в веществе, условно различают однократное, кратное, многократное и диффузное упругое рассеяние.

Однократное упругое рассеяние имеет место, когда, проходя в веществе путь S , частица испытывает в среднем одно столкновение ($n \leq 1$). Это соответствует очень тонким слоям вещества, когда $S \ll 1/\Sigma_S$. Угловое распределение частиц, испытавших однократное рассеяние, соответствует дифференциальному сечению упругого рассеяния.

Если длина пути частицы в веществе $S \geq 1/\Sigma_S$, то ее отклонение на данный угол ϑ может быть связано с несколькими последовательными актами рассеяния. При среднем числе столкновений $1 < n \leq 20$ имеет место **кратное рассеяние**.

Если $n > 20$, но в то же время потерянная энергия частицей на пути S мала по сравнению с начальной энергией, то имеет место **многократное рассеяние**. Для многократного рассеяния угол вылета заряженных частиц из слоя вещества определяется многими последовательными актами рассеяния.

Для легких заряженных частиц (электронов, позитронов), если поглотитель настолько толстый, что $S \gg 1/\Sigma_S$ и потери энергии велики, имеет место **диффузное рассеяние** частиц, прошедших путь S . Толщина вещества при этом должна быть более половины пробега электрона (зависит от Z вещества и энергии электрона), а диффузное угловое распределение рассеянных электронов имеет вид:

$$f(\vartheta) \sim \cos^2 \vartheta. \quad (6.40)$$

Мы уже отмечали, что сечение упругого рассеяния заряженных частиц на атомах велико ($\sim 10^{-16} \text{ см}^2$), поэтому их пробеги между столкновениями очень малы (например, в сотни и тысячи раз меньше, чем пробеги фотонов тех же энергий) и даже в мишенях малой толщины частицы испытывают большое число столкновений. Для практических целей удобно определять угловое распределение частиц, прошедших в веществе некоторый путь S . Такие угловые распределения называют **распределениями многократного рассеяния**. Распределения многократного рассеяния исследовались многими авторами, но наиболее последовательные теории развиты в работах Гоудсмита, Саундерсона и Мольера.

Рассматривая далее теории многократного рассеяния, под частицами будем понимать протоны и более легкие заряженные частицы, так как уже для протонов транспортная длина на порядок превышает весь путь частицы в веществе, а для более тяжелых частиц рассеянием в упругих столкновениях даже на всем пути можно пренебречь.

6.4.1. Распределение Гоудсмита-Саундерсона

Это распределение получено для быстрых электронов, у которых средний угол рассеяния при упругом столкновении с атомом много больше, чем у тяжелых заряженных частиц. В результате для электронов использование малоуглового приближения является не совсем оправданным и необходимы более точные методы расчета, чтобы корректно учесть в угловом распределении большие углы

рассеяния (более 1 радиана). Угловое распределение Гоудсмита-Саундерсона для электронов с начальной кинетической энергией T , прошедших в веществе путь S , представляет собой разложение по полиномам Лежандра

$$f_{GS}(\vartheta, s) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(l + \frac{1}{2} \right) P_l(\cos \vartheta) \exp \left[- \int_0^s G_l(s') ds' \right], \quad (6.41)$$

где

$$G_l(s) = 2\pi n_0 \int_0^{\pi} \frac{d\sigma(\vartheta, s)}{d\Omega} [1 - P_l(\cos \vartheta)] \sin \vartheta d\vartheta. \quad (6.42)$$

В выражении (6.42) $d\sigma(\vartheta, s)/d\Omega$ – сечение однократного рассеяния, а при интегрировании $G_l(s)$ в (6.41) через неявную функциональную зависимость $s = s(T)$ учитываются непрерывные потери энергии электроном на отрезке пути S на ионизацию и тормозное излучение (подробно эти понятия мы рассмотрим в следующей главе).

К преимуществам данного распределения следует отнести следующее:

1. можно использовать любые выражения для сечения однократного рассеяния. Например, использование сечения Мотта позволяет принять во внимание релятивистские и спиновые эффекты, существенные для больших углов рассеяния, и учесть различие в прохождении через вещество электронов и позитронов;
2. распределение применимо для любых углов рассеяния, в том числе и для больших $\sim 180^\circ$.

К недостаткам распределения Гоудсмита-Саундерсона следует отнести слабую сходимость ряда (6.41) особенно для малых отрезков пути S и больших углов рассеяния. В этом случае достаточную точность можно получить лишь суммируя до 100 членов ряда, что затрудняет использование этого распределения в практических расчетах. В работе Спенсера были предложены рекуррентные соотношения, позволившие проводить быстрые вычисления $G_l(s)$, и получение распределения стало более простой процедурой (более подробно о методе Спенсера см. [L. V. Spenser **Theory of electron penetration** // Phys. Rev. – V. 98 – 1955. – P. 1597; А. Ф. Аккерман, Ю. М. Никитушев, В. А. Ботвин **Решение методом Монте-Карло задач переноса быстрых электронов в веществе**. Алма-Ата.: Наука, 1972]).

При моделировании процесса переноса электронов и позитронов через конденсированное вещество распределение Гоудсмита-Саундерсона является эталонной точности.

6.4.2. Распределение Мольера

Это распределение получено в малоугловом приближении и может быть использовано для определения углового распределения как электронов, так и протонов. Как и в теории Гоудсмита-Саундерсона, в теории Мольера функция углового распределения частиц, прошедших в веществе путь S , представляется в виде бесконечного ряда. Но в этой теории ряд является быстро сходящимся и уже три первых члена разложения обеспечивают точность не хуже 1%. Полученная Мольером функция распределения имеет вид [14]:

$$f_M(\vartheta)\vartheta d\vartheta = \left[f^{(0)}(\theta) + \frac{f^{(1)}(\theta)}{B} + \frac{f^{(2)}(\theta)}{B^2} + \dots \right] \theta d\theta, \quad (6.43)$$

где ϑ – угол рассеяния частицы в ЛСК, θ – угол рассеяния (*параметр*) в теории Мольера

$$\theta = \vartheta / \sqrt{\chi_c^2 B}, \quad (6.44)$$

$$\chi_c^2 = \frac{0,157 Z_2 (Z_2 + 1) s}{A (pv)^2} ; \quad (pv)^2 = \left[\frac{T(T + 2mc^2)}{T + mc^2} \right]^2, \quad (6.45)$$

где v – скорость частицы, p – ее импульс, T – кинетическая энергия, Z_2 и A – порядковый номер и атомный вес вещества.

Другой параметр теории Мольера – B – получается из решения трансцендентного уравнения

$$B - \ln B = b = \ln(\Omega_0 / 1,167). \quad (6.46)$$

В этом уравнении величина Ω_0 дает примерное число столкновений, которое испытывает частица при прохождении пути s (оно должно быть не менее 20):

$$\Omega_0 = 7821,6 \cdot Z_2^{1/3} (Z_2 + 1) A^{-1} s \beta^{-2} \left[1 + 3,33 \left(\frac{Z_2}{137\beta} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (6.47)$$

где $\beta^2 = 1 - [mc^2 / (T + mc^2)]^2$.

Значение B можно определить из следующих эмпирических выражений:

$$B = 0,5815 + 1,391b - 0,031b^2 + 0,00127b^3 - 0,00002b^4, \quad \text{если } b \geq 2,61, \quad (6.48a)$$

$$B = -6,323 + 13,45b - 8,136b^2 + 2,421b^3 - 0,2676b^4, \quad \text{если } b < 2,61. \quad (6.48b)$$

Если распределение (6.43) записать в виде

$$f_M(\vartheta)\vartheta d\vartheta = \varphi(\theta)\theta d\theta,$$

где $\varphi(\theta)$ есть выражение в квадратных скобках, то с учетом формулы (6.44) получим, что

$$f_M(\vartheta) = \varphi(\theta) \left(\frac{\theta}{\vartheta} \right) \frac{d\theta}{d\vartheta} = \varphi(\theta) \frac{1}{\chi_c^2 B}. \quad (6.49)$$

Выражение (6.49) показывает, как надо вычислять угловое распределение частиц в соответствии с распределением Мольера. Значения функций $f^{(i)}$ ($f^{(0)} = 2 \exp(-\theta^2)$) приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Значения функций $f^{(0)}$, $f^{(1)}$ и $f^{(2)}$ в распределении Мольера

θ	$f^{(0)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$
0,0	2,0	0,8456	2,4929
0,2	1,8216	0,7038	2,0694
0,4	1,7214	0,3437	1,0488
0,6	1,4094	-0,0777	-0,0044
0,8	1,0546	-0,3981	-0,6068
1,0	0,7338	-0,5285	-0,6359
1,2	0,4738	-0,4770	-0,3086
1,4	0,2817	-0,3183	0,0525
1,6	0,1546	-0,1396	0,2423
1,8	0,0783	-0,0006	0,2386
2,0	0,0366	0,0782	0,1316
2,2	0,01581	0,1054	0,0196
2,4	0,00630	0,1008	-0,0467
2,6	0,00232	0,08262	-0,0649
2,8	0,00079	0,06247	-0,0546
3,0	0,000250	0,04550	-0,03568
3,2	$7,3 \times 10^{-5}$	0,03288	-0,01923
3,4	$1,9 \times 10^{-5}$	0,02402	-0,00847
3,6	$4,7 \times 10^{-6}$	0,01791	-0,00264
3,8	$1,1 \times 10^{-6}$	0,01366	0,00005
4,0	$2,3 \times 10^{-7}$	$10,638 \times 10^{-3}$	$1,0741 \times 10^{-3}$
4,5	$1,1 \times 10^{-6}$	$6,140 \times 10^{-3}$	$1,2294 \times 10^{-3}$
5,0	$3,0 \times 10^{-9}$	$3,831 \times 10^{-3}$	$0,8326 \times 10^{-3}$
5,5	$2,0 \times 10^{-11}$	$2,527 \times 10^{-3}$	$0,5368 \times 10^{-3}$
6,0	$2,0 \times 10^{-13}$	$1,739 \times 10^{-3}$	$0,3495 \times 10^{-3}$
7,0	0	$0,908 \times 10^{-3}$	$0,1584 \times 10^{-3}$
8,0	0	$0,521 \times 10^{-3}$	$0,0783 \times 10^{-3}$
9,0	0	$0,3203 \times 10^{-3}$	$0,0417 \times 10^{-3}$
10,0	0	$0,2084 \times 10^{-3}$	$0,0237 \times 10^{-3}$

К недостаткам распределения Мольера следует отнести следующее:

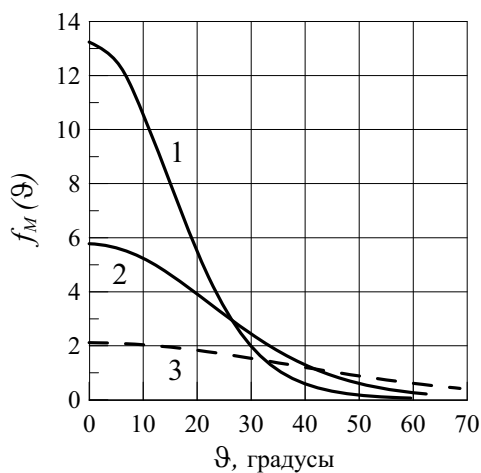


Рис. 6.6. Угловое распределение электронов, прошедших путь в $1/10$ среднего пробега: 1 – алюминий; 2 – медь; 3 – свинец

- не учитываются потери энергии частицы на отрезке пути S , поэтому потерянная энергия должна быть много меньше энергии частицы в начале пути;
- не учитываются отличия в угловом распределении электронов и позитронов;
- распределение применимо для небольших углов рассеяния, менее 1 радиана.

К достоинствам этого распределения следует отнести простоту при практическом использовании.

В той области углов рассеяния, для которых распределение Мольера получено, оно хорошо совпадает с экспериментальными данными. На рис. 6.6 показаны угловые распределения элект-

тронов в трех веществах, прошедших одинаковый путь в единицах среднего пробега. Распределения рассчитаны в соответствии с теорией Мольера. Хорошо видно, что с увеличением атомного номера вещества рассеяние электронов быстро возрастает.

В работе: Von E. Keil, E. Zeitler, W. Zinn **Zur Einfach- und Mehrfachstreuung geladener Teilchen** // Z. Naturforsch. – **15a**.– 1960. – S. 1031–1038 получено выражение для углового распределения электронов, прошедших очень тонкие слои вещества, когда среднее число столкновений $0,2 \leq n \leq 20$ (будем называть это распределение *распределением Кейла*). При увеличении среднего числа столкновений до 20 распределение Кейла переходит в распределение Мольера. В указанной выше работе приводятся табулированные значения плотности вероятностей и функций распределения для различных n , что очень удобно при использовании распределения Кейла, например, в расчетах методом Монте-Карло. Краткое описание распределения Кейла с таблицами плотности вероятностей и функций распределения имеется также в работе [14].

Задание 6

Контрольные вопросы

1. Записать выражение для потенциальной энергии кулоновского поля атома.
2. Записать уравнение Пуассона для потенциала $\varphi(r)$.
3. Что такое атомный формфактор? Записать его выражение в борновском приближении.
4. Записать выражение для дифференциального сечения рассеяния с учетом формфактора. Нарисовать графики дифференциального сечения с учетом и без учета экранирования. В чем причина расходимости сечения Резерфорда?
5. Записать выражение для потенциала Бора. Как он ведет себя на маленьких и больших расстояниях от центра потенциала? Каков физический смысл параметра a ?
6. Записать дифференциальное сечение упругого рассеяния с учетом экранирования, используя параметр или угол экранирования. Как оно ведет себя при больших и маленьких углах рассеяния?
7. Чему равен угол экранирования, каков его физический смысл?
8. В чем особенность рассеяния легких заряженных частиц по сравнению с тяжелыми?
9. Как записывают сечение упругого рассеяния Мотта? Что такое моттовские множители?
10. Что такое малоугловое приближение? Записать в этом приближении средний квадрат угла рассеяния заряженной частицы в упругих столкновениях с атомами.
11. Как зависит средний угол рассеяния заряженной частицы в упругих столкновениях от ее массы, энергии и заряда ядра? Как различаются средние углы рассеяния легких и тяжелых заряженных частиц?
12. Что такое транспортная длина упругого рассеяния? Как соотносится она с полным пробегом в веществе у легких и тяжелых заряженных частиц? В чем причина такого различия?
13. Как влияет упругое рассеяние на траектории легких и тяжелых заряженных частиц в веществе?
14. Что такое однократное, кратное и многократное рассеяние? Для каких частиц имеет место диффузное рассеяние? Какое в этом случае угловое распределение частиц?

15. Какие распределения многократного рассеяния частиц Вы знаете? В чем их отличия?

Упражнения

1. Выполнить интегрирование в выражении (6.6) и получить формулу (6.7) для атомного формфактора.
2. Выполнить интегрирование выражения (5.27) и получить формулу (6.13) для дифференциального сечения рассеяния заряженной частицы на потенциале Бора.
3. Выполнить интегрирование и получить выражение (6.24) для полного сечения упругого рассеяния с учетом экранирования.
4. Проверить нормировку индикатрисы упругого рассеяния $w(\vartheta)$ в соответствии с формулой (6.28).
5. Получить формулу (6.30) для $\langle \vartheta^2 \rangle$.
6. Взять интеграл в выражении (6.34) и получить в малоугловом приближении формулу (6.35) для σ_{tr} .

Задачи

1. (*) Для экранированного потенциала Бора вычислить и нарисовать (в интервале $0^\circ - 5^\circ$) дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов и электронов с кинетической энергией $T = 0,1$ МэВ в поле одного из атомов с Z_2 (13–82). Вычислить и сравнить значения полных сечений упругого рассеяния.
2. Получить выражение для амплитуды рассеяния и дифференциального сечения рассеяния медленных заряженных частиц ($ka \ll 1$) на потенциале Бора. Что можно сказать об угловом распределении рассеянных частиц?
3. Получить выражение для формфактора в случае рассеяния электронов на ядре. Считать, что заряд ядра распределен с постоянной плотностью внутри сферы радиуса R .
4. (*) Вычислить величину σ_S (формула (6.24)) для протонов с кинетической энергией T , рассеивающихся в кулоновском поле атома X . Найти макроскопическое сечение упругого рассеяния и длину свободного пробега между упругими столкновениями. Значения T , X взять из табл. 6.3. Значение параметра экранирования η вычислить через ϑ_S по формуле (6.14).

Таблица 6.3

Варианты заданий для задачи 4

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
T, МэВ	1	5	10	50	1	5	10	50	1	5	10	50	1	5	10	50
X	Al	Al	Al	Al	Fe	Fe	Fe	Fe	Sn	Sn	Sn	Sn	Pb	Pb	Pb	Pb

5. (*) Получить выражение для среднего квадрата угла рассеяния тяжелой частицы после прохождения пути s в веществе ($\langle \alpha^2 \rangle$). Считать путь малым и не учитывать изменение энергии частицы. Рассчитать $\langle \alpha^2 \rangle$ (только от упругих столкновений) для протонов с энергией $T = 1-10$ МэВ, прошедших в веществе с атомным номером Z_2 (6–82) путь, равный 0,1 от среднего пробега. Нарисовать угловое распределение протонов, считая, что оно описывается функцией Гаусса.

6. (*) Электроны и протоны с кинетической энергией T проходят в веществе X путь $t = \alpha \cdot R_0$, где R_0 – средний пробег (г/см^2). Найти их угловое распределение в конце пути, если начальное угловое распределение частиц равно $\delta(1 - \cos \vartheta)$. Расчеты провести по теории Мольера, результаты представить в графическом виде. Значения T , α , X , R_0 взять из табл. 6.4 и 6.5.

Таблица 6.4

Варианты заданий для задачи 6 (электроны)

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T , МэВ	1	2	3	4	5	6	10	6,0	2,0	2,0	6,0	8,0	10	6,0	3,0
α	0,02	0,05	0,01	0,01	0,01	0,05	0,02	0,02	0,01	0,01	0,03	0,02	0,1	0,1	0,03
X	Al	C	Sn	Fe	Pb	Al	Sn	Ti	Cu	Pb	U	W	Fe	C	Ti
R_0 , г см ⁻²	0,56	1,11	2,24	2,69	3,65	3,73	6,18	3,91	1,34	1,63	4,27	5,25	6,07	3,47	2,02

Таблица 6.5

Варианты заданий для задачи 6 (протоны)

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T , МэВ	1	2	3	4	5	6	10	6,0	2,0	2,0	6,0	8,0	10	6,0	3,0
α	0,5	0,6	0,4	0,6	0,7	0,5	0,8	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,7	0,5	0,6
X	Al	C	Sn	Fe	Pb	Al	Sn	Ti	Cu	Pb	U	W	Fe	C	Ti
R_0 , г см ⁻²	3,9-3	8,5-3	0,041	0,045	0,119	0,070	0,29	0,081	0,016	0,031	0,17	0,255	0,206	0,056	0,026

7. Решить задачу 4 из задания 13 в приложении 1 с помощью программы «Компьютерная лаборатория».

Список литературы

1. Аккерман А. Ф. **Моделирование траекторий заряженных частиц в веществе**. – М.: Энергоатомиздат, 1991.
2. Блохинцев Д. И. **Основы квантовой механики**. – М.: Наука, 1976.
3. Квливидзе В. А., Красильников С. С. **Введение в физику атомных столкновений**. – М.: Изд-во МГУ, 1985.
4. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений**. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та, 1979.
5. Кольчужкин А. М., Богданов А. В. **Метод Монте-Карло в теории переноса излучений**: Учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Теоретическая физика**: Учеб. Пособие для вузов. В 10 т. Т. 3. **Квантовая механика (нерелятивистская теория)**. – М.: Наука, 1989.
7. Мотт Н., Мессе Г. **Теория атомных столкновений**. – М.: Мир, 1969 = Mott N. F., Massey H. S. W. **The Theory of Atomic Collisions**. Oxford: Clarendon Press, 1965.
8. Росси Б. **Частицы больших энергий**. – М.: ГИТТЛ, 1955 = Rossi B. **High Energy Particles**. N. Y., 1952.

9. Стародубцев С.В., Романов А.М. **Прохождение заряженных частиц через вещество.** – Ташкент: Изд-во АН УзССР, 1962.
10. Ремизович В. С., Рогозкин Д. Б., Рязанов М. И. **Флуктуации пробегов заряженных частиц.** – М.: Энергоатомиздат, 1988.
11. Черняев А. П. **Взаимодействие ионизирующего излучения с веществом.** – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
12. Berger M. J. **Multiple-scattering angular deflections and energy-loss straggling.** // Monte Carlo Transport of Electrons and Photons. – N. Y.: Plenum Press. – 1988. – P. 21–56.
13. Motz J. W., Olsen H., Koch H. W. **Electron scattering without atomic or nuclear excitation** // Rev. Mod. Phys. – V. 36 – No. 4. – 1964. – P. 881–928.
14. Scott W. T. **The Theory of Small-Angle Multiple Scattering of Fast Charged Particles** // Rev. Mod. Phys. – V. 35. – No. 2. – 1963. – P. 231-313.
15. Seltzer S. M. **An overview of ETRAN Monte Carlo methods for coupled electron/photon transport calculations** // Monte Carlo Transport of Electrons and Photons – N. Y.: Plenum Press. – 1988. – P. 153.
16. Zerby C. D., Keller F. L. **Electron Transport Theory, Calculations and Experiments** // Nucl. Sci. Eng. – V. 27. – 1967. – P. 190.

ГЛАВА 7. НЕУПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С АТОМНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ

Процессы неупругих столкновений (взаимодействий) заряженных частиц с атомами среды играют основную роль в замедлении частиц. К этим процессам относятся:

1. неупругие столкновения со связанными атомными электронами, в результате которых теряемая частицей энергия расходуется на возбуждение или ионизацию атомов и молекул;
2. рассеяние в кулоновском поле ядер и атомных электронов, приводящее к образованию тормозного излучения;
3. неупругие взаимодействия с ядрами атомов, следствием которых является возбуждение ядерных уровней или ядерные реакции.

Относительная роль всех этих процессов в изменении характеристик пучка частиц определяется не только скоростью частиц, но и их массой. Поэтому имеется определенное отличие в неупругих взаимодействиях легких заряженных частиц (электронов, позитронов) и тяжелых, масса которых много больше массы электронов.

7.1. Неупругое рассеяние заряженных частиц на атомах

Под процессами неупругого рассеяния заряженных частиц на атомах будем понимать процессы взаимодействия этих частиц с атомными электронами, приводящие к возбуждению и ионизации атомов. При неупругих столкновениях заряженной частицы с атомом ему может быть передана энергия, достаточная для перехода атома из основного энергетического состояния в состояние с большей энергией, например, на один из вышележащих уровней энергии. Всякое состояние атома, кроме основного, называется *возбужденным состоянием*. Оно характеризуется определенным количеством энергии (*энергия возбуждения*), которую атом получает при переходе из основного в данное возбужденное состояние.

Если энергия, полученная атомом от заряженной частицы, достаточна для перехода одного из атомных электронов в состояние с непрерывным спектром, то такой процесс взаимодействия называется *ионизацией атома*. Энергия, которая передается при ионизации атома одному из атомных электронов, должна быть не менее *энергии связи* этого электрона в атоме (*соответствующего уровня энергии атома*). Все процессы возбуждения и ионизации атомов являются пороговыми.

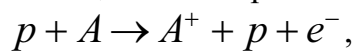
Если ионизация происходит при столкновении атома с другой частицей, то такая ионизация называется *ударной ионизацией*. При больших температурах возможна *термическая ионизация* за счет кинетической энергии теплового движения сталкивающихся атомов. Ионизация атомов возможна при β -превращениях, α -распадах и делении ядер. Процессы, в которых энергия ионизации передается фотонами, называются *фотоионизацией*.

Поскольку атом является квантовым объектом, то точное решение задачи о возбуждении и ионизации атома налетающей частицей необходимо проводить в рамках квантовой механики. Однако из-за сложности задачи практически единственным реально применимым методом расчета является приближенный метод Борна и его модификации. Но даже борновское приближение требует большого объема вычислений и применения ЭВМ. При этом часто точность полученных результатов невелика.

По этой причине большой интерес представляют методы решения задачи возбуждения и ионизации атомов, базирующиеся на классической механике, которые дают удовлетворительные результаты, например, *импульсное (бинарное) приближение*. В этом приближении считается, что ионизация вызывается прямым обменом энергией между налетающей частицей с импульсом \vec{p}_1 и атомным электроном с импульсом \vec{p}_2 . Роль ядра мишени проявляется лишь в создании характерного распределения импульсов электронов [21]. Даже простое бинарное приближение приводит к результатам, точность которых сравнима с расчетами в борновском приближении, но при гораздо меньших затратах труда.

7.2. Сечение ионизации атома заряженными частицами. Дельта-электроны

Выполним расчет сечения ионизации атома заряженной частицей в *квазиклассическом приближении*: движение налетающей частицы будем описывать классическим образом (используя понятие траектории), а для атомных электронов воспользуемся квантовой механикой. В частности из нее мы возьмем тот факт, что атом “берет” у налетающей частицы энергию дискретно в количестве, достаточном для перехода (разрешенного) электрона на один из вышележащих энергетических уровней в атоме или для удаления его из атома. Расчет сечения ионизации атома проведем для наиболее простого случая ионизации – первичной однократной ионизации нейтрального атома. Примером такой ионизации является, например, ударная ионизация атома протоном



где A^+ – положительно заряженный ион, e^- – выбитый из атома электрон.

Обозначим через I – *энергию ионизации атома*. Она равна работе, которую надо затратить, чтобы удалить электрон из атома. Величина этой энергии зависит от того, на каком энергетическом уровне находится электрон в атоме, и равна энергии связи электрона в атоме. Энергия связи электрона на уровне с главным квантовым числом n для водородоподобных атомов (H , He^+ , Li^{++} и т. д.) равна абсолютной величине энергии этого уровня

$$|E_n| = \frac{m_e v_B^2}{2} \frac{Z_2^2}{n^2} \quad (\text{эрг}) \approx 13,6 \frac{Z_2^2}{n^2} \quad (\text{эВ}),$$

где $m_e = 9,105 \cdot 10^{-28}$ г – масса электрона, $v_B = e^2/\hbar \approx 2,19 \cdot 10^8$ см/с – скорость электрона на первой боровской орбите в атоме водорода, Z_2 – заряд ядра. Скорость электрона на соответствующем уровне равна

$$v = v_B \frac{Z_2}{n}.$$

Энергия ионизации атома представляет собой фундаментальную величину, которую измеряют в электрон-вольтах и часто называют *потенциалом ионизации*. С учетом сделанных выше приближений, если энергия Q , передаваемая заряженной частицей атому, меньше энергии ионизации, то неупругое рассеяние не происходит, а если $Q > I$, то имеет место ионизация атома. При этом будем пренебрегать энергией связи электрона с ядром, т. е. считать его сво-

бодным. Такое приближение вполне допустимо для быстрых частиц, кинетическая энергия T которых много больше энергии ионизации I .

Поскольку при такой постановке задачи электрон является свободным, а процесс рассеяния – упругим, то можно воспользоваться формулой Резерфорда (4.25) для дифференциального по переданной энергии сечения рассеяния:

$$\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{b_e}{T} \frac{1}{Q^2}, \quad (7.1)$$

где

$$b_e = \pi Z_1^2 e^4 m_1 / m_e. \quad (7.2)$$

Здесь m_1 – масса налетающей частицы, m_e – масса электрона. В работе [23] для $d\sigma/dQ$ приводится более точное выражение с учетом движения орбитального электрона. Обозначим через Z_2 число электронов в атоме. Если рассматривать энергии частиц, для которых максимальная передаваемая энергия Q_{\max} больше максимальной энергии связи, и пренебречь взаимодействием между электронами, то полное микроскопическое сечение ионизации атома можно записать в виде суммы членов, относящихся к отдельным электронам

$$\sigma_{in} = \sum_{k=1}^{Z_2} \int_{I_k}^{Q_{\max}} \frac{d\sigma}{dQ} dQ, \quad (7.3)$$

где I_k – энергия связи k -го электрона, а выражение для Q_{\max} см. в разделе 1.3.

Подставив выражение (7.1) в (7.3), получаем

$$\sigma_{in} = \frac{b_e}{T} \sum_{k=1}^{Z_2} \left(\frac{1}{I_k} - \frac{1}{Q_{\max}} \right) = \frac{b_e}{T} \left[\sum_{k=1}^{Z_2} \left(\frac{1}{I_k} \right) - \frac{Z_2}{Q_{\max}} \right].$$

Усредним величину $1/I_k$ по всем атомным электронам и перепишем первый член в квадратной скобке в следующем виде

$$\sum_{k=1}^{Z_2} \frac{1}{I_k} = Z_2 \frac{1}{\bar{I}}. \quad (7.4)$$

Величину

$$\bar{I} = Z_2 / \sum_{k=1}^{Z_2} \frac{1}{I_k} \quad (7.5)$$

будем называть **эффективной (средней) энергией ионизации**. С учетом (7.2) и (7.4) выражение для полного сечения ионизации принимает следующий вид

$$\sigma_{in} = \frac{\pi Z_1^2 Z_2 e^4 m_1}{T m_e} \left(\frac{1}{\bar{I}} - \frac{1}{Q_{\max}} \right). \quad (7.6)$$

Как следует из полученного выражения, величина сечения пропорциональна массе налетающей частицы, квадрату ее заряда и обратно пропорциональна энергии частицы. Величина сечения возрастает также с увеличением числа электронов в атоме и с уменьшением средней энергии ионизации.

Если ионизирующей частицей является электрон, то $Q_{\max} = T$ и формулу (7.6) удобно переписать в следующем виде:

$$\sigma_{in} \approx \frac{\pi Z_2 e^4}{\bar{I}^2} \varphi(x), \quad (7.7)$$

где

$$\varphi(x) = \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{x} \right) \quad (7.8)$$

– универсальная для всех атомов функция в единицах «пороговой энергии» $x = T/\bar{I}$. Выражение (7.7) было впервые получено Дж. Дж. Томсоном в 1912 г. в классической модели парных столкновений налетающего и атомного электронов [14]. Томсоновская функция $\varphi(x)$ изображена на рис. 7.1 сплошной линией. Как следует из рисунка, ниже порога реакции ($T < \bar{I}$) сечение равно нулю, затем оно возрастает, проходит через максимум и уменьшается при высоких энергиях.

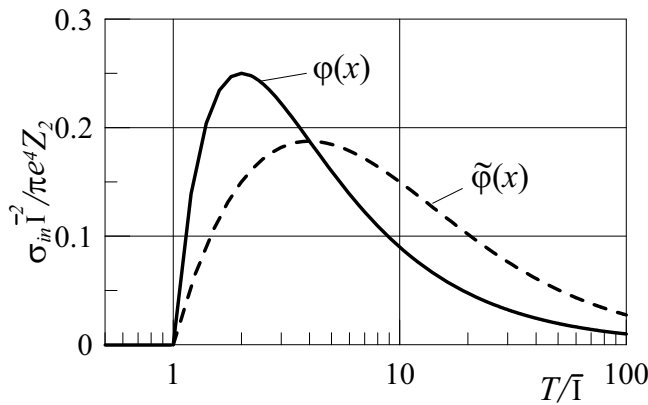


Рис. 7.1. Зависимость сечения ионизации от энергии налетающего электрона

Следует отметить: несмотря на то, что сечение получено для энергий частиц $T \gg \bar{I}$, выражение (7.7) качественно правильно передает линейную зависимость сечения от энергии вблизи порога ионизации ($T \approx \bar{I}$)

$$\sigma_{in} \approx \frac{\pi Z_2 e^4}{\bar{I}^2} (x - 1)$$

и наличие максимума в сечении. Более точный физический анализ показывает, что σ_{in} имеет максимум при $x \approx 4 \div 5$. При таких энергиях скорость налетающей частицы равна скорости атомного электрона и время взаимодействия двух частиц наибольшее. С уменьшением времени взаимодействия сечение уменьшается. Спад сечения при высоких энергиях оказывается более медленным, чем $\sim 1/T$, как предсказывают формулы (7.6) и (7.7). Так, расчеты Бете в рамках квантовой механики, дают при $T \gg \bar{I}$ спад $\sim \ln T/T$.

Простая классическая модель расчета сечения ионизации Томсона улучшалась теоретически путем учета различных эффектов взаимодействия. Например, в работе [23] приводятся сечения ионизации атомов электронами, полученные в классическом бинарном приближении, с учетом движения атомных электронов, ускорения налетающих электронов при входе в область взаимодействия, с учетом электронного обмена, усреднения сечения по распределению скоростей атомных электронов и другими поправками. Кроме этого, томсоновское сечение ионизации улучшалось эмпирически на основе анализа экспериментальных дан-

ных по сечениям ионизации. Этот анализ показывает, что в выражении для сечения (7.7) вместо функции $\varphi(x)$ надо использовать функцию

$$\tilde{\varphi}(x) = \frac{3(x-1)}{x(x+8)},$$

которая удовлетворительно аппроксимирует сечение ионизации в широком интервале энергий. Функция $\tilde{\varphi}(x)$ показана на рис. 7.1 пунктирной линией.

Для качественных оценок часто бывает достаточно ограничиться более простым томсоновским сечением (7.7). Например, можно просто оценить распределение выбитых электронов по кинетическим энергиям – T' [14]. Полагая в (7.1) $Q = I + T'$, находим плотность распределения того, что выбитый электрон будет иметь энергию T' :

$$w(T') = \frac{d\sigma/dQ}{\sigma_{in}(I_k)} = \frac{1}{(I_k + T')^2} \frac{I_k T}{(T - I_k)} \approx \frac{I_k}{(I_k + T')^2}, \quad (7.9)$$

где $\sigma_{in}(I_k)$ – сечение ионизации с отрывом одного определенного электрона. Интегрируя (7.9) от 0 до I_k , находим вероятность, что кинетическая энергия выбитого электрона будет принадлежать этому интервалу

$$\int_0^{I_k} w(T') dT' \approx \frac{1}{2}.$$

Это означает, что около половины электронов имеют кинетическую энергию меньше энергии ионизации.

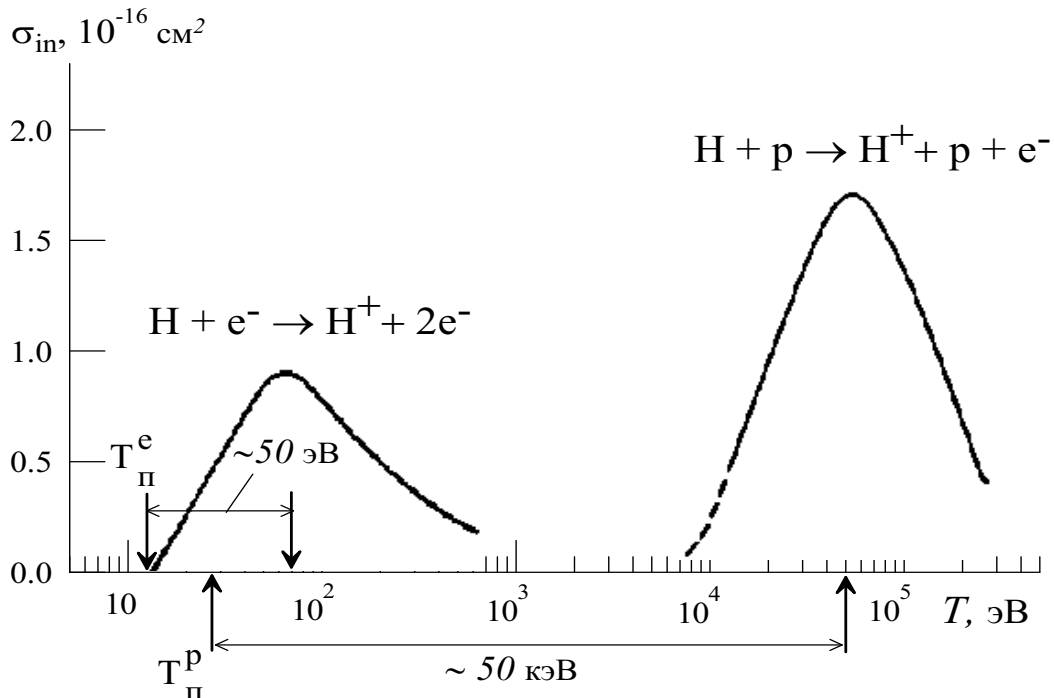


Рис. 7.2. Сечение ионизации атома водорода электронами и протонами [14]

Из выражения (7.6) можно получить, что при ионизации атома тяжелой частицей максимум в сечении ионизации имеет место при значениях $x \sim m_1/m_e$, т. е. между порогом реакции и максимумом сечения лежит обширная энергетическая

область, составляющая не менее тысячи пороговых значений. Эту область энергий называют областью медленных столкновений, так как здесь скорость налетающей частицы v меньше средней скорости атомных электронов $-\bar{u}$ (в модели атома Томаса-Ферми $\bar{u} \approx v_B Z_2^{2/3}$). Эффективность передачи энергии от налетающей частицы атомному электрону велика, когда $v \sim \bar{u}$. В этом случае велико время взаимодействия налетающей частицы с электроном. Если $v \ll \bar{u}$, то имеет место адиабатически медленное сближение налетающей частицы и атома и передаваемая от частицы энергия воспринимается всем атомом. Вероятность, что один из атомных электронов получит энергию $Q > I_k$, очень мала, поэтому мало и сечение ионизации.

Иллюстрацией изложенного выше является рис. 7.2, где приведены сечения ионизации атома водорода электронами и протонами. Максимумы приведенных кривых на этом рисунке соответствуют одному условию $\bar{u}/v \sim 1$, поэтому различие в их расположении на шкале энергий определяется разницей в массах налетающих частиц. Сечение ионизации протонами в области энергий от порога до примерно 10^4 эВ очень мало и на рисунке не приводится. Как следует из рис. 7.2, различаются и положения порогов этих двух реакций: T_{Π}^e – порог для ионизации электронами, T_{Π}^p – протонами. В соответствии с формулой (2.36), где $Q_R \equiv E_{cs}$ – энергия связи электрона в атоме водорода (13,6 эВ), $T_{\Pi}^e = 13,6$ эВ, а $T_{\Pi}^p = 2E_{cs} = 27,2$ эВ (столкновение с атомом водорода).

Здесь следует отметить, что предположение о свободных атомных электронах требует, чтобы ионизация происходила только при условии $Q_{\max} > I_k$, а для этого необходимы достаточно большие энергии тяжелых налетающих частиц (см. формулу (1.28) для Q_{\max}). Однако ионизация происходит и при более низких энергиях частиц, так как связь электронов в атоме увеличивает их эффективную массу, а, следовательно, и передаваемую энергию.

Макроскопическое сечение ионизации $\Sigma_{in} = n_0 \sigma_{in}$ равно числу актов ионизации на единице длины пути частицы в веществе, то есть числу пар ионов (A^+ , e^-), образованных частицей на этом пути. Вторичные электроны, выбитые из атомов пролетающей частицей и имеющие кинетическую энергию, достаточную для последующей ионизации атомов, называются **дельта-электронами**. Обозначим через T_{δ} минимальную энергию дельта-электронов и определим количество этих электронов, образующихся на единице пути заряженной частицы.

$$N_{\delta} = \int_{T_{\delta}}^{Q_{\max}} n_e \frac{d\sigma}{dQ} dQ, \quad (7.10)$$

где $n_e = n_0 Z_2$ – число электронов в см^3 . Подставляя в (7.10) выражение (7.1) для дифференциального сечения, имеем

$$N_{\delta} = \frac{\pi Z_1^2 Z_2 e^4}{T} n_0 \frac{m_1}{m_e} \left(\frac{1}{T_{\delta}} - \frac{1}{Q_{\max}} \right) \quad (1/\text{см}). \quad (7.11)$$

Как следует из полученного выражения, количество дельта-электронов, которые создает частица на единице пути, является кривой с максимумом. Количество дельта-электронов растет пропорционально массе и квадрату заряда частицы и уменьшается с увеличением ее энергии. Эта, на первый взгляд странная, зависимость от энергии частицы станет понятной, когда мы получим в следующем параграфе выражение для тормозной способности за счет неупругих столкновений. Отметим лишь, что в случае ионизации веществ протонами эффективное сечение ионизации имеет максимум при $T \approx 100$ кэВ и величину порядка $10^{-16} - 10^{-15}$ см² [33]. Например, в твердых телах на 1 см пути протон создает около 10^7 возбуждений и ионизаций. Это означает, что каждый второй-третий атом вдоль траектории протона ионизируется и возбуждается. В случае движения альфа-частицы с такой же энергией число ионизаций еще больше. Таким образом при облучении твердых и жидких веществ тяжелыми заряженными частицами вдоль их траектории возникает практически сплошная ионизированная и возбужденная область вещества, которая называется *треком частицы*.

Ниже приведены формулы макроскопических дифференциальных по переданной энергии Q сечений неупругого рассеяния заряженных частиц на атомных электронах [26]. Эти формулы получены в рамках квантовой механики с учетом эффектов, связанных со спинами частиц, но без учета связи электрона с атомом, и поэтому применимы, когда кинетическая энергия налетающей частицы $T \gg \bar{I}$. Отметим, что при $Q \ll Q_{\max}$ и $Q \ll T$, все формулы сводятся к формуле Резерфорда.

Протоны (формула Баба).

$$\Sigma(T, Q) = 0,153 \frac{1}{\beta^2} \frac{Z_2}{A} \frac{1}{Q^2} \left[1 - \beta^2 \frac{Q}{Q_{\max}} + \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{T + mc^2} \right)^2 \right] \left(\frac{\text{см}^2}{\text{г МэВ}} \right), \quad (7.12)$$

где Z_2, A – соответственно заряд и массовое число атомов вещества, $mc^2 = 938,28$ МэВ, $\beta^2 = 1 - m^2 c^4 / (T + mc^2)^2$, а для Q_{\max} следует использовать релятивистское выражение (2.7), которое при $m \gg m_e$ можно упростить:

$$Q_{\max} \approx \frac{2T(T + 2mc^2)}{m^2 c^4 / m_e c^2 + 2(T + mc^2)}. \quad (7.13)$$

Альфа-частицы (формула Баба).

$$\Sigma(T, Q) = 0,153 \frac{1}{\beta^2} \frac{Z_2}{A} \frac{1}{Q^2} \left[1 - \beta^2 \frac{Q}{Q_{\max}} \right] \left(\frac{\text{см}^2}{\text{г МэВ}} \right). \quad (7.14)$$

Здесь для Q_{\max} следует использовать выражение (7.13), где $mc^2 = 3726,4$ МэВ.

Электроны (формула Мёллера).

$$\Sigma(T, Q) = 0,153 \frac{1}{\beta^2} \frac{Z_2}{A} \frac{1}{Q^2} \left[1 - \frac{Q}{T - Q} \frac{(2T + m_e c^2) m_e c^2}{(T + m_e c^2)^2} + \left(\frac{Q}{T - Q} \right)^2 + \left(\frac{Q}{T + m_e c^2} \right)^2 \right] \left(\frac{\text{см}^2}{\text{г МэВ}} \right). \quad (7.15)$$

Так как в этом случае первичный электрон и дельта-электрон не различимы, то после рассеяния электрон с меньшей энергией считается дельта-электроном, а электрон с большей энергией – первичным, поэтому при рассеянии электрона полагают $Q_{\max} = T/2$.

Позитроны (формула Баба, см²/г МэВ).

$$\Sigma(T, Q) = 0,153 \frac{Z_2}{A} \frac{1}{Q^2} f b^2 \left\{ \left[T x - \frac{T}{b m_e c^2} - \frac{a^2}{2} \right] - c \left[\frac{Q + 3 m_e c^2}{f T} - \frac{2Q}{f b^2 T} + a^2 x \right] - c^2 \left[\frac{1}{2} - d + \frac{3}{2} d^2 - a^2 \frac{T - Q}{T x} \right] \right\}, \quad (7.16)$$

где

$$a = \frac{Q}{m_e c^2}; b = \frac{Q + m_e c^2}{Q + 2 m_e c^2}; c = \frac{Q}{Q + 2 m_e c^2}; f = \frac{Q + m_e c^2}{T}; d = \frac{m_e c^2}{Q + m_e c^2}; x = \frac{T}{Q}.$$

Как следует из всех приведенных формул, $\Sigma(T, Q) \sim 1/Q^2$, т. е. при неупругих столкновениях с атомными электронами энергия передается в основном маленькими порциями. Вероятность рождения дельта-электронов, энергия которых сравнима с энергией первичного электрона, очень мала.

В результате неупругих столкновений изменяется как энергия первичной частицы, так и её направление движения. Однако поскольку мы пренебрегаем энергией связи атомных электронов, то направление движения частицы и выбитого электрона после рассеяния можно найти из кинематики упругого рассеяния (см. формулы (2.19) и (2.20)).

При ионизации атомов вещества пролетающей частицей в электронных оболочках атомов образуются вакансии. Если вакансия образуется в одной из внутренних оболочек атома, то он оказывается в сильно возбужденном состоянии. Переход атома в основное состояние происходит двумя способами: в результате радиационных переходов (в этом случае часть энергии возбуждения выделяется в виде характеристического излучения), и в результате оже-переходов (в этом случае часть энергии возбуждения передается одному из атомных электронов – оже-электрону, который покидает атом). Подробно это будет рассмотрено в главе, посвященной взаимодействию электромагнитного излучения с веществом.

В последнее время широкое применение находят рентгеновские методы структурного анализа вещества, когда для возбуждения характеристического излучения используется ионизация атомов тяжелыми частицами, особенно тяжелыми многозарядными ионами. В этом случае гораздо меньше сопутствующий фон тормозного и рассеянного фотонного излучения, чем при ионизации электронами и фотонами, что повышает чувствительность метода. Например, при ионизации протонами чувствительность возрастает на три порядка. Если же для ионизации использовать многозарядные ионы, то увеличивается кратность ионизации атомов, а это приводит к тому, что отпадают многие оже-переходы и растет вероятность радиационных переходов и выход характеристического излучения.

Вероятность выхода характеристического излучения велика при ионизации внутренних К, L-оболочек атома и связана с сечением ионизации этих оболочек. Ниже приводятся формулы для микроскопических сечений ионизации К-оболочек атомов заряженными частицами.

Электроны. Для расчета микроскопического сечения ионизации К-оболочек атомов можно использовать следующее простое выражение [Н. Kolbenstvedt // J. Appl. Phys. – V. 38. – No. 12. – 1967. – P. 4785–4787]

$$\sigma_{in}^K = \frac{(\varepsilon + 1)^2}{\varepsilon(\varepsilon + 2)} \frac{1}{I_K} \left\{ \begin{array}{l} 0,275 \left[\ln \frac{1,19\varepsilon(\varepsilon + 2)}{I_K} - \frac{\varepsilon(\varepsilon + 2)}{(\varepsilon + 1)^2} \right] + \\ + 0,99 \left[1 - \frac{I_K}{\varepsilon} \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{2(\varepsilon + 1)^2} + \frac{2\varepsilon + 1}{(\varepsilon + 1)^2} \ln \frac{\varepsilon}{I_K} \right) \right] \end{array} \right\}, \quad (7.17)$$

где ε – кинетическая энергия электрона и I_K – энергия ионизации К-оболочки в единицах $m_e c^2$, размерность сечения – барн. Результаты расчетов сечения ионизации К-оболочек атомов по формуле (7.17) приведены на рис. 7.3 вместе с более точными данными. Вблизи порога значения сечения (7.17) заметно выше более точных значений, поэтому в выражение (7.17) введена соответствующая коррекция для энергий $T < 6I$. Расчет сечений выполнен в программе «Компьютерная лаборатория» (приложение 1).

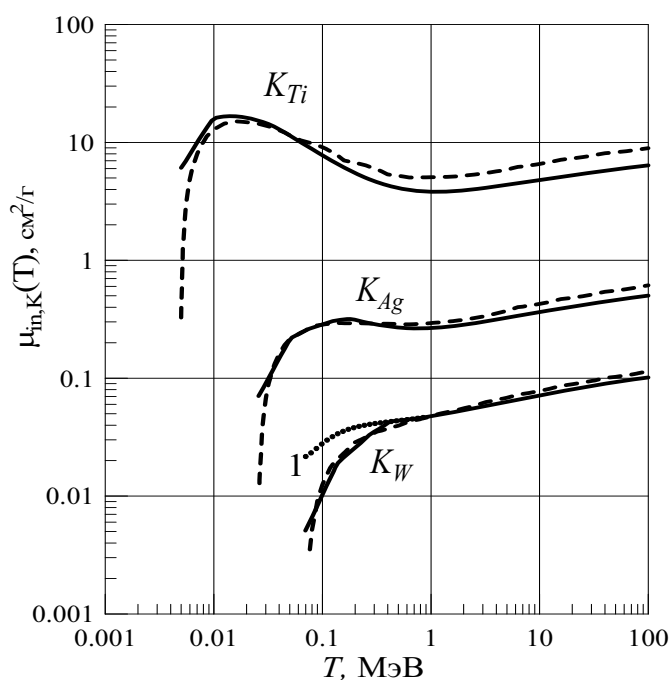


Рис. 7.3. Зависимость сечения ионизации К-оболочек Ti , Ag , W от энергии электронов. Сплошные кривые – расчет по формуле (7.17) с коррекцией (кривая 1 для W – без коррекции), пунктирные кривые – из работы [36]

Протоны. [21; J. D. Garcia, R. J. Fortner, T. M. Kavanach // Rev. Mod. Phys. – V. 45. – No. 2. – 1973. – P. 111–177]. Сечение приведено в табл. 7.1. Оно получено в классическом импульсном приближении, в котором его обычно записывают в виде: $I_S^2 \sigma_{in}^S / Z_1^2 = f(T m / I_S m_e)$, где I_S – энергия ионизации S-оболочки ($S = K, L, \dots$), T – кинетическая энергия налетающей частицы, m , Z_1 – ее масса и заряд, f – универсальная функция для всех элементов. При использовании данных табл. 7.1 для оболочек, отличных от К, необходимо умножить колонку сечений на $N_S / 2$, где N_S – число электронов на S-оболочке.

Таблица 7.1

Сечение ионизации атомов протонами. Размерности: $\sigma_{in}^S - \text{см}^2$, $I_S - \text{кэВ}$, $T - \text{кэВ}$

$T m_e / I_S m_p$	$\sigma_{in}^S I_S^2$, $\text{см}^2 \times \text{кэВ}^2$	$T m_e / I_S m_p$	$\sigma_{in}^S I_S^2$, $\text{см}^2 \times \text{кэВ}^2$	$T m_e / I_S m_p$	$\sigma_{in}^S I_S^2$, $\text{см}^2 \times \text{кэВ}^2$
0,00835	$1,25 \cdot 10^{-24}$	0,192	$1,93 \cdot 10^{-20}$	1,75	$8,04 \cdot 10^{-20}$
0,0167	$1,79 \cdot 10^{-23}$	0,200	2,09	1,98	7,59
0,0250	$7,38 \cdot 10^{-23}$	0,217	2,41	2,10	7,36
0,0334	$1,92 \cdot 10^{-22}$	0,225	2,57	2,45	6,73
0,0417	$3,89 \cdot 10^{-22}$	0,250	3,06	2,79	6,17
0,0501	$6,80 \cdot 10^{-22}$	0,275	3,54	3,03	5,83
0,0584	$1,07 \cdot 10^{-21}$	0,301	4,01	3,26	5,53
0,0668	1,57	0,326	4,45	3,49	5,25
0,0751	2,18	0,351	4,88	3,73	4,99
0,0855	2,89	0,417	5,87	3,96	4,76
0,0918	3,71	0,465	6,55	4,19	4,54
0,100	4,62	0,582	7,70	4,54	4,25
0,109	5,63	0,699	8,42	5,01	3,92
0,117	6,72	0,815	8,84	5,84	3,42
0,125	7,90	0,932	9,03	6,67	3,03
0,134	9,15	1,05	9,07	7,51	2,72
0,142	$1,05 \cdot 10^{-20}$	1,16	9,01	8,34	2,47
0,159	1,33	1,28	8,87	9,18	2,26
0,175	1,62	1,51	8,49	10,0	2,08

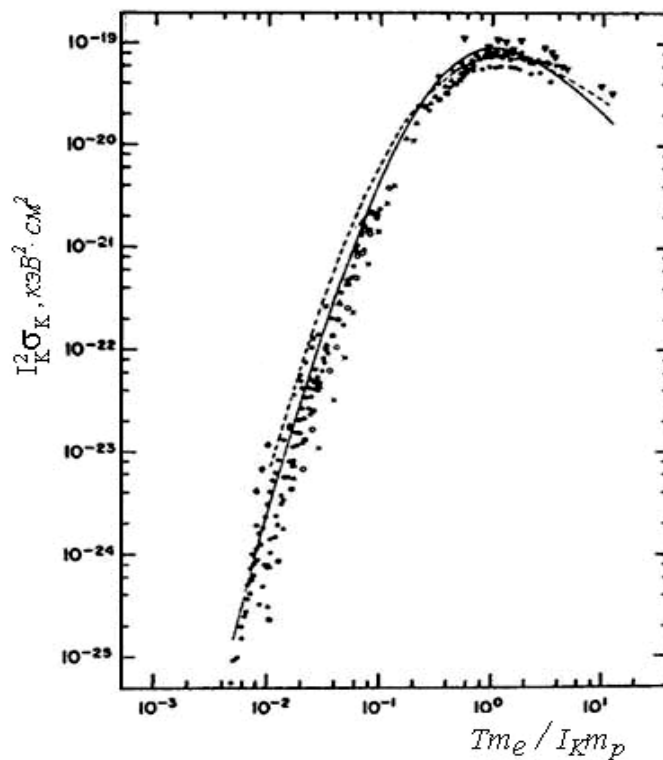


Рис. 7.4. Сечение ионизации протонами К-оболочек элементов. Точки – эксперимент $4 \leq Z_2 \leq 92$, $15 \text{ кэВ} \leq T \leq 160 \text{ МэВ}$; пунктирная кривая – приближение Борна; сплошная – классическое импульсное приближение

На рис. 7.4 сечения ионизации К-оболочек атомов, рассчитанные в борновском и классическом импульсном приближениях, сравниваются с экспериментальными данными. Как следует из этого рисунка, результаты обоих приближений согласуются друг с другом.

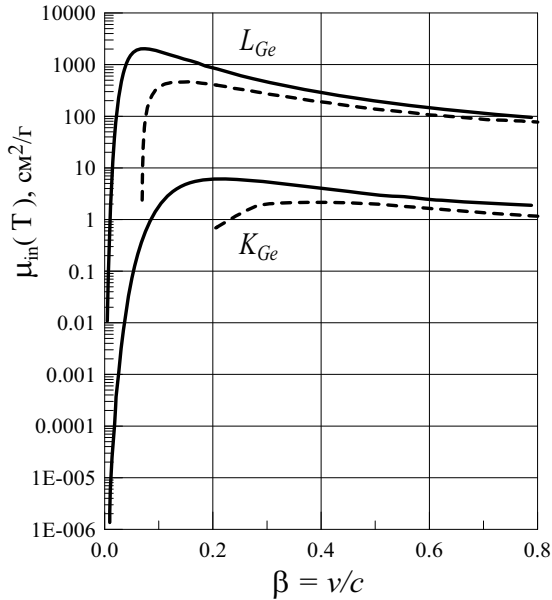


Рис. 7.5. Сечения ионизации К и L оболочек германия протонами – сплошные кривые и электронами – пунктирные

На рис. 7.5 показаны сечения ионизации К и L-оболочек германия протонами и электронами в зависимости от скорости частиц. Сечения ионизации протонами рассчитаны в соответствии с табл. 7.1. Как следует из этих данных, сечения для обеих оболочек близки по величине для электронов и протонов, движущихся с одинаковыми скоростями (исключая область скоростей вблизи порога ионизации).

Для протонов небольших энергий получены различные полиномиальные подгоночные формулы, описывающие экспериментальные сечения ионизации К и L-оболочек с хорошей точностью (см., например, Ф. Ф. Комаров, М. А. Кумахов, И. С. Ташлыков

Неразрушающий анализ поверхностей твердых тел ионными пучками. – Минск: Изд-во Университетское, 1987). Эти формулы удобны для проведения анализа материалов по выходу ХРИ, возбуждаемого легкими ионами.

Для протонов релятивистских энергий сечения ионизации получены с использованием метода виртуальных фотонов [20, 38]. Впервые этот метод предложен Ферми (см., например, М. Л. Тер-Микаелян **Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях.** – Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1969). В этом методе поле частицы заменяется виртуальными фотонами (псевдофотонами) с определенной спектральной плотностью, а сечение ионизации атома частицей вычисляется через сечения фотоионизации виртуальных фотонов. Как правило, сечение ионизации записывают в виде двух составляющих, разделяя все столкновения по прицельному параметру (передаваемому импульсу) на близкие и далекие: $\sigma_{in} = \sigma_{in}^B + \sigma_{in}^D$. Вклад близких столкновений в полное сечение ионизации протонами атомной оболочки X имеет следующий вид:

$$\sigma_{in}^B = \frac{\pi r_e^2}{\beta^4 \gamma^2} \left[\frac{2\beta^2 \gamma^2}{I_X} + \beta^2 \ln \left(\frac{2\beta^2 \gamma^2}{I_X} \right) - 1 \right] \left(\frac{\text{см}^2}{\text{электрон}} \right), \quad (7.18)$$

где $\beta = v/c$, v – скорость протона, γ – его лоренц-фактор, I_X – энергия ионизации атомного уровня X в единицах $m_e c^2$.

Вклад далеких столкновений записывают в виде:

$$\sigma_{in}^D = \int_{\omega_X}^{\infty} \frac{1}{\hbar\omega} \frac{dJ}{d\omega} \sigma_{\gamma,X}(\omega) d\omega, \quad (7.19)$$

где ω – частота виртуального фотона, $dJ/d\omega$ – спектральное распределение плотности потока энергии этих фотонов [38], $\sigma_{\gamma,X}$ – сечение фотоионизации (фотоэффекта) атомной оболочки X (см., например, Н. Халл **The Theory of Photoelectric Absorption for X-Rays and γ -Rays** // Rev. Mod. Phys. – 1936. – V. 8. – P. 358–397). Для К-оболочки, после интегрирования выражения (7.19), полное сечение ионизации можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{in,K} = \sigma_{in,K}^B + \sigma_{in,K}^D = \frac{2\pi r_e^2}{\beta^4 \gamma^2} \left[\frac{2\beta^2 \gamma^2}{I_K} + \beta^2 \ln \left(\frac{2\beta^2 \gamma^2}{I_K} \right) - 1 \right] + \\ + \frac{1,128\pi r_e^2}{\beta^2 I_K} \left[\ln \left(\frac{1,274(\gamma^2 - 1)}{I_K} \right) - \beta^2 \right] \quad (\text{см}^2). \end{aligned} \quad (7.20)$$

Для вычисления сечения ионизации L-оболочки необходимо проводить численное интегрирование выражения (7.19).

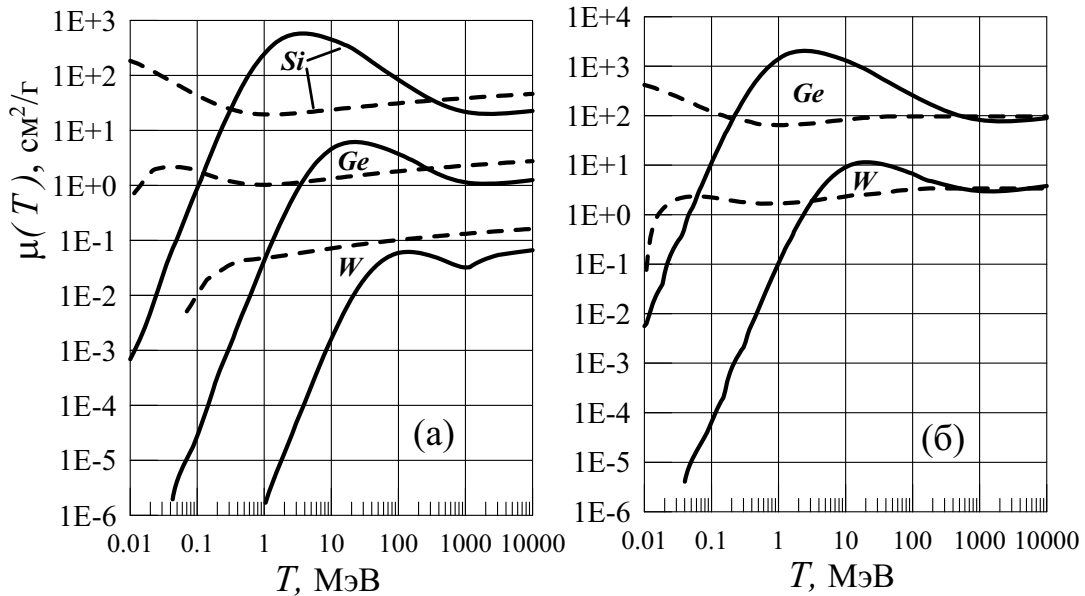


Рис. 7.6. Сечения ионизации кремния, германия, вольфрама протонами – сплошные кривые и электронами – пунктирные. а) – К-оболочка, б) L-оболочка

На рис. 7.6 приведены сечения ионизации К- и L-оболочек трех веществ протонами и электронами в зависимости от их кинетической энергии. Сечения ионизации для протонов нерелятивистских энергий рассчитаны в соответствии с данными табл. 7.1, а в релятивистской области в соответствии с выражением (7.20). В промежуточной области энергий сечения необходимо «сшивать».

В табл. 7.2 приведены энергии связи K и L_1 оболочек из работы [E. Storm, H. I. Israel **Photon Cross Section from 1 keV to 100 MeV for Elements Z=1 to Z=100** // Nucl. Data Tables. – A 7. – 1970, – P. 565-681].

Таблица 7.2

Характеристики чистых элементов. $8,988 - 5 = 8,988 \cdot 10^{-5}$

Z	Символ	Название	A, а. е. м.	ρ , г/см ³	I_K , кэВ	I_{L1} , кэВ	I^* , эВ
1	H	Водород	1,0079	8,988-5	0,014		19,2
2	He	Гелий	4,0028	1,785-4	0,025	0,001	41,8
3	Li	Литий	6,94	0,534	0,055	0,003	40,0
4	Be	Бериллий	9,0122	1,848	0,111	0,006	63,7
5	B	Бор	10,81	2,37	0,188	0,009	76,0
6	C	Углерод	12,011	2,265	0,284	0,013	78,0
7	N	Азот	14,007	0,00125	0,400	0,018	82,0
8	O	Кислород	16,00	0,001429	0,533	0,024	95,0
9	F	Фтор	19,00	0,001696	0,687	0,032	115
10	Ne	Неон	20,17	0,000899	0,867	0,045	137
11	Na	Натрий	22,99	0,971	1,073	0,063	149
12	Mg	Магний	24,305	1,74	1,305	0,088	156
13	Al	Алюминий	26,982	2,70	1,560	0,118	166
14	Si	Кремний	28,09	2,33	1,839	0,151	173
15	P	Фосфор	30,974	2,20	2,144	0,188	173
16	S	Сера	32,06	2,07	2,472	0,227	180
17	Cl	Хлор	35,453	0,003214	2,824	0,270	174
18	Ar	Аргон	39,94	0,001784	3,203	0,320	188
19	K	Калий	39,098	0,862	3,607	0,377	190
20	Ca	Кальций	40,08	1,55	4,037	0,438	191
21	Sc	Скандий	44,956	2,989	4,491	0,500	216
22	Ti	Титан	47,90	4,54	4,966	0,563	233
23	V	Ванадий	50,942	6,11	5,465	0,628	245
24	Cr	Хром	51,996	7,18	5,989	0,696	257
25	Mn	Марганец	54,938	7,44	6,539	0,769	272
26	Fe	Железо	55,84	7,874	7,112	0,846	286
27	Co	Кобальт	58,933	8,80	7,709	0,926	297
28	Ni	Никель	58,70	8,902	8,332	1,008	311
29	Cu	Медь	63,54	8,96	8,981	1,096	322
30	Zn	Цинк	65,38	7,133	9,659	1,193	330
31	Ga	Галлий	69,72	5,904	10,367	1,300	334
32	Ge	Германий	72,50	5,323	11,104	1,413	350
33	As	Мышьяк	74,922	5,73	11,867	1,530	347
34	Se	Селен	78,90	4,50	12,658	1,652	348
35	Br	Бром	79,904	3,12	13,474	1,782	357
36	Kr	Криптон	83,80	0,003733	14,323	1,921	352
37	Rb	Рубидий	85,467	1,532	15,200	2,065	363
38	Sr	Стронций	87,62	2,54	16,105	2,216	366
39	Y	Иттрий	88,906	4,469	17,038	2,373	379
40	Zr	Цирконий	91,22	6,506	17,998	2,533	393
41	Nb	Ниобий	92,906	8,57	18,986	2,698	417
42	Mo	Молибден	95,94	10,22	20,010	2,867	424
43	Tc	Технеций	96,906	11,5	21,044	3,043	428
44	Ru	Рутений	101,0	12,1	22,117	3,224	441
45	Rh	Родий	102,91	12,41	23,220	3,412	449
46	Pd	Палладий	106,4	12,02	24,350	3,605	470
47	Ag	Серебро	107,97	10,5	25,514	3,806	470
48	Cd	Кадмий	112,41	8,65	26,711	4,018	469
49	In	Индий	114,82	7,31	27,940	4,238	488
50	Sn	Олово	118,6	7,31	29,200	4,465	488

Продолжение табл. 7.2.

Z	Символ	Название	A, а. е. м.	ρ , г/см ³	I_K , кэВ	I_{L1} , кэВ	I^* , эВ
51	Sb	Сурьма	121,7	6,691	30,491	4,698	487
52	Te	Теллур	127,6	6,24	31,814	4,939	485
53	I	Йод	126,91	4,93	33,170	5,188	491
54	Xe	Ксенон	131,30	0,005887	34,561	5,445	482
55	Cs	Цезий	132,91	1,873	35,985	5,713	488
56	Ba	Барий	137,33	3,5	37,441	5,987	491
57	La	Лантан	138,91	6,154	38,925	6,266	501
58	Ce	Церий	140,12	6,657	40,443	6,549	523
59	Pr	Празеодим	140,91	6,71	41,991	6,835	535
60	Nd	Неодим	144,2	6,9	43,569	7,128	546
61	Pm	Прометий	145,0	7,22	45,184	7,428	560
62	Sm	Самарий	150,4	7,46	46,834	7,736	574
63	Eu	Европий	151,96	5,243	48,519	8,052	580
64	Gd	Гадолиний	157,2	7,9	50,239	8,375	591
65	Tb	Тербий	158,93	8,229	51,996	8,708	614
66	Dy	Диспрозий	162,5	8,55	53,788	9,046	628
67	Ho	Гольмий	164,93	8,795	55,618	9,394	650
68	Er	Эрбий	167,2	9,066	57,486	9,752	658
69	Tm	Тулий	168,93	9,321	59,390	10,116	674
70	Yb	Иттербий	173,0	6,73	61,332	10,489	684
71	Lu	Лютеций	174,97	9,849	63,316	10,874	694
72	Hf	Гафний	178,4	13,31	65,345	11,272	705
73	Ta	Тантал	180,95	16,654	67,416	11,680	718
74	W	Вольфрам	183,85	19,3	69,525	12,098	727
75	Re	Рений	186,21	21,02	71,676	12,528	736
76	Os	Осмий	190,2	22,57	73,871	12,969	746
77	Ir	Иридий	192,22	22,42	76,111	13,419	757
78	Pt	Платина	195,09	21,45	78,395	13,880	790
79	Au	Золото	196,97	19,32	80,725	14,353	790
80	Hg	Ртуть	200,59	13,546	83,102	14,842	800
81	Tl	Таллий	204,37	11,72	81,530	15,346	810
82	Pb	Свинец	207,2	11,35	88,004	15,861	823
83	Bi	Висмут	208,98	9,747	90,526	16,391	823
84	Po	Полоний	209,0	9,32	93,105	16,936	830
85	At	Астат	210,0	9,0	95,730	17,491	825
86	Rn	Радон	222,0	0,00973	98,404	18,055	794
87	Fr	Франций	223,0	2,5	101,137	18,639	827
88	Ra	Радий	226,03	6,0	103,922	19,237	826
89	Ac	Актиний	227,0	10,07	106,759	19,845	841
90	Th	Торий	232,04	11,72	109,651	20,466	847
91	Pa	Протактиний	231,04	15,37	112,601	21,105	878
92	U	Уран	238,02	18,95	115,606	21,759	890
93	Np	Нептуний	237,05	20,25	118,670	22,427	902
94	Pu	Плутоний	244,0	19,84	121,797	23,109	921
95	Am	Америций	243,0	13,67	124,990	23,812	934
96	Cm	Кюрий	247,0	13,51	128,253	24,535	939
97	Bk	Берклий	247,0	14,0 ?	131,590	25,275	952
98	Cf	Калифорний	251,0	14,0 ?	135,005	26,030	966
99	Es	Эйнштейний	254,0	14,0 ?	138,502	26,803	980
100	Fm	Фермий	257,0	14,0 ?	142,085	27,594	994

В заключение отметим, что в работе: С. В. Авакян и др. **Сечения процессов ионизации и возбуждения УФ излучения при столкновениях электронов, ионов и фотонов с атомами и молекулами атмосферных газов**: Справ. – СПб.: ГОИ, 2000. в табличном и графическом виде приводятся данные по сечениям легких элементов в низкоэнергетической области (от пороговой энергии до ~ 1 МэВ). Эти данные могут быть полезны, например, для специалистов в области физики плазмы.

7.3. Квазиклассическая теория потерь энергии на ионизацию и возбуждение атомов

Пусть тяжелая нерелятивистская заряженная частица с зарядом Z_1 движется в веществе и испытывает взаимодействия с атомами. Не будем учитывать ядерные реакции (эти процессы рассмотрены в 9 главе), а учтем лишь взаимодействия за счет кулоновских сил. Электронов в веществе больше, чем ядер, и поперечное сечение области, которую занимают электроны (по существу поперечное сечение атома), на много порядков больше сечения ядра. В результате подавляющее число взаимодействий частица испытывает с электронами. Кроме этого, дифференциальное по переданной энергии сечение $d\sigma/dQ$ пропорционально отношению массы налетающей частицы к массе мишени, следовательно, величина этого сечения много больше при взаимодействии частицы с электроном, чем с ядром. Поэтому потерянная частицей энергия должна, в основном, определяться ее взаимодействиями с электронами, а не с ядрами.

Найдем в рамках классической механики потери энергии заряженной частицы на ионизацию ($Q \geq I$) и возбуждение ($Q < I$) атомов вещества, которые называют **ионизационными потерями энергии**. Расчеты проведем при следующих предположениях:

- энергия частицы много больше энергии ионизации, поэтому атомные электроны считаются свободными и неподвижными;
- потери энергии частицы в веществе являются суммой потерь от независимых взаимодействий с отдельными электронами, которые распределены в веществе равномерно;
- отклонением частицы при столкновении с атомным электроном будем пренебрегать по причине ее большой массы.

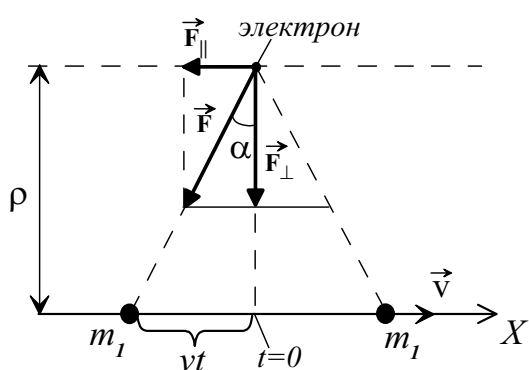


Рис. 7.7. Схема взаимодействия пролетающей частицы с электроном

Пусть частица пролетает мимо электрона с постоянной скоростью v по прямолинейной траектории с прицельным параметром ρ (рис. 7.7). Разложим силу $\vec{F}(t)$, действующую на электрон со стороны частицы, на продольную $\vec{F}_{||}$ и поперечную \vec{F}_{\perp} составляющие относительно скорости частицы. Продольный импульс силы $\int \vec{F}_{||}(t) dt$ за время $t < 0$ полностью компенсируется импульсом силы за

время $t > 0$ (момент времени $t = 0$ соответствует минимальному расстоянию между частицей и электроном). Величина поперечного импульса силы за все время равна (рис. 7.7)

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_{\perp}(t) dt \right| = 2 \int_0^{\infty} F(t) \cos \alpha(t) dt = 2 \int_0^{\infty} F(t) \frac{\rho dt}{\sqrt{\rho^2 + (vt)^2}} = \frac{2Z_1 e^2}{\rho v},$$

где $F(t) = \frac{Z_1 e^2}{\rho^2 + (vt)^2}$. В результате электрон, который вначале покоился, приобретает импульс

$$p_e = \frac{2Z_1 e^2}{\rho v}, \quad (7.21)$$

и его кинетическая энергия будет равна

$$T_e(\rho) = \frac{p_e^2}{2m_e} = \frac{2Z_1^2 e^4}{\rho^2 m_e v^2}. \quad (7.22)$$

В соответствии с законом сохранения энергии, кинетическая энергия T_e равна потерянной энергии налетающей частицы при взаимодействии с одним электроном, находящемся на расстоянии ρ от ее траектории.

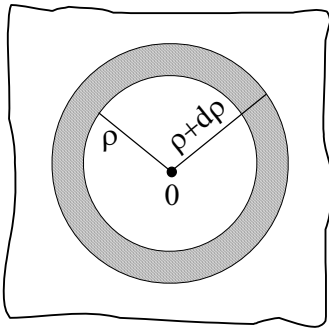


Рис. 7.8. Поперечный разрез кольцевого цилиндра

Используем этот результат для вычисления потерянной частицей энергии при прохождении слоя вещества толщиной Δx . Вырежем в этом слое мысленно тонкий кольцевой цилиндр с размерами $\rho \div \rho + d\rho$; Δx так, чтобы его ось совпала с траекторией движения частицы (рис. 7.8). Число электронов в этом цилиндре равно

$$dN_e = n_e 2\pi \rho d\rho \Delta x,$$

где $n_e = Z_2 n_0$ – плотность электронов в веществе. Потери энергии частицы за счет ее взаимодействия с этими электронами равны $T_e dN_e$, где T_e определяется формулой (7.22). Чтобы получить всю потерянную энергию при прохождении слоя Δx , надо проинтегрировать по всей плоскости

$$-dE = \int T_e dN_e = n_e \Delta x 2\pi \int_0^{\infty} T_e \rho d\rho. \quad (7.23)$$

Разделив обе части (7.23) на Δx и переходя к пределу $\Delta x \rightarrow 0$, получаем выражение для тормозной способности вещества – средних потерь энергии на единицу длины пути частицы в веществе за счет неупругих кулоновских столкновений, приводящих к возбуждению и ионизации атомов:

$$\left(-\frac{dE}{dx} \right)_{col} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} n_e \int_0^{\infty} \frac{d\rho}{\rho}, \quad (7.24)$$

здесь индекс «col» указывает, что это тормозная способность, обусловленная столкновениями частиц с атомами (часто потери энергии на возбуждение и ионизацию называют **потерями на столкновения**).

Интеграл в выражении (7.24) расходится и на верхнем, и на нижнем пределах интегрирования. Причина этого заключается в неточности формулы (7.22), связывающей передаваемую электрону энергию с прицельным параметром ρ при очень маленьких и очень больших ρ . Действительно, при $\rho \rightarrow 0$ передаваемая энергия стремится к ∞ , а при очень больших ρ эта энергия может оказаться меньше энергии ионизации или возбуждения атома. Поэтому ограничимся интегрированием в конечных пределах

$$B = \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \frac{d\rho}{\rho} = \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} \quad (7.25)$$

и найдем значения ρ_{\min} и ρ_{\max} .

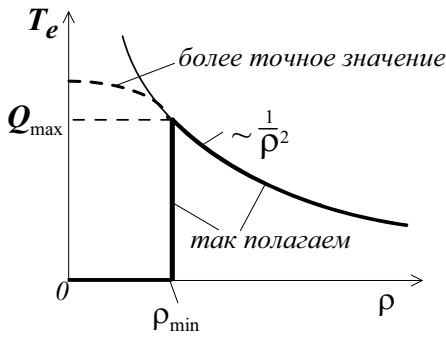


Рис. 7.9. Зависимость переданной электрону энергии от величины прицельного параметра

что при $\rho < \rho_{\min}$ энергия электрону не передается (рис.7.9).

Чтобы определить ρ_{\max} , надо учесть, что при больших ρ (далекие столкновения) время взаимодействия частицы с атомным электроном, за которое он получает основную часть импульса

$$\tau \approx \rho/v, \quad (7.28)$$

может быть так велико, что электрон уже нельзя считать неподвижным. За это время он успевает совершить много оборотов по своей орбите и действие поля налетающей частицы приведет к адиабатическому изменению движения электрона без результирующей передачи энергии самому электрону [12]. Пусть $\bar{\omega}$ – средняя частота вращения электрона в атоме. Приравнявая (7.28) к обратной величине этой частоты, получим оценку максимального значения прицельного параметра:

$$\rho_{\max} \approx v/\bar{\omega}. \quad (7.29)$$

При $\rho > \rho_{\max}$ потери энергии быстро убывают до 0.

Подставив полученные выражения для ρ_{\min} и ρ_{\max} в формулу (7.25), получим:

$$B = \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} = \ln \frac{m_e v^3}{Z_1 e^2 \bar{\omega}}. \quad (7.30)$$

Поскольку электрон свободный и взаимодействие частицы с электроном является упругим, то $T_{e, \max} = Q_{\max}$ (см. главу 1). Учитывая, что $m_1 \gg m_e$, получаем:

$$T_{e, \max} \approx 2m_e v^2. \quad (7.26)$$

Подставляя это значение в выражение (7.22) и полагая $\rho = \rho_{\min}$, находим:

$$\rho_{\min} \approx Z_1 e^2 / m_e v^2. \quad (7.27)$$

При меньших ρ необходимо использовать более точное выражение для переданной электрону энергии. Мы же будем считать,

С учетом (7.30) для потерянной энергии тяжелых заряженных частиц получаем формулу:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} Z_2 n_0 \ln \frac{m_e v^3}{Z_1 e^2 \bar{\omega}}, \quad (7.31)$$

которая впервые получена Н. Бором [7] и называется **формулой Бора**. Формулу Бора можно применять лишь для расчетов потерь энергии тяжелых многозарядных ионов и осколков деления. Для протонов и альфа-частиц она дает результаты значительно выше экспериментальных данных.

Можно уточнить выражение (7.31), если учесть квантовые эффекты, в частности, принцип неопределенности, что приводит к новому значению для ρ_{\min} . Квантовые частицы в некотором смысле «размазаны» в области с размерами порядка длины волны де Бройля $\lambda = \hbar/p$, поэтому минимальное значение прицельного параметра будет определяться длиной волны электрона

$$\rho_{\min} \sim \hbar/p_e, \quad (7.32)$$

а его импульс при малых ρ (близкие столкновения) в соответствии с выражением (7.26) равен:

$$p_e \approx 2m_e v. \quad (7.33)$$

С учетом этих замечаний получаем следующее выражение для тормозной способности:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col} = \frac{4\pi Z_1^2 Z_2 e^4}{m_e v^2} n_0 \ln \frac{2m_e v^2}{I^*} \left(\frac{\text{МэВ}}{\text{см}}\right), \quad (7.34)$$

где величина $I^* = \hbar\bar{\omega}$ и равна средней энергии ионизации атома.

Величину I^* будем называть **средней энергией возбуждения атомов среды** [29, 36], так как ее значение необходимо получать усреднением по всем состояниям атома, связанным, как с его ионизацией, так и с возбуждением. Более строгое выражение для вычисления I^* имеет следующий вид [28, 36]:

$$\ln I^* = \frac{1}{Z_2} \sum_{\nu} f_{\nu} \ln(\hbar\omega_{\nu}), \quad (7.35)$$

где ω_{ν} – собственная частота атомного электрона, соответствующая уровню энергии ν , f_{ν} – сила осциллятора перехода с данного уровня на уровень ν (включая и непрерывный спектр) и соответствует вероятности перехода из данного начального состояния атома в одно из разрешенных состояний ν . Поэтому $\sum_{\nu} f_{\nu} = 1$, а для всех электронов

$$\text{в атоме } \sum_n f_n = Z_2.$$

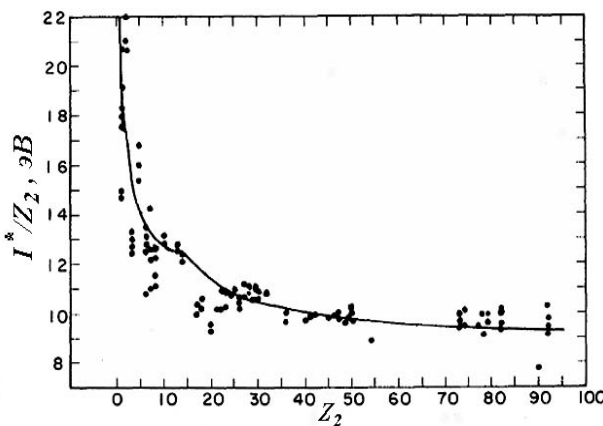


Рис. 7.10. Зависимость I^*/Z_2 от атомного номера среды [33]. Точки – эксперимент, кривая – аппроксимация (7.36)

Значения I^* определяют в эВ, но часто называют *потенциалом (средним) ионизации атома*. Следует отметить, что средняя энергия возбуждения, входящая в выражение Бора для потерь энергии на столкновения (а в дальнейшем и в формулу Бете-Блоха) является подгоночным параметром, и нет точных правил для вычисления I^* [19].

Необходимые для расчетов тормозной способности значения I^* из работы [29] приведены в табл. 7.2. Кроме этого, вычислить I^* можно с помощью следующих эмпирических соотношений [34]:

$$I^*(Z_2) = \begin{cases} 11,2 + 11,7 \cdot Z_2 \text{ (эВ)} & Z_2 \leq 13 \\ 52,8 + 8,71 \cdot Z_2 \text{ (эВ)} & Z_2 > 13 \end{cases} \quad (7.36)$$

Зависимость $I^*(Z_2)$ не является монотонной, но аппроксимация в виде (7.36) удовлетворительно отражает экспериментальные данные (см. рис. 7.10).

Анализ формулы (7.34) показывает, что потери на столкновения при нерелятивистских энергиях пропорциональны квадрату заряда частицы и обратно пропорциональны квадрату ее скорости, так как уменьшается время взаимодействия частицы с атомными электронами. Теперь понятно, почему с возрастанием энергии частицы уменьшается число дельта-электронов, рождающихся на единице пути. Это следствие уменьшения энергии, теряемой частицей на ионизацию и возбуждение атомов. В соответствии с формулой (7.34) у частиц с одинаковыми зарядами и скоростями потери энергии на столкновения равны.

Если учесть, что $n_0 = N_A \rho / A$, где ρ – плотность вещества, A – атомный вес в г, то формулу (7.34) можно записать в виде

$$\left(-\frac{dE}{dx} \right)_{col} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \frac{Z_2}{A} N_A \rho \ln \frac{2m_e v^2}{I^*}. \quad (7.37)$$

Поскольку отношение Z_2/A меняется в довольно узких пределах (0,5 – для гелия и $\sim 0,4$ для свинца), то из выражения (7.37) следует, что тормозная способность пропорциональна плотности вещества. Формулу (7.37) можно преобразовать в массовую тормозную способность

$$\frac{1}{\rho} \left(-\frac{dE}{dx} \right)_{col} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \frac{Z_2}{A} N_A \ln \frac{2m_e v^2}{I^*} \left(\frac{\text{МэВ см}^2}{\text{г}} \right). \quad (7.38)$$

В этом случае потери энергии частицы в различных веществах при прохождении одного и того же слоя, выраженного в $\text{г}/\text{см}^2$, будут примерно одинаковы.

Перепишем теперь формулу (7.34), перейдя в ней от скорости частицы к ее кинетической энергии $T = m_1 v^2 / 2$ – в МэВ,

$$\left(-\frac{dE}{dx} \right)_{col} = \frac{2\pi Z_1^2 Z_2 e^4}{T} \frac{m_1}{m_e} n_0 \ln \frac{2m_e v^2}{I^*}. \quad (7.39)$$

Из выражения (7.39) следует, что при одинаковой энергии частиц тормозная способность вещества возрастает с увеличением массы частицы. Для практических расчетов эту формулу удобно записать в виде:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col} = 0,153 \frac{Z_2}{A} \rho \frac{m_1 c^2}{T} Z_1^2 \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2}{I^*} \left(\frac{\text{МэВ}}{\text{см}}\right), \quad (7.40)$$

где $\beta = v/c$, $2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 / A = 0,153/A$ (см² МэВ/г), $r_e = e^2/m_e c^2$ – классический радиус электрона.

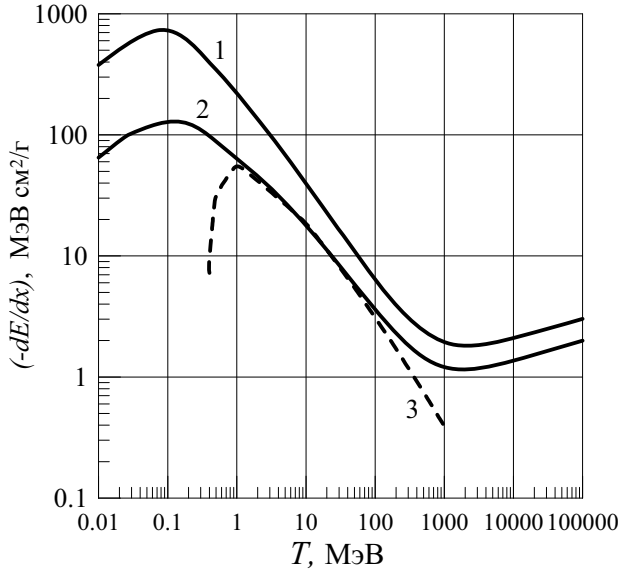


Рис. 7.11. Потери энергии на столкновения в воздухе (1) и свинце (2, 3) для протонов. Пунктирная кривая 3 – расчет по формуле (7.40), кривые 1 и 2 – Бете-Блох ($T > 1$ МэВ) и [39, 40] ($T < 1$ МэВ)

ражениями потери энергии в нерелятивистской области энергий быстро увеличиваются с уменьшением энергии частицы и особенно резко перед ее остановкой в веществе. Поскольку величина остаточного пробега частицы также уменьшается с ее энергией, то зависимость тормозной способности от глубины проникновения частицы в вещество имеет в конце ее пути характерный максимум, который называют *ником Брэгга* (*кривой Брэгга*). Рис. 7.12 показывает зависимость тормозной способности от глубины проникновения протонов с начальной кинетической энергией 400 МэВ в биологическую ткань [9]. Цифры над кривой – это значения средней кинетической энергии протонов в МэВ на различной глубине проникновения.

Эту особенность ионизационных потерь энергии тяжелых заряженных частиц используют, например, в медицинской ра-

Расчеты потерь энергии на столкновения в свинце для протонов по формуле (7.40) изображены на рис. 7.11 пунктирной кривой. Они представлены вместе с точными результатами, которые будут обсуждаться ниже. Из сравнения данных на рис. 7.11 следует, что приведенные выше формулы для тормозной способности справедливы для протонов в диапазоне энергий от 1 МэВ до примерно 100 МэВ.

Двигаясь в веществе, частица испытывает большое количество столкновений с атомами и ее энергия постепенно уменьшается. В соответствии с приведенными вы-

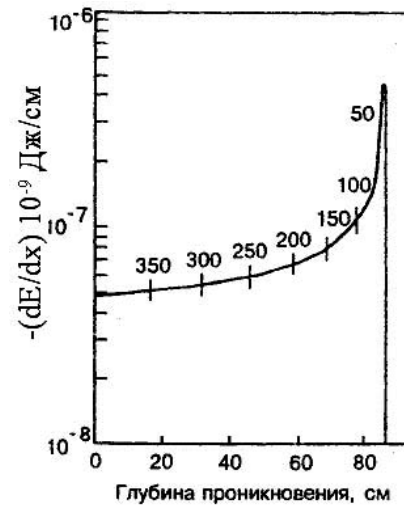


Рис. 7.12. Кривая Брэгга для протонов в биологической ткани

диологии, выбирая энергию терапевтического пучка так, чтобы максимум удельной ионизации соответствовал глубине залегания опухоли.

Интересно непосредственно сравнить ионизационные потери энергии с потерями энергии в упругих столкновениях с ядрами. Найдем сначала среднюю потерянную энергию на единице длины пути частицы в результате упругих столкновений. Считая, что масса частицы мала по сравнению с массой ядра, поступим следующим образом: умножим сечение Резерфорда (4.24) на потерянную энергию в одном упругом столкновении, на концентрацию атомов и проинтегрируем по всем возможным углам рассеяния

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{el} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{16 T^2} n_0 2\pi \int_{\vartheta_{\min}}^{\pi} \frac{Q(\vartheta)}{\sin^4 \vartheta/2} \sin \vartheta d\vartheta, \quad (7.41)$$

где T – кинетическая энергия частицы, ϑ – ее угол рассеяния в ЛСК, а выражение для $Q(\vartheta)$ имеет вид:

$$Q(\vartheta) = T \left[1 - (m_1/(m_1 + m_2))^2 \left(\sqrt{(m_2/m_1)^2 - \sin^2 \vartheta} + \cos \vartheta \right)^2 \right], \quad (7.42)$$

здесь m_1 – масса частицы, m_2 – масса ядра. Выражение (7.42) легко получить с помощью формулы (1.33). Поскольку мы воспользовались формулой Резерфорда без учета экранирования, то в качестве минимального угла рассеяния ϑ_{\min} следует использовать угол экранирования ϑ_S (6.14). Подставляя выражение (7.42) в (7.41) и интегрируя, получаем [1]:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{el} = \frac{2\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{T} n_0 \left[\left| \ln \left(\sin \frac{\vartheta_{\min}}{2} \right) \right| + \frac{m_2^2 - m_1 m_2 - m_1^2}{2(m_1 + m_2)^2} \right]. \quad (7.43)$$

Отношение выражений (7.43) и (7.39) равно

$$\frac{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{el}}{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}} = Z_2 \frac{m_e}{m_2} \frac{\left| \ln \left(\sin \frac{\vartheta_{\min}}{2} \right) \right| + \frac{m_2^2 - m_1 m_2 - m_1^2}{2(m_1 + m_2)^2}}{\ln \frac{2m_e v^2}{I^*}}. \quad (7.44)$$

Из полученного отношения следует, что роль упругих соударений в потерях энергии частиц уменьшается с увеличением их скорости (энергии) и возрастает с увеличением их массы (в результате уменьшения ϑ_{\min}). В целом потери энергии за счет упругих столкновений для быстрых частиц малы. Например, для протонов с энергией 10 МэВ в алюминии они составляют 0,09% от потерь на ионизацию [1].

7.4. Формула Бете-Блоха. Эффект плотности. Правило Брэгга

Естественно, что более точный вывод выражения для тормозной способности можно выполнить только с последовательным учетом квантовых эффектов, при этом необходимо учесть и релятивистские эффекты, если скорость на-

летающей частицы сравнима со скоростью света. Это особенно важно для легких частиц (электронов, позитронов).

Квантовая теория энергетических потерь энергии быстрыми (нерелятивистскими) частицами, основанная на борновском приближении, была разработана в 1930 г. Г. Бете [19, 36]. Затем Бете обобщил полученную формулу на случай релятивистских частиц.

Применение борновского приближения требует, чтобы амплитуда волны, рассеянной электронной оболочкой атома, была мала по сравнению с амплитудой падающей волны. Критерием этого является условие (5.33), которое лучше выполняется для легких атомов и налетающих частиц с небольшими зарядами и большими скоростями. Бете провел классификацию соударений не по прицельному параметру ρ , а по переданному атому импульсу, разделив все соударения на «далекие» и «близкие». *Далекие* – это такие столкновения, при которых атомному электрону передается энергия меньше некоторой пороговой энергии (η). *Близкие*, напротив, столкновения, когда налетающая частица передает атомному электрону энергию $Q > \eta$. При этом необходимо, чтобы величина η удовлетворяла двум условиям: во-первых, она должна быть достаточно большой по сравнению с энергией связи электрона в атоме тормозящего вещества; во-вторых, должна быть настолько малой, чтобы расстояние между взаимодействующими частицами было больше атомных размеров.

Необходимость деления соударений на близкие и далекие связана со следующими причинами. При близких соударениях необходимо учитывать квантовые эффекты, связанные со спином и магнитным моментом частицы, эффект перезарядки – обмен электронами между налетающим тяжелым ионом и атомом. Если налетающая частица является электроном, то необходимо также учитывать электронный обмен – захват налетающего электрона атомом с одновременным испусканием атомного электрона. Но при близких соударениях $Q > E_{св}$ и атомные электроны можно считать свободными.

При далеких столкновениях, когда прицельный параметр больше размеров атома, отмеченные выше эффекты, характерные для близких столкновений, можно не учитывать, но необходимо принять во внимание связь электрона в атоме. Кроме этого, при релятивистских энергиях частица может взаимодействовать с большим числом атомов среды и необходимо учитывать изменение свойств среды полем пролетающей частицы [3]. Полная тормозная способность равна сумме потерь энергии в близких и далеких соударениях.

Ф. Блох уточнил квантовое рассмотрение Бете в борновском приближении и получил более общее выражение для потерь энергии на ионизацию, из которого результаты Бора и Бете получаются как предельные переходы соответственно при $Z_1 Z_2 v_B / v \ll 1$ и $Z_1 Z_2 v_B / v \sim 1$.

Формула Бете-Блоха для линейной тормозной способности (МэВ/см) тяжелых частиц с учетом релятивистских эффектов и дополнительных поправок, которые мы обсудим ниже, имеет следующий вид [29, 32, 34]:

$$\left(-\frac{dE}{dx} \right)_{col} = \frac{2\pi Z_1^2 n_0 Z_2 e^4}{m_e v^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e v^2 Q_{max}}{I^{*2} (1 - \beta^2)} \right) - 2\beta^2 - U - \delta \right], \quad (7.45)$$

где $\beta = v/c$, Q_{\max} – максимальная энергия, передаваемая частицей атомным электронам (см. главу 2, формула (2.7)), U – поправка на эффект связи электронов, δ – поправка на эффект плотности. Если полная энергия частицы $E_1 \ll m_1^2 c^4 / 2m_e c^2$, то

$$Q_{\max} \approx \frac{2m_e v^2}{1-\beta^2} = \frac{2m_e c^2 \beta^2}{1-\beta^2} \quad (7.46)$$

и формула (7.45) будет иметь следующий вид:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col} = \frac{2\pi Z_1^2 n_0 Z_2 e^4}{m_e v^2} \left[2 \ln \left(\frac{2m_e c^2}{I^*} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \right) - 2\beta^2 - U - \delta \right]. \quad (7.47)$$

Поправка U – *поправка на учет связи электронов на K и L-оболочках*. Она учитывает, что электроны этих оболочек (особенно в тяжелых веществах) менее эффективно воспринимают энергию от налетающей частицы, если ее скорость мала по сравнению с их скоростями (см. условие (5.33)). Эта поправка впервые была введена Бете и является суммой слагаемых, учитывающих различные оболочки атома

$$U = \frac{2C_K}{Z_2} + \frac{2C_L}{Z_2} + \dots, \quad (7.48)$$

где C_K и C_L – члены, относящиеся к K - и L -оболочкам соответственно (влиянием энергии связи более высоких оболочек пренебрегают). Поправки C_K и C_L малы при больших скоростях и их следует учитывать лишь тогда, когда скорость налетающей частицы уменьшается до скоростей порядка скорости электронов на K - и L -оболочках. Величина всей поправки U определяется первым слагаемым в выражении (7.48), т. е. поправкой для K -оболочки, которую обычно и учитывают. В работе [24] приводятся следующие эмпирические формулы для вычисления поправки на эффект связи K -оболочки:

$$C_K = qt \exp(-rt), \quad (7.49)$$

где

$$\begin{cases} q = 9,67 - 17,3p + 11p^2 \\ p = 0,6354 + 6,9 \cdot 10^{-3} Z_2 - 4,8 \cdot 10^{-5} Z_2^2 \\ r = 3,869 - 6,775p + 4,05p^2 \\ t = 0,024975(Z_2 - 0,3)^2 / T \quad (T \text{ в МэВ}). \end{cases}$$

Эффект плотности. Последний член в квадратной скобке формул (7.45) и (7.47) – δ учитывает *эффект поляризации среды (эффект плотности)*. Ионизационные потери с ростом энергии частицы сначала уменьшаются ($\sim 1/v^2$), но по мере приближения ее скорости к скорости света это происходит все медленнее. При скоростях $v \approx c$ коэффициент перед квадратной скобкой практически не зависит от энергии частицы, но логарифм с увеличением энергии возрастает за счет члена $(1-\beta^2)$ в знаменателе. Таким образом, потери энергии с увеличением скорости (энергии) частицы, пройдя через минимум, начинают

неограниченно возрастать. Это увеличение потерь определяется двумя обстоятельствами. Во-первых, с ростом энергии частицы из-за лоренцевой трансформации ее электромагнитного поля увеличивается радиус области в поперечном направлении относительно траектории частицы, где поле достаточно велико для ионизации и возбуждения атомов среды (возрастают потери энергии в далеких столкновениях). Во-вторых, в соответствии с выражением (2.7) возрастает максимальное значение энергии, передаваемой частицей атомному электрону.

Экспериментальная проверка формулы Бете-Блоха показала незначительный релятивистский рост потерь энергии. Причина этого заключается в следующем. До сих пор, рассматривая взаимодействие налетающей частицы с атомом, мы полагали атом изолированным. Однако при релятивистских энергиях частиц поперечные размеры их электромагнитного поля могут принимать макроскопические размеры. Для таких (далеких) столкновений необходимо принять во внимание экранирование электрического поля пролетающей частицы атомами среды. Под действием электрического поля частицы происходит смещение электронных оболочек атомов относительно равновесного состояния (поляризация атомов) и они приобретают дипольный момент, создающий собственное электрическое поле. Электрическое поле образовавшихся диполей экранирует поле частицы, что приводит к уменьшению потерь энергии при взаимодействии с далекими атомами в поперечном относительно импульса частицы направлении.

С учетом поляризации среды прекращается линейный (со скоростью частицы) рост максимального прицельного параметра ρ_{\max} , при котором частица еще эффективно передает энергию электронам среды. Расчеты показывают (см., например, [3]), что при $\rho > v/\omega_0$, где $\omega_0 = \sqrt{4\pi n_0 Z_2 e^2 / m_e}$ – плазменная (ленгмюровская) частота, поле частицы экспоненциально уменьшается. Атомные электроны, находящиеся на этих расстояниях получают гораздо меньшую энергию, чем в случае, когда поляризация среды не учитывается. Чем больше скорость частицы, тем больше поправка к потерям энергии за счет эффекта поляризации среды. В результате тормозная способность в релятивистской области энергий с увеличением энергии частицы возрастает незначительно и ее рост связан лишь с увеличением максимальной переданной энергии атомным электронам (см. выражение (2.7)).

Поляризация среды тем выше, чем выше ее плотность, поэтому этот эффект назван *эффектом плотности*. Впервые поправка на эффект плотности вещества δ была рассчитана Ферми, чьи результаты уточнялись затем другими авторами.

Расчеты эффекта плотности достаточно сложны, поэтому различными авторами предпринимались попытки описать эту поправку эмпирически на основе имеющихся экспериментальных и расчетных данных по тормозным способностям различных сред. В практических расчетах для вычисления эффекта плотности обычно используются выражения Штернхеймера [32, 39]:

$$\begin{cases} \delta = 4,606X + C + a(X_1 - X)^3 & X_0 < X < X_1 \\ \delta = 4,606X + C & X > X_1, \\ \delta = 0 & X < X_0 \end{cases} \quad (7.50)$$

где $X = \lg\left(\frac{p}{mc}\right)$; $C = -2 \ln\left(\frac{I^*}{28,8 \sqrt{\rho Z_2}}\right) - 1$; $a = \frac{|C| - 4,606 X_0}{(X_1 - X_0)^3}$.

Здесь p – импульс частицы, m – ее масса, ρ – плотность вещества (г/см^3), Z_2 , A – заряд и массовое число атомов вещества, I^* (эВ) – средняя энергия возбуждения. Значение I^* можно вычислить по эмпирической формуле

$$I^*/Z_2 \approx 9,76 + 58,8Z^{-1,19} \text{ (эВ)}.$$

Величина X_1 определяется из следующих условий:

Твердые и жидкие вещества.

Газы при нормальных условиях.

$$X_1 = 2 \quad \text{при } I^* < 100 \text{ эВ};$$

$$X_1 = 4 \quad \text{при } |C| < 12,25;$$

$$X_1 = 3 \quad \text{при } I^* \geq 100 \text{ эВ};$$

$$X_1 = 5 \quad \text{при } |C| \geq 12,25.$$

Значения X_0 находятся из соотношений:

Твердые и жидкие вещества.

Газы при нормальных условиях.

а) $I^* < 100$ эВ.

$$X_0 = 1,6 \quad \text{при } |C| < 10;$$

$$X_0 = 0,2 \quad \text{при } |C| < 3,681;$$

$$X_0 = 1,7 \quad \text{при } 10 \leq |C| < 10,5;$$

$$X_0 = 0,326|C| - 1 \quad \text{при } |C| \geq 3,681;$$

$$X_0 = 1,8 \quad \text{при } 10,5 \leq |C| < 11;$$

б) $I^* \geq 100$ эВ.

$$X_0 = 1,9 \quad \text{при } 11 \leq |C| < 11,5;$$

$$X_0 = 0,2 \quad \text{при } |C| < 5,215;$$

$$X_0 = 2,0 \quad \text{при } |C| < 13,804;$$

$$X_0 = 0,326|C| - 1,5 \quad \text{при } |C| \geq 5,215;$$

$$X_0 = 0,326|C| \quad \text{при } |C| \geq 13,804.$$

Следует отметить, что поправка на эффект плотности более существенна для легких заряженных частиц (электронов, позитронов) и мюонов, так как у тяжелых релятивистских адронов потери энергии определяются в основном ядерными взаимодействиями.

На рис. 7.11 представлены расчеты массовой тормозной способности свинца и воздуха для протонов (сплошные кривые 1 и 2). Для энергий более 1 МэВ расчеты выполнены в соответствии с формулой Бете-Блоха. Как следует из этого рисунка и из сравнения формулы Бете-Блоха с формулой (7.34), которая получена в квазиклассическом приближении, в нерелятивистской области энергий без поправок U и δ обе формулы совпадают. Хорошее согласие выражений для тормозной способности, полученных классическим способом и в рамках квантовой механики, можно объяснить следующим образом. Основное предположение, которое используется в этих методах расчета, – это условие, что скорость налетающей частицы много больше средней скорости атомных электронов. Поскольку у большинства электронов (на верхних оболочках) энергия связи мала, то это условие означает, что процесс столкновения частицы с большинством атомных электронов можно считать упругим (не учитывая энергию связи). В этом случае сечение рассеяния описывается формулой Резерфорда (рассеяние в поле точечного заряда), которая, как уже отмечалось, имеет одинаковый вид и в классической, и в квантовой механике.

Естественно, что все замечания, сделанные выше для квазиклассической формулы, относительно зависимости тормозной способности от скорости частицы, ее заряда и свойств среды остаются справедливыми и для формулы Бете-Блоха.

Численные значения потерь энергии на столкновения в различных веществах для протонов и альфа-частиц в виде таблиц имеются в работах [22, 24]. В табл. 7.3 приведены значения тормозных способностей некоторых чистых веществ и соединений для протонов в области энергий от 10 кэВ до 1000 МэВ. Для энергий менее 1 МэВ расчеты выполнены в соответствии с работами [40, 41], а для энергий более 1 МэВ расчеты проводились по формуле Бете-Блоха с соответствующими поправками.

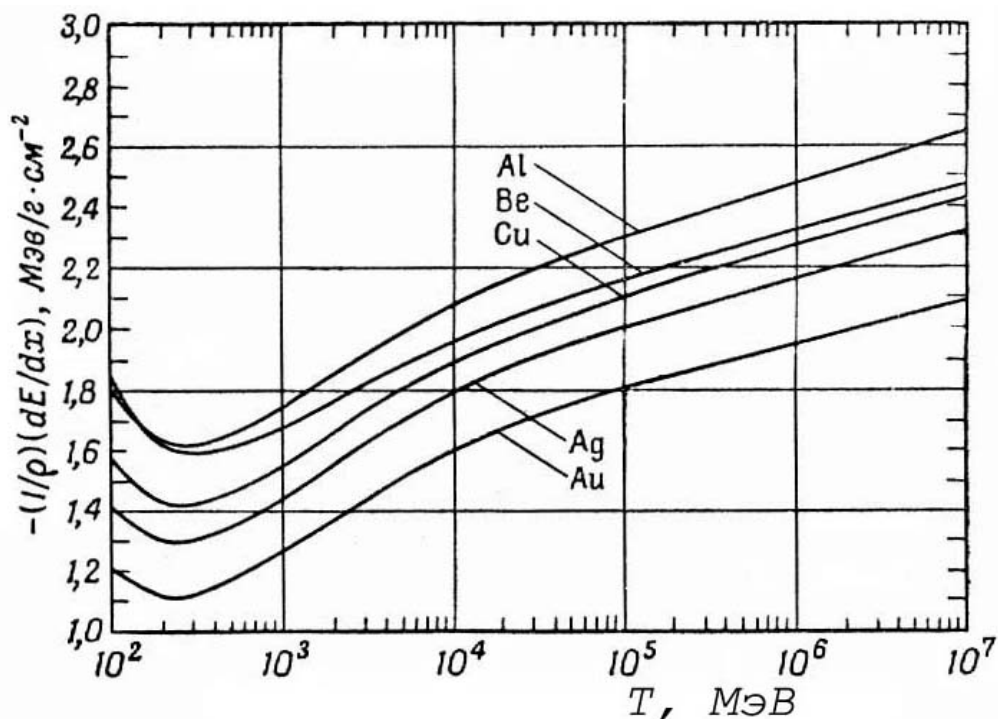


Рис. 7.13. Зависимость потерь энергии мюонов на столкновения от их энергии

На рис. 7.13 приведена массовая тормозная способность некоторых веществ для мюонов [32]. Мюоны, которые в 207 раз тяжелее электронов, также как электроны и позитроны относятся к классу лептонов и не испытывают сильных взаимодействий. При энергиях менее ~ 100 ГэВ мюоны теряют энергию в основном на ионизацию и возбуждение атомов и могут проходить даже в плотном веществе большие расстояния. Например, мюоны космических лучей легко проникают через атмосферу и могут углубляться в грунт до нескольких км, а защита от мюонных пучков Серпуховского протонного синхротрона на энергию 70 ГэВ составляет несколько десятков метров стали.

Расчеты тормозной способности для мюонов удобно проводить по следующей формуле [30]:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col,\mu} = 0,153 \frac{Z_2}{A} \frac{1}{\beta^2} (B + 0,69 + 2 \ln \beta\gamma - 2\beta^2 - \delta) \left(\frac{\text{МэВ см}^2}{\text{г}}\right), \quad (7.51)$$

где $B = \ln(m_e c^2 Q_{\max} / I^{*2})$, Q_{\max} – максимальная энергия, передаваемая мюоном атомному электрону при столкновении – формула (2.7), δ – поправка на эффект плотности.

Таблица 7.3

Массовая тормозная способность веществ на столкновения для протонов
(МэВ · см² · г⁻¹). Под названием вещества – его плотность (г · см⁻³)

Е, МэВ	Углерод 2,265	Алюминий 2,7	Титан 4,54	Железо 7,874	Олово 7,31	Вольфрам 19,3	Свинец 11,35
0,01	465,4	271,6	190,6	144,5	100,9	59,52	65,06
0,015	515,1	326,0	228,8	173,5	121,2	71,43	78,08
0,02	553,5	371,1	260,4	197,4	137,9	81,31	88,87
0,03	608,5	431,2	306,4	241,2	161,6	99,70	102,9
0,04	643,3	458,1	334,7	264,6	175,7	113,4	110,0
0,05	667,2	472,0	355,0	282,3	186,0	121,3	115,4
0,06	682,9	477,1	369,2	297,0	193,5	125,6	119,6
0,08	696,7	471,8	384,9	314,4	202,2	129,0	125,1
0,1	694,4	456,6	388,9	319,3	205,3	129,4	127,9
0,15	652,7	411,9	373,2	307,3	200,4	125,7	128,2
0,2	593,6	374,3	344,9	286,3	188,4	119,9	123,5
0,3	486,5	320,2	291,0	247,6	163,5	108,1	110,2
0,4	410,1	282,6	251,1	218,0	143,8	98,12	97,99
0,5	356,8	254,2	222,2	195,4	128,9	89,91	88,37
0,6	318,1	231,6	200,4	177,7	117,5	83,18	80,98
0,8	265,1	197,9	169,4	151,6	101,0	72,83	70,57
1,0	231,0	173,6	148,0	133,2	89,43	65,24	63,53
1,5	172,8	133,2	114,5	104,0	71,07	52,74	52,44
2,0	140,5	109,9	94,67	86,68	59,95	45,00	45,52
3,0	104,0	82,92	71,52	66,37	46,73	35,68	36,81
4,0	83,65	67,42	58,19	54,62	38,94	30,10	31,34
5,0	70,42	57,22	49,68	46,84	33,71	26,33	27,50
6,0	61,08	49,95	43,54	41,24	29,91	23,56	24,64
8,0	48,68	40,19	35,24	33,83	24,70	19,73	20,59
10,0	40,75	33,87	29,82	28,72	21,26	17,17	17,84
15,0	29,41	24,73	21,92	21,22	16,12	13,28	13,63
20,0	23,31	19,74	17,58	17,06	13,41	11,04	11,20
30,0	16,79	14,35	12,85	12,52	9,989	8,697	8,439
40,0	13,32	11,45	10,29	10,05	8,090	7,085	6,830
50,0	11,14	9,627	8,671	8,484	6,871	6,043	5,830
60,0	9,653	8,364	7,547	7,394	6,016	5,309	5,125
80,0	7,723	6,724	6,083	5,970	4,891	4,338	4,190
100	6,525	5,700	5,167	5,077	4,178	3,719	3,594
150	4,871	4,280	3,891	3,831	3,176	2,844	2,750
200	4,017	3,542	3,226	3,180	2,648	2,380	2,303
300	3,146	2,786	2,544	2,511	2,102	1,899	1,838
400	2,709	2,406	2,200	2,174	1,825	1,653	1,602
500	2,451	2,181	1,996	1,974	1,661	1,508	1,461
600	2,283	2,034	1,864	1,844	1,554	1,413	1,370
800	2,085	1,862	1,708	1,692	1,429	1,302	1,264
1000	1,978	1,769	1,625	1,610	1,363	1,243	1,208

Продолжение табл. 7.3

E, МэВ	Воздух 0,00129	Вода 1,0	Лавсан 1,33	Стекло 2,5	NaI 3,667	Кость 1,5	Дерево 0,6
0,01	378,6	417,2	393,1	286,6	137,4	349,1	428,8
0,015	450,4	484,9	451,3	344,0	165,0	406,6	488,2
0,02	506,7	540,0	498,3	391,6	187,8	453,4	535,8
0,03	590,5	620,7	564,4	458,1	221,6	516,7	604,4
0,04	648,4	672,2	604,1	495,6	243,5	552,0	647,6
0,05	687,8	709,3	632,4	521,0	259,3	577,8	678,2
0,06	713,3	735,8	652,3	537,6	270,3	596,3	699,5
0,08	734,3	765,6	674,1	552,1	281,5	617,4	722,0
0,1	729,2	774,0	679,1	550,9	283,0	623,2	726,0
0,15	667,4	745,9	652,7	518,5	266,4	600,5	693,5
0,2	592,4	690,5	604,2	475,5	241,9	556,4	638,3
0,3	474,7	576,9	506,1	399,5	200,7	466,8	530,2
0,4	398,5	488,0	429,8	343,1	173,1	397,1	448,4
0,5	346,7	426,2	375,3	301,5	154,1	347,1	391,2
0,6	309,1	376,8	333,4	270,2	140,2	308,6	347,0
0,8	257,1	309,3	275,9	226,2	120,5	255,5	286,7
1,0	222,2	265,2	238,4	196,5	106,8	220,7	247,5
1,5	165,4	198,2	178,9	150,4	82,37	166,8	185,2
2,0	134,9	160,7	145,5	123,0	69,57	136,3	150,4
3,0	100,3	118,6	107,8	92,21	54,16	101,5	111,2
4,0	80,87	95,14	86,70	74,68	44,99	81,65	89,33
5,0	68,20	79,99	73,01	63,21	38,81	68,91	75,16
6,0	59,24	69,33	63,35	55,06	34,32	59,89	65,17
8,0	47,30	55,19	50,51	44,15	28,16	47,88	51,92
10,0	39,65	46,17	42,29	37,12	24,08	40,17	43,45
15,0	28,68	33,29	30,54	26,99	18,04	29,11	31,35
20,0	22,76	26,36	24,21	21,48	14,10	23,12	24,83
30,0	16,42	18,97	17,44	15,56	10,45	16,70	17,88
40,0	13,03	15,04	13,84	12,39	8,443	13,27	14,18
50,0	10,91	12,57	11,58	10,39	7,156	11,12	11,86
60,0	9,459	10,88	10,03	9,021	6,256	9,647	10,27
80,0	7,572	8,705	8,026	7,237	5,073	7,730	8,217
100	6,400	7,351	6,781	6,126	4,328	6,538	6,941
150	4,782	5,484	5,062	4,588	3,280	4,889	5,180
200	3,945	4,520	4,175	3,791	2,730	4,036	4,271
300	3,092	3,538	3,269	2,977	2,163	3,166	3,344
400	2,663	3,045	2,815	2,567	1,876	2,728	2,879
500	2,410	2,754	2,547	2,325	1,706	2,470	2,604
600	2,246	2,565	2,373	2,168	1,596	2,302	2,426
800	2,052	2,342	2,167	1,983	1,466	2,104	2,215
1000	1,948	2,222	2,057	1,884	1,397	1,997	2,102

Правило Брэгга. Если среда, в которой движется заряженная частица, состоит из атомов различного сорта, то тормозная способность такой среды определяется в соответствии с правилом Брэгга. Для вещества, представляющего собой химическое соединение A_mB_n из атомов A и B , его тормозная способность складывается с соответствующими весами из тормозных способностей составляющих его химических элементов:

$$\left(-dE/dx\right)_{A_mB_n} = m\left(-dE/dx\right)_A + n\left(-dE/dx\right)_B. \quad (7.52)$$

Правило Брэгга предполагает, что химическая связь между атомами в молекулах не влияет на взаимодействие пролетающей частицы с атомными электронами. На самом деле это не так, но учет этой связи дает поправку к формуле (7.52) не более нескольких процентов [4].

7.5. Торможение в веществе тяжелых многозарядных ионов

Торможение тяжелых многозарядных ионов в веществе во многом отличается от торможения быстрых протонов и альфа-частиц. В этом случае, наряду с процессами «чистой» ионизации, когда заряд падающего иона после ионизации атома не изменяется, имеют место процессы столкновений (связанные с потерями энергии), в которых ион может обмениваться электронами с атомами среды, захватывать атомные электроны или терять часть приобретенных электронов. Все эти процессы, которые называются *перезарядкой*, не играют заметной роли для ионов водорода и гелия, но приводят к заметному изменению зарядового состояния пролетающего многозарядного иона. Квантовое рассмотрение процессов перезарядки показывает следующие закономерности [33]:

- 1) быстрый ион с зарядом Z_1 захватывает электроны вещества только на такие орбиты, на которых их скорость $u_n = v_B Z_1 / n$ (где n – главное квантовое число) больше скорости самого иона – v ;
- 2) при взаимодействии с веществом ион теряет те электроны, скорость движения которых $u_n < v$.

Если в вещество попадает быстрый ион с зарядом Z_1 , полностью лишенный электронов, то в результате столкновений с атомами его скорость уменьшается. Когда она становится сравнимой со скоростью орбитальных атомных электронов мишени, то вероятность захвата этих электронов ионом возрастает, и он постепенно обрастает облаком связанных электронов. Положительный заряд иона уменьшается. Однако, по мере увеличения числа захваченных электронов, они начинают занимать орбиты с большими квантовыми числами и меньшими скоростями движения. В результате все более существенным становится обратный процесс – потеря проходящим ионом части приобретенных электронов.

Эти свойства перезарядки используются в настоящее время для получения многозарядных ионов. Для этого быстрые ионы с небольшим зарядом (или атомы) пропускают через тонкий слой вещества, в котором они теряют часть своих электронов, расположенных на дальних орбитах.

Из сказанного следует, что при прохождении многозарядных ионов через вещество из-за процессов перезарядки их заряд непрерывно меняется, а так как ионизационные потери пропорциональны квадрату заряда частицы, то величина тормозной способности вдоль трека частицы непрерывно меняется.

Для характеристики торможения многозарядных ионов вводят особое понятие – *эффективный заряд*. Он определяется как отношение фактического значения тормозной способности иона (A) к тормозной способности протона при той же скорости [4]:

$$Z_{эфф} = \sqrt{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_A / \left(-\frac{dE}{dx}\right)_p}. \quad (7.53)$$

Эффективный заряд $Z_{эфф}$ может изменяться в широком интервале: он мал при небольших скоростях иона и стремится к заряду ядра иона – Z_1 при больших скоростях. Зависимость $Z_{эфф}$ от скорости иона обычно записывают в виде:

$$Z_{эфф} = \gamma(v) Z_1, \quad (7.54)$$

а для коэффициента $\gamma(v)$ используют аппроксимационные формулы, полученные на основе экспериментальных данных. Например, в работе [25] приводятся следующие выражения:

$$\gamma = \sqrt{1 - \exp(-24,73x + 247,6x^2 - 1131x^3)}, \quad (7.55)$$

где $x = T Z_1^{-4/3}$, T – (кэВ/а. е. м.) или

$$\gamma = 1 - \exp\left(-Z_1^{-2/3} v/v_B\right), \quad (7.56)$$

справедливое для $Z_1 > 6$.

Используя формулы (7.53) и (7.54), можно выразить ионизационные потери тяжелых ионов через тормозную способность протонов.

Численные значения потерь энергии на столкновения в различных веществах для многозарядных ионов имеются, например, в работе [22].

7.6. Тормозная способность медленных тяжелых заряженных частиц

Весь энергетический диапазон, в котором происходит замедление частицы, условно можно разбить на три области (рис. 7.14) [2]. Если скорость тяжелой заряженной частицы или иона велика по сравнению со средней скоростью атомных электронов (область 3 на рис. 7.14), то потери энергии на столкновения описываются формулой Бете-Блоха. Левая граница этой области энергий соответствует уменьшению тормозной способности с увеличением энергии частицы.

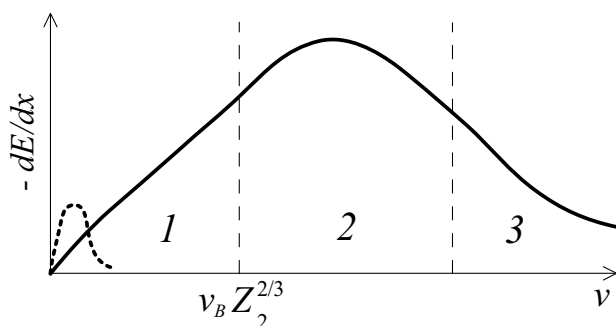


Рис. 7.14. Энергетические диапазоны, в которых реализуются различные механизмы взаимодействия ионов с атомами: сплошная линия – ионизационные потери энергии, штриховая – упругие потери

ссылаются формулой Бете-Блоха. Левая граница этой области энергий соответствует уменьшению тормозной способности с увеличением энергии частицы. Например, для протонов (рис. 7.11, кривые 1 и 2) это энергии выше примерно 1 МэВ.

Максимум кривой потерь энергии находится при скоростях частиц,

сравнимых со средней скоростью атомных электронов – \bar{u} (область 2 на рис. 7.14). Энергию, при которой потери энергии достигают максимального значения, можно оценить из выражения [30]:

$$T_{\max} \approx \frac{\alpha^2 m c^2}{2} Z_2^{2/3}, \quad (7.57)$$

где m – масса частицы, α – постоянная тонкой структуры. В области 2 при расчетах тормозной способности необходимо учитывать такие квантовые эффекты, как перезарядка, передача возбуждения, обмен электронами и т. д. [28]. Формула Бете-Блоха в этой области энергий неприменима. Здесь затрудняется передача энергии от частицы электронам оболочек с большой энергией (особенно К) и значение эффективной энергии возбуждения должно быть другим.

Для медленных частиц, скорость которых $v < \bar{u}$ (область 1 на рис. 7.14), тормозная способность вещества уменьшается с уменьшением скорости частицы и характер зависимости тормозной способности от скорости становится противоположным тому, что имеет место для быстрых частиц.

При дальнейшем уменьшении энергии частицы уменьшается доля столкновений, приводящих к ионизации и возбуждению атомов среды. В потерях энергии увеличивается роль упругих столкновений, так как ион захватывает большое количество электронов и превращается в нейтральный атом.

Наконец, при энергиях частиц порядка эВ они уже не могут ни ионизовать, ни возбудить атомы среды. Дальнейшее замедление таких частиц происходит лишь благодаря упругим столкновениям. Процесс движения частиц приобретает диффузионный характер, сопровождающийся многократным изменением направления и скорости частиц, и они включаются в общее тепловое движение атомов среды.

Теоретическим рассмотрением процесса прохождения медленных заряженных частиц через вещество занимались многие авторы, например, Ферми, Линдхард, Фирсов, и ими получены различные формулы для описания потерь энергии таких частиц. Приведем лишь одну формулу – формулу Линдхарда-Шарффа, которая получена в рамках модели атома Томаса-Ферми [11]:

$$\left(-\frac{dE}{dx} \right)_{col} = 10827 Z_1^{1/6} \frac{Z_1 Z_2}{(Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{3/2}} \frac{v}{v_B} \left(\frac{\text{МэВ см}^2}{\text{г}} \right). \quad (7.58)$$

Формула (7.58) справедлива при низких энергиях, где потери энергии возрастают с увеличением скорости частицы. Она передает лишь общую тенденцию зависимости тормозной способности от атомного номера вещества и не учитывает экспериментально обнаруженных периодических изменений потерь энергии с изменением Z_2 , которые связаны с уровнем заполнения электронных оболочек атомов среды.

Наиболее сложной для теоретического описания является область промежуточных энергий, где скорость частицы сравнима со средней скоростью атомных электронов, а тормозная способность переходит через максимум (рис. 7.14). В этой области энергий (по сравнению с областью больших энергий) различные теории потерь энергии не дают количественных результатов, которые можно было бы использовать в точных расчетах. При небольших энергиях частиц, когда не работает формула Бете-Блоха, обычно используют различные эмпирические выражения, полученные на основе экспериментальных данных. Удобная

эмпирическая формула для тормозной способности тяжелых заряженных частиц предложена в работе [25]. Она справедлива и для медленных, и для быстрых частиц, а при больших энергиях переходит в формулу Бете-Блоха. Для расчетов по этой формуле должны быть заданы три параметра, которые табулированы в зависимости от атомного номера атомов среды.

7.7. Потери на столкновения легких заряженных частиц

Теория, развитая Бете для вычисления тормозной способности вещества, применима как к тяжелым частицам, так и к легким. Однако выражение для ионизационных потерь энергии на единице пути для электронов и позитронов отличается от аналогичного выражения для тяжелых частиц. Основная причина этого заключается в том, что приведенная масса системы из двух частиц (атомный электрон и налетающая частица) отличаются в этих двух случаях примерно в два раза. Кроме того, при столкновении идентичных частиц необходимо учитывать обменные эффекты.

С учетом этих замечаний и с учетом поправки на эффект плотности формула Бете-Блоха для массовой тормозной способности электронов и позитронов (получена Бете) имеет следующий вид [34]:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col} = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} N_A \frac{Z_2}{A} \left[\ln \left(\frac{\beta^2}{1-\beta^2} \frac{\epsilon}{2(I^*/m_e c^2)^2} \right) + F^\pm(\epsilon) - \delta \right], \quad (7.59)$$

где $\epsilon = T/m_e c^2$, $F^-(\epsilon)$ – функция для электронов, $F^+(\epsilon)$ – соответственно для позитронов

$$F^-(\epsilon) = (1-\beta^2) \left[1 + \epsilon^2/8 - (2\epsilon+1) \ln 2 \right], \quad (7.59a)$$

$$F^+(\epsilon) = 2 \ln 2 - \frac{\beta^2}{12} \left[23 + \frac{14}{\epsilon+2} + \frac{10}{(\epsilon+2)^2} + \frac{4}{(\epsilon+2)^3} \right]. \quad (7.59b)$$

В литературе выражение (7.59) часто также называют формулой Бете-Блоха.

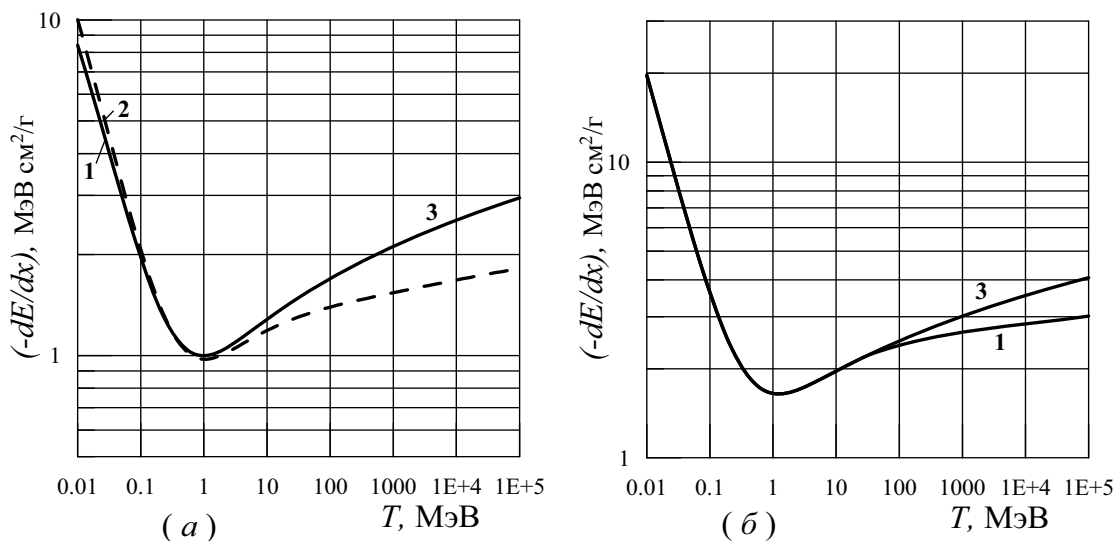


Рис. 7.15. Тормозная способность свинца (а) и воздуха (б) для электронов – сплошные кривые и позитронов – пунктирная кривая на рис. (а) Кривые 1, 2 – с учетом эффекта плотности, 3 – без учета поправки на эффект плотности

Таблица 7.4

Массовая тормозная способность различных веществ ($\text{МэВ} \times \text{см}^2 / \text{г}$) для электронов:
 $(-dE/dx)_{col}$ – на столкновения, $(-dE/dx)_{rad}$ – на излучение, $(-dE/dx)$ – полная.

Обозначения: $3,161-3 = 0,003161$

Т, МэВ	Углерод			Алюминий		
	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$
0,01	20,08	3,161-3	20,08	16,43	6,542-3	16,44
0,015	14,66	3,132-3	14,66	12,16	6,614-3	12,17
0,02	11,73	3,129-3	11,74	9,811	6,781-3	9,818
0,03	8,601	3,172-3	8,604	7,263	6,973-3	7,270
0,04	6,931	3,181-3	6,935	5,890	7,038-3	5,897
0,05	5,886	3,182-3	5,890	5,024	7,092-3	5,031
0,06	5,168	3,221-3	5,171	4,426	7,184-3	4,433
0,08	4,242	3,312-3	4,246	3,651	7,293-3	3,658
0,1	3,670	3,381-3	3,674	3,170	7,407-3	3,177
0,15	2,888	3,647-3	2,892	2,509	7,900-3	2,517
0,2	2,492	3,876-3	2,495	2,173	8,293-3	2,181
0,3	2,101	4,410-3	2,105	1,841	9,389-3	1,851
0,4	1,916	5,083-3	1,921	1,685	1,071-2	1,696
0,5	1,809	5,894-3	1,815	1,596	1,215-2	1,609
0,6	1,741	6,703-3	1,747	1,541	1,341-2	1,554
0,8	1,666	8,236-3	1,674	1,482	1,684-2	1,498
1,0	1,631	1,033-2	1,641	1,456	2,069-2	1,477
1,5	1,604	1,562-2	1,620	1,443	3,133-2	1,474
2,0	1,606	2,206-2	1,628	1,452	4,291-2	1,495
3,0	1,626	3,524-2	1,661	1,482	6,754-2	1,550
4,0	1,648	5,033-2	1,698	1,510	9,524-2	1,605
5,0	1,666	6,703-2	1,733	1,534	1,257-1	1,659
6,0	1,682	8,274-2	1,765	1,554	1,553-1	1,709
8,0	1,708	1,162-1	1,824	1,586	2,184-1	1,804
10,0	1,728	1,527-1	1,881	1,611	2,863-1	1,897
15,0	1,763	2,454-1	2,009	1,655	4,557-1	2,110
20,0	1,787	3,465-1	2,134	1,684	6,530-1	2,337
30,0	1,820	5,124-1	2,332	1,725	9,166-1	2,641
40,0	1,842	7,518-1	2,594	1,752	1,387+0	3,139
50,0	1,859	9,641-1	2,823	1,772	1,756+0	3,528
60,0	1,873	1,179+0	3,053	1,788	2,140+0	3,928
80,0	1,896	1,616+0	3,512	1,812	2,916+0	4,728
100	1,913	2,060+0	3,973	1,831	3,691+0	5,522
150	1,944	3,167+0	5,111	1,863	5,685+0	7,548
200	1,966	4,278+0	6,244	1,885	7,702+0	9,587
300	1,997	6,542+0	8,539	1,916	1,175+1	13,67
400	2,019	8,823+0	10,84	1,937	1,583+1	17,76
500	2,036	1,111+1	13,15	1,954	1,993+1	21,88
600	2,050	1,341+1	15,46	1,967	2,402+1	25,99
800	2,072	1,802+1	20,09	1,988	3,224+1	34,23
1000	2,089	2,263+1	24,72	2,005	4,047+1	42,48

Продолжение табл. 7.4

T, МэВ	Титан			Железо		
	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$
0,01	14,42	9,876-3	14,43	13,84	1,136-2	13,85
0,015	10,75	1,021-2	10,76	10,37	1,184-2	10,38
0,02	8,711	1,058-2	8,722	8,431	1,231-2	8,444
0,03	6,485	1,114-2	6,496	6,300	1,312-2	6,313
0,04	5,276	1,142-2	5,287	5,137	1,358-2	5,151
0,05	4,511	1,170-2	4,523	4,399	1,407-2	4,413
0,06	3,981	1,202-2	3,993	3,887	1,460-2	3,902
0,08	3,293	1,231-2	3,305	3,221	1,501-2	3,236
0,1	2,864	1,255-2	2,877	2,805	1,534-2	2,820
0,15	2,274	1,340-2	2,288	2,232	1,639-2	2,248
0,2	1,974	1,407-2	1,988	1,939	1,723-2	1,956
0,3	1,677	1,582-2	1,693	1,651	1,932-2	1,670
0,4	1,538	1,792-2	1,555	1,515	2,184-2	1,537
0,5	1,459	2,017-2	1,479	1,439	2,451-2	1,463
0,6	1,410	2,260-2	1,433	1,391	2,762-2	1,418
0,8	1,360	2,789-2	1,388	1,341	3,386-2	1,375
1,0	1,338	3,399-2	1,372	1,320	4,115-2	1,361
1,5	1,330	5,049-2	1,381	1,313	6,067-2	1,373
2,0	1,342	6,883-2	1,411	1,324	8,257-2	1,407
3,0	1,373	1,075-1	1,480	1,355	1,285-1	1,483
4,0	1,401	1,503-1	1,551	1,383	1,790-1	1,562
5,0	1,424	1,968-1	1,621	1,406	2,335-1	1,640
6,0	1,444	2,414-1	1,685	1,426	2,857-1	1,712
8,0	1,475	3,357-1	1,811	1,457	3,956-1	1,853
10,0	1,500	4,366-1	1,936	1,482	5,129-1	1,994
15,0	1,542	7,138-1	2,256	1,524	8,466-1	2,371
20,0	1,571	1,003+0	2,575	1,553	1,182+0	2,736
30,0	1,610	1,316+0	2,926	1,592	1,507+0	3,100
40,0	1,636	2,094+0	3,731	1,618	2,458+0	4,076
50,0	1,656	2,651+0	4,307	1,638	3,111+0	4,749
60,0	1,671	3,231+0	4,902	1,653	3,792+0	5,446
80,0	1,695	4,406+0	6,100	1,677	5,175+0	6,853
100	1,712	5,590+0	7,302	1,695	6,572+0	8,267
150	1,743	8,594+0	10,34	1,726	1,010+1	11,83
200	1,765	1,162+1	13,39	1,748	1,365+1	15,40
300	1,794	1,772+1	19,51	1,777	2,080+1	22,58
400	1,814	2,385+1	25,66	1,798	2,800+1	29,80
500	1,830	3,000+1	31,83	1,814	3,521+1	37,03
600	1,843	3,615+1	38,00	1,827	4,243+1	44,26
800	1,863	4,849+1	50,35	1,848	5,690+1	58,75
1000	1,879	6,085+1	62,72	1,863	7,138+1	73,24

Продолжение табл. 7.4

T, МэВ	Олово			Вольфрам		
	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$
0,01	10,71	1,645-2	10,73	8,944	1,971-2	8,964
0,015	8,159	1,816-2	8,177	6,922	2,213-2	6,945
0,02	6,697	1,961-2	6,717	5,735	2,456-2	5,759
0,03	5,061	2,141-2	5,083	4,381	2,765-2	4,408
0,04	4,156	2,248-2	4,179	3,620	2,961-2	3,650
0,05	3,576	2,395-2	3,600	3,129	3,234-2	3,161
0,06	3,171	2,540-2	3,197	2,784	3,511-2	2,819
0,08	2,641	2,688-2	2,668	2,329	3,808-2	2,367
0,1	2,309	2,817-2	2,337	2,043	4,060-2	2,083
0,15	1,848	3,071-2	1,879	1,644	4,539-2	1,689
0,2	1,612	3,294-2	1,645	1,439	5,000-2	1,489
0,3	1,379	3,763-2	1,417	1,237	5,777-2	1,294
0,4	1,271	4,201-2	1,313	1,142	6,499-2	1,207
0,5	1,212	4,706-2	1,259	1,092	7,252-2	1,165
0,6	1,179	5,228-2	1,231	1,064	8,078-2	1,145
0,8	1,147	6,363-2	1,211	1,038	9,462-2	1,132
1,0	1,138	7,456-2	1,212	1,030	1,115-1	1,141
1,5	1,144	1,089-1	1,253	1,038	1,593-1	1,197
2,0	1,162	1,455-1	1,307	1,056	2,080-1	1,264
3,0	1,199	2,212-1	1,420	1,091	3,123-1	1,404
4,0	1,230	3,022-1	1,532	1,121	4,215-1	1,542
5,0	1,255	3,876-1	1,643	1,145	5,348-1	1,680
6,0	1,276	4,730-1	1,749	1,165	6,537-1	1,818
8,0	1,309	6,517-1	1,961	1,196	8,992-1	2,095
10,0	1,334	8,406-1	2,175	1,219	1,152+0	2,371
15,0	1,378	1,343+0	2,721	1,261	1,824+0	3,085
20,0	1,407	1,853+0	3,259	1,288	2,406+0	3,695
30,0	1,445	2,285+0	3,730	1,325	2,840+0	4,164
40,0	1,471	3,905+0	5,376	1,349	5,104+0	6,453
50,0	1,490	4,961+0	6,451	1,367	6,443+0	7,810
60,0	1,504	6,033+0	7,537	1,381	7,840+0	9,221
80,0	1,527	8,220+0	9,747	1,402	1,073+1	12,13
100	1,544	1,043+1	11,97	1,418	1,366+1	15,08
150	1,573	1,599+1	17,57	1,446	2,084+1	22,28
200	1,592	2,161+1	23,20	1,465	2,800+1	29,46
300	1,619	3,280+1	34,41	1,490	4,264+1	44,13
400	1,638	4,395+1	45,59	1,508	5,732+1	58,83
500	1,653	5,506+1	56,71	1,522	7,204+1	73,56
600	1,664	6,633+1	67,99	1,533	8,660+1	88,14
800	1,683	8,888+1	90,56	1,551	1,155+2	117,1
1000	1,697	1,115+2	113,2	1,565	1,443+2	145,9

Продолжение табл. 7.4

T, МэВ	Свинец			Воздух		
	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$
0,01	8,399	2,061-2	8,420	19,69	3,902-3	19,69
0,015	6,539	2,368-2	6,563	14,40	3,877-3	14,40
0,02	5,435	2,590-2	5,461	11,54	3,889-3	11,54
0,03	4,168	3,000-2	4,198	8,465	3,946-3	8,469
0,04	3,452	3,196-2	3,484	6,826	3,955-3	6,830
0,05	2,988	3,485-2	3,023	5,800	3,956-3	5,804
0,06	2,661	3,785-2	2,699	5,094	4,003-3	5,098
0,08	2,231	4,139-2	2,272	4,184	4,106-3	4,188
0,1	1,958	4,432-2	2,003	3,621	4,186-3	3,625
0,15	1,579	4,986-2	1,629	2,851	4,503-3	2,856
0,2	1,384	5,523-2	1,439	2,461	4,770-3	2,466
0,3	1,191	6,444-2	1,255	2,076	5,418-3	2,081
0,4	1,101	7,266-2	1,174	1,894	6,226-3	1,900
0,5	1,054	8,120-2	1,135	1,794	7,180-3	1,801
0,6	1,027	9,017-2	1,117	1,734	8,113-3	1,742
0,8	1,004	1,059-1	1,110	1,674	1,001-2	1,684
1,0	1,000	1,252-1	1,125	1,651	1,248-2	1,664
1,5	1,015	1,768-1	1,191	1,650	1,887-2	1,669
2,0	1,037	2,270-1	1,264	1,673	2,646-2	1,700
3,0	1,079	3,378-1	1,416	1,728	4,211-2	1,770
4,0	1,112	4,521-1	1,564	1,777	5,995-2	1,837
5,0	1,138	5,690-1	1,707	1,819	7,966-2	1,899
6,0	1,160	6,956-1	1,855	1,856	9,834-2	1,954
8,0	1,194	9,565-1	2,150	1,916	1,382-1	2,054
10,0	1,219	1,224+0	2,443	1,964	1,815-1	2,146
15,0	1,263	1,928+0	3,191	2,054	2,910-1	2,345
20,0	1,292	2,552+0	3,844	2,119	4,121-1	2,531
30,0	1,330	3,041+0	4,372	2,210	5,664-1	2,777
40,0	1,356	5,335+0	6,691	2,264	8,870-1	3,150
50,0	1,374	6,783+0	8,157	2,300	1,134+0	3,435
60,0	1,389	8,248+0	9,637	2,329	1,386+0	3,716
80,0	1,410	1,129+1	12,70	2,373	1,897+0	4,270
100	1,427	1,438+1	15,80	2,404	2,416+0	4,821
150	1,454	2,204+1	23,49	2,458	3,713+0	6,171
200	1,473	2,977+1	31,24	2,493	5,017+0	7,510
300	1,499	4,517+1	46,67	2,539	7,667+0	10,21
400	1,516	6,052+1	62,04	2,570	1,034+1	12,91
500	1,530	7,580+1	77,33	2,592	1,302+1	15,61
600	1,541	9,131+1	92,86	2,610	1,571+1	18,32
800	1,558	1,223+2	123,9	2,636	2,109+1	23,73
1000	1,572	1,534+2	155,0	2,656	2,649+1	29,15

Продолжение табл. 7.4

T, МэВ	Вода			Лавсан		
	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$
0,01	22,87	3,898-3	22,88	20,90	3,759-3	20,90
0,015	16,67	3,877-3	16,68	15,26	3,734-3	15,27
0,02	13,33	3,896-3	13,33	12,22	3,746-3	12,22
0,03	9,758	3,962-3	9,762	8,956	3,803-3	8,960
0,04	7,857	3,969-3	7,861	7,218	3,810-3	7,221
0,05	6,668	3,970-3	6,672	6,130	3,811-3	6,133
0,06	5,852	4,015-3	5,856	5,382	3,856-3	5,386
0,08	4,800	4,116-3	4,804	4,418	3,955-3	4,422
0,1	4,151	4,197-3	4,155	3,822	4,033-3	3,826
0,15	3,263	4,516-3	3,268	3,008	4,341-3	3,012
0,2	2,814	4,786-3	2,819	2,595	4,601-3	2,600
0,3	2,370	5,444-3	2,376	2,188	5,231-3	2,193
0,4	2,161	6,265-3	2,167	1,995	6,018-3	2,001
0,5	2,045	7,228-3	2,052	1,888	6,947-3	1,895
0,6	1,975	8,153-3	1,983	1,822	7,851-3	1,830
0,8	1,900	1,008-2	1,910	1,752	9,687-3	1,762
1,0	1,867	1,256-2	1,880	1,720	1,209-2	1,733
1,5	1,847	1,903-2	1,866	1,701	1,830-2	1,719
2,0	1,856	2,668-2	1,882	1,708	2,569-2	1,733
3,0	1,886	4,247-2	1,928	1,735	4,091-2	1,775
4,0	1,915	6,049-2	1,975	1,760	5,828-2	1,819
5,0	1,939	8,035-2	2,019	1,782	7,746-2	1,860
6,0	1,959	9,923-2	2,058	1,801	9,564-2	1,896
8,0	1,990	1,395-1	2,130	1,830	1,344-1	1,964
10,0	2,014	1,832-1	2,197	1,852	1,766-1	2,028
15,0	2,056	2,936-1	2,349	1,890	2,831-1	2,173
20,0	2,083	4,164-1	2,500	1,916	4,010-1	2,317
30,0	2,120	6,408-1	2,761	1,950	6,170-1	2,567
40,0	2,145	8,980-1	3,043	1,974	8,650-1	2,839
50,0	2,164	1,148+0	3,312	1,992	1,106+0	3,098
60,0	2,180	1,403+0	3,583	2,006	1,352+0	3,359
80,0	2,205	1,919+0	4,124	2,029	1,851+0	3,880
100	2,224	2,444+0	4,668	2,047	2,358+0	4,405
150	2,258	3,758+0	6,017	2,080	3,624+0	5,704
200	2,283	5,083+0	7,366	2,103	4,898+0	7,001
300	2,318	7,770+0	10,09	2,135	7,488+0	9,623
400	2,342	1,048+1	12,82	2,158	1,010+1	12,25
500	2,361	1,320+1	15,56	2,176	1,272+1	14,89
600	2,377	1,593+1	18,31	2,191	1,535+1	17,54
800	2,401	2,140+1	23,80	2,214	2,061+1	22,82
1000	2,420	2,688+1	29,30	2,231	2,589+1	28,12

Продолжение табл. 7.4

T, МэВ	Стекло			NaI		
	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$
0,01	18,15	5,661-3	18,16	11,54	1,521-2	11,56
0,015	13,36	5,694-3	13,36	8,732	1,674-2	8,749
0,02	10,74	5,796-3	10,75	7,139	1,807-2	7,158
0,03	7,922	5,936-3	7,927	5,371	1,973-2	5,391
0,04	6,408	5,977-3	6,413	4,398	2,072-2	4,419
0,05	5,456	6,008-3	5,462	3,777	2,209-2	3,799
0,06	4,800	6,086-3	4,806	3,345	2,346-2	3,368
0,08	3,952	6,203-3	3,958	2,780	2,487-2	2,805
0,1	3,426	6,310-3	3,433	2,427	2,608-2	2,453
0,15	2,706	6,749-3	2,712	1,938	2,851-2	1,966
0,2	2,340	7,106-3	2,347	1,688	3,066-2	1,719
0,3	1,979	8,049-3	1,987	1,441	3,508-2	1,476
0,4	1,808	9,200-3	1,818	1,326	3,924-2	1,365
0,5	1,710	1,049-2	1,721	1,263	4,393-2	1,307
0,6	1,647	1,169-2	1,659	1,228	4,872-2	1,276
0,8	1,580	1,456-2	1,595	1,194	5,930-2	1,254
1,0	1,550	1,798-2	1,568	1,185	6,950-2	1,254
1,5	1,531	2,716-2	1,558	1,194	1,017-1	1,296
2,0	1,538	3,750-2	1,575	1,215	1,356-1	1,351
3,0	1,565	5,923-2	1,624	1,256	2,058-1	1,462
4,0	1,592	8,376-2	1,676	1,290	2,807-1	1,571
5,0	1,615	1,107-1	1,726	1,318	3,595-1	1,677
6,0	1,635	1,367-1	1,772	1,341	4,390-1	1,780
8,0	1,667	1,921-1	1,859	1,376	6,054-1	1,981
10,0	1,691	2,519-1	1,943	1,403	7,811-1	2,184
15,0	1,735	4,027-1	2,138	1,449	1,240+0	2,690
20,0	1,765	5,737-1	2,339	1,480	1,709+0	3,190
30,0	1,806	8,282-1	2,634	1,521	2,103+0	3,624
40,0	1,833	1,222+0	3,055	1,548	3,622+0	5,170
50,0	1,854	1,553+0	3,406	1,568	4,599+0	6,167
60,0	1,870	1,894+0	3,764	1,583	5,593+0	7,176
80,0	1,895	2,585+0	4,480	1,607	7,624+0	9,231
100	1,914	3,280+0	5,194	1,624	9,678+0	11,30
150	1,947	5,047+0	6,994	1,654	1,483+1	16,49
200	1,970	6,829+0	8,799	1,674	2,003+1	21,70
300	2,002	1,042+1	12,43	1,701	3,042+1	32,12
400	2,024	1,404+1	16,07	1,720	4,079+1	42,51
500	2,041	1,768+1	19,72	1,735	5,113+1	52,87
600	2,055	2,132+1	23,38	1,747	6,159+1	63,33
800	2,077	2,862+1	30,70	1,766	8,249+1	84,26
1000	2,094	3,594+1	38,03	1,780	1,034+2	105,2

Продолжение табл. 7.4

T, МэВ	Кость			Дерево		
	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$	$\left(-\frac{dE}{dx}\right)$
0,01	19,81	5,479-3	19,81	21,47	3,611-3	21,48
0,015	14,52	5,537-3	14,53	15,67	3,586-3	15,67
0,02	11,65	5,642-3	11,65	12,54	3,597-3	12,54
0,03	8,563	5,815-3	8,569	9,183	3,653-3	9,187
0,04	6,913	5,877-3	6,919	7,398	3,660-3	7,401
0,05	5,878	5,932-3	5,884	6,280	3,661-3	6,284
0,06	5,166	6,032-3	5,172	5,513	3,704-3	5,517
0,08	4,247	6,169-3	4,253	4,524	3,801-3	4,528
0,1	3,678	6,285-3	3,684	3,913	3,878-3	3,917
0,15	2,899	6,732-3	2,906	3,078	4,176-3	3,082
0,2	2,504	7,098-3	2,511	2,655	4,429-3	2,659
0,3	2,114	8,031-3	2,122	2,237	5,038-3	2,242
0,4	1,930	9,174-3	1,939	2,040	5,800-3	2,046
0,5	1,825	1,046-2	1,836	1,931	6,703-3	1,938
0,6	1,759	1,173-2	1,770	1,866	7,583-3	1,874
0,8	1,687	1,452-2	1,702	1,801	9,352-3	1,810
1,0	1,656	1,792-2	1,673	1,774	1,168-2	1,786
1,5	1,636	2,696-2	1,663	1,764	1,769-2	1,782
2,0	1,644	3,728-2	1,681	1,777	2,486-2	1,802
3,0	1,674	5,885-2	1,732	1,811	3,962-2	1,851
4,0	1,703	8,317-2	1,786	1,842	5,648-2	1,898
5,0	1,727	1,098-1	1,837	1,867	7,509-2	1,942
6,0	1,749	1,354-1	1,884	1,888	9,271-2	1,981
8,0	1,783	1,896-1	1,972	1,920	1,303-1	2,050
10,0	1,809	2,481-1	2,057	1,944	1,712-1	2,115
15,0	1,856	3,999-1	2,256	1,985	2,746-1	2,259
20,0	1,888	5,662-1	2,454	2,012	3,888-1	2,400
30,0	1,931	7,620-1	2,693	2,047	5,991-1	2,646
40,0	1,960	1,204+0	3,164	2,071	8,400-1	2,911
50,0	1,981	1,532+0	3,513	2,089	1,075+0	3,164
60,0	1,998	1,870+0	3,868	2,104	1,314+0	3,418
80,0	2,025	2,554+0	4,579	2,128	1,799+0	3,927
100	2,044	3,245+0	5,290	2,146	2,292+0	4,438
150	2,079	4,991+0	7,070	2,179	3,524+0	5,702
200	2,103	6,749+0	8,852	2,202	4,763+0	6,965
300	2,136	1,030+1	12,44	2,235	7,282+0	9,517
400	2,159	1,389+1	16,04	2,259	9,820+0	12,08
500	2,177	1,748+1	19,66	2,277	1,237+1	14,65
600	2,191	2,108+1	23,27	2,291	1,493+1	17,22
800	2,214	2,830+1	30,51	2,315	2,005+1	22,37
1000	2,232	3,553+1	37,76	2,333	2,519+1	27,52

Графики тормозных способностей свинца и воздуха для электронов и позитронов приведены на рис. 7.15. Здесь хорошо видно, что при релятивистских энергиях поправка на эффект плотности больше в свинце. Из рис. 7.15а следует также, что тормозные способности электронов и позитронов почти одинаковы. Отметим, что учет поправки на эффект плотности среды для легких частиц весьма важен. При энергиях более 200 МэВ этот эффект наблюдается даже в газообразных средах [6].

Потери энергии на столкновения в различных веществах для электронов и позитронов для большого набора простых и сложных веществ имеются в виде таблиц в работе [29]. Для некоторых веществ аналогичные данные приведены в табл. 7.4. Расчеты выполнены по формуле Бете-Блоха.

7.8. Связь между потерями энергии и ионизацией. Трек частицы

Ионизационные методы детектирования частиц основаны на измерении ионизации, производимой частицами в веществе чувствительного объема детектора (в большинстве случаев это газ). В связи с этим важно знать соотношение между теряемой заряженной частицей энергией и производимой ею ионизацией.

Различают первичную, вторичную и полную ионизацию. **Первичная ионизация** определяется числом пар ионов, образованных первичной ионизирующей частицей непосредственно при соударении с атомами тормозящей среды. Образующиеся при этом вторичные электроны могут иметь энергию, достаточную для последующей (**вторичной**) ионизации атомов среды. **Полная ионизация** равна сумме первичной, вторичной, третичной и т. д. ионизаций [27], которая измеряется в ионизационных детекторах.

В соответствии с выражением для Q_{\max} (см. главу 1) в нерелятивистском случае максимальная энергия, которую передает атомным электронам тяжелая заряженная частица с массой m и кинетической энергией T , равна $4 \frac{m_e}{m} T$. При

этом максимальная скорость электронов равна примерно $2v$, где v – скорость частицы. Некоторая доля этих электронов (дельта-электроны) получает энергию достаточную для процессов вторичной ионизации. Например, альфа-частица с энергией 5 МэВ может передать электрону максимальную энергию ~ 3 кэВ, а средняя энергия дельта-электронов равна примерно 200 эВ [26]. Этой энергии вполне достаточно для того, чтобы произвести вторичную ионизацию, которая составляет значительную долю полной ионизации. Согласно экспериментальным данным полная ионизация для тяжелых заряженных частиц примерно в 3 раза превышает первичную ионизацию.

Обозначим через dN/dx величину **удельной ионизации** – полное число пар ионов, которые образуются на единице длины пути ионизирующей частицы в веществе. Экспериментально установлена пропорциональность между dN/dx и $(-dE/dx)$ в широкой области энергий частиц:

$$w \approx \frac{(-dE/dx)}{dN/dx}, \quad (7.60)$$

где коэффициент пропорциональности w – это **средняя энергия, расходуемая**

на создание одной пары ионов. Экспериментально установлено, что величина W слабо зависит от энергии заряженной частицы, ее массы и заряда [1]. Для некоторых газов значения W приведены в табл. 7.5.

Поскольку величина тормозной способности зависит от энергии частицы, а W нет, то по величине ионизации в детекторе (которая пропорциональна току) можно определить кинетическую энергию частиц. Если частица полностью тормозится в чувствительном объеме детектора, то

$$T = N_{\text{полн}} \cdot W,$$

где $N_{\text{полн}}$ – полное число пар ионов, образованных частицей в детекторе. Отметим, что независимость W от энергии частиц позволила обнаружить релятивистское возрастание тормозной способности как увеличение ионизации в опытах с релятивистскими электронами.

Таблица 7.5

Средние значения энергии, расходуемой на образование пары ионов в газах, эВ

Частицы	Воздух	N ₂	He	N ₂	O ₂	Ar
α-частицы	35,0	36,0	30,2	36,0	32,2	25,8
Протоны	33,3	35,3	29,9	33,6	31,5	25,5
Электроны	35,0	38,0	32,5	35,8	32,2	27,0

При прохождении заряженной частицы через вещество за счет энергии, переданной частицей веществу в неупругих столкновениях, в нем происходят радиационно-химические превращения. После прохождения частицы в веществе некоторое время остаются возбужденные атомы и молекулы, электрон-ионные пары – простейшие трековые структуры. В зависимости от величины линейной передачи энергии (ЛПЭ, которая характеризует энергию, переданную ограниченному объему вблизи траектории частицы дискретными порциями) эти первичные активные продукты взаимодействия (радиолиза) с высокой локальной поглощенной энергией располагаются на различных расстояниях друг от друга. Группы из нескольких ионных пар, расположенных вблизи единичного акта первичной ионизации, называют **шпорами** (А.М. Митерев **Теоретические представления о формировании и эволюции треков заряженных частиц**, УФН, Т. 172, № 10, 2002). На образование одной шпоры тратится примерно 100 эВ. Размер шпоры изменяется от 1 – 2 нм в жидкостях до 100 нм в газах и она содержит в среднем 2–3 иона и 2–3 возбужденные молекулы. Расстояние между шпорами зависит от ЛПЭ, которая определяется веществом, типом частицы и ее энергией. Чем больше ЛПЭ, тем меньше расстояние между шпорами. Например в воде у δ-электронов, протонов с энергиями менее 3 МэВ и α-частиц ЛПЭ может составлять более 100 эВ/нм. В этом случае шпоры сливаются в сплошную цилиндрическую область радиусом 20–100 Å – **трек** (след) частицы, который может быть зарегистрирован специальными трековыми детекторами. У многозарядных ионов и осколков деления в плотном веществе ЛПЭ может превышать 10³ эВ/нм и их трек в веществе представляет собой цилиндрическую область, состоящую из полностью ионизованного вещества – плазмы. Радиус трека увеличивается с уменьшением плотности вещества.

Задание 7

Контрольные вопросы

1. Дать определение энергии ионизации атома.
2. Как вычисляется сечение ионизации атома в квазиклассическом приближении?
3. Изобразить графически зависимость сечения ионизации от энергии электрона и тяжелой заряженной частицы.
4. Какие электроны называют дельта-электронами?
5. Как зависит число дельта-электронов, которые образует частица на единице пути в веществе, от ее массы и энергии (в нерелятивистской области)?
6. Перечислить приближения, сделанные при вычислении тормозной способности классическим способом.
7. Пояснить: из каких физических принципов находятся ρ_{\min} и ρ_{\max} при вычислении тормозной способности классическим (и квазиклассическим) способом.
8. Как зависит тормозная способность на столкновения от характеристик частицы и вещества?
9. Как отличаются тормозные способности некоторого вещества для протонов и альфа-частиц: а) при одной скорости частиц; б) при одной энергии?
10. Нарисовать зависимость тормозной способности по формуле Бете-Блоха от энергии частицы. Указать физические причины такой зависимости. Что такое эффект плотности? Для каких энергий частиц его надо учитывать?
11. Написать правило Брэгга.
12. В чем особенность торможения в веществе тяжелых многозарядных ионов по сравнению с протонами?
13. Как и почему меняется тормозная способность медленных частиц с уменьшением их энергии?
14. Чем отличаются первичная, вторичная и полная ионизации вещества? Что такое удельная ионизация? Какова связь между удельной ионизацией и тормозной способностью?
15. Что такое трек частицы? Как зависят его характеристики от энергии частицы и вещества?

Упражнения

1. Найти положение максимума томсоновского сечения ионизации (формула (7.7)).
2. Вычислить интеграл
$$-\int_{-\infty}^{+\infty} F_{\perp}(t) dt.$$
3. (*) Изобразить на графике зависимость $I^*(Z)$ из табл. 7.2.

Задачи

1. Передача энергии от налетающей частицы атомному электрону велика, когда их скорости сравнимы. Вычислить в рамках боровской модели атома энергию связи и скорость электрона на К-оболочке атома водорода и водородоподобных ионов железа и свинца. Определить кинетические энергии протонов и α -частиц, имеющих такие же скорости.
2. (*) Вычислить число ионов, образованных заряженной частицей на единице пути. Исследовать на экстремум и построить график зависимости $N_{\delta}(T)$ в интервале $T_{\delta} - 10$ МэВ для электронов и протонов и любого вещества, считая,

что $T_{\delta} = 100$ эВ. Как меняется плотность δ -электронов вдоль следа частицы?

- Протон сталкивается с атомом гелия, который покоился. Найти минимальную кинетическую энергию протона, при которой переданная атому гелия энергия равна энергии ионизации $I = 24,5$ эВ.
- Найти минимальную кинетическую энергию протона для ионизации К-оболочки атома X. Значения X и энергии связи электронов на К-оболочках атомов (I_K , кэВ) взять из табл. 7.6.

Таблица 7.6

Варианты заданий для задачи 4

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	Li	C	Na	Al	Ar	Ti	Fe	Cu	Br	Mo	Sn	W	Au	Pb	U
I_K	0,055	0,284	1,073	1,560	3,203	4,966	7,112	8,981	13,47	21,04	29,20	69,53	80,73	88,00	115,6

- Электрон и протон с начальными кинетическими энергиями 5 МэВ попадают в воздух. Найти число пар ионов на первых 2-х сантиметрах их пути.
- Найти дифференциальные сечения, характеризующие распределение по углам и энергиям первичных и вторичных электронов в ионизационных столкновениях электронов, если $T_0 \gg I$. Построить графики.
- (*) Рассчитать тормозную способность вещества X для протонов и альфа-частиц по квазиклассическим формулам (7.37) и (7.40) для следующих случаев:
 - протон и альфа частица имеют одну энергию – T . Сравнить полученные значения с точными результатами из таблиц тормозной способности;
 - протон и альфа частица имеют одну скорость – v . Вычислить скорость через энергию альфа-частицы.
 Найти отношение потерь энергии альфа-частицы и протона в обоих случаях. Значения X, T взять из табл. 7.7.

Таблица 7.7

Варианты заданий для задачи 7

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	Al	C	Sn	Fe	Pb	Al	Sn	Al	Fe	Pb	Sn	Pb	Al	C	Al
T, МэВ	1	2	3	4	5	6	0,5	4,0	2,0	2,0	6,0	0,5	0,5	6,0	2,5

- (*) Вычислить с помощью выражения (7.44) отношение тормозных способностей на упругие и неупругие столкновения в веществе X для частиц различного типа в диапазоне их энергий (0,1–10) МэВ. Результаты изобразить на графике. Вещество и тип частиц взять из табл. 7.8.

Таблица 7.8

Варианты заданий для задачи 8

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	C	Al	Sn	Fe	Pb	Al	Sn	W	Fe	Pb	Sn	Pb	W	C	W
Тип частиц	p	α	α	p	C^+	C^+	C^+	C^+	α	α	p	p	p	α	α

- Решить задачи 1 и 7 из задания 13 в приложении 1 с помощью программы «Компьютерная лаборатория».

Список литературы

1. Абрамов А. И., Казанский Ю. А., Матусевич Е. С. **Основы экспериментальных методов ядерной физики.** – М.: Энергоатомиздат, 1985.
2. Аккерман А. Ф. **Моделирование траекторий заряженных частиц в веществе.** – М.: Энергоатомиздат, 1991.
3. Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф. **Электродинамика высоких энергий в веществе.** – М.: Наука, 1993.
4. Балашов В. В. **Строение вещества: Учеб. пособие.** – М.: Изд-во МГУ, 1993.
5. Барашенков В. С. **Сечения взаимодействия элементарных частиц.** – М.: Наука, 1966.
6. Бете Г. А., Ашкин Ю. **Прохождение излучения через вещество: Экспериментальная ядерная физика / Под ред. Э. Сегре.** – М.: ИИЛ, 1955. – Т. 1. = Experimental Nuclear Physics / Ed. E. Segre. N. Y. L., 1953. – Vol. 1.
7. Бор Н. **Прохождение атомных частиц через вещество.** – М.: ИИЛ, 1950.
8. Борн М. **Атомная физика.** – М.: Мир, 1965
9. **Взаимодействие частиц с веществом.** [Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru>.
10. Воробьев А. А., Кононов Б. А. **Прохождение электронов через вещество.** – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1979.
11. Готт Ю. В. **Взаимодействие частиц с веществом в плазменных исследованиях.** – М.: Атомиздат, 1978.
12. Джексон Дж. **Классическая электродинамика.** – М.: Мир, 1965 = J. D. Jackson **Classical Electrodynamics.** – N. Y., 1999.
13. **Ионизационные измерения в физике высоких энергий / Ю. А. Будагов, Г. И. Мерзон, Б. Ситар, В. А. Чечин** – М.: Энергоатомиздат, 1988.
14. Квливидзе В. А., Красильников С. С. **Введение в физику атомных столкновений.** – М.: Изд-во МГУ, 1985.
15. Ключников А. А. и др. **Методы анализа на пучках заряженных частиц.** – Киев: Наукова думка, 1987.
16. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений.** – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1979.
17. Кольчужкин А. М., Богданов А. В. **Метод Монте-Карло в теории переноса излучений: Учеб. пособие.** – Томск: Изд-во ТПУ, 2006.
18. Комочков Н. М., Лебедев В. Н. **Практическое руководство по радиационной безопасности на ускорителях заряженных частиц.** – М.: Энергоатомиздат, 1986.
19. Кумахов М. А., Комаров Ф. Ф. **Энергетические потери и пробеги ионов в твердых телах.** – Минск: Изд-во БГУ, 1979.
20. Кумахов М. А., Комаров Ф. Ф. **Излучение заряженных частиц в твердых телах.** – Минск: Изд-во Университетов, 1985.
21. Муминов В. А., Хайдаров Р. А. **Рентгенофлуоресцентный анализ возбуждением ускоренными легкими ионами.** – Ташкент, Изд-во Фан, 1980.
22. Немец О. Ф., Гофман Ю. В. **Справочник по ядерной физике.** – Киев: Наукова думка, 1975.
23. Очкур В. И. **Расчеты ионизации атомов электронным ударом в бинарном приближении классической механики: Вопросы теории атомных столкновений, вып. 1, Л.: изд-во ЛГУ, 1975. – С. 42–65.**

24. Пучеров Н. Н., Романовский С. В., Чеснокова Т. Д. **Таблицы массовой тормозной способности и пробегов заряженных частиц с энергией 1–100 МэВ.** – Киев: Наукова думка, 1975.
25. Пучеров А. А., Чеснокова Н. Н., Щербин Т. Д. **Методы анализа на пучках заряженных частиц.** – Киев: Наукова думка, 1987.
26. Росси Б. **Частицы больших энергий.** – М.: ГИТТЛ, 1955 = Rossi B. **High Energy Particles.** N. Y., 1952.я
27. Стародубцев С. В., Романов А. М. **Прохождение заряженных частиц через вещество.** – Ташкент, Изд-во АН УзССР, 1962.
28. Смирнов Б. М. **Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме.** – М.: Атомиздат, 1968.
29. **Тормозная способность электронов и позитронов:** Доклад 37 МКРЕ: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1987.
30. Хаякава С. **Физика космических лучей:** Часть 1. Ядерно-физический аспект. – М.: Изд-во Мир, 1973 = Satio Hayakawa **Cosmic Ray Physics. Nuclear and Astrophysical Aspects.** – N-Y, L., 1969.
31. Черняев А. П. **Взаимодействие ионизирующего излучения с веществом.** – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
32. Штернхеймер Р. **Взаимодействие излучения с веществом:** Принципы и методы регистрации элементарных частиц. Ред. Л. А. Арцимовича, М.: ИИЛ, 1963 = **Fundamental Principles and Methods of Particle Detections:** Methods of Experimental Physics. Vol. V. – Nuclear Physics.
33. Эланго М. А. **Элементарные неупругие радиационные процессы.** – М.: Наука, 1988.
34. Ahlen S. P. **Theoretical and experimental aspects of the energy loss of relativistic heavily ionizing particles** // Rev. Mod. Phys. – 1980. – V. 52. – No. 1. – P. 121–173.
35. Berger M. J. **Electron Stopping Powers for Transport Calculation:** Monte Carlo Transport of Electrons and Photons., N. Y.: Plenum Press – 1988. – P. 78–114.
36. Inokuti M. **Inelastic Collisions of Fast Charged Particles with Atoms and Molecules–The Bethe Theory Revisited** // Rev. Mod. Phys. – 1971. – V. 43. – No. 3. – P. 297–347.
37. Seltzer S. M **Cross Sections for Bremsstrahlung Production and Electron- Impact Ionization:** Monte Carlo Transport of Electrons and Photons., N. Y.: Plenum Press – 1988. – P. 57–77.
38. Sørensen A. H. **Atomic K-shell excitation at ultrarelativistic impact energies** // Phys. Rev. A. – 1987. – V. 36. – No. 7. – P. 3125–3137.
39. Sternheimer R. M. Peierls R. F. **General Expression for the Density Effect for the Ionization Loss of Charged Particles** // Phys. Rev. – 1971. – V. 3. – No. 11. – P. 3681–3691.
40. Ziegler J. F. **Handbook of stopping cross-sections for energetic ions in all elements.** N. Y.: Pergamon Press, 1980.
41. Ziegler J. F, Biersack J. P., Littmark U. **The stopping and ranges of ions in solids.** N. Y.: Pergamon Press, 1985.

ГЛАВА 8. ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ, ДВИЖУЩИХСЯ В ВЕЩЕСТВЕ

8.1. Тормозное излучение заряженных частиц

Заряженные частицы при движении в веществе сталкиваются с атомами и, отклоняясь в их электрическом поле, излучают электромагнитную энергию. Электромагнитное излучение, которое появляется в этих столкновениях, называют *тормозным излучением*. Соответствующие потери энергии заряженных частиц называют *тормозными (радиационными) потерями энергии*.

8.1.1. Классическая теория тормозного излучения

Пусть нерелятивистская частица с зарядом $Z_1 e$ и массой m движется со скоростью v в кулоновском поле ядра с зарядом $Z_2 e$, которое поместим в начало координат (рис. 8.1). Поскольку на частицу действует сила, то она движется с ускорением и, следовательно, излучает электромагнитную энергию. Электромагнитное излучение уносит с собой часть энергии частицы. В классической электродинамике спектральное распределение энергии, излучаемой частицей в единицу телесного угла за все время пролета в поле ядра, определяется следующим выражением [8]:

$$\frac{dI(\omega)}{d\omega d\Omega} = \left(\frac{Z_1 e}{2\pi c} \right)^2 \frac{1}{c} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\vec{\Omega} \left[\vec{\Omega} \vec{a} \right] \right] e^{i\omega \left(t - \vec{\Omega} \vec{r} / c \right)} dt \right|^2, \quad (8.1)$$

где ω – частота излучения, $\vec{\Omega}$ – направление излучения, \vec{a} – ускорение частицы, r – расстояние от частицы до ядра. Для расстояний до точки наблюдения много больших, чем размеры области, в которой происходит излучение (область взаимодействия частицы с ядром), слагаемым r/c в показателе экспоненты можно пренебречь (дипольное приближение):

$$\frac{dI(\omega)}{d\omega d\Omega} = \left(\frac{Z_1 e}{2\pi c} \right)^2 \frac{1}{c} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\vec{\Omega} \left[\vec{\Omega} \vec{a} \right] \right] e^{i\omega t} dt \right|^2. \quad (8.2)$$

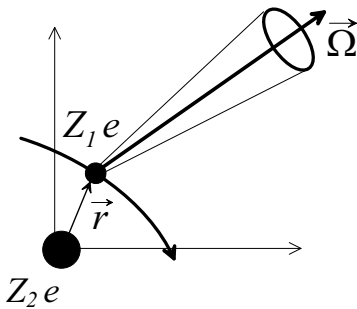


Рис. 8.1. К определению тормозного излучения

Ускорение, которое получает частица в результате действия кулоновской силы, имеет место лишь в течение времени $\tau \approx \rho/v$, где ρ – прицельный параметр, а v – скорость частицы, поэтому основной вклад в интеграл (8.2) дает интервал времени порядка τ . Разделим весь диапазон излучаемых частот ω на две области: область низких частот ($\omega\tau \ll 1$) и область высоких частот ($\omega\tau \gg 1$). При малых ω можно положить $e^{i\omega t} \approx 1$. Тогда, интеграл в (8.2) равен:

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} () dt \right|^2 \approx \left| \left[\vec{\Omega} \left[\vec{\Omega} \vec{\Omega}_a \right] \right] \right|^2 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{v}(t) dt \right|^2 \approx \sin^2 \vartheta |\Delta v|^2, \quad (8.3)$$

где $\vec{\Omega}_a$ – единичный вектор направления ускорения, а ϑ – угол между векторами \vec{a} и $\vec{\Omega}$. После интегрирования по направлениям для спектрального распределения излучаемой энергии получаем выражение

$$\frac{dI(\omega)}{d\omega} \approx \frac{2}{3} \frac{Z_1^2 e^2}{\pi c^3} |\Delta v|^2, \quad \omega \rho / v \ll 1. \quad (8.4)$$

На высоких частотах ($\omega \tau \gg 1$) экспонента в (8.2) быстро осциллирует по сравнению с изменением вектора $\vec{a}(t)$ во времени. Поэтому среднее значение

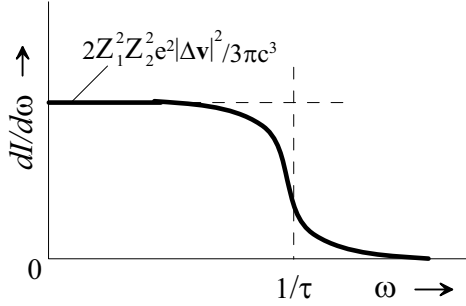


Рис. 8.2. Спектральное распределение энергии тормозного излучения при соударении заряженной частицы

интеграла мало. Качественно спектральное распределение излучаемой энергии изображено на рис. 8.2, и его можно аппроксимировать ступенчатой функцией (показана на рис. 8.2 пунктирными линиями) [8]:

$$\frac{dI(\omega)}{d\omega} \approx \begin{cases} \frac{2}{3} \frac{Z_1^2 e^2}{\pi c^3} |\Delta v|^2, & \rho < v/\omega; \\ 0, & \rho > v/\omega. \end{cases} \quad (8.5)$$

Если отклонение частицы при рассеянии мало, то можно считать, что изменение ее импульса происходит только за счет поперечного импульса силы (см. раздел 7.3) и описывается выражением (7.21), умноженным на Z_2 . Полное изменение скорости пролетающей частицы, имеющей прицельный параметр ρ , равно

$$\Delta v = \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{\rho v m}. \quad (8.6)$$

Подставляя это выражение в (8.5), находим

$$Q(\omega, \rho) \equiv \frac{dI(\omega)}{d\omega} = \frac{8}{3\pi} Z_1^4 Z_2^2 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{e^2 c}{v^2} \frac{1}{\rho^2}, \quad \rho < v/\omega. \quad (8.7)$$

Для вычисления дифференциального сечения рассмотрим мононаправленный пучок частиц с плотностью потока Φ . Каждая из падающих на ядро частиц имеет определенный прицельный параметр ρ . Число частиц с прицельным параметром в интервале от ρ до $\rho + d\rho$ равно $\Phi 2\pi \rho d\rho$. Они потеряют на излучение в интервале $d\omega$ энергию $\Phi 2\pi \rho d\rho Q(\omega, \rho) d\omega$. Интегрируя это выражение по ρ , деля на $\hbar\omega$ (для перехода от энергии излучения к числу фотонов) и на $\Phi d\omega$, получаем дифференциальное по ω сечение тормозного излучения

$$\frac{d\sigma_{br}}{d\omega} = 2\pi \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \frac{Q(\omega, \rho)}{\hbar\omega} \rho d\rho. \quad (8.8)$$

Здесь $\rho_{\max} \approx v\tau = v/\omega$, так как только при $\rho < \rho_{\max}$ ускорения будут достаточно велики. Для определения ρ_{\min} необходимо учесть волновые свойства налетающей частицы, полагая

$$\rho_{\min} \approx \tilde{\lambda} = \hbar/mv,$$

где $\tilde{\lambda}$ – длина волны де Бройля частицы. В результате получаем

$$\frac{d\sigma_{br}}{d\omega} = \frac{16}{3} \left(\frac{Z_1^2 e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{Z_2^2 e^2}{\hbar c} \left(\frac{c}{v} \right)^2 \frac{1}{\omega} \ln \frac{mv^2}{\hbar\omega}. \quad (8.9)$$

Более точное выражение для сечения получим, заменив под знаком логарифма скорость v на среднее значение скорости частицы до и после испускания тормозного излучения [8]:

$$\frac{v+v'}{2} = \frac{1}{\sqrt{2m}} \left(\sqrt{T_0} + \sqrt{T_0 - \hbar\omega} \right),$$

где T_0 – начальная кинетическая энергия частицы, а $T_0 - \hbar\omega$ – ее кинетическая энергия после испускания фотона с энергией $k = \hbar\omega$. С учетом этой поправки, а также перейдя к переменным: k , $\alpha = e^2/\hbar c$ – постоянная тонкой структуры, $e^2/m_e c^2 = r_e$ – классический радиус электрона, получаем

$$\frac{d\sigma_{br}}{dk} = \frac{16}{3} \alpha r_e^2 Z_1^4 Z_2^2 \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{k} \ln \frac{\left(\sqrt{T_0} + \sqrt{T_0 - k} \right)^2}{2k} \left(\frac{\text{см}^2}{\text{МэВ}} \right), \quad (8.10)$$

здесь энергию электрона и фотона надо подставлять в МэВ.

Проведем анализ формулы (8.10) и отметим основные особенности процесса тормозного излучения (которые остаются справедливыми и при вычислении сечения взаимодействия в рамках квантовой механики):

1. Тормозное излучение обладает непрерывным энергетическим спектром, который простирается от нуля до энергий фотонов, равных кинетической энергии частицы.
2. Поскольку логарифм в (8.10) – медленно меняющаяся функция энергии фотона, то

$$\frac{d\sigma_{br}}{dk} \sim \frac{1}{k}.$$

Спектр электронов после взаимодействия также является непрерывным.

3. В соответствии с выражением (8.10)

$$\frac{d\sigma_{br}}{dk} \sim \frac{1}{m^2},$$

отсюда следует важный вывод: **тормозное излучение – это взаимодействие, которое существенно лишь для легких заряженных частиц.**

Например, при одной и той же энергии сечение тормозного излучения (и потери энергии на тормозное излучение) у протона будут примерно в $3 \cdot 10^6$ раз меньше, чем у электрона.

4. Сечение тормозного излучения пропорционально квадрату заряда ядра (как и сечение упругого рассеяния).

Перепишем выражение (8.10) для случая, когда излучающей частицей является электрон

$$\frac{d\sigma_{br}}{dk} = \frac{16}{3} Z_2^2 \alpha r_e^2 \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{k} \ln \frac{(\sqrt{T_0} + \sqrt{T_0 - k})^2}{2k}. \quad (8.11)$$

8.1.2. Результаты квантовой теории тормозного излучения

Строгое описание тормозного излучения возможно лишь в рамках квантовой электродинамики. При этом процесс тормозного излучения рассматривается как переход электрона между двумя состояниями непрерывного спектра: из состояния с полной энергией $E_0 = T_0 + m_e c^2$ и импульсом \vec{p}_0 в новое состояние с энергией $E = T + m_e c^2$ и импульсом \vec{p} . Этот переход сопровождается испусканием фотона с энергией

$$k = E_0 - E. \quad (8.12)$$

Анализ законов сохранения показывает, что для свободного электрона такой процесс невозможен. Включая в законы сохранения ядро, масса которого много больше массы электрона, и которое может принять любую часть импульса электрона, получаем конечную вероятность перехода в любое состояние, удовлетворяющее выражению (8.12). Это означает, что после излучения энергетическое распределение фотонов (и электронов) является непрерывным.

В квантовой электродинамике процесс тормозного излучения рассматривают обычно в рамках теории возмущений (борновском приближении). При этом вероятность перехода электрона из начального в конечное состояние записывают в виде разложения в ряд по степеням $Z_2 e^2$. Поскольку борновское приближение основано на использовании волновых функций свободных частиц, то энергия электрона до и после излучения должна быть велика (больше энергии К-оболочки атома). Поэтому расчеты тормозного излучения в борновском приближении дают верный результат только в случае выполнения условий

$$2\pi \frac{Z_2 e^2}{\hbar v_0} = 2\pi \frac{Z_2}{137\beta_0} \ll 1 \quad \text{и} \quad 2\pi \frac{Z_2 e^2}{\hbar v} = 2\pi \frac{Z_2}{137\beta} \ll 1, \quad (8.13)$$

где v_0 и v – это соответственно скорость электрона до и после излучения. Условия (8.13) хорошо выполняются для легких элементов и релятивистских скоростей электронов (за исключением области энергий $k \approx T_0$). В остальных случаях необходимо вводить поправки, компенсирующие отклонение от борновского приближения, или использовать более точные методы расчета.

Классическая электродинамика предсказывает испускание электромагнитного излучения при каждом столкновении, когда электрон испытывает отклонение. Расчеты вероятности испускания фотона электроном, выполненные в квантовой электродинамике, показывают, что лишь малая часть столкновений электронов ($\sim 1/137$), приводящих к его отклонению, сопровождаются излучением фотонов. Большинство столкновений являются упругими. Расчеты также показывают, что для процесса тормозного излучения существенным является величина прицельного параметра электрона относительно ядра, в поле которого происходит излучения. Если это расстояние велико по сравнению с радиусом ядра и мало по сравнению с радиусом атома, то поле, действующее на электрон

во время процесса излучения, можно считать полем точечного заряда Z_2e , расположенного в центре ядра. Если прицельный параметр больше или сравним с радиусом атома, то необходимо учитывать экранирование поля ядра полем атомных электронов.

Первые расчеты дифференциального сечения тормозного излучения с учетом экранирования поля ядра атомными электронами были выполнены Бете и Гайтлером в борновском приближении (см., например, [5]). Сечения тормозного излучения Бете-Гайтлера с различными поправками наиболее часто используются в практических расчетах и для моделирования траекторий электронов методом Монте-Карло. Обзор этих сечений (а также и сечений, полученных другими авторами) имеется в работах [20, 29, 32, 33]. В соответствии с [29] макроскопическое дифференциальное по энергии фотонов k сечение тормозного излучения для электрона с кинетической энергией $T_0 \gg m_e c^2$ определяется выражением

$$\Sigma_{br}(T_0, k) = \frac{4}{137} N_A r_e^2 \frac{Z_2(Z_2+1)}{A} \frac{1}{k} f_E \cdot F(E_0, k) \left(\frac{\text{см}^2}{\text{г} \cdot \text{МэВ}} \right). \quad (8.14)$$

В выражении (8.14) f_E – поправка (фактор) Элверта

$$f_E = \frac{\beta_0}{\beta} \frac{1 - \exp(-2\pi\alpha Z_2/\beta_0)}{1 - \exp(-2\pi\alpha Z_2/\beta)}, \quad (8.15)$$

которая корректирует сечение, учитывая искажение волновых функций первичного и рассеянного электронов в кулоновском поле атома при небольших скоростях (при невыполнении условий борновского приближения (8.13)). $F(E_0, k)$ – это набор функций, вид которых зависит от степени экранирования ядра полем атомных электронов. Величина экранирования определяется отношением (γ) эффективного размера атома (в модели Томаса-Ферми) к максимальному значению прицельного параметра, который определяет область взаимодействия, дающую вклад в процесс излучения

$$\gamma = 100 \frac{m_e c^2}{E_0} \frac{k}{E_0 - k} Z_2^{-1/3}. \quad (8.16)$$

Экранирование тем больше, чем меньше величина γ . Как следует из выражения (8.16) величина γ уменьшается с увеличением энергии электрона, следовательно возрастают расстояния от ядра, дающие вклад в излучение, и возрастает влияние экранирования. Для ультрарелятивистских энергий электронов экранирование можно считать полным для всех энергий испускаемых фотонов.

Для значений $T_0 \gg m_e c^2$ функции $F(E_0, k)$ задается следующими выражениями, каждое из которых справедливо для определенных значений γ :

при $\gamma > 15$ (отсутствие экранирования):

$$F(E_0, k) = \left(1 + a^2 - \frac{2}{3}a \right) \left[\ln \left(\frac{2E_0}{m_e c^2} \frac{E_0 - k}{k} \right) - \frac{1}{2} - f(Z_2) \right]; \quad (8.17)$$

при $\gamma \approx 0$ (полное экранирование):

$$F(E_0, k) = \left(1 + a^2 - \frac{2}{3}a \right) \left[\ln \left(183 Z_2^{-1/3} \right) + \frac{1}{9}a - f(Z_2) \right]; \quad (8.18)$$

при $\gamma < 2$:

$$F(E_0, k) = (1 + a^2) \left(\frac{f_1(\gamma)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z_2 - f(Z_2) \right) - \frac{2}{3} a \left(\frac{f_2(\gamma)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z_2 - f(Z_2) \right); \quad (8.19)$$

при $2 < \gamma < 15$:

$$F(E_0, k) = \left(1 + a^2 - \frac{2}{3} a \right) \left[\ln \left(\frac{2E_0}{m_e c^2} \frac{E_0 - k}{k} \right) - \frac{1}{2} - c(\gamma) - f(Z_2) \right]. \quad (8.20)$$

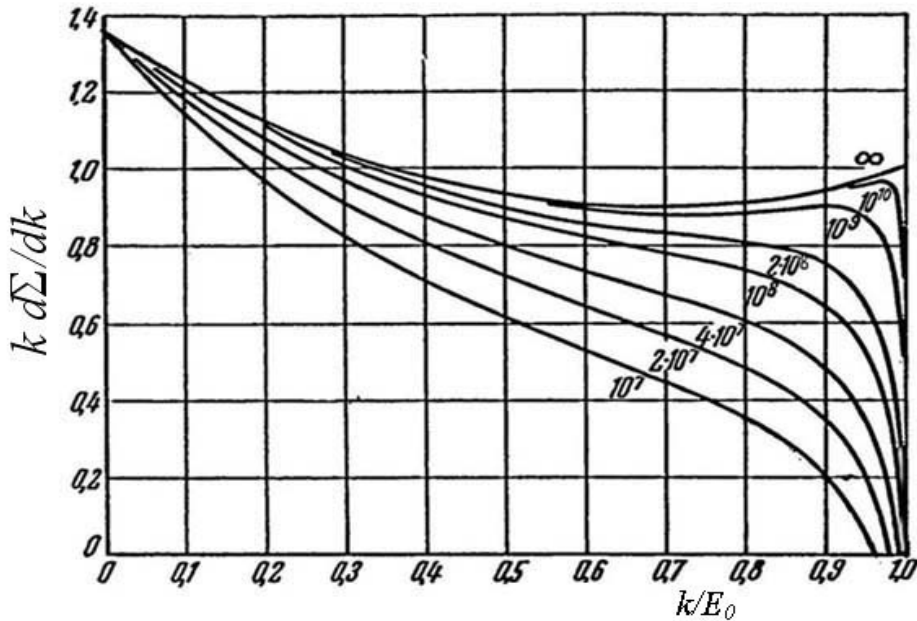


Рис. 8.3. Зависимость спектрального распределения интенсивности тормозного излучения в воздухе от относительной энергии фотонов k/E_0

В формулах (8.17) – (8.20) $a = (E_0 - k)/E_0$,

$$\left. \begin{aligned} f_1(\gamma) &= 20,865 - 3,242\delta + 0,625\delta^2 \\ f_2(\gamma) &= 20,209 - 1,930\delta - 0,086\delta^2 \end{aligned} \right\} \delta \leq 1; \quad (8.21)$$

$$f_1(\gamma) = f_2(\gamma) = 21,120 - 4,184 \ln(\delta + 0,952) \quad \delta > 1;$$

$$f_1(0) = 4 \ln(183 Z_2^{-1/3}); \quad f_2(0) = f_1(0) - 2/3; \quad \delta = 1,36\gamma;$$

$$c(\gamma) = (0,51 - 0,12 \ln \gamma) / \gamma. \quad (8.22)$$

Функция

$$\begin{aligned} f(Z_2) &= (\alpha Z_2)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[n \left(n^2 + (\alpha Z_2)^2 \right) \right]^{-1} \approx \\ &\approx a^2 \left(\frac{1}{1+a^2} + \frac{0,5}{4+a^2} + \frac{0,333}{9+a^2} + \frac{0,25}{16+a^2} \right) \end{aligned} \quad (8.23)$$

– это кулоновская поправка, которая уточняет борновское приближение для больших Z_2 ($a = Z_2/137$). В формуле (8.14) произведение $Z_2(Z_2 + 1)$ (вместо Z_2^2) приближенно учитывает тормозное излучение в поле атомных электронов. Подробно вклад электронов в тормозное излучение рассмотрен в [32]. (В этой работе приведены также в виде таблиц дифференциальные по энергии фотонов сечения Бете-Гайтлера для энергий электронов от 1 кэВ до 10 ГэВ и для веществ с Z_2 от 6 до 92.) Вид функций $F(E_0, k)$ в зависимости от энергии фотонов (в единицах E_0) для различных значений E_0 приведен на рис. 8.3 [15].

Как следует из формулы (8.14), вероятность излучения фотона с энергией k пропорциональна $1/k$ (при неупругих столкновениях с атомными электронами вероятность передачи дельта-электрону энергии Q пропорциональна $1/Q^2$, см. раздел 7.2), поэтому образование фотона с большой энергией более вероятно, чем рождение дельта-электрона с такой же энергией.

Несмотря на различные поправки, сечения Бете-Гайтлера расходятся с экспериментальными результатами для энергий электронов менее 2 МэВ. Для этой области энергий в работах Пратта с соавторами [30] получены более точные значения дифференциальных по энергии фотона сечений. Они являются результатом точного решения волнового уравнения Дирака для электрона в кулоновском поле ядра с учетом экранирования, имеют сложный вид и представлены в виде таблиц для трех переменных: Z_2 , T_0 и k (см. также [32]). На рис. 8.4 показано спектральное распределение фотонов тормозного излучения, рассчитанное в работе [30]. Из сравнения рис. 8.3 и 8.4 видно, что точные расчеты спектрального распределения тормозного излучения дают не нулевое значение дифференциального сечения при $k = T_0$, тогда как по теории Бете-Гайтлера вероятность такого события равна нулю. В практических расчетах обычно пользуются эмпирическими формулами, которые соединяют результаты Пратта для небольших энергий электронов (менее 2 МэВ) и результаты Бете-Гайтлера для релятивистских энергий (более 50 МэВ) [32].

В работе [1] получено эмпирическое выражение для результатов Пратта, которое позволяет достаточно просто вычислять дифференциальные по энергии фотонов сечения тормозного излучения в области энергий электронов от 0,025 МэВ до 30 МэВ:

$$f(k, T_0, Z_2) = C - A \cdot (k/T_0)^B, \quad (8.24)$$

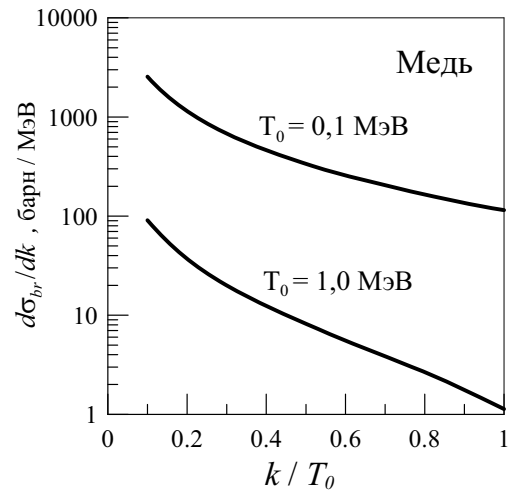


Рис. 8.4. Спектр фотонов тормозного излучения для низких энергий электронов из работы [30]

где $f(k, T_0, Z_2) = \frac{\beta_0^2}{Z_2} k \frac{d\sigma_{br}}{dk}$, а значения коэффициентов A, B, C в зависимости от Z_2 и кинетической энергии электрона T_0 , приведены в табл. 8.1. Для веществ $4 \leq Z_2 \leq 82$ и для энергий электронов от 0,025 МэВ до 30 МэВ выражение (8.23) позволяет вычислять дифференциальное сечение тормозного излучения с точностью не хуже 10%.

В процессе тормозного излучения энергия и импульс налетающего электрона распределяются между тремя частицами: первичным электроном, испущенным фотоном и ядром отдачи. Вследствие большой массы ядра отдачи оно получает малую долю энергии, но зато может приобрести импульс, сравнимый с импульсом двух других частиц. Поэтому законы сохранения энергии и импульса не обеспечивают однозначной связи между энергией и направлением испускания фотона в процессе тормозного излучения, и электрон может испускать фотоны одной энергии в разных направлениях.

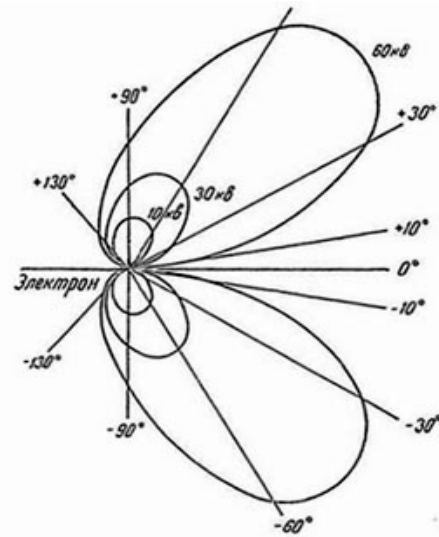


Рис. 8.5. Полярная диаграмма распределения интенсивности тормозного излучения нерелятивистских электронов

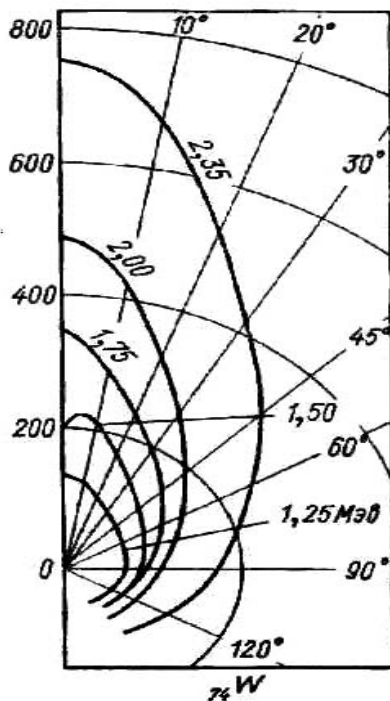


Рис. 8.6. Полярная диаграмма распределения интенсивности тормозного излучения релятивистских электронов

Угловое распределение тормозного излучения является анизотропным, вытянутым в направлении движения первичного электрона, и тем сильнее, чем выше его энергия. Для нерелятивистских электронов полярная диаграмма распределения интенсивности тормозного излучения приведена на рис. 8.5 (на нем дано ускоряющее напряжение в кВ), а для электронов с энергиями ~1-2 МэВ на рис. 8.6 [20]. Как следует из рис. 8.5, для нерелятивистских энергий электронов максимум интенсивности углового распределения тормозного излучения перпендикулярен направлению их движения (совпадает с направлением силы кулоновского поля, действующей на электрон). С увеличением энергии электронов этот максимум стремится к направлению движения первичного электрона (рис. 8.6).

Для электронов релятивистских энергий ($T_0 \gg m_e c^2$) характерные углы испускания тормозного излучения в веществе соответствуют следующему выражению [16]:

$$\vartheta_{\text{эфф}} \sim \sqrt{\frac{m_e^2 c^4}{E_0^2} + \frac{\hbar^2 \omega_0^2}{k^2}}, \quad (8.25)$$

где ω_0 – плазменная частота ($\omega_0^2 = 4\pi n_0 Z_2 e^2 / m_e$). Из выражения (8.25) следует, что излучение с частотами $\omega \gg \omega_0$ сосредоточено в узком конусе с углом раствора $\sim m_e c^2 / E_0$ около направления движения первичного электрона. В этом же конусе лежит и импульс рассеянного электрона.

Для расчета углового распределения тормозного излучения релятивистских электронов ($T_0 \gg m_e c^2$) можно использовать дважды дифференциальное по энергии и углу вылета фотонов *сечение Шиффа* [31]:

$$\frac{d\sigma_{\text{br}}}{dkdy} = \frac{4Z^2}{137} r_e^2 \frac{y}{k} \left\{ \frac{16y^2 E}{a^2 E_0} - \frac{(E_0 + E)^2}{a E_0^2} + \left[\frac{E_0^2 + E^2}{a E_0^2} - \frac{4y^2 E}{a^2 E_0} \right] \ln M(y) \right\}, \quad (8.26)$$

где $y = \frac{E_0 \vartheta}{m_e c^2}$, $a = (y^2 + 1)^2$, $\frac{1}{M(y)} = \left(\frac{k \cdot m_e c^2}{2E_0 E} \right)^2 + \left(\frac{Z_2^{1/3}}{111(y^2 + 1)} \right)^2$.

Таблица 8.1

Значения коэффициентов A, B, C для формулы (8.24)

T_0 , ÿÁ	Z = 4			Z = 13			Z = 26			Z = 36		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
0,025	8,885	0,74	11,291	4,933	0,82	9,503	2,933	1,04	8,178	2,181	1,12	7,46
0,050	10,23	0,70	11,80	6,861	0,68	10,488	4,663	0,74	9,374	3,738	0,79	8,782
0,075	10,833	0,63	12,278	7,931	0,65	10,916	5,891	0,68	10,027	4,976	0,71	9,559
0,10	11,159	0,60	12,396	8,639	0,62	11,186	6,743	0,64	10,413	5,876	0,67	10,045
0,20	11,60	0,53	12,515	10,053	0,57	11,636	8,734	0,58	11,201	8,043	0,60	11,006
0,30	11,90	0,49	12,60	10,746	0,54	11,879	9,725	0,55	11,554	9,134	0,57	11,402
0,40	12,30	0,48	12,80	11,122	0,53	12,012	10,139	0,54	11,659	9,695	0,56	11,541
0,50	12,50	0,47	13,00	11,441	0,52	12,179	10,562	0,54	11,796	10,145	0,55	11,714
0,60	12,60	0,47	13,10	11,55	0,50	12,22	10,866	0,54	11,961	10,436	0,55	11,831
0,80	12,90	0,45	13,30	11,90	0,50	12,49	11,277	0,53	12,209	10,886	0,54	12,079
1,00	13,25	0,47	13,60	12,00	0,51	12,60	11,547	0,54	12,398	11,151	0,55	12,237
1,20	13,40	0,48	13,79	12,10	0,51	12,70	11,608	0,55	12,429	11,282	0,56	12,320
1,40	13,45	0,49	13,87	12,30	0,54	12,88	11,74	0,56	12,552	11,372	0,57	12,393
1,60	13,60	0,49	13,93	12,50	0,54	13,09	11,832	0,57	12,653	11,429	0,58	12,447
1,80	13,65	0,51	14,12	12,50	0,56	13,12	11,92	0,58	12,758	11,499	0,59	12,523
2,00	13,70	0,52	14,23	12,55	0,56	13,21	12,042	0,58	12,911	11,52	0,60	12,561
5,00	14,15	0,64	15,11	12,80	0,65	13,948	12,10	0,73	13,144	11,348	0,64	12,916
10,0	12,964	0,67	15,084	11,90	0,79	13,70	11,107	0,79	12,979	11,05	0,92	12,60
15,0	12,456	0,74	14,993	11,40	0,83	13,70	10,90	1,00	12,90	10,322	0,99	12,513
20,0	12,00	0,79	14,924	11,00	0,97	13,60	10,10	1,02	12,80	10,00	1,00	12,50
25,0	11,60	0,83	14,85	10,70	1,04	13,60	9,70	1,02	12,80	9,40	1,02	12,40
30,0	11,40	0,87	14,85	10,50	1,06	13,60	9,60	1,03	12,80	9,30	1,04	12,40

$T_0,$ МэВ	$Z = 42$			$Z = 60$			$Z = 74$			$Z = 82$		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
0,025	1,736	1,11	7,114	0,831	1,13	6,231	0,358	1,29	5,701	0,175	1,34	5,446
0,050	3,33	0,81	8,50	2,403	0,86	7,796	1,877	0,9	7,346	1,635	0,91	7,119
0,075	4,55	0,72	9,307	3,588	0,76	8,728	3,02	0,78	8,36	2,741	0,80	8,162
0,10	5,472	0,68	9,86	4,504	0,71	9,367	3,91	0,73	9,055	3,62	0,74	8,89
0,20	7,685	0,60	10,886	6,803	0,63	10,646	6,199	0,65	10,483	5,865	0,65	10,375
0,30	8,831	0,58	11,332	8,042	0,61	11,173	7,464	0,62	11,066	7,128	0,63	10,987
0,40	9,442	0,56	11,494	8,794	0,59	11,427	8,262	0,60	11,353	7,957	0,60	11,327
0,50	9,893	0,56	11,652	9,311	0,58	11,606	8,80	0,59	11,533	8,49	0,59	11,507
0,60	10,207	0,56	11,769	9,650	0,57	11,716	9,188	0,59	11,673	8,878	0,59	11,626
0,80	10,701	0,55	12,043	10,084	0,57	11,866	9,60	0,57	11,68	9,35	0,58	11,64
1,00	10,90	0,55	12,08	10,420	0,57	11,93	9,90	0,58	11,74	9,55	0,58	11,69
1,20	11,011	0,55	12,089	10,496	0,58	12,04	10,085	0,59	11,78	9,75	0,59	11,75
1,40	11,05	0,58	12,142	10,567	0,60	12,054	10,10	0,60	11,81	9,80	0,60	11,76
1,60	11,15	0,59	12,216	10,609	0,60	12,067	10,163	0,61	11,82	9,90	0,60	11,77
1,80	11,18	0,59	12,25	10,644	0,61	12,084	10,20	0,61	11,83	10,05	0,61	11,78
2,00	11,20	0,62	12,27	10,660	0,62	12,101	10,25	0,62	11,84	10,08	0,61	11,79
5,00	11,36	0,73	12,60	10,90	0,73	12,17	10,41	0,72	11,90	10,36	0,70	11,81
10,0	10,209	0,75	12,402	10,20	0,87	11,83	10,10	0,99	11,40	9,90	0,97	11,20
15,0	9,80	0,90	12,28	9,40	0,90	11,60	9,13	1,02	11,20	9,00	1,04	10,90
20,0	9,70	1,03	12,20	9,210	0,96	11,514	9,00	1,05	11,00	8,65	1,08	10,60
25,0	9,50	1,04	12,17	8,401	0,97	11,43	8,40	1,11	10,80	8,30	1,13	10,50
30,0	9,00	1,06	12,10	8,30	1,0	11,38	8,20	1,12	10,76	8,00	1,15	10,40

Выражение (8.26) после интегрирования по y определяет дифференциальное по энергии фотонов сечения тормозного излучения релятивистских электронов (*спектр Шиффа*)

$$\frac{d\sigma_{br}}{dk} = \frac{2Z^2}{137} r_e^2 \frac{1}{k} \left\{ \left(1 + \left(\frac{E}{E_0} \right)^2 - \frac{2E}{3E_0} \right) \left(\ln M(0) + 1 - \frac{2 \cdot \arctg b}{b} \right) + \frac{E}{E_0} \left[\frac{2}{b^2} \ln(1+b^2) + \frac{4(2-b^2)}{3b^3} \arctg b - \frac{8}{3b^2} + \frac{2}{9} \right] \right\}, \quad (8.27)$$

где $b = \frac{2E_0 E}{k m_e c^2} \frac{Z^{1/3}}{111}, \frac{1}{M(0)} = \left(\frac{k \cdot m_e c^2}{2E_0 E} \right)^2 + \left(\frac{Z^{1/3}}{111} \right)^2$.

Угловое распределение фотонов для электронов с энергиями более нескольких МэВ можно представить в следующем виде [28]:

$$f(y) = 0,0977 [y \cdot \exp(-0,625y) + 27y \cdot \exp(-1,875y)]. \quad (8.28)$$

В этом виде форма углового распределения слабо зависит от E_0, k и Z_2 .

Из выражений для сечений тормозного излучения, полученных в борновском приближении для изолированных атомов, следует, что при $k \rightarrow 0$ спектры тормозного излучения расходятся (*инфракрасная катастрофа*). Это является следствием неприменимости борновского приближения (теории возмущений) к излучению фотонов малых частот. Чтобы убрать расходимость спектра вводят радиаци-

онные поправки, учитывающие взаимодействие налетающего электрона с собственным электромагнитным полем и конечные размеры ядра (см., например, А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий **Квантовая электродинамика**. – М.: Наука, 1981).

8.1.3. Потери энергии на тормозное излучение. Полные потери энергии

По аналогии с ионизационными потерями энергии (потерями на столкновения) выделяют потери энергии на единице длины пути на тормозное излучение (**потери на излучение, радиационные потери энергии**):

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = \int_0^{T_0} k \Sigma_{rad}(T_0, k) dk, \quad (8.29)$$

где в качестве дифференциального по энергии фотона сечения можно использовать сечение Бете-Гайтлера, Шиффа или Пратта. Расчеты в борновском приближении без учета экранирования тормозной способности на излучение электронов нерелятивистских энергий дают следующий результат [20]:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = \frac{16}{3} 3,44 \cdot 10^{-4} \frac{Z_2(Z_2+1)}{A} T_0 \left(\frac{\text{МэВ} \cdot \text{см}^2}{\text{г}}\right), \quad (8.30 \text{ а})$$

а в крайне релятивистском случае

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = 3,44 \cdot 10^{-4} \frac{Z_2(Z_2+1)}{A} T_0 \left(4 \ln \frac{T_0}{0,255} - \frac{4}{3}\right) \left(\frac{\text{МэВ} \cdot \text{см}^2}{\text{г}}\right). \quad (8.30 \text{ б})$$

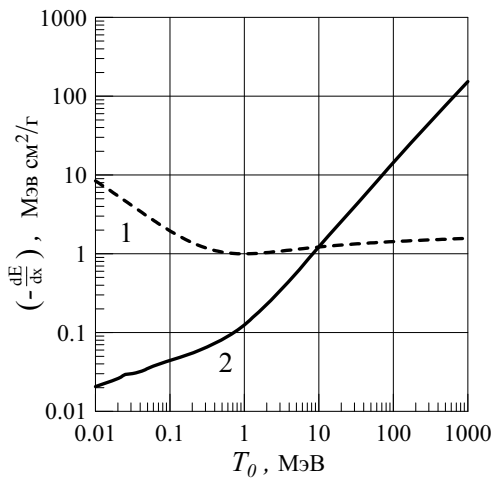


Рис. 8.7. Потери энергии электронами в свинце в зависимости от их кинетической энергии: 1 – потери на столкновения; 2 – потери на излучение

На рис. 8.7 видно, что при некоторой энергии (**критическая энергия**) потери энергии на столкновения равны радиационным потерям. Величину критической энергии для каждого вещества можно определить по эмпирической формуле

$$T_{кр} \approx \frac{800}{Z_2+1} \text{ (МэВ)}. \quad (8.31)$$

В соответствии с выражением (8.30), например, для свинца $T_{кр} \approx 10$ МэВ, для железа $T_{кр} \approx 30$ МэВ, для алюминия $T_{кр} \approx 60$ МэВ, а для воды $T_{кр} \approx 100$ МэВ.

Полные потери энергии электронов на единице пути (*полная тормозная способность*) равны сумме потерь энергии на столкновения и излучение

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col} + \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}. \quad (8.32)$$

При кинетических энергиях электронов меньших, чем критическая энергия, преобладают ионизационные потери энергии, а при больших – потери на излучение. Полная тормозная способность некоторых веществ для электронов приведена в табл. 7.4.

8.1.4. Радиационная единица длины

Для электронов с энергией $E \gg T_{кр}$ потери энергии на излучение пропорциональны энергии

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad} \approx \frac{E}{X_0}, \quad (8.33)$$

где X_0 имеет размерность длины и называется *радиационной единицей длины*. Величина X_0 зависит от атомного номера вещества и определяется выражением

$$X_0 = \left\{ \frac{4N_A r_e^2}{137} \frac{Z_2(Z_2+1)}{A} \left[\ln(183 Z_2^{-1/3}) - f(Z_2) \right] \right\}^{-1} \left(\frac{\text{г}}{\text{см}^2} \right). \quad (8.34)$$

В практических расчетах для нахождения X_0 удобно использовать следующую формулу:

$$X_0 \approx \frac{716A}{Z_2(Z_2+1) \ln(287/\sqrt{Z_2})}. \quad (8.35)$$

Переписав выражение (8.33) в виде

$$-dE/E = dx/X_0,$$

после интегрирования получаем

$$E(x) = E_0 \exp(-x/X_0), \quad (8.36)$$

где E_0 – начальная энергия электрона. Из полученного решения следует, что в релятивистской области энергия электрона убывает по экспоненциальному закону, а радиационная единица длины равна пути электрона в веществе, на котором его энергия за счет потерь на излучение убывает в e раз.

Значения радиационной единицы длины для некоторых веществ приведены в табл. 8.2 [26] (данные для 92 элементов имеются в [33]).

Таблица 8.2

Значения X_0

Вещество	Воздух	Вода	Графит	Al	Fe	Cu	Ag	W	Pb
$X_0, \text{ см}$	30 800	36,4	16,9	9,1	1,77	1,66	0,86	0,35	0,57

8.1.5. Тормозное излучение позитронов

Знак заряда у позитронов противоположен знаку заряда электронов, и это приводит к различию поперечных сечений тормозного излучения электронов и позитронов. При больших энергиях эта разница не велика, но при нерелятивистских энергиях сечения тормозного излучения позитронов значительно меньше,

чем у электронов той же энергии. В качестве сечений тормозного излучения позитронов используют формулы Бете-Гайтлера с соответствующими поправками.

В соответствии с [28] потери энергии на излучение позитронов можно вычислить через потери электронов, умножив их на функцию

$$\eta\left(\frac{T_0}{Z_2^2}\right) = \begin{cases} 0 & (x \leq -8) \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg}(0,415x + 0,0021x^3 + 0,00054x^5) & (-8 < x < 9), \\ 1 & (x \geq 9) \end{cases} \quad (8.37)$$

где $x = \log\left(7,52 \cdot 10^6 \frac{T_0}{Z_2^2}\right)$ (T_0 в ГэВ). Дифференциальное сечение тормозного излучения позитронов связано с сечением электронов следующим образом:

$$\frac{d\sigma^+}{dk} = f(\varepsilon) \frac{d\sigma^-}{dk},$$

где $\varepsilon = k/T_0$, $f(\varepsilon) = (1 - \varepsilon)^{\frac{1}{\eta} - 1}$.

8.1.6. Тормозное излучение мюонов

Тяжелые заряженные частицы, обладая большой массой, при прохождении вблизи ядра испытывают меньшее ускорение и поэтому теряют значительно меньше энергии на излучение $\sim(m_e/m)^2$. Кроме этого, радиационные процессы для тяжелых частиц происходят на много меньших расстояниях от ядра, чем для электронов (позитронов). В результате расчеты сечений тормозного излучения для этих частиц можно проводить без учета экранирования, но нельзя заменять кулоновское поле ядра полем точечного заряда.

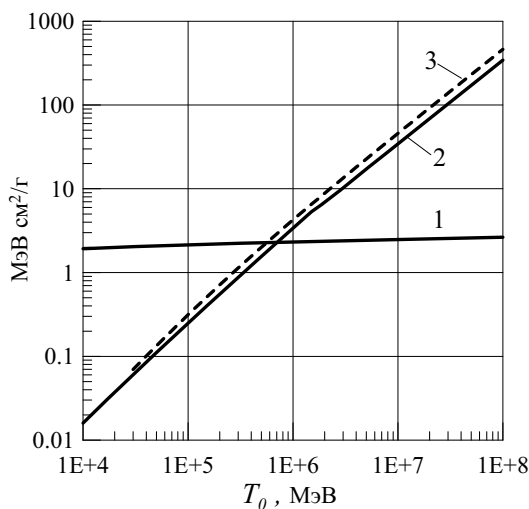


Рис. 8.8. Потери энергии мюонов на ионизацию (1), тормозное излучение (2), образование пар (3)

Из всех тяжелых частиц заметными потерями на излучение при больших энергиях обладают мюоны. Так как мюоны не участвуют в ядерных взаимодействиях, то они тормозятся в веществе за счет электромагнитного взаимодействия с электронами и ядрами вещества. Из-за большей массы мюонов их потери на тормозное излучение много меньше, чем у электронов. Поэтому до энергий порядка $10^5 - 10^6$ МэВ мюоны теряют энергию в основном на ионизацию атомов среды, что приводит к их большой проникающей способности. Тормозное излучение мюонов надо учитывать для энергий более 10^5 МэВ (рис. 8.8).

Ввиду того, что спин мюонов равен спину электронов, формулы для сечения тормозного излучения электронов применимы и для мюонов, если массу электрона заменить на массу мюона. Кроме того, ввиду малой длины волны быстрого мюона

по сравнению с радиусом ядра несколько меняется выражение для расчета параметра экранирования. Дифференциальные по энергии фотонов сечения тормозного излучения мюонов имеются в работах [10, 28] (информацию о взаимодействиях мюонов можно найти также в работе: Э. В. Бугаев и др. **Космические мюоны и нейтрино**. – М.: Атомиздат, 1970. Для расчетов потерь энергии мюонами на тормозное излучение можно использовать следующее выражение [10]:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = \begin{cases} C \ln \chi \left[1 + \frac{6\varepsilon^2 \ln \varepsilon - \varepsilon^2 - 10\varepsilon \ln \varepsilon + 6 \ln \varepsilon + 1}{6(1-\varepsilon)^3 \ln \chi} \right] & \varepsilon \neq 1 \\ C(\ln \chi - 0,944) & \varepsilon \approx 1 \end{cases} \left(\frac{\text{МэВ см}^2}{\Gamma} \right), \quad (8.38)$$

где $C = 3,27 \cdot 10^{-8} \frac{Z_2(Z_2 + 1)}{A}$; $\chi = 274,5 \frac{m_\mu}{m_e} Z_2^{-2/3}$; $\varepsilon = \frac{E_0 Z_2^{1/3} m_e c^2}{151,9 m_\mu^2 c^4}$.

8.1.7. Влияние среды на тормозное излучение

Рассмотренные выше сечения тормозного излучения соответствуют взаимодействию частицы с одним изолированным атомом. Если частица движется в конденсированной среде, то присутствие окружающих атомов может изменить спектральное распределение и полное сечение тормозного излучения, особенно для ультрарелятивистских электронов.

Во-первых, при движении быстрой частицы в материальной среде ее электромагнитное поле вносит возмущение в электронные оболочки атомов, что приводит к поляризации атомов. Излучение, возникающее в результате колебания электрического дипольного момента атомных электронов под воздействием поля частицы, называют **поляризационным тормозным излучением**. Поляризационное тормозное излучение является добавкой к обычному тормозному излучению, имеет место для любых заряженных частиц и любых энергий частиц, а его спектр сосредоточен в основном в мягкой области $k \ll T_0$ (см. **Поляризационное тормозное излучение частиц и атомов** / М. Я. Амусья и др. – М.: Наука, 1987; М. Я. Амусья **Тормозное излучение**. – М.: Энергоатомиздат, 1990).

Во-вторых, при движении в среде электронов (позитронов) ультрарелятивистских энергий необходимо учитывать подавление низкоэнергетической части спектра тормозного излучения за счет поляризации среды (**продольный эффект плотности**) [2, 21].

Если обозначить через \vec{q} импульс, передаваемый системой электрон и фотон ядру (среде), то в соответствии с принципом неопределенности излучающий электрон не может быть локализован точнее, чем

$$\Delta r \sim \hbar/q.$$

Разложив \vec{q} на поперечную и продольную составляющие относительно начального импульса электрона \vec{p}_0 ($\vec{q} = \vec{q}_\perp + \vec{q}_\parallel$), это соотношение можно переписать в виде

$$\Delta r_\perp \sim \frac{\hbar}{q_\perp}; \quad \Delta r_\parallel \sim \frac{\hbar}{q_\parallel}. \quad (8.39)$$

Выражения (8.39) определяют эффективные поперечные и продольные размеры области, дающей основной вклад в сечение тормозного излучения.

Для излучения фотона необходимы большие возмущения состояния электрона, т. е. большие поперечные импульсы ($q_{\perp} \sim m_e c$), в то время как величина q_{\parallel} определяется только законами сохранения энергии и импульса

$$E_0 = E + k; \quad \vec{q} = \vec{p}_0 - \vec{p} - \vec{p}_{\gamma}, \quad (8.40)$$

где \vec{p} – импульс электрона после излучения, \vec{p}_{γ} – импульс испущенного фотона. Для нулевого угла испускания фотона и при $E_0 \gg m_e c^2$ и $k \ll E_0$ из (8.40) можно получить [21] (см. также Е. Л. Фейнберг **Неупругие дифракционные процессы при высоких энергиях** // УФН. – Т. 58. – Вып. 2. – 1956. – С. 193-230)

$$q_{\parallel} = p_0 - p - p_{\gamma} = \frac{\sqrt{E_0^2 - m_e^2 c^4}}{c} - \frac{\sqrt{(E_0 - cp_{\gamma})^2 - m_e^2 c^4}}{c} - p_{\gamma} \approx \frac{m_e^2 c^4 k}{2cE_0^2}.$$

Следовательно

$$\Delta r_{\parallel} \equiv l_{\text{кг}} \approx \frac{2E_0^2}{k m_e c^2} \lambda_c, \quad (8.41)$$

где $\lambda_c = \hbar/m_e c = 3,86 \cdot 10^{-11}$ см – комптоновская длина волны электрона. Аналогичное соотношение имеет место и для электромагнитных процессов, которые при высоких энергиях обладают высокой направленностью, например, для кулоновского рассеяния, образования электрон-позитронных пар и т. д.

Из выражения (8.41) следует, что величина $l_{\text{кг}}$ увеличивается с ростом энергии электрона и уменьшением энергии испущенного фотона, и для ультрарелятивистских энергий она может быть много больше среднего расстояния между атомами. Например, при $E_0 = 1$ ГэВ и $k = 10$ МэВ $l_{\text{кг}} \approx 150$ нм, на этом расстоянии могут располагаться сотни атомов. Во всей области пространства вдоль начального импульса электрона $\sim l_{\text{кг}}$ локализация электрона невозможна, а его взаимодействие с атомами, расположенными в пределах $l_{\text{кг}}$, происходит одновременно (когерентно). Поэтому расстояние, определяемое выражением (8.41), называют **длиной когерентности** [2, 21]. Оно определяет порядок величины пространственной области вдоль импульса электрона, в пределах которой существенны интерференционные эффекты в излучении. Разность фаз волн, излученных в начале и конце пути, равно $l_{\text{кг}}$, не превышает π , а оптическая разность хода волн, испущенных из крайних точек отрезка, равна $\lambda/2$, поэтому все волны, излученные на длине когерентности, будут усиливать друг друга. Таким образом, несмотря на то, что длина волны ультрарелятивистских электронов много меньше междуатомных расстояний их взаимодействие с отдельными атомами нельзя рассматривать независимо, поэтому нельзя представить сечение в виде суммы сечений с отдельными атомами. В данном случае процесс излучения происходит в суммарном поле всех атомов, находящихся в пределах $l_{\text{кг}}$.

Можно показать [2], что выражение (8.41) определяет также те расстояния, где излучение формируется. Процесс излучения фотона электроном происходит не мгновенно. Требуется определенное время, чтобы фотон «отделился» от электрона и их можно было рассматривать как независимые объекты. Для этого они должны разойтись на расстояние порядка $(\lambda + \hbar/p)$, где λ – длина волны излученного фотона. Поскольку в релятивистской области энергий электрон и излученный им фотон движутся практически в одном направлении, то

скорость их разделения равна $v_{\text{отн}} \approx c - v$. Путь, который пройдет электрон за время «отрыва» фотона, равен

$$l_{\phi} = \frac{\hbar + \hbar/p}{c - v} v \approx l_{\text{кг}}.$$

Расстояние l_{ϕ} называют **длиной формирования излучения (длиной формирования, зоной формирования)** – это область вдоль импульса электрона, где излученный фотон становится свободным. С учетом угла испускания фотона ϑ длина формирования и длина когерентности связаны соотношением [2]

$$l_{\phi} = \frac{l_{\text{кг}}}{1 + \gamma^2 \vartheta^2}, \quad (8.42)$$

где $\gamma = E_0/m_e c^2$ – Лоренц фактор электрона. Поскольку при релятивистских энергиях фотоны испускаются под малыми углами, то в этой области энергий $l_{\phi} \approx l_{\text{кг}}$.

С увеличением энергии электрона из-за роста $l_{\text{кг}}$ должен возрасти вклад в сечение тормозного излучения «*далеких продольных столкновений*», особенно для мягкой части спектра (вспомним о вкладе далеких столкновений в поперечном направлении в потери энергии на ионизацию). Но так же, как и для потерь энергии на ионизацию, для процесса тормозного излучения необходимо учитывать поляризацию среды полем электрона. Поляризация атомов, расположенных вдоль траектории электрона, увеличивает фазовый сдвиг волн, излучаемых в пределах $l_{\text{кг}}$, и с учетом поляризации атомов длина когерентности должна вычисляться по формуле [21]

$$\tilde{l}_{\text{кг}} \approx \left[\frac{k m_e c^2}{2 E_0^2 \chi_c} + \frac{\hbar \omega_0^2}{2 c k} \right]^{-1}, \quad (8.43)$$

где ω_0 – плазменная частота ($\omega_0^2 = 4\pi n_0 Z_2 e^2 / m_e$). Как следует из выражения (8.43) учет поляризации среды «обрезает» дальнейший рост эффективных продольных расстояний (длину когерентности), дающих вклад в излучение, и тем сильнее, чем меньше энергия излучаемого фотона. По определению Тер-Микаеляна [21] такое влияние поляризации среды на тормозное излучение можно назвать **продольным эффектом плотности**, по аналогии с эффектом плотности в ионизационных столкновениях, когда подавляются вклады далеких поперечных столкновений. В спектре тормозного излучения продольный эффект плотности становится большим для энергий фотонов [27]:

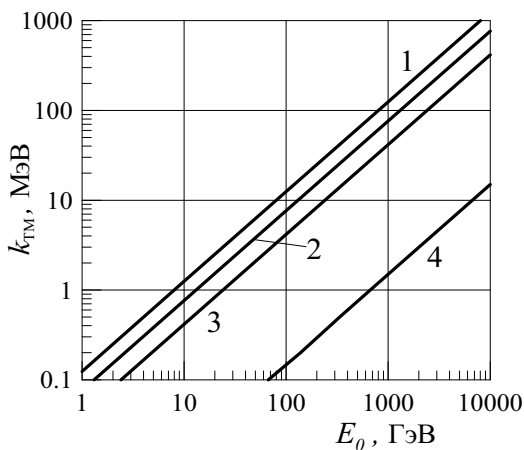


Рис. 8.9. Значения k_{TM} . 1 – свинец, 2 – алюминий, 3 – вода, 4 – воздух

$$k \leq k_{\text{TM}} \approx \frac{\hbar \omega_0}{m_e c^2} E_0 \approx 5,6 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{Z_2}{A}} \rho \cdot E_0 \quad (\text{МэВ}), \quad (8.44)$$

где E_0 в МэВ, ρ ($\text{г}/\text{см}^3$) – плотность вещества. Для энергий $k \leq k_{\text{TM}}$ спектр тормозного излучения изменяется от $\sim 1/k$ (как у спектра Бете-Гайтлера) до $\sim k$ и инфракрасная катастрофа отсутствует. Для плотных сред с большим атомным номером величина k_{TM} равна примерно $10^{-4} E_0$. Например, в свинце для $E_0 = 1$ ГэВ $k_{\text{TM}} \approx 120$ кэВ. В алюминии при той же энергии $k_{\text{TM}} \approx 70$ кэВ, в воде $k_{\text{TM}} \approx 40$ кэВ, а в воздухе $k_{\text{TM}} \approx 2$ кэВ. Для нескольких веществ зависимость k_{TM} от E_0 показана на рис. 8.9. На излучение фотонов с энергиями $k \gg k_{\text{TM}}$ продольный эффект плотности (*эффект Тер-Микаэляна, ТМ-эффект*) не влияет.

Учесть ТМ-эффект в дифференциальном по энергии сечении тормозного излучения можно, умножив сечение Бете-Гайтлера на функцию подавления [22, 27, 28]

$$S_{\text{TM}} = \frac{k^2}{k^2 + (\gamma\hbar\omega_0)^2} \approx \left[1 + 3,1 \cdot 10^{-9} (Z_2 \rho / A) (E_0 / k)^2 \right]^{-1}. \quad (8.45)$$

В третьих, в области ультрарелятивистских энергий необходимо учитывать *эффект многократного рассеяния (эффект Ландау-Померанчука-Мигдала, ЛПМ-эффект)* [Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук **Пределы применимости теории тормозного излучения и образования пар при больших энергиях** // ДАН СССР. – Т. 92. – 1953. – С. 535].

Суть эффекта заключается в следующем. Если длина когерентности много больше среднего расстояния между атомами и процесс излучения фотона происходит в поле многих атомов, то электрон за время излучения испытывает многократное кулоновское рассеяние. С ростом энергии электрона и длины когерентности растет и средний угол многократного рассеяния ϑ_s . Когда он становится сравним и больше характерного угла испускания фотона $\vartheta_\gamma \sim m_e c^2 / E_0$, то расстраивается (подавляется) когерентность излучения в пределах $l_{\text{КГ}}$ и вероятность излучения фотона уменьшается (тем сильнее, чем меньше его энергия). Подавление когерентности излучения в свою очередь приводит к уменьшению величины $l_{\text{КГ}}$.

Средний квадрат угла многократного рассеяния на пути s (в гауссовом приближении) дается формулой [21]

$$\overline{\vartheta_s^2} = \frac{E_s^2}{E_0^2} \frac{s}{X_0}, \quad (8.46)$$

где $E_s \approx 21$ МэВ, X_0 – радиационная единица длины. Следовательно, если выполняется условие

$$\left(\frac{m_e c^2}{E_0} \right) < \frac{E_s}{E_0} \sqrt{\frac{l_{\text{КГ}}}{X_0}}, \quad (8.47)$$

то необходимо учитывать многократное рассеяние. Из выражения для $l_{\text{КГ}}$ (8.41) следует, что, как и в случае ТМ-эффекта,

влияние многократного рассеяния возрастает с увеличением E_0 и уменьшением энергии испущенного фотона.

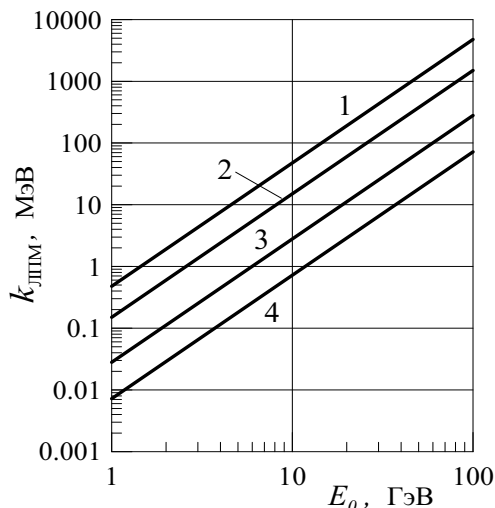


Рис. 8.10. Зависимость $k_{\text{лпм}}$ от E_0 для свинца (1), железа (2), алюминия (3) и воды (4)

Точная квантовая теория данного эффекта (с учетом и ТМ-эффекта) дана в работах А. Б. Мигдала (ДАН СССР. – Т. 96. – 1954. – С. 49; ЖЭТФ. – Т. 32. – 1957. – С. 633; Phys. Rev. – V. 103. – 1956. – P. 1811). Выражения для дифференциального сечения тормозного излучения с учетом многократного рассеяния кроме указанных выше работ Мигдала можно найти также в работах [10, 21, 26, 27, 28].

Подставив в (8.47) выражение для когерентной длины (8.41), получим значение энергии фотонов, для которой при заданной энергии электронов E_0 эффект многократного рассеяния (ЛПМ-эффект) становится заметным

$$k < k_{\text{ЛПМ}} = \frac{E_0^2}{E_{\text{ЛПМ}}}, \quad (8.48)$$

где

$$E_{\text{ЛПМ}} = \alpha m_e^2 c^4 X_0 / 8\pi \hbar c = 3,8 \cdot X_0 \text{ (см)} \quad (\text{ТэВ}). \quad (8.49)$$

Значения $E_{\text{ЛПМ}}$ для некоторых веществ приведены в табл. 8.3. На рис. 8.10 показана зависимость $k_{\text{ЛПМ}}$ от энергии электронов E_0 для нескольких веществ.

Если условие (8.48) выполняется, то многократное рассеяние подавляет испускание фотонов с энергиями $k < k_{\text{ЛПМ}}$ и спектр тормозного излучения в этой области энергий перестраивается из $\sim 1/k$ в $\sim 1/\sqrt{k}$. На излучение фотонов с энергиями $k > k_{\text{ЛПМ}}$ ЛПМ-эффект не влияет. Тормозной спектр в этой области энергий соответствует сечению Бете-Гайтлера.

Таблица 8.3

Значения $E_{\text{ЛПМ}}$ для некоторых веществ

Вещество	Воздух	Вода	Углерод	Al	Fe	W	Au	Pb
$E_{\text{ЛПМ}}, \text{ ТэВ}$	$1,2 \times 10^5$	138	74	36	6,6	1,32	1,25	2,1

По сравнению с ТМ-эффектом подавление тормозного излучения за счет ЛПМ-эффекта начинается при больших энергиях электронов, так как длина когерентности должна быть настолько большой, чтобы электрон мог отклониться на достаточный угол в результате многократного рассеяния. Если $k_{\text{ЛПМ}} \leq k_{\text{ТМ}}$, то подавление излучения определяется продольным эффектом плотности.

Учесть ЛПМ-эффект в спектре тормозного излучения сложнее, чем ТМ-эффект. Для его точного учета необходимо использовать дифференциальное сечение, полученное Мигдалом. В соответствии с рекомендациями работы [27] (см. также Т. Stanev et. al. **Development of ultrahigh-energy electromagnetic cascades in water and lead including the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect** // Phys. Rev. D. – 1982. – V. 25. – No. 5. – P. 1291), это сечение с некоторыми поправками удобно представить в следующем виде:

$$\frac{d\sigma}{dk} = \frac{4\alpha r_e^2 \xi(s)}{k} \left\{ y^2 \psi(s) + \frac{4}{3}(1-y)\phi(s) \right\} \cdot (Z_2^2 F_{\text{el}} + Z_2 F_{\text{in}}), \quad (8.50)$$

где $y = k/E_0$, $F_{\text{el}} \approx \ln(184Z_2^{1/3})$ и $F_{\text{in}} \approx \ln(1194Z_2^{2/3})$ – соответственно, упругий и неупругий атомные формфакторы,

$$s = s'/\sqrt{\xi(s')}; \quad h(s') = \ln s'/\ln(\sqrt{2} s_1); \quad s_1 = (Z_2^{1/3}/191)^2, \quad (8.50 \text{ а})$$

$$s' = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{\tilde{E}_{\text{ЛПМ}}}{E_0} \frac{y}{1-y}}, \quad (8.50 \text{ б})$$

$$\tilde{E}_{\text{ЛПМ}} = \left(\frac{4m_e c^2}{E_s} \right)^2 \left(\frac{m_e c}{2\hbar} \right) X_0 m_e c^2 = 61,5 X_0 (\text{см}) \quad (\text{ТэВ}), \quad (8.50 \text{ в})$$

$$\xi(s') = \begin{cases} 2 & (s' \leq \sqrt{2} s_1) \\ 1 + h - \frac{0,08(1-h)[1-(1-h)^2]}{\ln(\sqrt{2} s_1)} & (\sqrt{2} s_1 < s' \ll 1), \\ 1 & (s' \geq 1) \end{cases} \quad (8.50 \text{ г})$$

$$\xi(s) = \begin{cases} 2 & (s \leq s_1) \\ 1 + \ln s / \ln s_1 & (s_1 < s < 1), \\ 1 & (s \geq 1) \end{cases} \quad (8.50 \text{ д})$$

$$\psi(s) = \begin{cases} 4s & (s \leq 0,01) \\ 1 - \exp \left[\frac{-4s - 8s^2}{1 + 3,936s + 4,97s^2 - 0,05s^3 + 7,5s^4} \right] & (0,01 < s < 2), \\ 1 & (s \geq 2) \end{cases} \quad (8.50 \text{ е})$$

$$\phi(s) = \begin{cases} 6s(1 - \pi s) & (s \leq 0,01) \\ 1 - \exp \left\{ \frac{-6s[1 + (3 - \pi)s] + s^3}{0,623 + 0,796s + 0,658s^2} \right\} & (0,01 < s < 2). \\ 1 & (s \geq 2) \end{cases} \quad (8.50 \text{ ж})$$

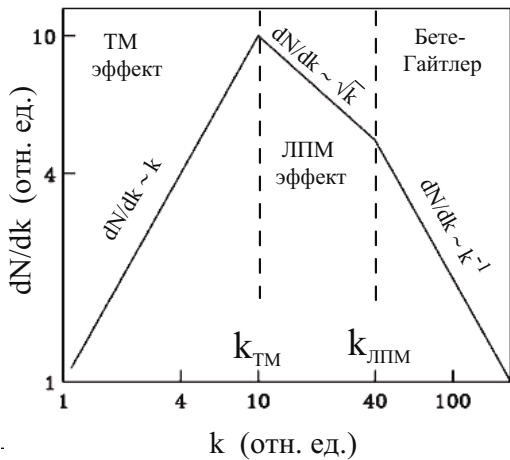


Рис. 8.11. Схема подавления тормозного излучения ТМ- и ЛПМ-эффектами

энергия ЛПМ эффекта в спектре тормозного излучения смещается в область больших энергий быстрее, чем у продольного эффекта плотности.

В работах [27, 28] для приближенного учета ЛПМ эффекта предлагается умножить дифференциальное сечение Бете-Гайтлера на функцию подавления

$$S_{\text{ЛПМ}} = \left(k \cdot E_{\text{ЛПМ}} / E_0^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (8.51)$$

но лучше с экспериментальными данными из [27] согласуется степень 1/4.

Из формул (8.44) и (8.48) следует, что отношение $k_{\text{ЛПМ}}/k_{\text{ТМ}}$ пропорционально E_0 , т. е. с увеличением энергии электронов граничная энергия

На рис. 8.11 в качестве примера приведена схема изменения формы спектра тормозного излучения в результате подавления излучения обоими ТМ и ЛПМ эффектами. Если $k < k_{\text{ТМ}}$, то на подавление излучения фотонов с этими энергиями влияют оба эффекта, но с уменьшением энергии фотонов все больший вклад в подавление излучения дает продольный эффект плотности.

Так как оба эффекта подавления излучения зависят от величины когерентного отрезка траектории частицы, то они не являются независимыми друг от друга, и суммарное влияние обоих эффектов не может быть определено в виде простого произведения их функций подавления. Для точного учета величины подавления (S) в этом случае необходимо использовать отношение длины когерентности с учетом обоих эффектов к ее значению без их учета (V. M. Galitsky, I. I. Gurevich **Coherence effects in ultra-relativistic electron bremsstrahlung** // Nuovo Cimento. – 1964. – V. 32. – P. 396). Приближенно величину S можно вычислить с помощью выражения [28]

$$S = \frac{1}{2} \left[\sqrt{S_{\text{ЛПМ}}^4 (1 + 1/S_{\text{ТМ}})^2 + 4 \cdot S_{\text{ЛПМ}}^2} - S_{\text{ЛПМ}}^2 (1 + 1/S_{\text{ТМ}}) \right]. \quad (8.52)$$

Если начальная энергия электрона удовлетворяет условию

$$E_0 \ll m_e c^2 \frac{m_e c^2}{E_S} \sqrt{\frac{X_0 k_{\min}}{\lambda_c m_e c^2}}, \quad (8.53)$$

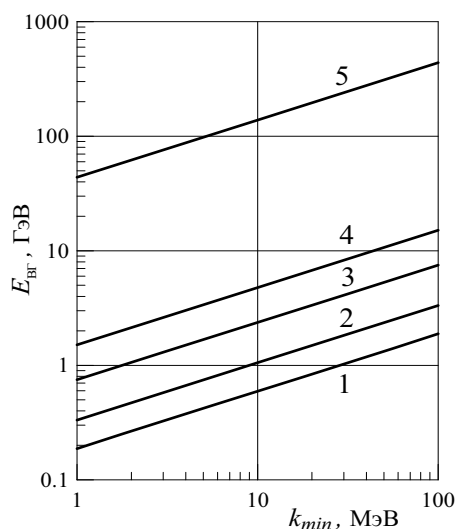


Рис. 8.12. Значения $E_{\text{ВГ}}$. 1 – свинец, 2 – железо, 3 – алюминий, 4 – вода, 5 – воздух

где k_{\min} – минимальная энергия фотонов тормозного излучения, то для энергий фотонов $k > k_{\min}$ на тормозное излучение не влияют ни поляризация среды, ни многократное рассеяние, и тормозной спектр соответствует сечению Бете-Гайтлера. Выражение (8.53) удобно записать в виде

$$E_0 < E_{\text{ВГ}} \approx 0,25 \sqrt{X_0 k_{\min}} \quad (\text{ГэВ}), \quad (8.54)$$

где X_0 в см, а k_{\min} в МэВ. Значения $E_{\text{ВГ}}$ для некоторых веществ в зависимости от k_{\min} приведены на рис. 8.12.

Специально проведенные экспериментальные исследования подтвердили подавление мягкой части тормозного спектра высокоэнергетических электронов за счет ТМ эффекта и эффекта многократного рассеяния [27] (см. также P. L. Anthony et. al.: **An Accurate Measurement of the Landau-Pomeranchuk-Migdal Effect** // Phys. Rev. Letters. – 1995. – V. 75. – No. 10 – P. 1949; **Measurement of Dielectric Suppression of Bremsstrahlung** // Phys. Rev. Letters. – 1996. – V. 76. – No. 19. – P. 3550). На рис. 8.13 приведены измеренные и рассчитанные (методом Монте-Карло) в этих работах спектры тормозного излучения из золотых мишеней для электронов с энергией 25 ГэВ. В расчете по формуле Мигдала учитывался только ЛПМ эффект. Как следует из результатов рис. 8.13 (а), если толщина мишени больше $l_{\text{КГ}}$, то многократное рассеяние проявляется для энергий фотонов менее ~ 300 МэВ.

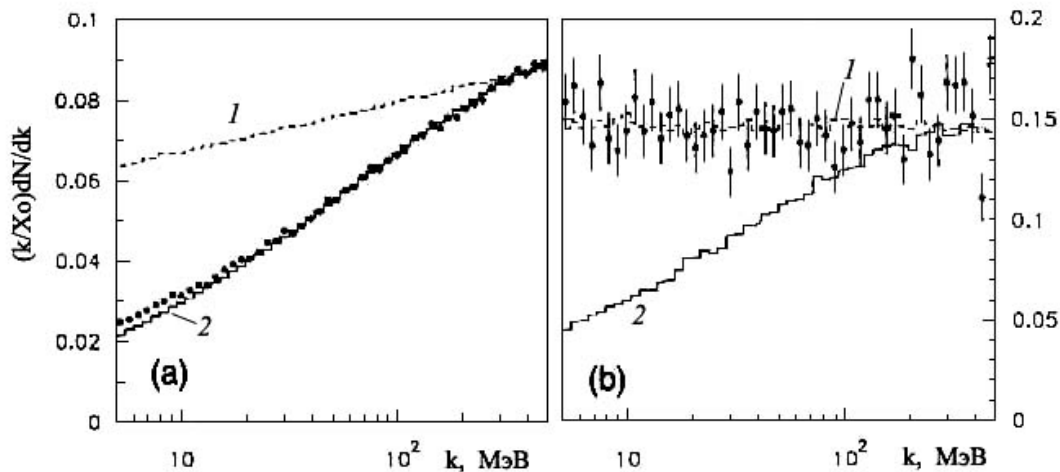


Рис. 8.13. Спектры тормозного излучения из золотой мишени толщиной $0,06X_0$ (а) и $0,01X_0$ (б) от электронов с энергией 25 ГэВ. Точки – экспериментальные данные, гистограммы – расчеты методом Монте-Карло. 1 – расчет по формулам Бете-Гайтлера, 2 – расчет по формуле Мигдала

Все оценки, приведенные выше для ТМ и ЛПМ эффектов, соответствуют бесконечной среде. Если толщина мишени меньше длины когерентности, то величина обоих эффектов уменьшается и их учет становится более сложным. Для

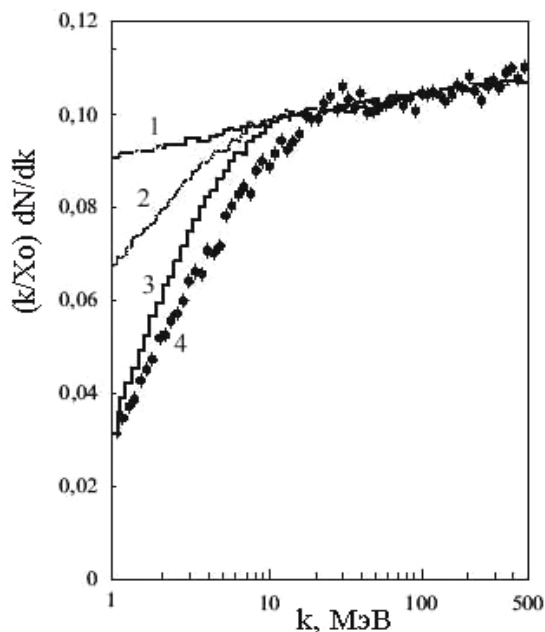


Рис. 8.14. Интенсивность тормозного излучения электронов с энергией 25 ГэВ в углероде. Гистограммы – расчет: 1 – Бете-Гайтлер, 2 – ЛПМ, 3 – ЛПМ+ТМ; 4 – эксперимент

мишени толщиной $0,01X_0$ эксперимент не обнаружил подавления мягкой части спектра тормозного излучения за счет ЛПМ эффекта (рис. 8.13 б). Спектр в этом случае соответствует сечению Бете-Гайтлера. Таким образом, для очень тонких мишеней эффекты подавления излучения вообще могут не проявиться.

Некоторое отличие экспериментального и рассчитанного спектров фотонов на рис. 8.13 (а) для энергий менее 10 МэВ обусловлено тем, что в расчетах не учитывалось влияние границы. Если последний отрезок пути электрона в веществе оказывается меньше $l_{\text{КТ}}$, то и подавление излучения меньше.

На рис. 8.14 приведены данные из [27], которые показывают влияние ТМ- и ЛПМ-эффектов на подавление мягкой части тормозного спектра в углероде для электронов с энергией 25 ГэВ. Из рисунка следует, что подавление излучения начинается с энергий менее 10–15 МэВ, и оба эффекта примерно одинаково влияют на это подавление.

Поскольку электроны (позитроны) ультрарелятивистских энергий за счет подавления излучения в результате ТМ и ЛПМ эффектов теряют на излучение энергии меньше, чем по теории Бете-Гайтлера, то должна возрасти радиационная единица длины и проникающая способность таких частиц. Это было подтверждено экспериментально (см. Н. D. Hansen et. al. **Is the Electron Radiation Length Constant at High Energies?** // Phys. Rev. Letters. – 1995. – V. 91. – No. 1, – 014801).

В заключение этого раздела отметим, что в работе [22] имеется обзор выполненных за последние годы экспериментальных и теоретических исследований радиационных электромагнитных процессов в аморфных и неоднородных средах с учетом эффектов подавления излучения.

8.1.8. Тормозное излучение из толстых мишеней

Тормозное излучение широко используется в практических целях, особенно в области энергий менее 100 МэВ. В большинстве практических случаев для генерации тормозного излучения используются толстые мишени с большим атомным номером. Толстыми мишенями будем называть мишени, толщина которых (d) сравнима или больше среднего пробега электронов R_0 . Важными величинами, характеризующими тормозное излучение, выходящее из мишеней, являются: энергетическое и угловое распределения тормозного излучения, а также **энергетический выход тормозного излучения** (или просто энергетический выход) – энергия тормозного излучения, выходящая из мишени.

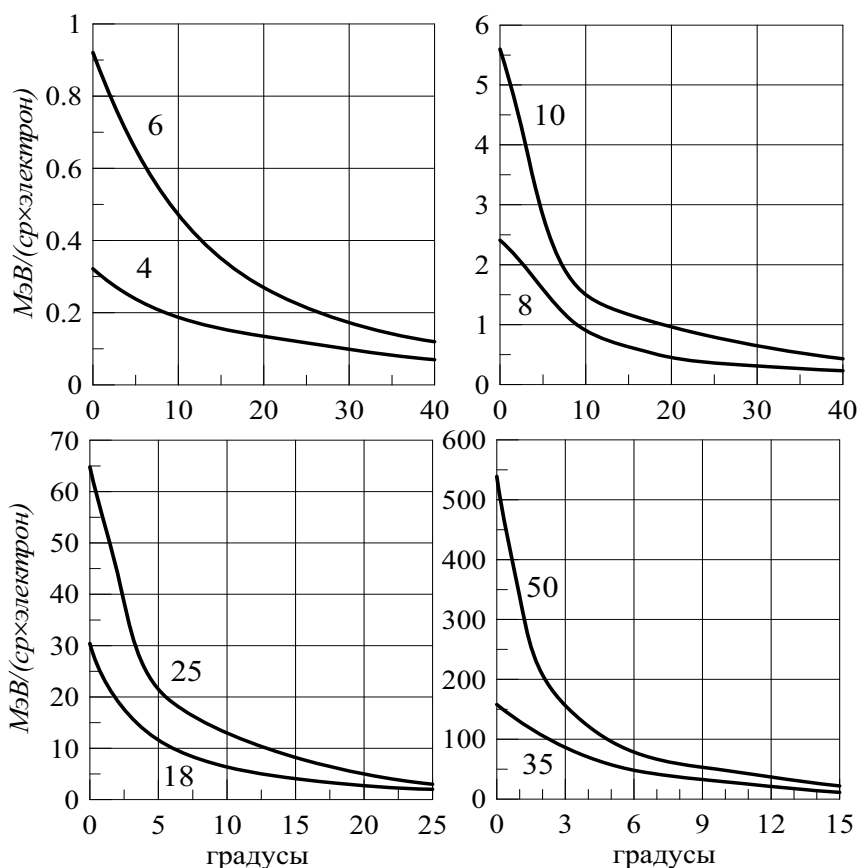


Рис. 8.15. Угловые распределения энергетического выхода из вольфрамовых мишеней. Цифры возле кривых – энергии электронов в МэВ.

При $d \ll R_0$ (тонкая мишень) энергетический выход (I_{rad}) можно определить через радиационные потери энергии, считая, что практически вся потерянная на тормозное излучение энергия выходит из мишени

$$I_{rad} \approx (-dE/dx)_{rad} \cdot d \quad (\text{МэВ/электрон}).$$

На выход тормозного излучения из толстых мишеней, влияют энергетические потери и многократное рассеяние первичных электронов, поглощение и рассеяние вторичных фотонов. Точные расчеты характеристик тормозного излучения с учетом всех эффектов взаимодействия электронов и фотонов в мишени можно выполнить лишь с помощью метода Монте-Карло (см. Приложение 1).

Если рассматривать энергетический выход в направлении первичного электронного пучка, то он возрастает с увеличением толщины мишени, достигает максимума для толщин примерно $(0,3 - 0,4) R_0$ и с дальнейшим увеличением толщины уменьшается – за счет процессов поглощения излучения в материале мишени. На рис. 8.15 приведены рассчитанные методом Монте-Карло угловые распределения энергетического выхода из вольфрамовых мишеней в направлении падающего электронного пучка (вперед). Толщины мишеней соответствуют максимальному энергетическому выходу в направлении вперед.

Если толщина мишени мала и первичные электроны, испытывая в ней многократное рассеяние, теряют небольшую часть своей энергии ($\Delta E \ll T_0$), то в качестве углового распределения энергетического выхода релятивистских электронов можно использовать выражение [29]

$$I_{rad}(\vartheta) = \frac{1}{\ln(246d/X_0)} \left[\mathcal{E}_1 \left(\frac{\tau_0^2 \vartheta^2 X_0}{1760d} \right) - \mathcal{E}_1 \left(\frac{\tau_0^2 \vartheta^2}{7,15} \right) \right], \quad (8.55)$$

где d – толщина мишени, τ_0 – полная энергия электрона в единицах $m_e c^2$, \mathcal{E}_1 – интегральная показательная функция ($\mathcal{E}_1(x) = -\mathcal{E}_i(-x)$). Выражение (8.55) нормировано на 1 при $\vartheta = 0$ и справедливо для небольших углов рассеяния $\vartheta \leq 0,1$ радиан. Более точная формула для плотности углового распределения энергетического выхода получена в работе: L. H. Lanzl and A. O. Hanson **Z Dependence and Angular Distribution of Bremsstrahlung from 17-Mev Electrons** // Phys. Rev. – 1951. – V. 83. – No. 5. – P. 959-974.

В практических инженерных расчетах для электронов с энергиями 0,2–3 МэВ используют следующую эмпирическую оценку энергетического выхода из мишени с атомным номером Z

$$I_{rad}(T_0, Z) \approx 3,3 \cdot 10^{-4} Z T_0^2 \quad (\text{МэВ/электрон}), \quad (8.56)$$

где T_0 – кинетическая энергия электронов. Выражение (8.56) соответствует полному поглощению первичных электронов и учитывает поглощение фотонов в мишени. Как следует из (8.56), для толстых мишеней выход тормозного излучения пропорционален не Z^2 , а только Z , что является следствием поглощения части излучения в самой мишени. Для оценки энергетического выхода электронов с большими энергиями можно использовать следующее приближенное выражение [3]:

$$I_{rad}(T_0, Z) \approx \frac{3 \cdot 10^{-4} Z T_0^2}{1,96 + 3 \cdot 10^{-4} Z T_0} \quad (\text{МэВ/электрон}), \quad (8.57)$$

которое также соответствует полному поглощению первичного электрона, но не учитывает ослабление и поглощение фотонов в мишени.

Спектры тормозного излучения из вольфрамовых мишеней ускорителей, рассчитанные методом Монте-Карло, можно найти в работе: В.И. Беспалов и др. **Ослабление высокоэнергетического тормозного излучения барьерами из железа** // Дефектоскопия. – № 8. – 1987. – С. 16-24; зависимости энергетического выхода от толщины мишеней для энергий 2–60 МэВ в работе: М. J. Berger, S. M. Seltzer **Bremsstrahlung and Photoneutron from Thick Tungsten and Tantalum Targets** // Phys. Rev. C. – 1970. – V. 2. – No. 2. – P. 621-631.

Энергетический выход для β -излучающих радионуклидов можно оценить по формуле Виарда для полного поглощения β -излучения

$$I_{\beta} \approx 1,24 \cdot 10^{-4} (Z_{\text{эфф}} + 3) \sum_i n_{\beta_i} T_i^2, \quad (8.58)$$

где n_{β_i} и T_i – соответственно квантовый выход и наибольшая кинетическая энергия β -излучения i -го β -перехода, $Z_{\text{эфф}}$ – эффективный атомный номер среды, где поглощаются β -частицы. Если среда состоит из одного вещества, то $Z_{\text{эфф}}$ – это просто атомный номер этого вещества, в противном случае $Z_{\text{эфф}}$ находится из выражения

$$Z_{\text{эфф}} = \frac{\sum_i \alpha_i Z_i^2}{\sum_i \alpha_i Z_i}, \quad (8.59)$$

где α_i – это доля атомов с атомным номером Z_i . Если β -излучение радионуклида содержит много линий или его β -спектр является непрерывным, то в выражении (8.58) сумму надо заменить на квадрат максимальной энергии спектра.

8.2. Излучение Вавилова-Черенкова

Равномерно движущийся заряд не должен излучать электромагнитные волны, так как его можно рассматривать в такой инерциальной системе координат, где он будет находиться в покое, а покоящиеся заряды не излучают [12] (если свойства среды не меняются во времени). Однако при движении заряженной частицы с постоянной скоростью в материальной (немагнитной) среде возможно возникновение электромагнитного излучения, если скорость частицы v больше фазовой скорости распространения электромагнитных волн в этой среде

$$u = c/n = c/\sqrt{\epsilon}, \quad (8.60)$$

где c – скорость света в вакууме, n – показатель преломления среды, ϵ – ее диэлектрическая проницаемость.

Это излучение было открыто в 1934 г. П. А. Черенковым и С. И. Вавиловым и названо **излучением Вавилова-Черенкова (черенковским излучением)**. Механизм черенковского излучения был объяснен в работах И. Е. Тамма и И. М. Франка на основе классической электродинамики (им вместе с П. А. Черенковым в 1958 г. была присуждена Нобелевская премия). Квантовую теорию этого эффекта создал в 1940 г. В. Л. Гинзбург, получивший примерно те же результаты.

Черенковское излучение не имеет ничего общего с тормозным излучением, которое испускается самой движущейся частицей при столкновении с атомами. При черенковском излучении имеет место излучение, испускаемое средой под влиянием поля движущейся в нем частицы [13]. Черенковское излучение возникает в результате поляризации атомов среды движущейся в ней заряженной частицей.

Механизм возникновения черенковского излучения и его направленность можно пояснить следующим образом. Пусть частица движется равномерно и прямолинейно в некоторой среде. Взаимодействие собственного поля частицы со связанными электронами атомов, находящихся вблизи ее траектории, возбуждает колебания этих электронов и они становятся центрами излучения электромагнитных волн. Выделим на траектории частицы несколько точек (A, B, C, D, E на рис. 8.16 [25]), каждую из которых будем считать источником электромагнитной волны, возникающей в момент прохождения через нее частицы. В оптически изотропной среде такие парциальные волны будут сферическими, распространяющимися со скоростью u .

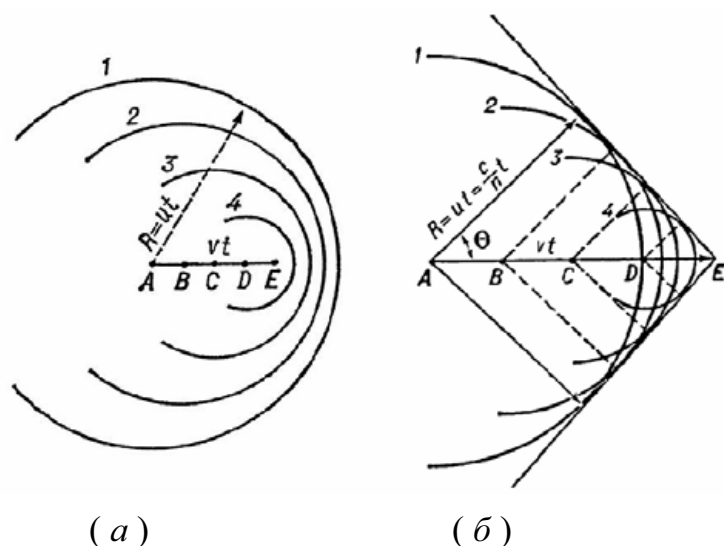


Рис. 8.16. Движение заряженной частицы в среде: $a - v < u$, сферы 1, 2, 3, 4 соответствуют положению парциальных волн, испущенных соответственно из точек A, B, C, D ; $b - v > u$, θ – угол между направлениями волнового вектора возникающего излучения и скоростью частицы

нием их общей огибающей, которой соответствует волновая поверхность излучения, распространяющегося в среде.

В случае $v < u$ (рис. 8.16, a) световые волны будут обгонять частицу и тем сильнее, чем раньше они испущены. Волновой фронт в этом случае определить невозможно, так как общей огибающей парциальные волны не имеют – все окружности 1, 2, 3, 4 лежат одна внутри другой. Следовательно, парциальные волны полностью гасят друг друга и результирующая волна отсутствует. Излучения нет.

Если же скорость частицы $v > u$ ($\beta n > 1$), то соответствующие волновые сферы пересекаются (рис. 8.16, b), их общая огибающая (волновая поверхность) представляет собой конус с вершиной в точке E , совпадающей с мгновенным

Допустим, что частица, двигаясь равномерно и прямолинейно со скоростью v , в момент наблюдения находится в точке E . За время t до этого она проходила через точку A ($AE = vt$). Волна, испущенная из A , к моменту наблюдения является сферой радиуса $R = ut$. На рис. 8.16 ей соответствует окружность 1, а волнам, испущенным из B, C, D – окружности 2, 3, 4. По принципу Гюйгенс-Френеля в результате интерференции парциальные волны гасят друг друга всюду за исключе-

положением частицы. Нормали к образующим конуса определяют волновые векторы, т. е. направления распространения излучения. Угол θ , который составляет волновой вектор с направлением движения частицы (рис. 8.16, б), удовлетворяет отношению:

$$\cos \theta = u/v = c/nv = 1/\beta n. \quad (8.61)$$

Отметим, что на возбуждение черенковского излучения в среде частица тратит часть своей энергии, но эти потери энергии очень малы.

Получить основные условия возникновения и распространения излучения при равномерном движении заряженной частицы в изотропной и немагнитной среде со скоростью v можно исходя из основных закономерностей распространения электромагнитных волн в среде [13]. Величина волнового вектора k и частота ω электромагнитной волны, распространяющейся в прозрачной среде, связаны соотношением

$$\omega = k c/n(\omega). \quad (8.62)$$

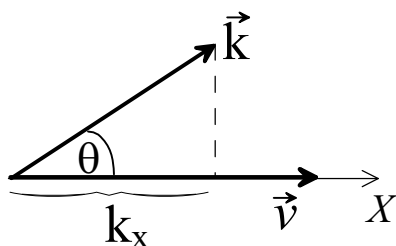


Рис. 8.17. К выводу выражения (8.61)

С другой стороны частота фурье-компоненты поля равномерно движущейся в среде частицы связана с x -компонентой поля (рис. 8.17) волнового вектора соотношением

$$\omega = k_x v. \quad (8.63)$$

Так как $k > k_x$, то чтобы соотношения (8.62) и (8.63) не противоречили друг другу и соответствовали свободно распространяющейся волне необходимо выполнение условия

$$v > c/n(\omega), \quad (8.64)$$

т. е. излучение с частотой ω происходит, если скорость частицы превосходит фазовую скорость волн этой частоты в среде.

Пусть угол θ – угол между направлением движения частицы и направлением излучения (рис. 8.17). Тогда из (8.62) и (8.63) имеем

$$k_x = k \cos \theta = \frac{\omega}{v} = \frac{kc}{nv},$$

откуда получаем выражение (8.61).

Следовательно, угловое распределение излучения и его распределение по частотам находятся в определенной связи друг с другом. Излучение каждой частоты происходит вперед по направлению движения частицы и распределяется по поверхности конуса с углом раствора θ , определяемым выражением (8.61). Черенковское излучение по существу не является чем-то принципиально новым. Оно имеет аналоги в гидродинамике и акустике. Волны расходятся от плывущего корабля и от самолета, летящего со сверхзвуковой скоростью. В обоих случаях направление распространения волн описывается формулой типа (8.61), где u – скорость распространения волн, v – скорость движения источника волн.

Угловое и спектральное распределение черенковского излучения можно получить следующим простым способом. Согласно классической электродинамике спектрально-угловое распределение энергии, которую теряет частица с зарядом $Z_1 e$, движущаяся по закону $\vec{r} = \vec{r}(t)$ со скоростью v в немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , дается следующим выражением [8]:

$$\frac{dI}{d\omega d\Omega} = \frac{Z_1^2 e^2 \omega^2}{4\pi c^3} \sqrt{\varepsilon} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} [\vec{\Omega} [\vec{\Omega} \vec{v}]] \exp \left[i\omega \left(t - \frac{\sqrt{\varepsilon} \vec{\Omega} \vec{r}(t)}{c} \right) \right] dt \right|^2, \quad (8.65)$$

где ω – частота излучаемой волны, $\vec{\Omega}$ – направление излучения. Это выражение определяет потери энергии заряженной частицы при взаимодействии со средой в целом, исключая непосредственные столкновения с отдельными атомами. Используя (8.65), найдем потерянную частицей энергию на излучение за интервал времени 2τ , в течение которого можно считать ее движение равномерным и прямолинейным – $\vec{r}(t) = \vec{v} \cdot t$. Тогда двойное векторное произведение можно вынести из-под интеграла и учесть, что

$$\left| [\vec{\Omega} [\vec{\Omega} \vec{v}]] \right|^2 = v^2 \sin^2 \theta, \quad (8.66)$$

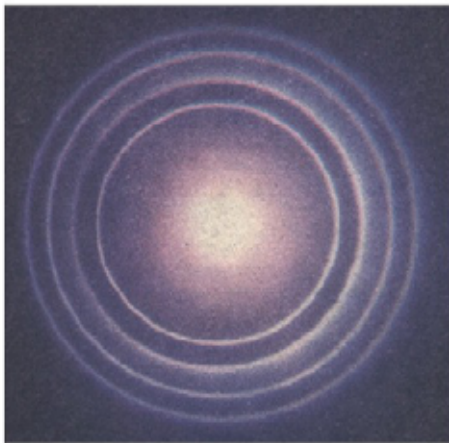
где θ – угол между векторами $\vec{\Omega}$ и \vec{v} . Взяв оставшийся интеграл, получаем

$$\frac{dI}{d\omega d\Omega} = \frac{Z_1^2 e^2 \omega \tau}{\pi c^3} \sqrt{\varepsilon} v^2 \sin^2 \theta \left\{ \frac{\omega \tau \sin^2 \left[\omega \tau (1 - \sqrt{\varepsilon} \beta \cos \theta) \right]}{\omega^2 \tau^2 (1 - \sqrt{\varepsilon} \beta \cos \theta)} \right\}. \quad (8.67)$$

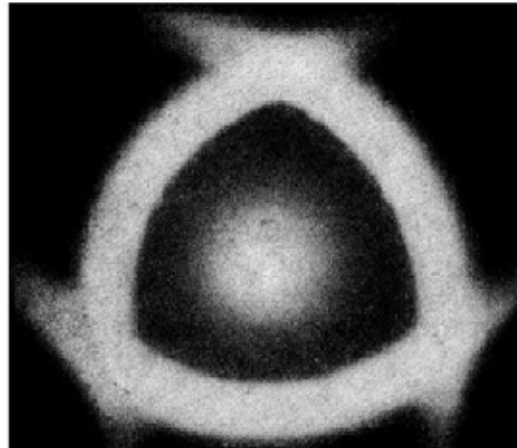
Если $\omega \tau \gg 1$, то выражение в фигурных скобках имеет резкий максимум при $1 - \sqrt{\varepsilon} \beta \cos \theta = 0$, поэтому его можно заменить на $\delta(1 - \sqrt{\varepsilon} \beta \cos \theta)$.

Тогда, используя свойство дельта-функции $\delta(ax) = \delta(x)/a$, получаем

$$\frac{dI}{d\omega d\Omega} \approx \frac{Z_1^2 e^2 \omega}{\pi c^2} \tau v \sin^2 \theta \delta \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon} \beta} \right). \quad (8.68)$$



(a)



(б)

Рис. 8.18. Черенковское излучение от пучка протонов с энергией 633 МэВ [9]: *a* – кольца черенковского излучения от нескольких плоских радиаторов; *b* – черенковское излучение, испущенное при прохождении пучка протонов вдоль оптической оси кристалла кальцита. Центральное пятно на обоих рисунках – от протонного пучка.

Таким образом, если

$$v > c/\sqrt{\epsilon}, \quad (8.69)$$

т. е. скорость частицы больше фазовой скорости распространения электромагнитных волн в среде, то происходит излучение электромагнитной энергии вдоль образующей конуса с углом раствора, который определяется выражением (8.61).

На рис. 8.18, *a* показаны характерные кольца черенковского излучения, возникающие при прохождении частиц через пластинку из прозрачного вещества. На рис. 8.18, *б* видна сложная картина черенковского излучения, выходящего из кристаллического вещества.

Интегрируя выражение (8.68) по углам и учитывая, что $2\tau v = \Delta x$ – пройденный частицей путь за время излучения, получаем спектральное распределение энергии, излучаемой на этом пути

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{Z_1^2 e^2 \omega}{c^2} \left[1 - \frac{1}{\beta^2 \epsilon(\omega)} \right] \Delta x. \quad (8.70)$$

Если проинтегрировать (8.70) по всем частотам, удовлетворяющим условию (8.69), то приходим к формуле Франка-Тамма для полной энергии черенковского излучения, испускаемого частицей на пути Δx

$$\Delta I = \Delta x \left(\frac{Z_1 e}{c} \right)^2 \int_{\epsilon(\omega) > (c/v)^2} \left[1 - \frac{1}{\beta^2 \epsilon(\omega)} \right] \omega d\omega. \quad (8.71)$$

Свойства черенковского излучения:

1. Излучение испускается только при выполнении условия $\beta n \geq 1$. Следовательно, минимальное значение скорости частицы равно $v_{\min} = c/n$. В табл. 8.4 приведены пороговые значения кинетических энергий некоторых частиц в разных средах относительно возникновения черенковского излучения.

Таблица 8.4

Кинетические энергии частиц (МэВ), необходимые для возникновения черенковского излучения

Частицы	Вещество			
	Воздух $n=1,000292$	Вода $n=1,333$	Стекло $n=1,5$	Алмаз $n=2,42$
Электроны	20,7	0,26	0,17	0,051
Мюоны	4399	55,0	36,0	10,6
π -мезоны	5670	72,0	48,0	14,0
Протоны	38000	482	320	93,8

2. Максимальный угол, под которым может наблюдаться черенковское излучение находится из условия

$$\cos \theta_{\max} = 1/n. \quad (8.72)$$

Например, для воды он равен $41,5^\circ$.

3. В соответствии с формулой (8.70) спектр черенковского излучения один и тот же для частиц с одинаковыми зарядами, например, для протонов, электронов, мюонов, π -мезонов. Число испускаемых фотонов растет пропорционально Z_1^2 .

4. Спектр черенковского излучения является непрерывным. Так как величина показателя преломления зависит от длины волны излучения, то спектр излучения сосредоточен в области длин волн, для которых $n > 1$. Со стороны коротких длин волн черенковский спектр ограничивается областью мягкого тормозного излучения $\lambda \sim (1 \div 10) \overset{\circ}{\text{A}}$, для которого $n < 1$ и условия возникновения излучения не выполняются.
5. Из формулы (8.70) следует, что большая часть энергии испускается в коротковолновой (синей) части спектра.
6. Число черенковских фотонов, испущенных частицей на единице пути в интервале длин волн $\lambda_1 \div \lambda_2$, можно найти из выражения [9]

$$\frac{dN}{dx} = 2\pi\alpha Z_1^2 \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} \left[1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\bar{\lambda})} \right], \quad (8.73)$$

где $\bar{\lambda} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$, $\alpha = 1/137$. Число испускаемых фотонов увеличивается с ростом β от 0 – при $\beta = 1/n$ до $2\pi\alpha Z_1^2 [1 - 1/n^2]$ – при $\beta = 1$.

Отметим основные отличия черенковского и тормозного излучения:

- спектральное распределение черенковских фотонов не зависит от их частоты, а спектр тормозного излучения $\sim 1/\omega$. При одинаковой энергии частицы интенсивность черенковского излучения в видимой части спектра на несколько порядков превосходит интенсивность тормозного излучения в этой области спектра;
- интенсивность черенковского излучения не зависит от массы частицы, а для тормозного излучения она $\sim (m_e/m)^2$;
- для черенковского излучения существует пороговая энергия частицы, ниже которой излучения нет. Для тормозного излучения пороговой энергии нет;
- угол максимальной интенсивности черенковского излучения увеличивается с увеличением энергии частицы, а для тормозного излучения он наоборот уменьшается.

Черенковское излучение входит составной частью в ионизационные потери энергии, но его вклад невелик, около 0,1%.

Черенковское излучение можно заметить невооруженным глазом, если облучать прозрачное вещество (например, воду, стекло) достаточно мощным источником быстрых частиц. Так в хранилищах реакторных стержней с урановыми блоками, которые заполнены водой, наблюдается довольно сильное голубоватое свечение вблизи стержней, возникающее от их бета-излучения и вторичных комптоновских электронов. Еще Мария и Пьер Кюри при открытии ими радия были обрадованы тем, что полученные ими первые крупинки радия заставляли светиться синим светом стеклянные ампулы, в которых они хранились. «Излучаемый радием свет настолько силен, что можно, сидя в темноте, читать при свете маленького кусочка этого вещества», – писала Мария Кюри. Супруги Кюри наблюдали черенковское свечение комптоновских электронов, возникающих от гамма-излучения радия.

Черенковские счетчики, созданные для регистрации черенковского излучения, находят широкое применение в экспериментальной ядерной физике для регистрации частиц, определения энергии быстрых частиц, определения их заряда, направления и т. д. Например, один из распространенных способов определения энергии космических частиц – это регистрация черенковского излучения электронно-фотонных ливней, которые образуются в атмосфере при взаимодействии с ее атомами первичного космического излучения. Для этого используются черенковские детекторы, которые располагаются на большой площади по поверхности Земли. Размеры площади рабочего объема таких детекторов достигают 1 м^2 и более.

Черенковские детекторы являются основными в новой науке – нейтринной астрономии. Эти детекторы предназначены для регистрации черенковского излучения, возникающего от вторичных заряженных частиц, рождающихся при взаимодействии нейтрино с водой. Поскольку сечение взаимодействия нейтрино очень мало, то такие детекторы имеют размеры десятки метров, вес тысячи тонн и для уменьшения фонового излучения помещаются глубоко под землей.

Излучение Вавилова-Черенкова можно наблюдать в чистом виде только в случаях, когда заряженная частица движется с постоянной скоростью в большом слое вещества. Для тонких слоев вещества, которые удовлетворяют условию $\beta n > 1$, черенковское излучение неотделимо от *переходного излучения*, возникающего при пересечении частицей границы раздела двух сред с разными показателями преломления.

8.3. Переходное излучение

Если среда однородна и ее свойства не меняются во времени, то излучение Вавилова-Черенкова – это единственно возможный вид излучения равномерно движущегося заряда. Но если заряженная частица движется равномерно и прямолинейно в неоднородной среде, то излучение фотонов возможно даже тогда, когда условие (8.61) не выполняется. Простейший случай неоднородной среды – это граница раздела двух сред с разными показателями преломления. Электромагнитное излучение, возникающее при пересечении заряженной частицей границы раздела двух сред с разными показателями преломления, было предсказано в 1945 г. В. Л. Гинзбургом и И. М. Таммом и названо ими *переходным излучением*. В более широком смысле переходное излучение – это излучение равномерно и прямолинейно движущегося заряда (или другого источника, не обладающего собственной частотой) в неоднородных условиях: в неоднородной среде, в переменной во времени среде или вблизи таких сред [7]. Экспериментально переходное излучение было обнаружено в 1959 г.

Переходное излучение, также как и излучение Вавилова-Черенкова, имеет место при равномерном и прямолинейном движении заряженной частицы и представляет собой излучение электронов среды, получающих импульс отдачи от поля пролетающего внешнего заряда [6]. Свойства этого поля определяются зарядом частицы, ее скоростью и свойствами среды. Когда частица попадает из одной среды в другую, то ее поле меняется, что сопровождается излучением электромагнитных волн как вперед, так и назад относительно направления движения частицы. Интенсивность переходного излучения тем больше, чем сильнее различаются между собой электродинамические характеристики двух сред, которые она пересекает. В частности, чем больше разность их диэлектрических

проницаемостей. В отличие от черенковского излучения, переходное излучение имеет место при любой скорости частицы.

Спектрально-угловое распределение переходного излучения описывается сложными формулами [6, 7, 21], которые становятся много проще для частиц ультррелятивистских энергий ($\gamma \gg 1$). Расчеты спектрального распределения переходного излучения показывают, что оно достаточно широкое. Максимальная интенсивность излучения назад приходится на электромагнитные волны оптического диапазона. Количество фотонов этого излучения мало – примерно 1 фотон на 100 частиц, пересекающих границу раздела. При малых (нерелятивистских) кинетических энергиях частиц энергия, теряемая ими на возбуждение переходного излучения назад, растет с увеличением энергии частицы, но в области релятивистских энергий этот рост замедляется.

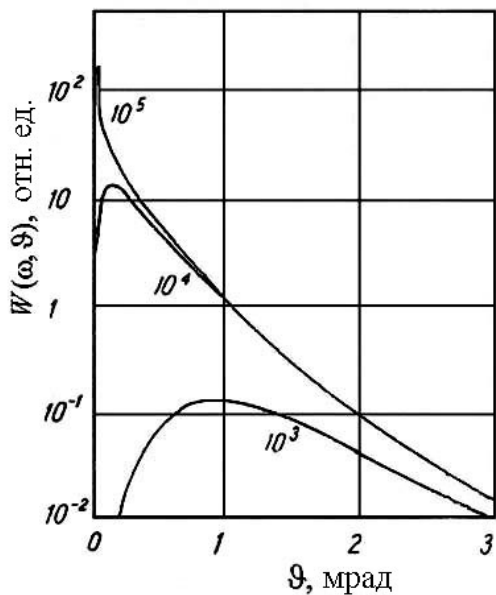


Рис. 8.19. Угловая зависимость интенсивности рентгеновского переходного излучения для частоты $\omega = 10^3 \omega_0$ на границе среда-вакуум. Числа возле кривых – лоренц-фактор частицы

ное излучение) с частотами фотонов от $0,1\gamma\omega_0$ до $\gamma\omega_0$. Средняя энергия фотона в этом интервале составляет примерно $\gamma\hbar\omega_0/4$, а число излученных фотонов

$$N \approx \frac{1}{2} \frac{\alpha Z_1^2 \gamma \hbar \omega / 3}{\gamma \hbar \omega / 4} \approx 0,005 Z_1^2. \quad (8.75)$$

Из (8.75) следует, что вероятность испускания фотона в рентгеновской области также очень мала – для частицы с единичным зарядом всего 0,5%.

Наблюдать переходное излучение вперед возможно как минимум от двух поверхностей раздела, когда частица пересекает тонкую (не поглощающую излучение) пластинку вещества. При этом, из-за интерференции волн, излученных на границах пластинки, интенсивность излучения зависит от ее толщины. Спектрально-угловое распределение энергии, излученной от пластинки, можно выразить через аналогичное распределение на одной границе раздела [4]

Для релятивистских частиц с зарядом $Z_1 e$ полная энергия, излучаемая при пересечении границы раздела между вакуумом и средой с плазменной частотой ω_0 , равна

$$W = \frac{\alpha Z_1^2 \hbar \omega_0}{3} \gamma, \quad (8.74)$$

то есть пропорциональна энергии частицы (С. П. Денисов **Переходное излучение** // СОЖ. – № 3. – 1997. – С. 124–129). Эта зависимость позволяет использовать переходное излучение для регистрации ультррелятивистских частиц ($\gamma \gg 1$). При этом используется переходное излучение вперед, которое распространяется под очень малыми углами к направлению движения частицы ($\theta \sim 1/\gamma$, см. рис. 8.19 [6]), а его максимальная интенсивность приходится на рентгеновскую область (рентгеновское переходное излучение)

$$W_{\text{пл}}(\omega, \vartheta) \approx 4W_{\text{гр}}(\omega, \vartheta) \sin^2\left(\frac{\pi l_1}{2l_{\text{кг}}}\right), \quad (8.76)$$

где l_1 – толщина пластинки, а $l_{\text{кг}}$ – длина когерентности (формирования) переходного излучения в веществе пластинки

$$l_{\text{кг}} = \frac{2\pi c}{\omega} \left[\frac{1}{\gamma^2} + \vartheta^2 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \right]^{-1}. \quad (8.77)$$

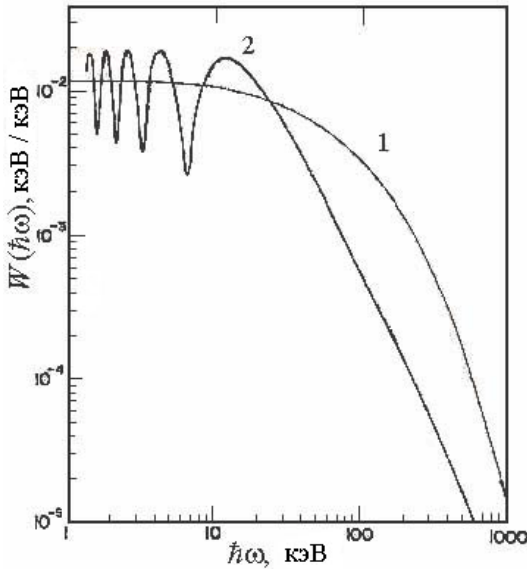


Рис. 8.20. Спектральное распределение интенсивности рентгеновского переходного излучения для $\gamma = 2 \cdot 10^4$. 1 – излучение от одной границы, 2 – от двух границ пластинки из майлара толщиной 25 мкм

В выражении (8.76) член $\sin^2(\pi l_1/2l_{\text{кг}})$ обусловлен интерференцией волн, излученных с двух границ пластинки. Он сильно меняет спектрально-угловое распределение излученной энергии. Если $l_1 \ll l_{\text{кг}}$, то интерференция приводит к почти полному гашению волн и $W_{\text{пл}}$ пропорционально малой величине – $(\pi l_1/2l_{\text{кг}})^2$. Если же $l_1 \gg l_{\text{кг}}$, то квадрат синуса является быстро осциллирующей функцией и его можно заменить средним значением – $1/2$. Тогда, в случае широкой пластинки получаем, что излучение с двух ее границ просто складываются. Значит, во избежание деструктивной интерференции пластинка должна быть толстой. Отметим, что в результате интерференции в спектральном и угловом распределении переходного излучения появляются дополнительные максимумы и минимумы, соответствующие обращению синуса в выражении (8.76) в нули и единицы (рис. 8.20, M. I. Cherry et. al. **Transition radiation from relativistic electrons in periodic radiators** // Phys. Rev. D. – 1974. – V. 10. – No. 11 – P. 3594–3607).

Опять, как и в случае тормозного излучения ультрарелятивистских заряженных частиц, переходное излучение таких частиц зависит от длины формирования излучения в среде, которую пересекает частица. Характеристические частоты рентгеновского переходного излучения $\sim \gamma \omega_0$, а направление, в котором они испускаются, $\sim 1/\gamma$, поэтому длина формирования рентгеновского излучения в среде примерно равна

$$l_{\text{кг}} \approx \frac{\pi c}{\omega_0} \gamma. \quad (8.78)$$

Например, для электронов с энергией 5 ГэВ и для большинства материалов, которые используются в детекторах переходного излучения, $l_{\text{кг}}$ имеет макроскопические размеры – порядка 10^{-2} см.

Поскольку интенсивность переходного излучения при пересечении частицей одной пластинки мала, то для увеличения числа фотонов переходного излучения частицы пропускают через среды, состоящие из многих пластинок или через периодические среды [23]. Наиболее удобными в практическом применении оказались детекторы переходного излучения, состоящие из большого количества отдельных, периодически расположенных пластинок (рис. 8.21) с толщиной каждой $l_1 \gg l_{\text{кг}}$. Расстояния

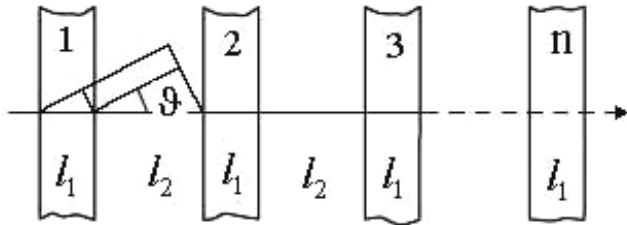


Рис. 8.21. Слоистая среда

между пластинками l_2 также должны быть много больше, чем длина когерентности в среде между ними – воздух, вакуум (в вакууме

$$l_{\text{кг}} \approx \frac{2\pi c}{\omega} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \vartheta^2 \right)^{-1}.$$

ком детекторе излучение на каждой границе происходит независимо и суммарная интенсивность излучения от такого детектора из n пластин будет равна интенсивности излучения на одной границе, умноженной на число границ, то есть увеличится в $2n$ раз (рис. 8.22 [6]). Если расстояние между пластинками l_2 будет меньше когерентной длины, то за счет интерференционных явлений интенсивность излучения меньше.

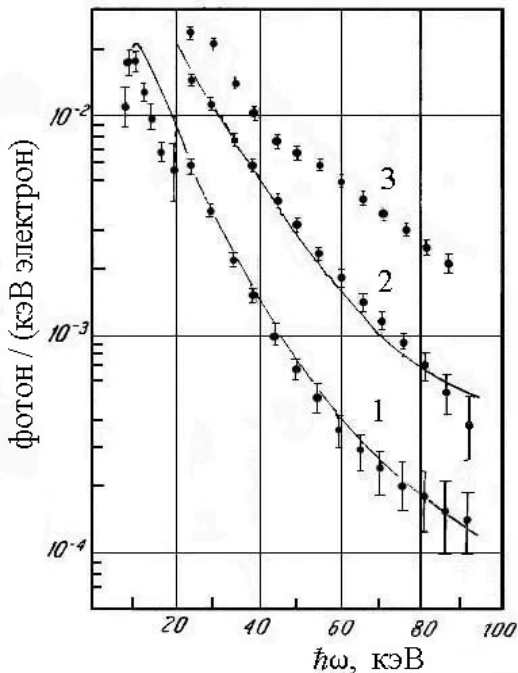


Рис. 8.22. Спектр рентгеновского переходного излучения от электронов с энергией 3 ГэВ в стопке из n органических пленок ($l_1 = 20$ мкм, $l_2 = 500$ мкм): 1 – $n = 32$, 2 – $n = 125$, 3 – $n = 595$. Точки – эксперимент, кривые – расчет

детекторы широко используются в физике высоких энергий для идентификации частиц, имеющих близкие энергии, но различные массы, и для определения энергий частиц. В области ультррелятивистских энергий ($\gamma > 10^3$) черенковские детекторы менее эффективны, так как они должны иметь большие размеры, что приводит к значительному поглощению первичных частиц. Но при меньших энергиях эффективны именно черенковские детекторы, так как у них гораздо большая интенсивность излучения (примерно 100 оптических фотонов на 1 см пути частицы).

Детекторы рентгеновского переходного излучения (*переходные детекторы*) состоят из нескольких сотен и даже тысяч пластинок, но количество пластинок зависит от энергии излучения, так как с увеличением толщины детектора возрастает поглощение излучения в самом детекторе. Так как интенсивность переходного излучения пропорциональна лоренц-фактору частиц, то переходные детекторы широко используются в физике высоких энергий для идентификации частиц, имеющих близкие энергии, но различные массы, и для определения энергий частиц. В области ультррелятивистских энергий ($\gamma > 10^3$) черенковские детекторы менее эффективны, так как они должны иметь большие размеры, что приводит к значительному поглощению первичных частиц. Но при меньших энергиях эффективны именно черенковские детекторы, так как у них гораздо большая интенсивность излучения (примерно 100 оптических фотонов на 1 см пути частицы).

8.4. Эффект аннигиляции

Соударение позитрона с электроном, которые являются античастицами по отношению к друг другу, с большой вероятностью приводит к их аннигиляции. При этом полная суммарная энергия данных частиц реализуется в виде квантов электромагнитного излучения (аннигиляционных гамма-квантов).

При аннигиляции позитрона на свободном электроне образуются два или более гамма-квантов. Более вероятным процессом является двухфотонная аннигиляция, трехфотонная происходит в 370 раз реже. В тяжелых веществах на электронах внутренних оболочек атомов, имеющих большую энергию связи, возможна также однофотонная аннигиляция. Для одной и той же энергии позитронов сечение однофотонной аннигиляции много меньше двухфотонной. При двухфотонной аннигиляции излучение монохроматично, при трехфотонной оно имеет непрерывный спектр.

Полное микроскопическое сечение двухфотонной аннигиляции позитрона со свободным покоящимся электроном равно [26]:

$$\sigma_{ан}(E_+) = \frac{\pi r_e^2}{\varepsilon_+ + 1} \left[\frac{\varepsilon_+^2 + 4\varepsilon_+ + 1}{\varepsilon_+^2 - 1} \ln \left(\varepsilon_+ + \sqrt{\varepsilon_+^2 - 1} \right) - \frac{\varepsilon_+ + 3}{\sqrt{\varepsilon_+^2 - 1}} \right] \text{ (см}^2\text{)}, \quad (8.79)$$

где ε_+ – полная энергия позитрона в единицах $m_e c^2$.

Зависимость сечения аннигиляции от кинетической энергии позитрона приведена на рис. 8.23, из которого видно, что вероятность этого процесса велика при небольших скоростях позитронов. Для нерелятивистских скоростей позитронов

$$\sigma_a = \pi r_e^2 / \beta. \quad (8.80)$$

Если кинетическая энергия позитрона очень мала, то при двухфотонной аннигиляции на покоящемся электроне

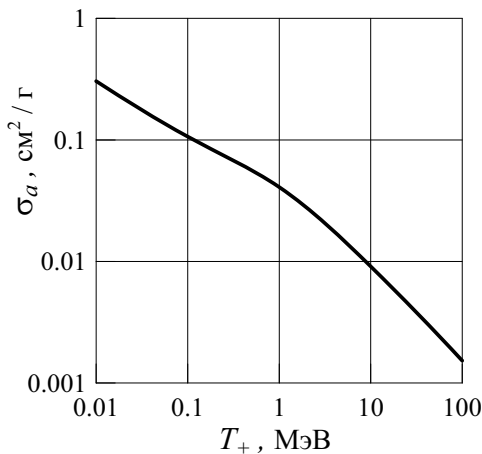


Рис. 8.23. Сечение аннигиляции позитрона и электрона

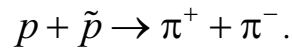
образующиеся фотоны летят в противоположные стороны (что следует из закона сохранения импульса) и имеют энергию $m_e c^2$ каждый вследствие закона сохранения энергии. При аннигиляции позитрона на лету с большой скоростью фотон, летящий вперед, получает энергию

$$E_\gamma = \frac{\sqrt{\varepsilon_+ + 1}}{\sqrt{\varepsilon_+ + 1} - \sqrt{\varepsilon_+ - 1}} \approx \varepsilon_+ + \frac{1}{2},$$

а фотон, летящий назад, энергию порядка $m_e c^2 / 2$.

Отметим, что в процессах аннигиляции электронов и позитронов удельная энергия, выделяемая на единицу массы вступающих в реакцию частиц, примерно на три порядка превосходит аналогичную энергию, выделяемую при ядерных реакциях, которая, в свою очередь, на шесть порядков больше удельной энергии химической реакции горения.

Столкновение любой частицы с ее античастицей приводит к их аннигиляции, причем результатом этого взаимодействия может быть не только образование электромагнитного излучения. Так, например, при аннигиляции протонов и антипротонов могут рождаться π -мезоны



При низких энергиях процесс аннигиляции есть процесс превращения пары частица-античастица в более легкие частицы. При высоких энергиях сталкивающихся частиц (например, во встречных пучках) легкие частицы могут аннигилировать с образованием более тяжелых частиц. Но для этого полная энергия аннигилирующих частиц должна превышать пороговую энергию реакции рождения тяжелых частиц, которая в системе центра инерции равна сумме их энергий покоя. Например, в экспериментах на установках со встречными e^+e^- пучками с энергиями более 1 ГэВ имеют место процессы рождения мезонов и адронов.

Задание 8

Контрольные вопросы

1. Какое излучение называется тормозным излучением?
2. Как (и почему) интенсивность тормозного излучения зависит от массы частицы?
3. Каков спектр и угловое распределение тормозного излучения?
4. В чем различие тормозных способностей легких и тяжелых заряженных частиц?
5. Изобразить графически потери энергии на столкновения и излучение для электронов. Что такое критическая энергия?
6. Что такое радиационная единица длины?
7. Что такое продольный эффект плотности и когда его необходимо учитывать?
8. Укажите основные особенности эффекта Ландау-Померанчука-Мигдала.
9. Когда возникает излучение Вавилова-Черенкова? Каков его спектральный состав и угловое распределение?
10. Перечислить принципиальные отличия тормозного и черенковского излучений.
11. Опишите механизм возникновения переходного излучения. Где и как оно используется? Как устроен детектор переходного излучения?
12. В чем заключается эффект аннигиляции? Каково энергетическое и угловое распределение аннигиляционных гамма-квантов?

Упражнения

1. Доказать, что $\left[\vec{\Omega} \left[\vec{\Omega} \vec{a} \right] \right] = a \sin \vartheta$, где $\vec{\Omega}$ – единичный вектор, $\vartheta = \vec{a} \wedge \vec{\Omega}$.
2. Выполнить в (8.2) интегрирование по направлениям и получить выражение (8.4).
3. Нарисовать схему, поясняющую механизм возникновения черенковского излучения.
4. Выполнить интегрирование по углам и получить формулу (8.70).

Задачи

1. Пучок электронов с энергией 1000 МэВ падает на слой свинца толщиной 1 см. Найти среднюю энергию электронов, выходящих из свинца.
2. Считая угол рассеяния заряженной частицы в СЦИ – θ малым, разложить переданный ядру импульс \vec{q} на продольную \vec{q}_{\parallel} и поперечную \vec{q}_{\perp} состав-

ляющие относительно начального импульса частицы. Найти: q_{\parallel}/q , q_{\perp}/q , q_{\parallel}/q_{\perp} и пределы этих отношений при $\theta \rightarrow 0$.

3. (*) Построить графики дифференциального сечения тормозного излучения $d\sigma/dk$ в соответствии с формулой Бете-Гайтлера для различных T_0 .
4. (*) Построить график индикатрисы тормозного излучения $\frac{1}{\sigma_{br}} \frac{d\sigma_{br}}{dy}$ в соответствии с формулой Шиффа. Исследовать, как меняется вид этой кривой с изменением энергии электрона.
5. При наблюдении черенковского излучения свет распространяется под углом θ относительно направления движения электрона. Определить показатель преломления вещества, если скорость электрона равна v .
6. Считая средний квантовый выход фотоумножителя δ равным 3 %, определить, с какой длины пути ультрарелятивистского протона ($\beta \approx 1$) в воздухе необходимо собрать свет для вырывания одного электрона с фотокатода умножителя. Диапазон длин волн, соответствующий чувствительности сурьмяно-цезиевого фотокатода, лежит между $\lambda_1 = 3500 \text{ \AA}$ и $\lambda_2 = 6500 \text{ \AA}$.
7. Найти угол разлета гамма-квантов одинаковой энергии при двухфотонной аннигиляции позитрона на покоящемся свободном электроне. Каково значение этого угла для кинетических энергий позитрона: 0,05; 0,5 и 5 МэВ?

Список литературы

1. Аккерман А. Ф., Чабдарова Н. Н. **Согласованные наборы сечений тормозного излучения для энергий электронов $E \geq 0,025$ МэВ** // Препринт ИФВЭ 86-03. – Алма-Ата. – 1986.
2. Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф. **Электродинамика высоких энергий в веществе**. – М.: Наука, 1993.
3. Баранов В. Ф. **Дозиметрия электронного излучения**. – М.: Атомиздат, 1974.
4. Болотовский Б. М., Давыдов В. А. **Заряд, среда, излучение**. – М.: Знание, 1989.
5. Гайтлер В. **Квантовая теория излучения**. – М.: ИЛ, 1956.
6. Гарибян Г. М., Ян Ши **Рентгеновское переходное излучение**. – Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1983.
7. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. **Переходное излучение и переходное рассеяние (некоторые вопросы теории)**. – М.: Наука, 1984.
8. Джексон Дж. **Классическая электродинамика**. – М.: Мир, 1965 = J. D. Jackson **Classical Electrodynamics**. – N. Y., 1999.
9. Зрелов В. П. **Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий**: В 2 ч. – М.: Атомиздат, 1968.
10. Калиновский А. Н., Мохов Н. В., Никитин Ю. П. **Прохождение частиц высоких энергий через вещество**. – М.: Энергоатомиздат, 1985.
11. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений**. – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1979.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Теория поля**. – М.: Физматгиз, 1962.
13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Теоретическая физика: Учеб. Пособие для вузов. В 10 т. Т. 8. Электродинамика сплошных сред**. – М.: Наука, 1982.
14. Потылицын А. П. **Излучение релятивистских электронов: Учеб. пособие**. – Томск: Изд. ТПУ, 2005.

15. Росси Б. **Частицы больших энергий**. – М.: ГИТТЛ, 1955 = Rossi B. **High Energy Particles**. N. Y., 1952.
16. Рязанов М. И. **Электродинамика конденсированного вещества**: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1984.
17. **Сборник задач по физике элементарных частиц**: Учеб. пособие для вузов / Сост. Ю. П. Никитин, В. П. Протасов, Э. П. Топоркова и др. – М.: Энергоатомиздат, 1992.
18. Скачков С. В., Константинов Л. В., Строганова Р. П. и др. **Сборник задач по ядерной физике**. – М.: ГИФМЛ, 1963.
19. Стародубцев С. В., Романов А. М. **Прохождение заряженных частиц через вещество**. – Ташкент: Изд-во АН УзССР, 1962.
20. Стародубцев С. В., Романов А. М. **Взаимодействие гамма-излучения с веществом**. – Ташкент: АН УзССР, 1964.
21. Тер-Микаелян М. Л. **Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях**. – Ереван: Изд. АН АССР, 1969.
22. Тер-Микаелян М. Л. **Электромагнитные процессы при высоких энергиях в аморфных и неоднородных средах** // УФН. – Т. 173. – № 12. – 2003. – С. 1265–1286.
23. Тер-Микаелян М. Л. **Радиационные электромагнитные процессы при высоких энергиях в периодических средах** // УФН. – Т. 171. – № 6. – 2001. – С. 597–624.
24. **Тормозная способность электронов и позитронов**: Доклад 37 МКРЕ: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1987.
25. **Физическая энциклопедия**. / Гл. ред. А. М. Прохоров. – М.: Сов. энциклопедия, 1988.
26. Хаякава С. **Физика космических лучей**: В 2 ч. Ч. 1 Ядерно-физический аспект. – М.: Изд-во Мир, 1973 = Satio Hayakawa **Cosmic Ray Physics: Nuclear and Astrophysical Aspects**. – N. Y. L., 1969.
27. Anthony P. L. et. al. **Bremsstrahlung suppression due to the Landau-Pomeranchuk-Migdal and dielectric effects in a variety of materials** // Phys. Rev. D. – V. 56. – No. 3. – 1997. – P. 1373–1390.
28. **GEANT-4 PhysicsReferenceManual** [Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://wwwasd.web.cern.ch/wwwasd/gean4/G4UserDocuments/>.
29. Koch H. W., Motz J. W. **Bremsstrahlung Cross-Section Formulas and Related Data** // Rev. Mod. Phys. – V. 31. – No. 4. – 1959. – P. 920–955.
30. Pratt R. H. et. al. **Bremsstrahlung Energy Spectra from Electrons of kinetic energy $1 \text{ keV} \leq T \leq 2000 \text{ keV}$ incident on Neutral Atoms $2 \leq Z \leq 92$** // Atomic Data and Nuclear Data Tables. – V. 20. – 1977. – P. 175–209.
31. Schiff L. I. **Energy-Angle Distribution of Thin Target Bremsstrahlung** // Phys. Rev. – V. 83. – No. 2. – 1951. – P. 252–253.
32. Seltzer S. M., Berger M. J. **Bremsstrahlung Spectra from Electrons Interactions with screened Atomic Nuclei and orbital Electrons** // NIM B. – V. 12. – 1985 – P. 95–134.
33. Tsai Yung-Su **Pair production and bremsstrahlung of charged leptons** // Rev. Mod. Phys. – V. 46. – No. 4. – 1974. – P. 815–851.

ГЛАВА 9. ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Данный материал подробно излагается в соответствующих разделах ядерной физики см., например, [11, 16, 17, 18, 23, 25], поэтому мы рассмотрим особенности ядерных взаимодействий, ограничившись в основном нерелятивистскими энергиями и *двухчастичными ядерными реакциями*, когда на ядро налетает одна частица и после столкновения число частиц не меняется.

9.1. Основные определения

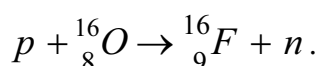
Ядерные реакции – это упругие и неупругие взаимодействия ядер с элементарными частицами, или друг с другом, следствием которых является рассеяние частиц, возбуждение ядер, образование новых частиц и ядер. Для осуществления ядерной реакции необходимо сближение налетающей частицы и ядра до расстояний порядка $10^{-12} - 10^{-13}$ см. При кинетических энергиях налетающих частиц менее нескольких десятков МэВ наиболее распространенными реакциями являются двухчастичные ядерные реакции



или в другом обозначении $A(a, b)B$ (или просто (a, b)), где a и A – соответственно налетающая частица и начальное ядро, b и B – соответственно испускаемая в результате реакции частица и конечное ядро (в скобках записывают более легкие продукты реакции, вне – более тяжелые). При энергиях налетающих частиц более нескольких десятков МэВ количество испускаемых частиц, как правило, больше двух. Отметим, что имеется одно исключение – *процесс радиационного захвата* (n, γ), при котором ядро A и частица a остаются в связанном состоянии, образуя новое ядро B , а испускается гамма-квант



Ядерная реакция $A(a, a)A$, при которой внутренне состояние сталкивающихся частиц не меняется, называется *упругим рассеянием*. Все другие ядерные реакции являются неупругими взаимодействиями. Процесс $A(a, a')A^*$, в результате которого ядро мишени переходит в возбужденное состояние (A^*), а налетающая частица лишь теряет часть своей кинетической энергии, представляет собой *неупругое рассеяние*. Остальные неупругие процессы связаны с появлением новых частиц (*реакции с перераспределением частиц*), например, следующая ядерная реакция под действием протонов:



Совокупность сталкивающихся частиц и ядер в определенных квантовых состояниях называют *входным каналом* ядерной реакции. Частицы и ядра, рождающиеся в результате ядерной реакции (продукты реакции) в определенных квантовых состояниях, образуют *выходной канал* реакции. Обычно входной канал задается условиями эксперимента. Определяя тип образующихся частиц, измеряя их энергию, направление движения и другие характеристики, выделяют

выходной канал ядерной реакции. Чем выше энергия налетающей частицы, тем больше возможных путей протекания ядерной реакции (тем больше открыто выходных каналов). Различным входным и выходным каналам соответствуют различные эффективные сечения реакции.

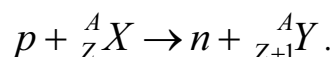
При описании ядерных реакций используют две системы координат: ЛСК и СЦИ. Эксперимент проводится в ЛСК, где ядро мишень A покоится, а налетающая частица a движется. Вся входная и выходная экспериментальная информация должна быть определена в ЛСК. Поскольку в СЦИ суммарный импульс частиц во входном и выходном каналах равны нулю, то в этой системе координат удобнее проводить теоретическое описание ядерной реакции.

9.2. Законы сохранения в ядерных реакциях

Законы сохранения, которые выполняются в ядерных реакциях, накладывают определенные ограничения (запреты) на протекание ядерных реакций, позволяют правильно записывать возможные реакции и получать важные сведения о свойствах взаимодействующих частиц и продуктов реакции.

9.2.1. Законы сохранения электрического и барионного зарядов

Закон сохранения электрического заряда требует, чтобы суммарный заряд продуктов реакции равнялся суммарному заряду частиц, вступающих в реакцию. Поэтому, например, в реакциях $A(p, n)B$ электрический заряд ядра должен возрасти на единицу:



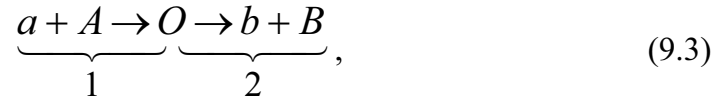
Одной из внутренних характеристик тяжелых элементарных частиц с полуцелым спином и массой не менее массы протона – **барионов** является **барионный заряд** (B). Барионный заряд (барионное число) – строго сохраняющаяся величина и закон сохранения барионного заряда выполняется при всех видах взаимодействий элементарных частиц: сильном, электромагнитном и слабом. Барионные заряды всех барионов полагают равными $+1$, а у антибарионов -1 .

Барионный заряд системы частиц равен разности между числом барионов и антибарионов в системе. Так как протон и нейтрон являются барионами, то барионные заряды атомных ядер равны их массовым числам. В ядерных реакциях при низких энергиях (без образования античастиц) сохранению барионного заряда соответствует сохранение полного числа нуклонов.

9.2.2. Законы сохранения энергии и импульса

Ядерные взаимодействия налетающих частиц с ядрами происходят в области $\sim 10^{-12} - 10^{-13}$ см, где действуют ядерные силы. Линейные размеры этой области сравнимы с размерами ядра, а средние расстояния между атомами в твердых телах порядка 10^{-8} см. В результате систему *частица–ядро* можно считать изолированной, и для нее должны выполняться законы сохранения энергии и импульса, т. е. импульс и энергия должны иметь одно и то же значение во входном и выходном каналах реакции независимо от типа ядерного взаимодействия. Законы сохранения энергии и импульса устанавливают однозначную связь между кинематическими характеристиками частиц во входном и выходном каналах реакции и позволяют вычислить энергию реакции, определить пороговую энергию эндоэнергетической реакции (см. главу 2).

Воспользуемся законами сохранения энергии и импульса, чтобы рассмотреть энергетический баланс ядерной реакции (9.1) в нерелятивистском случае. При этом будем использовать предположение Н. Бора о том, что реакция идет в два этапа (стадии). На первом этапе частицы a и B образуют промежуточную составную систему O , которая находится в возбужденном состоянии и называется *составным ядром* (компаунд ядром). На втором этапе эта система распадается на продукты реакции, т. е. реакция (9.1) будет протекать по схеме



где 1 – стадия образования составного ядра, 2 – стадия его распада.

Законы сохранения энергии и импульса для первого этапа реакции в случае, когда исходное ядро A покоится, имеют вид

$$\begin{cases} (m_a + m_A)c^2 + T_a = M_O^*c^2 + T_O, \\ \vec{p}_a = \vec{p}_O \end{cases}, \quad (9.4)$$

где \vec{p}_O – импульс составного ядра, T_O – его кинетическая энергия, $M_O^*c^2$ – энергия покоя составного ядра, находящегося в возбужденном состоянии, T_a – кинетическая энергия налетающей частицы. Подставляя значение кинетической энергии

$$T_O = \frac{p_O^2}{2M_O^*} = \frac{m_a}{M_O^*} T_a \quad (9.5)$$

в выражение (9.4), получаем

$$M_O^*c^2 = (m_a + m_A)c^2 + T_a \left(1 - m_a/M_O^*\right). \quad (9.6)$$

Поскольку второе слагаемое в выражении (9.6) много меньше первого, то, пренебрегая им, имеем в первом приближении [16]

$$M_O^*c^2 \approx (m_a + m_A)c^2.$$

Подставляя это значение в правую часть выражения (9.6), находим более точное второе приближение

$$M_O^*c^2 = (m_a + m_A)c^2 + \frac{m_A}{m_a + m_A} T_a. \quad (9.7)$$

Аналогично, подставляя выражение (9.7) в (9.4), получаем

$$T_O = \frac{m_a}{m_a + m_A} T_a. \quad (9.8)$$

Зная массу возбужденного составного ядра, определим его энергию возбуждения Q_O^* :

$$Q_O^* = M_O^*c^2 - M_Oc^2 = (m_A + m_a - M_O)c^2 + \frac{m_A}{m_a + m_A} T_a. \quad (9.9)$$

Первое слагаемое в (9.9) есть *энергия связи* частицы a относительно составного

ядра O , а второе слагаемое в соответствии с выражением (1.39) из главы 1 равно $(T_{aA})_C$ – суммарной кинетической энергии частиц a и A в СЦИ (относительная кинетическая энергия). Таким образом, энергия возбуждения составного ядра складывается из энергии связи падающей частицы в составном ядре $\varepsilon_a(O) = (m_A + m_a - M_O)c^2$ и суммарной кинетической энергии частиц a и A в СЦИ

$$Q_O^* = \varepsilon_a(O) + (T_{aA})_C. \quad (9.10)$$

Из выражений (9.8) и (9.10) следует, что $Q_O^* \neq 0$ даже при $T_a = 0$. Если же кинетическая энергия налетающей частицы $T_a \neq 0$, то часть этой энергии $T_a m_A / (m_A + m_a)$ идет на возбуждение составного ядра, а часть $T_a m_a / (m_A + m_a)$ переходит в кинетическую энергию составного ядра (для выполнения закона сохранения импульса).

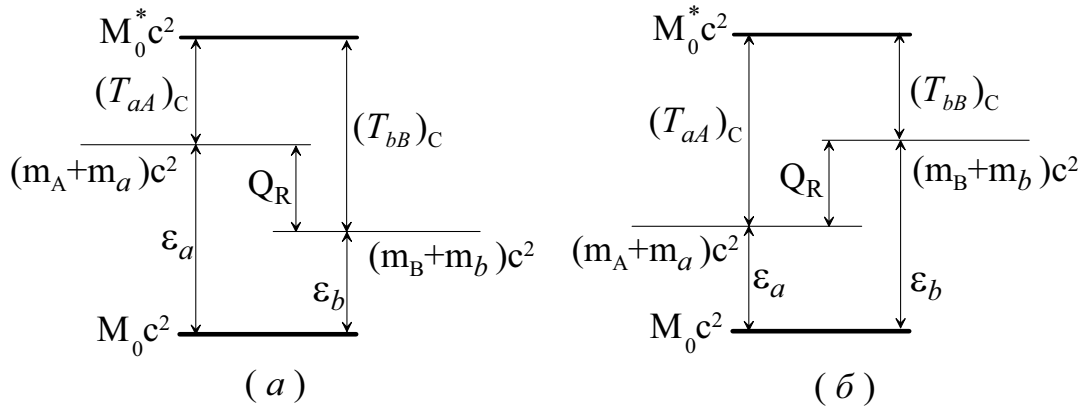


Рис. 9.1. Энергетические диаграммы образования и распада составного ядра [16]: (а) – экзоэнергетическая реакция; (б) – эндоэнергетическая реакция

На рис. 9.1 в виде энергетических диаграмм изображены процессы образования составного ядра – левая часть рисунков и его последующего распада на частицы b и B – правая часть рисунков. На рис. 9.1а изображена схема экзоэнергетической ядерной реакции (см. раздел 2.2)

$$Q_R = (m_{in} - m_{out})c^2 = (T_{aA})_C - (T_{bB})_C = \varepsilon_a - \varepsilon_b > 0, \quad (9.11)$$

а на рис. 9.1б схема эндоэнергетической ядерной реакции. Для этой реакции

$$(T_{aA})_C - (T_{bB})_C = Q_R < 0,$$

следовательно, $(T_{aA})_C \geq |Q_R|$. Знак равенства соответствует минимальному (пороговому) значению кинетической энергии частицы a , начиная с которого реакция становится возможной. В соответствии с формулой (2.36)

$$(T_a)_{\text{пор}} = \frac{m_A + m_a}{m_A} |Q_R|.$$

Данное выражение можно записать в виде

$$(T_a)_{\text{пор}} = |Q_R| + (T_O)_{\text{min}}, \quad (9.12)$$

следовательно пороговая энергия больше энергии реакции на величину кинетической энергии составного ядра. Эта часть кинетической энергии налетающей частицы, которая передается составному ядру в соответствии с законом сохранения импульса, не участвует в протекании реакции.

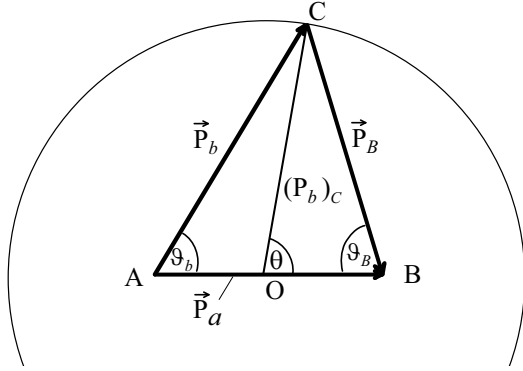


Рис. 9.2. Векторная диаграмма импульсов

Кинематическую схему протекания ядерной реакции можно проанализировать графически с помощью векторной диаграммы импульсов. Для построения такой диаграммы необходимо сначала отложить отрезок АВ, изображающий в некотором масштабе величину импульса налетающей частицы p_a (рис. 9.2). Затем он делится точкой О в отношении $AO/OB = m_b/m_B$, и из точки О проводится окружность с радиусом, равным импульсу рождающихся частиц в СЦИ (рис. 9.2)

$$(p_b)_C = (p_B)_C = p_a \sqrt{\frac{\mu_{bB}}{m_a} \left(\frac{Q_R}{T_a} + \frac{m_A}{m_A + m_a} \right)}, \quad (9.13)$$

где μ_{bB} – приведенная масса частиц b и B . Тогда $AO = m_b p_a / (m_B + m_b)$, $OB = m_B p_a / (m_B + m_b)$, а стороны АС и ВС треугольника АВС изображают соответственно импульсы \vec{p}_b и \vec{p}_B в ЛСК. Углы ϑ_b и ϑ_B – это углы вылета частиц b и B в ЛСК, θ – угол рассеяния в СЦИ. Диаграмма, приведенная на рис. 9.2, соответствует экзоэнергетической реакции. Импульсная диаграмма позволяет графически определять возможные значения энергий и углов вылета продуктов ядерной реакции.

9.2.3. Закон сохранения момента количества движения

В ядерных реакциях сохраняется полный (суммарный) момент количества движения \vec{I} и его проекция на выбранное направление. Полный момент образуется из трех векторов: спина ядра \vec{J} (момент количества движения для основного состояния), спина частицы \vec{s} и орбитального момента количества движения частицы относительно ядра \vec{l} . Для реакции (9.3), протекающей через составное ядро,

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_O = \vec{I}_2, \quad (9.14)$$

где $\vec{I}_1 = \vec{J}_A + \vec{s}_a + \vec{l}_{Aa}$; $\vec{I}_2 = \vec{J}_B + \vec{s}_b + \vec{l}_{Bb}$. Все векторы, входящие в выражение (9.14) являются квантовомеханическими, следовательно, имеют следующие особенности:

- нельзя одновременно измерить все три компоненты вектора. Для квантовомеханического вектора \vec{I} одновременно могут быть определены только квадрат его модуля ($|\vec{I}|^2 = I(I+1)\hbar^2$) и одна проекция на какое-либо направление (например, I_z). При этом проекция может принимать $(2I+1)$ различных значений от $I\hbar$ до $-I\hbar$, что соответствует $(2I+1)$ различным ориентациям вектора \vec{I} в пространстве;
- сумма двух квантовомеханических векторов \vec{I}_1 и \vec{I}_2 неоднозначна, так как квантовое число этой суммы может принимать $(2I_{\min} + 1)$ значений, где I_{\min} – наименьшее из двух квантовых чисел I_1 и I_2 .

Применение закона сохранения момента количества движения с учетом этих особенностей приводит к определенным **правилам отбора**, которые определяют возможные **квантовые переходы** (возможные изменения квантовых чисел) для взаимодействующих частиц и ядер во входном и выходном каналах реакции. Например, процессы с излучением гамма-квантов невозможны при переходах ядер между состояниями с нулевыми моментами, так как гамма-квант уносит целочисленный момент $l \neq 0$.

Рассмотрим подробнее роль орбитального момента \vec{l}_{Aa} . Волновая функция, которая описывает движение частицы в квантовой механике, определяется орбитальным квантовым числом l с дискретным набором значений: $0, 1, 2, \dots$. При взаимодействии частицы с $l \neq 0$ надо учитывать **центробежный потенциал** [16]

$$W_{\text{ц}} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}, \quad (9.15)$$

где μ – приведенная масса налетающей частицы и ядра-мишени, r – расстояние между ними. Как следует из выражения (9.15), величина центробежного потенциала не зависит от заряда частицы, квадратично растет с ростом l и убывает обратно пропорционально квадрату расстояния между частицей и ядром. На границе ядра ($r = R$) значение $W_{\text{ц}}$ называется **высотой центробежного барьера** ($B_{\text{ц}}$). Для падающей частицы с массовым числом A_1

$$B_{\text{ц}} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R^2} \approx \frac{10l(l+1)}{A_1 A^{2/3}} \text{ (МэВ)}. \quad (9.16)$$

Центробежный барьер уменьшает вероятность проникновения любой частицы (заряженной и незаряженной) в ядро. Но существование центробежного потенциала определяет различие во взаимодействии нейтральных и заряженных частиц небольших энергий с ядрами. Взаимодействию нейтронов с ядрами кулоновский барьер не мешает, но при $l \neq 0$ имеется центробежный барьер. Поэтому для нейтронов с $T < B_{\text{ц}}$ эффективность их взаимодействия с ядром сильно зависит от прозрачности центробежного барьера.

Центробежный барьер сильнее влияет на эффективность взаимодействия низкоэнергетических частиц с легкими ядрами, так как при большой длине вол-

ны частиц и небольшом радиусе действия сил реакции должны идти только тогда, когда l невелики:

$$l \leq \frac{p \rho}{\hbar} \approx \frac{R}{\lambda}, \quad (9.17)$$

где p – величина импульса падающей частицы, λ – ее дебройлевская длина волны. При нарушении соотношения (9.17) частицы практически не взаимодействуют с ядром, так как не могут преодолеть центробежный барьер.

9.2.4. Закон сохранения четности

Четность (пространственная четность) – характеризует поведение физической величины при зеркальном отражении (**пространственной инверсии**), заключающемся в одновременном изменении пространственных координат на противоположные. Например, для декартовой системы координат: $x \rightarrow -x$, $y \rightarrow -y$, $z \rightarrow -z$. В квантовой механике под четностью понимают квантовое число, характеризующее симметрию волновой функции элементарной частицы или системы элементарных частиц (например, атомного ядра) относительно зеркального отражения. Волновые функции, описывающие состояния частиц, делятся на четные и нечетные. Если при пространственной инверсии функция не меняется: $\psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r})$, то она является **четной**. **Нечетная** функция при инверсии меняет знак на противоположный: $\psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r})$.

Каждой элементарной частице условно приписывают **внутреннюю (собственную) четность** P , которая определяет поведение волновой функции частицы при зеркальном отражении

$$\psi(\vec{r}) \rightarrow P\psi(-\vec{r}).$$

Если при таком отражении волновая функция не меняет знак, то внутренняя четность частицы положительная ($P = +1$), если меняет – отрицательная ($P = -1$). Так, например, у протона, нейтрона и электрона $P = +1$, а у их античастиц $P = -1$.

Четность состояния системы из невзаимодействующих частиц определяется не только внутренними четностями частиц системы, но и четностью волновых функций частиц, описывающих их движения относительно общего центра инерции. Четность этих функций определяется величиной орбитальных моментов частиц системы. Например, четность состояния частицы с орбитальным моментом l равна $P(-1)^l$, где $(-1)^l = P_l$ – четность волновой функции частицы, описывающей ее движение относительно центра инерции. Четность системы, состоящей из двух частиц (подсистем) a и b , равна:

$$P_{ab} = P_a P_b (-1)^{l_a} (-1)^{l_b}. \quad (9.18)$$

Внутренние четности протона и нейтрона равны $+1$, поэтому, если атомное ядро представить (например, в модели ядерных оболочек) в виде движущихся невзаимодействующих нуклонов, то четность такой системы нуклонов в соответ-

ствии с (9.18) будет равна: $(-1)^{\sum_i l_i}$, где l_i – орбитальное число, определяющее характер движения i -го нуклона в ядре. Часто волновую функцию системы (a, b) записывают в виде $\Psi_{ab} = \Psi_a \Psi_b \Psi_{lab}$, где Ψ_{lab} – волновая функция отно-

сительного движения a и b (одна из подсистем a или b считается неподвижной), четность которой определяется множителем $(-1)^{l_{ab}}$. В этом случае четность системы (a, b) равна:

$$P_{ab} = P_a P_b (-1)^{l_{ab}}. \quad (9.19)$$

В ядерных реакциях с большой точностью выполняется **закон сохранения четности**, согласно которому четности входного и выходного каналов реакции должны быть одинаковы. Для ядерной реакции (9.1) закон сохранения четности записывается следующим образом:

$$P_a P_A (-1)^{l_{aA}} = P_b P_B (-1)^{l_{bB}}, \quad (9.20)$$

где P_a, P_A, P_b, P_B – внутренние четности первичных и образовавшихся частиц, а l_{aA} и l_{bB} – значения орбитальных моментов относительного движения соответствующих пар частиц. Закон сохранения четности накладывает определенные правила отбора, ограничивая число разрешенных каналов ядерных взаимодействий.

Закон сохранения четности нарушается при слабых взаимодействиях, например, при бета-распаде.

9.2.5. Закон сохранения изотопического спина

Существующие в природе частицы, участвующие в сильных взаимодействиях (адроны), можно разбить на группы частиц с примерно равными массами и одинаковыми внутренними характеристиками: спином, барионным зарядом, странностью – S (одно из квантовых чисел адронов), внутренней четностью, за исключением электрического заряда и магнитного момента. Такие группы частиц называются **изотопическими мультиплетами**. Оказывается, что сильное взаимодействие для всех частиц, входящих в один и тот же изотопический мультиплет, одинаково и не зависит от электрического заряда. Простейшим примером частиц, которые могут быть объединены в один изотопический мультиплет (дублет), являются протон и нейтрон. Опыт показывает, что ядерные взаимодействия $(p-p)$ и $(n-n)$ очень похожи. Это проявляется, например, в близости свойств **зеркальных ядер**, у которых при одинаковом числе нуклонов число нейтронов в одном из них равно числу протонов во втором. Отмеченное свойство ядерных сил называют **зарядовой независимостью (симметрией) ядерных сил**. Зарядовая симметрия является одним из проявлений особой симметрии, присущей сильному взаимодействию, которое получило название **изотопической инвариантности**. Применительно к протону и нейтрону она проявляется в существенной аналогии взаимодействий не только между системами $(p-p)$ и $(n-n)$, но и системой $(p-n)$, состоящей из различных частиц.

Тождественность ядерных свойств протона и нейтрона описывают, рассматривая их как два разных зарядовых состояния одной частицы – нуклона. Для этого вводят еще одну квантовую характеристику – **вектор изотопического спина (изоспина)** – \vec{t} , который является вектором в некотором вспомогательном (изотопическом, зарядовом) пространстве. Величина изоспина – t , которая называется **изотопическим спином**, для обоих нуклонов одинакова и равна (как

и их спины) $1/2$. Возможные направления изоспина нуклона в изотопическом пространстве определяют его зарядовые состояния и задаются с помощью *проекции изотопического спина* $-t_3$, которая имеет лишь два значения: $+1/2$ – условно приписывают протону, а $-1/2$ – нейтрону. Таким образом, в изотопическом пространстве любой мультиплет (например, протон и нейтрон) – это одна частица (например, нуклон), но по разному в этом пространстве ориентированная.

Свойства вектора изоспина \vec{t} аналогичны свойствам обычного спина частиц \vec{S} (что отражено в его названии). Абсолютная величина изотопического спина t является квантовым числом частицы (адрона), показывающим, какое число зарядовых состояний (число проекций t_3) она может иметь в изотопическом пространстве. Это число равно $2t+1$ (для нуклонов $2t+1=2$), с возможными значениями $t_3: t, t-1, \dots, 0, \dots, -(t-1), -t$.

Заряды частиц мультиплета связаны с проекцией t_3 формулой Гелл-Манна-Нишиджимы:

$$q = e(t_3 + B/2 + S/2). \quad (9.21)$$

В частности, для нуклонов $B=1, S=0$ и из (9.21) получаем

$$q = e\left(t_3 + \frac{1}{2}\right). \quad (9.22)$$

Изоспины нескольких нуклонов складываются в полный изоспин системы (например, ядра) по правилам сложения обычных спинов. Вектор полного изоспина ядра с массовым числом A определяется как векторная сумма изоспинов отдельных нуклонов

$$\vec{T} = \sum_{k=1}^A (\vec{t}_3)_k,$$

а его проекция T_3 равна:

$$T_3 = \sum_{k=1}^A (t_3)_k. \quad (9.23)$$

Например, для ядра с числом протонов Z и нейтронов N в соответствии с (9.23) имеем

$$T_3 = Z \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) + N \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{Z-N}{2} = Z - \frac{A}{2}, \quad (9.24)$$

т. е. проекция T_3 при заданном числе нуклонов определяет полный заряд ядра. В пренебрежении кулоновским взаимодействием ядер с одним и тем же массовым числом, равными изоспинами T и одинаковыми остальными квантовыми числами (спином, четностью), но разными T_3 , соответствуют одинаковые уровни энергии.

Величина изоспина ядра зависит от энергетического состояния ядра и является одной из характеристик энергетического уровня ядра. В ядре имеется A изоспиновых векторов, и когда они складываются, то получается много различных значений полного изоспинового квантового числа T . Максимальное

значение достигается, когда изоспины всех нуклонов параллельны друг другу, и равно $A/2$. Минимальное значение T равно $|T_3|$, так как длина вектора не может быть меньше длины его проекции. Поэтому возможные значения T для состояний данного ядра удовлетворяют неравенству:

$$\frac{1}{2}|Z - N| \leq T \leq \frac{1}{2}A.$$

Обычно основное состояние ядра имеет наименьшее из этих допустимых значений изоспина

$$T_{\text{осн}} = |T_3| = \frac{N - Z}{2}.$$

В ядерных реакциях выполняется **закон сохранения изотопического спина**, согласно которому суммарный изоспин частиц, вступающих в реакцию, должен быть равен суммарному изоспину частиц, образующихся в ядерной реакции

$$\vec{T}_a + \vec{T}_A = \vec{T}_b + \vec{T}_B.$$

Применительно к ядерным реакциям с участием одних нуклонов должна сохраняться как величина изоспина T , так и его проекция T_3 . Закон сохранения изоспина накладывает определенные ограничения на ядерные процессы, т. е. приводит к определенным правилам отбора по изотопическому спину. Вероятность процессов, протекающих с нарушением закона сохранения изоспина, на много порядков меньше. В связи с этим, ядерные уровни должны характеризоваться не только энергией, моментом количества движения, четностью, но и изоспином.

9.3. Механизмы ядерных реакций

В общем случае ядерная реакция представляет сложный процесс перестройки атомного ядра. Вследствие отсутствия четкого представления о природе ядерных сил и многочастичного характера взаимодействия получить точное решение задачи практически невозможно. Поэтому аналогично представлению структуры ядра с помощью различных ядерных моделей процесс протекания ядерных реакций аппроксимируют различными механизмами ядерных реакций (моделями столкновений). Основными механизмами протекания ядерных реакций являются: *реакции с образованием составного ядра и прямые ядерные реакции*.

9.3.1. Ядерные реакции с образованием составного ядра.

Формула Брейта-Вигнера

Как уже отмечено выше, механизм протекания ядерной реакции через составное ядро был предложен Н. Бором. Если у налетающей частицы длина свободного пробега между ядерными взаимодействиями меньше размеров ядра, то при попадании частицы в ядро с большой вероятностью происходит ее поглощение ядром-мишенью. В этом случае образуется новая ядерная система, которая находится в возбужденном состоянии и называется *составным ядром*, а ядерную реакцию представляют в виде двухступенчатого процесса (9.3).

Нуклоны в потенциальной яме ядра обладают определенными энергиями (находятся на определенных энергетических уровнях). Если в ядре заполнены все низшие энергетические уровни, то оно как целое находится в невоз-

бужденном (основном) состоянии. Энергия основного состояния ядра принимается за нулевую. Все состояния ядра с энергиями большими основного состояния являются возбужденными. Возбужденные состояния ядра как целого часто называют *энергетическими уровнями* или просто *уровнями ядра*. Эти уровни не совпадают с уровнями отдельных нуклонов в потенциальной яме ядра и не всегда им можно сопоставить переходы отдельных нуклонов в потенциальной яме [8].

Составное ядро, которое образуется на первом этапе реакции в результате слияния частицы с ядром-мишенью, получает от частицы энергию возбуждения, определяемую выражением (9.10), которая распределяется между его нуклонами, переводя их на более высокие энергетические уровни. Возбужденное состояние ядра является неустойчивым и через короткое время составное ядро переходит в состояние с меньшей энергией или в основное состояние (распадается). Этот переход сопровождается испусканием ядерных частиц или гамма-квантов. Так как возбужденные состояния имеют конечное время жизни (τ), то в соответствии с принципом неопределенности энергия каждого возбужденного состояния распределена в интервале $\Delta E = \Gamma = \hbar/\tau$, где величина Γ называется шириной уровня. Ширина основного состояния ядра (стационарного) равна нулю. Ядро может находиться в этом состоянии неопределенно долго. Уровни с конечной шириной называются *квазистационарными*. Таким образом, энергетические уровни возбужденных ядер размыты, причем их ширины Γ обратно пропорциональны среднему времени жизни τ . Для ширины $\Gamma \approx 10$ эВ получаем, что $\tau \approx 10^{-16}$ с, это время в миллион раз больше, чем *характерное ядерное время* $\tau_{\text{яд}} \approx 10^{-22}$ с (время пролета частицы через ядро).

Распад составного ядра на втором этапе реакции происходит тогда, когда после многократного перераспределения энергии возбуждения один из нуклонов (или группа нуклонов) приобретает энергию, превосходящую энергию связи. Энергию возбуждения составное ядро может отдавать также за счет испускания гамма-квантов.

Отношение $\Gamma/\hbar = 1/\tau$ определяет вероятность распада составного ядра в единицу времени. Если составное ядро может распадаться по различным каналам, то $\Gamma = \sum_i \Gamma_i$, где Γ_i – ширины отдельных каналов реакций, связанных, например, с испусканием гамма-квантов – Γ_γ (*радиационная ширина*), нейтронов – Γ_n (*нейтронная ширина*) и т. д. Величину Γ называют *полной шириной уровня*, а величины Γ_i , соответствующие различным способам распада, *парциальными ширинами*. Отношение Γ_i/Γ представляет собой вероятность распада ядра по i -му каналу.

Если энергия возбуждения ядра меньше энергии связи нуклонов в ядре, то их вылет из ядра невозможен. В этом случае отлична от нуля только радиационная ширина и $\Gamma = \Gamma_\gamma$, т.е. ядро может распадаться только одним способом, испуская гамма-кванты. Такие возбуждения не приводят к образованию составного ядра. При образовании составного ядра его энергия возбуждения велика, не менее энергии связи нуклона в ядре. Поэтому у ядра появляются

дополнительные каналы снятия возбужденного состояния, связанные с вылетом частиц. С увеличением энергии возбуждения растет число возможных способов распада ядра, а полная ширина Γ увеличивается как за счет увеличения числа слагаемых, так и за счет увеличения парциальных ширин, так как чем больше энергия уровня, тем меньше его время жизни и тем больше его ширина.

Поскольку между процессами образования и распада составного ядра проходит большое время, то их считают независимыми и сечение реакции (9.3) записывают в виде

$$\sigma(a, b) = \sigma_o(a, A) \frac{\Gamma_b}{\Gamma}, \quad (9.25)$$

где $\sigma_o(a, A)$ – сечение образования составного ядра, Γ_b/Γ – вероятность распада составного ядра с вылетом частицы b , которая определяется конкуренцией различных возможных (открытых) при данной энергии каналов реакций, и не зависит от способа образования составного ядра.

Если частица с кинетической энергией T проникает в ядро, то она приносит в него энергию возбуждения $Q^* \approx \varepsilon + T$, где ε – ее энергия связи в ядре (см. (9.9) и (9.10)), т. е. достаточно большую энергию возбуждения даже при небольшой кинетической энергии. Составное ядро является квантовой системой и может находиться только в определенных (разрешенных) энергетических состояниях, поэтому вероятность захвата ядром частицы сильно возрастает, когда энергия возбуждения Q^* близка к одному из энергетических уровней ядра Q_r^* . Следовательно, сечение реакции, протекающей с образованием составного ядра, должно возрастать с уменьшением разности $|Q^* - Q_r^*|$ и иметь резонансный характер. Учитывая связь энергии возбуждения с кинетической энергией частицы получаем, что $|Q^* - Q_r^*| = |T - T_r|$, следовательно резонанс в сечении имеет место, когда кинетическая энергия налетающей частицы T близка к резонансной энергии $T_r = Q_r^* - \varepsilon$, которую обычно называют **резонансом**.

В области расположения изолированного уровня (для которого величина Γ много меньше расстояния между уровнями) сечение реакции (9.3) описывается **формулой Брейта-Вигнера** [17]

$$\sigma_{ab}(T) = g\pi\tilde{\lambda}^2 \frac{\Gamma_a\Gamma_b}{(T - T_r)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (9.26)$$

где $\tilde{\lambda}$ – длина волны налетающей частицы, Γ_a – парциальная ширина, связанная с вероятностью образования составного ядра по каналу a , а Γ_b – с вероятностью его распада по каналу b . Величина g учитывает статистический вес различных спиновых состояний налетающей частицы (S), исходного (I) и составного (J) ядер

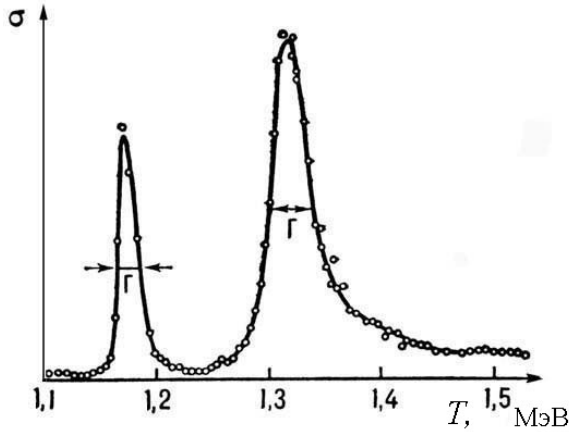


Рис. 9.3. Сечение реакции $^{14}\text{C}(p, n)^{15}\text{N}$

$$g = \frac{2J + 1}{(2I + 1)(2s + 1)}. \quad (9.27)$$

На рис. 9.3 показана зависимость от энергии протона сечения реакции $^{14}\text{C}(p, n)^{15}\text{N}$. Два резонанса соответствуют двум уровням составного ядра.

Суммирование сечения (9.26) по всем возможным каналам реакции дает полное сечение образования составного ядра

$$\sigma_o(T) = g\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma}{(T - T_r)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (9.28)$$

При энергиях возбуждения ядра менее 7–8 МэВ спектр возбужденных состояний имеет дискретный характер. С ростом массового числа A и энергии возбуждения ядра, число уровней ядра увеличивается, а среднее расстояние между ними быстро уменьшается. От десятков, сотен кэВ для легких ядер ($A < 25$) до долей эВ – для тяжелых ядер ($A > 80$). Увеличение плотности уровней (числа уровней на единичный энергетический интервал) с ростом энергии возбуждения и массового числа A объясняется возрастанием числа различных способов распределения энергии между нуклонами. Но с увеличением энергии возбуждения растет и ширина уровней, поэтому высокоэнергетические уровни начинают перекрываться. Для высоких энергий возбуждения (15–20 МэВ) плотность уровней столь велика, что, сильно перекрываясь, они образуют непрерывный спектр. В этом случае резонансный характер взаимодействия в сечении реакции проявляется слабо и зависимость сечения от энергии налетающей частицы является плавной функцией.

Присутствие на многих экспериментальных сечениях ядерных реакций различных частиц узких резонансов указывает на наличие метастабильных состояний ядер со средним временем жизни порядка $10^{-14} - 10^{-15}$ с. Но такие состояния ядер не удается объяснить в рамках оболочечной модели ядра возбуждением одного из нуклонов ядра (в этом случае ширина резонанса должна быть на 5–6 порядков больше [5]). В образовании таких метастабильных состояний должны участвовать все ядерные нуклоны. В самом общем виде это уже задача многих $(A+1)$ тел, решение которой вряд ли возможно даже с использованием современных ЭВМ. Модель составного ядра Н. Бора предлагает достаточно простой механизм столкновения частиц с ядром, который позволяет избежать трудностей решения задачи многих тел.

Одним из доказательств образования составного ядра в ядерных реакциях является одинаковость энергетических уровней одних и тех же промежуточных ядер, которые образуются в различных ядерных реакциях. Например, промежуточное ядро ^{15}N образуется в двух реакциях: $^{14}\text{C}(p, n)^{14}\text{N}$ и $^{11}\text{B}(\alpha, n)^{14}\text{N}$.

Уровни ядра $^{15}_7N$, вычисленные из результатов обеих реакций, совпадают между собой. Поскольку структура уровней промежуточного ядра не зависит от способа его образования, то это доказывает, что такое ядро реально существует.

Концепция составного ядра применима главным образом для средних и тяжелых ядер и для небольших энергий налетающих частиц. Особенностью ядерных реакций, идущих через составное ядро, является симметричное относительно угла $\pi/2$ угловое распределение вылетающих частиц в СЦИ и максвелловский энергетический спектр этих частиц.

9.3.2. Прямые ядерные реакции

Не все ядерные реакции можно объяснить через механизм образования и распада составного ядра. Наряду с механизмом составного ядра, когда в процесс взаимодействия вовлекается все ядро и происходит сложное возбуждение ядерной системы, возможен и другой механизм, когда налетающая частица сталкивается лишь с одним нуклоном или с небольшим числом нуклонов ядра. Это так называемые **прямые ядерные реакции**. Переход ядра от начального состояния к конечному осуществляется непосредственно (прямо) без образования составного ядра.

Время протекания прямых реакций существенно меньше времени протекания реакций, идущих через составное ядро, и сравнимо с характерным ядерным временем $\tau_{\text{я}}$. Вероятности прямых процессов велики в тех случаях, когда ядру передается относительно небольшая энергия налетающей частицы, например, при неупругом рассеянии. Прямые процессы могут происходить как во всем объеме ядра, так и на его поверхности – **поверхностные реакции**. Типичными поверхностными реакциями являются реакции **срыва** и **подхвата**, когда частица, связанная с одним из пары сталкивающихся ядер, может переходить в связанное состояние другого ядра. Поверхностный характер прямых реакций ведет к появлению характерной дифракционной картины в угловых распределениях вылетающих частиц [11, 23].

Характеристики частиц, рождающихся в прямых реакциях и в реакциях через составное ядро, заметно отличаются. В прямых реакциях наблюдается заметная асимметрия в угловых распределениях образующихся частиц, например, в СЦИ частицы вылетают преимущественно в переднюю полусферу. Энергетический спектр вылетающих частиц отличается от максвелловского (в случае боровского механизма реакции) избытком быстрых частиц.

Прямые ядерные реакции вносят особенно большой вклад в сечение ядерных процессов при больших энергиях. Сечения прямых реакций плавно меняются с энергией частиц. В них, в отличие от реакций через составное ядро, резонансный характер взаимодействия проявляется редко.

9.3.3. Оптическая модель ядерного взаимодействия

Оптическая модель ядерного взаимодействия (модель комплексного потенциала) не учитывает сложную структуру ядра и рассматривает процесс взаимодействия частицы с ядром как ее движение в некотором эффективном потенциальном поле, создаваемом всеми ядерными нуклонами. Согласно оптической модели, ядро представляет собой сплошную среду с определенными коэффициентами преломления и отражения («серый» полупрозрачный шар). При падении на такой шар, нейтронная волна испытывает те же виды взаимодействия,

что и световая волна, распространяющаяся в полупрозрачной оптической среде: отражение, преломление и поглощение. Отсюда и название оптической модели.

Для того, чтобы учесть процессы рассеяния и поглощения частиц «оптический потенциал» ядра U должен быть комплексным

$$U = W + iV.$$

Действительная часть потенциала определяет рассеивающие свойства ядра, а мнимая часть позволяет описать поглощение частиц через процесс образования составного ядра. При этом понятие поглощения удастся распространить на все ядерные реакции, в том числе на неупругое рассеяние и даже часть упругого рассеяния – упругое резонансное рассеяние (см. главу 3 в[21]). Одна из основных трудностей оптической модели – это выбор соответствующей формы потенциала. Лишь немногие формы потенциала позволяют решить уравнение Шредингера аналитически. И одна из них это простейшая форма в виде прямоугольной потенциальной ямы, которая первоначально использовалась для расчетов сечений

$$\begin{cases} U(r) = -W - iV & \text{для } r < R \\ U(r) = 0 & \text{для } r > R \end{cases}$$

где r – расстояние от центра ядра, R – его радиус, а W и V – некоторые константы. Уже с таким потенциалом были получены удовлетворительные результаты, но резкий край потенциальной ямы не соответствует реальному потенциалу ядра у его поверхности и значительно занижает проникаемость поверхности по сравнению с экспериментальными данными.

Развитие вычислительной техники сделало возможным расчеты с использованием оптических потенциалов практически произвольной формы, действительная и мнимая части которых задаются не в виде констант, а в виде некоторых функций от r . Это позволило учесть спин-орбитальное взаимодействие, отклонение формы ядра от сферической, учесть уменьшение плотности ядра в приповерхностной области и т.д. В рамках оптической модели, например, широко используется потенциал с компонентами W и V в форме Вудса–Саксона [5]

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp[(r - R)/0,228 a]},$$

где R , a и V_0 – подгоночные параметры, подбираемые так, чтобы наилучшим образом аппроксимировать экспериментальные данные.

Оптическая модель не пригодна для описания резонансного характера сечений ядерных реакций, так как не учитывает сложную систему энергетических уровней ядра. Но она точнее, чем модель составного ядра, описывает общую (среднюю) зависимость от энергии сечений различных ядерных реакций, позволяет вычислить полное и дифференциальное сечения упругого рассеяния, суммарное сечение всех неупругих процессов. Применимость оптической модели к описанию ядерных взаимодействий различных частиц, особенно протонов и нейтронов, доказана согласием результатов, полученных на основе этой модели, с экспериментальными данными. Оптическая модель протекания ядерной реакции находится между двумя противоположными по своей сути механизмами ядерных реакций – через составное ядро и прямой ядерной реакцией. Схема протекания ядерных реакций, включающая перечисленные выше механизмы и модели, приведена на рис. 9.4.

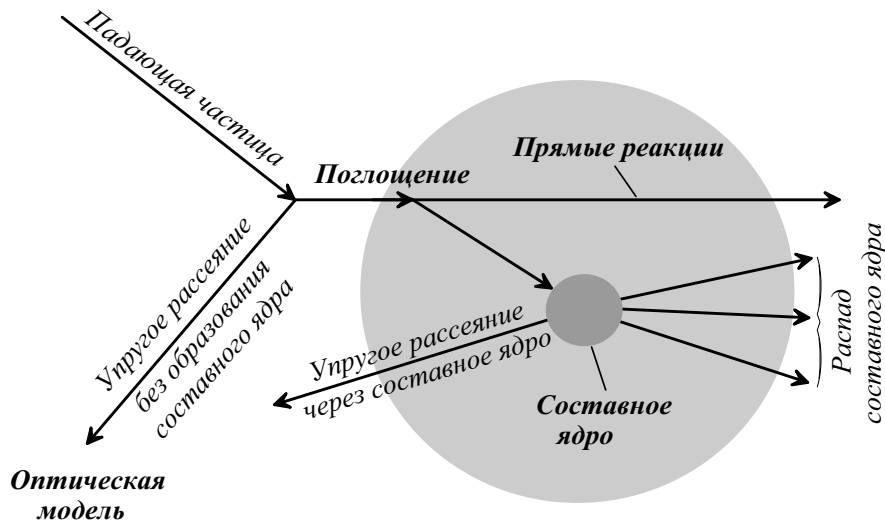


Рис. 9.4. Схема ядерных реакций

В заключение этого раздела отметим, что действительный механизм ядерных реакций является более сложным, чем теоретические схемы составного ядра, прямой ядерной реакции, оптической модели, которые часто не дают надежных количественных значений эффективных сечений реакций.

9.4. Общие свойства ядерных реакций

При квантовом рассмотрении процессов взаимодействия частиц проявляются свойства сечения взаимодействия, которые не соответствуют наглядным классическим представлениям. Во-первых, за счет вероятностного характера квантовомеханических процессов полное сечение может оказаться много меньше площади поперечного сечения ядра πR^2 . Это обусловлено тем, что для квантовой частицы существует ненулевая вероятность пролететь область действия сил без взаимодействия. В таком случае по аналогии с оптикой говорят, что мишень является частично прозрачной.

Во-вторых, как уже отмечалось в разделе 5.4, при низких энергиях частиц за счет волнового характера квантовомеханических явлений сечение может оказаться намного (до нескольких порядков) больше πa^2 , где a – радиус области взаимодействия. Например, в соответствии с выражениями (5.56) и (5.57), верхним пределом сечения упругого рассеяния является величина

$$\sigma_{el} \sim 4\pi\hat{\lambda}^2,$$

где $\hat{\lambda}$ – длина волны налетающей частицы. Верхний предел суммы всех неупругих сечений определяется неравенством

$$\sigma_{in} \sim \pi\hat{\lambda}^2.$$

Из этих выражений следует, что при низких энергиях, когда длина волны де-Бройля частицы значительно превышает радиус действия сил, сечения могут быть очень велики.

Все фундаментальные процессы в природе (за исключением распада долгоживущего нейтрального К-мезона) обладают свойством симметрии относительно обращения времени. Замена в уравнениях движения времени t на $-t$ не

меняет вида этих уравнений. Из инвариантности обращения времени (T – инвариантности) в квантовой механике вытекает важное следствие – **принцип детального равновесия**, согласно которому при одной и той же энергии частиц в СЦИ вероятности прямого и обратного процессов равны. Подобными процессами, например, могут быть ядерные реакции. Принцип детального равновесия позволяет связать между собой сечения прямой – σ_{ab} и обратной – σ_{ba} реакций в виде соотношения

$$\frac{\sigma_{ab}}{\sigma_{ba}} = \frac{(p_b)_c^2 (2s_b + 1)(2J_B + 1)}{(p_a)_c^2 (2s_a + 1)(2J_A + 1)}, \quad (9.29)$$

где $(p_a)_c$, $(p_b)_c$ – величины импульсов частиц прямой и обратной реакций в СЦИ; s_a , s_b – спины частиц a и b , J_A , J_B – спины ядер A и B . Важное прикладное значение принципа детального равновесия заключается в том, что он позволяет определять недостающие характеристики одного из процессов, например, спина частицы по характеристикам другого процесса. При этом в некоторых случаях наблюдать один из процессов значительно легче, чем другой.

9.5. Особенность ядерных взаимодействий заряженных частиц

Особенность взаимодействия заряженных частиц с ядрами связана с наличием кулоновского взаимодействия между частицей и ядром. В результате, чтобы попасть в ядро, заряженная частица должна преодолеть кулоновский барьер высотой

$$B_K = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} \approx Z_1 Z_2 A^{-1/3} \text{ (МэВ)}. \quad (9.30)$$

Пусть положительно заряженная частица с зарядом $Z_1 e$ сталкивается с ядром, имеющим заряд $Z_2 e$. На рис. 9.5 показана зависимость кулоновского и

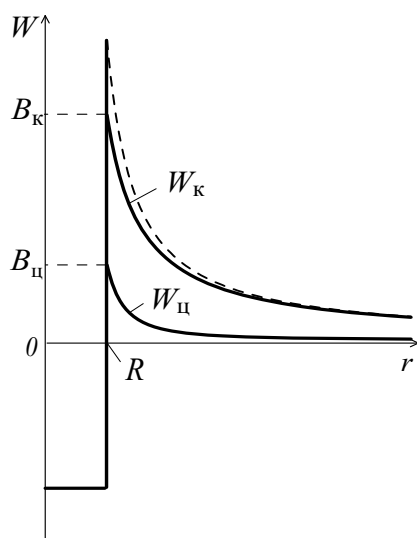


Рис. 9.5. Кулоновский и центробежный барьеры

центробежного барьеров от расстояния r между частицей и ядром. Нижняя кривая (W_{δ}) соответствует центробежному потенциалу (см. раздел 9.2.3), а кривая W_{ϵ} на рис. 9.5 соответствует кулоновскому взаимодействию заряженной частицы с ядром

$$W_K = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}. \quad (9.31)$$

Сравнение высоты кулоновского барьера с минимальным значением высоты центробежного барьера $(B_{\text{ц}})_{\text{min}}$ (которое соответствует $l = 1$) показывает [16], что $(B_{\text{ц}})_{\text{min}}$ превосходит B_K только у ядер с $Z_2 < 8$. У всех остальных $B_K > (B_{\text{ц}})_{\text{min}}$. Для ядер начиная с $Z_2 \sim 50$ и более $B_K \gg (B_{\text{ц}})_{\text{min}}$.

Так что во многих случаях можно считать $B_{\text{к}} + B_{\text{ц}} \approx B_{\text{к}}$. Если же орбитальный момент налетающей частицы $l = 0$, то потенциальная энергия ее взаимодействия с ядром при $r > R$ определяется только кулоновским взаимодействием.

Для частиц с небольшими энергиями ($T < B_{\text{к}}$) центробежный барьер влияет лишь на их взаимодействие с легкими ядрами. С ростом орбитального момента налетающей частицы величина $B_{\text{ц}}$ растет пропорционально квадрату l и вероятность взаимодействия быстро падает. На взаимодействия таких частиц с тяжелыми ядрами, когда $B_{\text{к}} > B_{\text{ц}}$, орбитальный момент влияет мало. Например, взаимодействие с $l = 0$ и $l = 1$ происходит примерно с одинаковой вероятностью. Лишь при больших l влияние центробежного барьера может стать существенным, что приведет к уменьшению вероятности взаимодействия. Рассматривая роль центробежного барьера, следует также отметить, что центробежный потенциал гораздо быстрее убывает с расстоянием r , чем кулоновский.

Если кинетическая энергия частицы $T < B_{\text{к}}$, то она может попасть в ядро только за счет туннельного эффекта. Прозрачность (D) потенциального барьера для случая $l = 0$ равна [16]

$$D = \exp\left(-2 \frac{R \cdot \gamma}{\lambda_{\text{к}}}\right), \quad (9.32)$$

где $\lambda_{\text{к}} = \hbar / \sqrt{2mB_{\text{к}}}$ – дебройлевская длина волны, соответствующая кинетической энергии частицы, равной высоте барьера ($T = B_{\text{к}}$),

$$\gamma = \sqrt{B_{\text{к}}/T} \arccos \sqrt{T/B_{\text{к}}} - \sqrt{1 - T/B_{\text{к}}}.$$

Для нуклонов в ЛСК

$$\lambda(T) = \hbar / \sqrt{2mT} = 4,5 \cdot 10^{-13} / \sqrt{T} \text{ (см)}, \quad (9.33)$$

где значения T надо подставлять в МэВ. Для определения функции γ удобно использовать график, приведенный в [16, 25].

Например, в соответствии с формулой (9.32) для прозрачности кулоновского барьера ядра ${}_{13}^{27}\text{Al}$ по отношению к протону с кинетической энергией 1 МэВ имеем $D \approx 0,05$. Аналогичные расчеты для других ядер и частиц при разных энергиях показывают, что прозрачность потенциального барьера возрастает с увеличением кинетической энергии частиц и уменьшением их массы. При одной и той же кинетической энергии прозрачность барьера для альфа-частиц на много порядков меньше, чем для протонов. Приближенную оценку прозрачности потенциального барьера для альфа-частиц при $l < 6$ ($l \neq 0$) можно получить по формуле [16]

$$D_{l \neq 0} = D_{l=0} \cdot \exp\left[2,027 \cdot l(l+1)Z^{-1/2}A^{-1/6}\right]. \quad (9.34)$$

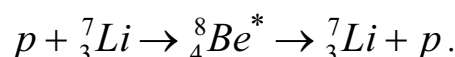
Поскольку обычно $B_{\text{ц}} \ll B_{\text{к}}$, то при $T < B_{\text{ц}} + B_{\text{к}}$ вероятности взаимодействия с ядром заряженной частицы с $l = 0, 1, 2, \dots, l_0$ ($l_0 = \sqrt{R/2\lambda_{\text{к}}}$) сравнимы между собой.

9.6. Типы ядерных взаимодействий заряженных частиц

Рассмотрим лишь некоторые конкретные типы ядерных реакций заряженных частиц, используя, в основном, в качестве примеров реакции под действием протонов. При наличии во входном канале реакции одних и тех же частиц выходной канал может соответствовать различным процессам. Это хорошо видно на примере реакций протонов с литием.

9.6.1. Упругое рассеяние

При низких энергиях частиц наиболее вероятным процессом взаимодействия является упругое рассеяние, как, например, при взаимодействии протонов с литием, когда кинетическая энергия протонов меньше пороговой энергии неупругих взаимодействий:



Сокращенно эту реакцию обозначают, как (p, p) . В результате взаимодействия внутреннее состояние сталкивающихся частиц не меняется, ядро получает от частицы часть ее импульса, сохраняется суммарная кинетическая энергия частиц.

Кинематика упругого рассеяния рассмотрена подробно в главе 1. Отметим лишь следующее. Кинетическую энергию рассеянной частицы можно определить по формуле (1.33). В методах элементного анализа твердых тел на основе упругого рассеяния заряженных частиц отношение $k(m_a, m_A, \vartheta_a) = T'_a / T_a$,

где T'_a – кинетическая энергия налетающей частицы после рассеяния, называют кинематическим коэффициентом. При упругих соударениях энергия частицы, рассеянной в заданный угол, однозначно определяется ее начальной энергией и массой рассеивающего атома. Поэтому, кинематические коэффициенты рассчитывают для различных значений m_a, m_A и ϑ_a и используют, например, в элементном анализе состава вещества по обратному рассеянию ионов (см., например, А. А. Ключников и др. **Методы анализа на пучках заряженных частиц.** – Киев: Наукова думка, 1987; Ю. Ю. Крючков, И. П. Чернов **Основы ядерного анализа твердого тела.** – М.: Энергоатомиздат, 1999).

Полное сечение упругого рассеяния с учетом действия ядерных и кулоновских сил можно представить в виде

$$\sigma_{el} = \sigma_{ep} + \sigma_{er} + \text{ИПР},$$

где:

- σ_{ep} – сечение **потенциального рассеяния**, которое идентично рассеянию на непроницаемой сфере (падающая частица в ядро не попадает), окруженной кулоновским потенциалом. В результате для столкновений с малыми прицельными параметрами (т. е. для столкновений, происходящих вблизи поверхности ядра в области действия ядерных сил), угловое и энергетическое распределение рассеянных частиц отличается от Резерфордского. Средний угол рассеяния в таких столкновениях больше, чем при рассеянии только в кулоновском поле ядра. Для больших прицельных параметров и малых углов рассеяния потенциальное рассеяние соответствует обычному Резерфордскому рассеянию;

- σ_{er} – упругое резонансное рассеяние, сечение которого вычисляется в соответствии с формулой Брейта-Вигнера в предположении, что входной и выходной каналы реакции совпадают:

$$\sigma_{er}(T) = g\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_a^2}{(T - T_r)^2 + \Gamma^2/4}; \quad (9.35)$$

- ИПР – член, который появляется в результате интерференции амплитуд потенциального и резонансного рассеяния.

Вклад ядерных сил и структуры ядра в упругое рассеяние начинает проявляться, когда кинетическая энергия налетающих частиц более 1–2 МэВ/а.е.м.. При этом начинают появляться очень редкие акты рассеяния частицы на большие углы. С увеличением энергии частицы вклад кулоновских сил в сечение упругого рассеяния уменьшается.

Чтобы описать ядерное рассеяние в основном используются феноменологические методы, связывающие экспериментальные результаты и базовые параметры теоретической модели. Одним из таких методов является оптическая модель, о которой сказано выше. Феноменологический оптический потенциал с соответствующим образом выбранными значениями параметров в целом хорошо описывает экспериментальные данные по рассеянию нуклонов от самых низких энергий до, примерно 100 МэВ. Оптическая модель позволяет рассчитывать рассеяние на ядрах сложных частиц: дейтронов, альфа-частиц, тяжелых ионов. Однако параметры оптических потенциалов при этом отличаются от аналогичных параметров для рассеяния нуклонов и их подбор является более сложным.

9.6.2. Неупругое рассеяние

Если энергия налетающего протона больше энергии первого (нижнего) возбужденного уровня ядра-мишени, то кроме упругого рассеяния происходит и неупругое рассеяние (например, для реакции под действием протонов ее записывают как $(p, p' \gamma)$). Когда кинетическая энергия протона близка к энергии резонанса, то сечение неупругого рассеяния может заметно возрастать.

В данной ядерной реакции тип частиц во входном и выходном каналах не меняется, но часть кинетической энергии налетающей частицы идет на возбуждение ядра-мишени, остающегося в возбужденном состоянии и после реакции. Если налетающей частицей является сложное ядро, то в результате взаимодействия оно также может оказаться в возбужденном состоянии. Его переход в основное состояние происходит путем испускания гамма-квантов.

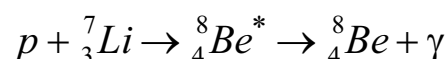
Возбуждение ядра-мишени при неупругом рассеянии может происходить не только за счет ядерного взаимодействия, но также и в результате электромагнитного взаимодействия ядра с налетающей частицей – *кулоновское возбуждение*. Вклад этого процесса незначителен при рассеянии частиц высоких энергий на легких ядрах, но может быть основным при рассеянии тяжелых ионов с энергиями меньше высоты кулоновского барьера.

Угловое распределение испущенных гамма-квантов для реакции, идущей через составное ядро, в СЦИ должно быть симметричным относительно угла $\theta = 90^\circ$ (так называемая симметрия вперед-назад). Однако такая реакция может протекать и как прямой процесс, тогда испущенные гамма-кванты летят преимущественно в направлении падающей частицы.

Средняя потерянная энергия налетающей частицей при неупругом рассеянии заметно выше, чем при упругом рассеянии, так как передаваемая ядру энергия идет не только на увеличение его кинетической энергии (в соответствии с кинематикой упругого рассеяния), но и на увеличение его внутренней энергии.

9.6.3. Реакция радиационного захвата

В *реакции радиационного захвата* налетающая частица поглощается ядром-мишенью с образованием нового ядра в возбужденном состоянии. Затем энергия возбуждения выделяется в виде гамма-излучения или конверсионных электронов и пар электрон-позитрон. В отличие от радиоактивного распада этот процесс, который обозначают как (α, γ) протекает практически мгновенно. Примером такой реакции является реакция (p, γ) протонов с литием



с энергией реакции $Q_R = 17,25$ МэВ. Сечение данной реакции имеет очень узкий резонанс при кинетической энергии протонов 440 кэВ (рис. 9.6).

Если энергия возбуждения достаточно велика, то вероятность испускания составным ядром частиц, как правило, выше вероятности излучения гамма-

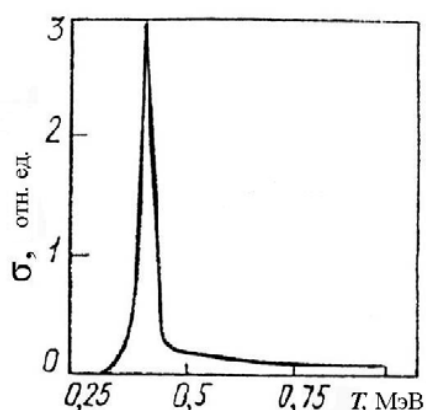


Рис. 9.6. Сечение реакции ${}^7\text{Li}(p, \gamma){}^8\text{Be}$

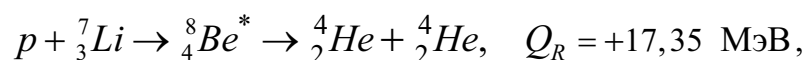
квантов. Однако в тех случаях, когда испускание частиц по каким-либо причинам невозможно или сильно затруднено (эти причины связаны с выполнением законов сохранения), сечение реакции радиационного захвата (p, γ) становится большим. Например, когда кинетическая энергия протона меньше пороговой энергии реакции (p, n) , то наряду с упругим рассеянием идет реакция (p, γ) . Полное сечение процесса радиационного захвата в области одиночного резонанса описывается формулой Брейта-Вигнера

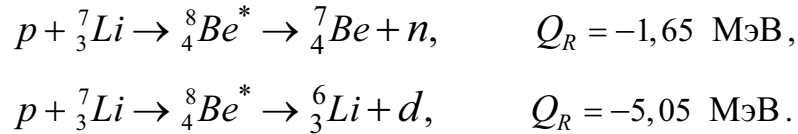
Гамма-кванты с максимальной энергией вылетают в направлении дви-

жения падающих частиц, вылетающие же в противоположном направлении имеют минимальную энергию.

9.6.4. Реакции с перераспределением частиц

Ядерная реакция, в которой тип частиц во входном и выходном каналах не совпадают, называется *реакцией с перераспределением частиц*. Образовавшееся ядро B может находиться как в основном, так и в возбужденном состоянии. Энергия реакции может иметь любой знак в зависимости от масс частиц во входном и выходном каналах. Примером реакций с перераспределением частиц под действием протонов являются реакции:





Сечения реакций с перераспределением частиц, идущих через составное ядро, возрастают с увеличением энергии налетающих частиц: от $T = 0$ – для экзоэнергетических реакций и от $T = T_{\text{пор}}$ – для эндоэнергетических реакций. Сечение возрастает до энергий $T \approx B_k$ и при дальнейшем увеличении кинетической энергии частиц начинает уменьшаться [13]. Это связано с тем, что при больших энергиях возбуждения составного ядра появляются конкурирующие способы его распада, и относительная вероятность распада по данному каналу уменьшается. Если энергия частицы меньше высоты кулоновского барьера, то реакция может идти за счет туннельного эффекта.

К реакциям с перераспределением частиц можно отнести и *реакции передачи* – это прямые ядерные реакции, в которых взаимодействие двух ядер происходит путем передачи одного или нескольких нуклонов от одного ядра другому. Такие взаимодействия могут протекать в результате краевых поверхностных соударений, в результате которых происходит не слияния взаимодействующих ядер в одно составное ядро, а лишь передача нескольких “крайних” нуклонов от одного ядра к другому. Простейшими примерами таких реакций являются реакции срыва и подхвата.

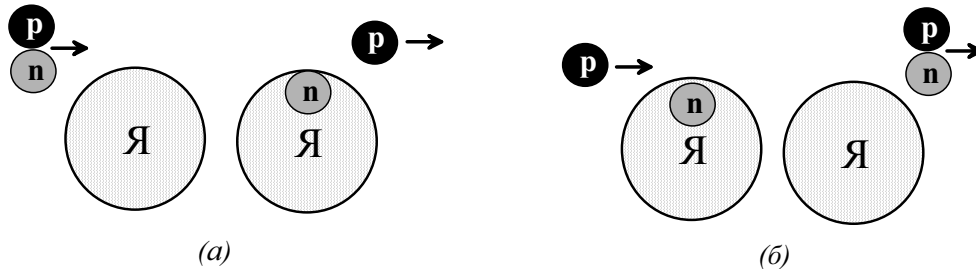
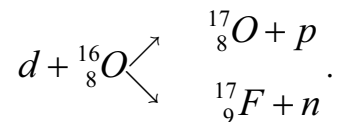


Рис. 9.7. Схемы реакций срыва и подхвата

Реакция срыва – это одна из типичных реакций прямого взаимодействия. К этим реакциям относятся взаимодействия дейтронов с ядрами (d, p) , (d, n) при кинетических энергиях дейтронов больше высоты кулоновского барьера [16]. Например, реакции

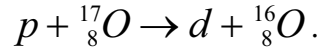


Характер их протекания определяется особенностями дейтрона. Это очень слабо связанное ядро ($E_{\text{св}} = 2,22 \text{ МэВ}$), состоящее из протона и нейтрона, которые находятся на довольно большом расстоянии ($\sim 4 \cdot 10^{-13} \text{ см}$). Малая величина энергии связи и большие размеры дейтрона приводят к тому что, если при его пролете вблизи ядра один из нуклонов оказывается в области действия ядерных сил, то он может быть захвачен (сорван) ядром (рис. 9.7а). Второй нуклон дейтрона, который не попадает в область действия ядерных сил, будет лететь при-

мерно в первоначальном направлении падающего дейтрона, унося с собой около половины его кинетической энергии.

Реакция срыва при высоких энергиях дейтронов используется для получения быстрых нейтронов. При этом получают пучки нейтронов с кинетическими энергиями $T_n \approx T_d/2$ и малым угловым разбросом.

Реакция подхвата – это также одна из прямых реакций, когда один из нуклонов ядра мишени передается налетающему ядру (подхватывается им). Примером такой реакции является, например, реакция обратная срыву (рис. 9.7б):



Если налетающее ядро сложное, то в процессах передачи могут участвовать целые ядра (например, ${}^4_2\text{He}$, ${}^3_1\text{H}$) или группы нуклонов. Сечение реакций с передачей большого числа нуклонов возрастает с увеличением энергии налетающего ядра.

9.7. Энергетические диаграммы ядерной реакции

Рассмотрим энергетические диаграммы для возможных каналов протекания ядерной реакции (9.1), которые показаны на рис. 9.8 [13]. Реакция может идти с образованием составного ядра в возбужденном состоянии, которое затем переходит в какое-либо из низколежащих состояний, испуская каскад гамма-квантов. Гамма-кванты обычно испускаются при переходах из низколежащих возбужденных состояний в основное. Этот тип реакции соответствует процессу радиационного захвата.

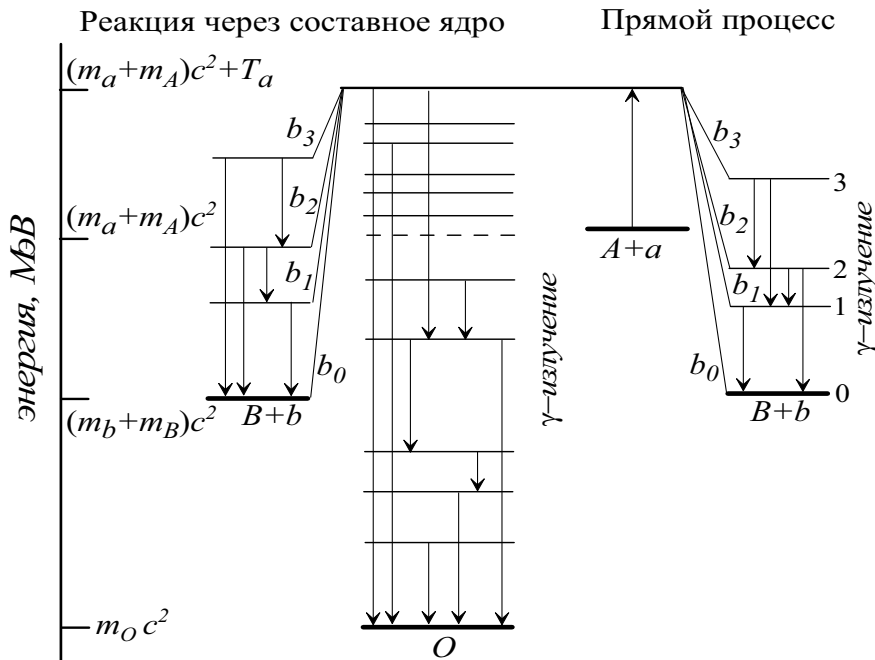


Рис. 9.8. Энергетические диаграммы ядерной реакции

Как следует из диаграмм на рис. 9.8, энергия возбуждения составного ядра равна

$$Q_O^* = (m_a + m_A - m_O)c^2 + T_a,$$

а энергия реакции радиационного захвата равна

$$Q_R = (m_a + m_A - m_O)c^2.$$

Кроме этого возможен распад составного ядра O с испусканием частицы b и образованием ядра B в основном или в одном из возбужденных состояний (левая часть диаграмм на рис. 9.8). Такую реакцию можно записать в виде $A(a, b\gamma)B$. В экспериментах регистрируются гамма-кванты, испускаемые при переходах из возбужденных состояний в основное состояние ядра B . Такая же реакция может протекать без образования составного ядра как прямой процесс (правая часть диаграмм на рис. 9.8).

Как видно из приведенных диаграмм, при обоих механизмах протекания реакции возможно образование одних и тех же продуктов реакции. В результате в эксперименте обычно наблюдается картина, обусловленная суммарным вкладом этих механизмов в сечение реакции.

9.8. Особенности ядерных реакций при высоких энергиях

С увеличением кинетической энергии падающих частиц энергия возбуждения составного ядра также увеличивается. По мере увеличения энергии возбуждения возрастает число способов снятия возбужденного состояния, реакции становятся более сложными, испускается, как правило, несколько нуклонов. Например, при энергиях протонов (30–50) МэВ возможны реакции $(p, 3n)$, $(p, 4n)$ и т. д.

Когда энергия налетающей частицы настолько велика, что ее длина волны λ меньше среднего расстояния между нуклонами ядра, то вероятность образования составного ядра мала, а при $T \gg 10$ МэВ ею можно пренебречь и основное значение приобретают взаимодействия частицы с отдельными внутриядерными нуклонами [3]. В подобных столкновениях происходит не только перегруппировка ядерных нуклонов, но и возможно рождение любых новых частиц. Для этого кинетическая энергия налетающей частицы должна превышать энергию покоя образующихся частиц.

Если частица с массой m_1 налетает на покоящуюся частицу с массой m_2 , то пороговое значение ее кинетической энергии в ЛСК для образования новых частиц с суммарной массой M равно (см. задание 2, задача 8)

$$T_{\text{пор}} = \frac{M c^2 (m_1 + m_2 + M/2)}{m_2}.$$

Например, для образования пары нуклонов при столкновении двух протонов кинетическая энергия налетающего протона должна быть не менее $6 m_p c^2$.

Внутриядерные столкновения быстрых частиц сопровождаются, как правило, образованием *внутриядерного каскада* – лавины быстрых иницирующих друг друга частиц и нуклонов отдачи [3]. После вылета этих частиц ядро остается в сильно возбужденном состоянии, которое снимается конкурирующими процессами: делением ядра и испусканием частиц. Если происходит деление, то осколки переходят в основное состояние, также испуская частицы.

Анализ ядерных взаимодействий при высоких энергиях, когда в процессе участвуют несколько десятков частиц, связан с большими математическими трудностями, и теория развития этих процессов носит полуэмпирический харак-

тер. Для расчетов внутриядерных каскадов в настоящее время широко используется метод Монте-Карло.

Сечения взаимодействия заряженных частиц с ядрами при высоких энергиях налетающих частиц можно найти в работах [3, 12]. Кроме этого, имеется обширная экспериментальная информация о сечениях образования различных продуктов ядерных реакций (см., например, [3]). Многими авторами предпринимались попытки представить эту информацию в виде эмпирических выражений. Удобную аппроксимацию экспериментальных сечений образования радионуклидов предложил Рудстам, затем она была улучшена путем введения дополнительных параметров. Согласно *формуле Рудстама* [3] сечение образования остаточного ядра ${}^Z_A X$ частицей с кинетической энергией $T > 50$ МэВ имеет вид

$$\sigma(Z, A) = \frac{2,9 \bar{\sigma} A_M^{-0,3} P \exp\left(PA - R|Z - SA + QA^2|^{3/2}\right)}{\left(1 - \frac{0,30}{PA_M}\right) \exp(PA_M) + \frac{0,30}{PA_M} - 0,70} \quad (\text{см}^2), \quad (9.36)$$

где Z и A – порядковый номер и массовое число для образующегося нуклида ($A \geq 20$), A_M – массовое число исходного ядра мишени ($A_M \geq A + 2$);

$$P(T) = \begin{cases} 20T^{-0,47}, & T < 2100 \text{ МэВ} \\ 0,056, & T > 2100 \text{ МэВ} \end{cases};$$

$$R = 11,8A^{-0,45}; \quad S = 0,486; \quad Q = 0,00038;$$

$$\bar{\sigma} = 10\pi(1,26A_M^{1/3})^2 \cdot 10^{-27} \exp(-0,25 + 0,0074A_M) \cdot f(T) \quad (\text{см}^2);$$

$$f(T) = \begin{cases} \exp(1,73 - 0,0071T), & \text{при } T < 240 \text{ МэВ} \\ 1, & \text{при } T \geq 240 \text{ МэВ} \end{cases}.$$

В заключение этого раздела отметим монографию: Б. С. Сычев **Сечения взаимодействия высокоэнергетических адронов с атомными ядрами.** – М.: МРТИ РАН, 1999. В ней приведены систематизированные аналитические аппроксимации полных сечений взаимодействия адронов ($T > 10$ МэВ) с атомными ядрами и дифференциальных распределений вторичных частиц, возникающих в неупругих адрон-ядерных взаимодействиях. Часть интегральных и дифференциальных распределений представлена в табличном виде.

9.9. Роль ядерных реакций в ослаблении пучка заряженных частиц. Выход ядерной реакции

Если начальная кинетическая энергия заряженных частиц, попавших в вещество, лежит в области нескольких МэВ, то терять энергию они будут в основном в актах ионизации, так как сечение этого процесса на несколько порядков превышает сечение ядерного взаимодействия. Только в редких столкновениях с ядрами направление движения и энергия частицы сильно изменятся (это реакции рассеяния) или вместо одной частицы появится другая (неупругие ядерные реакции). И хотя доля ядерных взаимодействий растет с увеличением энергии падающих частиц, все же их роль в ослаблении пучка нерелятивистских частиц незначительна.

Если число ядерных столкновений частиц в мишени толщиной Δx мало, то изменение числа частиц ΔN за мишенью за счет этих столкновений равно

$$\Delta N \approx N_0 \sigma n_0 \Delta x, \quad (9.37)$$

где σ – полное сечение ядерных взаимодействий, n_0 – плотность ядер, N_0 – число падающих частиц. Для оценочных расчетов можно положить $\sigma \approx 10^{-25}$ см² [20], $n_0 \approx 10^{22}$ см⁻³, тогда при прохождении слоя вещества толщиной 10 мкм (10^{-3} см) относительное уменьшение числа частиц составит $\sim 10^{-4}$ %. Отметим, что толщина мишени в 10 мкм из железа соответствует среднему пробегу протонов с энергией 1,25 МэВ. В среднем на 10^5 – 10^6 нерелятивистских заряженных частиц, падающих на мишень, приходится одна ядерная реакция.

Доля частиц, испытавших ядерное взаимодействие в мишени, толщина которой превышает средний пробег частиц, называется **выходом ядерной реакции** (Y) и рассчитывается по формуле

$$Y(T) = n_0 \int_0^T \frac{\sigma(T')}{\bar{\eta}(T')} dT', \quad (9.38)$$

где T – начальная кинетическая энергия частиц, σ – сечение ядерной реакции, $\bar{\eta}(T')$ – тормозная способность вещества. Выход ядерной реакции является функцией не только сечения реакции, но и тормозной способности вещества, определяющей скорость изменения энергии частицы при движении в веществе. Выход ядерной реакции может быть непосредственно измерен экспериментально.

Выход реакции Y как функция начальной кинетической энергии частицы называется **функцией возбуждения реакции**. Зная функцию возбуждения, можно найти сечение реакции, так как из формулы (9.38) следует, что

$$\frac{dY}{dT} = n_0 \frac{\sigma(T)}{\bar{\eta}(T)}, \quad (9.39)$$

а сечение реакции –

$$\sigma(T) = \frac{1}{n_0} \frac{dY}{dT} \bar{\eta}(T). \quad (9.40)$$

Задание 9

Контрольные вопросы

1. Как протекает ядерная реакция с образованием составного ядра?
2. Какие ядерные реакции называют прямыми?
3. Что такое ширина энергетического уровня ядра, и чем она определяется? Как связана ширина уровня с сечением реакции?
4. Какие законы сохранения выполняются в ядерных реакциях? Как они влияют на результат реакции?
5. Почему пороговая энергия эндонейтронической реакции больше $|Q_R|$?
6. Почему с ростом массового числа A растет доля нейтронов в общем числе нуклонов?
7. В чем проявляется роль орбитального момента в ядерных реакциях?
8. Какие волновые функции называют четными, а какие нечетными?

9. Записать закон сохранения четности применительно к двухчастичной ядерной реакции.
10. Что такое изотопический спин? Как описываются протон и нейтрон в изотопическом пространстве?
11. Написать формулу Брейта-Вигнера. Когда ее можно использовать? Изобразить графически зависимость сечения ядерной реакции от энергии налетающей частицы в соответствии с формулой Брейта-Вигнера.
12. В чем заключается особенность ядерных реакций под действием заряженных частиц? Нарисовать и пояснить потенциальные кривые взаимодействия заряженной частицы с ядром.
13. Возможна ли ядерная реакция, если кинетическая энергия налетающей заряженной частицы меньше высоты кулоновского барьера?
14. Что такое принцип детального равновесия? Что из него следует?
15. В чем проявляется отличие упругого и неупругого ядерного рассеяния?
16. Как протекает реакция радиационного захвата?
17. Что такое реакция срыва, как она протекает?
18. В чем заключается особенность ядерных реакций релятивистских частиц? Что такое ядерный каскад?
19. Что такое выход и функция возбуждения ядерной реакции, как они связаны между собой?

Упражнения

1. Нарисовать и объяснить энергетическую диаграмму образования и распада составного ядра для двухчастичной ядерной реакции.
2. Нарисовать векторные диаграммы импульсов для эндоэнергетической и экзоэнергетической ядерных реакций.
3. Показать в общем случае, что масса покоя частицы, способной к самопроизвольному распаду, должна быть больше суммы масс покоя возникающих частиц.

Задачи

1. Альфа-частица с кинетической энергией 5 МэВ сталкивается с неподвижным ядром ${}^7\text{Li}$, в результате происходит реакция ${}^7\text{Li}(\alpha, n){}^{10}\text{B}$. Определить величины импульсов продуктов реакции в СЦИ.
2. Для получения нейтронов широко используется реакция $d({}^3\text{H}, n)\alpha$. Определить кинетическую энергию нейтронов, вылетающих под углом 90° , если кинетическая энергия дейтронов равна 0,2 МэВ.
3. (*) Найти минимальную величину центробежного барьера и величину кулоновского барьеров ядра A_ZX и вычислить их прозрачность для альфа-частиц с кинетической T . Значения A_ZX и T взять из табл. 9.1.

Таблица 9.1

Варианты заданий для задачи 3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A_ZX	C	C	Al	Al	Ti	Ti	Fe	Fe	Sn	Sn	Sn	Pb	Pb	Pb	Pb
$T, \text{МэВ}$	1,0	5,0	2,0	8,0	1,0	9,0	2,0	10	1,0	5,0	15	1,0	5,0	10	15

4. При облучении мишени из углерода дейтронами возбуждается ядерная реакция ${}^{13}\text{C}(d, n){}^{14}\text{N}$, выход которой максимален для следующих значений кинетической энергии дейтронов T .

тической энергии дейтронов: 0,60; 0,90; 1,55 и 1,80 МэВ. Найти соответствующие энергетические уровни составного ядра для данной реакции.

5. (*) Рассчитать и построить зависимость кинематического множителя от угла рассеяния протонов ($0^\circ-180^\circ$) на ядрах нуклида ${}^A_Z X$. Тип ядер нуклида взять из табл. 9.2.

Таблица 9.2

Варианты заданий для задачи 5

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
${}^A_Z X$	${}^1_1 H$	${}^7_3 Li$	${}^{12}_6 C$	${}^{23}_{11} Na$	${}^{27}_{13} Al$	${}^{40}_{18} Ar$	${}^{48}_{22} Ti$	${}^{56}_{26} Fe$	${}^{80}_{35} Br$	${}^{96}_{42} Mo$	${}^{108}_{47} Ag$	${}^{131}_{54} Xe$	${}^{184}_{74} W$	${}^{207}_{82} Pb$

6. (*) Найти максимальную кинетическую энергию альфа-частиц, возникающих в результате реакции ${}^{16}O(d, \alpha){}^{14}N$ ($Q_R = +3,1$ МэВ) при энергии налетающих дейтронов 2 МэВ. Для решения задачи использовать векторную диаграмму импульсов.
7. При облучении дейтронами дейтериевой мишени протекает реакция $d + d \rightarrow {}^3He + n$, $Q_R = 3,26$ МэВ. Используя принцип детального равновесия, найти спин ядра 3He , если сечение этого процесса при кинетической энергии дейтронов 10 МэВ равно σ_1 , а сечение обратного процесса при соответствующей энергии падающих нейтронов $\sigma_2 = 1,8\sigma_1$. Спин нейтрона равен $1/2$, дейтрона – 1.
8. Используя векторную диаграмму импульсов, определить ширину энергетического спектра нейтронов, возникающих в реакции ${}^{11}B(\alpha, n){}^{14}N$ ($Q_R = +0,3$ МэВ). Кинетическая энергия налетающих альфа-частиц равна 5 МэВ.
9. Используя принцип детального равновесия, определить спин π^+ -мезона, если известно, что для реакции $p + p \rightarrow \pi^+ + d$ при кинетической энергии протонов 340 МэВ в ЛСК дифференциальное сечение прямой реакции в направлении 0° $(d\sigma/d\Omega)_{pp} = 0,13$ мбарн, а для обратной реакции $\pi^+ + d \rightarrow p + p$ в том же направлении $(d\sigma/d\Omega)_{\pi d} = 2,2$ мбарн.
10. При облучении толстой алюминиевой мишени α -частицами с энергией 7,8 МэВ в результате ядерной реакции вылетают протоны в количестве 8 на 10^6 α -частиц. Определить среднее эффективное сечение ядерной реакции.
11. Толстая мишень из фосфора облучается дейтронами с энергией 14 МэВ. В результате реакции $d + {}^{31}_{15}P \rightarrow {}^{31}_{15}P + p$ образуется радиоактивный фосфор ${}^{32}P$. Определить выход реакции (d, p) , если после облучения мишени в течение двух часов при токе дейтронов 25 мкА активность радионуклида ${}^{32}P$ составляет $5,5 \cdot 10^5$ Бк. Уменьшение активности во время облучения не учитывать.

Список литературы

1. Айзенберг И., Грайнер В. **Механизмы возбуждения ядра: Электромагнитное и слабое взаимодействия.** – М.: Атомиздат, 1973.
2. Балдин А. М. и др. **Кинематика ядерных реакций.** – М., Атомиздат, 1968.

3. Барашенков В. С., Тонеев В. Д. **Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами.** – М.: Атомиздат, 1972.
4. Блатт Д. В., Вайскопф В. **Теоретическая ядерная физика.** – М.: ИЛ, 1954.
5. Валантен Л. **Субатомная физика (ядра и частицы):** В 2 т. Т. 2 Дальнейшее развитие. М.: Мир, 1986.
6. Вальтер А. К., Залюбовский И. И. **Ядерная физика.** – 4-е изд. Харьков: Изд-во Основа, 1991.
7. Васильев С. С., Романовский Е. А., Юрьев Б. А. **Ядерные реакции при низких и средних энергиях.** – М.: Просвещение, 1970.
8. Гольданский В. И., Лейкин Е. М. **Превращения атомных ядер.** – М.: Изд-во АН СССР, 1958.
9. Гончарова Н. Г. и др. **Физика ядра и частиц: Задачи с решениями.** – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru>.
10. Иродов И. Е. **Атомная и ядерная физика: Сб. задач: Учеб. пособие** – СПб.: Изд-во Лань, 2002.
11. Ишханов Б. С., Кэбин Э. И. **Ядерные реакции.** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru>.
12. Калиновский А. Н., Мохов Н. В., Никитин Ю. П. **Прохождение частиц высоких энергий через вещество.** – М.: Энергоатомиздат, 1985.
13. Ключников А. А. и др. **Методы анализа на пучках заряженных частиц.** – Киев: Наукова думка, 1987.
14. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений.** – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1979.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Теоретическая физика: Учеб. Пособие для вузов.** В 10 т. Т. 3. **Квантовая механика (нерелятивистская теория).** – М.: Наука, 1989.
16. Мухин К. Н. **Экспериментальная ядерная физика: В 2 т. Т. 1. Физика атомного ядра: Учеб. для вузов.** – М.: Атомиздат, 1974.
17. Немец О. Ф., Теренецкий К. О. **Ядерные реакции.** – Киев: Вища школа, 1977.
18. Ситенко А. Г. **Теория ядерных реакций: Учеб. пособие для вузов.** – М.: Энергоатомиздат, 1983.
19. Скачков С. В., Константинов Л. В., Строганова Р. П. и др. **Сборник задач по ядерной физике.** – М.: ГИФМЛ, 1963.
20. Стародубцев С. В., Романов А. М. **Прохождение заряженных частиц через вещество.** – Ташкент: Изд-во ФАН, 1962.
21. **Физика быстрых нейтронов.** Т. 2. Эксперимент и теория. / Под ред. Дж. Мариона и Дж. Фаулера. – М.: Атомиздат, 1966.
22. **Физическая энциклопедия** / Гл. ред. А. М. Прохоров – М.: Сов. энциклопедия, 1988.
23. Широков Ю. М., Юдин Н. П. **Ядерная физика: Учеб. пособие.** – М.: Наука, 1972.
24. Ходгсон П. Е. **Оптическая модель упругого рассеяния** / Пер. с англ. – М.: Атомиздат, 1966.
25. **Экспериментальная ядерная физика** / Под ред. Э. Сегре, Т. 2. – М.: ИЛ, 1955.

ГЛАВА 10. ФЛУКТУАЦИИ ПОТЕРЯННОЙ ЭНЕРГИИ, ПРОБЕГИ, КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРОПУСКАНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

10.1. Статистический разброс потерь энергии на столкновения

Потери энергии на ионизацию и возбуждение, которые вычисляются в соответствии с формулой Бете-Блоха (см. главу 7), являются средними потерями энергии. Если бы процесс замедления в веществе каждой частицы соответствовал тормозной способности (*непрерывное замедление*), то после прохождения моноэнергетическим пучком частиц одинакового пути в веществе их энергетическое распределение было бы очень узким. Небольшой разброс энергии давали бы флуктуации в упругих столкновениях, потери энергии в которых малы.

Вследствие статистических флуктуаций в числе столкновений, а также разброса энергии, теряемой в одном столкновении, частицы с одинаковой начальной кинетической энергией T_0 после прохождения одного слоя вещества имеют некоторое энергетическое распределение (*спектр*) $N(T, s)$. Величина $N(T, s)dT$ – это число частиц с энергиями от T до $T + dT$, прошедших путь s .

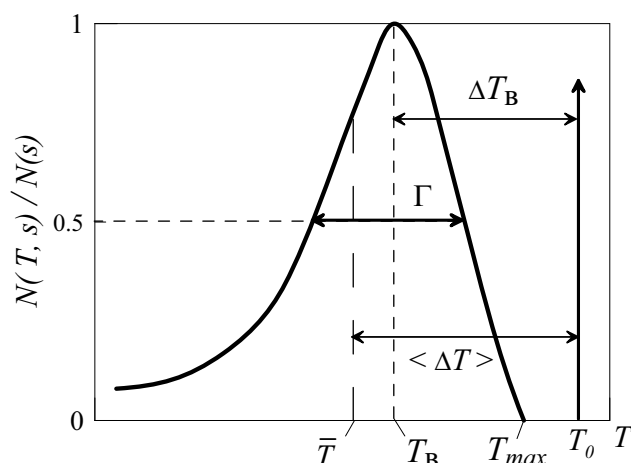


Рис. 10.1. Энергетическое распределение электронов, прошедших тонкий слой вещества

спектре, которая определяется выражением

$$\bar{T} = \frac{\int_0^{T_{\max}} T N(T, s) dT}{\int_0^{T_{\max}} N(T, s) dT}; \quad (10.1)$$

3. *средняя потерянная энергия* $\overline{\Delta T} = T_0 - \bar{T}$;
4. *наиболее вероятные потери энергии* $\Delta T_B = T_0 - T_B$, которые определяются по сдвигу максимума энергетического распределения;
5. *ширина энергетического распределения на половине высоты* – Γ , которая является мерой разброса энергии в пучке (часто употребляют выражение *полуширина* распределения).

На рис. 10.1 показан спектр электронов с начальной энергией T_0 (отмечена на рисунке стрелкой) после прохождения слоя вещества некоторой толщины. Характеристиками спектра частиц, которые измеряются, рассчитываются и практически используются, являются [15]:

1. *вероятная (наиболее вероятная) энергия* – T_B , которая соответствует положению максимума кривой $N(T, s)$;
2. *средняя энергия частиц в*

Двигаясь в веществе, заряженные частицы в неупругих столкновениях с атомами теряют в основном энергию маленькими порциями, и число таких столкновений велико. Следовательно, используя теорию многократного рассеяния, можно найти спектр частиц, прошедших в веществе некоторый путь S .

Пусть на однородный слой вещества падает параллельный пучок тяжелых частиц с кинетической энергией T_0 и массой m . Для дифференциальной по энергии плотности потока частиц $\Phi(T, s)$ на отрезке пути от s до $s + \Delta s$ можно записать следующее уравнение баланса:

$$\Phi(T, s + \Delta s) = \Phi(T, s) - \Phi(T, s)\Sigma_s(T)\Delta s + \Delta s \int_0^{Q_{\max}} \Phi(T + Q, s)\Sigma(T + Q, Q)dQ, \quad (10.2)$$

где $\Sigma_s(T)$ и $\Sigma(T + Q, Q)$ – соответственно полное и дифференциальное макроскопические сечения рассеяния. Второй член в правой части уравнения (10.2) учитывает уменьшение числа частиц с энергией T на пути Δs в результате потерь энергии при рассеянии. Интегральный член учитывает увеличение числа таких частиц за счет рассеяния частиц с энергиями $T + Q$ с потерей энергии Q . Разделив обе части уравнения (10.2) на Δs и перейдя к пределу $\Delta s \rightarrow 0$, получаем интегро-дифференциальное уравнение (*уравнение переноса*) для частиц с энергией T :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial s} = -\Phi(T, s)\Sigma_s(T) + \int_0^{Q_{\max}} \Phi(T + Q, s)\Sigma(T + Q, Q)dQ \quad (10.3)$$

с граничным условием

$$\Phi(T, s = 0) = \delta(T - T_0). \quad (10.4)$$

Для тяжелых заряженных частиц $Q \ll T$, так как даже $Q_{\max} \approx 4 \frac{m_e}{m} T \ll T$ (за исключением ультрарелятивистских энергий, которые мы рассматривать не будем), поэтому разложим подынтегральное выражение $\Phi(T + Q, s)\Sigma(T + Q, Q)$ в ряд Тейлора по степеням Q и, оставив три члена разложения, получим [7]:

$$\frac{\partial \Phi(T, s)}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial T} \Phi(T, s)\bar{\eta}(T) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \Phi(T, s)\bar{\eta}^2(T), \quad (10.5)$$

где

$$\bar{\eta}(T) = (-dE/dx)_{col} = \int_0^{Q_{\max}} Q \Sigma(T, Q) dQ$$

– тормозная способность на столкновения (формула Бете-Блоха), а

$$\bar{\eta}^2(T) = \int_0^{Q_{\max}} Q^2 \Sigma(T, Q) dQ \quad (10.6)$$

– средний квадрат энергии, теряемой частицей на единице пути в ионизационных столкновениях. Выражение для вычисления $\bar{\eta}^2(T)$ равно [17]:

$$\overline{\eta^2}(T) = \frac{2\pi r_0^2 m_e c^2 Q_{\max}(T)}{\beta^2} N_A Z_1^2 \frac{Z_2}{A} \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right).$$

Для практических расчетов его удобно записать как

$$\overline{\eta^2}(T) = a Q_{\max}(T) \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right), \quad (10.7)$$

где

$$a = 2\pi r_0^2 m_e c^2 N_A \frac{Z_1^2}{\beta^2} \frac{Z_2}{A} = 0,153 \frac{Z_1^2}{\beta^2} \frac{Z_2}{A} \left(\frac{\text{МэВсм}^2}{\text{г}} \right). \quad (10.8)$$

Уравнение (10.5) является дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка, и его аналитическое решение нельзя получить при произвольной зависимости $\overline{\eta}$ и $\overline{\eta^2}$ от энергии частицы. Поэтому рассмотрим случай, когда длина пути s мала и для потерянной на нем энергии ΔT выполняется условие

$$\Delta T = T_0 - T \ll T_0.$$

Тогда можно считать, что

$$\overline{\eta}(T) \approx \overline{\eta}(T_0) = \overline{\eta}_0; \quad \overline{\eta^2}(T) \approx \overline{\eta^2}(T_0) = \overline{\eta}_0^2. \quad (10.9)$$

Подставляя (10.9) в уравнение (10.5) и переходя от переменной T к ΔT получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial \Phi(\Delta T, s)}{\partial s} = -\overline{\eta}_0 \frac{\partial \Phi(\Delta T, s)}{\partial (\Delta T)} + \frac{1}{2} \overline{\eta}_0^2 \frac{\partial^2 \Phi(\Delta T, s)}{\partial (\Delta T)^2}, \quad (10.10)$$

с граничным условием

$$\Phi(\Delta T, s = 0) = \delta(\Delta T). \quad (10.11)$$

Уравнение (10.10) по форме совпадает с нестационарным уравнением одномерной диффузии. Оно называется уравнением переноса в диффузионном приближении и соответствует процессу диффузии в пространстве энергий [7]. Роль времени в нем играет путь s , роль дрейфовой скорости – тормозная способность среды $\overline{\eta}_0$, а роль коэффициента диффузии – $(1/2)\overline{\eta}_0^2$. Решение уравнения (10.10) имеет вид [7, 16]:

$$\Phi(T, s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s \overline{\eta}_0^2}} \exp \left[-\frac{(T - \overline{T})^2}{2s \overline{\eta}_0^2} \right], \quad (10.12)$$

где

$$\overline{T} = T_0 - s \overline{\eta}_0 \quad (10.13)$$

– средняя энергия частиц в спектре в приближении непрерывного замедления. Нормальный характер распределения (10.12) означает, что редкие соударения с большими передачами энергии не проявляются в распределении и оно формируется за счет большого числа столкновений с небольшими потерями энергии в каждом.

Решение (10.12) справедливо, если, кроме условия $Q_{\max} \ll T$, выполняется условие, что полуширина распределения велика по сравнению с наибольшей передаваемой энергией. Это условие можно выразить отношением [17]

$$G = \frac{\sqrt{D(s)}}{Q_{\max}} = \left(\frac{as}{Q_{\max}} \left(1 - \frac{\beta^2}{2} \right) \right)^{1/2} > 1, \quad (10.14)$$

где s надо подставлять в г/см^2 . Если G мало, то нельзя заменить интегро-дифференциальное уравнение (10.3) дифференциальным уравнением (10.5), и определение $\Phi(T, s)$ становится трудной задачей.

Для нормального распределения (10.12) средняя и вероятная энергии совпадают, следовательно полученное распределение имеет максимум при $T = \bar{T}$, а дисперсия равна

$$D(s) = s \overline{\eta_0^2} \quad (10.15)$$

и линейно растет с увеличением пути s . Отметим также, что решение (10.12) получено без учета отклонения частиц в результате многократного рассеяния. Но для тяжелых частиц это отклонение мало и длина пути s практически совпадает с толщиной слоя вещества.

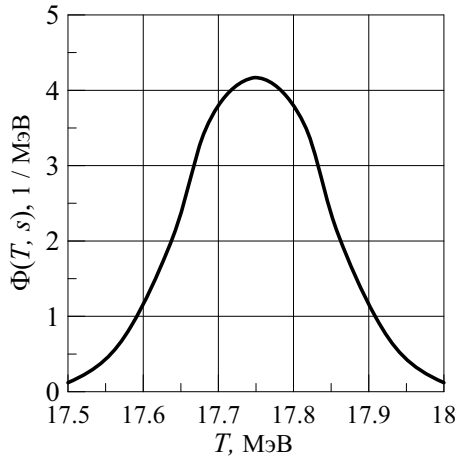


Рис. 10.2. Спектр протонов с начальной энергией 20 МэВ в Al на глубине $0,2R_0$

На рис. 10.2 в качестве примера показан спектр протонов с начальной энергией 20 МэВ после прохождения слоя алюминия толщиной $0,2R_0$, где R_0 – средний пробег ($G \approx 2,2$). Средняя (и наиболее вероятная) энергия протонов равна 17,75 МэВ. Ширина распределения на половине высоты примерно 0,22 МэВ.

Многочисленные расчеты и эксперименты показали, что для протонов распределение (10.12) справедливо в широкой области глубин. Форма спектра тяжелых заряженных частиц сохраняет нормальное распределение до глубин, сравнимых со средним пробегом [16], но в этом случае распределение надо получать с учетом зависимости $\bar{\eta}$ и $\bar{\eta}^2$ от энергии частицы.

Диффузионное приближение, в котором получено выражение (10.12), не выполняется для легких частиц, так как у них потерянная энергия в столкновении может быть сравнима с энергией частицы. Кроме этого, диффузионное приближение не применимо вблизи источника, когда мала длина пути s (мало G). Для случая, когда G меньше 0,05, решение уравнения (10.5) получено Ландау [11], который записал уравнение для плотности вероятности $w(s, \Delta T)$ того, что электроны, прошедшие путь s , потеряют энергию ΔE . Плотность вероятности $w(s, \Delta T)$ Ландау выразил через универсальную функцию $\varphi(\lambda)$:

$$w(s, \Delta T)d(\Delta T) = \varphi(\lambda)d\lambda, \quad (10.16)$$

где

$$\lambda(s, T) = \frac{T_0 - T}{as} - \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 as}{(1 - \beta^2) I^{*2}} + \beta^2 - 0,4228 + \delta, \quad (10.17)$$

I^* – средняя энергия возбуждения атомов вещества, δ – поправка на эффект плотности вещества (для энергий менее нескольких МэВ она мала). Толщину слоя S в выражении (10.17) надо выражать в г/см², а все переменные, зависящие от энергии, вычислять для начальной энергии частицы T_0 . График универсальной для всех веществ функции Ландау $\varphi(\lambda)$ приведен на рис. 10.3.

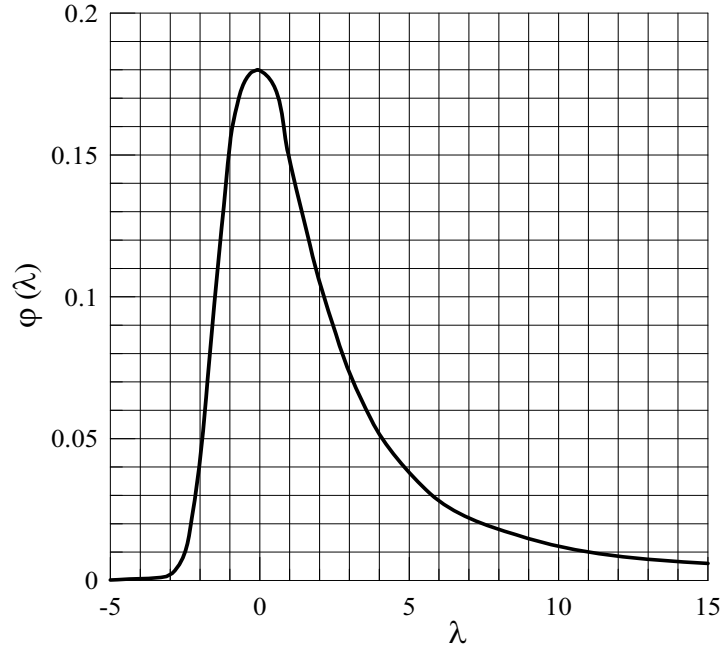


Рис. 10.3. График функции $\varphi(\lambda)$

Функция $\varphi(\lambda)$ имеет максимум при $\lambda = -0,05$. Подставляя это значение в формулу (10.17), можно найти наиболее вероятную энергию частиц и наиболее вероятные потери энергии ΔT_B на пути S :

$$\Delta T_B = as \left[\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 as}{(1-\beta^2) I^{*2}} - \beta^2 + 0,373 - \delta \right]. \quad (10.18)$$

Средняя потерянная энергия на этом пути равна

$$\overline{\Delta T} = as \left[\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 T_0}{(1-\beta^2) I^{*2}} - \beta^2 \right]. \quad (10.19)$$

Из сравнения выражений (10.18) и (10.19) следует, что вероятная и средняя потеря энергии не совпадают. Это является следствием асимметрии кривой распределения потерь энергии относительно T_B (см. рис. 10.4, где приведен спектр электронов, рассчитанный в соответствии с распределением Ландау ($G = 0,05$)). Для малых значений S средние потери больше вероятных. Однако с увеличением длины пути ΔT_B растет быстрее, чем $\overline{\Delta T}$ из-за дополнительной зависимости логарифма от S , и распределение потерь энергии приближается к распределению Гаусса. В общем, если $as > Q_{\max}$, то наиболее вероятная и сред-

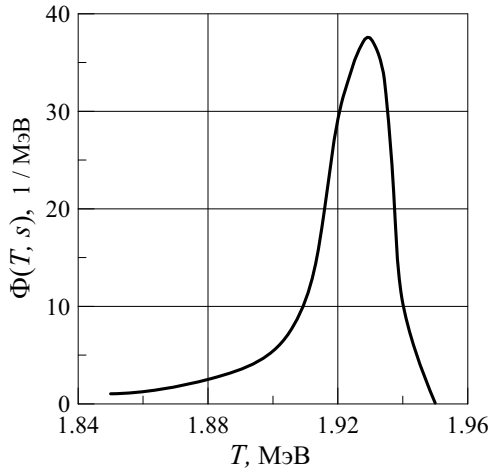


Рис. 10.4. Спектр электронов с начальной энергией 2 МэВ, прошедших слой Al толщиной 62,5 мг/см²

частиц набор кривых с различной степенью асимметрии: от гауссовой формы при большой величине S до распределения Ландау для небольших значений S . Результаты Симона в виде графиков и пояснений имеются в работе [17].

10.2. Флуктуации в потерях энергии на излучение

Как отмечено ранее, потери энергии на излучение существенны для легких релятивистских частиц. Они быстро растут с увеличением энергии частицы, тогда как потери энергии на столкновения с увеличением энергии частиц меняются слабо. Поэтому для легких частиц при больших энергиях потери на излучение более существенны, чем потери энергии на столкновения, а при малых энергиях справедливо обратное (см. раздел 8.1.3). Энергия, при которой потери на излучение становятся больше потерь на столкновения, убывает с ростом атомного номера вещества.

Другое характерное различие между потерями на излучение и потерями на столкновения состоит в том, что в первом случае одна и та же энергия теряется в результате меньшего числа взаимодействий, но более крупными порциями, чем в случае потерь на столкновения.

Бете и Гайтлер вычислили функцию распределения $w_{rad}(T_0, \Delta T, \tilde{s})$ для потерь энергии ΔT на излучение электроном с начальной энергией T_0 после прохождения пути \tilde{s} в радиационных единицах длины [17]

$$w_{rad}(T_0, \Delta T, \tilde{s}) = \frac{1}{T_0} \frac{\left(\ln \frac{T_0}{T_0 - \Delta T} \right)^{(\tilde{s}/\ln 2) - 1}}{\Gamma(\tilde{s}/\ln 2)}, \quad (10.20)$$

где $\Gamma(\tilde{s}/\ln 2)$ – гамма-функция.

Функцию распределения для расчета флуктуации полных потерь энергии электронов (на столкновения и на излучение) получили Блунк и Вестфаль (см., например, [4]). Расчеты показывают, что для энергий электронов менее нескольких МэВ флуктуации потерь энергии определяются потерями на столкно-

вая потери практически совпадают. В противном случае распределение потерь энергии соответствует распределению Ландау.

Из сказанного выше следует, что форма спектра зависит от пройденного пути. Для очень маленьких значений S распределение является несимметричным относительно средней энергии, но с увеличением S постепенно переходит в нормальное распределение.

Теория Ландау для тонких поглотителей была дополнена и уточнена в работах Вавилова, Блунка и Лейзеганга, Ремизовича [2, 7, 16, 20]. Полное решение задачи для любых значений S были дано Симоном. Он получил для спектра

частиц набор кривых с различной степенью асимметрии: от гауссовой формы при большой величине S до распределения Ландау для небольших значений S . Результаты Симона в виде графиков и пояснений имеются в работе [17].

вения. Поправка на радиационные потери энергии становится заметной для толстых слоев вещества с большим атомным номером при энергиях электронов более 3 МэВ и приводит к уширению распределения потерь энергии. Разброс потерь энергии определяется потерями на излучение лишь для энергий электронов выше критической.

10.3. Пробеги заряженных частиц в веществе. Коэффициенты пропускания

Пробег частицы с начальной кинетической энергией T_0 , движущейся в некоторой среде, определяется как длина пути, пройденного частицей до полной остановки. В главе 3 дано понятие *среднего пробега* частиц в веществе, который рассчитывается по формуле

$$R_0(T_0) = \int_0^{T_0} \frac{dT}{(-dE/dx)}, \quad (10.21)$$

где $(-dE/dx)$ для тяжелых заряженных частиц – это тормозная способность на столкновения, а для легких заряженных частиц – полная тормозная способность. Выражение (10.21) дает пробег частицы в *приближении непрерывного замедления*, когда не учитываются флуктуации потерь энергии частицы, а средний пробег соответствует средней длине пути, пройденного пучком частиц с одной начальной энергией в веществе до остановки. В соответствии с размерностью тормозной способности пробег можно измерять в линейных единицах (м, см и т. д.) и называть *линейным пробегом* или в массовых ($\text{г}/\text{см}^2$, $\text{кг}/\text{м}^2$ и т. д.) и называть *массовым пробегом*.

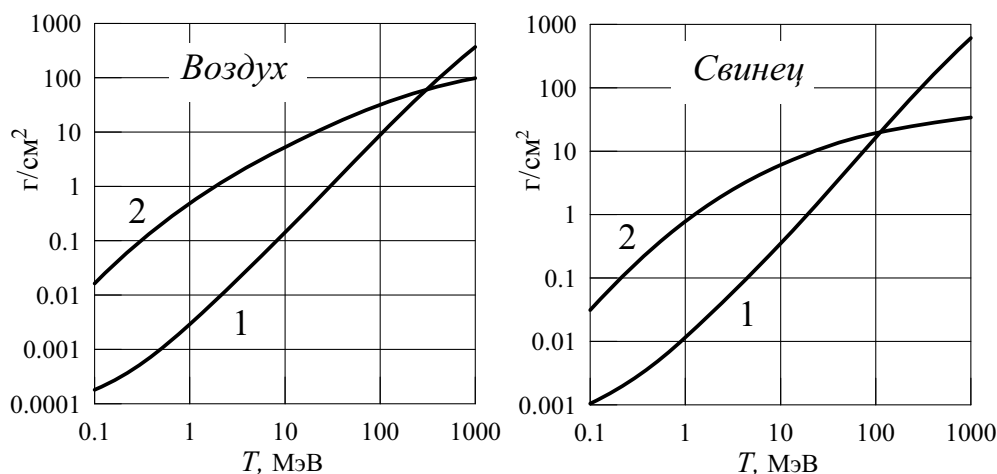


Рис. 10.5. Средние пробеги протонов (1) и электронов (2)

Средние пробеги заряженных частиц необходимы для решения различных научных и прикладных задач, поэтому они рассчитаны и приводятся в соответствующей литературе в виде таблиц и графиков. Средние пробеги протонов, альфа-частиц и многозарядных ионов для большого количества простых веществ можно найти в работе [13], пробеги электронов и позитронов для большого количества простых и сложных веществ имеются в [19], см. также [5, 12, 14, 18].

Таблица 10.1

Средние пробеги протонов и электронов (R_0 , г/см²) для различных веществ.

Обозначения: $2,546 - 5 = 2,546 \cdot 10^{-5}$

T_0 , МэВ	Углерод		Алюминий		Титан	
	Протоны	Электроны	Протоны	Электроны	Протоны	Электроны
0,01	2,546-5	2,829-4	5,324-5	3,551-4	7,588-5	4,117-4
0,015	3,564-5	5,786-4	6,996-5	7,135-4	9,970-5	8,183-4
0,02	4,499-5	9,626-4	8,430-5	1,174-3	1,201-4	1,338-3
0,03	6,213-5	1,973-3	1,089-4	2,375-3	1,551-4	2,685-3
0,04	7,808-5	3,277-3	1,313-4	3,913-3	1,863-4	4,403-3
0,05	9,333-5	4,849-3	1,528-4	5,757-3	2,152-4	6,457-3
0,06	1,081-4	6,666-3	1,738-4	7,881-3	2,428-4	8,817-3
0,08	1,370-4	1,097-2	2,159-4	1,288-2	2,957-4	1,436-2
0,1	1,657-4	1,605-2	2,589-4	1,877-2	3,473-4	2,087-2
0,15	2,397-4	3,160-2	3,742-4	3,668-2	4,778-4	4,061-2
0,2	3,199-4	5,032-2	5,017-4	5,815-2	6,170-4	6,420-2
0,3	5,066-4	9,443-2	7,918-4	1,084-1	9,333-4	1,193-1
0,4	7,313-4	1,444-1	1,125-3	1,651-1	1,304-3	1,812-1
0,5	9,935-4	1,980-1	1,498-3	2,258-1	1,728-3	2,472-1
0,6	1,291-3	2,543-1	1,911-3	2,891-1	2,203-3	3,160-1
0,8	1,983-3	3,715-1	2,848-3	4,206-1	3,293-3	4,582-1
1,0	2,794-3	4,923-1	3,930-3	5,552-1	4,560-3	6,033-1
1,5	5,338-3	7,998-1	7,233-3	8,949-1	8,438-3	9,673-1
2,0	8,566-3	1,108+0	1,138-2	1,232+0	1,326-2	1,326+0
3,0	1,694-2	1,716+0	2,198-2	1,889+0	2,556-2	2,018+0
4,0	2,773-2	2,311+0	3,544-2	2,523+0	4,115-2	2,678+0
5,0	4,081-2	2,894+0	5,160-2	3,135+0	5,982-2	3,308+0
6,0	5,610-2	3,466+0	7,035-2	3,729+0	8,138-2	3,913+0
8,0	9,305-2	4,580+0	1,153-1	4,867+0	1,327-1	5,057+0
10,0	1,381-1	5,659+0	1,697-1	5,948+0	1,947-1	6,125+0
15,0	2,847-1	8,230+0	3,449-1	8,444+0	3,929-1	8,513+0
20,0	4,771-1	1,064+1	5,729-1	1,069+1	6,494-1	1,059+1
30,0	9,905-1	1,512+1	1,175+0	1,471+1	1,324+0	1,422+1
40,0	1,664+0	1,919+1	1,961+0	1,818+1	2,200+0	1,724+1
50,0	2,489+0	2,288+1	2,918+0	2,118+1	3,263+0	1,974+1
60,0	3,456+0	2,628+1	4,036+0	2,387+1	4,503+0	2,191+1
80,0	5,790+0	3,239+1	6,723+0	2,850+1	7,477+0	2,556+1
100	8,621+0	3,774+1	9,968+0	3,241+1	1,106+1	2,855+1
150	1,762+1	4,880+1	2,024+1	4,012+1	2,237+1	3,428+1
200	2,900+1	5,764+1	3,317+1	4,599+1	3,658+1	3,852+1
300	5,752+1	7,127+1	6,543+1	5,468+1	7,195+1	4,467+1
400	9,198+1	8,164+1	1,042+2	6,108+1	1,144+2	4,912+1
500	1,309+2	9,000+1	1,480+2	6,614+1	1,623+2	5,261+1
600	1,732+2	9,701+1	1,956+2	7,033+1	2,143+2	5,549+1
800	2,653+2	1,083+2	2,988+2	7,701+1	3,268+2	6,004+1
1000	3,640+2	1,173+2	4,092+2	8,225+1	4,471+2	6,360+1

Продолжение табл. 10.1

T_0 , МэВ	Железо		Олово		Вольфрам	
	Протоны	Электроны	Протоны	Электроны	Протоны	Электроны
0,01	1,000-4	4,343-4	1,432-4	5,880-4	2,430-4	7,510-4
0,015	1,314-4	8,566-4	1,882-4	1,128-3	3,193-4	1,391-3
0,02	1,584-4	1,394-3	2,268-4	1,807-3	3,847-4	2,186-3
0,03	2,041-4	2,782-3	2,930-4	3,540-3	4,959-4	4,195-3
0,04	2,435-4	4,548-3	3,521-4	5,724-3	5,893-4	6,703-3
0,05	2,801-4	6,655-3	4,074-4	8,313-3	6,742-4	9,659-3
0,06	3,146-4	9,071-3	4,600-4	1,127-2	7,550-4	1,302-2
0,08	3,797-4	1,474-2	5,608-4	1,816-2	9,116-4	2,081-2
0,1	4,427-4	2,139-2	6,587-4	2,620-2	1,066-3	2,985-2
0,15	6,014-4	4,149-2	9,039-4	5,035-2	1,457-3	5,681-2
0,2	7,698-4	6,547-2	1,160-3	7,895-2	1,863-3	8,851-2
0,3	1,146-3	1,214-1	1,731-3	1,451-1	2,742-3	1,612-1
0,4	1,577-3	1,840-1	2,384-3	2,187-1	3,713-3	2,415-1
0,5	2,062-3	2,508-1	3,120-3	2,967-1	4,779-3	3,260-1
0,6	2,600-3	3,203-1	3,933-3	3,771-1	5,937-3	4,127-1
0,8	3,823-3	4,639-1	5,776-3	5,412-1	8,514-3	5,888-1
1,0	5,233-3	6,103-1	7,886-3	7,065-1	1,142-2	7,649-1
1,5	9,520-3	9,768-1	1,421-2	1,113+0	2,001-2	1,193+0
2,0	1,481-2	1,337+0	2,191-2	1,504+0	3,031-2	1,600+0
3,0	2,814-2	2,029+0	4,099-2	2,237+0	5,550-2	2,350+0
4,0	4,484-2	2,686+0	6,455-2	2,915+0	8,616-2	3,029+0
5,0	6,468-2	3,310+0	9,225-2	3,545+0	1,217-1	3,650+0
6,0	8,749-2	3,907+0	1,238-1	4,134+0	1,620-1	4,222+0
8,0	1,411-1	5,029+0	1,978-1	5,213+0	2,552-1	5,246+0
10,0	2,055-1	6,069+0	2,853-1	6,181+0	3,642-1	6,142+0
15,0	4,108-1	8,364+0	5,587-1	8,231+0	6,989-1	7,984+0
20,0	6,754-1	1,033+1	8,978-1	9,907+0	1,114+0	9,463+0
30,0	1,369+0	1,376+1	1,773+0	1,277+1	2,147+0	1,201+1
40,0	2,266+0	1,656+1	2,893+0	1,499+1	3,429+0	1,392+1
50,0	3,354+0	1,883+1	4,240+0	1,669+1	4,963+0	1,533+1
60,0	4,620+0	2,079+1	5,799+0	1,812+1	6,734+0	1,651+1
80,0	7,653+0	2,406+1	9,512+0	2,045+1	1,093+1	1,839+1
100	1,130+1	2,671+1	1,395+1	2,230+1	1,592+1	1,987+1
150	2,280+1	3,174+1	2,787+1	2,572+1	3,150+1	2,258+1
200	3,722+1	3,544+1	4,522+1	2,819+1	5,084+1	2,452+1
300	7,306+1	4,077+1	8,816+1	3,171+1	9,846+1	2,728+1
400	1,161+2	4,461+1	1,395+2	3,422+1	1,552+2	2,923+1
500	1,645+2	4,761+1	1,971+2	3,619+1	2,187+2	3,075+1
600	2,170+2	5,008+1	2,594+2	3,779+1	2,873+2	3,199+1
800	3,307+2	5,399+1	3,942+2	4,033+1	4,353+2	3,395+1
1000	4,522+2	5,703+1	5,377+2	4,231+1	5,928+2	3,548+1

Продолжение табл. 10.1

T_0 , МэВ	Свинец		Уран		Воздух	
	Протоны	Электроны	Протоны	Электроны	Протоны	Электроны
0,01	2,223-4	8,274-4	3,025-4	8,998-4	4,028-5	2,893-4
0,015	2,921-4	1,507-3	3,975-4	1,615-3	5,233-5	5,905-4
0,02	3,520-4	2,346-3	4,790-4	2,496-3	6,276-5	9,812-4
0,03	4,550-4	4,459-3	6,176-4	4,707-3	8,094-5	2,008-3
0,04	5,488-4	7,090-3	7,341-4	7,454-3	9,705-5	3,333-3
0,05	6,374-4	1,018-2	8,372-4	1,068-2	1,119-4	4,928-3
0,06	7,224-4	1,369-2	9,315-4	1,433-2	1,262-4	6,772-3
0,08	8,855-4	2,182-2	1,104-3	2,278-2	1,537-4	1,113-2
0,1	1,043-3	3,123-2	1,266-3	3,255-2	1,810-4	1,629-2
0,15	1,431-3	5,923-2	1,657-3	6,157-2	2,523-4	3,203-2
0,2	1,828-3	9,207-2	2,060-3	9,551-2	3,318-4	5,099-2
0,3	2,683-3	1,672-1	2,952-3	1,729-1	5,215-4	9,560-2
0,4	3,647-3	2,499-1	3,969-3	2,579-1	7,525-4	1,461-1
0,5	4,723-3	3,367-1	5,101-3	3,468-1	1,022-3	2,003-1
0,6	5,907-3	4,256-1	6,338-3	4,378-1	1,328-3	2,568-1
0,8	8,564-3	6,056-1	9,092-3	6,214-1	2,041-3	3,739-1
1,0	1,155-2	7,847-1	1,218-2	8,037-1	2,881-3	4,935-1
1,5	2,028-2	1,217+0	2,121-2	1,242+0	5,544-3	7,942-1
2,0	3,055-2	1,625+0	3,193-2	1,655+0	8,910-3	1,091+0
3,0	5,517-2	2,371+0	5,791-2	2,410+0	1,761-2	1,668+0
4,0	8,473-2	3,042+0	8,939-2	3,087+0	2,878-2	2,222+0
5,0	1,188-1	3,654+0	1,259-1	3,703+0	4,230-2	2,757+0
6,0	1,573-1	4,216+0	1,671-1	4,267+0	5,808-2	3,276+0
8,0	2,465-1	5,216+0	2,627-1	5,265+0	9,613-2	4,274+0
10,0	3,512-1	6,088+0	3,748-1	6,131+0	1,425-1	5,226+0
15,0	6,754-1	7,872+0	7,201-1	7,893+0	2,929-1	7,451+0
20,0	1,082+0	9,297+0	1,150+0	9,291+0	4,901-1	9,502+0
30,0	2,123+0	1,173+1	2,241+0	1,171+1	1,015+0	1,327+1
40,0	3,453+0	1,357+1	3,621+0	1,351+1	1,704+0	1,664+1
50,0	5,044+0	1,492+1	5,289+0	1,481+1	2,546+0	1,968+1
60,0	6,878+0	1,605+1	7,211+0	1,590+1	3,533+0	2,248+1
80,0	1,122+1	1,785+1	1,176+1	1,763+1	5,915+0	2,750+1
100	1,639+1	1,926+1	1,717+1	1,898+1	8,801+0	3,190+1
150	3,251+1	2,184+1	3,401+1	2,145+1	1,797+1	4,104+1
200	5,250+1	2,368+1	5,489+1	2,321+1	2,957+1	4,837+1
300	1,017+2	2,628+1	1,062+2	2,569+1	5,859+1	5,975+1
400	1,603+2	2,813+1	1,672+2	2,744+1	9,365+1	6,844+1
500	2,258+2	2,957+1	2,355+2	2,880+1	1,332+2	7,548+1
600	2,966+2	3,075+1	3,092+2	2,991+1	1,763+2	8,138+1
800	4,492+2	3,261+1	4,679+2	3,166+1	2,698+2	9,095+1
1000	6,113+2	3,405+1	6,365+2	3,302+1	3,701+2	9,854+1

Продолжение табл. 10.1

T_0 , МэВ	Вода		Лавсан		Стекло	
	Протоны	Электроны	Протоны	Электроны	Протоны	Электроны
0,01	3,166-5	2,475-4	3,261-5	2,718-4	5,046-5	3,179-4
0,015	4,274-5	5,073-4	4,444-5	5,558-4	6,630-5	6,434-4
0,02	5,249-5	8,451-4	5,496-5	9,246-4	7,989-5	1,064-3
0,03	6,962-5	1,735-3	7,366-5	1,895-3	1,032-4	2,163-3
0,04	8,507-5	2,885-3	9,075-5	3,147-3	1,241-4	3,576-3
0,05	9,952-5	4,272-3	1,069-4	4,657-3	1,438-4	5,273-3
0,06	1,133-4	5,877-3	1,224-4	6,402-3	1,626-4	7,230-3
0,08	1,399-4	9,675-3	1,525-4	1,053-2	1,992-4	1,185-2
0,1	1,658-4	1,417-2	1,820-4	1,541-2	2,354-4	1,730-2
0,15	2,313-4	2,792-2	2,567-4	3,034-2	3,286-4	3,390-2
0,2	3,008-4	4,450-2	3,362-4	4,831-2	4,292-4	5,383-2
0,3	4,594-4	8,356-2	5,173-4	9,065-2	6,592-4	1,006-1
0,4	6,484-4	1,278-1	7,323-4	1,386-1	9,301-4	1,535-1
0,5	8,692-4	1,754-1	9,824-4	1,901-1	1,241-3	2,101-1
0,6	1,119-3	2,250-1	1,265-3	2,438-1	1,592-3	2,694-1
0,8	1,708-3	3,280-1	1,929-3	3,555-1	2,406-3	3,927-1
1,0	2,409-3	4,337-1	2,711-3	4,701-1	3,357-3	5,193-1
1,5	4,620-3	7,012-1	5,167-3	7,605-1	6,298-3	8,401-1
2,0	7,440-3	9,681-1	8,284-3	1,050+0	9,993-3	1,159+0
3,0	1,478-2	1,493+0	1,637-2	1,620+0	1,949-2	1,785+0
4,0	2,426-2	2,005+0	2,678-2	2,177+0	3,162-2	2,391+0
5,0	3,577-2	2,506+0	3,940-2	2,720+0	4,623-2	2,979+0
6,0	4,924-2	2,997+0	5,415-2	3,253+0	6,323-2	3,551+0
8,0	8,181-2	3,951+0	8,976-2	4,289+0	1,040-1	4,652+0
10,0	1,216-1	4,876+0	1,332-1	5,290+0	1,536-1	5,704+0
15,0	2,511-1	7,074+0	2,744-1	7,670+0	3,139-1	8,155+0
20,0	4,212-1	9,137+0	4,597-1	9,897+0	5,231-1	1,039+1
30,0	8,754-1	1,294+1	9,538-1	1,399+1	1,078+0	1,441+1
40,0	1,472+0	1,639+1	1,602+0	1,770+1	1,803+0	1,793+1
50,0	2,203+0	1,954+1	2,395+0	2,107+1	2,688+0	2,103+1
60,0	3,060+0	2,244+1	3,326+0	2,417+1	3,724+0	2,382+1
80,0	5,131+0	2,764+1	5,572+0	2,970+1	6,219+0	2,869+1
100	7,642+0	3,219+1	8,296+0	3,453+1	9,236+0	3,283+1
150	1,563+1	4,160+1	1,695+1	4,448+1	1,880+1	4,109+1
200	2,575+1	4,910+1	2,791+1	5,238+1	3,088+1	4,745+1
300	5,110+1	6,065+1	5,535+1	6,451+1	6,104+1	5,697+1
400	8,176+1	6,942+1	8,851+1	7,369+1	9,744+1	6,402+1
500	1,164+2	7,649+1	1,259+2	8,108+1	1,385+2	6,963+1
600	1,541+2	8,241+1	1,667+2	8,726+1	1,831+2	7,428+1
800	2,360+2	9,196+1	2,553+2	9,723+1	2,799+2	8,172+1
1000	3,239+2	9,952+1	3,502+2	1,051+2	3,836+2	8,757+1

Продолжение табл. 10.1

T_0 , МэВ	NaI		Кость		Дерево	
	Протоны	Электроны	Протоны	Электроны	Протоны	Электроны
0,01	1,052-4	5,347-4	3,802-5	2,889-4	2,932-5	2,641-4
0,015	1,382-4	1,038-3	5,123-5	5,878-4	4,021-5	5,406-4
0,02	1,665-4	1,674-3	6,285-5	9,750-4	4,996-5	9,000-4
0,03	2,151-4	3,305-3	8,329-5	1,990-3	6,742-5	1,846-3
0,04	2,580-4	5,367-3	1,019-4	3,299-3	8,336-5	3,068-3
0,05	2,977-4	7,818-3	1,196-4	4,873-3	9,843-5	4,541-3
0,06	3,354-4	1,062-2	1,366-4	6,691-3	1,129-4	6,244-3
0,08	4,077-4	1,717-2	1,695-4	1,099-2	1,410-4	1,027-2
0,1	4,783-4	2,483-2	2,017-4	1,606-2	1,685-4	1,504-2
0,15	6,594-4	4,787-2	2,830-4	3,154-2	2,386-4	2,963-2
0,2	8,562-4	7,523-2	3,694-4	5,016-2	3,137-4	4,720-2
0,3	1,312-3	1,386-1	5,658-4	9,395-2	4,859-4	8,860-2
0,4	1,850-3	2,094-1	7,988-4	1,435-1	6,916-4	1,355-1
0,5	2,464-3	2,844-1	1,069-3	1,966-1	9,316-4	1,858-1
0,6	3,145-3	3,619-1	1,375-3	2,521-1	1,203-3	2,384-1
0,8	4,690-3	5,204-1	2,091-3	3,676-1	1,841-3	3,473-1
1,0	6,457-3	6,801-1	2,936-3	4,863-1	2,594-3	4,586-1
1,5	1,181-2	1,073+0	5,578-3	7,868-1	4,964-3	7,395-1
2,0	1,845-2	1,451+0	8,914-3	1,086+0	7,978-3	1,019+0
3,0	3,490-2	2,162+0	1,752-2	1,672+0	1,581-2	1,566+0
4,0	5,526-2	2,821+0	2,856-2	2,241+0	2,591-2	2,100+0
5,0	7,927-2	3,437+0	4,195-2	2,792+0	3,816-2	2,620+0
6,0	1,067-1	4,015+0	5,756-2	3,330+0	5,249-2	3,130+0
8,0	1,714-1	5,079+0	9,517-2	4,367+0	8,712-2	4,122+0
10,0	2,485-1	6,040+0	1,409-1	5,359+0	1,294-1	5,082+0
15,0	4,914-1	8,098+0	2,893-1	7,678+0	2,669-1	7,367+0
20,0	8,088-1	9,802+0	4,835-1	9,802+0	4,475-1	9,513+0
30,0	1,643+0	1,274+1	1,000+0	1,369+1	9,294-1	1,348+1
40,0	2,715+0	1,504+1	1,676+0	1,711+1	1,562+0	1,708+1
50,0	4,007+0	1,681+1	2,503+0	2,011+1	2,336+0	2,037+1
60,0	5,506+0	1,831+1	3,471+0	2,282+1	3,245+0	2,341+1
80,0	9,081+0	2,076+1	5,805+0	2,756+1	5,439+0	2,886+1
100	1,336+1	2,271+1	8,631+0	3,162+1	8,099+0	3,365+1
150	2,682+1	2,635+1	1,760+1	3,977+1	1,656+1	4,356+1
200	4,364+1	2,899+1	2,894+1	4,608+1	2,727+1	5,148+1
300	8,531+1	3,275+1	5,729+1	5,556+1	5,409+1	6,371+1
400	1,352+2	3,545+1	9,153+1	6,262+1	8,652+1	7,302+1
500	1,913+2	3,755+1	1,301+2	6,824+1	1,231+2	8,053+1
600	2,520+2	3,928+1	1,722+2	7,291+1	1,630+2	8,681+1
800	3,833+2	4,201+1	2,634+2	8,039+1	2,497+2	9,698+1
1000	5,233+2	4,413+1	3,612+2	8,627+1	3,426+2	1,050+2

В табл. 10.1 приведены массовые средние пробеги протонов (без учета ядерных взаимодействий) и электронов для некоторых простых и сложных веществ. На рис. 10.5 проводится сравнение пробегов электронов и протонов в зависимости от энергии частиц для двух веществ: с небольшим и большим атомным номером. Если в нерелятивистской области энергий пробеги электронов много больше пробегов протонов, то при релятивистских энергиях электронов из-за возрастания потерь на излучение пробеги электронов постепенно становятся меньше, чем пробеги протонов с той же энергией.

В связи со статистическими флуктуациями потерь энергии в одиночных столкновениях пробеги отдельных частиц R (*истинные пробеги*) с одинаковой энергией могут сильно различаться между собой. Они флуктуируют вокруг среднего пробега. Данный разброс достаточно хорошо описывается распределением Гаусса. Для тяжелых частиц он находится в пределах нескольких процентов.

Следует различать пробег частицы R и глубину ее проникновения в вещество d , которая является проекцией пробега на направление первоначального движения частицы (рис. 10.6). На величину d влияют как флуктуации потерь энергии, так и многократное рассеяние частиц в веществе. Величина пробега частицы всегда больше глубины проникновения, и отношение $(R - d)/R$ уменьшается с уменьшением атомного номера вещества и увеличением массы частицы и ее энергии. Например, для протонов с кинетическими энергиями более 1 МэВ это отношение составляет 1÷3 %. Для электронов это отношение много больше.

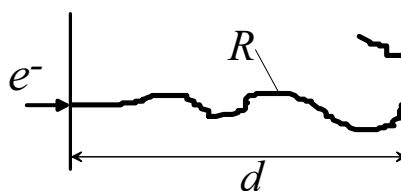


Рис. 10.6. К определению глубины проникновения электрона

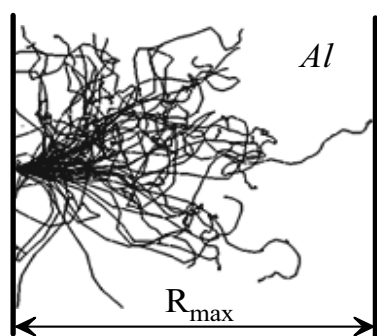


Рис. 10.7. К определению максимального пробега

На практике, кроме истинного и среднего, используют еще два вида пробегов заряженных частиц. **Максимальный пробег** R_{\max} моноэнергетических частиц определяется как минимальная толщина слоя вещества, из которого не вылетает ни одна из падающих на него нормально частиц. На рис. 10.7 показаны рассчитанные методом Монте-Карло траектории электронов с начальной энергией 1 МэВ в алюминии. Максимальный пробег определяется траекторией, которая имеет наибольшую глубину проникновения в вещество. R_{\max} используется для определения толщины защиты от низкоэнергетического потока заряженных частиц. Он всегда меньше среднего пробега.

Зависимость числа частиц, прошедших некоторый слой вещества, от толщины этого слоя имеет сложный характер и определяется толщиной вещества и его атомным номером, энергией и первоначальным направлением частиц. Для определения числа частиц и их энергии за барьерами различной толщины используют **коэффициенты пропускания (прохождения) частиц**. Коэффициент пропускания по числу частиц $T_N(d)$ равен отношению числа частиц, прошедших слой вещества толщиной d , к числу падающих на него частиц N_0

$$T_N(d) = \frac{N(d)}{N_0}. \quad (10.22)$$

Коэффициент пропускания по энергии $T_E(d)$ равен отношению энергии всех частиц, выходящих из слоя толщиной d , к энергии всех, падающих на него, частиц

$$T_E(d) = \frac{T(d)}{N_0 T_0}. \quad (10.23)$$

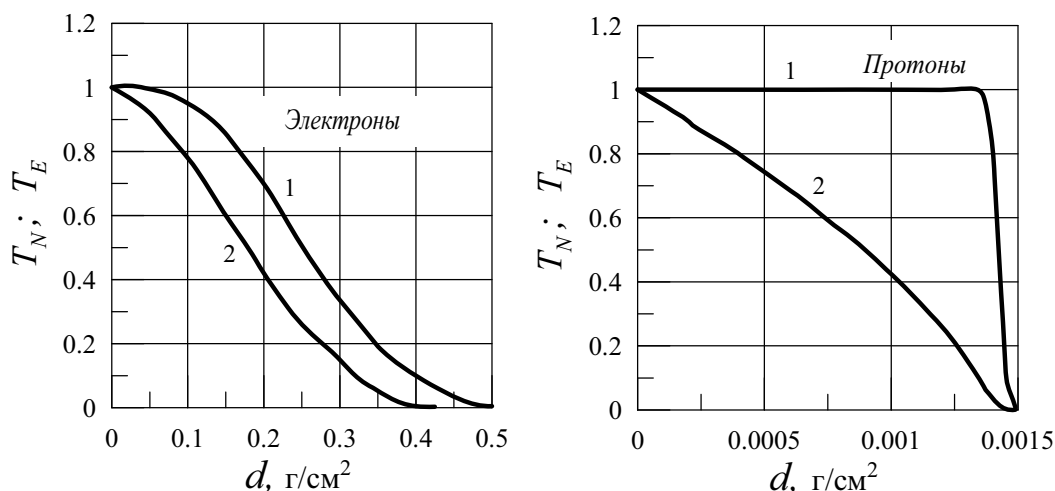


Рис. 10.8. Коэффициенты пропускания электронов и протонов с начальной кинетической энергией 1 МэВ для Al: 1 – по числу частиц; 2 – по энергии

Чаще всего коэффициенты пропускания определяют для моноэнергетических и мононаправленных пучков частиц, падающих на поглотитель под прямым углом. Зависимость коэффициентов пропускания электронов и протонов от толщины барьера показана на рис. 10.8. Как следует из рисунка, имеет место существенное отличие зависимости коэффициентов пропускания по числу частиц электронов и протонов от толщины барьера. Причина этого – гораздо большее многократное рассеяние легких заряженных частиц по сравнению с тяжелыми. Заметное уменьшение T_N для электронов с увеличением толщины барьера – это следствие их отклонения на углы более 90° относительно первоначального направления.

Коэффициенты пропускания частиц измеряются, вычисляются и представлены в литературе в виде таблиц, графиков и эмпирических формул (см., например, [1, 21, 25]). Зная коэффициенты пропускания, по формулам (10.22) и (10.23) легко найти число частиц $N(d)$ или их энергию $T(d)$ за барьером толщиной d . С помощью выражения

$$\bar{T}(d) = \frac{T(d)}{N(d)} = \frac{T_0 T_E(d)}{T_N(d)} \quad (10.24)$$

можно найти среднюю энергию частиц, выходящих из барьера.

Используя коэффициенты пропускания, можно определить R_{\max} . Для этого поступают следующим образом: измеряют или рассчитывают коэффициенти-

ент пропускания по числу частиц и за R_{\max} принимают такое значение d , когда величина $T_N(d)$ сравнивается с уровнем фонового излучения (рис. 10.9). Однако чаще всего кривую $T_N(d)$ продолжают до пересечения с осью абсцисс, и точка пересечения дает значение максимального пробега.

В практической работе с пучками заряженных частиц широко используют еще один вид пробега – *экстраполированный пробег* R_{ex} . Для его нахождения экстраполируют линейную часть коэффициента пропускания до пересечения с осью абсцисс (рис. 10.9). Разница между средним и экстраполированным пробегами уменьшается с увеличением массы частицы, и для протонов отношение $(R_{\text{ex}} - R_0)/R_0$ равно примерно $1 \div 2\%$.

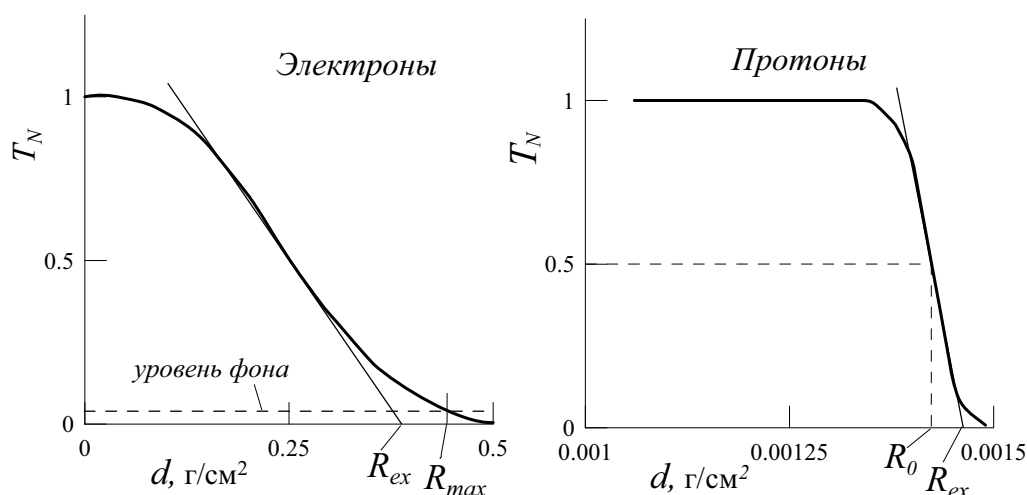


Рис. 10.9. К определению R_{\max} и R_{ex}

Значения экстраполированных пробегов рассчитаны для многих веществ, табулированы и имеются в литературе (см., например, [12]). Для расчетов R_{ex} широко используются различные эмпирические выражения, например, формулу Табата для нормального падения электронов [23], которую можно использовать в области энергий от 0,3 МэВ до 30 МэВ

$$R_{\text{ex}}(\tau, Z, A) = a_1 \left[\frac{1}{a_2} \ln(1 + a_2 \tau) - \frac{a_3 \tau}{1 + a_4 \tau^{a_5}} \right] \left(\frac{\text{г}}{\text{см}^2} \right), \quad (10.25)$$

где $\tau = T_0/m_e c^2$ и

$$\begin{cases} a_1 = 0,2335 A / Z^{1,209} \\ a_2 = 1,78 \cdot 10^{-4} Z \\ a_3 = 0,9891 - 3,01 \cdot 10^{-4} Z \\ a_4 = 1,468 - 1,108 \cdot 10^{-2} Z \\ a_5 = 1,232 / Z^{0,109} \end{cases} \quad (10.26)$$

Если вещество состоит из различных элементов (сложное вещество), то в формулах (10.25) и (10.26) надо использовать эффективные значения для Z и A

$$\begin{cases} Z_{\text{eff}} = \sum_i w_i Z_i \\ A_{\text{eff}} = Z_{\text{eff}} / (Z/A)_{\text{eff}} \\ (Z/A)_{\text{eff}} = \sum_i w_i Z_i / A_i \end{cases}, \quad (10.27)$$

где w_i – весовая доля i -го элемента в сложном веществе.

Для элементов с атомным номером $6 \leq Z \leq 82$, энергий электронов T_0 от 0,4 МэВ до 6 МэВ и для углов падения ϑ первичного пучка от 0° до 81° экстраполированный пробег можно вычислить по следующей эмпирической формуле [1]:

$$R_{\text{ex}}(T_0, Z, \vartheta) = \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \left(\frac{107,2 - Z}{5,442Z - 1312,0} + \frac{292,7 - Z}{4,163Z + 561,3} T_0 + \frac{Z - 2,797}{83,86Z + 587,5} T_0^2 \right) \quad (\text{г/см}^2). \quad (10.28)$$

Зная R_{ex} , можно найти коэффициенты пропускания электронов по формуле [1]

$$T_{N,E} = \exp \left[-\beta \left(\frac{d}{R_{\text{ex}}} \right)^\alpha \right], \quad (10.29)$$

где для T_N

$$\alpha = \begin{cases} 1 + \frac{5,5 - 0,1(3,4 - T_0)^2}{Z^{0,398 - 0,032T_0}} (\cos \vartheta - 0,1564) + \\ + 0,0125(T_0 - 2)(50 - Z)(\cos \vartheta - 0,1564)^3, \quad Z > 50; T_0 > 2 \text{ МэВ} \\ 1 + \frac{5,5 - 0,1(3,4 - T_0)^2}{Z^{0,398 - 0,032T_0}} (\cos \vartheta - 0,1564) - \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (10.30)$$

$$\beta = 2,59 - 0,0076(Z - 6); \quad (10.31)$$

а для T_E

$$\alpha = 0,708 + \frac{Z + 24}{0,93Z + 13,7} (\cos \vartheta - 0,1564), \quad (10.32)$$

$$\beta = \frac{Z + 32,6}{0,524Z + 10,8}. \quad (10.33)$$

Выражения (10.29) – (10.33) можно использовать для веществ с атомным номером $6 \leq Z \leq 82$, для кинетических энергий электронов T_0 от 0,4 МэВ до 6 МэВ и для углов падения ϑ первичного пучка от 0° до 45° .

Для быстрых расчетов R_0 , R_{max} , и R_{ex} можно использовать приведенные ниже формулы (при этом следует помнить, что для тяжелых заряженных частиц все эти пробеги отличаются друг от друга всего на несколько процентов).

1. средний пробег протонов с кинетическими энергиями T_0 ($1 \div 200$) МэВ в воздухе можно вычислить по формуле

$$R_{\text{воз}} \approx 1,82T_0^{1,8} \text{ (см)}. \quad (10.34)$$

2. зная пробег протонов в воздухе $R_{\text{воз}}$, пробег в любом другом веществе R_Z можно определить по формуле

$$R_Z/R_{\text{воз}} = a + (0,06 - 0,0086Z) \lg(T_0/A), \quad (10.35)$$

где

$$a = \begin{cases} 0,3 & \text{— для водорода,} \\ 0,82 & \text{— для гелия,} \\ 1,0 & \text{— для } 2 < Z < 10, \\ 0,9 + 0,0275Z & \text{— для } Z > 10. \end{cases}$$

3. Средние пробеги тяжелых ионов с энергиями более 100 МэВ/нуклон – $R_0^x(T_0^x)$ можно найти из соотношения [10]

$$R_0^x(T_0^x) = \frac{m_x}{m_p} R_0^p\left(\frac{m_p}{m_x} T_0^x\right), \quad (10.36)$$

где m_x – масса иона, m_p – масса протона, $R_0^p\left(\frac{m_p}{m_x} T_0^x\right)$ – средний пробег протона с энергией $T_0^x \cdot m_p/m_x$. Формулу (10.39) можно применять и для мюонов с энергиями менее 10 ГэВ.

4. Максимальный пробег α -частиц с энергиями T_0 ($4 \div 7$) МэВ в воздухе можно определить по формуле

$$R_{\text{max}} \approx 0,318T_0^{3/2} \text{ (см)}. \quad (10.37)$$

5. Максимальный пробег α -частиц с энергиями T_0 ($4 \div 7$) МэВ в веществе с атомной массой A и плотностью ρ (г/см^3) вычисляется по формуле

$$R_{\text{max}} \approx \frac{10^{-4} \sqrt{AT_0^3}}{\rho} \text{ (см)}. \quad (10.38)$$

6. Максимальный пробег электронов с энергией $T_0 > 0,5$ МэВ в Al можно найти по формуле

$$R_{\text{max}} \approx 0,526T_0 - 0,096 \text{ (г/см}^2\text{)}. \quad (10.39)$$

7. Для β -частиц различных радионуклидов с максимальными энергиями T_{max} ($0,2 \div 5$) МэВ максимальный пробег в Al можно рассчитать по формуле Фламмерсфельда

$$R_{\text{max}} \approx 0,11(\sqrt{1 + 22,4T_{\text{max}}^2} - 1) \text{ (г/см}^2\text{)}. \quad (10.40)$$

8. Зная максимальный пробег β -частиц в Al (R_{Al}), их максимальный пробег в любом другом веществе (R_Z) в диапазоне энергий (0,5÷3) МэВ можно определить по формуле

$$R_Z \approx R_{Al} \frac{(Z/A)_{Al}}{(Z/A)_Z} \quad (\text{г/см}^2). \quad (10.41)$$

Для сложных веществ в приведенных формулах надо использовать эффективные значения для Z и A в соответствии с выражениями (10.27).

Определить в приближении непрерывного замедления кинетическую энергию протона, прошедшего в веществе путь s , можно по формуле

$$T(\xi) = T_0 \frac{\sqrt{1-\xi}}{1+b} \left(\sqrt{1-\xi} + \sqrt{b^2 - \xi} \right), \quad (10.42)$$

где T_0 – начальная кинетическая энергия в МэВ, $\xi = s/R_0$ – пройденный путь в единицах среднего пробега, $b = (2m_p c^2 + T_0)/T_0$. Если $T_0 \ll m_p c^2$, то

$$T(\xi) \approx T_0 \sqrt{1-\xi}. \quad (10.43)$$

Если в качестве источника излучения используется бета-излучающий радионуклид с активностью A (Бк), то ослабление плотности потока бета-частиц слоем вещества толщиной d (г/см^2) можно рассчитать по формулам [12]:

– для точечного неколлимированного источника:

$$\Phi(d) = \frac{A n_\beta}{4\pi r^2} \exp(-0,693d/\Delta_{1/2}), \quad (10.44)$$

где n_β – *квантовый выход источника* (число бета-частиц, испущенных на один распад), r – расстояние от источника до детектора,

$$\Delta_{1/2} = 0,095 \frac{Z_2}{A} T_{\max}^{3/2} \quad (\text{г/см}^2) \quad (10.45)$$

– *слой половинного ослабления* (после прохождения которого число β -частиц уменьшается в 2 раза), T_{\max} – максимальная энергия β -частиц, испускаемых источником;

– для коллимированного излучения источника:

$$\Phi(d) = \Phi_0 \exp(-0,693d/\Delta_{1/2}). \quad (10.46)$$

В заключение отметим, что для легких заряженных частиц говорить о среднем, максимальном и экстраполированном пробегах и использовать приближение непрерывного замедления можно лишь тогда, когда основной вид потерь энергии – это потери на столкновения. Если преобладают потери энергии на тормозное излучение, то перенос излучения в веществе в этом случае определяется в основном вторичными фотонами, так как их пробеги между столкновениями много больше, чем у электронов. Приближение непрерывного замедления теряет смысл также при энергиях электронов, меньших нескольких сотен электрон-вольт. В этой области энергий в одном неупругом столкновении электрон в среднем теряет большую долю своей энергии.

10.4. Коэффициенты отражения (альбедо)

10.4.1. Основные понятия

Альбедо в переводе с латинского языка означает «белизна». В оптике альбедо определяет свойство тела отражать падающий на него свет. В ядерной и радиационной физике альбедо характеризует отражение ионизирующих излучений от рассеивающих тел. При этом выход вторичных излучений через поверхность, на которую падает первичное излучение, также рассматривается как явление отражения (альбедо).

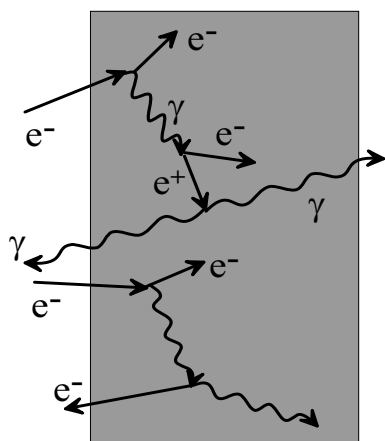


Рис. 10.10. К определению альбедо ионизирующих излучений

Под **вторичным излучением** в определении альбедо понимается как рассеянное первичное излучение источника, так и собственно вторичное излучение того же вида, что и первичное излучение. Через поверхность поглотителя может выходить и излучение другого вида, например, падают электроны, а выходят фотоны (рис. 10.10). Это явление называют **квазиальбедо**.

Отраженное излучение содержит информацию о химическом составе отражателя, о его размерах и геометрической форме, удаленности отражателя от детектора и т. д. Данную информацию можно использовать, например, для оценки элементного состава отражателя.

Поле обратно рассеянного излучения определяется:

- типом и энергией падающего пучка частиц;
- угловым распределением и геометрией источника;
- формой, составом и толщиной отражающего вещества;
- взаимным расположением источника, отражателя и точки детектирования;
- средой, которая граничит с отражающей поверхностью, и в которой находятся источник и детектор. В большинстве случаев этой средой является воздух.

Чаще всего встречаются следующие задачи альбедо [6]:

1. на отражатель под некоторым углом ϑ_0 падает коллимированный пучок излучения – **тонкий луч**, (рис. 10.11, а);
2. на отражатель под произвольным углом ϑ_0 падает излучение бесконечного плоского мононаправленного источника (рис. 10.11, б);
3. на некотором расстоянии от поверхности вещества находится точечный изотропный источник, (рис. 10.11, в). При этом возможны два предельных случая: а) если источник достаточно далеко от отражающей поверхности, то тогда можно считать, что на поверхность падает широкий мононаправленный пучок излучения; б) источник находится на поверхности отражающего вещества.

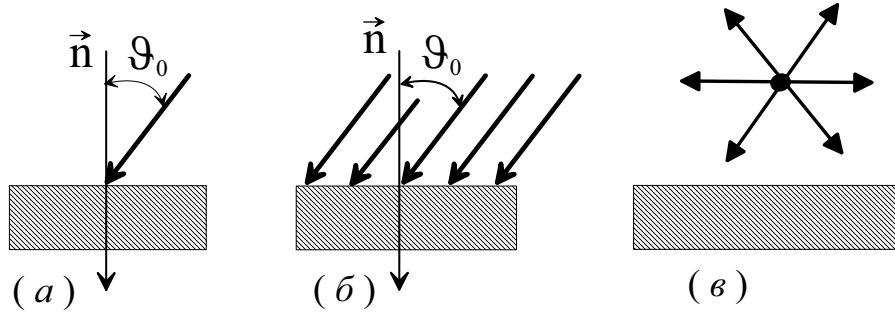


Рис. 10.11. Основные типы задач альbedo

Весь дальнейший анализ задач альbedo будем проводить для наиболее простого случая, когда на отражающую поверхность падает моноэнергетический тонкий луч. Кроме этого, не будем учитывать зависимость альbedo от толщины отражателя, рассматривая лишь случай толстого (полубесконечного) отражателя, когда величина альbedo является максимальной. Не будем также учитывать зависимость величины альbedo от размеров площадки, через которую выходит отраженное излучение, считая, что оно выходит из того же места, куда падает первичный пучок. Данное условие хорошо соблюдается, если величина площадки много меньше, чем расстояние до детектора, что очень часто имеет место при определении характеристик поля отраженного излучения.

Наиболее полной характеристикой отраженного излучения тонкого луча является дифференциальное энергетически-угловое альbedo, которое можно определить следующим образом:

$$a(T_0, \vartheta_0; T, \vartheta, \varphi) = \frac{\text{число отраженных частиц с } T \in dT \text{ и } \vec{\Omega} \in d\Omega}{\text{число упавших частиц} \cdot dT \cdot d\Omega},$$

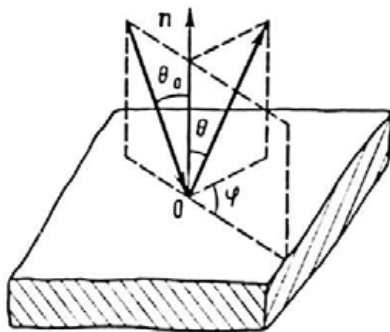


Рис. 10.12. К определению понятия дифференциального альbedo

где ϑ_0 – угол падения излучения на поверхность отражателя, а углы ϑ, φ характеризуют направление отраженного излучения (рис. 10.12). Единица измерения дифференциального энергетически-углового альbedo – $1/(\text{МэВ ср})$.

При решении практических задач используются следующие дифференциальные характеристики альbedo:

- **дифференциальное числовое альbedo** (угловое распределение отраженного излучения)

$$a_N(T_0, \vartheta_0; \vartheta, \varphi) = \int_0^{T_0} a(T_0, \vartheta_0; T, \vartheta, \varphi) dT; \quad (10.47)$$

- **дифференциальное энергетическое альbedo** (угловое распределение отраженной энергии)

$$a_E(T_0, \vartheta_0; \vartheta, \varphi) = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} a(T_0, \vartheta_0; T, \vartheta, \varphi) T dT; \quad (10.48)$$

- **дифференциальное дозовое альbedo** (угловое распределение дозы отраженного излучения)

$$a_D(T_0, \vartheta_0; \vartheta, \varphi) = \frac{1}{\delta(T_0)} \int_0^{T_0} \delta(T) a(T_0, \vartheta_0; T, \vartheta, \varphi) dT, \quad (10.49)$$

где $\delta(T)$ – доза (поглощенная, эквивалентная, экспозиционная) на единичный флюенс (на одну частицу, упавшую на единицу площади) для частиц с кинетической энергией T . Эти данные можно найти в справочниках (см., например, [12]). Размерности формул (10.47)–(10.49) – ср^{-1} .

Интегрированием дифференциальных характеристик альbedo по телесному углу отражения (2π стерадиан) можно получить соответствующие интегральные характеристики, например, полное числовое альbedo

$$a_N(T_0, \vartheta_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} a_N(T_0, \vartheta_0; \vartheta, \varphi) \sin \vartheta d\vartheta. \quad (10.50)$$

Аналогично записываются выражения для полного энергетического альbedo – $a_E(T_0, \vartheta_0)$ и полного дозового альbedo – $a_D(T_0, \vartheta_0)$.

Отметим следующие закономерности полного альbedo, имеющие место для любых заряженных частиц:

1. величина альbedo возрастает с увеличением атомного номера вещества Z_2 , поскольку сечение упругого рассеяния пропорционально Z_2^2 ;
2. величина альbedo увеличивается с увеличением угла падения первичного излучения ϑ_0 , так как уменьшается расстояние, которое должны пройти рассеянные частицы до поверхности вещества, и становится меньше необходимый для выхода из вещества угол рассеяния. В соответствии с сечением Резерфорда вероятность рассеяния тем больше, чем меньше угол рассеяния;
3. для частиц с кинетическими энергиями более 100 кэВ величина альbedo уменьшается с увеличением энергии, так как уменьшается средний угол рассеяния в упругих столкновениях.

10.4.2. Альbedo тяжелых заряженных частиц

В соответствии с выражением (6.32) при движении в веществе тяжелые заряженные частицы рассеиваются в кулоновском поле атомов гораздо меньше, чем электроны. Значительное рассеяние в упругих кулоновских столкновениях тяжелые частицы испытывают лишь при низких энергиях в веществе с большим атомным номером.

На рис. 10.13 и 10.14 показаны рассчитанные методом Монте-Карло траектории протонов с начальной энергией 100 кэВ в свинце и алюминии, при нормальном падении на поглотители из этих веществ. Из сравнения этих рисунков с рис. 6.4 следует, что лишь при энергиях менее нескольких сот кэВ протоны испытывают заметное рассеяние в веществах с большим атомным номером. Для альфа-частиц это имеет место при гораздо меньших энергиях. В результате при

нормальном падении пучка тяжелых заряженных частиц на поверхность вещества количество обратного рассеянного излучения мало и величина альбеда быстро уменьшается с увеличением энергии частиц и уменьшением атомного номера вещества.

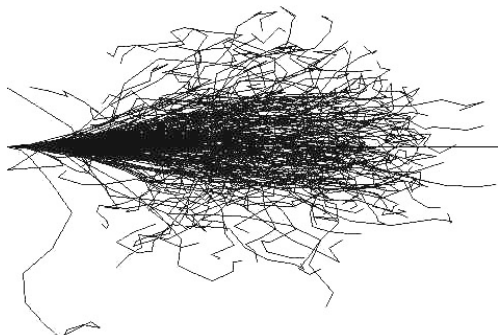


Рис. 10.13. Траектории протонов с энергией 100 кэВ в свинце

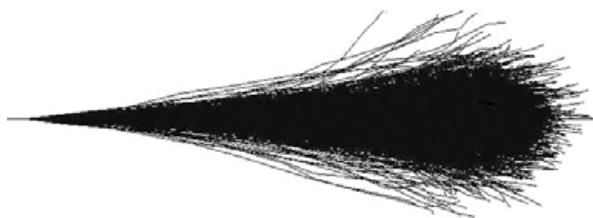


Рис. 10.14. Траектории протонов с энергией 100 кэВ в алюминии

Гораздо более сильное однократное рассеяние испытывают тяжелые заряженные частицы в процессах упругого и неупругого ядерного рассеяния. Однако

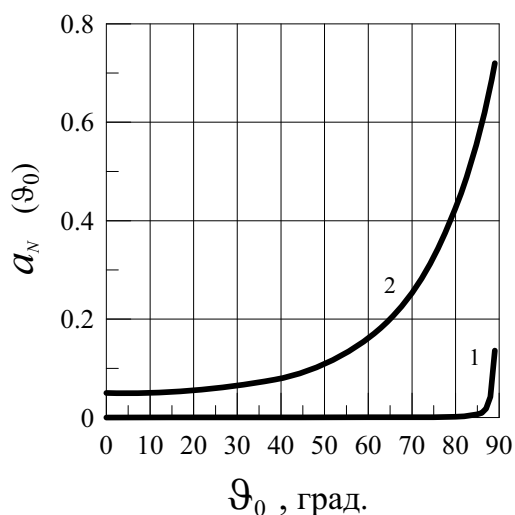


Рис. 10.15. Зависимость полного числового альбеда протонов с энергией 100 кэВ от угла падения: 1 – Al; 2 – Pb

вероятность таких столкновений при низких энергиях невелика (пропорциональна поперечному сечению области действия ядерных сил). Например, при энергиях несколько МэВ менее 1/1000 всех взаимодействий частицы являются взаимодействием с ядром. Учитывать влияние ядерных взаимодействий на процесс распространения пучка тяжелых заряженных частиц в веществе надо при энергиях более 100 МэВ.

Таким образом, даже для энергии протонов 100 кэВ заметное количество отраженного излучения появляется лишь при больших углах падения θ_0 первичного пучка на поверхность вещества с большим атомным номером (рис. 10.15).

10.4.3. Альбеда электронов

Средний угол рассеяния у электронов (позитронов) в кулоновском поле атомов много больше, чем у тяжелых заряженных частиц. В результате даже при нормальном падении на поверхность вещества релятивистских электронов имеет место заметный выход обратного рассеянного излучения. Этому способствует также и большая величина энергии дельта-электронов, образующихся в неупругих столкновениях с атомными электронами.

Величина альбеда электронов возрастает с увеличением толщины отражающего вещества и достигает максимального значения для нормального паде-

ния при толщинах $((0,3 - 0,5)R_0$. Таким образом, толщина слоя вещества, равная половине среднего пробега электронов с данной энергией, является для них полубесконечным отражателем. При наклонном падении эта толщина уменьшается.

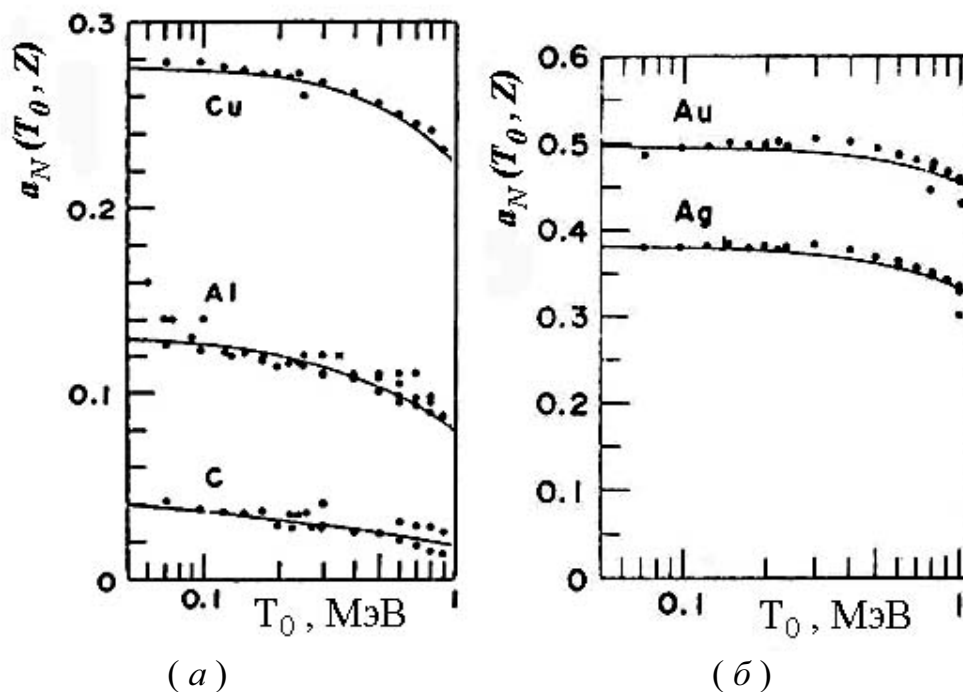


Рис. 10.16. Зависимость полного числового альbedo от энергии электронов [24]

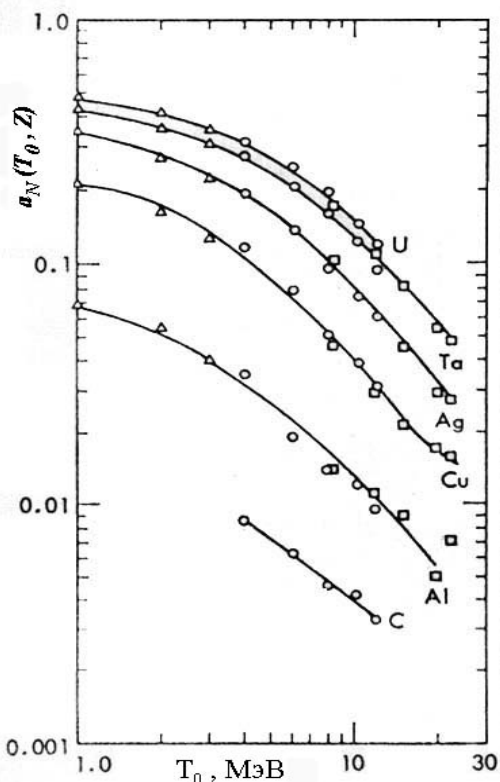


Рис. 10.17. Полное числовое альbedo электронов для нормального падения [21]

Большинство данных по альbedo электронов получены для полубесконечных отражателей и нормального падения моноэнергетических электронов. На рис. 10.16 и 10.17 приведены значения полного числового альbedo для нормального падения электронов с энергиями от 50 кэВ до 20 МэВ на отражатели из различных веществ. Точки на этих рисунках соответствуют экспериментальным данным и расчетам методом Монте-Карло. Кривые – это результаты аппроксимации этих данных по эмпирической формуле, которая получена в работе [24] и применима для расчета полного числового альbedo электронов с энергиями от 0,1 МэВ до 30 МэВ, падающих нормально на поверхность полубесконечных отражателей с атомным номером $Z_2 \geq 6$:

$$a_N = a_1 / (1 + a_2 \varepsilon^{a_3}), \quad (10.51)$$

где

$$\begin{cases} a_1 = 1,15 \exp(-8,35 \cdot Z_2^{-0,525}), \\ a_2 = 0,0185 + 15,7 \cdot Z_2^{-1,59}, \\ a_3 = 1,56 - 4,42 \cdot Z_2^{-1}. \end{cases}$$

Обозначим через $\overline{\Delta T}_B$ среднюю энергию, потерянную отраженным электроном с начальной кинетической энергией T_0 в отражающем веществе. В работе [23] приводится эмпирическая формула для расчета отношения $\overline{\Delta T}_B / T_0$:

$$\overline{\Delta T}_B / T_0 = g_1 \varepsilon^{g_2} + g_3 / \varepsilon^{g_4}, \quad (10.52)$$

где

$$\begin{cases} g_1 = 1,33 \cdot Z_2^{-0,385}, \\ g_2 = 0,066 \cdot Z_2^{0,33}, \\ g_3 = 0,048 \cdot Z_2^{-0,35}, \\ g_4 = 0,47 \cdot Z_2^{0,12}. \end{cases}$$

Формула (10.52) справедлива при тех же условиях, что и формула (10.51).

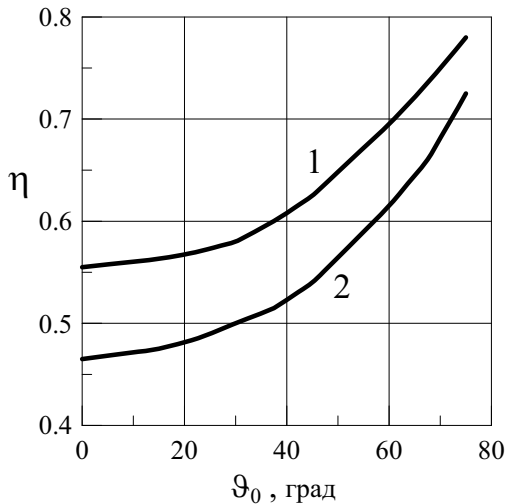


Рис. 10.18. Зависимость средней энергии отраженных электронов от угла падения: 1 – Al; 2 – вода. $T_0 = (0,2 - 3)$ МэВ

падения ϑ_0 пучка моноэнергетических электронов с точностью $\pm 10\%$ не зависит от E_0 в диапазоне энергий $0,2 \text{ МэВ} \leq E_0 \leq 3 \text{ МэВ}$. Эти данные приведены на рис. 10.18, где $\eta = (T_0 - \overline{\Delta T}_B) / T_0$.

С помощью выражений (10.51) и (10.52) можно найти число отраженных электронов, их энергию, среднюю энергию отраженных электронов и поглощенную дозу в воздухе вблизи отражающей поверхности при нормальном падении электронов на полубесконечные отражатели.

В работе [12] приведены значения полного числового альбеда для энергий электронов менее 50 кэВ, из которых следует, что в данной области энергий величина альбеда уменьшается с уменьшением энергии электронов. Здесь же имеются данные о зависимости альбеда электронов от угла падения, из которых следует, что зависимость средней энергии отраженных электронов (в единицах T_0) от угла

Задание 10

Контрольные вопросы

1. Почему заряженные частицы с одной энергией, пройдя в веществе одинаковый путь, имеют разную энергию?
2. Нарисовать спектр частиц, прошедших некоторый слой вещества, и показать на рисунке характеристики спектра, которые используются при анализе энергетического распределения частиц.
3. Записать для дифференциальной по энергии плотности потока частиц $\Phi(T, s)$ уравнение баланса на отрезке пути от s до $s + \Delta s$. Пояснить физический смысл отдельных членов этого уравнения.
4. Как меняется форма спектра частиц с увеличением пути, проходимого ими в веществе?
5. При каких условиях спектр частиц, прошедших некоторый путь в веществе, можно описать нормальным распределением? Как эти условия выполняются для легких и тяжелых частиц?
6. Когда можно использовать распределение Ландау?
7. В чем проявляется различие между потерями на излучение и потерями на столкновения? Когда важен учет флуктуаций потерь энергии на излучение?
8. Написать формулу для расчета среднего пробега заряженных частиц. Что такое экстраполированный пробег и как его определяют? Что такое максимальный пробег заряженных частиц?
9. Что такое коэффициенты пропускания частиц? Нарисовать коэффициенты пропускания по числу частиц для электронов и протонов. В чем физическая причина такого различия?
10. Что понимают под альбедо и квазиальбедо ионизирующих излучений?
11. Как отличаются альбедо тяжелых и легких заряженных частиц? В чем причина этого отличия?
12. Как зависит величина альбедо электронов от их энергии, угла падения на отражающее вещество и от атомного номера вещества? Дать физическое объяснение этим закономерностям.

Упражнения

1. Преобразовать уравнение (10.3) к уравнению (10.5).
2. Найти полуширину распределения (10.12).

Задачи:

1. Детектором с входной стенкой из Al толщиной 50 мг/см^2 регистрируется бета-излучение радионуклида ${}_{15}^{32}\text{P}$ с максимальной энергией β -частиц $1,709 \text{ МэВ}$. Оценить долю частиц (ξ), поглощенных в стенке детектора.
2. (*) Используя выражения (10.16) – (10.19), получить плотность распределения электронов по энергии, прошедших в веществе путь s (поправку на эффект плотности не учитывать). Рассчитать и построить график этой функции для $s = \alpha R_0$, где R_0 – средний пробег электронов с начальной кинетической энергией T_0 в веществе X. Найти из графика наиболее вероятную энергию частиц, наиболее вероятную потерянную энергию и ширину распределения на половине высоты. Необходимые значения взять из табл. 10.2.

Таблица 10.2

Варианты заданий для задачи 2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	C	C	Al	Al	Fe	Fe	Sn	Sn	W	W	Pb	Pb	Al	Al	Fe
T_0 , МэВ	1	50	2	30	3	15	4	10	5	8	6	10	20	15	10
α	0,05	0,03	0,04	0,05	0,03	0,03	0,04	0,05	0,03	0,04	0,03	0,03	0,04	0,02	0,02

3. (*) Используя выражение (10.20), рассчитать и построить плотность распределения потерь энергии на излучение для электронов с энергией T_0 , прошедших в веществе путь $s = \alpha R_0$. Найти из графика полуширину распределения и сравнить с полушириной распределения для потерь энергии на столкновения (см. задачу 1). Необходимые данные взять из табл. 10.2.
4. (*) Используя выражения (10.24) и (10.28) – (10.33), найти плотность потока $\Phi(d)$ и среднюю энергию электронов за барьером толщиной $d = \alpha R_0$ из вещества X и вычислить мощность поглощенной дозы по формуле

$$\dot{D}(d) = 1,6 \cdot 10^{-10} \Phi(d) \eta(\bar{T}) \text{ (Гр/с)},$$

где $\eta(\bar{T})$ – тормозная способность на столкновения. Необходимые данные (кинетическую энергию электронов T_0 и угол падения на барьер ϑ) взять из табл. 10.3. Начальная плотность потока электронов $\Phi_0 = 10^4$ электрон/см² с.

Таблица 10.3

Варианты заданий для задачи 4

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	C	C	Al	Al	Ti	Ti	Fe	Fe	Sn	Sn	W	W	Pb	Pb	Al
T_0 , МэВ	2	4	3	6	1	5	4	6	5	6	3	6	4	5	6
ϑ°	0	25	0	30	0	15	0	30	0	25	0	30	0	30	45
α	0,5	0,3	0,4	0,3	0,3	0,2	0,4	0,4	0,03	0,4	0,3	0,25	0,4	0,2	0,2

5. Рассчитать, какой должна быть минимальная энергия альфа-частиц, чтобы их можно было зарегистрировать счетчиком, имеющим окно из стали толщиной 7 мг/см².
6. Рассчитать толщину стекла (SiO_2 , $\rho = 2,5$ г/см³) защитных очков, используемых для поглощения β -излучения при работе с радионуклидом $^{32}_{15}P$.
7. (*) Используя выражения (10.51) и (10.52), рассчитать и построить зависимости от T_0 ($0,1 \text{ МэВ} \leq T_0 \leq 20 \text{ МэВ}$) числового и энергетического альбеда электронов, отраженных от полубесконечного слоя из вещества X . Тип вещества взять из табл. 10.4.

Таблица 10.4

Варианты заданий для задачи 7

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	C	Na	Al	Ar	Ti	Fe	Cu	Mo	Ag	Sn	La	Ta	W	Au	Pb

8. (*) При формировании пучков нейтрино возникает необходимость поглощать мюоны ($m_\mu = 207 m_e$, $m_\mu c^2 = 105,7$ МэВ), образующиеся вместе с нейтрино в распадах π -мезонов и K -мезонов. Для энергий мюонов $T_0 < 1$ ТэВ основной вид потерь энергии – потери на ионизацию. Оценить, какая толщина поглотителя из железа необходима для нейтринного канала на ускорителе «Тэватрон» (Национальная лаборатория им. Э. Ферми, США), чтобы поглотить мюонный пучок с энергией 1 ТэВ?
9. Решить задачи 2, 3 и 8, 9 (для электронов и позитронов) из задания 13 в приложении 1 с помощью программы «Компьютерная лаборатория».

Список литературы

1. Аккерман А. Ф., Никитушев Ю. М., Ботвин В. А. **Решение методом Монте-Карло задач переноса быстрых электронов в веществе.** – Алма-Ата: Наука, 1972.
2. Аккерман А. Ф. **Моделирование траекторий заряженных частиц в веществе.** – М.: Энергоатомиздат, 1991.
3. Бете Г. А., Ашкин Ю. **Прохождение излучения через вещество** // Экспериментальная ядерная физика / Под ред. Э. Сегре. – М.: ИИЛ, 1955. – Т. 1. = Experimental Nuclear Physics / Ed. E. Segre. N. Y. L., 1953. – Vol. 1.
4. Воробьев А. А., Кононов Б. А. **Прохождение электронов через вещество.** – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1966.
5. Готт Ю. В. **Взаимодействие частиц с веществом в плазменных исследованиях.** – М.: Атомиздат, 1978.
6. Гусев Н. Г., Климанов В. А., Машкович В. П., Суворов А. П. **Защита от ионизирующих излучений.** – Т. 1. Физические основы защиты от излучений: Учеб. для вузов 3-е изд. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
7. Калашников Н. П., Ремизович В. С., Рязанов М. И. **Столкновения быстрых частиц в твердых телах.** – М.: Атомиздат, 1980.
8. Ключников А. А. и др. **Методы анализа на пучках заряженных частиц.** – Киев: Наукова думка, 1987.
9. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию прохождения частиц через вещество.** – М.: Атомиздат, 1978.
10. Комочков Н. М., Лебедев В. Н. **Практическое руководство по радиационной безопасности на ускорителях заряженных частиц.** – М.: Энергоатомиздат, 1986.
11. Ландау Л. Д. **О потерях энергии быстрыми частицами на ионизацию:** Собрание трудов в 2 т. Т. 1. – М.: Наука, 1969.
12. Машкович В. П., Кудрявцева А. В. **Защита от ионизирующих излучений:** Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1995.
13. Немец О. Ф., Гофман Ю. В. **Справочник по ядерной физике.** – Киев: Наукова думка, 1975.
14. Пучеров Н. Н., Романовский С. В., Чеснокова Т. Д. **Таблицы массовой тормозной способности и пробегов заряженных частиц с энергией 1–100 МэВ.** – Киев: Наукова думка, 1975.
15. **Радиационная дозиметрия: Электронные пучки с энергиями от 1 до 50 МэВ:** Доклад 35 МКРЕ. – М.: Энергоатомиздат, 1988.

16. Ремизович В. С., Рогозкин Д. Б., Рязанов М. И. **Флуктуации пробегов заряженных частиц.** – М.: Энергоатомиздат, 1988.
17. Росси Б. **Частицы больших энергий.** – М.: ГИТТЛ, 1955.
18. Стародубцев С. В., Романов А. М. **Прохождение заряженных частиц через вещество.** – Ташкент: Изд-во АН УзССР, 1962.
19. **Тормозная способность электронов и позитронов:** Доклад 37 МКРЕ. – М.: Энергоатомиздат, 1987.
20. Berger M. J. **Multiple-scattering angular deflections and energy-loss straggling:** Monte Carlo Transport of Electrons and Photons., N. Y.: Plenum Press – 1988. – P. 21–56.
21. Ebert P. J., Lauzon A. F., Lent E. M. **Transmission and Backscattering of 4 to 12 MeV Electrons** // Phys. Rev. – V. 183. – No. 2. – 1969. – P. 422–430.
22. Tabata T., Ito R., Okabe S. **Generalized semiempirical equations for the extrapolated range of electrons** // Nucl. Instr. Meth. – V. 103. – 1972. – P. 85–91.
23. Tabata T., Ito R. **An Algorithm for the Energy Deposition by Fast Electrons** // Nucl. Scir. Eng. – V. 53. – 1974. – P. 226–239.
24. Tabata T., Ito R., Okabe S. **An Empirical Equation for the Backscattering Coefficient of Electrons** // Nucl. Instr. Meth. – V. 94. – 1971. – P. 509–513.
25. Seltzer S. M., Berger M. J. **Transmission and Reflection of Electrons by Foils** // Nucl. Instr. Meth. – V. 119. – 1974. – P. 157–179.
26. Ziegler J. F., Biersack J. P., Littmark U. **The stopping and ranges of ions in solids.** – N. Y.: Pergamon Press, 1985.

ГЛАВА 11. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

Электромагнитное излучение в классической электродинамике – это процесс образования и распространения электромагнитных волн ускоренно движущимися заряженными частицами (*тормозное и магнитотормозное излучение*) или переменными токами. Излучают также заряженные частицы, которые движутся равномерно и прямолинейно в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в этой среде, – *черенковское излучение*, а также при пересечении границы раздела двух сред с разными показателями преломления – *переходное излучение*. В процессе распространения электромагнитного излучения в пространстве оно уносит от источника энергию излучения. Плотность потока этой энергии определяется вектором Пойнтинга, который пропорционален векторному произведению $[\vec{E} \vec{H}]$, где \vec{E} – вектор напряженности электрического поля электромагнитной волны, \vec{H} – вектор напряженности ее магнитного поля.

Согласно квантовой теории электромагнитное излучение – это рождение и перенос *фотонов* – квантов (элементарных частиц) электромагнитного излучения. Масса покоя фотона $m_\gamma = 0$, а его скорость равна скорости света. После опытов Комптона по рассеянию рентгеновских лучей, когда было установлено, что фотоны подчиняются тем же кинематическим законам, что и частицы вещества (например, фотон с частотой ω обладает энергией $E = \hbar\omega$ и импульсом $p = \hbar\omega/c$), а также после открытия волновых свойств у всех микрочастиц можно считать, что фотон ничем не выделяется среди других частиц, разве что скоростью движения.

Кроме перечисленных выше процессов, электромагнитное излучение образуется: при снятии возбужденного состояния ядер после радиоактивного распада – *гамма-излучение*, при квантовых переходах на внутренних оболочках атомов – *характеристическое излучение*, при аннигиляции электронов и позитронов – *аннигиляционное излучение*, при ядерных взаимодействиях и распадах элементарных частиц (например, π^0 - мезонов). Выделяют также *рентгеновское излучение*, которое представляет собой совокупность низкоэнергетического тормозного и характеристического излучений.

Электромагнитное излучение с длиной волны $\lambda < 10$ нм (меньше, чем у ультрафиолетового излучения) называют *жестким излучением, фотонами*. Термины «*гамма-излучение*», «*гамма-кванты*» используют для излучения радиоактивных ядер, аннигиляционного излучения, высокоэнергетического космического излучения.

Двигаясь в среде, электромагнитное излучение так же, как и заряженные частицы, испытывает различные взаимодействия с атомами среды. Если не учитывать эффектов, связанных с поляризацией излучения, то эффективные сечения всех процессов взаимодействия не зависят от происхождения электромагнитного излучения и определяются лишь его длиной волны (энергией).

11.1. Рассеяние электромагнитных волн на свободных зарядах. Формула Томсона

Пусть на свободную частицу с зарядом e и массой m падает электромагнитная волна, напряженности электрического и магнитного поля которой запишем в виде:

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}; \quad \vec{\mathcal{H}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{H}}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, \quad (11.1)$$

где ω – частота колебаний, \vec{k} – волновой вектор, \vec{r} – радиус-вектор положения частицы. Сила, действующая на частицу в поле этой волны, равна

$$\vec{F} = -e\vec{\mathcal{E}} - \frac{e}{c} [\vec{v} \cdot \vec{\mathcal{H}}], \quad (11.2)$$

где v – скорость частицы. Если эта скорость невелика, то вторым слагаемым в выражении (11.2) можно пренебречь. А если смещение заряда за период колебания мало по сравнению с длиной волны, то можно пренебречь и зависимостью фазы волны от пространственных координат и считать, что действующая на заряд сила соответствует полю в начале координат

$$\vec{F} = -e\vec{\mathcal{E}} = -e\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\omega t}. \quad (11.3)$$

Движение частицы под действием этой силы описывается уравнением

$$m\ddot{\vec{r}} = -e\vec{\mathcal{E}}, \quad (11.4)$$

решение которого имеет вид

$$\vec{r}(t) = \frac{e}{m\omega^2} \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\omega t}, \quad (11.5)$$

т. е. заряд колеблется с частотой падающей волны. Такое движение заряда приводит к излучению расходящихся электромагнитных волн той же частоты ω , которые называют **рассеянными волнами**.

Рассматривая описываемое явление как процесс рассеяния электромагнитного излучения, введем для него эффективное дифференциальное сечение рассеяния

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{Мощность излучения в единицу телесного угла}}{\text{Плотность потока энергии падающей волны}} = \frac{\langle dP/d\Omega \rangle}{\langle S \rangle}, \quad (11.6)$$

где усреднение проводится за период колебаний $T = 2\pi/\omega$. Если рассматривать излучение как поток фотонов с энергией $E = \hbar\omega$ и учесть, что частота волны ω при рассеянии не меняется, то данное определение согласуется с корпускулярным определением дифференциального сечения рассеяния (см. главу 3).

Для нерелятивистского заряда, движущегося с ускорением, угловое распределение мощности излучения определяется формулой Лармора [3]

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c^3} \ddot{\vec{r}}^2(t) \sin^2 \alpha, \quad (11.7)$$

где α – угол между ускорением $\ddot{\vec{r}}$ и направлением излучения. Взяв вторую производную от выражения (11.5) и подставив ее действительную часть в (11.7), получаем

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^4}{4\pi m^2 c^3} \mathcal{E}_0^2 \cos^2 \omega t \sin^2 \alpha. \quad (11.8)$$

После усреднения по периоду колебания имеем среднюю мощность, излучаемую в единицу телесного угла:

$$\left\langle \frac{dP}{d\Omega} \right\rangle = \frac{e^4}{8\pi m^2 c^3} \mathcal{E}_0^2 \sin^2 \alpha. \quad (11.9)$$

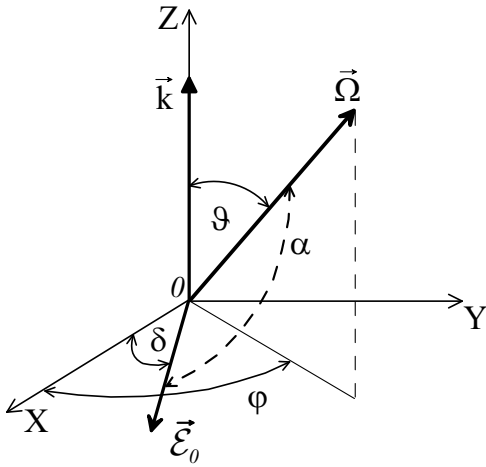


Рис. 11.1. К определению угла поляризации δ . \vec{k} – единичный вектор, совпадающий с направлением волны

собой соотношением $\vec{\mathcal{E}} = [\vec{\mathcal{H}} \vec{k}]$ [6], то величина вектора Пойнтинга для плоской волны равна

$$S = \frac{c}{4\pi} \mathcal{E}^2 = \frac{c}{4\pi} \mathcal{E}_0^2 \cos^2 \omega t.$$

Усреднение этого выражения по периоду колебаний дает

$$\langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} \mathcal{E}_0^2. \quad (11.11)$$

Подставляя формулы (11.9), (11.10) и (11.11) в выражение (11.6), получаем формулу углового распределения рассеянного излучения, когда падающее излучение линейно поляризовано в направлении δ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \left[1 - \sin^2 \vartheta \cos^2 (\varphi - \delta) \right]^2. \quad (11.12)$$

Для падающего неполяризованного излучения выражение (11.12) необходимо усреднить по углу δ , который является случайным, после чего сечение становится симметричным по азимуту (не зависит от φ)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{(1 + \cos^2 \vartheta)}{2}. \quad (11.13)$$

В соответствии с выражением (11.13) рассеянное электромагнитное излучение распределено симметрично относительно угла $\vartheta = \pi/2$ и не зависит от частоты падающего излучения. Интегрируя (11.13) по всем направлениям, получаем полное сечение рассеяния

$$\sigma_T = \frac{8}{3} \pi \left(\frac{e^2}{m c^2} \right)^2. \quad (11.14)$$

Формулы (11.13) и (11.14) называются **формулами Томсона** и описывают рассеяние падающего излучения на свободном заряде.

Для электронов формулы Томсона записывают в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \vartheta); \quad \sigma_T = \frac{8}{3} \pi r_e^2. \quad (11.15)$$

Полное сечение Томсона для электронов равно $\sigma_T = 0,665$ барн.

Классический результат Томсона справедлив для излучения с частотой $W_Q < \hbar\omega \ll mc^2$, где W_Q – энергия связи электронов в рассеивающих атомах. Если энергия фотона становится сравнимой с энергией покоя частицы, то необходимо учитывать квантовую природу излучения.

11.2. Рассеяние электромагнитных волн связанными зарядами

Для того чтобы качественно оценить влияние связи атомных электронов на процесс рассеяния электромагнитного излучения, будем считать, что электроны связаны с ядром квазиупругой силой

$$\vec{F}_e = -k\vec{r} = -m_e \omega_0^2 \vec{r}, \quad (11.16)$$

где $\omega_0 = \sqrt{k/m_e}$ – частота собственных колебаний. Колеблющийся под действием такой силы электрон будет испускать электромагнитные волны и терять свою энергию. Учтем также, что возбуждаемое под действием падающей на электрон электромагнитной волны излучение, приводит к потере энергии и импульса электрона и меняет характер его движения. Это изменение учтем с помощью лоренцевой силы трения (силы лучистого трения) [6]:

$$\vec{F}_r = \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\vec{r}}. \quad (11.17)$$

Если эта сила мала по сравнению с силой, действующей на электрон со стороны внешнего поля, то его движение мало отличается от гармонических колебаний, для которых

$$\ddot{\vec{r}} = -\omega_0^2 \dot{\vec{r}}.$$

В дальнейших расчетах будем использовать приближенное выражение для силы лучистого трения [5]:

$$\vec{F}_r = -m_e \Gamma \dot{\vec{r}}, \quad (11.18)$$

где

$$\Gamma = \frac{2}{3} \frac{e^2 \omega_0^2}{m_e c^3}. \quad (11.19)$$

С учетом сделанных приближений уравнение движения электрона в поле плоской электромагнитной волны имеет вид

$$m_e \ddot{\vec{r}} = -e\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\omega t} - m_e \omega_0^2 \vec{r} - m_e \Gamma \dot{\vec{r}}. \quad (11.20)$$

Полное решение уравнения (11.20) представляет собой сумму полного решения соответствующего однородного и частного решения неоднородного уравнений. Можно показать (см. задачу 1), что амплитуда колебаний, соответствующих решению однородного уравнения, быстро убывает со временем и в точке наблюдения, которая находится на большом расстоянии от электрона, вкладом решения однородного уравнения можно пренебречь.

Решение неоднородного уравнения ищем в виде

$$\vec{r}(t) = \vec{A} e^{i\omega t}. \quad (11.21)$$

Взяв от (11.21) соответствующие производные и подставив в уравнение (11.20), получаем

$$\vec{A} = \frac{-\vec{\mathcal{E}}_0 e/m_e}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Gamma\omega}. \quad (11.22)$$

Преобразовав комплексный знаменатель к виду

$$(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2\omega^2} \cdot e^{i\beta},$$

где

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\Gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

имеем

$$\vec{r}(t) = \frac{-\vec{\mathcal{E}}_0 e/m_e}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2\omega^2}} e^{i(\omega t - \beta)}. \quad (11.23)$$

Вещественная часть этого решения равна

$$\vec{r}(t) = \frac{-\vec{\mathcal{E}}_0 e/m_e}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2\omega^2}} \cos(\omega t - \beta). \quad (11.24)$$

В уравнение (11.24) входят две частоты, что является следствием двух типов колебаний электрона: затухающих с частотой, равной собственной частоте ω_0 , и незатухающих с частотой ω падающей волны. Вторичное рассеянное излучение также должно содержать компоненты с частотами ω_0 и ω .

Воспользуемся формулой Лармора (11.7) для вычисления углового распределения мощности рассеянного излучения, которая с учетом выражения (11.24) дает

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{\mathcal{E}_0^2 e^4 \omega^4 \sin^2 \alpha}{4\pi c^3 m_e^2 \left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2 \right]} \cos^2(\omega t - \beta). \quad (11.25)$$

Усредняя (11.25) по времени за период колебания $T = 2\pi/\omega$ и по поляризациям (для этого сначала необходимо выразить угол α через угол поляризации δ (см. раздел 11.1)), получаем

$$\left\langle \frac{dP}{d\Omega} \right\rangle = \frac{\mathcal{E}_0^2 r_e^2 c \omega^4}{16\pi \left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2 \right]} (1 + \cos^2 \vartheta). \quad (11.26)$$

Используя полученное выражение и формулу (11.11) для плотности потока падающей энергии, находим дифференциальное сечение рассеяния электромагнитного излучения

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{\omega^4}{\left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2 \right]} (1 + \cos^2 \vartheta), \quad (11.27)$$

интегрируя которое по направлениям, получаем полное сечение

$$\sigma_s = \frac{8\pi}{3} r_e^2 \frac{\omega^4}{\left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2 \right]}. \quad (11.28)$$

При $\omega \gg \omega_0$ формулы (11.27) и (11.28) переходят в формулы Томсона (11.15), а при $\omega \ll \omega_0$ из (11.28) получаем **формулу Релея** для рассеяния света

$$\sigma_s = \frac{8\pi}{3} r_e^2 (\omega/\omega_0)^4, \quad (11.29)$$

в соответствии с которой, сечение рассеяния электромагнитного излучения в

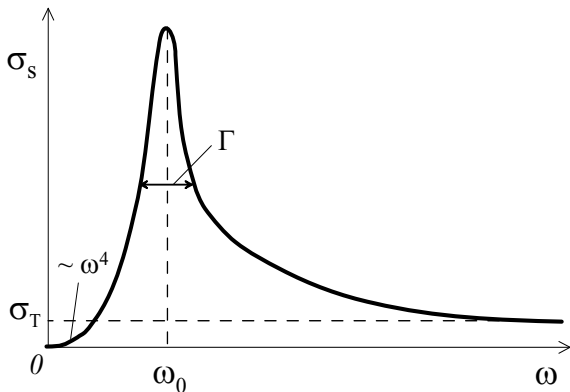


Рис. 11.2. Зависимость полного сечения рассеяния от частоты ω

диапазоне видимого света возрастает с увеличением его частоты (этим объясняется голубой цвет неба).

При частотах $\omega \sim \omega_0$ сечение (11.28) имеет острый максимум (резонанс) (рис. 11.2). Полагая вблизи резонанса $\omega^2 - \omega_0^2 \approx 2\omega_0(\omega_0 - \omega)$, получаем

$$\sigma_s \approx \frac{2\pi}{3} r_e^2 \frac{\omega_0^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}.$$

Если воспользоваться для полуширины Γ выражением (11.19), то полученное сечение можно переписать в виде, аналогичном формуле Брейта-Вигнера (9.25):

$$\sigma_s \approx \frac{3\pi}{2} \tilde{\lambda}_0^2 \frac{\Gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (11.30)$$

где $\tilde{\lambda}_0$ – резонансная длина волны падающего излучения. Резонансный характер сечений взаимодействия, который имеет место при совпадении частоты падающего излучения с одной из частот рассеивающего центра, характерен для всех типов излучений.

11.3. Рассеяние электромагнитных волн системой зарядов. Когерентное и некогерентное рассеяние

При рассеянии электромагнитных волн системой зарядов (например, электронной оболочкой атома) волны, рассеянные различными электронами, могут интерферировать между собой. Поэтому результирующее угловое распределение рассеянного излучения зависит от соотношения между длиной волны падающего излучения и размерами атома.

Рассмотрим случай, когда частота падающей волны ω много больше собственной частоты колебаний электронов в атоме ω_0 . Тогда за время порядка периода волны движение электронов можно считать равномерным. Это значит, что при рассмотрении рассеяния коротких волн можно не учитывать взаимодействия зарядов в атоме друг с другом и считать их свободными [6]. Электрическое поле плоской монохроматической волны, распространяющейся в направлении $\vec{\Omega}_0$, можно записать в виде

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}_0 \vec{r})}, \quad (11.31)$$

где $\vec{k}_0 = \vec{\Omega}_0 \omega/c$. Свободный электрон в этом поле совершает колебания около положения равновесия. Если обозначить радиус вектор n -го электрона через $\vec{r}_n(t)$, то его уравнение движения в поле падающей волны имеет вид

$$m_e \ddot{\vec{r}}_n = -e \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}_0 \vec{r}_n)}. \quad (11.32)$$

Колеблющийся электрон является источником электромагнитного излучения, и напряженность магнитного поля рассеянной волны $\vec{\mathcal{H}}_n$ в точке наблюдения P с радиусом вектором \vec{r} и направлением излучения $\vec{\Omega}_n = (\vec{r} - \vec{r}_n)/|\vec{r} - \vec{r}_n|$ (рис. 11.3) дается выражением [6]:

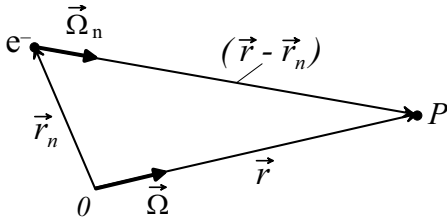


Рис. 11.3. К определению $\vec{\Omega}_n$

$$\vec{\mathcal{H}}_n(\vec{r}, t) = \frac{1}{c^2 |\vec{r} - \vec{r}_n|} \left[\ddot{\vec{d}}_n \vec{\Omega}_n \right], \quad (11.33)$$

где $\ddot{\vec{d}}_n = -e \ddot{\vec{r}}_n$ – электрический момент колеблющегося электрона ($\vec{\mathcal{E}}_n = [\vec{\mathcal{H}}_n \vec{\Omega}_n]$).

При вычислении напряженности поля рассеянного излучения в момент времени t необходимо учитывать конечную скорость распространения волны, т. е. электрический момент $\ddot{\vec{d}}_n$ в выражении (11.33), являющийся источником рассеянной волны, надо брать в момент времени $t' = |\vec{r} - \vec{r}_n|/c$. Воспользуемся для вычисления $\ddot{\vec{d}}_n$ выражением (11.32) и подставим полученное значение в (11.33), тогда получим [5]:

$$\vec{\mathcal{H}}_n(\vec{r}, t) = \frac{e^2}{m_e c^2 |\vec{r} - \vec{r}_n|} \left[\vec{\mathcal{E}}_0 \vec{\Omega}_n \right] e^{i[\omega(t - |\vec{r} - \vec{r}_n|/c) - \vec{k}_0 \vec{r}_n]}. \quad (11.34)$$

Будем считать, что расстояние от точки наблюдения до атома много больше его размеров, тогда $r \gg r_n$ и в выражении (11.34) перед экспонентой полагаем $|\vec{r} - \vec{r}_n| \approx r$, а в показателе экспоненты данную величину разложим в ряд (см. раздел 5.2)

$$|\vec{r} - \vec{r}_n| \approx r - \frac{\vec{r} \vec{r}_n}{r} = r - \vec{\Omega} \vec{r}_n. \quad (11.35)$$

Тогда, учитывая также, что $\vec{\Omega}_n \approx \vec{\Omega}$, а $\vec{k} = \vec{\Omega} \omega / c$ – волновой вектор рассеянного излучения, вместо (11.34) получаем выражение

$$\vec{\mathcal{H}}_n(\vec{r}, t) = \frac{r_e}{r} \left[\vec{\mathcal{E}}_0 \vec{\Omega} \right] e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} \cdot e^{i\vec{q} \vec{r}_n}, \quad (11.36)$$

где $r_e = e^2 / m_e c^2$, $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}_0$, а $\hbar q$ – величина импульса, который получает электрон от излучаемой (рассеянной) волны (см. раздел 5.2).

Суммируя по всем атомным электронам, найдем напряженность поля излучения, рассеянного всей оболочкой атома

$$\vec{\mathcal{H}}_s(\vec{r}, t) = \frac{r_e}{r} \left[\vec{\mathcal{E}}_0 \vec{\Omega} \right] e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})} \sum_{n=1}^Z e^{i\vec{q} \vec{r}_n}, \quad (11.37)$$

где Z – число электронов в атоме.

Разделив среднюю мощность, излучаемую в единицу телесного угла,

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{c}{8\pi} r^2 |\vec{\mathcal{H}}_s|^2 = \frac{c}{8\pi} r_e^2 \left[\vec{\mathcal{E}}_0 \vec{\Omega} \right]^2 \left| \sum_{n=1}^Z e^{i\vec{q} \vec{r}_n} \right|^2$$

на среднюю по времени плотность потока падающей энергии плоской волны

$$\langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} |\vec{\mathcal{E}}_0|^2,$$

получаем дифференциальное сечение рассеяния электромагнитного излучения системой зарядов (см. рис. 11.1 и преобразование выражения (11.9))

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left| \sum_{n=1}^Z e^{i\vec{q} \vec{r}_n} \right|^2 (1 + \cos^2 \vartheta), \quad (11.38)$$

где ϑ – угол между направлениями падающей и рассеянной волн. Считая распределение зарядов в атоме непрерывным, можно сделать замену [5]:

$$\sum_{n=1}^Z e^{i\vec{q} \vec{r}_n} \rightarrow \int n(r') e^{i\vec{q} \vec{r}'} dV = F(q), \quad (11.39)$$

где $n(r)$ – плотность распределения электронов в атоме, интегрирование ведется по объему электронного облака, а $F(q)$ – атомный формфактор, введенный в разделе 6.1. С учетом (11.39) дифференциальное сечение рассеяния будет иметь вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} |F(q)|^2 (1 + \cos^2 \vartheta). \quad (11.40)$$

Если длина волны λ падающего излучения много больше размеров атома a , то произведение qa мало ($\sim a/\lambda$) и

$$F(q) \approx \int n(r') dV' = Z,$$

поэтому

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} Z^2 (1 + \cos^2 \vartheta). \quad (11.41)$$

В случае $\lambda \gg a$ рассеяние электромагнитного излучения на атоме (атомных электронах) является *когерентным*. При когерентном рассеянии имеет место согласованное во времени рассеяние падающего излучения на всех атомных электронах, а волны, рассеянные различными электронами, имеют одну фазу колебаний. Амплитуда рассеянной волны за счет интерференции волн, рассеянных отдельными электронами, пропорциональна их числу Z , а интенсивность излучения и сечение рассеяния пропорциональны Z^2 . Поскольку передаваемый импульс мал ($q \sim 1/\lambda$) и поглощается всем атомом, то частота падающего и рассеянного излучения практически совпадают.

Как следует из выражений (11.15) и (11.40), в случае, когда частота падающей волны много больше собственной частоты колебаний электронов в атоме, а длина волны еще велика, по сравнению с размерами атома сечение рассеяния является когерентным, и его можно записать в виде

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{КОГ}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Т}} |F(q)|^2 \approx Z^2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Т}}, \quad (11.42)$$

где $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Т}}$ сечение Томсона.

В другом предельном случае $\lambda \ll a$ рассеяние падающего излучения на различных электронах атома происходит независимо – *некогерентно*. Волны, рассеянные отдельными электронами, не связаны по фазе колебаний, и сечение рассеяния равно сумме сечений на отдельных электронах

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} Z (1 + \cos^2 \vartheta). \quad (11.43)$$

По аналогии с выражением (11.42) сечение некогерентного рассеяния $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{НКГ}}$ можно записать в виде

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{НКГ}} \approx Z \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Т}}. \quad (11.44)$$

Более точное выражение для сечения некогерентного рассеяния будет записано в следующем разделе.

В заключение отметим, что в случае, когда частота падающего излучения $\omega \ll \omega_0$, рассеяние излучения на связанных электронах атома является когерентным рэлеевским рассеянием (11.29), а эффективное сечение рассеяния на атоме пропорционально Z^2 .

11.4. Эффект Комптона

Эффект Комптона (комптоновское рассеяние, некогерентное рассеяние)

– это рассеяние электромагнитного излучения (фотонов) на электронах, сопро-

вождающееся уменьшением частоты рассеянного излучения. Открыт американским физиком А. Комптоном в 1922 г.

Если энергия, передаваемая при рассеянии фотона атомному электрону, много больше энергии связи, то комптоновское рассеяние можно рассматривать как процесс упругого рассеяния фотона на свободном и покоящемся электроне.

В этом случае энергию рассеянного фотона E_γ' , кинетическую электрона T и

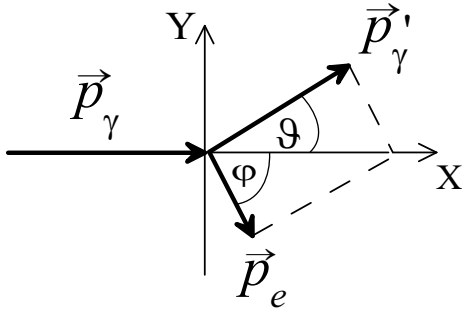


Рис. 11.4. Диаграмма импульсов комптоновского рассеяния фотона на свободном электроне

их направления движения после рассеяния можно найти из законов сохранения энергии и импульса

$$E_\gamma = E_\gamma' + T \quad (11.45)$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_\gamma' + \vec{p}_e, \quad (11.46)$$

где E_γ и \vec{p}_γ – энергия и импульс фотона до рассеяния, \vec{p}_e – импульс электрона. Векторная диаграмма сохранения импульса для этого процесса взаимодействия изображена на рис. 11.4.

Перенесем в уравнении (11.46) \vec{p}_γ' в левую часть, возведем все уравнение в квадрат и решим его совместно с уравнением (11.45), тогда получим выражение для энергии фотона после рассеяния

$$E_\gamma' = \frac{E_\gamma}{1 + k(1 - \cos \vartheta)}, \quad (11.47)$$

где ϑ – угол рассеяния фотона относительно его первоначального направления движения (рис. 11.4), $k = E_\gamma / m_e c^2$ – энергия первичного фотона в единицах $m_e c^2$. Из выражения (11.47) следует, что энергия фотона после рассеяния никогда не равна нулю. Энергия фотона, рассеянного назад ($\cos \vartheta = -1$), равна $m_e c^2 / 2 = 0,255$ МэВ, а рассеянного под углом 90° , не превышает $m_e c^2 = 0,511$ МэВ.

Если от энергий перейти к длинам волн падающего (λ) и рассеянного (λ') фотонов, то можно получить выражение для изменения длины волны фотона при комптоновском рассеянии

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_0 (1 - \cos \vartheta), \quad (11.48)$$

где $\lambda_0 = \hbar / m_e c = 3,8615 \cdot 10^{-11}$ см $\approx 0,00386$ Å – *комптоновская длина волны электрона*. Из формулы (11.48) видно, что $\Delta \lambda$ не зависит от длины волны (энергии) падающего и рассеянного фотонов, а определяется лишь углом рассеяния ϑ .

Кинетическую энергию комптоновских электронов можно вычислить с помощью выражения

$$T = E_\gamma - E'_\gamma = E_\gamma \frac{k(1 - \cos \vartheta)}{1 + k(1 - \cos \vartheta)}. \quad (11.49)$$

В соответствии с этой формулой рассеянию фотона назад соответствует максимальное значение кинетической энергии комптоновского электрона, которое равно

$$T_{\max} = \frac{E_\gamma}{1 + (1/2k)}. \quad (11.50)$$

Из (11.49) следует также, что электрон получает небольшую энергию при малых углах рассеяния фотона. В этом случае необходим учет связи электрона в атоме. Угол φ , под которым движется электрон после столкновения, связан с углом рассеяния фотона ϑ соотношением:

$$\operatorname{ctg} \varphi = (1 + k) \frac{1 - \cos \vartheta}{\sin \vartheta}. \quad (11.51)$$

Чем больше угол рассеяния фотона, тем больше энергия электрона и ближе его направление движения к направлению первичного фотона. При небольших энергиях первичных фотонов E_γ вторичные электроны получают в среднем небольшую долю данной энергии. С возрастанием E_γ доля энергии, переданная электронам, увеличивается, ее средние значения приведены в табл. 11.1.

Таблица 11.1

Средние энергии вторичных фотонов и электронов после комптоновского рассеяния

E_γ , МэВ	$\langle E'_\gamma \rangle$, МэВ	$\langle T_e \rangle$, МэВ
0,01	0,0098	0,0002
1,0	0,56	0,44
10	3,16	6,84

Точная формула сечения рассеяния фотонов на свободных электронах, справедливая при любых энергиях, называется **формулой Клейна-Нишины** (КН). Она получена в квантовой электродинамике и имеет вид

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{КН}} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} \right)^2 \left(\frac{E_\gamma}{E'_\gamma} + \frac{E'_\gamma}{E_\gamma} - \sin^2 \vartheta \right) \left(\frac{\text{см}^2}{\text{ср}} \right), \quad (11.52)$$

где E'_γ определяется формулой (11.47). Выражая в соответствии с (11.47) E'_γ через угол рассеяния ϑ , получим угловое распределение рассеянных фотонов:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{КН}} = \frac{r_e^2}{2} \frac{(1 + \cos^2 \vartheta)}{[1 + k(1 - \cos \vartheta)]^2} \left\{ 1 + \frac{k^2 (1 - \cos \vartheta)^2}{(1 + \cos^2 \vartheta)[1 + k(1 - \cos \vartheta)]} \right\}, \quad (11.53)$$

При $k \rightarrow 0$ выражение (11.53) переходит в формулу Томсона (11.15).

На рис. 11.5 показано угловое распределение рассеянных фотонов для различных начальных энергий. Как следует из этого рисунка, для фотонов не-

больших энергий ($E_\gamma \ll m_e c^2$) имеет место симметричное (томсоновское) угловое распределение рассеянного излучения. С увеличением начальной энергии фотонов возрастает доля фотонов, рассеивающихся вперед, и симметричное томсоновское распределение переходит в анизотропное комптоновское распределение.

Если воспользоваться формулой преобразования сечений

$$\frac{d\sigma_{\text{КН}}}{dT} = \frac{d\sigma_{\text{КН}}}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dT},$$

выражениями (11.47), (11.49), и формулой (11.52), то можно получить дифференциальное по энергии электрона сечение комптоновского рассеяния

$$\left(\frac{d\sigma}{dT}\right)_{\text{КН}} = \frac{\pi r_e^2}{k^2 m_e c^2} \left\{ 2 + \left(\frac{T}{E_\gamma - T}\right)^2 \left[\frac{1}{k^2} + \frac{E_\gamma - T}{E_\gamma} - \frac{2}{k} \cdot \frac{E_\gamma - T}{T} \right] \right\} \left(\frac{\text{см}^2}{\text{МэВ}}\right). \quad (11.54)$$

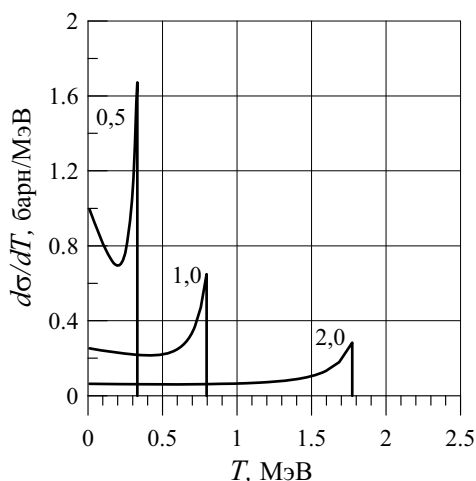


Рис. 11.6. Спектры электронов отдачи. Цифры у кривых – энергии фотонов, МэВ

$$\sigma_{\text{КН}}(E_\gamma) = 2\pi r_e^2 Z \left\{ \frac{1+k}{k^2} \left[\frac{2(1+k)}{1+2k} - \frac{\ln(1+2k)}{k} \right] + \frac{\ln(1+2k)}{2k} - \frac{1+3k}{(1+2k)^2} \right\}. \quad (11.55)$$

Дифференциальное сечение рассеяния КН (11.52) можно представить как сумму сечений рассеяния и поглощения энергии [14]

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{КН}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_S + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_A.$$

Дифференциальное сечение рассеяния энергии $(d\sigma/d\Omega)_S$ характеризует долю рассеянной в данном направлении энергии и равно

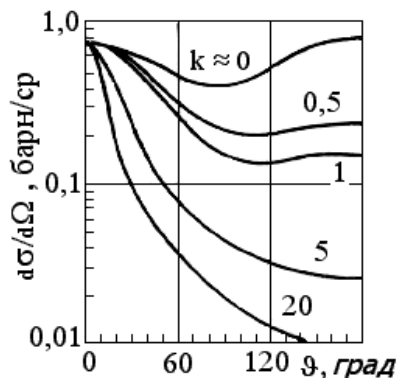


Рис. 11.5. Дифференциальное сечение комптоновского рассеяния

На рис. 11.6 приведены спектры комптоновских электронов для нескольких энергий фотонов. Особенностью всех кривых является наличие резкой границы, соответствующей максимальной энергии отдачи электрона, которая определяется выражением (11.50).

Интегрируя любое из выражений (11.53), (1.54) по соответствующей переменной, получаем полное микроскопическое сечение комптоновского рассеяния на электроне

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_s = \frac{E'_\gamma}{E_\gamma} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{KH}}. \quad (11.56)$$

Дифференциальное сечение поглощения энергии $(d\sigma/d\Omega)_a$ характеризует долю энергии первичных фотонов, переданную электроном отдачи. Оно равно

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_a = \frac{r_e^2}{2} \left[\frac{1}{1+k(1-\cos\vartheta)} \right]^3 \left[1 + \cos^2\vartheta + \frac{k^2(1-\cos\vartheta)^2}{1+k(1-\cos\vartheta)} \right]. \quad (11.57)$$

Комптовское рассеяние имеет место, когда длина волны падающего излучения меньше размеров атома ($\lambda < 10^{-8}$ см), поэтому атомные электроны участвуют в рассеянии независимо друг от друга. Вследствие этого не существует фиксированной разности фаз между фотонами, рассеянными различными электронами, и практически отсутствует возможность интерференции. Следовательно рассеянное комптовское излучение является *некогерентным*. Полная интенсивность комптовского (некогерентного) излучения на атоме равна сумме интенсивностей излучений от отдельных электронов, а сечение эффекта Комптона на атоме в Z раз больше соответствующего сечения на электроне.

Зависимость полного макроскопического сечения эффекта Комптона от энергии фотонов приведена на рис. 11.7. Как видно из этого рисунка, сечение КН (рассеяние на свободном электроне) монотонно уменьшается с увеличением энергии фотона E_γ (кривая 1 на рис. 11.7). Для небольших энергий фотонов расчет сечений комптовского рассеяния необходимо проводить с учетом энергии связи электронов в атоме (кривая 2 на рис. 11.7). Величина сечения при этом меньше сечения КН, так как атомный электрон воспринимает не любой импульс отдачи (особенно при малых углах рассеяния, когда этот импульс мал).

Двигаясь в веществе, фотоны рассеиваются на атомных электронах, которые не являются свободными. Поэтому в результате рассеяния происходит ионизация атомов и процесс комптовского рассеяния является неупругим. С учетом связи электронов дифференциальное сечение комптовского некогерентного рассеяния (НКГ) обычно представляют в виде

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{НКГ}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{KH}} Z \cdot S(q, Z), \quad (11.58)$$

где q – импульс электрона отдачи, а $S(q, Z)$ – *функция некогерентного рассеяния*, которая определяет вероятность того, что при рассеянии фотона на угол ϑ электрон получит энергию, достаточную для возбуждения или иониза-

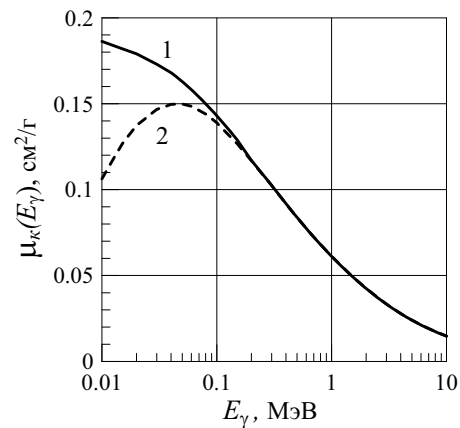


Рис. 11.7. Макроскопическое сечение комптовского рассеяния в Al: 1 – сечение КН; 2 – сечение с учетом энергии связи электронов

ции атома (при возрастании $q \rightarrow 1$). При уменьшении энергии падающих фотонов сечение комптоновского рассеяния переходит в сечение Томсона, а (7.58) в выражение (11.44). Наличие связи и первоначального движения электронов изменяет форму углового распределения рассеянных фотонов и делает неоднозначным жесткое соотношение Комптона между E_γ, E'_γ и ϑ . Например, комптоновские электроны, вылетающие в определенном направлении, имеют некоторый разброс по энергии. Расчеты сечения комптоновского рассеяния с учетом энергии связи электронов достаточно сложны, но результаты таких вычислений имеются в литературе [15, 20, 21].

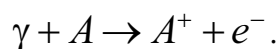
Если энергия фотона недостаточна для того, чтобы выбить электрон из атома (при рассеянии на сильно связанных электронах тяжелых атомов), или мал передаваемый электрону импульс (при небольших углах рассеяния), то рассеяние фотона является упругим. Энергия отдачи воспринимается всем атомом, и длина волны фотона не меняется – *рэлеевское (когерентное) рассеяние*. Такой характер процесс рассеяния имеет место, в основном, когда длина волны падающего фотона больше размеров атома. В атомах энергии связи электронов внутренних (вблизи ядра) и внешних оболочек сильно отличаются и имеет место как некогерентное (комптоновское), так и когерентное (рэлеевское) рассеяние. Полное сечение рассеяния фотона на атоме равно сумме сечений когерентного и некогерентного рассеяния. Однако вероятность когерентного рассеяния велика лишь в веществах с большим Z при $E_\gamma \ll m_e c^2$, и этот процесс взаимодействия фотонов незначительно влияет на их распространение в веществе.

Комптоновское рассеяние является основным процессом взаимодействия фотонов в алюминии для энергий фотонов (0,1 – 15) МэВ, а в свинце для энергий примерно (0,5 – 5) МэВ.

11.5. Фотоэффект

Фотоэффект – это испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения. Открыт немецким физиком Г. Герцем в 1887 г., а теоретическое объяснение дано А. Эйнштейном в 1905 г.

При фотоэффекте первичный фотон поглощается атомом и передает всю свою энергию одному из атомных электронов



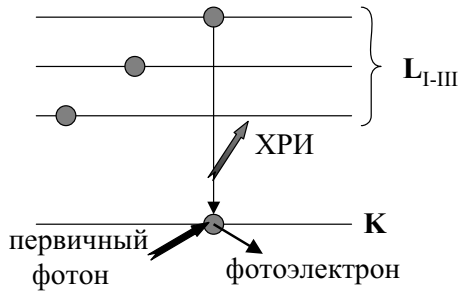
В результате этот электрон (*фотоэлектрон*) покидает атом с некоторой кинетической энергией, которую можно найти из закона сохранения энергии для данного процесса (формула Эйнштейна)

$$T_e = E_\gamma - W_Q, \quad (11.59)$$

где E_γ – энергия первичного фотона, W_Q – энергия связи фотоэлектрона на Q -оболочке атома (K, L, M, \dots). Фотоэффект – это чисто квантовое явление. Он невозможен на свободном электроне, так как законы сохранения энергии и импульса требуют участия в этом взаимодействии третьего тела. Из выражения (11.59) следует, что фотоэффект – это пороговый процесс, поскольку энергия первичного фотона должна быть больше энергии связи электрона.

Результатом поглощения фотона атомом является ионизация атома. Если фотон поглощается одной из внутренних оболочек атома (K, L, M), то последующий переход атома в нормальное состояние происходит двумя способами: с испусканием *характеристического рентгеновского излучения* (ХРИ) или *оже-электронов*.

1. Радиационный (излучательный) переход. Свободное место электрона на Q -уровне заполняет электрон с более высокого уровня Y (рис. 11.8), при этом испускается фотон характеристического излучения (ХРИ). Энергия этого фотона определяется формулой, которая соответствует закону сохранения энергии и равна



$$E_x = h\nu_{QY} = W_Q - W_Y, \quad (11.60)$$

где $W_Q > W_Y$, а ν_{QY} – частота испущенного фотона. При переходах на внутренних оболочках (K, L, M) энергии ХРИ в зависимости от порядкового номера вещества Z составляет от единиц кэВ до десятков кэВ. Чем больше Z вещества, тем выше энергии связи электронов для соответствующих оболочек и тем больше энергии фотонов, испускаемых при переходах между ними.

Рис. 11.8. Радиационный переход KL_{III}

Все разрешенные переходы с верхних уровней на K -уровень образуют ХРИ K -серии, которая содержит наибольшие энергии фотонов. Переходы на уровень L образуют набор ХРИ L -серии и т. д. Каждая серия состоит из нескольких линий с определенными энергиями фотонов. Внутри серии эти энергии близки друг к другу. В качестве примера на рис. 11.9 приведены возможные переходы электронов на K -оболочку после ее ионизации, которым соответствуют следующие линии K -серии ХРИ:

- | | |
|--|-------------------------|
| переход с L_3 на $K - K_{\alpha_1}$ | } K_{α} – серия |
| переход с L_2 на $K - K_{\alpha_2}$ | |
| переход с M_3 на $K - K_{\beta_1}$ | } K_{β} – серия . |
| переход с $N_{2,3}$ на $K - K_{\beta_2}$ | |
| переход с M_2 на $K - K_{\beta_3}$ | |
| переход с M_5 на $K - K_{\beta_4}$ | |

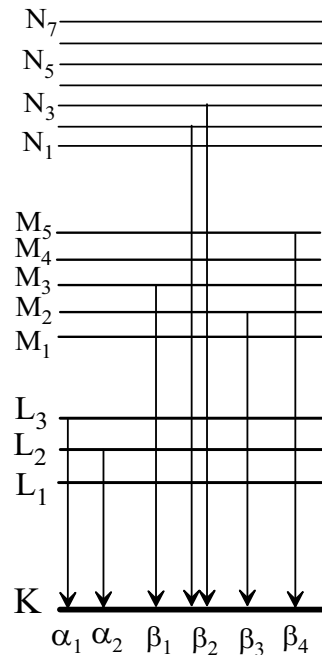


Рис. 11.9. Диаграмма K -серии ХРИ

В соответствии с формулой (11.60) наибольшая энергия ХРИ всегда меньше энергии связи (ионизации) той оболочки, с которой выбивается фотоэлектрон. Каждый переход осуществляется с определенной вероятностью и эти данные имеются в литературе [8, 14, 20]. Угловое распределение ХРИ изотропное.

В атоме после радиационного перехода имеется одна вакансия, т. е. он остается в ионизованном состоянии.

2. Оже-эффект (безрадиационный переход). Свободное место электрона на Q -уровне заполняет электрон с находящегося выше уровня Y , а выделившаяся при этом энергия передается одному из электронов с вышележащего уровня X , который покидает атом – *оже-электрон* (рис. 11.10). Оже-эффект может иметь место, если только для энергий данных уровней выполняется условие $W_Q - W_Y > W_X$. Кинетическую энергию оже-электрона T_O можно

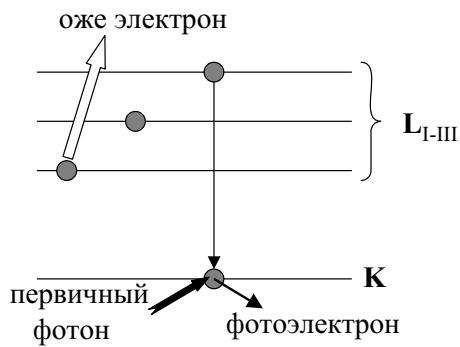


Рис. 11.10. Оже-эффект KL_1L_{III}

найти из выражения

$$T_O = W_Q - W_Y - W_X. \quad (11.61)$$

Угловое распределение оже-электронов изотропное.

После оже-эффекта в атоме появляются две вакансии. Если одна из вакансий находится в той же оболочке, из которой был выбит фотоэлектрон, то такой оже-эффект называется *переходом Кестера-Кронига*.

И после оже-эффекта, и после радиационного перехода у атома остается часть энергии, затраченной фотоном на первичную ионизацию.

Фотон характеристического излучения и оже-электрон обладают энергией, характерной для данного атома, так как электронные переходы происходят между энергетическими уровнями, имеющими определенные энергии. Эта информация используется для изучения многих характеристик облучаемого объекта, например, его состава.

Из описания обоих типов переходов следует, что после заполнения первичной вакансии (например, на K -оболочке) и высвобождения части энергии в виде ХРИ или оже-электрона вакансии в атоме переходят на более высокие энергетические уровни. Уменьшение внутренней энергии атома происходит путем последовательной серии радиационных и безрадиационных квантовых переходов с постепенным уменьшением энергии ХРИ и оже-электронов. В результате атом может лишиться многих электронов на внешних (валентных) оболочках.

Процессы радиационного и безрадиационного переходов – конкурирующие процессы, при этом $P_X + P_O = 1$, где P_X – вероятность радиационного перехода, P_O – вероятность оже-эффекта.

На рис. 11.11 приведена зависимость $P_{X,K}$ от Z вещества для фотоэффекта на K -оболочке ($P_{X,K}$). Из рисунка следует, что вероятность радиационного пере-

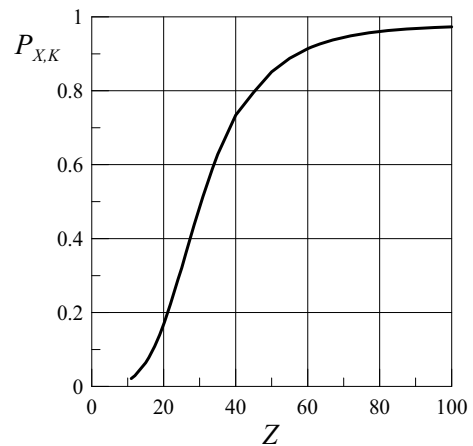


Рис. 11.11. Зависимость вероятности радиационных переходов на K -оболочке от Z

хода тем выше, чем больше атомный номер вещества. Для веществ с небольшим Z более вероятен оже-эффект.

Теоретические формулы, выражающие зависимость сечения фотоэффекта ($\sigma_{\text{ф}}$, $\Sigma_{\text{ф}}$), от Z и E_{γ} , которые получены в квантовой механике для общего случая любой энергии фотона и любого Z , имеют сложный вид и являются приближенными. Для практических целей обычно используют табличные данные, реже – эмпирические формулы.

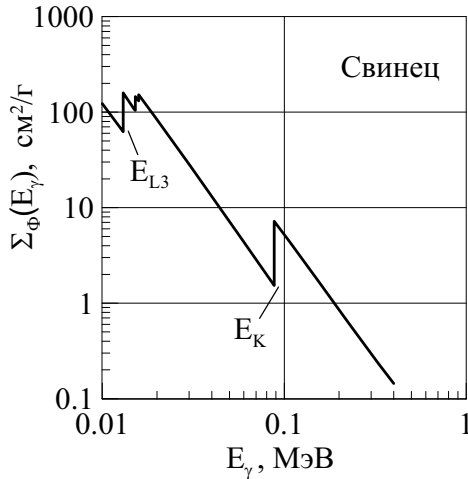


Рис. 11.12. Зависимость сечения фотоэффекта от энергии фотона

быстро возрастает с уменьшением энергии первичного фотона. Следовательно фотоэффект играет существенную роль в веществах с большим атомным номером и при небольших энергиях фотонов. Вероятность фотоэффекта увеличивается с ростом энергии связи электрона в атоме, поэтому фотопоглощение происходит главным образом на внутренних оболочках атома (K, L, \dots), при условии, что энергия первичного фотона E_{γ} больше W_K (W_L, \dots). Но основной вклад в сечение фотоэффекта дают электроны с K -оболочки. Если E_{γ} больше W_K , то сечение фотоэффекта на K -оболочке составляет примерно 80% от полного сечения фотоэффекта. С точностью 2–3% отношение $\sigma_{\text{ф}}/\sigma_{\text{ф,к}}$ можно определить по эмпирической формуле

$$\sigma_{\text{ф}}/\sigma_{\text{ф,к}} \approx 1 + 0,01481(\ln Z)^2 - 0,000788(\ln Z)^3. \quad (11.64)$$

На рис. 11.12 приведено сечение фотоэффекта для свинца в соответствии с работой [20]. Как видно из рисунка, зависимость сечения от энергии фотона

Качественную зависимость микроскопического сечения фотоэффекта на K -оболочке ($\sigma_{\text{ф,к}}$) для больших энергий фотонов ($E_{\gamma} \gg m_e c^2$) дает формула Заутера

$$\sigma_{\text{ф,к}}(E_{\gamma}, Z) \approx \frac{4\pi r_e^2 Z^5 m_e c^2}{137 E_{\gamma}}, \quad (11.62)$$

а для нерелятивистской области энергий ($E_{\gamma} \ll m_e c^2$) – формула Гайтлера

$$\sigma_{\text{ф,к}} \approx \frac{32\sqrt{2}\pi r_e^2 Z^5 (m_e c^2)^{7/2}}{3 \cdot 137^4 E_{\gamma}^{7/2}}. \quad (11.63)$$

Из этих формул следует, что сечение фотоэффекта пропорционально Z^5 и

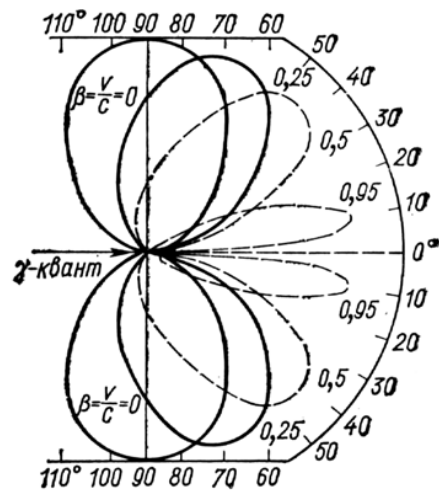


Рис. 11.13. Угловое распределение фотоэлектронов различных энергий

имеет форму спадающей пилообразной кривой, каждое резкое увеличение которой связано с вкладом в сечение фотоэффекта одного из энергетических уровней атома.

Если $E_\gamma \ll m_e c^2$, то выбиваемые из атома фотоэлектроны летят в основном перпендикулярно направлению движения первичного фотона в направлении электрического вектора падающего излучения, который определяет направление силы, действующей на фотоэлектрон. С увеличением E_γ (и импульса фотона) угловое распределение фотоэлектронов становится всё более «вытянутым» в направлении первичного фотона (рис. 11.13).

Фотоэффект является основным процессом взаимодействия фотонов в алюминии при $E_\gamma < 0,05$ МэВ, а в свинце при $E_\gamma < 0,5$ МэВ.

В заключение отметим, что ионизация атома с выбиванием электронов внутренних оболочек может происходить как под действием фотонов, так и заряженных частиц. Последующий переход атома в основное состояние происходит теми же способами, что и при фотоэффекте (ХРИ, оже-эффект).

11.6. Эффект образования электронно-позитронных пар

Образование электронно-позитронных пар – это типично квантовый процесс. Он происходит в сильном электрическом поле ядра, при этом первичный фотон превращается в электронно-позитронную пару, которой с учетом энергии покоя передается почти вся энергия фотона E_γ . Некоторую энергию отдачи получает ядро, но по причине его большой массы она невелика, обычно менее 5 кэВ.

Позитрон был экспериментально обнаружен в космических лучах в 1932 г. В 1933 г. эффект образования пар от гамма-квантов радионуклида впервые наблюдали Ирэн и Фредерик Жолио-Кюри с помощью камеры Вильсона, помещенной в магнитное поле.

Закон сохранения энергии для данного процесса взаимодействия имеет вид

$$E_\gamma = E_- + E_+ + T_\text{я}, \quad (11.65)$$

где $E_- = T_- + m_e c^2$ – полная энергия электрона, $E_+ = T_+ + m_e c^2$ – полная энергия позитрона, $T_\text{я}$ – энергия отдачи ядра, $m_e c^2 = 0,511$ МэВ. Из (11.65) следует, что эффект образования пар – пороговый процесс. С учетом энергии отдачи ядра энергия первичного фотона E_γ должна быть более $2m_e c^2 = 1,022$ МэВ.

Образование пар может происходить и в поле атомного электрона. При этом энергия отдачи этого электрона много больше энергии отдачи ядра, поэтому пороговая энергия фотона в этом случае выше – более $4m_e c^2$. Эффект образования пар в поле электрона иногда называют **триплетом**, имея в виду, что образуются три вторичные частицы: рождаются электрон и позитрон, и из атома выбивается участвующий в процессе электрон.

Сечение образования пар в поле ядра много больше, чем в электрическом поле электрона. В поле электрона сечение пропорционально Z , а в поле ядра –

Z^2 . Вклад атомных электронов в сечение эффекта образования пар (σ_{Π} ; Σ_{Π}) часто учитывают заменой Z^2 на $Z(Z+1)$, считая, что сечения процесса в кулоновском поле протона и атомного электрона одинаковы.

Выражения для полного сечения данного процесса рассчитаны в квантовой электродинамике. Эти сечения как функции E_{γ} и Z , имеют сложный вид и подобно сечениям тормозного излучения существенно зависят от величины экранирования поля ядра полем атомных электронов (от прицельного параметра). Для энергий $E_{\gamma} < 20m_e c^2$ дифференциальное по полной энергии позитрона E_+ сечение образования пар дается формулой Хоуга [1, 14]:

$$\Sigma_I(E_{\gamma}; E_+) = \Sigma_m f(x) \left\{ 1 + 0,135 \left(\frac{\Sigma_m}{\bar{\Sigma}} - 0,52 \right) f(x) [1 - f^2(x)] \right\}, \quad (11.66)$$

$$\text{где } f(x) = 2\sqrt{x(1-x)}, \quad x = \frac{E_+ - m_e c^2}{E_{\gamma} - 2m_e c^2}, \quad \bar{\Sigma} = \frac{Z(Z+1) N_A r_e^2}{A \cdot 137}, \quad k = \frac{E_{\gamma}}{m_e c^2},$$

$$\frac{\Sigma_m}{\bar{\Sigma}} = \frac{1}{a^2 k} \left\{ -\frac{1}{3} - \frac{1}{\alpha^2} \left[\frac{k^2}{4} - \varepsilon(2a + \varepsilon) \right] + L \left[a^2(a^4 + 1) - \frac{2a^2}{3} - \frac{4a}{\alpha^4} (2\varepsilon + ak^2) \right] \right\},$$

$\alpha^2 = k^2 - 4$, $a = k/\alpha$, $\varepsilon = 2 \ln[(k + \alpha)/2]$, $L = 2 \ln(k/2)$. Размерность сечения – $\text{см}^2/\text{г МэВ}$.

Для энергий $E_{\gamma} > 10m_e c^2$ в качестве дифференциальных сечений используют сечения, рассчитанные Бете и Гайтлером (*сечения Бете-Гайтлера*), которые имеют следующий вид [12]:

$$\Sigma_{\Pi}(E_{\gamma}; T_+) = \frac{4}{137} N_A r_e^2 \frac{Z(Z+1)}{A} \frac{1}{E_{\gamma}} G(E_{\gamma}; \nu) \left(\frac{\text{см}^2}{\text{г} \cdot \text{МэВ}} \right), \quad (11.67)$$

где $\nu = (E_+ + m_e c^2)/E_{\gamma}$, а значения функции $G(E_{\gamma}; \nu)$ зависят от параметра экранирования

$$\gamma = 100 \frac{m_e c^2}{E_{\gamma}} \frac{Z^{-1/3}}{\nu(1-\nu)} \quad (11.68)$$

и определяются следующими выражениями:

– при $\gamma > 15$ (отсутствие экранирования):

$$G(E_{\gamma}; \nu) = \left[\nu^2 + (1-\nu^2) + \frac{2}{3}\nu(1-\nu) \right] \left[\ln \left(\frac{2E_{\gamma}}{m_e c^2} \right) \nu(1-\nu) - \frac{1}{2} - f(Z) \right]; \quad (11.69a)$$

– при $2 < \gamma < 15$:

$$G(E_{\gamma}; \nu) = \left[\nu^2 + (1-\nu^2) + \frac{2}{3}\nu(1-\nu) \right] \left[\ln \left(\frac{2E_{\gamma}}{m_e c^2} \right) \nu(1-\nu) - \left[-\frac{1}{2} - c(\gamma) - f(Z) \right] \right]; \quad (11.69б)$$

– при $\gamma < 2$:

$$G(E_\gamma; \nu) = \left[\nu^2 + (1 - \nu^2) \right] \left[\frac{f_1(\gamma)}{4} - \frac{\ln Z}{3} - f(Z) \right] + \left[\nu^2 + (1 - \nu^2) \right] \left[\frac{f_2(\gamma)}{4} - \frac{\ln Z}{3} - f(Z) \right]. \quad (11.69\text{в})$$

Функции $f(Z)$, $f_1(\gamma)$, $f_2(\gamma)$, $c(\gamma)$ те же, что и для тормозного излучения, и определяются выражениями (8.21), (8.22) и (8.23).

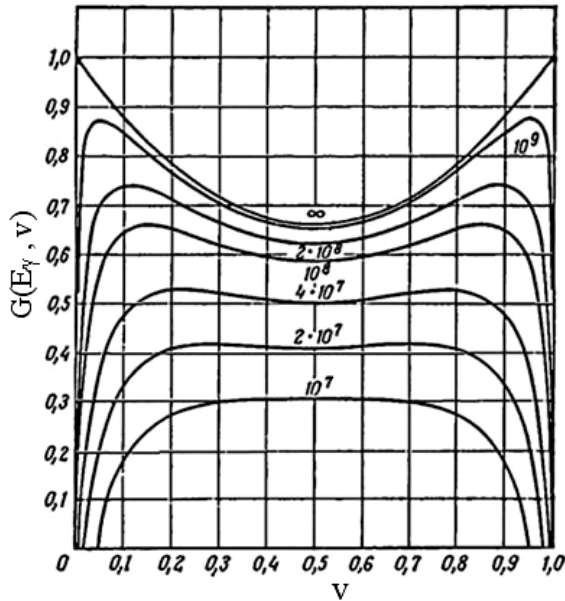


Рис. 11.14. Функция $G(E_\gamma; \nu)$ для свинца. Цифры у кривых – энергии фотонов в эВ

Зависимость функции $G(E_\gamma; \nu)$ от энергии позитронов для различных энергий E_γ показана на рис. 11.14. Как следует из рисунка, энергетические распределения рождающихся электронов и позитронов одинаковы.

При больших энергиях (E_+ , $E_- \gg m_e c^2$) электроны и позитроны вылетают преимущественно в направлении движения фотона в пределах узкого конуса с углом раствора порядка $m_e c^2 / E_\gamma$. Углы вылета электрона и позитрона (ϑ_- и ϑ_+) относительно направления первичного фотона можно выразить через их угол разлета θ

$$\vartheta_+ = \theta \cdot (T_+ + m_e c^2) / E_\gamma; \quad \vartheta_- = \theta \cdot (T_- + m_e c^2) / E_\gamma. \quad (11.70)$$

Угол разлета компонент пары можно найти из распределения Борселино [14]

$$f(x) = x / (1 + x^2)^2, \quad (11.71)$$

где $x = \theta \cdot E_+ E_- / m_e c^2 E_\gamma$.

Интегрируя (11.67) по кинетической энергии позитронов, можно получить полное макроскопическое сечение образования пар $\Sigma_{\text{п}}(E_\gamma)$. В области энергий $2m_e c^2 < E_\gamma < 137m_e c^2 Z^{-1/3}$ теория Бете-Гайтлера дает следующее выражение для сечения

$$\Sigma_{\text{п}}(E_\gamma) = \frac{4N_A r_e^2}{137A} Z(Z+1) \left(\frac{7}{9} \ln \left(\frac{2E_\gamma}{m_e c^2} \right) - \frac{109}{54} \right) \text{ (см}^2/\text{г)}. \quad (11.72)$$

Для энергий фотонов $E_\gamma \gg 137m_e c^2 Z^{-1/3}$ сечение имеет вид

$$\Sigma_{\text{п}}(E_{\gamma}) = \frac{4N_A r_e^2}{137A} Z(Z+1) \left(\frac{7}{9} \ln(183Z^{-1/3}) - \frac{1}{54} \right) \text{ (см}^2/\text{г)}. \quad (11.73)$$

На рис. 11.15 в соответствии с работами [20, 21] приведена зависимость сечения образования пар от энергии фотона для двух веществ. С увеличением энергии фотона, начиная с пороговой энергии, сечение монотонно возрастает. При увеличении E_{γ} до энергий несколько десятков МэВ сечение растет почти линейно, но при дальнейшем возрастании энергии фотона оно увеличивается более медленно.

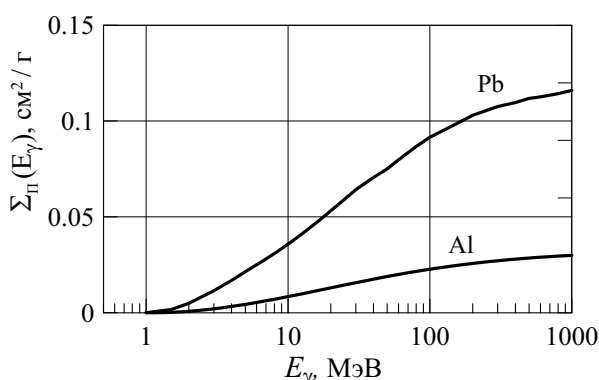


Рис. 11.15. Зависимость сечения образования пар от энергии фотона

Процесс образования пар является основным процессом взаимодействия фотонов с веществом при больших энергиях, например, в алюминии при $E_{\gamma} > 15$ МэВ, а в свинце при $E_{\gamma} > 5$ МэВ.

11.7. Рассеяние фотонов на ядрах

Для энергий фотонов менее 10 МэВ их длина волны больше размеров ядер, например, длина волны фотона с энергией 3 МэВ в 50 раз превышает размер ядра свинца. Такие фотоны взаимодействуют с полным зарядом ядра, испытывая *ядерное томсоновское рассеяние*, эффективные сечения которого имеют вид, аналогичный классическим формулам Томсона (11.15) для рассеяния на свободном электроны

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{т.я}} = \frac{r_e^2}{2} Z^4 \left(\frac{m_e}{M} \right)^2 (1 + \cos^2 \vartheta); \quad \sigma_{\text{т.я}} = \frac{8}{3} \pi r_e^2 Z^4 \left(\frac{m_e}{M} \right)^2, \quad (11.74)$$

где Z – заряд ядра, M – его масса. Как следует из этих выражений, ядерное томсоновское рассеяние пропорционально Z^4 и не зависит от энергии фотона.

Для практических расчетов выражение для полного сечения удобно записать в виде [14]:

$$\sigma_{\text{т.я}} = \frac{8}{3} \pi r_e^2 \left(\frac{m_e}{m_p} \right)^2 \frac{Z^4}{A^2} = 2 \cdot 10^{-31} \frac{Z^4}{A^2} \text{ (см}^2\text{)}, \quad (11.75)$$

где m_p – масса протона, A – массовое число ядра. Полное сечение рассеяния фотонов на ядрах в миллионы раз меньше соответствующего сечения рассеяния на электронах.

11.8. Фотоядерные реакции

Фотоядерная реакция (фотоядерный эффект, ядерное фоторасщепление)

— это ядерная реакция, в результате которой первичный фотон поглощается ядром, а снятие возбужденного состояния ядра происходит с испусканием нейтронов или заряженных частиц.

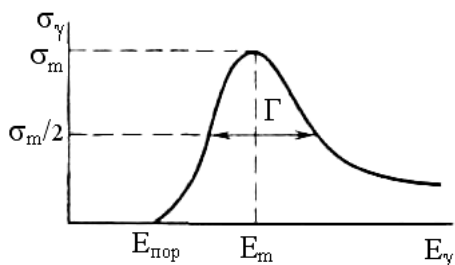


Рис. 11.16. Форма гигантского резонанса

возможно образование (фоторождение) π -мезонов.

Все фотоядерные реакции являются эндонергетическими (пороговыми), а величина пороговой энергии фотона равна энергии связи частиц, которые испускаются при поглощении фотона ядром. Для большинства ядер пороговые энергии реакций (γ, n) , $(\gamma, 2n)$, (γ, p) , (γ, pr) заключены в пределах (6–14) МэВ.

Особенностью зависимости сечения фотоядерной реакции σ_γ от энергии фотона является наличие большого максимума с шириной Γ

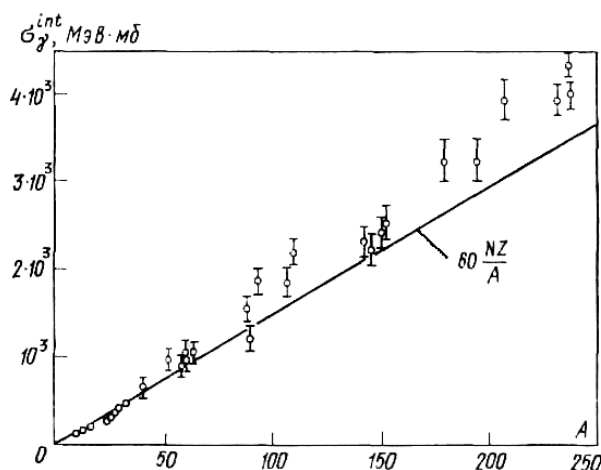


Рис. 11.18. Зависимость интегрального сечения фотоядерной реакции от массового числа [4]. Точки — экспериментальные данные

Типичными фотоядерными реакциями являются реакции: (γ, n) , $(\gamma, 2n)$, (γ, p) , (γ, pr) . Менее вероятны и протекают при больших энергиях фотонов реакции с вылетом сложных частиц — дейтронов (γ, d) , α -частиц (γ, α) , а также процессы $(\gamma, 3n)$, $(\gamma, 4n)$. В делящихся ядрах может протекать реакция фотоделения (γ, f) . При взаимодействии фотонов очень больших энергий (более 100 МэВ) с нуклонами ядер

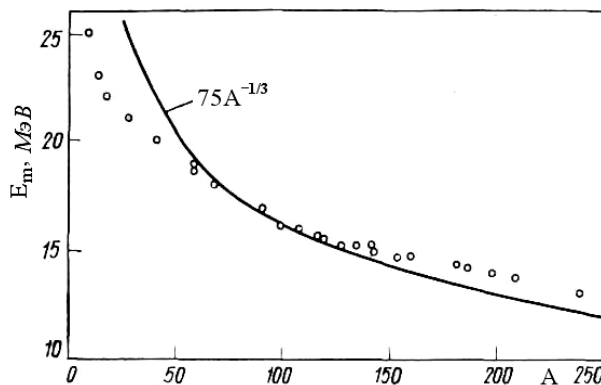


Рис. 11.17. Зависимость положения максимума гигантского резонанса от массового числа [4]. Точки — экспериментальные данные

не менее нескольких МэВ, который в этой связи называют **гигантским резонансом**. На рис. 11.16 показано поведение сечения фотоядерной реакции в области гигантского резонанса. Такую форму сечение фотоядерной реакции имеет для всех ядер, что отличает его от сечения ядерных реакций с нуклонами (особенно с нейтронами), зависимость которых от энергии частиц является более нерегулярной (см., например, рис. 9.1) и может сильно меняться при переходе от одного ядра к другому.

Сечения фоторасщепления могут быть охарактеризованы тремя параметрами (рис. 11.16): положением основного максимума E_m , полушириной Γ и интегральным сечением [4]

$$\sigma_{\gamma}^{\text{int}} = \int \sigma_{\gamma}(E_{\gamma}) dE_{\gamma}.$$

Величина энергии максимума гигантского резонанса E_m уменьшается по мере увеличения атомного веса ядра примерно от 25 МэВ в легких ядрах до 13 МэВ в тяжелых. Экспериментальная зависимость E_m от A показана на рис. 11.17.

Интегральное сечение гигантского резонанса увеличивается с ростом атомного веса (рис. 11.18) и, как видно из рисунка, зависимость $\sigma_{\gamma}^{\text{int}}$ от A приблизительно линейная. Ширина Γ гигантского резонанса не имеет какой-либо систематической зависимости от A и для большинства ядер меняется в пределах (4—10) МэВ (для ядер с $A < 10$ достигает 20 МэВ).

В области энергий, соответствующих гигантскому резонансу, ядро, поглотившее фотон, обычно испускает один или два нуклона (один или два нейтрона, протон, протон и нейтрон).

Следовательно, полное сечение реакции σ_{γ} может быть представлено в виде суммы сечений основных парциальных реакций

$$\sigma_{\gamma} = \sigma(\gamma, n) + \sigma(\gamma, 2n) + \sigma(\gamma, p) + \sigma(\gamma, np).$$

Парциальные сечения также имеют форму гигантских резонансов (рис. 11.19), максимумы которых, хотя и располагаются примерно в той же энергетической области, что и максимум в полном сечении, однако, за исключением реакции (γ, n) , могут и не совпадать с ним.

Поглощение фотона ядром происходит за счет электромагнитного взаимодействия, которое хорошо изучено теоретически, и эта часть процесса может быть точно рассчитана. Однако, поглотив фотон, нуклон приобретает импульс и энергию, которые он начинает

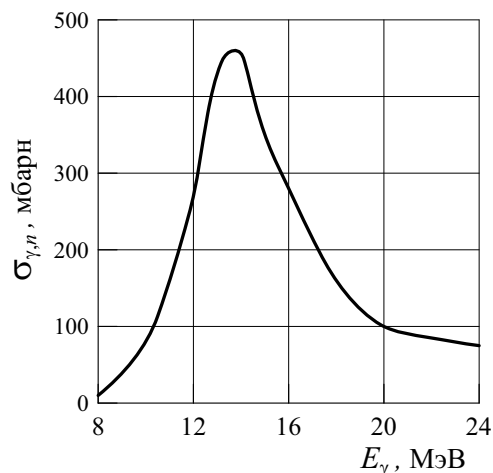


Рис. 11.19. Сечение фотоядерной реакции $^{197}\text{Au}(\gamma, n)^{196}\text{Au}$

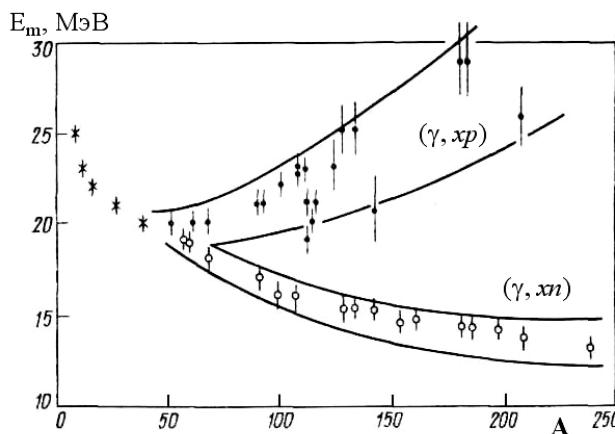


Рис. 11.20. Положение максимумов сечений фотопротонной (темные точки) и фотонейтронной (светлые) реакций в зависимости от A . При $A < 50$ максимумы сечений совпадают [4]

передавать другим нуклонам, в результате чего ядро перестраивается. Эта часть процесса происходит под действием ядерных сил и более трудна для теоретического расчета [19].

В легких ядрах ($A < 40$) энергии максимумов реакций с образованием нейтронов (фотонейтронные реакции $(\gamma, n) + (\gamma, 2n) = (\gamma, xn)$) и протонов (фотопротонные реакции $(\gamma, p) + (\gamma, np) = (\gamma, xp)$) так же, как их интегральные величины, приблизительно одни и те же. По мере перехода в область тяжелых ядер максимум сечения фотонейтронных реакций смещается в область более низких энергий по сравнению с максимумом фотопротонных реакций (рис. 11.20). Кроме того, интегральное сечение фотонейтронных реакций с ростом A увеличивается, а фотопротонных, наоборот, уменьшается. Сечение поглощения фотонов тяжелыми ядрами практически совпадает с сечением фотонейтронных реакций.

Примеры энергетических спектров образующихся в результате фотоядерных реакций протонов и нейтронов приведены на рис. 11.21.

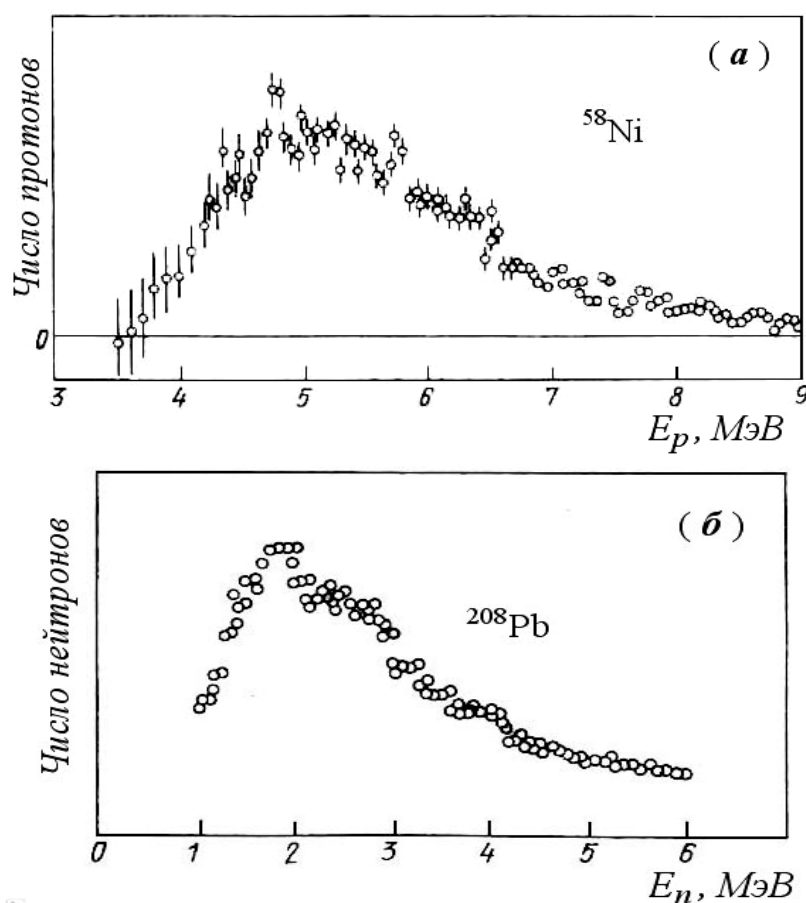


Рис. 11.21. Энергетические спектры фотопротонов (а) и фотонейтронов (б) [4]

В области энергий фотонов не более нескольких десятков МэВ основной вклад в выход фотонейтронов дает фотоядерная реакция (γ, n) . Выход нейтронов за счет других реакций (например, $(\gamma, 2n)$, (γ, np) , $(\gamma, 3n)$) менее вероятен, так как для этого необходимы энергии выше двух-трех энергий связи нейтронов. Для

легких и средних ядер выходом нейтронов за счет таких реакций можно пренебречь, однако для тяжелых ядер, в которых энергия связи на нуклон меньше, вклад в выход нейтронов в основном от $(\gamma, 2n)$ -реакции может достигать 30%.

Пороговая энергия фотона в реакции (γ, n) соответствует энергии связи нейтрона в ядре, которая для большинства ядер равна (6 – 8) МэВ. Исключение составляют 2D и 9Be , для которых пороговые энергии в реакции (γ, n) невелики (соответственно 2,23 МэВ и 1,66 МэВ). Сечение реакции (γ, n) с увеличением энергии фотона быстро возрастает, достигая максимума у легких ядер в области энергий ~ 22 МэВ, у тяжелых в области ~ 13 МэВ, а затем резко падает. Зависимость сечения этой реакции в золоте показана на рис. 11.19.

Таблица 11.2

Данные о фотонейтронных реакциях [22]

Элемент	$E_{\text{пор}}$, МэВ	E_m , МэВ	$\sigma_{\gamma, n}^{\text{макс}}$, мбарн
2D	2,226	4,5	2,4
4He	20,60	25,7	1,2
9Be	1,666	22,2	2,5
7Li	7,30	14,5	0,9
${}^{12}C$	18,71	22,9	8,3
${}^{14}N$	10,60	24,2	14,5
${}^{16}O$	15,67	24,2	10,4
${}^{19}F$	10,40	24,0	10,0
${}^{23}Na$	12,42	24,0	11,5
${}^{27}Al$	13,06	20,2	14,0
${}^{28}Si$	17,18	21,5	13,5
${}^{31}P$	12,30	22,4	16,6
${}^{40}Ca$	15,64	19,3	15,0
${}^{40}Ar$	9,90	17,0	33,0
${}^{56}Fe$	11,20	18,0	75,0
${}^{60}Ni$	11,40	16,4	70,0
${}^{63}Cu$	10,90	16,7	66,0
${}^{65}Cu$	9,90	16,7	75,0
${}^{64}Zn$	11,90	16,2	67,0
${}^{72}Ge$	10,70	16,7	107
${}^{107}Ag$	9,53	15,9	150
${}^{139}La$	8,78	15,2	336
${}^{181}Ta$	7,64	12,5	380
${}^{186}W$	7,28	12,6	400
${}^{197}Au$	8,06	13,8	460
${}^{208}Pb$	7,40	13,4	640
${}^{209}Bi$	7,50	13,5	640
${}^{238}U$	6,20	14,0	980

Выход фотонейтронов растет с увеличением Z и составляет для бериллия $3 \cdot 10^{-4}$, а для вольфрама – $2 \cdot 10^{-2}$ нейтронов на один фотон. Наибольший выход фотонейтронов в реакции (γ, n) имеет место в диапазоне энергий $10 \div 25$ МэВ.

Связь между энергией фотона E_γ и энергией фотонейтрона E_n для реакции (γ, n) можно получить из законов сохранения энергии и импульса:

$$\left. \begin{aligned} E_\gamma &= E_n + E_A + Q_{\text{пор}} \\ \vec{p}_\gamma &= \vec{p}_n + \vec{p}_A \end{aligned} \right\}, \quad (11.76)$$

где E_n и p_n – энергия и импульс нейтрона, E_A , и p_A – энергия и импульс конечного ядра. Исключив из уравнений (11.76) $E_A = p_A^2/2M$, где M – масса конечного ядра, получаем

$$E_n = \frac{M}{M + m_n} \left(E_\gamma - Q_{\text{пор}} - \frac{E_\gamma^2}{2M c^2} \right) + \frac{E_\gamma}{(M + m_n) c^2} \sqrt{2m_n c^2 E_n} \cdot \cos \vartheta, \quad (11.77)$$

где m_n – масса нейтрона, ϑ – угол вылета фотонейтрона. Как видно из полученного выражения, в первом приближении энергия фотонейтронов определяется первым членом

$$E_n \approx \frac{M}{M + m_n} \left(E_\gamma - Q_{\text{пор}} - \frac{E_\gamma^2}{2M c^2} \right). \quad (11.78)$$

Второй член в (11.77) определяет угловую зависимость фотонейтронов. Учитывая, что кинетическая энергия остаточного ядра мала при вычислениях по формуле (11.77), можно положить во втором члене $E_n \approx E_\gamma - Q_{\text{пор}}$.

В табл. 11.2 приведены данные по фотонейтронным реакциям для некоторых элементов. Здесь указаны пороговые энергии реакций $E_{\text{пор}}$, максимальные значения микроскопических сечений реакции $\sigma_{\gamma, n}^{\text{макс}}$ и энергии фотонов, при которых сечение фотонейтронной реакции имеет максимум E_m . Обширную информацию о различных фотоядерных реакциях на большом числе атомных ядер можно найти в Интернет-ресурсах, ссылки на которые имеются на сайте центра данных фотоядерных экспериментов (ЦДФЭ) НИИ ЯФ МГУ (режим доступа: <http://cdfе.sinp.msu.ru/>).

Сечение поглощения фотонов ядрами невелико (единицы, десятки мбарн) и составляет малую часть полного сечения взаимодействия фотонов с атомами вещества, поэтому данный процесс взаимодействия фотонов слабо влияет на ослабление их потока в веществе. Эти реакции важны лишь для целей защиты от излучений, как процессы, связанные с образованием вторичного сильно проникающего нейтронного излучения и наведенной активности.

11.9. Резонансное поглощение фотонов. Эффект Мессбауэра

Эффект Мессбауэра (ядерный гамма-резонанс) – это испускание или поглощение гамма-квантов атомными ядрами без потерь энергии на отдачу. При прохождении фотонов через вещество наряду с различными процессами взаимодействия возможно *резонансное поглощение фотонов* ядрами, в резуль-

тате которого фотон поглощается ядром и переводит его в одно из возбужденных состояний. Необходимое условие такого поглощения состоит в том, чтобы энергия фотона точно равнялась энергии квантового перехода, т. е. разности энергий ядра в основном и возбужденном состояниях.

На первый взгляд это условие легко выполнить, если в качестве источника фотонов использовать гамма-излучение ядер, одинаковых с поглощающими ядрами (рис. 11.22а). Однако и при испускании гамма-квантов, и при их поглощении часть энергии остается у ядра в виде энергии отдачи и условие резонансного поглощения не выполняется. Например, в соответствии с законом сохранения импульса для ядер с одинаковым массовым числом $A = 100$ и с энергией возбужденного состояния (E_r) порядка 100 кэВ энергия отдачи (R) равна:

$$p_{\text{отд}} = p_\gamma = E_\gamma/c = E_r/c; \quad R \approx \frac{p_{\text{отд}}^2}{2m_A} = \frac{E_r^2}{2m_A c^2} \approx 5 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}.$$

Таким образом, линия испускания и линия поглощения для одного и того же состояния ядра сдвинуты относительно друг друга на величину $2R$.

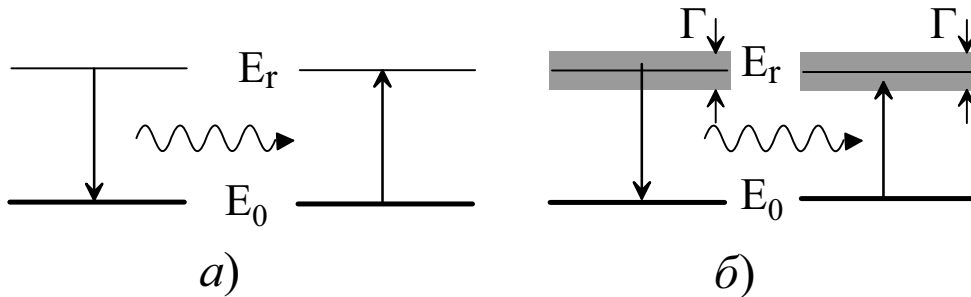


Рис. 11.22. Схема резонансного поглощения гамма-квантов

Как известно, все энергетические состояния ядра, кроме основного, имеют конечное время существования (τ) и согласно соотношению неопределенностей энергия каждого возбужденного уровня не является определенной, а имеет некоторую ширину (*естественную ширину линии*) $\Gamma = \hbar/\tau$. Неопределенность в энергии возбужденного состояния приводит к немонахроматичности гамма-излучения, испускаемого при переходе ядра из возбужденного состояния в основное. Следовательно, гамма-кванты испускаются и поглощаются с энергией в диапазоне $E_r \pm \Gamma/2$ (рис. 11.22б) и их резонансное поглощение возможно, если $2R < \Gamma$. Зависимость вероятности возбуждения уровня от энергии вблизи E_r описывается формулой Брейта-Вигнера и Γ это полуширина этой функции.

Найдем в качестве примера естественную ширину уровня ядра $^{191}_{77}\text{Ir}$, находящегося в возбужденном состоянии с $E_r = 129$ кэВ. С периодом полураспада $T_{1/2} \approx 10^{-10}$ с оно переходит в основное состояние, испуская гамма-квант. Имеем

$$\Gamma \approx \frac{1,0546 \cdot 10^{-34}}{10^{-10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 6 \cdot 10^{-6} \text{ эВ},$$

следовательно естественная ширина линии много меньше, чем энергия отдачи. В данном случае энергии испущенных гамма-квантов не хватает для их резо-

нансного поглощения невозбужденными ядрами (рис. 11.23а). Необходимо использовать состояния с гораздо меньшей энергией уровня (меньшей R) или с большей шириной энергетического уровня (это означает, что время существования таких состояний должно быть очень малым).

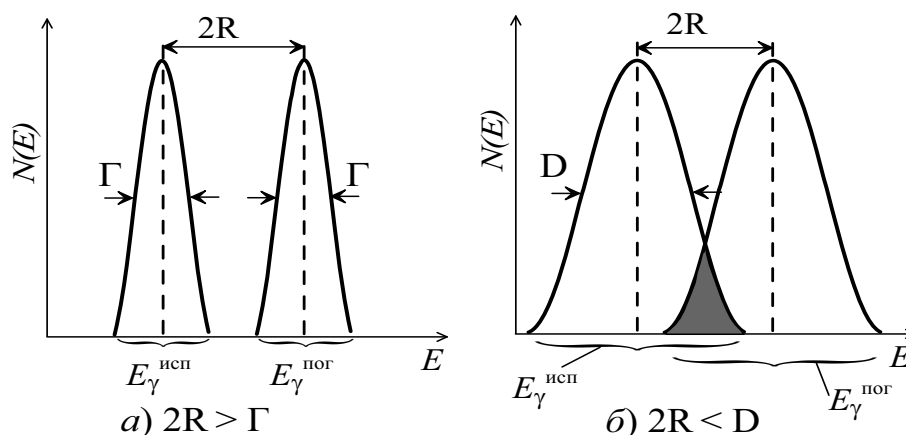


Рис. 11.23. Схема резонансного поглощения гамма-квантов с учетом эффекта Доплера

На самом деле реальная ширина линий испускания и поглощения много больше Γ за счет доплеровского уширения вследствие теплового движения атомов. Если скорости отдельных излучателей изотропны по направлениям и соответствуют распределению Максвелла, то полуширина доплеровского распределения (D) примерно равна [17]

$$D \approx 2\sqrt{kT^\circ \cdot R}, \quad (11.79)$$

где T° – абсолютная температура в кельвинах (К), а $k = 1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана. При комнатной температуре $T^\circ \approx 300^\circ$ К, $kT^\circ \approx 0,025$ эВ и $D \approx 0,07$ эВ. Таким образом, при комнатной температуре доплеровское уширение линий испускания и поглощения сравнимо по величине с энергией отдачи, и резонансный процесс поглощения гамма-квантов становится возможным (рис. 11.23б). Для увеличения резонансного поглощения за счет эффекта Доплера используют перемещение источника гамма-квантов или нагревание источника и поглотителя. Недостатком такого способа компенсации потерь энергии на отдачу является то, что спектры испускания и поглощения имеют большую ширину и лишь малая часть гамма-квантов попадает в область перекрытия и способна к резонансному поглощению.

В 1958 г. немецкий физик Рудольф Мессбауэр экспериментально обнаружил, что для твердых тел, входящих в состав кристаллической решетки, возможно испускание и поглощение гамма-квантов без потерь энергии на отдачу (в 1961 г. Р. Мессбауэр получил за это открытие Нобелевскую премию по физике). Это обусловлено тем, что благодаря сильной связи атомов в кристаллической решетке энергия отдачи передается всей решетке (всему кристаллу), массу которого можно считать бесконечно большой по сравнению с массой отдельного атома. Вследствие этого энергия отдачи становится пренебрежимо малой. Например, для кристалла, состоящего из примерно 10^8 атомов с массовыми числами

ми $A = 100$ и энергией возбуждения около 100 кэВ энергия отдачи равна примерно $5 \cdot 10^{-10}$ эВ, что много меньше естественной ширины Γ . В результате исчезает сдвиг между линиями испускания и поглощения. Одновременно для такого способа испускания и поглощения гамма-квантов практически исчезает доплеровское уширение линий.

Следует учесть, что в кристалле энергия отдачи может превращаться в энергию колебаний кристаллической решетки (идет на нагревание решетки), т. е. энергия отдачи расходуется на рождение фононов (**фонон** – квазичастица, квант энергии упругих колебаний в кристалле). Если же энергия отдачи на одно ядро меньше средней энергии фононов, характерной для данного кристалла, то поскольку решетка является квантовой системой и не может возбуждаться произвольным образом, не каждое поглощение гамма-кванта будет сопровождаться рождением фонона. В этом случае внутренняя энергия кристалла не меняется и нет потери энергии на образование фононов. Так как кинетическая энергия, которая передается всему кристаллу очень мала, то процессы испускания и поглощения гамма-квантов в кристалле происходят почти без потерь на отдачу (без передачи энергии кристаллу в виде кинетической энергии и без потерь на рождение фононов) и являются резонансными. Этот эффект и наблюдал впервые Р. Мессбауэр.

Классическая теория, развитая в работе [18], дает следующее значение для вероятности процессов испускания гамма-квантов без возбуждения кристаллической решетки:

$$f = \exp\left(1 - \frac{\bar{x}^2}{\tilde{\lambda}^2}\right) \approx 1 - \frac{\bar{x}^2}{\tilde{\lambda}^2} \approx 1 - \frac{R}{\hbar\omega}, \quad (11.80)$$

где \bar{x}^2 – средний квадрат отклонения колеблющегося атома решетки от положения равновесия (в направлении наблюдения), $\tilde{\lambda}$ – длина волны резонансных гамма-квантов, $\hbar\omega$ – энергия фонона. Как следует из выражения (11.80), вероятность резонансного испускания и поглощения гамма-квантов (эффекта Мессбауэра) тем больше, чем выше средняя энергия фононов, характерная для данного кристалла, и чем меньше амплитуда колебаний атомов решетки (что достигается при низких температурах).

Величину f часто называют коэффициентом Мессбауэра. Для $E_\gamma < 150$ кэВ ее значения могут достигать десятков %. При увеличении энергии перехода растет вероятность возбуждения фононов и вероятность эффекта Мессбауэра быстро убывает. Но если источник и поглотитель гамма-квантов охладить до температур жидкого азота или жидкого гелия, то вероятность резонансного поглощения возрастает. С уменьшением энергии переходов увеличивается температура, при которой наблюдается эффект Мессбауэра, и при энергиях 10 – 20 кэВ этот эффект можно наблюдать при температурах $\sim 1000^\circ\text{C}$.

Существенным свойством резонансного поглощения без отдачи является чрезвычайно малая ширина линии и высокая относительная точность измерений $\Gamma/E_\gamma \sim 10^{-13} - 10^{-16}$. Такая точность измерений не достигается даже у газового лазера, являющегося источником самых узких линий в инфракрасном и видимом диапазонах электромагнитных волн. С помощью эффекта Мессбауэра удается

наблюдать процессы, в которых энергия гамма-квантов на очень малую величину (менее Г) отличается от энергии перехода ядер поглотителя. Перемещая источник гамма-квантов для изменения их энергии за счет эффекта Доплера, удастся измерять очень малые смещения линий испускания и поглощения. Изменение энергии за счет доплеровского изменения частоты находится в пределах

$$\Delta E = \pm E_r \frac{V}{c}, \quad (11.81)$$

где V – скорость движения источника, которая может быть очень маленькой. Например, на рис. 11.24 показана зависимость числа гамма-квантов N , прошедших поглотитель и попавших в детектор, от скорости движения источника (мессбауэровский спектр) для излучателя и поглотителя из $CaSnO_3$

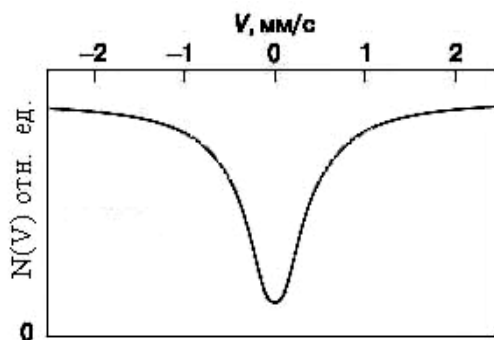


Рис. 11.24. Мессбауэровский спектр

лучателя и поглотителя из $CaSnO_3$ (В. Ф. Мастеров **Мессбауэровская спектроскопия** // СОЖ. – 1988. – № 8. – С. 82–87).

В 1960 г. американские физики Паунд и Ребки с помощью эффекта Мессбауэра экспериментально подтвердили один из основных выводов общей теории относительности А. Эйнштейна о гравитационном смещении частоты электромагнитного излучения в поле тяжести Земли. В этом эксперименте источник был расположен на высоте 22,5 м над поглотителем. Соответствующее изменение гравитационного потенциала должно приводить к относительному изменению энергии гамма-квантов на величину $2,5 \cdot 10^{-15}$. Эксперимент показал, что сдвиг линий испускания и поглощения соответствует предсказаниям теории.

В настоящее время известно более 90 изотопов, на которых наблюдается эффект Мессбауэра. Высокая степень точности этого эффекта позволяет использовать его для обнаружения и изучения весьма тонких эффектов, например, сверхтонкого расщепления ядерных уровней, оценки радиуса ядер в возбужденном состоянии [9]. Изучение смещения линий испускания и поглощения под действием внешних и внутриядерных электрических и магнитных полей позволяет получать с помощью этого эффекта информацию о строении твердых тел. Эффект Мессбауэра находит также применение в биологии – для исследования электронной структуры молекул, в геологической разведке – для экспресс-анализа руд, в химическом анализе (см., например, [16]; Р. Л. Мессбауэр **Резонансное ядерное поглощение гамма-квантов в твердых телах без отдачи** // УФН. – 1960. – Т. 72. – С. 658; В. И. Гольданский **Эффект Мессбауэра и его применение в химии**. М.: Изд-во АН СССР, 1963; Г. Вертхейм **Эффект Мессбауэра**. М.: Мир, 1966).

11.10. Полное сечение взаимодействия фотонов

Полное (интегральное) сечение взаимодействия фотонов равно сумме отдельных (парциальных) сечений взаимодействия, т.е.

$$\Sigma(E_\gamma) = \Sigma_\Phi(E_\gamma) + \Sigma_K(E_\gamma) + \Sigma_\Pi(E_\gamma) + \Sigma_\gamma(E_\gamma) + \dots, \quad (11.82)$$

где Σ_{Φ} , Σ_K , Σ_{Π} , Σ_{γ} – соответственно макроскопические линейные (1/см) сечения фотоэффекта, комптоновского рассеяния, образования пар и фотоядерной реакции. Полное сечение характеризует суммарную вероятность взаимодействия фотонов с веществом, приводящего как к поглощению, так и к рассеянию фотонов. Первые 3 члена в (11.82) практически полностью определяют величину полного сечения Σ (или микроскопического сечения σ).

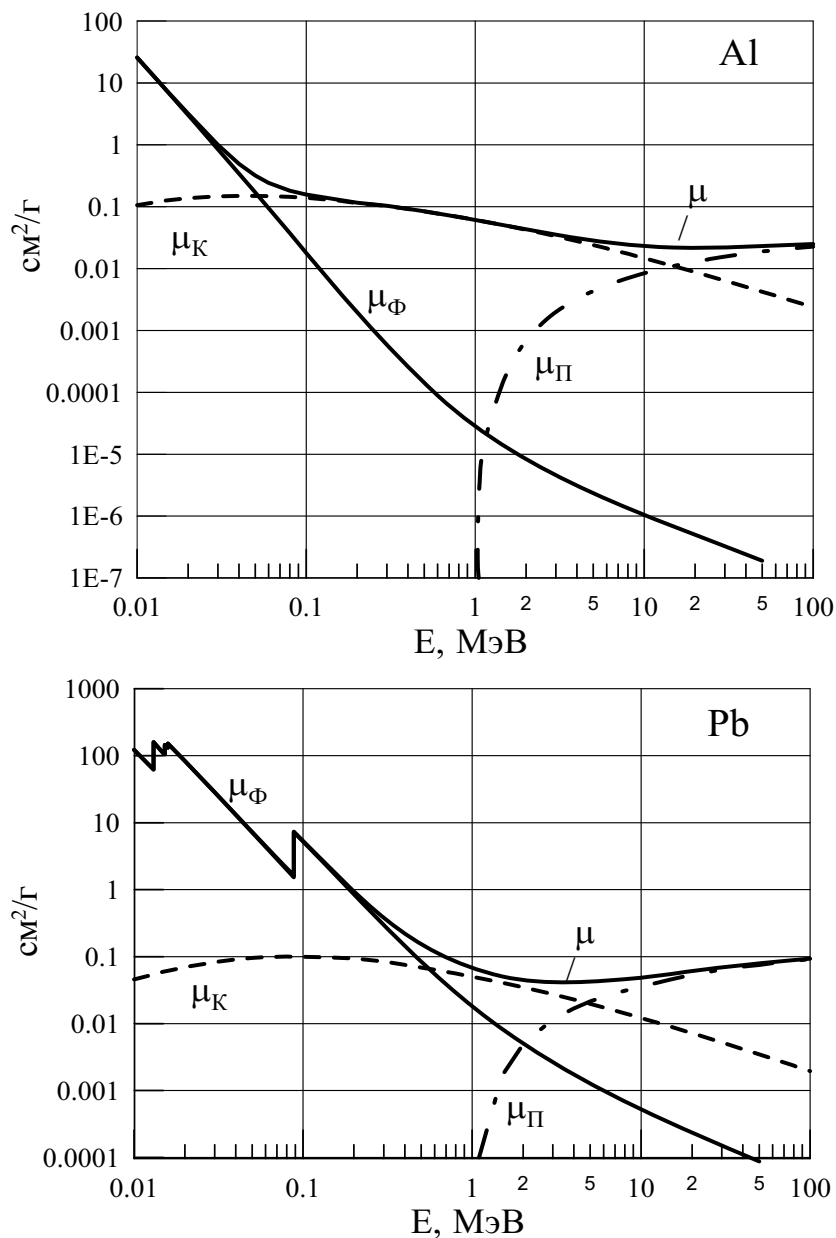


Рис. 11.25. Массовые коэффициенты ослабления фотонов

Кроме линейных макроскопических сечений, часто используют массовые макроскопические сечения (см²/г), которые были обозначены буквой μ (см. раздел 3.6). Полные макроскопические сечения взаимодействия фотонов часто называют *коэффициентами ослабления* (линейными или массовыми). Для веществ со сложным составом массовый коэффициент ослабления определяется следующим образом:

$$\mu = \sum_i w_i \mu_i,$$

где w_i – массовая (весовая) доля i -го элемента в веществе, а μ_i – его коэффициент ослабления.

На рис. 11.25 приведены массовые сечения взаимодействия фотонов для алюминия и свинца. Для каждого вещества можно выделить энергетические интервалы, в которых преобладает тот или иной эффект взаимодействия. На рис. 11.26 показана зависимость полного сечения от энергии фотона, где вертикальными линиями отмечены области энергий фотонов с преобладанием соответствующего эффекта взаимодействия (Φ – фотоэффекта, К – эффекта Комптона, П – эффекта образования пар). Характерной особенностью полного сечения взаимодействия фотонов для всех веществ является наличие минимума в той области энергий фотонов, где преобладает эффект Комптона. Причина данного минимума заключается в убывании сечений фотоэффекта и комптоновского рассеяния и увеличении сечения образования пар с ростом энергии фотонов. Энергия E_{\min} , при которой сечение имеет минимум, зависит от атомного номера вещества и уменьшается с увеличением Z . Например, для азота $E_{\min} = 45$ МэВ, для алюминия $E_{\min} = 21$ МэВ, для железа $E_{\min} = 8$ МэВ, для свинца $E_{\min} = 3,4$ МэВ.

Для расчета поглощенной дозы от фотонного излучения используются полные **коэффициенты поглощения энергии фотонов** (линейные и массовые). Полный коэффициент поглощения энергии равен доли энергии фотона, которая преобразуется в результате взаимодействий на единице пути в кинетическую энергию заряженных частиц. Будем обозначать линейный коэффициент поглощения энергии – $\Sigma_{\text{пог}}$ (1/см), массовый – $\mu_{\text{пог}}$ (см²/г).

Значения различных коэффициентов взаимодействия фотонов рассчитаны и имеются в литературе, например, [10, 14, 15, 20, 21]. В табл. 11.3 для некоторых элементов и сложных веществ приведены массовые коэффициенты ослабления и поглощения энергии в диапазоне энергий фотонов $0,01 \text{ МэВ} \geq E_\gamma \leq 100 \text{ МэВ}$, которые соответствуют работе [20]. Значения сечений для сложных веществ рассчитывались в соответствии с формулой (11.82). Если в рассматриваемый диапазон энергий для данного элемента (вещества) попадают энергии связи соответствующих электронных оболочек, то для этих энергий приводятся минимальное и максимальное значения сечений, обусловленных скачком фотопоглощения на этой оболочке для соответствующего элемента.

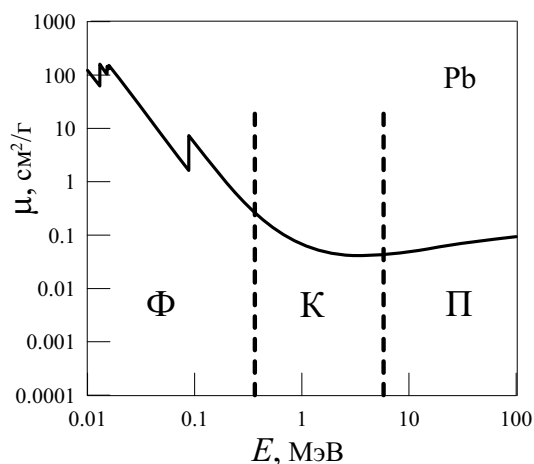


Рис. 11.26. Зависимость полного сечения от энергии фотонов

Таблица 11.3

Массовый коэффициент ослабления (μ) и массовый коэффициент поглощения энергии

($\mu_{\text{пог}}$) фотонов. Примечание: $1,0-02 = 1,0 \cdot 10^{-2}$

Углерод, 2,265 г/см ³			Алюминий, 2,70 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г	Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г
1,0-02	2,11+00	1,98+00	1,0-02	2,58+01	2,55+01
1,5-02	6,84-01	5,37-01	1,5-02	7,47+00	7,32+00
2,0-02	3,68-01	2,13-01	2,0-02	3,20+00	3,06+00
3,0-02	2,21-01	6,37-02	3,0-02	1,00-00	8,57-01
4,0-02	1,87-01	3,24-02	4,0-02	4,93-01	5,76-01
5,0-02	1,73-01	2,32-02	5,0-02	3,19-01	1,81-01
6,0-02	1,66-01	2,06-02	6,0-02	2,43-01	1,08-01
8,0-02	1,55-01	2,00-02	8,0-02	1,82-01	5,43-02
1,0-01	1,47-01	2,12-02	1,0-01	1,57-01	3,77-02
1,5-01	1,33-01	2,44-02	1,5-01	1,32-01	2,77-02
2,0-01	1,19-01	2,64-02	2,0-01	1,16-01	2,72-02
3,0-01	1,06-01	2,87-02	3,0-01	1,03-01	2,81-02
4,0-01	9,51-02	2,95-02	4,0-01	9,20-02	2,86-02
5,0-01	8,69-02	2,97-02	5,0-01	8,39-02	2,90-02
6,0-01	8,03-02	2,94-02	6,0-01	7,76-02	2,84-02
8,0-01	7,06-02	2,88-02	8,0-01	6,81-02	2,77-02
1,0+00	6,34-02	2,79-02	1,0+00	6,12-02	2,68-02
1,5+00	5,16-02	2,55-02	1,5+00	4,99-02	2,43-02
2,0+00	4,43-02	2,34-02	2,0+00	4,31-02	2,26-02
3,0+00	3,55-02	2,04-02	3,0+00	3,53-02	2,03-02
4,0+00	3,04-02	1,85-02	4,0+00	3,10-02	1,88-02
5,0+00	2,71-02	1,72-02	5,0+00	2,84-02	1,80-02
6,0+00	2,47-02	1,87-02	6,0+00	2,66-02	1,75-02
8,0+00	2,15-02	1,48-02	8,0+00	2,44-02	1,70-02
1,0+01	1,96-02	1,40-02	1,0+01	2,32-02	1,68-02
1,5+01	1,70-02	1,28-02	1,5+01	2,19-02	1,68-02
2,0+01	1,58-02	1,22-02	2,0+01	2,17-02	1,67-02
3,0+01	1,48-02	1,17-02	3,0+01	2,20-02	1,68-02
4,0+01	1,44-02	1,15-02	4,0+01	2,25-02	1,69-02
5,0+01	1,43-02	1,14-02	5,0+01	2,30-02	1,67-02
6,0+01	1,43-02	1,12-02	6,0+01	2,36-02	1,65-02
8,0+01	1,43-02	1,11-02	8,0+01	2,44-02	1,63-02
1,0+02	1,45-02	1,09-02	1,0+02	2,50-02	1,59-02

Продолжение табл. 11.3

Титан, 4,54 г/см ³			Железо, 7,87 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г	Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г
1,0-02	1,09+02	9,94+01	1,0-02	1,69+02	1,38+02
1,5-02	3,50+01	3,28+01	1,5-02	5,61+01	4,92+01
2,0-02	1,53+01	1,46+01	2,0-02	2,50+01	2,27+01
3,0-02	4,69+00	4,43+00	3,0-02	7,80+00	7,22+00
4,0-02	2,06+00	1,90+00	4,0-02	3,41+00	3,14+00
5,0-02	1,10+00	9,63-01	5,0-02	1,81+00	1,62+00
6,0-02	6,91-01	5,59-01	6,0-02	1,10+00	9,53-01
8,0-02	3,61-01	2,40-01	8,0-02	5,37-01	4,09-01
1,0-01	2,42-01	1,30-01	1,0-01	3,31-01	2,17-01
1,5-01	1,51-01	5,28-02	1,5-01	1,78-01	7,88-02
2,0-01	1,22-01	3,67-02	2,0-01	1,34-01	4,79-02
3,0-01	1,02-01	3,01-02	3,0-01	1,06-01	3,36-02
4,0-01	8,93-02	2,87-02	4,0-01	9,20-02	3,03-02
5,0-01	8,09-02	2,81-02	5,0-01	8,28-02	2,92-02
6,0-01	7,45-02	2,77-02	6,0-01	7,60-02	2,85-02
8,0-01	6,52-02	2,66-02	8,0-01	6,64-02	2,72-02
1,0+00	5,85-02	2,55-02	1,0+00	5,95-02	2,60-02
1,5+00	4,78-02	2,33-02	1,5+00	4,86-02	2,38-02
2,0+00	4,16-02	2,18-02	2,0+00	4,24-02	2,21-02
3,0+00	3,50-02	2,00-02	3,0+00	3,61-02	2,05-02
4,0+00	3,17-02	1,93-02	4,0+00	3,31-02	2,00-02
5,0+00	2,98-02	1,90-02	5,0+00	3,14-02	1,99-02
6,0+00	2,87-02	1,90-02	6,0+00	3,05-02	2,01-02
8,0+00	2,76-02	1,93-02	8,0+00	2,98-02	2,07-02
1,0+01	2,72-02	1,98-02	1,0+01	2,98-02	2,14-02
1,5+01	2,75-02	2,06-02	1,5+01	3,08-02	2,27-02
2,0+01	2,84-02	2,11-02	2,0+01	3,22-02	2,33-02
3,0+01	3,01-02	2,15-02	3,0+01	3,46-02	2,38-02
4,0+01	3,17-02	2,16-02	4,0+01	3,67-02	2,39-02
5,0+01	3,30-02	2,13-02	5,0+01	3,83-02	2,34-02
6,0+01	3,41-02	2,10-02	6,0+01	3,97-02	2,30-02
8,0+01	3,58-02	2,05-02	8,0+01	4,17-02	2,27-02
1,0+02	3,70-02	1,96-02	1,0+02	4,32-02	2,18-02

Продолжение табл. 11.3

Медь, 8,96 г/см ³			Молибден, 10,22 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г	Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г
1,0-02	2,14+02	1,52+02	1,0-02	8,23+01	8,16+01
1,5-02	7,31+01	5,90+01	1,5-02	2,66+01	2,64+01
2,0-02	3,31+01	2,83+01	2,001-02	1,21+01	1,19+01
3,0-02	1,05+01	9,35+00	(К)	8,11+01	3,43+01
4,0-02	4,61+00	4,17+00	3,0-02	2,74+01	1,68+01
5,0-02	2,45+00	2,19+00	4,0-02	1,26+01	8,85+00
6,0-02	1,48+00	1,29+00	5,0-02	6,71+00	5,09+00
8,0-02	6,91-01	5,57-01	6,0-02	4,06+00	3,20+00
1,0-01	4,11-01	2,94-01	8,0-02	1,83+00	1,48+00
1,5-01	2,00-01	1,02-01	1,0-01	1,01+00	8,10-01
2,0-01	1,43-01	5,76-02	1,5-01	3,83-01	2,71-01
3,0-01	1,08-01	3,61-02	2,0-01	2,21-01	1,33-01
4,0-01	9,17-02	3,12-02	3,0-01	1,31-01	5,97-02
5,0-01	8,20-02	2,96-02	4,0-01	1,01-01	4,14-02
6,0-01	7,51-02	2,84-02	5,0-01	8,58-02	3,46-02
8,0-01	6,53-02	2,69-02	6,0-01	7,66-02	3,15-02
1,0+00	5,85-02	2,56-02	8,0-01	6,50-02	2,78-02
1,5+00	4,77-02	2,33-02	1,0+00	5,76-02	2,56-02
2,0+00	4,18-02	2,17-02	1,5+00	4,67-02	2,29-02
3,0+00	3,59-02	2,03-02	2,0+00	4,13-02	2,13-02
4,0+00	3,31-02	1,99-02	3,0+00	3,65-02	2,04-02
5,0+00	3,17-02	2,01-02	4,0+00	3,48-02	2,08-02
6,0+00	3,10-02	2,05-02	5,0+00	3,43-02	2,15-02
8,0+00	3,06-02	2,12-02	6,0+00	3,43-02	2,24-02
1,0+01	3,09-02	2,20-02	8,0+00	3,50-02	2,39-02
1,5+01	3,23-02	2,36-02	1,0+01	3,62-02	2,52-02
2,0+01	3,40-02	2,43-02	1,5+01	3,94-02	2,76-02
3,0+01	3,69-02	2,50-02	2,0+01	4,23-02	2,86-02
4,0+01	3,92-02	2,50-02	3,0+01	4,71-02	2,98-02
5,0+01	4,11-02	2,46-02	4,0+01	5,06-02	2,95-02
6,0+01	4,26-02	2,42-02	5,0+01	5,33-02	2,89-02
8,0+01	4,49-02	2,35-02	6,0+01	5,55-02	2,82-02
1,0+02	4,66-02	2,28-02	8,0+01	5,88-02	2,74-02
			1,0+02	6,10-02	2,64-02

Продолжение табл. 11.3

Серебро, 10,5 г/см³			Олово, 7,31 г/см³		
Е, МэВ	μ, см²/Г	$\mu_{\text{пог}}$, см²/Г	Е, МэВ	μ, см²/Г	$\mu_{\text{пог}}$, см²/Г
1,00-02	1,15+02	1,13+02	1,00-02	1,34+02	1,31+02
1,50-02	3,77+01	3,73+01	1,50-02	4,42+01	4,35+01
2,00-02	1,70+01	1,67+01	2,00-02	1,99+01	1,96+01
2,551-02	8,76+00	8,60+00	2,920-02	7,05+00	6,98+00
(К)	5,53+01	2,10+01	(К)	4,33+01	1,56+01
3,00-02	3,60+01	1,70+01	3,00-02	4,01+01	1,51+01
4,00-02	1,67+01	1,01+01	4,00-02	1,89+01	1,00+01
5,00-02	9,11+00	6,14+00	5,00-02	1,03+01	6,40+00
6,00-02	5,52+00	3,99+00	6,00-02	6,31+00	4,27+00
8,00-02	2,51+00	1,93+00	8,00-02	2,87+00	2,13+00
1,00-01	1,37+00	1,07+00	1,00-01	1,57+00	1,20+00
1,50-01	4,98-01	3,67-01	1,50-01	5,61-01	4,18-01
2,00-01	2,71-01	1,77-01	2,00-01	2,99-01	2,02-01
3,00-01	1,48-01	7,48-02	3,00-01	1,56-01	8,32-02
4,00-01	1,08-01	4,86-02	4,00-01	1,11-01	5,18-02
5,00-01	9,01-02	3,88-02	5,00-01	9,04-02	4,03-02
6,00-01	7,92-02	3,40-02	6,00-01	7,87-02	3,47-02
8,00-01	6,63-02	2,91-02	8,00-01	6,52-02	2,91-02
1,00+00	5,83-02	2,64-02	1,00+00	5,70-02	2,60-02
1,50+00	4,70-02	2,31-02	1,50+00	4,59-02	2,26-02
2,00+00	4,17-02	2,15-02	2,00+00	4,07-02	2,10-02
3,00+00	3,73-02	2,08-02	3,00+00	3,66-02	2,04-02
4,00+00	3,59-02	2,15-02	4,00+00	3,54-02	2,12-02
5,00+00	3,56-02	2,23-02	5,00+00	3,53-02	2,21-02
6,00+00	3,58-02	2,33-02	6,00+00	3,56-02	2,31-02
8,00+00	3,70-02	2,49-02	8,00+00	3,69-02	2,49-02
1,00+01	3,84-02	2,66-02	1,00+01	3,85-02	2,64-02
1,50+01	4,22-02	2,93-02	1,50+01	4,25-02	2,92-02
2,00+01	4,57-02	3,03-02	2,00+01	4,61-02	3,04-02
3,00+01	5,11-02	3,15-02	3,00+01	5,18-02	3,16-02
4,00+01	5,50-02	3,12-02	4,00+01	5,59-02	3,12-02
5,00+01	5,81-02	3,05-02	5,00+01	5,90-02	3,06-02
6,00+01	6,06-02	2,98-02	6,00+01	6,16-02	2,97-02
8,00+01	6,42-02	2,90-02	8,00+01	6,53-02	2,88-02
1,00+02	6,66-02	2,78-02	1,00+02	6,78-02	2,76-02

Продолжение табл. 11.3

Лантан, 6,154 г/см ³			Тантал, 16,654 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г	Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г
1,00-02	1,92+02	1,84+02	1,00-02	2,37+02	2,06+02
1,50-02	6,47+01	6,29+01	1,1136-02	1,75+02	1,54+02
2,00-02	2,94+01	2,87+01	(L2)	2,45+02	2,11+02
3,00-02	9,55+00	9,33+00	1,168-02	2,14+02	1,85+02
3,8925-02	4,74+00	4,60+00	(L1)	2,46+02	2,05+02
(K)	2,71+01	9,37+00	1,50-02	1,30+02	1,15+02
4,00-02	2,54+01	9,24+00	2,00-02	6,07+01	5,56+01
5,00-02	1,40+01	6,81+00	3,00-02	2,05+01	1,92+01
6,00-02	8,65+00	4,94+00	4,00-02	9,42+00	8,92+00
8,00-02	4,00+00	2,66+00	5,00-02	5,09+00	4,83+00
1,00-01	2,18+00	1,56+00	6,00-02	3,12+00	2,87+00
1,50-01	7,66-01	5,68-01	6,7416-02	2,29+00	2,15+00
2,00-01	3,91-01	2,77-01	(K)	1,14+01	3,81+00
3,00-01	1,86-01	1,11-01	8,00-02	7,33+00	3,20+00
4,00-01	1,24-01	6,51-02	1,00-01	4,10+00	2,22+00
5,00-01	9,75-02	4,77-02	1,50-01	1,45+00	9,62-01
6,00-01	8,28-02	3,91-02	2,00-01	7,12-01	4,99-01
8,00-01	6,67-02	3,11-02	3,00-01	2,99-01	2,00-01
1,00+00	5,75-02	2,72-02	4,00-01	1,79-01	1,11-01
1,50+00	4,58-02	2,29-02	5,00-01	1,29-01	7,52-02
2,00+00	4,07-02	2,10-02	6,00-01	1,03-01	5,79-02
3,00+00	3,70-02	2,07-02	8,00-01	7,70-02	4,10-02
4,00+00	3,62-02	2,16-02	1,00+00	6,38-02	3,30-02
5,00+00	3,64-02	2,28-02	1,50+00	4,87-02	2,55-02
6,00+00	3,70-02	2,38-02	2,00+00	4,32-02	2,30-02
8,00+00	3,86-02	2,59-02	3,00+00	4,00-02	2,25-02
1,00+01	4,05-02	2,75-02	4,00+00	3,97-02	2,37-02
1,50+01	4,51-02	3,04-02	5,00+00	4,04-02	2,52-02
2,00+01	4,93-02	3,17-02	6,00+00	4,14-02	2,64-02
3,00+01	5,56-02	3,27-02	8,00+00	4,37-02	2,87-02
4,00+01	6,02-02	3,26-02	1,00+01	4,61-02	3,07-02
5,00+01	6,37-02	3,17-02	1,50+01	5,20-02	3,36-02
6,00+01	6,66-02	3,08-02	2,00+01	5,73-02	3,50-02
8,00+01	7,06-02	3,00-02	3,00+01	6,55-02	3,63-02
1,00+02	7,34-02	2,85-02	4,00+01	7,12-02	3,56-02
			5,00+01	7,56-02	3,43-02
			6,00+01	7,91-02	3,36-02
			8,00+01	8,41-02	3,24-02
			1,00+02	8,74-02	3,06-02

Продолжение табл. 11.3

Вольфрам, 19,3 г/см ³			Платина, 21,45 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /г	Е, МэВ	μ , см ² /г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /г
1,00-02	9,02+01	9,01+01	1,00-02	1,06+02	1,06+02
1,0204-02	8,69+01	8,68+01	1,1564-02	7,32+01	7,32+01
(L3)	2,33+02	1,97+02	(L3)	1,93+02	1,57+02
1,1541-02	1,65+02	1,42+02	1,3273-02	1,31+02	1,10+02
(L2)	2,30+02	1,92+02	(L2)	1,83+02	1,46+02
1,2098-02	2,03+02	1,71+02	1,3880-02	1,63+02	1,32+02
(L1)	2,33+02	1,94+02	(L1)	1,88+02	1,50+02
1,50-02	1,34+02	1,16+02	1,50-02	1,54+02	1,25+02
2,00-02	6,30+01	5,67+01	2,00-02	7,30+01	6,27+01
3,00-02	2,12+01	1,97+01	3,00-02	2,49+01	2,25+01
4,00-02	9,73+00	9,14+00	4,00-02	1,15+01	1,06+01
5,00-02	5,34+00	5,05+00	5,00-02	6,27+00	5,84+00
6,00-02	3,24+00	3,04+00	6,00-02	3,84+00	3,55+00
6,9525-02	2,20+00	2,04+00	7,8395-02	1,89+00	1,74+00
(K)	1,08+01	3,60+00	(K)	8,87+00	2,99+00
8,00-02	7,54+00	3,16+00	8,00-02	8,53+00	2,99+00
1,00-01	4,23+00	2,24+00	1,00-01	4,80+00	2,28+00
1,50-01	1,50+00	9,86-01	1,50-01	1,71+00	1,07+00
2,00-01	7,38-01	5,14-01	2,00-01	8,39-01	5,71-01
3,00-01	3,07-01	2,05-01	3,00-01	3,43-01	2,32-01
4,00-01	1,83-01	1,14-01	4,00-01	2,01-01	1,29-01
5,00-01	1,31-01	7,73-02	5,00-01	1,42-01	8,62-02
6,00-01	1,05-01	5,90-02	6,00-01	1,11-01	6,49-02
8,00-01	7,77-02	4,19-02	8,00-01	8,12-02	4,51-02
1,00+00	6,42-02	3,34-02	1,00+00	6,63-02	3,55-02
1,50+00	4,89-02	2,57-02	1,50+00	4,99-02	2,65-02
2,00+00	4,34-02	2,31-02	2,00+00	4,41-02	2,38-02
3,00+00	4,01-02	2,26-02	3,00+00	4,09-02	2,32-02
4,00+00	3,99-02	2,38-02	4,00+00	4,07-02	2,44-02
5,00+00	4,07-02	2,53-02	5,00+00	4,16-02	2,58-02
6,00+00	4,16-02	2,66-02	6,00+00	4,26-02	2,72-02
8,00+00	4,39-02	2,89-02	8,00+00	4,50-02	2,95-02
1,00+01	4,64-02	3,07-02	1,00+01	4,75-02	3,12-02
1,50+01	5,24-02	3,38-02	1,50+01	5,37-02	3,43-02
2,00+01	5,77-02	3,51-02	2,00+01	5,93-02	3,55-02
3,00+01	6,60-02	3,64-02	3,00+01	6,80-02	3,68-02
4,00+01	7,18-02	3,57-02	4,00+01	7,35-02	3,58-02
5,00+01	7,62-02	3,47-02	5,00+01	7,76-02	3,49-02
6,00+01	7,97-02	3,38-02	6,00+01	8,15-02	3,43-02
8,00+01	8,47-02	3,23-02	8,00+01	8,72-02	3,27-02
1,00+02	8,81-02	3,05-02	1,00+02	9,10-02	3,08-02

Продолжение табл. 11.3

Золото, 19,32 г/см ³			Свинец, 11,35 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /г	Е, МэВ	μ , см ² /г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /г
1,00-02	1,10+02	1,10+02	1,00-02	1,23+02	1,23+02
1,1919-02	7,10+01	7,10+01	1,3035-02	6,23+01	6,23+01
(L3)	1,83+02	1,48+02	(L3)	1,59+02	1,27+02
1,3734-02	1,25+02	1,04+02	1,50-02	1,07+02	8,84+01
(L2)	1,74+02	1,38+02	1,52-02	1,04+02	8,64+01
1,4353-02	1,55+02	1,24+02	(L2)	1,46+02	1,14+02
(L1)	1,79+02	1,42+02	1,5861-02	1,31+02	1,04+02
1,50-02	1,60+02	1,28+02	(L1)	1,52+02	1,19+02
2,00-02	7,59+01	6,45+01	2,00-02	8,29+01	6,83+01
3,00-02	2,58+01	2,32+01	3,00-02	2,85+01	2,51+01
4,00-02	1,19+01	1,10+01	4,00-02	1,33+01	1,20+01
5,00-02	6,52+00	6,06+00	5,00-02	7,25+00	6,66+00
6,00-02	3,98+00	3,70+00	6,00-02	4,46+00	4,10+00
8,00-02	1,88+00	1,72+00	8,00-02	2,08+00	1,90+00
8,0725-02	1,83+00	1,67+00	8,8004-02	1,63+00	1,48+00
(K)	8,48+00	2,86+00	(K)	7,31+00	2,49+00
1,00-01	4,96+00	2,29+00	1,00-01	5,33+00	2,23+00
1,50-01	1,77+00	1,10+00	1,50-01	1,92+00	1,14+00
2,00-01	8,69-01	5,90-01	2,00-01	9,43-01	6,25-01
3,00-01	3,54-01	2,40-01	3,00-01	3,81-01	2,59-01
4,00-01	2,07-01	1,43-01	4,00-01	2,20-01	1,44-01
5,00-01	1,45-01	8,90-02	5,00-01	1,53-01	9,57-02
6,00-01	1,14-01	6,70-02	6,00-01	1,19-01	7,21-02
8,00-01	8,26-02	4,62-02	8,00-01	8,49-02	4,86-02
1,00+00	6,72-02	3,64-02	1,00+00	6,85-02	3,78-02
1,50+00	5,04-02	2,69-02	1,50+00	5,08-02	2,76-02
2,00+00	4,46-02	2,40-02	2,00+00	4,48-02	2,44-02
3,00+00	4,13-02	2,34-02	3,00+00	4,15-02	2,36-02
4,00+00	4,11-02	2,47-02	4,00+00	4,14-02	2,48-02
5,00+00	4,20-02	2,62-02	5,00+00	4,24-02	2,64-02
6,00+00	4,30-02	2,75-02	6,00+00	4,34-02	2,77-02
8,00+00	4,55-02	2,98-02	8,00+00	4,59-02	2,99-02
1,00+01	4,81-02	3,15-02	1,00+01	4,84-02	3,17-02
1,50+01	5,43-02	3,46-02	1,50+01	5,48-02	3,46-02
2,00+01	6,00-02	3,58-02	2,00+01	6,07-02	3,61-02
3,00+01	6,88-02	3,73-02	3,00+01	6,96-02	3,72-02
4,00+01	7,43-02	3,61-02	4,00+01	7,48-02	3,58-02
5,00+01	7,83-02	3,52-02	5,00+01	7,86-02	3,52-02
6,00+01	8,23-02	3,46-02	6,00+01	8,28-02	3,43-02
8,00+01	8,81-02	3,27-02	8,00+01	8,91-02	3,29-02
1,00+02	9,22-02	3,90-02	1,00+02	9,35-02	3,08-02

Продолжение табл. 11.3

Радон, 0,00973 г/см ³			Уран, 18,95 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /г	Е, МэВ	μ , см ² /г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /г
1,00-02	1,39+02	1,39+02	1,00-02	1,70+02	1,70+02
1,4619-02	5,27+01	5,39+01	1,50-02	5,98+01	5,98+01
(L3)	1,31+02	1,03+02	1,7170-02	4,26+01	4,25+01
1,50-02	1,22+02	9,71+01	(L3)	1,03+02	8,07+01
1,7337-02	8,22+01	8,11+01	2,00-02	6,81+01	5,57+01
(L2)	1,15+02	9,49+01	2,0948-02	6,00+01	4,96+01
1,8055-02	1,04+02	8,19+01	(L2)	8,51+01	6,58+01
(L1)	1,20+02	9,24+01	2,1759-02	7,73+01	6,05+01
2,00-02	9,23+01	7,32+01	(L1)	8,89+01	6,81+01
3,00-02	3,24+01	2,79+01	3,00-02	3,91+01	3,24+01
4,00-02	1,50+01	1,33+01	4,00-02	1,85+01	1,61+01
5,00-02	8,28+00	7,51+00	5,00-02	1,03+01	9,14+00
6,00-02	5,09+00	4,63+00	6,00-02	6,32+00	5,69+00
8,00-02	2,38+00	2,17+00	8,00-02	2,96+00	2,68+00
9,8404-02	1,40+00	1,25+00	1,00-01	1,67+00	1,50+00
(K)	5,98+00	2,06+00	1,1561-01	1,16+00	1,03+00
1,00-01	5,79+00	2,06+00	(K)	4,65+00	1,65+00
1,50-01	2,11+00	1,16+00	1,50-01	2,48+00	1,22+00
2,00-01	1,04+00	6,64-01	2,00-01	1,23+00	7,36-01
3,00-01	4,16-01	2,82-01	3,00-01	4,86-01	3,23-01
4,00-01	2,38-01	1,56-01	4,00-01	2,75-01	1,85-01
5,00-01	1,63-01	9,68-02	5,00-01	1,86-01	1,22-01
6,00-01	1,25-01	7,70-02	6,00-01	1,40-01	9,04-02
8,00-01	8,90-02	5,18-02	8,00-01	9,60-02	5,92-02
1,00+00	7,01-02	4,01-02	1,00+00	7,52-02	4,48-02
1,50+00	5,15-02	2,84-02	1,50+00	5,39-02	3,06-02
2,00+00	4,57-02	2,48-02	2,00+00	4,70-02	2,63-02
3,00+00	4,22-02	2,38-02	3,00+00	4,34-02	2,51-02
4,00+00	4,20-02	2,50-02	4,00+00	4,34-02	2,61-02
5,00+00	4,28-02	2,65-02	5,00+00	4,44-02	2,76-02
6,00+00	4,40-02	2,79-02	6,00+00	4,55-02	2,89-02
8,00+00	4,69-02	2,98-02	8,00+00	4,79-02	3,09-02
1,00+01	5,00-02	3,11-02	1,00+01	5,06-02	3,21-02
1,50+01	5,68-02	3,42-02	1,50+01	5,73-02	3,49-02
2,00+01	6,26-02	3,58-02	2,00+01	6,36-02	3,62-02
3,00+01	7,07-02	3,69-02	3,00+01	7,34-02	3,75-02
4,00+01	7,69-02	3,55-02	4,00+01	8,00-02	3,59-02
5,00+01	8,14-02	3,44-02	5,00+01	8,52-02	3,52-02
6,00+01	8,48-02	3,39-02	6,00+01	8,92-02	3,42-02
8,00+01	9,03-02	3,23-02	8,00+01	9,51-02	3,26-02
1,00+02	9,41-02	3,04-02	1,00+02	9,89-02	3,06-02

Продолжение табл. 11.3

Воздух, 0,00129 г/см ³			Вода, 1,00 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г	Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г
1,00-02	4,74+00	4,58+00	1,00-02	4,91+00	4,75+00
1,50-02	1,44+00	1,29+00	1,50-02	1,49+00	1,32+00
2,00-02	6,75-01	5,22-01	2,00-02	7,03-01	5,30-01
3,00-02	3,04-01	1,49-01	3,00-02	3,25-01	1,51-01
4,00-02	2,19-01	6,67-02	4,00-02	2,38-01	6,75-02
5,00-02	1,88-01	4,00-02	5,00-02	2,07-01	4,11-02
6,00-02	1,74-01	2,99-02	6,00-02	1,92-01	3,13-02
8,00-02	1,58-01	2,37-02	8,00-02	1,75-01	2,55-02
1,00-01	1,49-01	2,29-02	1,00-01	1,65-01	2,51-02
1,50-01	1,33-01	2,48-02	1,50-01	1,48-01	2,75-02
2,00-01	1,19-01	2,66-02	2,00-01	1,32-01	2,95-02
3,00-01	1,06-01	2,87-02	3,00-01	1,18-01	3,19-02
4,00-01	9,51-02	2,96-02	4,00-01	1,06-01	3,29-02
5,00-01	8,68-02	2,98-02	5,00-01	9,66-02	3,31-02
6,00-01	8,03-02	2,95-02	6,00-01	8,93-02	3,29-02
8,00-01	7,06-02	2,87-02	8,00-01	7,85-02	3,19-02
1,00+00	6,34-02	2,78-02	1,00+00	7,05-02	3,10-02
1,50+00	5,16-02	2,54-02	1,50+00	5,74-02	2,83-02
2,00+00	4,44-02	2,34-02	2,00+00	4,93-02	2,60-02
3,00+00	3,57-02	2,05-02	3,00+00	3,96-02	2,28-02
4,00+00	3,08-02	1,87-02	4,00+00	3,40-02	2,07-02
5,00+00	2,75-02	1,74-02	5,00+00	3,03-02	1,92-02
6,00+00	2,52-02	1,65-02	6,00+00	2,77-02	1,82-02
8,00+00	2,23-02	1,54-02	8,00+00	2,43-02	1,67-02
1,00+01	2,05-02	1,47-02	1,00+01	2,22-02	1,59-02
1,50+01	1,81-02	1,38-02	1,50+01	1,94-02	1,47-02
2,00+01	1,71-02	1,33-02	2,00+01	1,82-02	1,41-02
3,00+01	1,63-02	1,30-02	3,00+01	1,72-02	1,36-02
4,00+01	1,61-02	1,28-02	4,00+01	1,68-02	1,33-02
5,00+01	1,62-02	1,26-02	5,00+01	1,68-02	1,30-02
6,00+01	1,63-02	1,25-02	6,00+01	1,68-02	1,29-02
8,00+01	1,65-02	1,23-02	8,00+01	1,70-02	1,26-02
1,00+02	1,67-02	1,21-02	1,00+02	1,72-02	1,24-02

Массовый состав воздуха: N – 0,755; O – 0,232; Ar – 0,013.

Массовый состав воды (H₂O): H – 0,111; O – 0,889.

Продолжение табл. 11.3

Плексиглас, 1,19 г/см ³			Полиэтилен, 0,92 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г	Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г
1,00-02	3,05+00	2,90+00	1,00-02	1,86+00	1,70+00
1,50-02	9,61-01	7,99-01	1,50-02	6,38-01	4,62-01
2,00-02	4,88-01	3,19-01	2,00-02	3,67-01	1,85-01
3,00-02	2,64-01	9,33-02	3,00-02	2,40-01	5,72-02
4,00-02	2,11-01	4,47-02	4,00-02	2,10-01	3,11-02
5,00-02	1,92-01	2,98-02	5,00-02	1,96-01	2,38-02
6,00-02	1,81-01	2,48-02	6,00-02	1,89-01	2,20-02
8,00-02	1,69-01	2,26-02	8,00-02	1,77-01	2,23-02
1,00-01	1,60-01	2,34-02	1,00-01	1,69-01	2,40-02
1,50-01	1,44-01	2,64-02	1,50-01	1,52-01	2,78-02
2,00-01	1,28-01	2,86-02	2,00-01	1,35-01	3,02-02
2,00-01	1,28-01	2,86-02	2,00-01	1,35-01	3,02-02
3,00-01	1,15-01	3,10-02	3,00-01	1,21-01	3,28-02
4,00-01	1,03-01	3,19-02	4,00-01	1,09-01	3,38-02
5,00-01	9,38-02	3,21-02	5,00-01	9,92-02	3,40-02
6,00-01	8,68-02	3,18-02	6,00-01	9,18-02	3,37-02
8,00-01	7,62-02	3,10-02	8,00-01	8,06-02	3,29-02
1,00+00	6,85-02	3,01-02	1,00+00	7,25-02	3,19-02
1,50+00	5,57-02	2,75-02	1,50+00	5,90-02	2,91-02
2,00+00	4,78-02	2,53-02	2,00+00	5,05-02	2,67-02
3,00+00	3,84-02	2,20-02	3,00+00	4,04-02	2,32-02
4,00+00	3,28-02	1,99-02	4,00+00	3,44-02	2,09-02
5,00+00	2,92-02	1,85-02	5,00+00	3,04-02	1,93-02
6,00+00	2,66-02	1,89-02	6,00+00	2,76-02	2,02-02
8,00+00	2,32-02	1,59-02	8,00+00	2,39-02	1,63-02
1,00+01	2,11-02	1,50-02	1,00+01	2,15-02	1,53-02
1,50+01	1,82-02	1,37-02	1,50+01	1,82-02	1,36-02
2,00+01	1,69-02	1,31-02	2,00+01	1,66-02	1,28-02
3,00+01	1,57-02	1,25-02	3,00+01	1,52-02	1,20-02
4,00+01	1,53-02	1,22-02	4,00+01	1,46-02	1,17-02
5,00+01	1,52-02	1,20-02	5,00+01	1,43-02	1,14-02
6,00+01	1,52-02	1,18-02	6,00+01	1,42-02	1,12-02
8,00+01	1,52-02	1,16-02	8,00+01	1,41-02	1,10-02
1,00+02	1,53-02	1,14-02	1,00+02	1,41-02	1,08-02

Массовый состав плексигласа $(C_5H_8O_2)_n$: С – 0,60; О – 0,32; Н – 0,08.

Массовый состав полиэтилена $(CH_2)_n$: С – 0,8563; Н – 0,1437.

Продолжение табл. 11.3

Бетон (обыкн.), 2,35 г/см ³			Стекло (обыкн.), 2,50 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г	Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г
1,00-02	2,57+01	2,47+01	1,00-02	1,82+01	1,80+01
1,50-02	7,88+00	7,55+00	1,50-02	5,44+00	5,28+00
2,00-02	3,42+00	3,20+00	2,00-02	2,34+00	2,18+00
3,00-02	1,10+00	9,35-01	3,00-02	7,72-01	6,23-01
4,00-02	5,44-01	4,03-01	4,00-02	4,06-01	2,58-01
5,00-02	3,50-01	2,04-01	5,00-02	2,80-01	1,35-01
6,00-02	2,64-01	1,23-01	6,00-02	2,24-01	8,29-02
8,00-02	1,94-01	6,10-02	8,00-02	1,78-01	4,47-02
1,00-01	1,66-01	4,12-02	1,00-01	1,58-01	3,30-02
1,50-01	1,38-01	2,97-02	1,50-01	1,35-01	2,74-02
2,00-01	1,21-01	2,86-02	2,00-01	1,20-01	2,76-02
3,00-01	1,07-01	2,94-02	3,00-01	1,07-01	2,90-02
4,00-01	9,56-02	2,98-02	4,00-01	9,53-02	2,97-02
5,00-01	8,72-02	3,00-02	5,00-01	8,69-02	2,98-02
6,00-01	8,06-02	2,97-02	6,00-01	8,04-02	2,96-02
8,00-01	7,07-02	2,87-02	8,00-01	7,06-02	2,86-02
1,00+00	6,36-02	2,78-02	1,00+00	6,34-02	2,78-02
1,50+00	5,18-02	2,57-02	1,50+00	5,17-02	2,54-02
2,00+00	4,47-02	2,36-02	2,00+00	4,45-02	2,35-02
3,00+00	3,65-02	2,09-02	3,00+00	3,63-02	2,08-02
4,00+00	3,19-02	1,94-02	4,00+00	3,16-02	1,92-02
5,00+00	2,89-02	1,84-02	5,00+00	2,87-02	1,82-02
6,00+00	2,70-02	1,78-02	6,00+00	2,66-02	1,76-02
8,00+00	2,45-02	1,70-02	8,00+00	2,41-02	1,67-02
1,00+01	2,31-02	1,67-02	1,00+01	2,26-02	1,64-02
1,50+01	2,15-02	1,64-02	1,50+01	2,09-02	1,59-02
2,00+01	2,11-02	1,62-02	2,00+01	2,04-02	1,58-02
3,00+01	2,11-02	1,62-02	3,00+01	2,02-02	1,57-02
4,00+01	2,14-02	1,61-02	4,00+01	2,05-02	1,56-02
5,00+01	2,18-02	1,60-02	5,00+01	2,09-02	1,55-02
6,00+01	2,23-02	1,58-02	6,00+01	2,12-02	1,53-02
8,00+01	2,29-02	1,55-02	8,00+01	2,19-02	1,51-02
1,00+02	2,35-02	1,51-02	1,00+02	2,24-02	1,47-02

Массовый состав бетона: Fe – 0,0122; Ca – 0,0826; K – 0,0192; S – 0,0012;
 Si – 0,3158; Al – 0,0456; Mg – 0,0024; Na – 0,0171; O – 0,4983; H – 0,0056.
 Массовый состав стекла (SiO₂): Si – 0,467; O – 0,533.

Продолжение табл. 11.3

NaI, 3,667 г/см ³			CsI, 4,51 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /г	Е, МэВ	μ , см ² /г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /г
1,00-02	1,36+02	1,32+02	1,00-02	1,67+02	1,61+02
1,50-02	4,49+01	4,41+01	1,50-02	5,55+01	5,43+01
2,00-02	2,03+01	1,99+01	2,00-02	2,52+01	2,46+01
3,00-02	6,61+00	6,42+00	3,00-02	8,15+00	7,95+00
3,317-02	5,07+00	4,92+00	3,317-02	6,37+00	6,21+00
(K-I)	3,00+01	1,06+01	(K-I)	2,07+01	9,50+00
4,00-02	1,83+01	8,47+00	3,5985-02	1,71+01	8,21+00
5,00-02	1,01+01	5,72+00	(K-Cs)	3,02+01	1,11+01
6,00-02	6,19+00	3,92+00	4,00-02	2,25+01	9,81+00
8,00-02	2,84+00	2,01+00	5,00-02	1,24+01	6,77+00
1,00-01	1,56+00	1,15+00	6,00-02	7,62+00	4,69+00
1,50-01	5,63-01	4,10-01	8,00-02	3,49+00	2,44+00
2,00-01	3,02-01	2,01-01	1,00-01	1,91+00	1,41+00
3,00-01	1,58-01	8,38-02	1,50-01	6,73-01	5,01-01
4,00-01	1,12-01	5,30-02	2,00-01	3,49-01	2,27-01
5,00-01	9,18-02	4,13-02	3,00-01	1,73-01	9,18-02
6,00-01	7,99-02	3,53-02	4,00-01	1,18-01	5,61-02
8,00-01	6,61-02	2,96-02	5,00-01	9,43-02	4,26-02
1,00+00	5,79-02	2,64-02	6,00-01	8,10-02	3,57-02
1,50+00	4,64-02	2,30-02	8,00-01	6,61-02	2,93-02
2,00+00	4,11-02	2,13-02	1,00+00	5,74-02	2,58-02
3,00+00	3,65-02	2,05-02	1,50+00	4,58-02	2,22-02
4,00+00	3,50-02	2,09-02	2,00+00	4,08-02	2,05-02
5,00+00	3,46-02	2,17-02	3,00+00	3,69-02	2,01-02
6,00+00	3,47-02	2,25-02	4,00+00	3,59-02	2,08-02
8,00+00	3,55-02	2,40-02	5,00+00	3,60-02	2,19-02
1,00+01	3,68-02	2,53-02	6,00+00	3,65-02	2,30-02
1,50+01	4,02-02	2,77-02	8,00+00	3,80-02	2,49-02
2,00+01	4,34-02	2,86-02	1,00+01	3,97-02	2,64-02
3,00+01	4,84-02	2,97-02	1,50+01	4,41-02	2,92-02
4,00+01	5,21-02	2,94-02	2,00+01	4,81-02	3,03-02
5,00+01	5,50-02	2,87-02	3,00+01	5,42-02	3,15-02
6,00+01	5,73-02	2,79-02	4,00+01	5,85-02	3,12-02
8,00+01	6,07-02	2,71-02	5,00+01	6,19-02	3,04-02
1,00+02	6,30-02	2,59-02	6,00+01	6,46-02	2,96-02
			8,00+01	6,86-02	2,87-02
			1,00+02	7,12-02	2,74-02

Массовый состав NaI: Na – 0,1534; I – 0,8466.

Массовый состав CsI: Cs – 0,512; I – 0,488.

Продолжение табл. 11.3

Латунь, 8,40 г/см ³			Дерево, 0,60 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г	Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г
1,00-02	2,16+02	1,53+02	1,00-02	3,76+00	3,63+00
1,50-02	7,37+01	5,93+01	1,50-02	1,16+00	1,00+00
2,00-02	3,34+01	2,84+01	2,00-02	5,65-01	4,01-01
3,00-02	1,06+01	9,42+00	3,00-02	2,81-01	1,15-01
4,00-02	4,65+00	4,21+00	4,00-02	2,16-01	5,31-02
5,00-02	2,47+00	2,21+00	5,00-02	1,92-01	3,38-02
6,00-02	1,49+00	1,30+00	6,00-02	1,80-01	2,68-02
8,00-02	6,97-01	5,62-01	8,00-02	1,66-01	2,31-02
1,00-01	4,14-01	2,97-01	1,00-01	1,57-01	2,34-02
1,50-01	2,01-01	1,03-01	1,50-01	1,41-01	2,60-02
2,00-01	1,43-01	5,80-02	2,00-01	1,26-01	2,80-02
3,00-01	1,08-01	3,63-02	3,00-01	1,12-01	3,05-02
4,00-01	9,18-02	3,13-02	4,00-01	1,01-01	3,13-02
5,00-01	8,21-02	2,96-02	5,00-01	9,19-02	3,15-02
6,00-01	7,52-02	2,85-02	6,00-01	8,50-02	3,12-02
8,00-01	6,54-02	2,69-02	8,00-01	7,47-02	3,04-02
1,00+00	5,85-02	2,56-02	1,00+00	6,71-02	2,95-02
1,50+00	4,78-02	2,33-02	1,50+00	5,46-02	2,69-02
2,00+00	4,19-02	2,17-02	2,00+00	4,69-02	2,48-02
3,00+00	3,59-02	2,03-02	3,00+00	3,77-02	2,16-02
4,00+00	3,32-02	1,99-02	4,00+00	3,23-02	1,96-02
5,00+00	3,18-02	2,01-02	5,00+00	2,88-02	1,83-02
6,00+00	3,11-02	2,05-02	6,00+00	2,63-02	1,83-02
8,00+00	3,07-02	2,13-02	8,00+00	2,30-02	1,58-02
1,00+01	3,09-02	2,20-02	1,00+01	2,10-02	1,50-02
1,50+01	3,24-02	2,37-02	1,50+01	1,84-02	1,39-02
2,00+01	3,41-02	2,43-02	2,00+01	1,71-02	1,33-02
3,00+01	3,70-02	2,51-02	3,00+01	1,61-02	1,28-02
4,00+01	3,93-02	2,51-02	4,00+01	1,58-02	1,26-02
5,00+01	4,12-02	2,46-02	5,00+01	1,58-02	1,24-02
6,00+01	4,28-02	2,42-02	6,00+01	1,58-02	1,22-02
8,00+01	4,51-02	2,36-02	8,00+01	1,59-02	1,20-02
1,00+02	4,67-02	2,29-02	1,00+02	1,61-02	1,18-02

Массовый состав латуни: Cu – 0,92; Zn – 0,08.

Массовый состав дерева: O – 0,523; C – 0,419; H – 0,058.

Продолжение табл. 11.3

Биологическая ткань, 1,00 г/см ³			Кость, 1,50 г/см ³		
Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г	Е, МэВ	μ , см ² /Г	$\mu_{\text{пог}}$, см ² /Г
1,00-02	4,54+00	4,38+00	1,00-02	2,65+01	2,52+01
1,50-02	1,38+00	1,22+00	1,50-02	8,24+00	7,86+00
2,00-02	6,59-01	4,88-01	2,00-02	3,61+00	3,37+00
3,00-02	3,12-01	1,39-01	3,00-02	1,16+00	9,92-01
4,00-02	2,32-01	6,29-02	4,00-02	5,80-01	4,20-01
5,00-02	2,03-01	3,88-02	5,00-02	3,73-01	2,20-01
6,00-02	1,89-01	2,99-02	6,00-02	2,80-01	1,32-01
8,00-02	1,73-01	2,49-02	8,00-02	2,04-01	6,52-02
1,00-01	1,64-01	2,47-02	1,00-01	1,73-01	4,38-02
1,50-01	1,47-01	2,71-02	1,50-01	1,43-01	3,12-02
2,00-01	1,31-01	2,92-02	2,00-01	1,25-01	2,98-02
3,00-01	1,17-01	3,16-02	3,00-01	1,11-01	3,04-02
4,00-01	1,05-01	3,25-02	4,00-01	9,90-02	3,09-02
5,00-01	9,56-02	3,28-02	5,00-01	9,02-02	3,10-02
6,00-01	8,84-02	3,25-02	6,00-01	8,34-02	3,07-02
8,00-01	7,77-02	3,16-02	8,00-01	7,32-02	2,98-02
1,00+00	6,98-02	3,07-02	1,00+00	6,58-02	2,89-02
1,50+00	5,68-02	2,80-02	1,50+00	5,36-02	2,70-02
2,00+00	4,88-02	2,58-02	2,00+00	4,62-02	2,44-02
3,00+00	3,92-02	2,25-02	3,00+00	3,75-02	2,15-02
4,00+00	3,36-02	2,04-02	4,00+00	3,27-02	1,98-02
5,00+00	3,00-02	1,90-02	5,00+00	2,95-02	1,87-02
6,00+00	2,74-02	1,82-02	6,00+00	2,74-02	1,84-02
8,00+00	2,40-02	1,65-02	8,00+00	2,47-02	1,71-02
1,00+01	2,19-02	1,57-02	1,00+01	2,31-02	1,66-02
1,50+01	1,92-02	1,45-02	1,50+01	2,12-02	1,61-02
2,00+01	1,79-02	1,39-02	2,00+01	2,05-02	1,58-02
3,00+01	1,69-02	1,33-02	3,00+01	2,03-02	1,56-02
4,00+01	1,65-02	1,31-02	4,00+01	2,05-02	1,55-02
5,00+01	1,65-02	1,28-02	5,00+01	2,08-02	1,52-02
6,00+01	1,65-02	1,27-02	6,00+01	2,11-02	1,51-02
8,00+01	1,66-02	1,24-02	8,00+01	2,17-02	1,48-02
1,00+02	1,68-02	1,22-02	1,00+02	2,22-02	1,45-02

Массовый состав биологической ткани: О – 0,762; С – 0,111; N – 0,026; H – 0,101.

Массовый состав кости: H – 0,040; С – 0,156; N – 0,044; O – 0,443; P – 0,105; Ca – 0,212.

11.11. Альbedo фотонов

Определяющую роль в механизме образования рассеянных фотонов играет комптоновское рассеяние, а при энергии фотонов более 2 МэВ и эффект образования пар – за счет вторичного тормозного излучения электронов и позитронов, а также аннигиляционное излучение. В зависимости от условий задачи соотношение вкладов различных процессов взаимодействия фотонов в величину альbedo может значительно меняться. Рассмотрим основные закономерности формирования поля обратно рассеянных фотонов на примере характеристик поля отраженного излучения тонкого луча, так как остальные источники можно представить как суперпозицию тонких лучей.

Энергетическое распределение отраженных фотонов. В общем, оно зависит от условий конкретной задачи. Но всегда в спектре обратно рассеянного излучения наблюдаются две компоненты, соответствующие однократно и многократно рассеянному излучению в данном направлении.

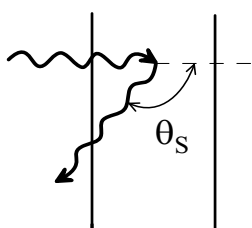


Рис. 11.27. К определению однократного комптоновского рассеяния

Более высокоэнергетическая компонента определяется однократным комптоновским рассеянием на заданный угол рассеяния θ_s (рис. 11.27) с энергией

$$E_1 = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_e c^2} (1 - \cos \theta_s)}. \quad (11.83)$$

Обратное рассеяние имеет место при углах рассеяния $\pi/2 < \theta_s < \pi$ и из выражения (11.83) следует, что даже при начальной энергии $E_0 \gg m_e c^2$ энергия однократно рассеянных фотонов не превышает $m_e c^2$. Но в спектре отраженного излучения всегда присутствуют и фотоны с энергией больше E_1 . Они появляются при неоднократном комптоновском рассеянии на тот же суммарный угол θ_s .

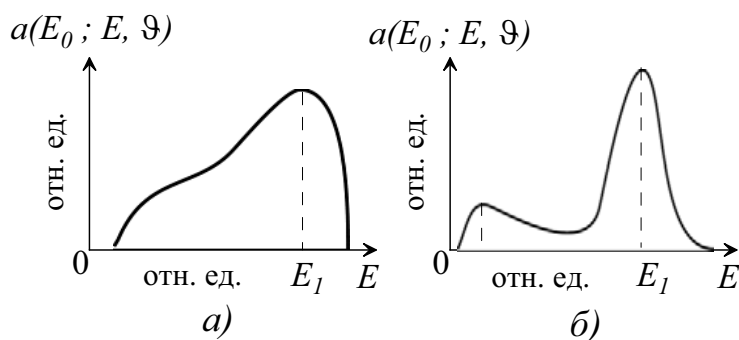


Рис. 11.28. Качественная форма спектров отраженных фотонов.

Низкоэнергетическая компонента спектра отраженных фотонов образуется многократно рассеянным и вторичным излучением. Средняя энергия этих фотонов в несколько раз меньше, чем энергия однократного рассеяния. С увеличением атомного номера вещества вклад в альbedo низкоэнергетической компоненты спектра уменьшается из-за увеличения сечения фотоэффекта ($\sim Z^5$), в то время как сечение комптоновского рассеяния $\sim Z$. При этом наименьшая энергия фотонов низкоэнергетической компоненты спектра с увеличением Z рассеивающего вещества

смещается в сторону больших энергий и примерно равна: 0,03 МэВ – для воды, 0,05 МэВ – для алюминия, 0,08 МэВ – для железа, 0,2 МэВ – для свинца.

На рис. 11.28а и 11.28б показан примерный (качественный) вид возможных энергетических распределений обратно рассеянных под некоторым углом ϑ фотонов. Пунктирными линиями отмечены пик однократного рассеяния и максимум энергии мягкой компоненты спектра. На рис. 11.28б однократно и многократно рассеянные компоненты спектра явно выражены, в то время как на рис. 11.28а мягкая компонента спектра просматривается плохо.

При энергии первичных фотонов более 3 МэВ в спектральном распределении отраженных фотонов может появиться пик аннигиляционных гамма-квантов.

Зависимость альbedo от угла падения. (Обозначения углов падения и отражения см. в разделе 10.4) С увеличением угла падения ϑ_0 для любого на-

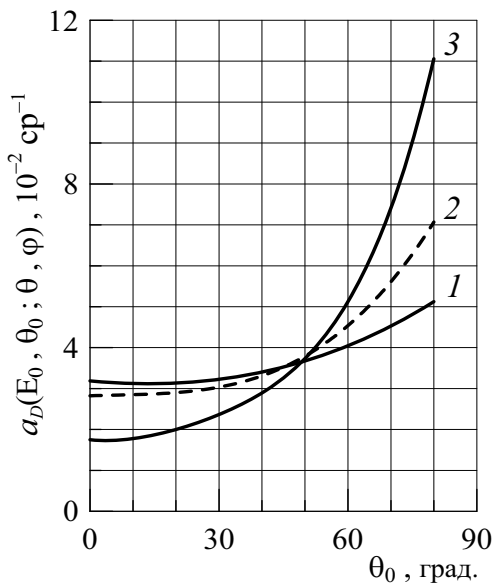


Рис. 11.29. Зависимость дифференциально-го дозового альbedo фотонов тонкого луча с $E_0 = 0,28$ МэВ от угла падения на Al. 1 – $\vartheta = 0^\circ$, 2 – $\vartheta = 30^\circ$, 3 – $\vartheta = 60^\circ$ ($\varphi = 0^\circ$)

правления отраженного излучения альbedo возрастает (рис. 11.29 [2]). Это можно объяснить следующими причинами:

1. с увеличением угла падения ϑ_0 уменьшается расстояние до отражающей поверхности ($\sim \cos \vartheta_0$) для обратно рассеянного фотона, и вероятность его вылета из рассеивателя увеличивается;
2. с увеличением угла падения ϑ_0 для каждого угла отражения ϑ уменьшается угол рассеяния θ_s . Это также увеличивает вероятность вылета для рассеянного фотона, так как дифференциальное по углу рассеяния сечение эффекта Комптона возрастает с уменьшением угла рассеяния (рис. 11.5).

Зависимость альbedo от угла отражения. Характер угловой зависимости обратно рассеянного фотонного излучения определяется конкуренцией двух процессов. С

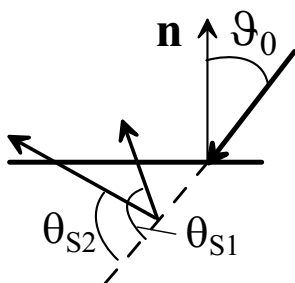


Рис. 11.30. К зависимости альbedo от угла отражения

одной стороны, для данного угла падения ϑ_0 вероятность рассеяния и энергия рассеянных фотонов возрастают с уменьшением угла рассеяния θ_s (что соответствует увеличению угла отражения ϑ). Но с другой стороны, при этом возрастает путь, который должны пройти фотоны, чтобы выйти из рассеивающего вещества (рис. 11.30 $\theta_{s1} < \theta_{s2}$), следовательно, возрастает вероятность их поглощения.

На рис. 11.31 (из работы [2]) показана зависимость альbedo от угла отражения. Как следует из рисунка, эта зависимость носит анизотропный характер. При нормальном падении первичного пучка величина альbedo тем больше, чем меньше угол рассеяния ϑ . При наклонном падении наибольшая величина альbedo имеет место в направлении рассеяния, составляющем небольшие углы с направлением падающего излучения.

При большом вкладе в альbedo аннигиляционного излучения форма углового распределения отраженных фотонов определяется суперпозицией углового распределения обратно рассеянных фотонов в результате эффекта Комптона и аннигиляционных фотонов, угловое распределение которых является почти изотропным.

Зависимость альbedo от энергии фотонов источника и атомного номера материала рассеивателя. На рис. 11.32 приведена зависимость интегрального энергетического альbedo от энергии фотонов источника для различных веществ. Из анализа этого рисунка следует:

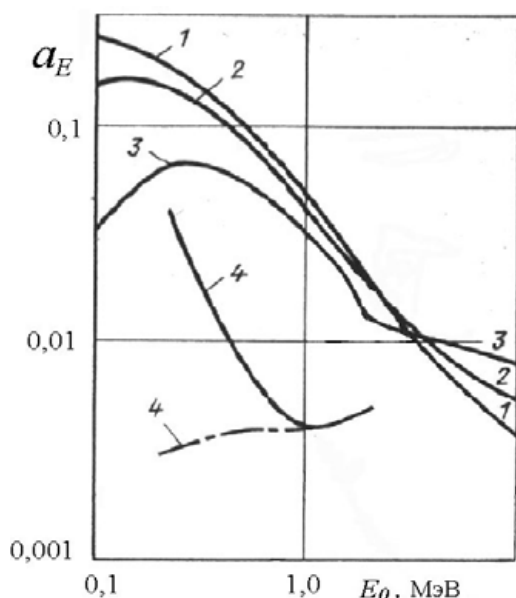


Рис. 11.32. Зависимость интегрального энергетического альbedo от E_0 [2]. Нормальное падение фотонов на полубесконечные рассеиватели из воды (1), Al (2), Fe (3), Pb (4). Пунктир – значения без ХРИ

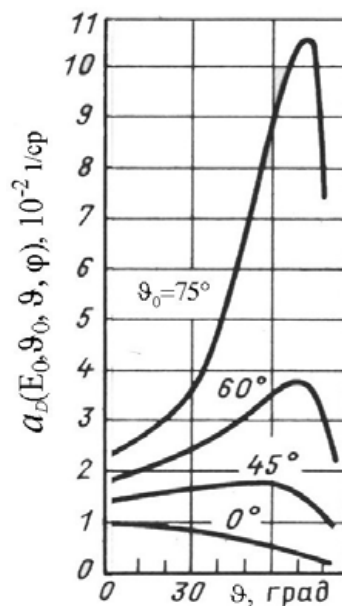


Рис. 11.31. Зависимость от угла отражения альbedo фотонов с $E_0=1,25$ МэВ, падающих под разными углами на воду

- для энергий $E_0 < 3$ МэВ имеет место уменьшение величины альbedo с увеличением атомного номера рассеивателя. Причина этого – увеличение фотопоглощения мягкой компоненты спектра;
- для начальных энергий $E_0 < 3$ МэВ альbedo возрастает с уменьшением энергии фотонов источника. Причина этого – увеличение сечения комptonовского рассеяния;
- для небольших E_0 величина альbedo может уменьшаться с уменьшением энергии фотонов за счет интенсивного фотопоглощения всех компонент спектра;
- для небольших энергий фотонов источника и для рассеивателей с большим атомным номером большой вклад в альbedo дает характеристическое излучение (ХРИ);

- для энергий источника $E_0 > 3$ МэВ величина альbedo может возрастать с увеличением Z вещества за счет интенсивного образования вторичного фотонного излучения. Основным источником вторичных фотонов является тормозное излучение электронов и позитронов, рождающихся в процессе образования пар. Сечения обоих процессов пропорциональны Z^2 .

Зависимость альbedo от толщины рассеивающего вещества. Большая часть обратно рассеянных фотонов отражается в тонком приповерхностном слое. С увеличением толщины вещества d величина альbedo монотонно возрастает по закону $\sim 1 - \exp(-d/b)$, где b некоторая константа, зависящая от Z и E_0 . Начиная с 1–2 длин свободного пробега в направлении движения первичных фотонов, величина альbedo достигает постоянного предельного значения. Для угла падения первичных фотонов ϑ_0 толщина предельного слоя, отсчитываемая по нормали к поверхности, связана с длиной свободного пробега L соотношением

$$d_{\text{пред}} \approx 2L \cos \vartheta_0. \quad (11.84)$$

Формы представления данных по альbedo. Имеется большое количество данных по дифференциальным и интегральным характеристикам альbedo. Часть результатов получена экспериментально, но большинство данных рассчитаны методом Монте-Карло.

Дифференциальные характеристики альbedo. Наиболее подробная информация о дифференциальных характеристиках альbedo приведена в работе: Б. П. Булатов, Б. А. Ефименко, В. Г. Золотухин и др. **Альbedo гамма-излучения.** М.: Атомиздат, 1968. Там имеются данные по дифференциальному спектральному, числовому, энергетическому и дозовому (по экспозиционной дозе) альbedo тонкого луча с энергией фотонов источника от 0,06 до 10 МэВ для следующих веществ: вода, алюминий, железо и свинец. Рассмотрены углы падения ϑ_0 : $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 85^\circ$ и такие же углы отражения ϑ . Значения дифференциальных энергетического и дозового альbedo для гамма-излучения радионуклидов ^{137}Cs и ^{60}Co из этой работы приведены в [7].

Для расчетов дифференциальных характеристик альbedo фотонного излучения от полубесконечных отражателей с погрешностью не хуже 30% можно использовать *улучшенную полуэмпирическую формулу* [7]. Эта формула позволяет вычислить дифференциальное токовое числовое (энергетическое, дозовое) альbedo точечного мононаправленного источника фотонов с энергией E_0 , падающих под углом ϑ_0 на поверхность полубесконечного слоя вещества и регистрируемых в направлении, определяемом углами ϑ и φ .

Интегральные характеристики альbedo. Интегральные характеристики альbedo (не зависящие от E, ϑ, φ) можно рассчитать, исходя из данных о дифференциальных альbedo. В табл. 11.4 приведены данные об интегральном дозовом альbedo от бетона для различных энергий фотонов и различных углов падения.

На рис. 11.33–11.35 приведены соответственно значения числового, энергетического и дозового альbedo тормозного излучения для основных веществ защиты: бетон, железо и свинец. Значения альbedo даны в зависимости от максимальной энергии тормозного излучения E_{max} в диапазоне 0,5–15 МэВ. Результаты получены методом Монте-Карло с помощью программ ЕРНСА (см. ссылку в приложении 1).

Таблица 11.4

Интегральное токовое дозовое альbedo фотонов мононаправленного источника с энергией E_0 , падающих под углом ϑ_0 на полубесконечный слой бетона

$\cos \vartheta_0$	ϑ_0 , град	E_0 , МэВ						
		0,1	0,15	0,2	0,5	1,0	1,25	2,0
0	90	0,52	0,49	0,47	0,40	0,36	0,32	0,30
0,1	84	0,45	0,41	0,39	0,31	0,26	0,24	0,19
0,2	78	0,37	0,35	0,33	0,25	0,20	0,18	0,14
0,3	73	0,33	0,30	0,28	0,21	0,16	0,14	0,099
0,4	66	0,29	0,27	0,25	0,17	0,12	0,11	0,074
0,5	60	0,27	0,24	0,22	0,15	0,099	0,08	0,055
0,6	53	0,23	0,21	0,19	0,12	0,077	0,07	0,046
0,7	45	0,22	0,20	0,17	0,10	0,061	0,055	0,036
0,8	36	0,20	0,18	0,16	0,092	0,052	0,05	0,028
0,9	25	0,18	0,16	0,15	0,083	0,045	0,042	0,023
1,0	0	0,17	0,15	0,14	0,074	0,040	0,038	0,020

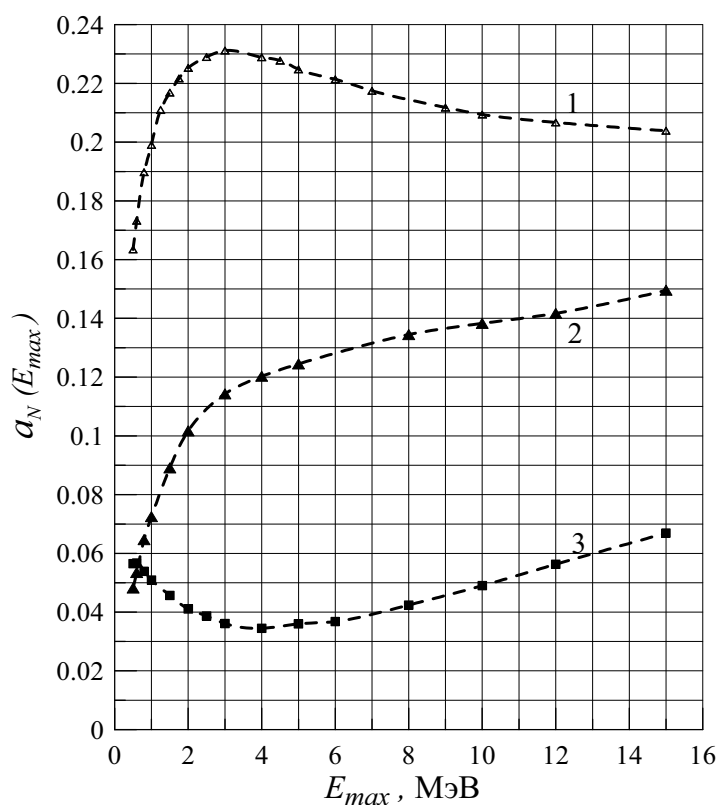


Рис. 11.33. Интегральное токовое числовое альbedo тормозного излучения: 1 – бетон, 2 – железо, 3 – свинец

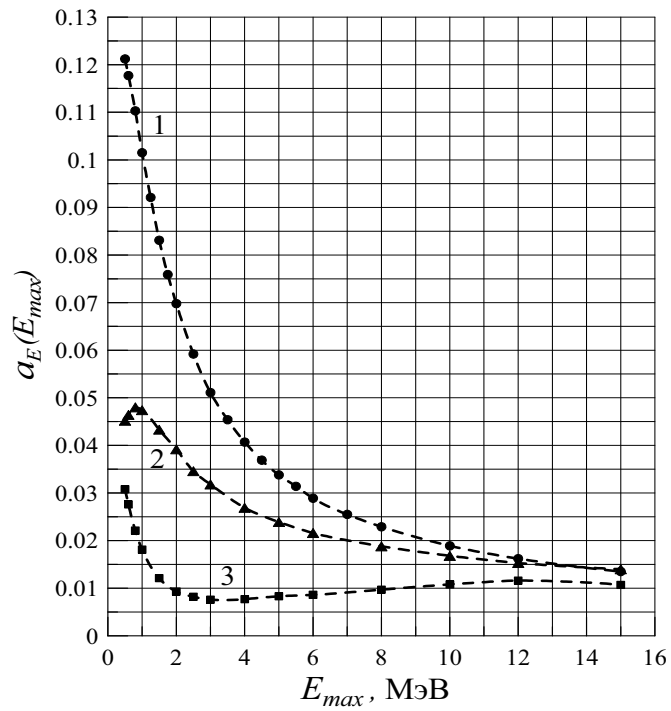


Рис. 11.34. Интегральное токовое энергетическое альbedo тормозного излучения: 1 – бетон, 2 – железо, 3 – свинец

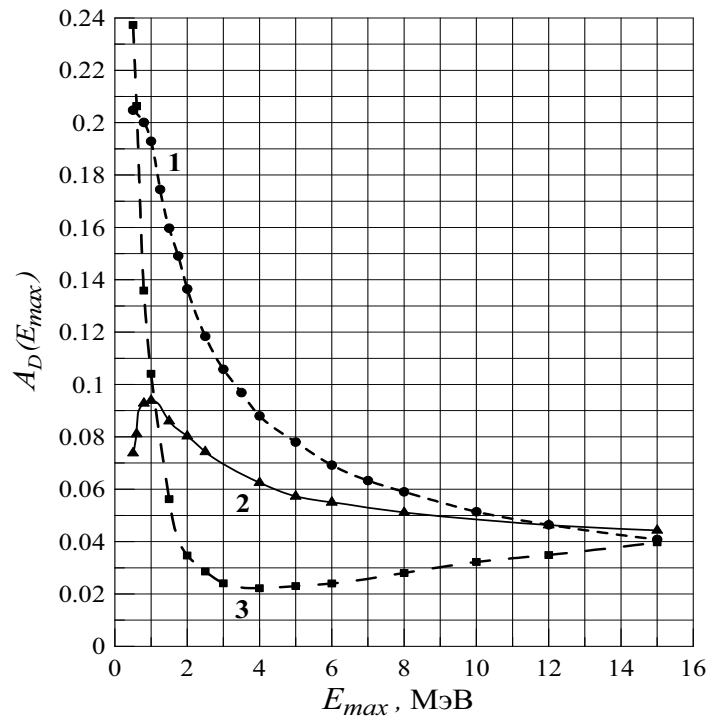


Рис. 11.35. Интегральное потоковое дозовое (по поглощенной дозе в воздухе) альbedo тормозного излучения: 1 – бетон, 2 – железо, 3 – свинец

Значения альbedo фотонов для многих веществ можно получить с помощью программы «Компьютерная лаборатория», описание которой дано в приложении 1.

Задание 11

Контрольные вопросы

1. Перечислить процессы, в которых образуется электромагнитное излучение.
2. Записать силы, действующие на частицу в поле электромагнитной волны.
3. Как в классической электродинамике описывается процесс рассеяния электромагнитного излучения? Записать общий вид дифференциального сечения рассеяния электромагнитного излучения.
4. Показать на рисунке углы, которые необходимо учитывать при вычислении дифференциального сечения рассеяния поляризованного электромагнитного излучения.
5. Описать переход от поляризованного излучения к неполяризованному при вычислении дифференциального сечения рассеяния.
6. Записать дифференциальное и полное сечение томсоновского рассеяния.
7. Перечислить силы, которые необходимо учитывать при вычислении сечения рассеяния электромагнитных волн связанными зарядами. Записать уравнение Ньютона для этого случая.
8. Изобразить на графике полное сечение рассеяния в зависимости от частоты падающего излучения. Провести анализ.
9. Дать определения когерентного и некогерентного излучения. Какова зависимость сечений этих процессов от Z ?
10. В чем состоит эффект Комптона? Описать зависимость $E_{\gamma}'(E_{\gamma})$. Показать, как меняется угловое распределение рассеянных фотонов с изменением энергии первичного излучения. Как и почему влияет учет связи атомных электронов на сечение комптоновского рассеяния?
11. Перечислить основные особенности фотоэффекта. Записать выражения для энергии ХРИ и оже-электрона.
12. Перечислить основные закономерности эффекта образования электронно-позитронных пар.
13. Что такое фотоядерная реакция и в чем особенность сечений фотоядерных реакций? Как зависит выход фотонейтронов от Z вещества?
14. Изобразить графически зависимость сечений основных процессов взаимодействия фотонов с веществом от их энергии.
15. В чем заключается эффект Мессбауэра? В чем причина широкого использования этого эффекта в физике и химии?
16. Опишите основные закономерности альbedo фотонов: энергетическое распределение, зависимость от угла падения, угла отражения, энергии источника, атомного номера отражателя и его толщины.

Упражнения

1. Решить уравнение (11.4).
2. Получить выражение (11.8).
3. Усреднить выражение (11.8) по периоду колебания.
4. Усреднить выражение (11.12) по углу поляризации δ .
5. Получить выражение (11.22).

6. Получить связь между $\ddot{\vec{r}}$ и скоростью электрона, испытывающего гармонические колебания.
7. Взять соответствующие производные от выражения (11.24) и, используя формулу Лармора, получить выражение (11.25).
8. Проинтегрировать выражение (11.27) и получить формулу полного сечения рассеяния (11.28).
9. Получить выражение (11.34).
10. Получить формулу (11.38).
11. Получить формулу (11.50).
12. Тонкая свинцовая пластинка помещена в камеру Вильсона и облучается фотонами с энергией 3 МэВ. Всего обнаружено 435 следов позитронов и 2410 следов электронов. Определить отношение $\Sigma_{\pi}/(\Sigma_{\kappa} + \Sigma_{\phi})$.
13. Получить из законов сохранения энергии и импульса для фотонейтронной реакции (γ, n) выражение (11.77).

Задачи

1. (*) Решить однородное уравнение $\ddot{\vec{r}} + \gamma\dot{\vec{r}} + \omega_0\vec{r} = 0$ и объяснить, почему это решение не прибавлено к частному решению уравнения (11.20).
2. Построить график функции $\sigma_s(\omega)$ (формула (11.28)) и показать, что ширина пика равна Γ .
3. Получить формулы (11.47) и (11.51).
4. Составить таблицы и построить графики функции E'_γ/E_γ в зависимости от угла рассеяния для фотонов с энергиями 10 кэВ и 10 МэВ.
5. Доказать, что на свободном электроне фотоэффект невозможен.
6. На какой угол отклонится фотон с энергией 2,75 МэВ в результате комптоновского рассеяния, если его энергия после рассеяния составит 24 % от начальной?
7. Найти энергию фотонов, которые рассеялись назад, испытывая только комптоновское рассеяние: а) однократное на угол 180° , б) трехкратное, каждый раз на угол 60° . Начальная энергия равна 1 МэВ.
8. Радиоактивный препарат излучает две линии: $E_1 = 60$ кэВ и $E_2 = 70$ кэВ. Подобрать вещество и толщину поглотителя так, чтобы линия E_2 была ослаблена в 100 раз, а линия E_1 пропущена с минимальными потерями. На сколько будет ослаблена линия E_1 ?
9. Определить среднюю кинетическую энергию электронов и позитронов, рождающихся в эффекте образования пар, если энергия фотонов равна 8 МэВ.
10. Оценить максимальную энергию ядра отдачи при рождении фотоном с энергией 100 МэВ электронно-позитронной пары на ядре свинца.
11. На полубесконечный слой вещества под углом ϑ_0 к нормали падают частицы плоского мононаправленного источника. Регистрируют отраженное излучение под углом ϑ к той же нормали. Связать токовые и потоковые угловые характеристики альбедо по числу частиц.
12. (*) Используя выражения (11.77) и (11.78), найти среднюю энергию и разброс по энергии фотонейтронов в реакции ${}^A_ZX(\gamma, n){}^{A-1}_ZX$ для энергий фотонов E_γ . Значения A_ZX и E_γ взять из табл. 11.5.

Варианты заданий для задачи 12

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
${}^A_Z X$	${}^6\text{C}$	${}^6\text{C}$	${}^9\text{Be}$	${}^9\text{Be}$	${}^{13}\text{Al}$	${}^{13}\text{Al}$	${}^{56}\text{Fe}$	${}^{56}\text{Fe}$	${}^{107}\text{Ag}$	${}^{107}\text{Ag}$	${}^{186}\text{W}$	${}^{186}\text{W}$	${}^{208}\text{Pb}$	${}^{208}\text{Pb}$
E_γ , МэВ	25	50	5	15	20	30	30	18	40	20	25	40	30	60

13. Показать, что в энергетическом спектре отраженного под заданным направлением излучения мононаправленного источника фотонов всегда имеются фотоны с энергией E , превышающей энергию однократного рассеяния E_1 на данный угол рассеяния θ_s .
14. Используя эффект Мессбауэра можно измерить, предсказанное теорией относительности, увеличение частоты гамма-кванта при «падении» с высоты h в равномерном поле тяготения с гравитационным ускорением g . Воспользуемся для этой цели гамма-квантами с энергией 14,4 кэВ, которые испускает возбужденное ядро ${}^{57}_{26}\text{Fe}$ (естественная ширина линии $\Gamma = 4 \cdot 10^{-9}$ эВ). При какой высоте источника над поглотителем энергия гамма-квантов изменится на 1 % от Γ ?
15. Решить задачи 5, 6, 8, 9, 10 и 11 (для фотонов) из задания 13 в приложении 1 с помощью программы «Компьютерная лаборатория».

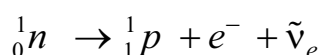
Список литературы

- Бете Г. А., Ашкин Ю. **Прохождение излучения через вещество** // Экспериментальная ядерная физика / Под ред. Э. Сегре. – М.: ИИЛ, 1955. – Т. 1. = Experimental Nuclear Physics Ed. E. Segre. N. Y. L., 1953. – Vol. 1.
- Гусев Н. Г., Климанов В. А., Машкович В. П., Суворов А. П. **Защита от ионизирующих излучений**: в 2 т. Т. 1. Физические основы защиты от излучений: Учеб. для вузов, 3-е изд. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
- Джексон Дж. **Классическая электродинамика**. – М.: Мир, 1965 = J. D. Jackson **Classical Electrodynamics**. – N. Y., 1999.
- Ишханов Б. С., Капитонов И. М. **Взаимодействие электромагнитного излучения с атомными ядрами**. – М.: Изд-во МГУ, 1979.
- Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений**. – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1979.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Теория поля**. – М.: ГИФМЛ, 1962.
- Машкович В. П., Кудрявцева А. В. **Защита от ионизирующих излучений**: Справ. – М.: Энергоатомиздат, 1995.
- Муминов В. А., Хайдаров Р. А. **Рентгенофлуоресцентный анализ возбуждением ускоренными легкими ионами**. – Ташкент: Изд-во Фан, 1980.
- Мухин К. Н. **Экспериментальная ядерная физика**: В 2 т. Т. 1. Физика атомного ядра: Учеб. для вузов. – М.: Атомиздат, 1974.
- Немец О. Ф., Гофман Ю. В. **Справочник по ядерной физике**. – Киев: Наукова думка, 1975.
- Пшеничный Г. А. **Взаимодействие излучений с веществом и моделирование задач ядерной геофизики**. – М.: Энергоиздат, 1982.
- Росси Б. **Частицы больших энергий**. – М.: ГИТТЛ, 1955.

13. **Сборник задач по общему курсу физики:** Атомная физика, физика ядра и элементарных частиц. Изд. 4-е. / Ред. Д. В. Сивухин. – М.: Наука, 1981.
14. Стародубцев С. В., Романов А. М. **Взаимодействие гамма-излучения с веществом.** – Ташкент: Изд-во АН УзССР, 1964.
15. Сторм Э., Исраэль Х. **Сечения взаимодействия гамма-излучения (для энергий 0,001 – 100 МэВ и элементов с 1 до 100):** Справ. – М.: Атомиздат, 1973.
16. **Физическая энциклопедия.** / Гл. ред. А.М. Прохоров – М.: Сов. энциклопедия, 1988.
17. Фраунфельдер Г. **Эффект Мессбауэра.** – М.: Атомиздат, 1964.
18. Шапиро Ф. Л. **Эффект Мессбауэра** // УФН. – Т. 72. – 1960. – С. 685–696.
19. Широков Ю. М., Юдин Н. П. **Ядерная физика.** Учеб. пособие. – М.: Наука, 1972.
20. Storm E. and Israel H.I. **Photon Cross Sections from 1 keV to 100 MeV for elements Z=1 to Z=100** // Nucl. Data Tables. – 1970. – A7. – P. 565-681.
21. Habbell J. H. **Photon Cross Sections, Attenuation Coefficients, and Energy Absorption Coefficients From 10 keV to 100 GeV.** NSRDS-NBS,N 29, US Government Printing Office, Washington, D.C., 20402,1969.
22. Dietrich S. S., Berman B. L. **Atlas of Photoneutron Cross Sections obtained with Monoenergetic Photons** // Atomic Data and Nucl. Data Tables – 1988. – V. 38. – P. 199-338.

ГЛАВА 12. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕЙТРОНОВ С ВЕЩЕСТВОМ

Нейтрон, электрически нейтральная частица с массой, незначительно превышающей массу протона, открыт в 1932 г. Дж. Чедвиком. Нейтрон относится к классу адронов. Из протонов и нейтронов построены все атомные ядра. Масса покоя нейтрона $m_n = 1,67495 \cdot 10^{-24}$ г = 1,008665 а. е. м. $\approx 1840 m_e$
 $m_n c^2 = 939,573$ МэВ. Свободный нейтрон – нестабильная частица (нейтроны устойчивы только в составе стабильных атомных ядер). Превышение массы нейтрона над протоном примерно на 1,293 МэВ делает энергетически выгодным следующий β^- -распад:



с максимальной энергией бета-частиц 782 кэВ. В наиболее точных экспериментах по измерению среднего времени жизни свободного нейтрона, выполненных в последние годы, оно оценивается примерно в 885 с (А. П. Серебров **Измерение времени жизни нейтрона с использованием гравитационных ловушек ультрахолодных нейтронов** // УФН. – Т. 175. – № 9. – 2005. – С. 905–924). Следовательно, период полураспада нейтрона равен примерно 10,2 мин. Время замедления нейтронов в веществе до поглощения ядром в плотных средах составляет порядка сотен мкс, поэтому свободный нейтрон является долгоживущей (квазистабильной) частицей.

Спин нейтрона в единицах \hbar равен $1/2$. Нейтрон имеет собственное магнитное поле. Величина его магнитного дипольного момента $\mu \approx -1,91\mu_N$, где $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c} \approx 5,051 \cdot 10^{-24}$ эрг/Гс – ядерный магнетон. Наличие магнитного мо-

мента у нейтрона указывает на то, что он обладает сложной внутренней структурой, т. е. внутри нейтрона существуют токи, создающие его магнитный момент.

В данной главе мы рассмотрим особенности взаимодействия с веществом свободных нейтронов. Взаимодействия нейтронов, находящихся в связанном состоянии внутри ядер, являются предметом ядерной физики.

Свободные нейтроны по величине кинетической энергии условно разделяют на следующие энергетические группы:

1. **Медленные нейтроны** $T < 1$ кэВ.

В эту группу входят:

- *ультрахолодные нейтроны* $T \leq 10^{-7}$ эВ;
- *холодные нейтроны* 10^{-7} эВ $< T < 0,005$ эВ;
- *тепловые нейтроны* $0,005$ эВ $< T < 0,5$ эВ.

Энергия тепловых нейтронов сравнима с энергией тепловых колебаний атомов твердого тела. Наиболее вероятная энергия тепловых колебаний $T_{\text{тепл}} = kT^\circ$, где $k = 1,38067 \cdot 10^{-23}$ дж/К ($8,617 \cdot 10^{-5}$ эВ/К) – постоянная Больцмана, T° К (Кельвин) – абсолютная температура. При нормальной температуре $T^\circ = 293^\circ$ К (20° С) $T_{\text{тепл}} \approx 0,0253$ эВ.

Соответствующая этой энергии наиболее вероятная скорость тепловых нейтронов равна 2 200 м/с.

- *надтепловые нейтроны* $0,5 \text{ эВ} < T < 1 \text{ кэВ}$.
- 2. *нейтроны промежуточных энергий* $1 \text{ кэВ} < T < 200(500) \text{ кэВ}$.
- 3. *быстрые нейтроны* $200(500) \text{ кэВ} < T < 20 \text{ МэВ}$.
- 4. *сверхбыстрые нейтроны* $T > 20 \text{ МэВ}$.

В нерелятивистской области скорость движения нейтрона (v) и его длина волны ($\lambda = \lambda/2\pi$) связаны с кинетической энергией нейтрона T в эВ соотношениями

$$v \approx 1,4 \cdot 10^4 \sqrt{T} \text{ (м/с)}; \quad \lambda \approx 4,5 \cdot 10^{-10} / \sqrt{T} \text{ (см)}. \quad (12.1)$$

Так как нейтроны не имеют электрического заряда, то они практически не взаимодействуют с электрическим полем атомов (ядер и электронов). Очень слабое электромагнитное взаимодействие нейтроны испытывают лишь за счет наличия магнитного момента и спина. Основные процессы, в результате которых при движении в среде поток нейтронов меняется, – это взаимодействия за счет ядерных сил с ядрами атомов – *ядерные реакции*. Ядерные силы являются короткодействующими и сосредоточены в области сравнимой с расстояниями между нуклонами в ядре (~ 1 Ферми = 10^{-13} см). Поскольку область действия кулоновских сил много больше (порядка размеров атома), то эффективные сечения взаимодействия нейтронов по сравнению с сечениями взаимодействия заряженных частиц невелики. Расстояния, которые нейтроны проходят в веществе до поглощения, много больше пробега заряженных частиц с той же энергией. Нейтроны даже небольших энергий (менее 1 МэВ) могут проходить в твердом веществе расстояния, измеряемые сантиметрами.

Не имея электрического заряда, нейтроны проникают в ядро даже при тепловых энергиях. Поэтому с ядрами могут эффективно взаимодействовать нейтроны, энергии которых лежат в очень широкой области. Реакторы и ускорители дают в настоящее время интенсивные пучки нейтронов с энергиями в интервале от 10^{-4} эВ до тысяч МэВ. Такой большой энергетический диапазон (более 13 порядков) приводит к большому разнообразию процессов взаимодействия нейтронов. При малой энергии и большой длине волны нейтрона (сравнимой с расстояниями между ядрами) во взаимодействии проявляются его волновые свойства. По мере увеличения энергии и уменьшения длины волны во взаимодействиях нейтронов все больше проявляются их корпускулярные свойства. При энергиях, когда длина волны нейтронов сравнима с радиусом действия ядерных сил, нейтроны можно рассматривать как точечные частицы, сталкивающиеся с отдельными нуклонами ядра.

В зависимости от величины кинетической энергии нейтроны могут вступать в различные ядерные реакции, которые в целом можно разделить на упругие и неупругие. Результатом упругих столкновений является изменение направления движения налетающего нейтрона (*рассеяние*) и передача части его кинетической энергии ядру (*замедление*). Следует иметь в виду, что передаваемая ядру энергия при упругом столкновении с нейтроном много больше, чем энергия, передаваемая атому при столкновениях с электроном, так как масса нейтрона много больше массы электрона.

Неупругие взаимодействия нейтронов весьма разнообразны. К ним относятся неупругое рассеяние, захват нейтронов ядром с последующим испусканием гамма-квантов (радиационный захват), поглощение нейтронов ядром с последующим испусканием заряженных частиц и нейтронов, деление ядер. В большинстве ядерных реакций нейтроны не поглощаются, а лишь рассеиваются на некоторый угол, теряя часть кинетической энергии, т. е. замедляются. Этот процесс замедления продолжается до тех пор, пока энергия нейтронов не уменьшится до тепловой. В этой энергетической области нейтроны в основном и поглощаются ядрами.

Как и для других частиц, основной величиной, характеризующей взаимодействие нейтронов с ядрами, является сечение взаимодействия. Отметим сразу, что величины нейтронных сечений сильно различаются при переходе от одного элемента к другому и даже от изотопа к изотопу, а зависимости этих сечений от кинетической энергии нейтронов имеют гораздо более сложный характер, чем аналогичные зависимости для заряженных частиц и фотонов. В 9-й главе отмечалось, что у ядерной реакции, протекающей с образованием составного ядра, сечение резко возрастает, если кинетическая энергия налетающей частицы T находится в резонансной области и энергия возбуждения $Q^* \approx \varepsilon + T$ (где ε – энергия связи частицы в составном ядре) близка к энергии одного из возбужденных уровней составного ядра. В качестве примера на рис. 12.1 приведено полное сечение взаимодействия нейтронов (σ_t) с ядрами железа в небольшом интервале энергий от 1 до 1,5 МэВ. Для объяснения столь сложной зависимости эффективных сечений нейтронов от их энергии и типа ядер используются различные механизмы и модели, описывающие протекание ядерных реакций, но основной источник надежных численных данных нейтронных сечений – это эксперимент.

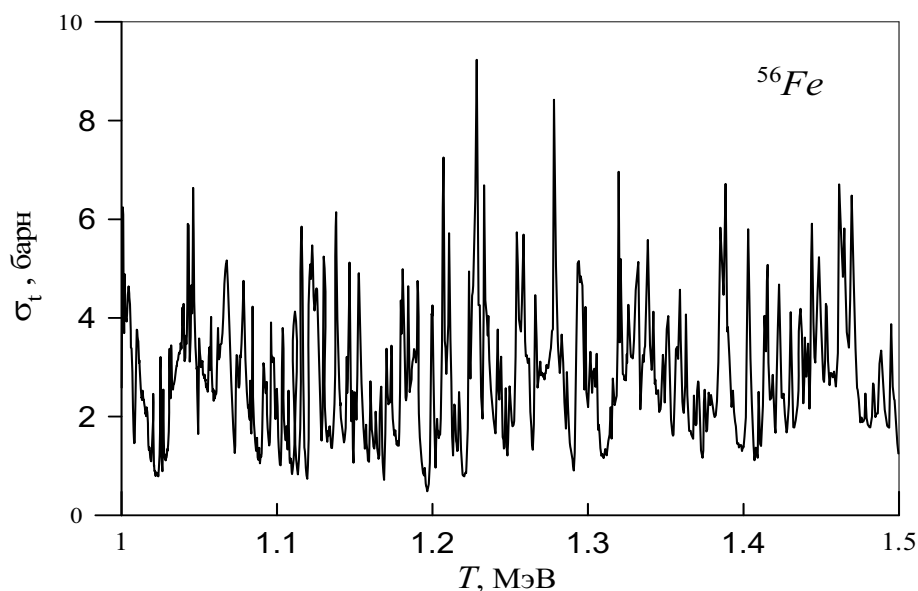


Рис. 12.1. Полное сечение взаимодействия нейтронов с ядрами ^{56}Fe [34]

Рассмотрим теперь более подробно различные процессы взаимодействия нейтронов с ядрами атомов, ограничившись в основном областью энергий менее 20 МэВ. Эта область энергий охватывает все радионуклидные источники нейтронов и нейтроны реакторного спектра. Особенности взаимодействия нейтронов больших энергий можно найти, например, в работе [1].

12.1. Упругое рассеяние нейтронов

При *упругом рассеянии нейтрона* ядро остается в прежнем (не возбужденном) состоянии, в ЛСК сохраняется суммарная кинетическая энергия нейтрона и ядра, а в СЦИ сохраняется кинетическая энергия нейтрона. Реакцию упругого рассеяния нейтронов обозначают как $A(n, n)A$ (или просто (n, n)). В соответствии с основными механизмами протекания ядерной реакции (см. главу 9) возможны два способа упругого рассеяния нейтрона: упругое рассеяние через составное ядро – *упругое резонансное рассеяние* и *упругое потенциальное рассеяние*. Второй вид упругого рассеяния можно рассматривать в рамках модели потенциального рассеяния (это рассеяние иногда называют дифракционным, так как определяющим параметром этого процесса является длина волны падающего нейтрона). Следовательно, полное сечение упругого рассеяния (σ_{el}) является суммой сечений потенциального (σ_{ep}) и резонансного (σ_{er}) рассеяния. Процесс упругого рассеяния имеет место при любых энергиях нейтронов.

12.1.1. Кинематика упругого рассеяния нейтронов

Если рассматривать только кинематику упругого рассеяния, то кинетические энергии и направления движения нейтрона и ядра после рассеяния не зависят от характера действующих сил, а определяются только энергией налетающего нейтрона и массой ядра. В главе 1 получены общие соотношения, связывающие характеристики частиц после упругого рассеяния с углом рассеяния θ в СЦИ. Воспользуемся ими при рассмотрении кинематики упругого рассеяния нейтронов. Пусть нейтрон с кинетической энергией T и массой $m_n = 1$ упруго рассеивается на покоем ядре с массой $m = A$. Если воспользоваться формулой (1.27) для переданной при столкновении энергии, то легко получить выражение для кинетической энергии нейтрона после рассеяния T' :

$$T' = T \left[1 - \frac{2A}{(A+1)^2} (1 - \cos \theta) \right], \quad (12.2)$$

где θ – угол рассеяния в СЦИ. В случае центрального столкновения $\theta = \pi$ и выражение (12.2) принимает вид

$$T' = T \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2. \quad (12.3)$$

При центральном столкновении нейтрона с ядром водорода нейтрон останавливается и вся его энергия переходит протону.

Из выражения (1.20) для угла рассеяния налетающей частицы следует, что при упругом рассеянии нейтронов на водороде его угол рассеяния $\vartheta_1 = \theta/2$ и нейтрон рассеивается лишь в переднее полупространство, потому что при изменении θ от 0° до 180° угол ϑ_1 изменяется в интервале $0 \leq \vartheta_1 \leq \pi/2$.

Если воспользоваться законами сохранения энергии и импульса, то можно получить следующую связь между значениями T , T' и ϑ_1 :

$$\frac{T'}{T} = \frac{\left(\sqrt{A^2 - 1 + \cos^2 \vartheta_1} + \cos \vartheta_1 \right)^2}{(A+1)^2}. \quad (12.4)$$

При рассеянии нейтрона назад он теряет максимальную энергию и имеет минимальную кинетическую энергию

$$Q_{\max} = \frac{4A}{(A+1)^2} T; \quad T'_{\min} = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 T. \quad (12.5)$$

Из (12.4) легко получить выражение для вычисления $\cos \vartheta_1$, если известна энергия нейтрона после рассеяния:

$$\cos \vartheta_1(T; T') = \frac{1}{2} \left[(A+1) \sqrt{T'/T} - (A-1) \sqrt{T/T'} \right]. \quad (12.6)$$

Нейтроны, испытавшие рассеяние на ядре, имеют определенное угловое распределение. Для некоторых задач интерес представляет лишь средний косинус угла рассеяния нейтрона в ЛСК. Если в СЦИ дифференциальное сечение рассеяния является изотропным, то можно получить, что

$$\langle \cos \vartheta_1 \rangle = \frac{2}{3A}. \quad (12.7)$$

Из (12.7) следует, что чем легче ядро, тем вероятнее рассеяние вперед. Наоборот, с увеличением массы ядра $\langle \cos \vartheta_1 \rangle \rightarrow 0$ и на тяжелых ядрах угловое распределение рассеянных нейтронов почти изотропное. При рассеянии нейтронов на водороде $\langle \cos \vartheta_1 \rangle = 2/3$.

Часто, рассматривая процесс распространения нейтронов, вместо шкалы энергий используют шкалу безразмерной переменной:

$$u = \ln(T_0/T), \quad (12.8)$$

где T_0 – начальная кинетическая энергия нейтрона, T – текущее значение этой энергии. Величина u называется *логарифмической потерей энергии* или *летаргией нейтрона*. Из (12.8) следует, что

$$T = T_0 \exp(-u),$$

т. е. имеет место экспоненциальная зависимость текущей энергии нейтрона от его летаргии. Найдем среднее изменение летаргии нейтрона в одном столкновении (ξ):

$$\xi = \langle \ln \left(\frac{T_0}{T} \right) \rangle = \int_{T_{\min}}^{T_0} \ln \left(\frac{T_0}{T} \right) w(T) dT,$$

где $T_{\min} = T_0 \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2$, $w(T) = \frac{(A+1)^2}{4AT_0}$ – плотность распределения нейтронов по энергии после рассеяния (см. задачу 3). Взяв интеграл, получаем

$$\xi = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \left(\frac{A-1}{A+1} \right). \quad (12.9)$$

Если $A > 10$, то с точностью до 1 %

$$\xi = 2/(A + 2/3).$$

Как следует из полученных выражений, величина среднего изменения летаргии в одном столкновении зависит только от массы ядра и не зависит от энергии нейтрона. Это, в основном, и послужило причиной введения логарифмической

шкалы энергии при описании замедления нейтронов в различных средах. Кроме этого, величина летаргии нейтрона изменяется в значительно меньшем интервале, чем его кинетическая энергия. Например, при уменьшении кинетической энергии нейтрона от 1 МэВ до 1 эВ (на шесть порядков) его летаргия изменяется от 0 до 13,8.

Зная величину ξ можно определить среднее число упругих столкновений (\bar{n}), которое должен испытать нейтрон при замедлении от энергии T_0 до T :

$$\bar{n} = \frac{u}{\xi}. \quad (12.10)$$

Для легких ядер число таких соударений на 1–2 порядка меньше, чем у тяжелых, т. е. в легком веществе нейтрон замедляется быстрее, чем в тяжелом. Использование понятия летаргии позволяет упростить запись многих характеристик поля нейтронов в среде.

12.1.2. Упругое потенциальное рассеяние нейтронов

Упругое потенциальное рассеяние можно представить как отражение падающей нейтронной волны на потенциальной яме, возникающей за счет ядерного взаимодействия нейтрона с ядром. Нейтрон в ядро не проникает. Для описания этого процесса взаимодействия нейтронов можно использовать результаты фазовой теории рассеяния (см. раздел 5.4), например, для многих случаев потенциал ядра можно считать сферически симметричным, зависящим только от расстояния между нейтроном и ядром. В соответствии с фазовой теорией упругого рассеяния, выражение для амплитуды рассеяния дается формулой (5.54), которая представляет собой разложение волновых функций падающих и рассеянных частиц по парциальным волнам с определенными значениями орбитального момента l . Каждая парциальная волна характеризуется одним действительным параметром – фазой рассеяния орбитальной волновой функции δ_l . Дифференциальному сечению упругого рассеяния соответствует выражение (5.55), а полное сечение упругого потенциального рассеяния можно записать в виде

$$\sigma_{ep} = 4\pi\hat{\lambda}^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l. \quad (12.11)$$

Для нейтронов, у которых длина волны $\hat{\lambda} \gg R$, где R – радиус ядра ($R \approx 1,4 \cdot 10^{-13} A^{1/3}$ см), все фазы рассеяния $\delta_l \ll \delta_0$. Можно считать, что нейтроны с $l > 0$ пролетают мимо ядра вне области действия ядерных сил, поэтому в сумме (12.11) следует оставить только первый член. В результате получаем

$$\sigma_{ep} \approx 4\pi\hat{\lambda}^2 \sin^2 \delta_0.$$

Условию $\hat{\lambda} \gg R$ для тяжелых ядер соответствует область кинетических энергий нейтронов менее примерно 10 кэВ, но эта энергия возрастает с уменьшением массы (размеров) ядра. Если представить ядро как непроницаемую сферу радиуса R , то в случае рассеяния низкоэнергетических нейтронов можно получить (см. главу 5, задачу 5.5), что фаза $\delta_0 \approx R/\hat{\lambda}$. Следовательно, полное сечение имеет вид

$$\sigma_{ep} \approx 4\pi R^2. \quad (12.12)$$

Экспериментальные измерения показали, что у нейтронов небольших энергий (медленных нейтронов) сечение упругого потенциального рассеяния не зависит от кинетической энергии нейтрона и согласуется с выражением (12.12).

В случае $\lambda \gg R$ в разложении дифференциального сечения по полиномам Лежандра (5.55) также остается только первый член разложения, поэтому зависимость от угла рассеяния θ пропадает и рассеяние является сферически симметричным (изотропным):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \sigma_{ep}.$$

С увеличением энергии нейтрона его длина волны уменьшается, и в разложении (12.11) следует учитывать другие фазы рассеяния δ_l радиальной волновой функции рассеянной волны. Сечение упругого потенциального рассеяния начинает уменьшаться. У нейтронов промежуточных энергий

$$\sigma_{ep} \approx \pi(R + \lambda)^2, \quad (12.13)$$

а для быстрых нейтронов

$$\sigma_{ep} \approx \pi R^2, \quad (12.14)$$

что примерно равно геометрическому сечению ядра (классическому сечению рассеяния). Поскольку с уменьшением λ в разложении (5.55) также появляются дополнительные члены, то дифференциальное по направлению сечение рассеяния становится анизотропным.

Ранее отмечалось, что зависимость эффективных сечений различных реакций нейтронов с ядрами от их энергии имеют сложный (резонансный) характер. Исключением является лишь упругое потенциальное рассеяние. Эффективное сечение этой ядерной реакции является плавной функцией, убывающей от величины $\sim 4\pi R^2$ в тепловой области до примерно πR^2 – у быстрых нейтронов.

12.1.3. Упругое резонансное рассеяние нейтронов

Упругое резонансное рассеяние – это упругое рассеяние нейтрона с образованием составного ядра. Возбужденное состояние составного ядра является нестабильным (квазистационарным) и через некоторый промежуток времени ядро «избавляется» от избытка энергии. Энергия возбуждения может сниматься путем испускания гамма-квантов, нейтронов, протонов, альфа-частиц и т. д. Все эти процессы являются конкурирующими и вероятность каждого из них $\sim 1/\tau_i$, где τ_i – среднее время жизни данного возбужденного состояния составного ядра относительно i -го канала снятия возбуждения (см. раздел 9.3.1). Если возбужденное ядро испускает нейтрон и переходит в основное состояние, то частичная ширина уровня $\Gamma_i \equiv \Gamma_n$, и сечение упругого резонансного рассеяния можно записать как

$$\sigma_{er} = \sigma_t \cdot (\Gamma_n / \Gamma). \quad (12.15)$$

Здесь Γ – полная ширина возбужденного уровня составного ядра, полное сечение – σ_t можно рассматривать как сечение образования составного ядра, а отношение Γ_n / Γ – это вероятность снятия возбужденного состояния ядра через канал упругого рассеяния. Если кинетическая энергия нейтрона находится в области резонанса, то величина сечения описывается формулой Брейта-Вигнера

(9.25), которая в случае упругого резонансного рассеяния имеет следующий вид:

$$\sigma_{er}(T) = g\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n^2}{(T - T_r)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (12.16)$$

Отметим, что резонансами часто называют значения кинетической энергии нейтронов (других частиц) T_r , при которой энергия возбуждения ядра Q^* равна энергии соответствующего уровня составного ядра Q_r^* (см. раздел 9.3.1). В пределах узкой резонансной области величина сечения возрастает во много раз и может достигать значений $\sigma_{er} \sim 4\pi\lambda^2$ (рис.12.2).

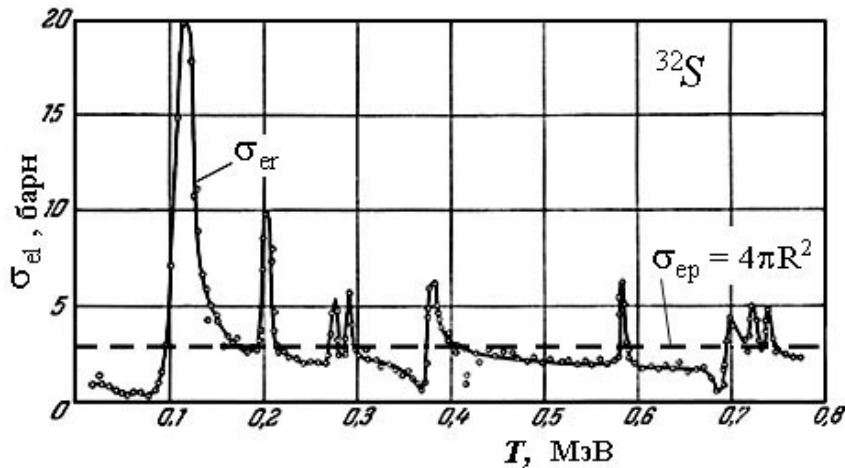


Рис. 12.2. Сечение упругого рассеяния нейтронов на ядрах серы [28]

С увеличением энергии возбуждения расстояния между энергетическими уровнями уменьшаются, их ширина возрастает, и уровни начинают перекрываться. Резонансный характер сечения за счет интерференции многих уровней проявляется все слабее, и сечение становится более плавным. Вклад σ_{er} в сечение упругого рассеяния уменьшается, преобладает упругое потенциальное рассеяние. Формула Брейта-Вигнера в этом случае не работает.

Если кинетическая энергия нейтрона мала (меньше резонансной), то сечение упругого рассеяния почти полностью определяется потенциальным рассеянием. Таким образом, только в определенной области кинетических энергий (резонансной) упругое рассеяние имеет резонансный характер, для меньших и больших энергий нейтронов упругое рассеяние является потенциальным.

Изолированные (хорошо разделенные) резонансы легких ядер ($A < 25$) расположены в энергетическом интервале 100 кэВ – 10 МэВ, у средних ядер ($25 < A < 80$) в интервале 1 кэВ – 100 кэВ, а у тяжелых ($A > 80$) в интервале энергий нейтронов 1 эВ – 1 кэВ.

Полное сечение упругого рассеяния складывается не только из суммы потенциального и резонансного рассеяния. Из-за интерференции между резонансным и потенциальным рассеяниями в эффективном сечении упругого рассеяния появляется еще интерференционный член. Причем его знак меняется при переходе через резонанс: при $T < T_r$ он отрицательный, а при $T > T_r$ – положительный. Такое поведение сечения хорошо видно на рис. 12.2 в области первого резонанса. С учетом резонансного члена для случая $\lambda \gg R$ и нулевого спина рас-

сеивающего ядра сечение упругого рассеяния имеет вид (Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц **Квантовая механика** (нерелятивистская теория)).

$$\sigma_{el}(T) = 4\pi R^2 + \pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n^2}{(T - T_r)^2 + \Gamma^2/4} + \frac{4\pi\lambda\Gamma_n R(T - T_r)}{(T - T_r)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (12.17)$$

Первый член в этом выражении соответствует потенциальному рассеянию. За счет интерференции процессы потенциального и резонансного рассеяния могут иногда почти полностью погасить друг друга.

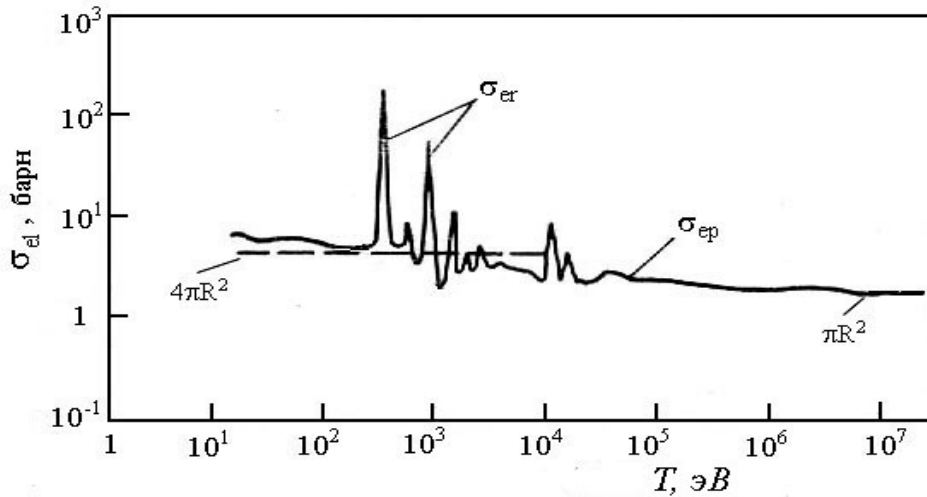


Рис. 12.3. Зависимость сечения упругого рассеяния нейтронов от энергии

На рис. 12.3 приведена примерная зависимость сечения упругого рассеяния в широком энергетическом диапазоне для некоторого «условного» ядра. Положение резонансов, их число и величина сечения в резонансной области, конечно же, сильно зависят от типа ядра.

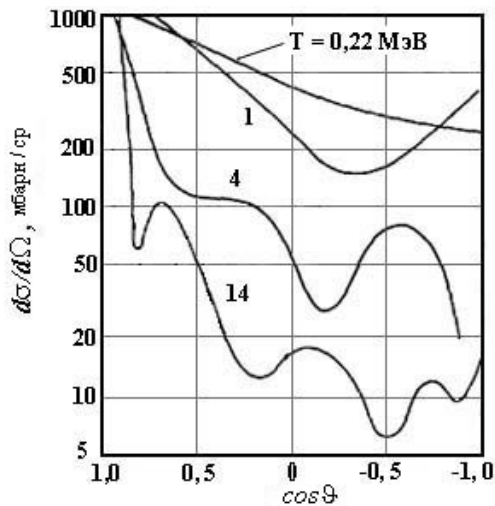
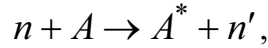


Рис. 12.4. Угловое распределение рассеянных нейтронов на ядрах олова [4]

Угловое распределение упруго рассеянных нейтронов в ЛСК определяется массой ядра и энергией нейтрона. Для легких ядер оно вытянутое вперед и анизотропия сечения возрастает с увеличением кинетической энергии нейтронов. Для тяжелых ядер и небольших энергий нейтронов угловое распределение упруго рассеянных нейтронов близко к изотропному распределению. Характерные угловые распределения рассеянных нейтронов в зависимости от их начальной энергии показаны на рис. 12.4. Причина дифракционной картины сечений – это интерференция падающей и рассеянной нейтронных волн.

12.2. Неупругое рассеяние нейтронов

При *неупругом рассеянии нейтрона* часть его кинетической энергии передается ядру в виде энергии возбуждения, т. е. процесс рассеяния происходит по схеме



где n и n' – первичный и неупруго рассеянный нейтроны с кинетическими энергиями T и T' соответственно. Кратко этот процесс взаимодействия обозначают – $A(n, n')A^*$ (или (n, n')). Разность $Q^* = T - T' - T_{\text{отд}} \approx T - T'$ (здесь $T_{\text{отд}}$ – энергия отдачи ядра) – это энергия возбуждения ядра A^* . Поскольку всегда $T' > 0$, то процесс неупругого рассеяния является пороговым. В соответствии с соотношением (2.36), если кинетическая энергия нейтрона $T < \frac{A+1}{A} Q_1^*$,

где Q_1^* – энергия первого возбужденного уровня ядра-мишени, то процесс рассеяния нейтрона является упругим, а сечение неупругого рассеяния (σ_{si}) равно нулю. В противном случае наряду с упругим рассеянием возможно и неупругое рассеяние нейтрона. Если возбужденное состояние не является метастабильным, то через время порядка $10^{-15} - 10^{-16}$ с ядро переходит в основное или другое возбужденное состояние с меньшей энергией возбуждения. Этот переход сопровождается испусканием одного или нескольких гамма-квантов.

При неупругом рассеянии нейтрон теряет больше энергии, чем при упругом. И именно благодаря этой разнице в потерях энергии такой процесс был обнаружен в 1934 г. при пропускании пучка нейтронов через поглотитель из свинца, в котором потери энергии в упругих столкновениях малы.

Рассмотрим основные общие закономерности неупругого рассеяния.

1. Сечение неупругого рассеяния возрастает с увеличением массы ядра. Причины следующие:

- возрастает число возбужденных уровней ядра и уменьшается минимальная энергия возбуждения, следовательно, и пороговая энергия. Энергия первого возбужденного уровня для разных ядер изменяется в широких пределах. С увеличением массы ядра она в среднем уменьшается от нескольких МэВ до примерно 10 кэВ, но ведет себя немонотонно. Она велика у ядер с четными числами нейтронов и протонов (особенно у магических ядер) и мала у ядер с нечетным числом протонов и (или) нейтронов. Например, у дважды магического ядра $^{16}_8\text{O}$

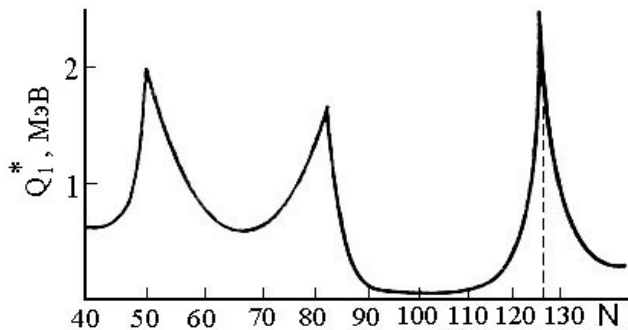


Рис. 12.5. Зависимость энергии первого возбужденного уровня ядра от числа нейтронов

$Q_1^* = 6,049$ МэВ, а у $^{235}_{92}\text{U}$ всего лишь 75 эВ. На рис. 12.5 приведена зависимость энергии первого возбужденного уровня от числа нейтронов у тяжелых ядер (**Физика микромира: Маленькая энциклопедия** // Гл. ред. Д. В. Ширков – М.: Советская энциклопедия, 1980);

- увеличивается радиус ядра и геометрическое сечение ядра.

2. При $T < 0,2 - 0,5$ МэВ неупругое рассеяние отсутствует почти для всех ядер (и легких, и тяжелых), но если кинетическая энергия нейтрона возрастает до значений $T \approx 1,5$ МэВ, то сечение становится заметным даже для легких ядер.
3. При $T \approx 3$ МэВ у средних и тяжелых ядер сечение возрастает до значения порядка геометрического сечения ядра $\sigma_{si} \approx \pi R^2$ (несколько барн). Причиной возрастания сечения с ростом T – увеличение числа уровней ядра, возбуждение которых становится возможным при неупругом рассеянии.
4. В области энергий $T \approx 4 - 6$ МэВ у средних и тяжелых ядер величина сечения неупругого рассеяния достигает насыщения и с дальнейшим увеличением кинетической энергии нейтрона меняется слабо. Для одних элементов величина сечения слегка возрастает, для других убывает, но не уходит далеко от значения $\sim \pi R^2$.
5. Средние потери энергии нейтрона при неупругом рассеянии возрастают с увеличением массы ядра (при упругом рассеянии зависимость противоположная).
6. Средние потери энергии нейтрона при неупругом рассеянии возрастают с увеличением его кинетической энергии.
7. Вклад сечения неупругого рассеяния в полное сечение невелик для легких ядер, но для ядер с $Z > 20$ величина сечения неупругого рассеяния может составлять заметную часть от полного сечения.

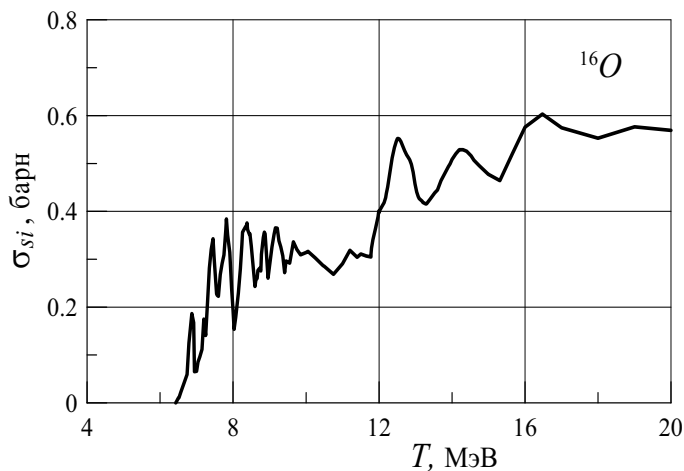


Рис. 12.6. Сечение неупругого рассеяния нейтронов на ядрах $^{16}_8\text{O}$ [34]

На рис. 12.6 приведено сечение неупругого рассеяния нейтронов на ядрах кислорода в зависимости от их энергии. Хорошо прослеживается резонансный характер сечения в соответствующей области энергий нейтронов.

Если кинетическая энергия налетающих нейтронов велика и возбуждается большое число резонансных состояний, то поведение сечения становится сложным и трудным для анализа. По этой причине

при анализе закономерности поведения сечений в зависимости от энергии нейтронов (или массы ядра), их часто усредняют по некоторым энергетическим интервалам, которые выбирают достаточно большими по сравнению с расстояниями между уровнями. Усредненные таким образом сечения являются уже плавными функциями энергии, и их можно использовать при анализе различных моделей ядерных взаимодействий, для получения закономерностей поведения сечений от энергии нейтронов, массового числа ядер и т. д. На рис. 12.7 для ядер железа приведены примерные (сглаженные по резонансам), зависимости от энергии нейтронов сечений упругого и неупругого рассеяния и полного сечения.

Хорошо видно, что в целом зависимость сечения неупругого рассеяния от энергии нейтрона такая, как отмечено выше.

На фоне этих общих закономерностей имеют место некоторые отклонения, связанные с особенностями отдельных ядер. В основном, это легкие ядра, у которых число уровней с энергиями менее 1,5–3 МэВ мало. Но отклонения от общего поведения обнаруживаются и у тяжелых ядер, например, у изотопа свинца $^{208}_{82}Pb$. Сечение неупругого рассеяния у него значительно меньше, чем у других изотопов. Согласно оболочечной модели ядра, те ядра, которые имеют

магическое число нуклонов (протонов или нейтронов), имеют большую энергию связи и являются более устойчивыми. Кроме этого, нижние уровни возбуждения магических ядер расположены значительно выше, чем у обычных ядер. Все это уменьшает вероятность возбуждения таких ядер и, следовательно, вероятность неупругого рассеяния. Ядро $^{208}_{82}Pb$ является *дважды магическим* (содержит 82 протона и 126 нейтронов) и является особо устойчивым (см. рис. 12.5).

С увеличением массы ядра и энергии возбуждения число уровней ядра и ширина уровней возрастают, а расстояния между уровнями уменьшаются. При возбуждении средних и тяжелых ядер до энергий более 6–7 МэВ расстояния между уровнями становятся настолько малыми, что различные уровни начинают перекрываться. Установить при этих условиях квантовые характеристики каждого отдельного уровня невозможно. Но это и не следует делать, так как поведение возбужденного ядра определяется не характеристиками отдельного уровня, а совокупностью большого числа уровней, расположенных в окрестности энергии возбуждения. При этом одна и та же энергия возбуждения многими способами распределяется между нуклонами ядра и за время жизни возбужденного составного ядра происходят многочисленные перераспределения этой энергии. Все это позволяет рассматривать сильно возбужденное ядро подобно капле нагретой жидкости или некоторому объему нагретого газа, в которых происходят непрерывные перераспределения энергии среди большого числа молекул. В соответствии с подобной аналогией для описания сильно возбужденных состояний ядер применяют методы статистической физики, определяя вероятности некоторых характеристик уровней в зависимости от энергии возбуждения. Основными определяемыми характеристиками являются плотность ядерных уровней $\omega(Q^*)$ (число уровней на единичный интервал энергий) и ширины уровней. Основное статистическое предположение заключается в том, что при сильных возбуждениях (средних и тяжелых ядер) число уровней ядра в небольшом энергетическом интервале ΔQ^* очень велико и распределения уровней по энергии и по ширине

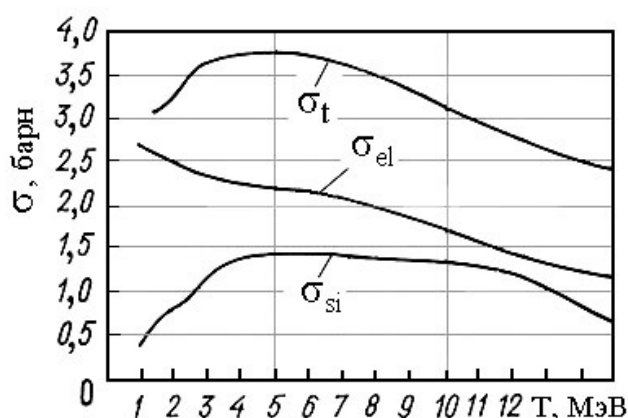


Рис. 12.7. Усредненные сечения взаимодействия быстрых нейтронов с ядрами ^{56}Fe [9]

случайные. Основной задачей статистического рассмотрения является установление связи между плотностью ядерных уровней и энергией возбуждения.

При статистическом рассмотрении состояния возбужденного ядра определяют термодинамическими величинами, например, такими как энтропия, теплоемкость, температура. Процесс поглощения частиц ядром сопоставляют с нагреванием системы нуклонов ядра, а процесс испускания частиц (или гамма-квантов) – с процессом их испарения (по аналогии с испарением молекул из капли нагретой жидкости). По этой причине спектры частиц и гамма-квантов, образующихся в ядерных реакциях часто называют *спектрами испарения*.

Обозначим через W число возможных состояний (уровней) возбужденного ядра со всеми квантовыми характеристиками (моментами, спинами), которые соответствуют некоторому интервалу энергий возбуждения ΔQ^* . Тогда энтропию ядра S можно определить через W (число возможностей для реализации состояния системы с данной энтропией) с помощью соотношения Больцмана:

$$S(Q^*) = \ln W. \quad (12.18)$$

Плотность уровней определяется формулой:

$$\omega(Q^*) = \frac{dW}{dQ^*} = e^S \frac{1}{\theta}. \quad (12.19)$$

Здесь θ – температура ядра, измеряемая в энергетических единицах (kT°), которая определяется через энтропию по обычной термодинамической формуле:

$$\theta = 1 / \left(\frac{\partial S}{\partial Q^*} \right). \quad (12.20)$$

Если энергия возбуждения мала по сравнению с общей энергией связи ядра (более 600 МэВ для средних и тяжелых ядер), то систему нуклонов ядра можно приближенно рассматривать как идеальный Ферми-газ (газ из невзаимодействующих частиц с полуцелыми спинами, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака). В том случае теплоемкость ядра C зависит от температуры так же, как теплоемкость вырожденного Ферми-газа [16]:

$$C = \frac{a}{2} \theta, \quad (12.21)$$

где a (1/МэВ) – некоторый параметр, зависящий от числа нуклонов в ядре. Величину параметра определяют из сравнения экспериментальных и расчетных распределений плотности энергетических уровней. Так как

$$C = \frac{dQ^*}{d\theta}, \quad (12.22)$$

то из (12.21) и (12.22) с начальным условием $\theta(Q^* = 0) = 0$ можно получить связь температуры ядра с энергией возбуждения:

$$\theta = 2 \sqrt{\frac{Q^*}{a}}. \quad (12.23)$$

Если рассматривать процесс испускания нейтронов возбужденным составным ядром как процесс испарения, то испарительные спектры нейтронов должны соответствовать распределению Максвелла. В рамках термодинамиче-

ского подхода выражение для испарительного спектра впервые получено Я.И. Френкелем. Более точной феноменологической моделью для описания испарительных спектров нуклонов является испарительная модель Вайскопфа-Ивинга [12]. В рамках этой модели, используя принцип детального равновесия, энергетическое распределение неупруго рассеянных нейтронов можно выразить через плотность уровней остаточного ядра (В) – $\omega_B(Q_B^*)$ и сечение обратной реакции [10, 12]:

$$N(T')dT' = \text{const } \sigma_{nB}(T') \omega_B(Q_B^*) T' dT'. \quad (12.24)$$

Здесь $\sigma_{nB}(T')$ – сечение обратной реакции (сечение поглощения нейтрона с энергией T' остаточным возбужденным ядром В), а $Q_B^* = Q^* - \varepsilon_n - T'$, где ε_n – энергия связи нейтрона. Вместо сечения $\sigma_{nB}(T')$, которое невозможно измерить, используют сечение прямой реакции $\sigma_{si}(T')$ (оценки показывают, что разница невелика). Если воспользоваться для $\omega_B(Q_B^*)$ выражением (12.19) и пренебречь изменением температуры ядра в процессе испускания нейтрона (тогда $S_B \approx Q_B^*/\theta_B$), то получим следующее выражение для спектра нейтронов:

$$N(T')dT' \approx \text{const } \frac{\sigma_{si}(T')}{\theta_B} T' \exp\left(-\frac{T'}{\theta_B}\right) dT'. \quad (12.25)$$

Полагая в (12.25) $\sigma_{si}(T') \approx \sigma_{si}(T)$, и считая температуру ядра постоянной, легко получить плотность распределения испущенных нейтронов по энергии (см. главу 7 в [32]):

$$p(T')dT' = \frac{1}{\theta_B^2} T' \exp\left(-\frac{T'}{\theta_B}\right) dT'. \quad (12.26)$$

Если положить из экспериментальных данных, что $a \approx A/8$ [24], и принять в первом приближении $Q_B^* \approx T$, то

$$\theta_B \approx 5,66 \sqrt{T/A} \text{ (МэВ)}. \quad (12.27)$$

Распределение (12.26) – это кривая с максимумом, соответствующая распределению Максвелла. Положение максимума спектра находится при энергии $T' \approx \theta_B$, т. е. он смещен в сторону меньших энергий (значения θ_B это обычно 1–1,5 МэВ). Средняя кинетическая энергия вылетающих нейтронов невелика ($\bar{T}' \approx 2\theta_B$), следовательно, после испускания нейтрона у ядра остается большая энергия возбуждения. Например, при неупругом рассеянии нейтронов с кинетической энергией 14 МэВ на ядрах висмута они отдают ядру в среднем 11 МэВ. На рис. 12.8 приведены экспериментальные спектры упруго и неупруго рассеянных нейтронов на ядрах висмута. Как следует из этого рисунка, потери энергии при упругом рассеянии много меньше, чем при неупругом. Такое отличие спектров позволяет надежно экспериментально выделять неупруго рассеянные нейтроны на фоне нейтронов, испытавших упругое рассеяние. Энергетическое распределение неупруго рассеянных нейтронов используют для определения ядерной температуры.

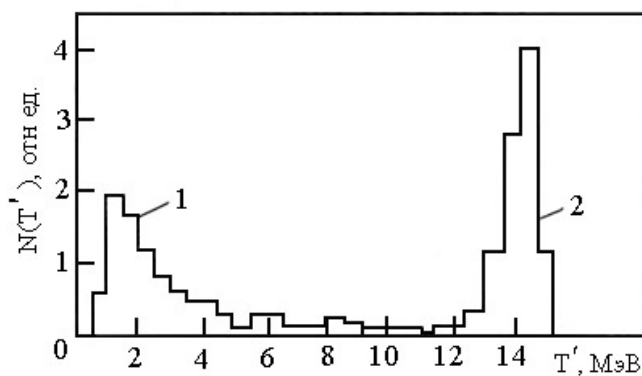


Рис. 12.8. Спектры неупруго (1) и упруго (2) рассеянных нейтронов на ядрах висмута [4]

первичного пучка) распределения – для нейтронов, рассеивающихся без образования составного ядра. Эти нейтроны имеют также и другой спектральный состав, т. к. рассеиваются преимущественно вперед и теряют меньшую энергию, чем нейтроны, рассеивающиеся с образованием составного ядра. Таким образом, высокоэнергетическая часть спектра неупруго рассеянных нейтронов формируется в результате прямых реакций, а низкоэнергетическая – в результате рассеяния через составное ядро.

В заключение этого раздела отметим, что у нейтронов с кинетическими энергиями более нескольких МэВ величина сечения неупругого рассеяния достаточно велика ($\sigma_{si} \approx \pi R^2$). Для большинства ядер она выше, чем сечения других неупругих взаимодействий нейтронов. Поэтому основные процессы взаимодействия быстрых нейтронов с большинством ядер – это упругое и неупругое рассеяния.

12.3. Радиационный захват нейтронов

Радиационный захват нейтронов – это ядерная реакция, в результате которой нейтрон поглощается (захватывается) ядром с последующим испусканием гамма-квантов. Ядро, поглотившее нейтрон, является изотопом первичного ядра и после испускания гамма-квантов может быть радиоактивным. В этом случае радиационный захват нейтронов приводит к активации вещества. *Радиационный захват, также как и упругое рассеяние, возможен при любой кинетической энергии нейтронов* и практически с любым ядром. Радиационный захват (и вообще захват нейтронов) не испытывает лишь одно стабильное ядро – ${}^4\text{He}$. Все остальные ядра могут поглощать нейтроны и энергия возбуждения этих ядер (см. раздел 9.2.2) может выделяться в виде одного или нескольких гамма-квантов. Количество и энергия испущенных гамма-квантов зависят от системы энергетических уровней ядра и от кинетической энергии нейтрона. Сечение этого процесса будем обозначать σ_{ar} , а саму реакцию ${}^nA(n, \gamma){}^{n+1}A$ (или просто (n, γ)).

Если кинетическая энергия нейтрона находится в резонансной области, то сечение радиационного захвата имеет резонансный характер. В соответствии с формулой Брейта-Вигнера (9.25) величина сечения в области одиночного резонанса имеет вид

Реакция неупругого рассеяния может протекать как через составное ядро, так и в виде прямой ядерной реакции. Поэтому угловое распределение неупруго рассеянных нейтронов является суммой почти изотропного углового распределения нейтронов, испущенных составным ядром (примерно 90 % всех нейтронов), и анизотропного (вытянутого в направлении

$$\sigma_{ar}(T) = g\pi\tilde{\lambda}^2 \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{(T - T_r)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (12.28)$$

где Γ_γ – парциальная ширина уровня для снятия возбуждения путем испускания гамма-кванта, а $\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma$. Поскольку отношение Γ_n/Γ есть вероятность распада составного ядра путем испускания нейтрона, то параметр Γ_n называют *нейтронной шириной*. Отношение Γ_γ/Γ есть вероятность распада с испусканием гамма-кванта и Γ_γ – *радиационная ширина*.

Γ_n и Γ_γ выделяются среди всех парциальных ширин. Процессы упругого рассеяния и радиационного захвата возможны практически для любого ядра и при любой энергии нейтронов. Все остальные неупругие процессы взаимодействия нейтронов возможны не с каждым ядром и являются пороговыми, т. е. их парциальные ширины в области энергий меньше пороговой равны нулю (за исключением очень тяжелых ядер, испытывающих деление на медленных нейтронах). По сравнению с Γ_n радиационная ширина Γ_γ меняется меньше с изменением энергии нейтрона и массы ядра [2]. Например, экспериментально найдено, что для средних ядер $\Gamma_\gamma \approx 0,2$ эВ, а для тяжелых $\Gamma_\gamma \approx 0,03$ эВ. Примерную зависимость радиационной ширины от энергии нейтрона можно представить в виде [4]

$$\Gamma_\gamma \sim (Q^*)^3 \approx (T + \varepsilon_n)^3,$$

из которой видно, что при $T \ll \varepsilon_n$ величина Γ_γ меняется очень медленно.

Напротив, нейтронная ширина имеет сложную зависимость, меняясь заметно с изменением массы ядра и от резонанса к резонансу для определенного ядра. В среднем Γ_n возрастает с увеличением энергии нейтрона и уменьшением массы ядер. Для легких ядер величина Γ_n составляет несколько кэВ, для сред-

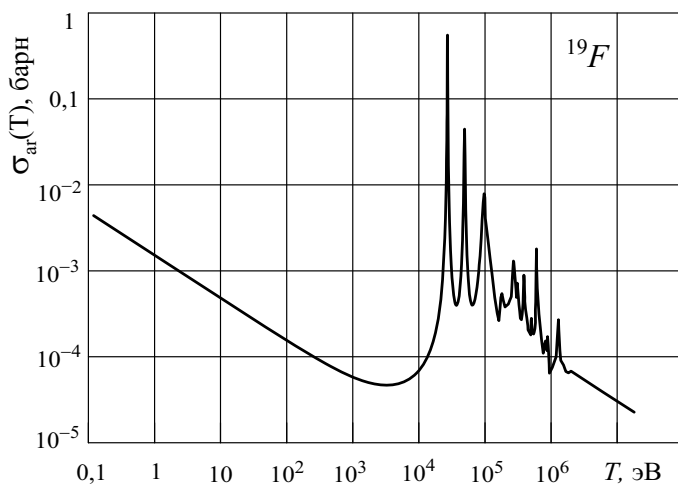


Рис. 12.9. Зависимость сечения радиационного захвата от энергии для ядер фтора [34]

них ядер ее величина порядка эВ, а для тяжелых ядер уменьшается до тысячных долей эВ. Большинство резонансов медленных и промежуточных нейтронов имеют место для s-волны, т. е. для волны с орбитальным моментом $l = 0$. В этом случае величину Γ_n можно записать в виде [2]:

$$\Gamma_n = \Gamma_{n0} \sqrt{T}, \quad (12.29)$$

где T в эВ, а Γ_{n0} – приведенная нейтронная ширина, которая распределена по определенному закону (распределение Портера–Томаса [25]) вокруг среднего значения, которое опре-

деляется только характеристиками ядра. Выражение (12.29) отражает основную зависимость нейтронной ширины от энергии в области небольших энергий.

Если $T = T_r$, то в сечении (12.28) присутствует резонансный пик с максимальным значением $4g\pi\lambda^2\Gamma_n\Gamma_\gamma/\Gamma^2$ и полушириной, равной Γ . Множитель $g\pi\lambda^2$ определяет общую плавную зависимость сечения σ_{ar} от энергии нейтрона. При энергиях $T \ll T_r$ (вдали от резонанса) из (12.28) получаем примерное равенство

$$\sigma_{ar} \approx 4\pi g \lambda^2 \Gamma_n \Gamma_\gamma / T_r^2,$$

которое с учетом выражений (12.1) и (12.29) можно записать в виде

$$\sigma_{ar} \approx 4\pi g \frac{\Gamma_\gamma \Gamma_{n0}}{T_r^2} \frac{1}{\sqrt{T}}.$$

Величина $\Gamma_\gamma \Gamma_{n0}/T_r^2$ очень слабо меняется с энергией нейтрона, поэтому $\sigma_{ar} \sim 1/\sqrt{T} \sim 1/v$. Зависимость $1/v$ (закон $1/v$) – это характерная особенность сечения резонансного захвата вдали от резонансов при низких энергиях. Закон $1/v$ для тепловых нейтронов не соблюдается лишь тогда, когда резонансная энергия T_r близка к тепловой. На рис. 12.9 показана энергетическая зависимость сечения радиационного захвата для ядер фтора. Хорошо видно, что величина

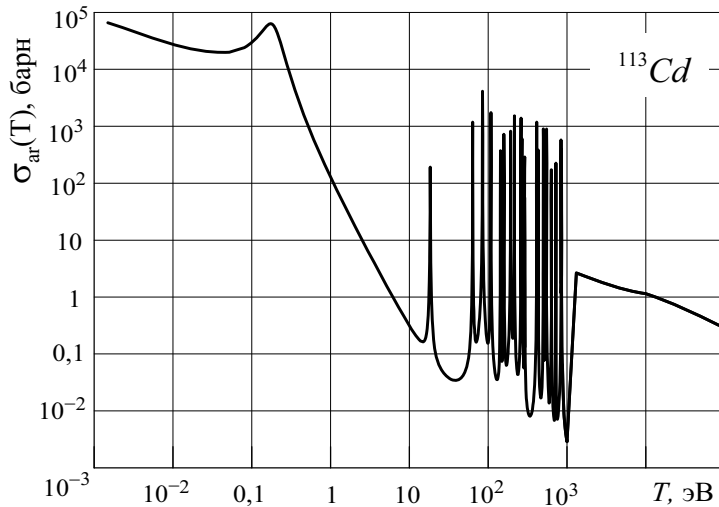


Рис. 12.10. Сечение радиационного захвата для ^{113}Cd [34]

σ_{ar} с возрастанием энергии нейтрона убывает гораздо быстрее, чем сечение упругого рассеяния.

Рассмотрим, как меняется соотношение между двумя основными каналами ядерного взаимодействия нейтронов: упругим рассеянием и резонансным захватом в зависимости от энергии нейтронов и массы ядра.

Медленные нейтроны. Для тяжелых ядер ($A > 80$) $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$ и поэтому сечение радиационного захвата много больше сечения упругого рассеяния. Величина σ_{ar} убывает с возрастанием энергии нейтрона в среднем по закону $1/v$, но в области резонансов сечение может возрасти во много раз. Для некоторых элементов с $A > 100$ при резонансной энергии сечение возрастает в сотни и тысячи раз. Например, у изотопа ^{113}Cd , количество которого в естественной смеси 12,3 %, на резонансе 0,176 эВ $\sigma_{ar} \approx 21\,000$ барн (рис. 12.10). Кадмий используется для защиты от тепловых нейтронов и кадмиевая пластина толщиной всего в 1 мм для них практически непроницаема. Очень велико сечение радиационно-

го захвата у ядер ^{135}Xe в тепловой области (рис. 12.11). На резонансе 0,084 эВ $\sigma_{ar} = 2,77 \cdot 10^6$ барн. ^{135}Xe является продуктом деления и, несмотря на малую

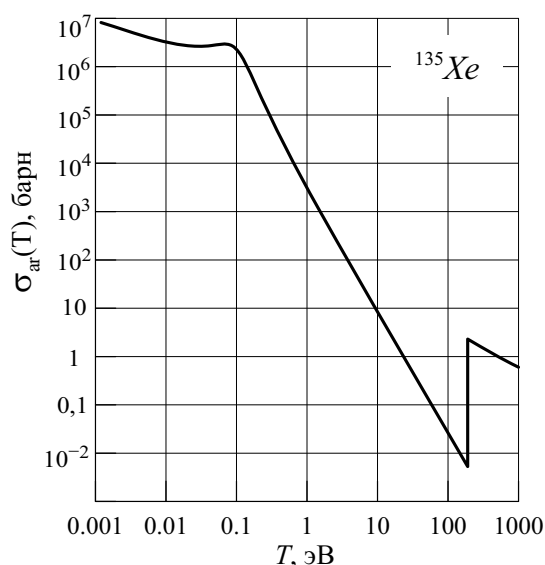


Рис. 12.11. Сечение радиационного захвата в ^{135}Xe при низких энергиях [34]

Нейтроны промежуточных энергий. Для легких элементов сечение радиационного захвата мало по сравнению с упругим рассеянием. С увеличением массы ядра отношение Γ_γ/Γ_n растет и для тяжелых ядер $\Gamma_\gamma \approx \Gamma_n$ при энергии нейтронов примерно 1 кэВ. Так как $\Gamma_\gamma/\Gamma_n = \sigma_{ar}/\sigma_{el}$, то на нижней границе этой энергетической области у тяжелых элементов оба сечения примерно равны. С увеличением кинетической энергии нейтронов величина σ_{ar} уменьшается в среднем по закону $1/v$.

Быстрые нейтроны. Зависимость сечения радиационного захвата от массы ядра для быстрых нейтронов приведена на рис. 12.12а. Как видно из рисунка, величина сечения в области больших энергий не превышает долей барна. В среднем сечение сначала быстро растет с увеличением массы ядра, что связано с возрастанием плотности ядерных уровней. Для ядер с $A > 80$ плотность ядерных уровней и величина сечения примерно одинаковы. В этой области энергий величина сечения пропорциональна λ^2 и уменьшается с увеличением кинетической энергии падающих нейтронов примерно по закону $1/T$.

Таким образом, в целом зависимость сечения радиационного захвата от кинетической энергии нейтронов и массы ядер следующая:

- быстрое уменьшение величины сечения с увеличением энергии нейтронов, и на этом фоне наличие резонансных пиков, количество и высота которых зависят от свойств ядра (рис. 12.9 – 12.11);
- почти линейный рост сечения с увеличением массового числа A до значений 80–100 и затем выход на примерно постоянное значение;
- заметное уменьшение сечения в области магических ядер, что связано с большей устойчивостью этих ядер (см. предыдущий раздел).

концентрацию и короткое время жизни ($T_{1/2} = 9,13$ ч), он порождает неустойчивость в работе ядерного реактора на тепловых нейтронах, интенсивно поглощая эти нейтроны. Из рис. 12.10 и 12.11 видно то, о чем говорилось ранее – закон $1/v$ не выполняется в области очень низких энергий, если резонансы находятся в тепловой области. Как правило, величина резонансных пиков снижается с ростом энергии резонанса.

Отношение σ_{ar}/σ_{el} убывает с уменьшением массы ядра и для легких ядер в области медленных нейтронов ситуация обратная: преобладает упругое рассеяние.

Зависимость сечения от массового числа ядра иллюстрирует рис. 12.12, где приведены экспериментальные значения σ_{ar} различных ядер для двух энергий нейтронов. Из рисунка видно, что сечение захвата особенно сильно уменьшается для изотопов тех элементов, которые имеют магические числа нейтронов.

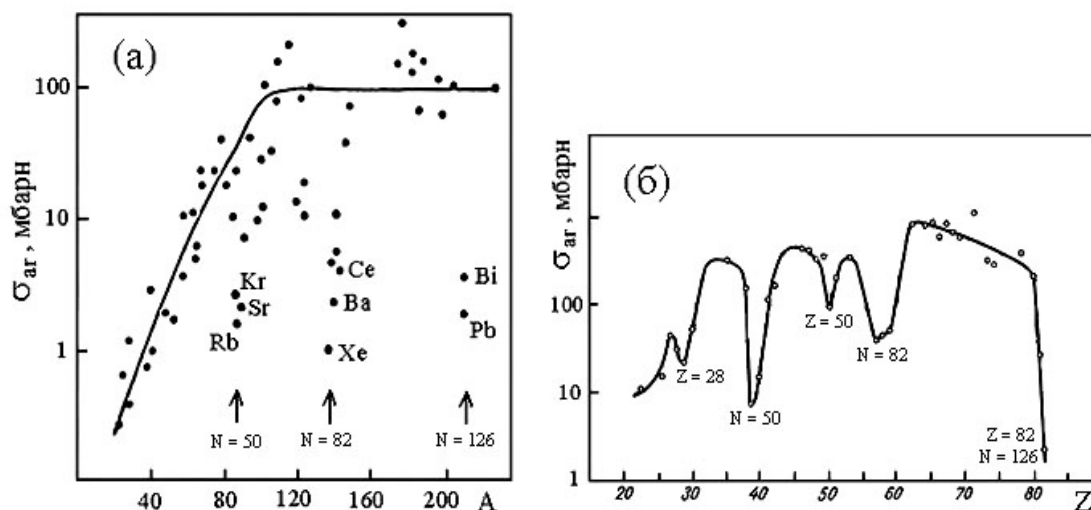


Рис. 12.12. (а) зависимость σ_{ar} от A для нейтронов с энергией примерно 1 МэВ [6];
(б) зависимость σ_{ar} от Z для нейтронов с энергией 30 кэВ [30]

Гамма-излучение захвата. Непосредственным продуктом реакций радиационного захвата является гамма-излучение, испускаемое возбужденными ядрами. Энергия возбуждения образующегося ядра, как известно, складывается из энергии связи нейтрона и части его кинетической энергии (см. (9.9) и (9.10)), поэтому она настолько велика, что возбужденное ядро может иметь большое число лежащих ниже энергетических уровней, на которые возможен последующий радиационный переход. Следовательно, спектр испущенного гамма-излучения определяется структурой и числом ядерных уровней, расположенных ниже возбужденного уровня.

У легких ядер между основным и возбужденным состояниями находится небольшое число энергетических уровней и число возможных способов распада не велико. В этом случае спектр гамма-излучения дискретный, состоит из нескольких хорошо разделенных линий.

Ядра более тяжелых элементов имеют близко расположенные энергетические уровни и снятие возбуждения возможно большим числом переходов. Для описания спектра гамма-излучения в этом случае, как и при неупругом рассеянии нейтронов, используют статистический метод (статистическую теорию испарения), который дает спектр в виде непрерывного распределения:

$$N_{\gamma}(E_{\gamma}) \approx \text{const} \cdot E_{\gamma}^3 \exp(-E_{\gamma}/\theta). \quad (12.30)$$

Из сравнения выражений (12.25) и (12.30) следует, что спектр испарения гамма-излучения захвата отличается от максвелловского спектра неупруго рассеянных нейтронов. Его максимум находится при энергии $E_{\gamma} \approx 3\theta$, а средняя энергия $\bar{E}_{\gamma} \approx 4\theta$.

В общем, спектр гамма-квантов, вылетающих из ядра в результате радиационного захвата можно представить в виде суммы двух компонент: непрерыв-

ный спектр в соответствии с выражением (12.30) плюс дискретные линии за счет резонансов. Это хорошо видно на рис. 12.13а, где приведен спектр гамма-излучения $^{178}_{72}\text{Hf}$. Пунктирной линией здесь отмечено распределение, соответствующее выражению (12.30). У магических ядер вследствие меньшего числа уровней и большего расстояния между ними спектр гамма-излучения значительно упрощается. Например, у дважды магического ядра изотопа свинца ^{208}Pb он вообще состоит лишь из одной линии, соответствующей прямому переходу в основное состояние (рис. 12.13б).

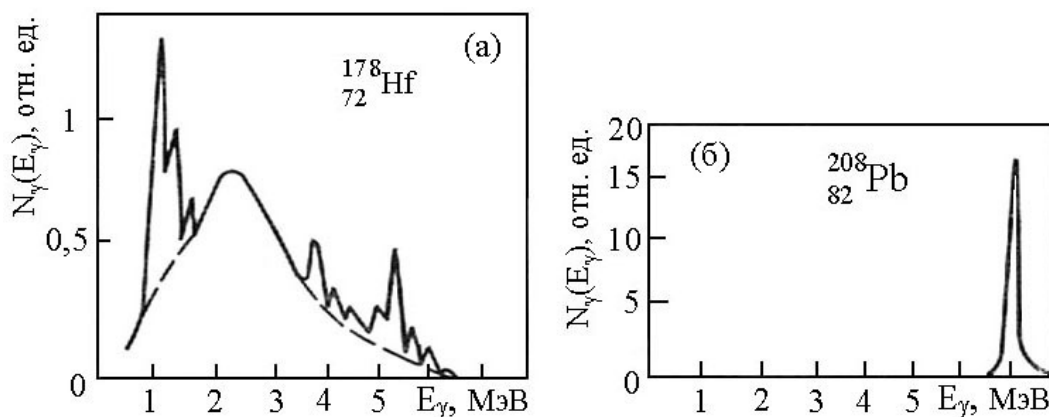
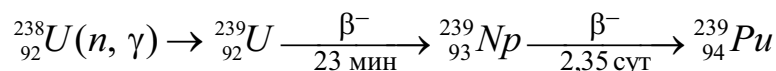


Рис. 12.13. Измеренные спектры гамма-излучения радиационного захвата медленных нейтронов изотопами гафния (а) и свинца (б) [4]

Как следует из приведенных на рис. 12.13 спектров, энергии гамма-квантов, возникающих в результате радиационного захвата нейтронов, велики. По этой причине это излучение является одной из наиболее проникающих компонент излучения ядерного реактора, что требует сооружение толстой и дорогостоящей защиты.

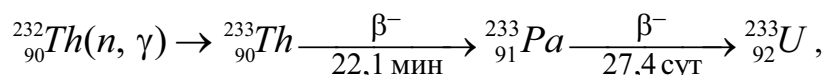
Обобщая сказанное выше, отметим, что реакция радиационного захвата наиболее значима для медленных нейтронов и для тяжелых ядер. Эта реакция приводит к поглощению нейтронов в данной энергетической области, а некоторые вещества, имеющие большое сечение радиационного захвата, используются для защиты от тепловых нейтронов. Образующиеся в реакции (n, γ) ядра, как правило, становятся β^- -активными, поэтому эта реакция часто является причиной активации вещества.

Реакция радиационного захвата используется для производства в реакторах ядерного горючего и радионуклидов. Например, следующая реакция радиационного захвата с последующей цепочкой бета-переходов



используется для переработки ^{238}U в ^{239}Pu ($T_{1/2} = 2,44 \cdot 10^6$ лет). По причине малого периода полураспада ^{239}Pu практически отсутствует в природе и приведенная реакция – это единственный искусственный путь получения этого нуклида. ^{239}Pu имеет большое сечение деления на тепловых нейтронах (747 барн при энергии 0,025 эВ), испускает при делении примерно 3 нейтрона и используется, в основном, в ядерном оружии.

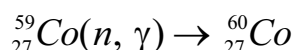
Приведем еще одну реакцию –



которая используется для переработки ${}^{232}\text{Th}$ в ${}^{233}\text{U}$ ($T_{1/2} = 1,62 \cdot 10^5$ лет).

${}^{233}\text{U}$ также имеет большое сечение деления на тепловых нейтронах и испускает при делении примерно 2,5 нейтрона.

В результате реакции радиационного захвата остаточное ядро часто остается в возбужденном метастабильном состоянии. В большинстве случаев возбуждение снимается при бета-распаде. Но радиоактивные остаточные ядра могут испускать и гамма-излучение. Таким способом получают многие искусственные радионуклиды (изотопные источники). Например, в результате реакции



в ядерном реакторе получают гамма-излучающий радионуклид ${}^{60}\text{Co}$ ($T_{1/2} = 5,27$ года; $\bar{E}_\gamma = 1,25$ МэВ).

Наряду с ядерной энергетикой данные о сечениях радиационного захвата нейтронов используются в ядерной астрофизике, так как они позволяют ответить на вопрос о том, какие процессы привели к образованию элементов в нашей части Вселенной и какова их распространенность [4, 25]. Согласно современным представлениям наша Вселенная образовалась в результате Большого взрыва примерно 14–15 млрд лет назад. Синтез наиболее легких элементов происходил на раннем этапе рождения Вселенной, но при этом могли образоваться ядра не тяжелее ${}^7\text{Li}$. Термоядерным реакциям синтеза препятствует кулоновский барьер. Синтез элементов продолжился после образования звезд, в которых сгорает водород, образуя ядра ${}^4\text{He}$. По мере сгорания водорода его концентрация в центральной области звезды уменьшается, звезда сжимается, ее температура возрастает и, наконец, становится возможным слияние ядер ${}^4\text{He}$ в ядра ${}^{12}\text{C}$ и ${}^{16}\text{O}$. При дальнейшем сжатии звезды и повышении ее температуры эти ядра начинают вступать в реакции, образуя в итоге наиболее стабильные ядра в области железа. Образование ядер тяжелее железа в реакциях с заряженными частицами и ядрами ограничивает большая величина кулоновского барьера, поэтому определяющую роль в синтезе таких ядер играет радиационный захват нейтронов. Радиационный захват нейтронов с последующим β^- -распадом приводит к увеличению заряда ядра на единицу. Это предположение подтверждается тем, что распространенность магических ядер с числом нейтронов $N = 50, 82$ и 126 во Вселенной заметно выше, чем близлежащих ядер. Повышенная стабильность этих ядер к бета-распаду и аномально низкое сечение радиационного захвата способствуют большому сохранению магических ядер в нейтронных потоках и большей их распространенности во Вселенной (см. также: Л. Аллен **Распространенность химических элементов**. – М.: ИЛ, 1963; Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, И. А. Тутынь **Нуклеосинтез во Вселенной**. – М.: Изд-во МГУ, 1998; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru/nuclsynt/index.html>; Ю. Э. Пенионжкевич **Ядерная астрофизика** // СОЖ. – № 10. – 1998. – С. 68–76).

12.4. Неупругие реакции поглощения нейтронов с вылетом заряженных частиц и нейтронов

После поглощения нейтрона и образования возбужденного составного ядра его последующий распад происходит по различным каналам, среди которых возможны каналы, связанные с выбросом из ядра заряженных частиц. Эти реак-

ции (также как и реакция радиационного захвата) приводят к поглощению падающих нейтронов и рассматриваются как реакции поглощения нейтронов. Обозначим их сечение как σ_{nb} , а сами реакции как (n, b) , где $b = p$, если испускается протон, $b = d$, если образуется дейтрон, $b = \alpha$ – при вылете альфа-частицы и т. д.

Если для испускания ядром нейтрона достаточна энергия возбуждения, равная его энергии связи в ядре (не менее этой энергии получает ядро, поглотившее нейтрон, см. (9.10)), то вылету заряженных частиц из ядра препятствует кулоновский барьер, высота которого

$$B_k = Z_1 Z_2 e^2 / (R + r) \approx Z_1 Z_2 A^{-1/3} \text{ (МэВ)}$$

где Z_1 – заряд частицы, r – ее радиус, Z_2 , $R = r_0 A^{1/3}$ – заряд и радиус ядра, $r_0 \approx 1,4 \cdot 10^{-13}$ см. Для протонов и альфа-частиц $r \approx 1,2 \cdot 10^{-13}$ см. Большинство реакций с вылетом заряженных частиц являются эндотергическими (пороговыми) и протекают за счет туннельного эффекта. Сечения этих реакций сильно зависят от проницаемости кулоновского барьера, т. е. энергия возбуждения должна быть достаточно велика, чтобы частица имела заметную вероятность проникновения через кулоновский барьер. Для всех заряженных частиц пороговая энергия возрастает с увеличением заряда частицы и заряда ядра и находится, как правило, в диапазоне 0,5–10 МэВ. Поэтому за исключением самых легких ядер, поглощение медленных нейтронов приводит либо к упругому рассеянию, либо к радиационному захвату.

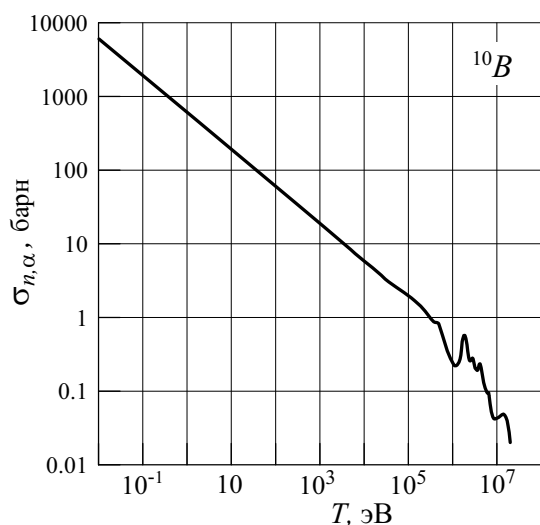


Рис. 12.14. Сечение ядерной реакции $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ [34]

нейтронов равно 5 328 барн. Величина сечения экзоэнергетических реакций поглощения нейтронов быстро уменьшается с увеличением энергии нейтронов и в низкоэнергетической области изменяется по закону $1/v$ (рис. 12.14).

Сечение большинства эндотергических реакций поглощения нейтронов имеет характерную зависимость от их энергии. Сначала с увеличением энергии нейтронов оно быстро растет (от $\sigma_{nb} = 0$ у порога), так как возрастает энергия частиц и проницаемость кулоновского барьера. После того, как энергия заряженной частицы превысит высоту барьера и его проницаемость становится

Для некоторых легких ядер реакции поглощения нейтронов с вылетом заряженных частиц могут быть экзоэнергетическими и протекать в промежуточной, и даже тепловой областях энергий нейтронов. Например, сечение реакция $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ велико во всей тепловой области энергий (рис. 12.14). Для энергии 0,0253 эВ оно равно 3 837 барн. Стержни из карбида бора используют в ядерных реакторах на тепловых нейтронах для поглощения этих нейтронов и управления работой реактора. Сечение реакции $^3\text{He}(n, p)^3\text{H}$ при той же энергии

максимальной, сечение достигает максимального значения и с дальнейшим увеличением энергии нейтронов уменьшается. Уменьшение сечения связано не с проникаемостью кулоновского барьера, которая не меняется, а с появлением новых конкурирующих способов распада ядра и с увеличением их парциальных ширин.

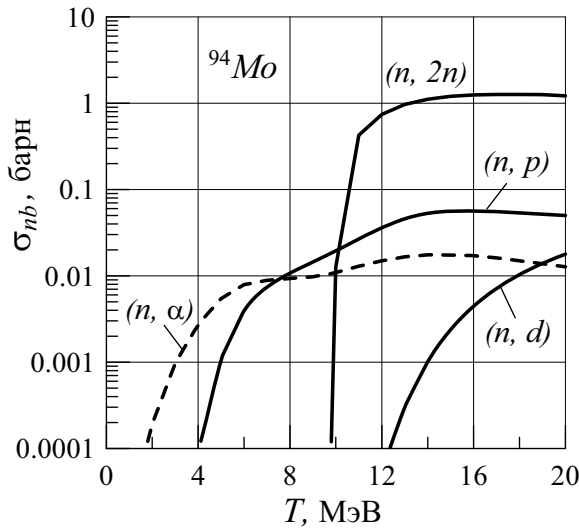


Рис. 12.15. Сечения реакций (n, p) , (n, d) , (n, α) и $(n, 2n)$ на ядрах ^{94}Mo [34]

средних и особенно легких ядер сечения σ_{nb} имеют явно выраженный резонансный характер (рис. 12.16).

Реакции поглощения нейтронов с вылетом заряженных частиц на тяжелых ядрах протекают при больших энергиях возбуждения, когда резонансный характер взаимодействия проявляется слабо, поэтому их сечения плавно меняются с энергией нейтронов (рис. 12.15). Но для средних и особенно легких ядер сечения σ_{nb} имеют явно выраженный резонансный характер (рис. 12.16).

При больших кинетических энергиях налетающих нейтронов, когда энергия возбуждения достаточна для вылета из ядра двух и более частиц, возможны реакции (n, np) , $(n, 2p)$, $(n, 2n)$, $(n, 3n)$ и т. д. (рис. 12.15). Реакции с вылетом из ядра двух и более нейтронов без развала ядра (без деления) также относят к реакциям поглощения нейтронов. В рамках модели составного ядра реакции с вылетом из ядра более одной частицы можно представить как процессы их поочередного испускания возбужденным составным ядром. В то же время эти реакции можно рассматривать как прямые реакции или как реакции, протекающие в две стадии: за время $\sim 10^{-22}$ с ядро-мишень испускает первую частицу, после чего образуется долгоживущее возбужденное ядро, из которого происходит эмиссия других частиц. Пороговые энергии этих реакций превышают

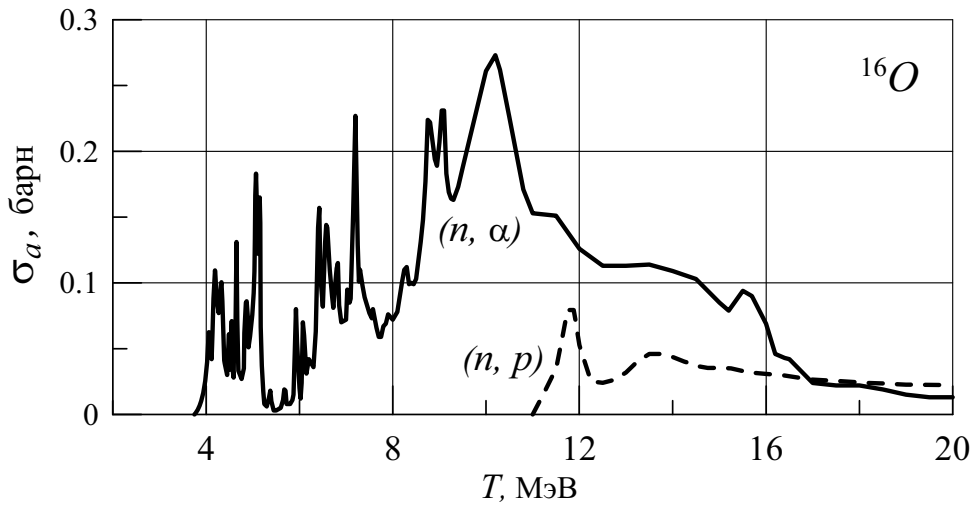


Рис. 12.16. Сечения реакций (n, p) и (n, α) на ядрах ^{16}O [34]

При больших кинетических энергиях налетающих нейтронов, когда энергия возбуждения достаточна для вылета из ядра двух и более частиц, возможны реакции (n, np) , $(n, 2p)$, $(n, 2n)$, $(n, 3n)$ и т. д. (рис. 12.15). Реакции с вылетом из ядра двух и более нейтронов без развала ядра (без деления) также относят к реакциям поглощения нейтронов. В рамках модели составного ядра реакции с вылетом из ядра более одной частицы можно представить как процессы их поочередного испускания возбужденным составным ядром. В то же время эти реакции можно рассматривать как прямые реакции или как реакции, протекающие в две стадии: за время $\sim 10^{-22}$ с ядро-мишень испускает первую частицу, после чего образуется долгоживущее возбужденное ядро, из которого происходит эмиссия других частиц. Пороговые энергии этих реакций превышают

8 – 10 МэВ и они наиболее вероятны для тяжелых ядер. В работе [26] приведены выражения, которые позволяют при отсутствии экспериментальной информации быстро оценить сечения реакций $(n, 2n)$ и $(n, 3n)$.

Энергетические распределения вторичных частиц в рассматриваемых реакциях поглощения нейтронов представляют собой кривые с максимумами. Причем результирующее энергетическое распределение формируется как за счет процессов, идущих через составное ядро, так и за счет прямых реакций, которые приводят к более жестким спектрам вторичных частиц. Вклад прямых процессов возрастает с увеличением энергии первичных нейтронов и при $T \approx 14$ МэВ составляет примерно 20–30 % [26].

12.5. Деление ядер

Захват нейтронов ядрами изотопов урана и более тяжелых трансурановых элементов может закончиться процессом *деления ядра* – расщеплением на два более легких ядра (осколка) близких по массе. Деление можно объяснить меньшей примерно на 0,8 МэВ энергией связи нуклонов в самых тяжелых ядрах по сравнению со стабильными ядрами в области железа, что делает энергетически возможным процесс деления ядра на осколки с меньшими массами и большими энергиями связи на нуклон. Поскольку в делении участвует большое число нуклонов (около 240 нуклонов для урана), то в этом процессе должна выделяться большая энергия $Q_F \equiv Q_R \approx 0,8 \times 240 \approx 200$ МэВ.

Более точно эту энергию можно вычислить, если воспользоваться формулой Вейцеккера для энергии связи ядра:

$$E_{\text{св}}(Z, A) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + a_5 A^{-3/4}, \quad (12.31)$$

где коэффициенты a_i имеют размерность энергии и равны:

$$a_1 = 15,75 \text{ МэВ}; \quad a_2 = 17,8 \text{ МэВ}; \quad a_3 = 0,71 \text{ МэВ}; \quad a_4 = 94,8 \text{ МэВ};$$

$$a_5 = \begin{cases} +34 \text{ МэВ} & \text{для чётно-чётных ядер,} \\ 0 \text{ МэВ} & \text{для нечётных ядер,} \\ -34 \text{ МэВ} & \text{для нечётно-нечётных ядер.} \end{cases}$$

Второе слагаемое в выражении (12.31) соответствует поверхностной энергии ядра (аналог энергии поверхностного натяжения капли жидкости), а третье обусловлено кулоновским взаимодействием протонов (более подробно см., например, [12, 19]). Если теперь предположить, что тяжелое ядро (Z, A) делится на два одинаковых осколка с зарядами $Z_1 = Z/2$ и массовыми числами $A_1 = A/2$, то освобождающаяся при делении энергия в виде кинетической энергии осколков (энергия реакции) определяется соотношением

$$Q_F = 2E_{\text{св}}(Z_1, A_1) - E_{\text{св}}(Z, A) \approx A^{2/3} \left(0,26 \frac{Z^2}{A} - 4,63 \right) \text{ (МэВ)}, \quad (12.32)$$

в котором не учитывается последний член формулы Вейцеккера вследствие его малости.

В рамках капельной модели ядра, в которой ядро рассматривается как капля электрически заряженной несжимаемой жидкости, в нем действуют две уравновешивающие друг друга силы. С одной стороны, это ядерные силы, действующие на поверхностные нуклоны ядерной капли и направленные внутрь ядра. Их можно сопоставить с силой поверхностного натяжения капли жидкости, которая способствует сохранению ее формы. Энергия поверхностного натяжения ядра (W_{Π}) пропорциональна поверхности ядра и в соответствии с (12.31) $W_{\Pi} = a_2 A^{2/3}$. С другой стороны между протонами ядерной капли действуют силы электростатического отталкивания, стремящиеся разделить ядро. Кулоновская энергия ядра $W_{\epsilon} = a_3 Z^2 / A^{1/3}$. Мерой способности ядер к делению служит отношение $W_{\text{к}} / W_{\Pi} \sim Z^2 / A$, поэтому величину Z^2 / A называют **параметром делимости (деления)**. С увеличением порядкового номера элемента величина параметра делимости возрастает, следовательно, кулоновские силы растут быстрее сил поверхностного натяжения.

Процесс деления энергетически выгоден, если $Q_F > 0$, что соответствует $Z^2 / A > 17,8$, т. е. для всех ядер с $Z > 40$. Но в лабораторных экспериментах деление удалось наблюдать только у изотопов элементов, находящихся в конце периодической таблицы: ${}_{90}\text{Th}$, ${}_{91}\text{Pa}$ и ${}_{92}\text{U}$, а для более легких ядер реакция деления не происходит. Причина этого заключается в том, что начальная стадия деления, связанная с деформацией ядра и увеличением его поверхности, требует затрат энергии. В результате зависимость суммарной энергии ядра ($W_{\Pi} + W_{\text{к}}$) от

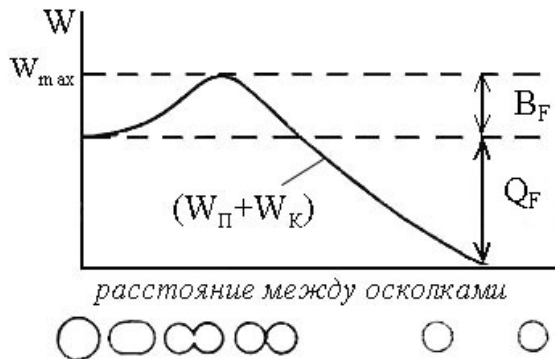


Рис. 12.17. Барьер деления

расстояния между осколками имеет вид кривой с максимумом (рис.12.17). Возникающий при делении потенциальный барьер называется **барьером деления**. Величина Q_F определяется результирующим изменением поверхностной и кулоновской энергии ядра. Максимум потенциальной энергии делящегося ядра, который можно определить через кулоновскую энергию, равен примерно [19] $W_{\text{max}} \approx e^2 Z_1 Z_2 / (R_1 + R_2)$, где R_1 и R_2 – радиусы ядер осколков. Если ядро делится на два одинаковых осколка, то $W_{\text{max}} \approx 0,16 Z^2 / A^{1/3}$ МэВ. Чтобы ядро разделилось мгновенно, ему необходимо сообщить энергию возбуждения, превышающую высоту барьера деления (эту энергию называют **энергией активации**):

$$B_F \approx W_{\text{max}} - Q_F \approx A^{2/3} \left(4,63 - 0,1 \frac{Z^2}{A} \right) \text{ (МэВ)}. \quad (12.33)$$

Если энергия возбуждения меньше, чем энергия активации, то проницаемость барьера деления является главным фактором, определяющим время жизни ядра относительно одного из возможных каналов ядерной реакции – деления.

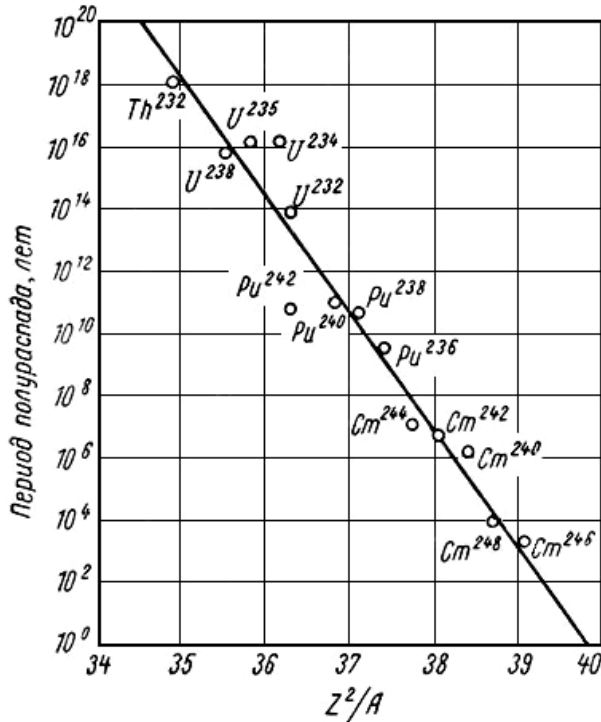


Рис. 12.18. Зависимость периодов полураспада спонтанного деления от величины Z^2/A [13]

На рис. 12.18 приведены результаты измерений периодов полураспада относительно спонтанного деления для некоторых тяжелых ядер. Как следует из этого рисунка, период полураспада экспоненциально уменьшается с увеличением параметра деления. У тяжелых ядер, открытых в последние годы, периоды полураспада очень малы, например, у $^{260}_{104}\text{Rf}$ он составляет всего 21 мсек.

Для того, чтобы ядро с параметром деления $Z^2/A < \zeta$ разделилось быстро, в него необходимо внести энергию возбуждения, превосходящую барьер деления. Деление ядер под действием нейтронов, заряженных частиц и гамма-квантов называется **вынужденным делением**. Наибольшее практическое значение имеет деление под действием нейтронов. Если барьер деления меньше энергии связи нейтрона в составном ядре, то деление возможно на тепловых нейтронах (^{233}U ; ^{235}U ; ^{239}Pu). В противном случае нейтрон должен обладать достаточной кинетической энергией, например, более 1 МэВ – для деления ядер ^{238}U и более 1,2 МэВ – для ядер ^{232}Th . Следует помнить, что деление ядер – это экзоэнергетическая реак-

В соответствии с выражением (12.33), если $Z^2/A > \zeta = 46,3$ (49÷50 – при более точных оценках [12, 19], см. также: Ю. М. Ципенюк **Деление атомных ядер** // СОЖ. – № 6. – 1999. – С. 90–96), то $B_F < 0$ и деление таких ядер должно происходить самопроизвольно и мгновенно (за ядерное время $\sim 10^{-22}$ с). Самопроизвольное деление ядер, у которых $Z^2/A < \zeta$, возможно, как отмечалось ранее, только за счет туннельного эффекта, и такой процесс деления называется **спонтанным делением**. Спонтанное деление ядер ^{238}U впервые наблюдали Г. И. Флеров и К. А. Петржак в 1940г. ($Z^2/A = 35,6$; $T_{1/2} = 8 \cdot 10^{15}$ лет).

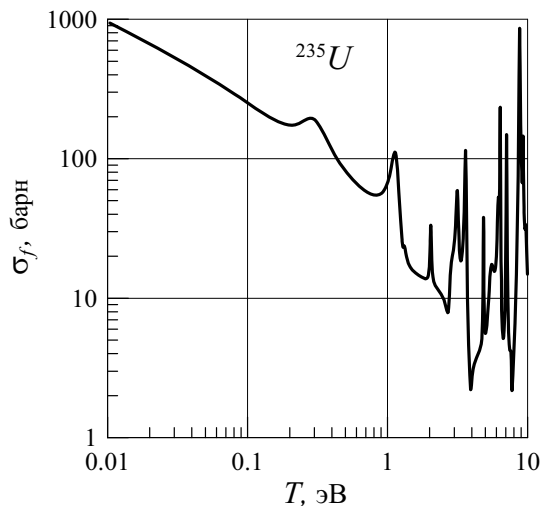


Рис. 12.19. Зависимость сечения деления ^{235}U от энергии нейтронов [34]

ция, поэтому сечения деления (σ_f) этих ядер не равны нулю и в тепловой области. Но вероятность деления при таких энергиях нейтронов очень мала и под пороговой энергией понимают энергию нейтронов, когда эта вероятность становится заметной [4].

Величина сечения деления и его зависимость от энергии нейтронов имеют большое значение для нейтронной физики и ее практических приложений, особенно для физики реакторов. Решающее значение для осуществления первой цепной реакции деления имел тот факт, что деление ядер ^{235}U вызывают медленные нейтроны и сечение этой реакции велико. Значения сечений деления тепловыми нейтронами приведены в табл. 12.1.

Таблица 12.1
Сечения (барн) для тепловых нейтронов с энергией 0,0253 эВ [33]

Тип сечения	Ядро-мишень		
	^{233}U	^{235}U	^{239}Pu
σ_{el}	12,0	15,1	8,0
σ_{ar}	45,2	98,7	270,3
σ_f	531,2	585,1	747,4
σ_t	588,4	698,9	1025,7

Плотность уровней у очень тяжелых ядер велика (например, у ^{235}U примерно 30 уровней на 20 эВ [4]), поэтому изобразить графически подробный вид сечения деления ядра нейтронами в пределах большого энергетического интервала очень трудно. На рис. 12.19 показана подробная зависимость величины σ_f от кинетической энергии нейтронов для ядер ^{235}U в низкоэнергетической области; на рис. 12.20 приведены усредненные сечения деления ^{235}U и ^{239}Pu от тепловых энергий до энергии 10 МэВ; на рис. 12.21 показана зависимость σ_f от кинетической энергии нейтронов для ядер, делящихся как под действием тепловых, так и под действием быстрых нейтронов.

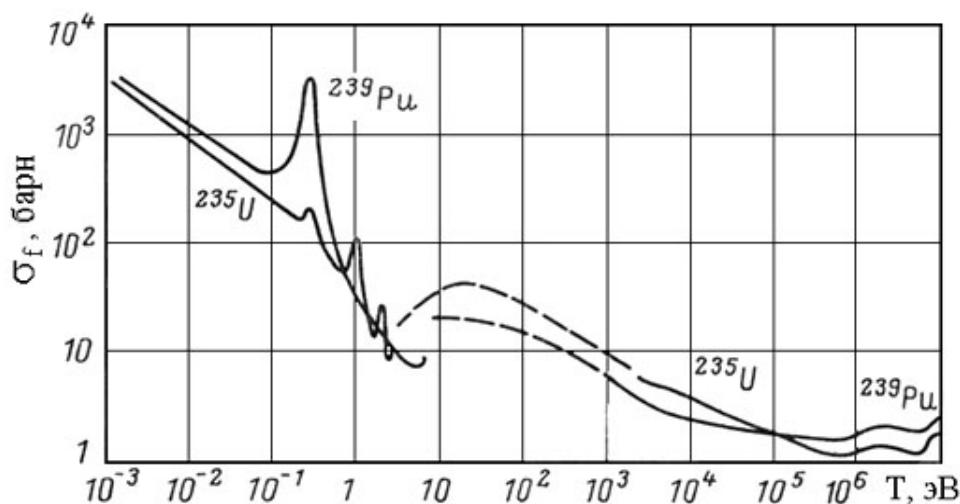


Рис. 12.20. Сечения деления ^{235}U и ^{239}Pu . Штрихами отмечена область резонансов [14]

Можно выделить следующие общие закономерности поведения сечений деления с изменением энергии нейтронов:

- у ядер, которые делятся на тепловых нейтронах, в тепловой и промежу-

точной областях сечение деления уменьшается с увеличением энергии нейтронов. Усредненное по энергии сечение изменяется примерно по закону $1/v$. В области килоэлектронвольт сечение начинает меняться с энергией более плавно, приближаясь к геометрическому сечению πR^2 при энергии $T \approx 100$ кэВ. При дальнейшем увеличении энергии нейтронов сечение остается примерно постоянным (см. рис. 12.20);

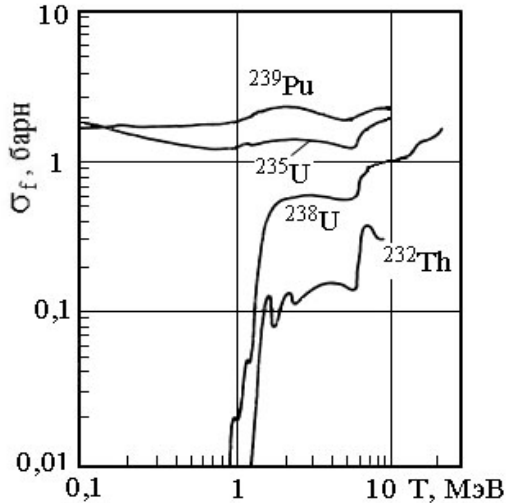


Рис. 12.21. Сечения деления тяжелых ядер [14]

вид «двугорбой» кривой (рис. 12.22). В соответствии с законом сохранения импульса энергии легкого и тяжелого осколков связаны между собой соотношением $m_L T_L = m_T T_T$, поэтому асимметрия в массах осколков приводит к асимметрии их энергетических спектров. Максимум в спектре у тяжелых осколков находится в области примерно 60 МэВ, а у легких — около 100 МэВ. С ростом энергии возбуждения ядра распределение осколков по массам становится более симметричным, и при Q^* порядка 150 МэВ распределение осколков по массам имеет вид кривой с одним максимумом в области $A \sim 100-120$.

Отношение N/Z в делящихся ядрах близко к 1,6. У стабильных ядер, близких по массе к массе осколков, это отношение равно 1,2–1,4. Следовательно осколки деления сильно перегружены нейтронами. Они находятся в сильно возбужденном состоянии (в энергию возбуждения осколков переходит в основном энергия возбуждения составного ядра) и неустойчивы к β^- -распаду. В результате осколки испытывают несколько последовательных β^- -распадов, причем заряд первичного осколка может меняться на 4–6 единиц. Так, например, осколок деления $^{140}_{54}\text{Xe}$ ($N/Z \approx 1,6$) в результате четырех актов бета-распада

- для ядер, делящихся на быстрых нейтронах, σ_f при увеличении энергии нейтронов возрастает, но остается меньше, чем у ^{235}U .

Отметим, что в области изолированных резонансов сечения всех процессов описываются выражением (12.22) и различаются только вторым сомножителем в числителе резонансного члена. Например, если в нем заменить ширину Γ_γ на Γ_f , то получим выражение для сечения деления σ_f .

Распределение осколков по массам при делении тяжелых ядер тепловыми нейтронами асимметрично и имеет

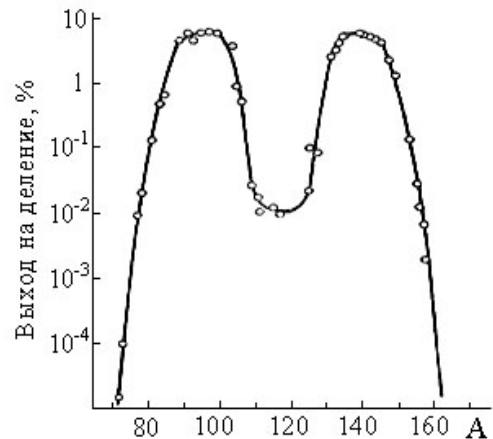
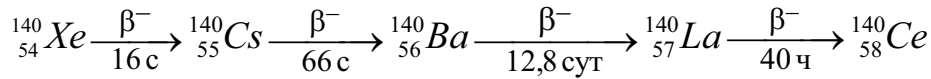


Рис. 12.22. Распределение масс осколков при делении ^{235}U тепловыми нейтронами



превращается в устойчивый изотоп ${}^{140}_{58}\text{Ce}$ ($N/Z \approx 1,4$). Кроме этого, нарушение соотношения числа нейтронов и протонов, характерное для стабильных ядер, приводит к испусканию осколками **мгновенных нейтронов деления**. Эти нейтроны испускаются возбужденными движущимися сколками за время порядка 10^{-15} с. Среднее число таких нейтронов (ν) при делении на тепловых нейтронах равно: ${}^{233}\text{U} - 2,6$; ${}^{235}\text{U} - 2,5$; ${}^{239}\text{Pu} - 3$. При делении ${}^{238}\text{U}$ быстрыми нейтронами $\nu \approx 2,3$. Величина ν растет с увеличением энергии возбуждения, например, при делении ядер ${}^{239}\text{Pu}$ нейтронами с энергией 14 МэВ $\nu \approx 4,5$. Эта особенность реакции деления очень важна для осуществления цепной ядерной реакции.

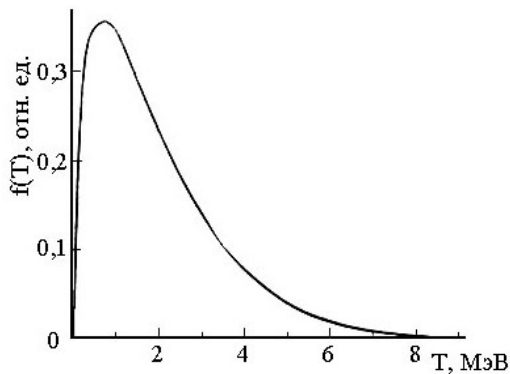


Рис. 12.23. Спектр нейтронов, испускаемых при делении ${}^{235}\text{U}$ тепловыми нейтронами [6]

Спектры нейтронов деления могут быть рассчитаны как спектры испарения возбужденных осколков и должны соответствовать максвелловскому распределению с параметрами, определяемыми температурой возбужденных ядер. Но так как ядра-осколки движутся с большой скоростью ($\sim 10^7$ м/с), то спектры испускаемых ими нейтронов отличаются от распределения Максвелла. Энергетический спектр мгновенных нейтронов деления изображен на рис. 12.23. Его форма хорошо передается следующим выражением [8]:

$$f(T) = 0,4527 e^{-T/0,965} \text{sh} \sqrt{2,29T}. \quad (12.34)$$

Максимум спектра приходится на энергию 0,7 МэВ, а средняя энергия нейтронов $\bar{T} \approx 2$ МэВ.

Наряду с нейтронами, которые испускаются непосредственно в момент деления, имеется еще несколько групп **запаздывающих нейтронов**. Они испускаются остановившимися осколками, часть из которых после предварительного бета-распада может находиться в возбужденном состоянии. Если энергия возбуждения превышает энергию связи нейтрона, то происходит испускание запаздывающих нейтронов. Например, при делении ${}^{235}\text{U}$ наблюдается пять групп запаздывающих нейтронов со средней задержкой их испускания относительно момента деления от 0,6 с до примерно 80 с. Все запаздывающие нейтроны составляют менее 1 % от общего числа нейтронов, испускаемых при делении. Но, несмотря на очень малую долю в полном числе вторичных нейтронов, запаздывающие нейтроны играют определяющую роль в управлении цепной самоподдерживающейся реакцией в ядерных реакторах.

При делении очень тяжелых ядер освобождается большая энергия, например, при делении ядра ${}^{235}\text{U}$ выделяется около 200 МэВ. Подавляющая часть

энергии деления выделяется в виде кинетической энергии осколков, которые разлетаются под действием кулоновского отталкивания. Другая часть энергии уносится различными частицами, которые рождаются при делении. В табл. 12.2 приведены усредненные значения вкладов различных составляющих в полный баланс энергии при делении тепловыми нейтронами [8].

Таблица 12.2

Энергии, реализуемые в процесс одного деления ядер, МэВ

Вид энергии	Ядро	
	^{235}U	^{239}Pu
Кинетическая энергия осколков деления	166,2	172,8
Энергия, уносимая нейтронами деления	4,8	5,9
Энергия, уносимая мгновенными гамма-квантами	8,0	7,7
Энергия, уносимая гамма-квантами при бета-распадах возбужденных осколков	7,2	6,1
Энергия, уносимая бета-частицами	7,0	6,1
Энергия, уносимая антинейтрино	9,6	8,6
Всего	202,7	207,2

Подробный обзор экспериментальных данных по делению ядер с основными теоретическими представлениями и большим списком литературы (до 1967 г.) имеется в работе [22].

12.6. Полное сечение взаимодействия нейтронов. Использование нейтронных сечений

Сумма сечений рассеяния, радиационного захвата, поглощения и деления ядер определяет *полное сечение взаимодействия нейтронов*

$$\sigma_t = \sigma_{ep} + \sigma_{er} + \sigma_{si} + \sigma_{ar} + \sigma_{nb} + \sigma_f.$$

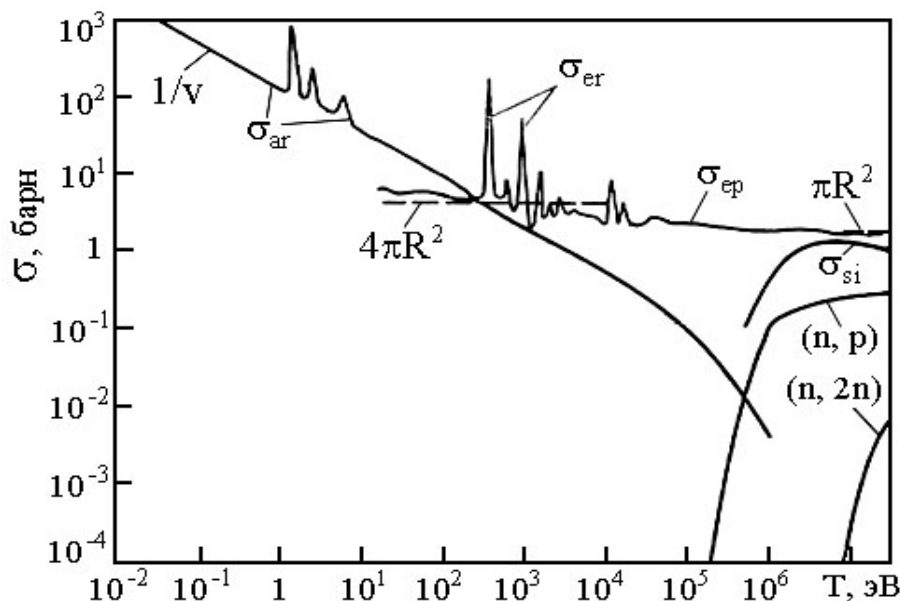


Рис. 12.24. Примерная зависимость сечений взаимодействия нейтронов с ядрами от энергии [24]

Полное сечение определяет ослабление узкого (коллимированного) пучка нейтронов в веществе:

$$\Phi(d) = \Phi_0 \exp(-n_0 \sigma_t d), \quad (12.35)$$

где Φ – плотность потока нейтронов, $\Phi_0 = \Phi(0)$, n_0 – концентрация атомов (ядер), d – толщина слоя вещества. Экспоненциальный закон ослабления (12.35) хорошо выполняется для моноэнергетических нейтронов.

На рис. 12.24 приведена примерная (для «некоторого вещества») зависимость сечений ядерных реакций нейтронов от их энергии (без деления). Как следует из этого рисунка, в процессе замедления нейтронов в веществе непрерывно меняется соотношение между отдельными процессами взаимодействия. У медленных нейтронов преобладает радиационный захват, у промежуточных – упругое рассеяние, а у быстрых нейтронов полное сечение определяется практически упругим и неупругим рассеянием. Сечения других неупругих процессов, как правило, много меньше. В зависимости от типа ядер приведенная схема изменения нейтронных сечений может существенно меняться, что хорошо видно на рис. 12.25 и рис. 12.26, где приведены сечения нейтронов в широком энергетическом интервале для легкого и тяжелого ядер.

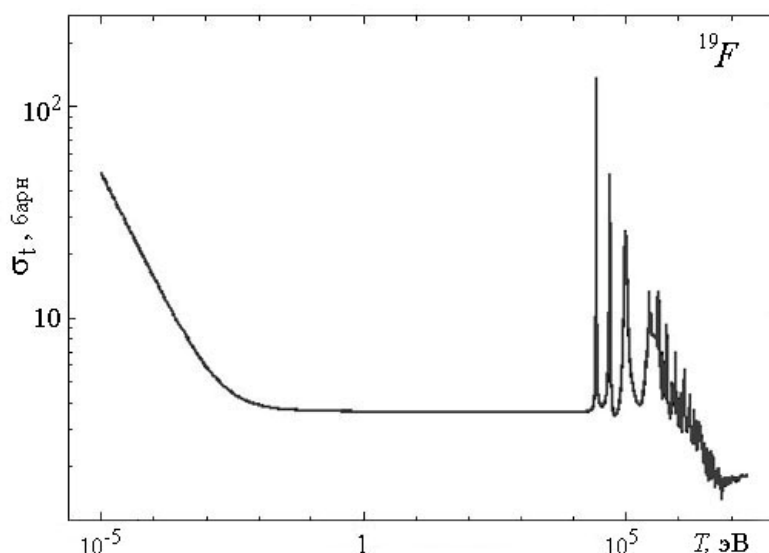


Рис. 12.25. Полное сечение нейтронов для ядер фтора [33]

Нейтронные сечения во всех базах данных приводятся для изотопов. Поскольку большинство элементов присутствуют в природе в виде нескольких изотопов, то сечение элемента следует вычислять по формуле

$$\sigma_x = \sum_i w_i (\sigma_x)_i, \quad (12.36)$$

где w_i – содержание i -го изотопа в природном элементе (см., например, **Таблицы физических величин: Справ. / Под. ред. И. К. Кикоина.** – М.: Атомиздат, 1976). Макроскопические нейтронные сечения вычисляются в соответствии с выражением (3.38). Для веществ, состоящих из нескольких элементов, макроскопическое сечение определяется следующим выражением:

$$\Sigma_x = \sum_i n_i (\Sigma_x)_i, \quad (12.37)$$

где n_i – концентрация атомов i -го элемента.

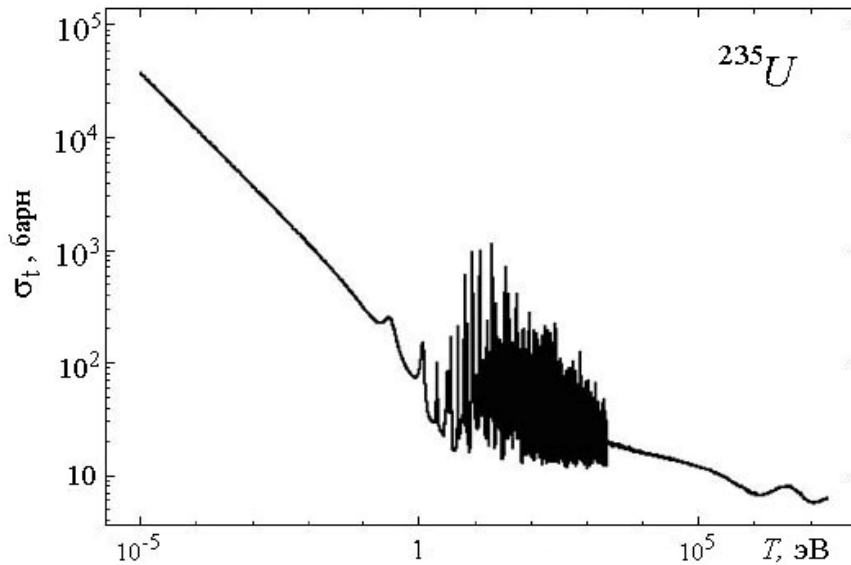


Рис. 12.26. Полное сечение нейтронов для ядер ^{235}U [33]

Величина $\lambda = 1/\Sigma_t$ называется длиной свободного пробега нейтронов между столкновениями. В табл. 12.3 приведены значения λ для быстрых нейтронов.

Таблица 12.3
Длина свободного пробега быстрых нейтронов в различных материалах

Материал	λ , см	
	T = 4 МэВ	T = 16 МэВ
Полиэтилен	5,5	13,9
Графит	11,4	24,0
Алюминий	14,1	15,9
Железо	7,6	8,3
Свинец	15,0	15,5

Численную информацию о полном и парциальных сечениях взаимодействия нейтронов можно найти в следующих базах данных.

- В американской библиотеке ENDF/B [33] имеется наиболее полная и подробная информация о нейтронных сечениях. Данные можно получить в виде текстовых и графических файлов. Формат ENDF/B описан в [18].
- Библиотека российского центра ядерных данных BROND ([Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://www.ippe.ru/podr/cjd/index.html>) содержит текстовые файлы нейтронных сечений в формате ENBF/B.
- Подробная и обширная информация о нейтронных сечения для различных изотопов имеется в библиотеке JENDL [34] японского национального ядерного центра. Данные представлены в виде текстовых и графических файлов.
- Международный фонд EXFOR ([Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://www-nds.iaea.org/exfor/exfor00.html>) содержит экспериментальные данные по различным характеристикам ядерных реакций под действием налетающих нейтронов, фотонов, заряженных частиц и тяжелых ионов.
- На сайте центра данных фотоядерных экспериментов (ЦДФЭ) НИИЯФ МГУ ([Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://cdfc.sinp.msu.ru/>) размещены ссылки на несколько баз данных, содержащих информацию о всех известных в настоящее время стабильных и радиоактивных ядрах, радиоактивных распадах и большом количестве разнообразных ядерных реакциях под действием нейтронов, фотонов и заряженных частиц.

Таблица 12.4

Сечения тепловых и быстрых нейтронов, барн [34]. Для тория и урана вместо $\sigma_{n,\alpha}$ значения χ^* соответствуют сечению деления

Нуклид	Содержание, %	$T = 0,0253$ эВ			$T = 14$ МэВ			
		σ_t	σ_{el}	σ_{ar}	σ_t	σ_{el}	σ_{si}	$\sigma_{n,\alpha}$
1_1H	99,99	20,81	20,47	0,33	0,692	0,692	–	–
$^{10}_5B$	19,6	3840	2,14	0,50	1,47	0,94	0,27	0,05
$^{11}_5B$	80,4	5,05	5,045	0,005	1,42	0,93	0,30	0,03
$^{12}_6C$	98,89	4,74	4,74	0,0035	1,30	0,80	0,43	0,07
$^{14}_7N$	99,64	11,91	10,0	0,075	1,63	0,98	0,40	0,06
$^{16}_8O$	99,70	3,78	3,78	$2 \cdot 10^{-5}$	1,61	0,90	0,51	0,11
$^{23}_{11}Na$	100	3,55	3,02	0,53	1,72	0,81	0,45	0,11
$^{27}_{13}Al$	100	1,64	1,41	0,23	1,72	0,79	0,44	0,12
$^{28}_{14}Si$	92,18	2,31	2,14	0,17	1,75	0,76	0,44	0,22
$^{40}_{18}Ar$	99,60	1,31	0,65	0,66	2,29	0,79	0,64	0,01
$^{40}_{20}Ca$	96,97	3,43	3,02	0,41	2,15	1,01	0,26	0,14
$^{56}_{26}Fe$	91,68	14,67	12,08	2,59	2,59	1,20	0,77	0,04
$^{63}_{29}Cu$	69,1	9,61	5,10	4,51	2,95	1,48	0,56	0,04
$^{65}_{29}Cu$	30,9	16,24	14,07	2,17	2,95	1,45	0,57	0,01
$^{95}_{42}Mo$	15,70	19,56	5,57	13,99	4,07	2,29	0,37	0,01
$^{96}_{42}Mo$	16,50	5,32	4,73	0,60	4,07	2,29	0,45	0,01
$^{98}_{42}Mo$	23,75	5,77	5,64	0,13	4,07	2,30	0,43	0,005
$^{112}_{48}Cd$	24,07	8,66	6,47	2,19	4,48	2,45	0,45	0,002
$^{113}_{48}Cd$	12,26	20673	26,17	20647	4,48	2,66	0,18	0,002
$^{114}_{48}Cd$	28,86	4,21	3,87	0,34	4,48	2,51	0,35	0,0005
$^{181}_{73}Ta$	99,99	26,32	20,67	5,65	5,37	2,99	0,240	0,0001
$^{206}_{82}Pb$	25,1	10,07	10,04	0,03	5,35	2,40	0,41	0,00037
$^{207}_{82}Pb$	21,7	11,97	11,25	0,71	5,35	2,38	0,33	0,00075
$^{208}_{82}Pb$	52,3	11,47	11,47	0,0004	5,48	2,53	0,48	0,00095
$^{232}_{90}Th$	100	20,12	12,72	7,4	5,74	2,68	0,73	0,078*
$^{235}_{92}U$	0,72	698,9	15,08	98,69	5,85	2,84	0,35	1,24*
$^{238}_{92}U$	99,28	12,08	9,36	2,72	5,80	2,89	0,50	0,31*

Данные о сечениях взаимодействия нейтронов и параметрах испускания вторичных частиц для легких элементов H , C , N , O , Al , Si , Ar , Ca , Fe естественного изотопного состава приведены в [18]. Энергетический диапазон нейтронов

1 эВ – 15 МэВ. В табл. 12.4 приведены некоторые сечения взаимодействия тепловых и быстрых нейтронов их базы данных [34].

При решении различных задач с источниками нейтронов используют разнообразные типы сечений.

- **Сечение активации** ($\sigma_{\text{акт}}$), которое является совокупностью сечений, приводящих к образованию радионуклидов. Сюда можно отнести сечение радиационного захвата, сечение поглощения нейтронов с вылетом заряженных частиц и нейтронов и сечение деления. В зависимости от энергии нейтронов, типа ядер, с которыми происходит взаимодействие, и типа образующихся радионуклидов, $\sigma_{\text{акт}}$ может определяться лишь одним каким-то сечением, например, (n, p) , (n, γ) , (n, α) , или суммой нескольких сечений, например, в задачах защиты от наведенной активности, которая определяется всеми образовавшимися радиоактивными ядрами. Все необходимые сечения для определения сечения активации можно найти в перечисленных выше базах данных. Кроме этого, сечения радиационного захвата нейтронов для основных материалов ядерных реакторов и радиационной защиты приведены в справочнике [25]. Они представлены в 74-групповом представлении от $1 \cdot 10^{-5}$ эВ до 15 МэВ. Внутри каждого интервала сечения усреднены с единичной весовой функцией. Эти сечения имеются и в [17]. Рекомендованные сечения пороговых реакций (n, p) , (n, α) , (n, d) , $(n, 2n)$ и т.д. в области энергий до 20 МэВ приведены в справочнике [26]. Там же даны формулы, позволяющие быстро оценить некоторые сечения в случае отсутствия экспериментальных данных.
- **Сечение рассеяния нейтронов** (σ_s), равное сумме сечений упругого и неупругого рассеяния: $\sigma_s = \sigma_{el} + \sigma_{si}$. В теории переноса нейтронов произведение $\xi \Sigma_s$ называется **замедляющей способностью вещества**. Оно учитывает среднее изменение летаргии нейтрона в одном столкновении (ξ) и среднее число рассеяний нейтрона на единице пути в данном веществе (Σ_s). Чем выше величина $\xi \Sigma_s$, тем выше замедляющая способность вещества и тем меньший его объем нужен для замедления нейтронов до данной энергии.
- **Полное сечение неупругих процессов** (σ_{in}), объединяющее сечения всех процессов, за исключением сечения упругого рассеяния: $\sigma_{in} = \sigma_t - \sigma_{el}$.
- **Сечение поглощения нейтронов** (σ_a), объединяющее сечения всех процессов, за исключением сечения рассеяния: $\sigma_a = \sigma_t - \sigma_s$. Через макроскопическое сечение поглощения определяется **длина свободного пробега нейтрона по отношению к поглощению** $\lambda_a = 1/\Sigma_a$. λ_a – это среднее расстояние, при прохождении которого плотность потока нейтронов из-за поглощения уменьшается в e раз.
- **Транспортное сечение рассеяния** (6.34): $\sigma_{tr} = \sigma_s (1 - \overline{\cos \vartheta})$. Через макроскопическое транспортное сечение Σ_{tr} в теории переноса нейтронов определяют **транспортную длину (длину переноса)**, которую с учетом формулы (12.7) можно записать как

$$\lambda_{tr} = \frac{1}{\Sigma_{tr}} = \frac{1}{\Sigma_s(1 - \cos \vartheta)} = \lambda_s / \left(1 - \frac{2}{3A}\right), \quad (12.38)$$

где $\lambda_s = 1/\Sigma_s$ – длина свободного пробега нейтрона относительно рассеяния. Транспортная длина определяет среднее расстояние, которое проходит нейтрон в первоначальном направлении до поворота на угол $\vartheta \geq \pi/2$.

Задание 12

Контрольные вопросы

1. Перечислить основные свойства нейтрона.
2. Привести энергетические группы, на которые делят нейтроны по величине их кинетической энергии.
3. Каким образом взаимодействуют нейтроны с атомами вещества? В чем особенность этих взаимодействий?
4. Что такое упругое рассеяние? Какие типы упругого рассеяния испытывают нейтроны? В чем особенность упругого рассеяния нейтронов на ядрах водорода?
5. Что такое летаргия нейтрона? Где ее используют?
6. Перечислить основные характеристики упругого потенциального рассеяния нейтронов.
7. В чем отличие упругого резонансного рассеяния от потенциального? Как ведет себя сечение упругого резонансного рассеяния?
8. Неупругое рассеяние нейтронов: основные закономерности процесса и отклонения от них, спектр и угловое распределение рассеянных нейтронов, зависимость сечения от энергии нейтрона. Что такое спектр испарения?
9. Радиационный захват нейтронов: как протекает реакция, соотношение с упругим рассеянием, вид сечения вблизи резонанса, зависимость сечения от энергии нейтронов и массового числа, свойства возникающего гамма-излучения. Где используется реакция радиационного захвата?
10. Описать основные особенности реакций поглощения нейтронов с вылетом заряженных частиц и нейтронов.
11. Деление ядер: причина и механизм деления, спонтанное и вынужденное деление, зависимость сечения от энергии нейтронов, характеристики вторичных продуктов, возникающих при делении. Что такое запаздывающие нейтроны?
12. Изобразить графически общую примерную зависимость всех сечений взаимодействия нейтронов с ядрами от энергии.

Упражнения

1. Взять интеграл и получить выражение (12.9).
2. Получить формулу (12.23).
3. Получить соотношение (12.32) и рассчитать величину энергии, которая выделяется при делении тяжелого ядра с $Z = 90$ и $A = 240$.

Задачи

1. Нейтроны с кинетической энергией 1 МэВ упруго рассеиваются на ядре с массовым числом A . Определить энергетический интервал, в котором находятся рассеянные нейтроны после одного соударения, если $A = 1$ (12, 200).

- При упругом рассеянии нейтронов на ядрах образующиеся ядра отдачи имеют непрерывный спектр от 0 до T_{\max} . Найти распределение ядер отдачи по энергии, если угловое распределение рассеянных нейтронов изотропное (рассеяние на тяжелых ядрах).
- Найти выражение для вероятности $w(T)dT$ рассеяния медленного нейтрона в интервале энергий от T до $T + dT$ при упругом столкновении с ядром, имеющим массовое число A . Рассеяние в СЦИ считать изотропным. Построить график функции $w(T)$.
- Определить средний косинус угла рассеяния нейтрона в ЛСК при упругом столкновении с ядром, имеющим массовое число A . Рассеяние в СЦИ считать изотропным.
- Определить сечение упругого резонансного рассеяния нейтрона для ^{55}Mn при энергии резонанса $E_r = 350$ эВ. Спин ядра равен $5/2$. Сравнить полученное значение с сечением потенциального рассеяния.
- Известно, что при взаимодействии нейтронов с резонансной энергией $E_r = 132$ эВ с ядрами ^{59}Co в одном случае из 10 взаимодействий происходит упругое рассеяние, а в девяти неупругое. Полная ширина резонанса Γ . Найти величину сечения резонансного рассеяния при резонансной энергии.
- (*) Вычислить среднюю энергию, средний квадрат энергии и среднеквадратическое отклонение спектра испарения неупругорассеянных нейтронов, рассчитать и нарисовать сам спектр. Получить эти значения для неупругого рассеяния нейтронов с кинетической энергией T на ядрах $^A_Z X$ (см. табл. 12.5).

Таблица 12.5

Варианты заданий для задачи 7

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$^A_Z X$	^7_3Li	$^{12}_6\text{C}$	$^{23}_{11}\text{Na}$	$^{27}_{13}\text{Al}$	$^{40}_{18}\text{Ar}$	$^{48}_{22}\text{Ti}$	$^{56}_{26}\text{Fe}$	$^{80}_{35}\text{Br}$	$^{96}_{42}\text{Mo}$	$^{108}_{47}\text{Ag}$	$^{131}_{54}\text{Xe}$	$^{184}_{74}\text{W}$	$^{207}_{82}\text{Pb}$
$T, \text{МэВ}$	10	15	20	14	18	8	25	30	12	9	7	22	28

- Найти изменение в изотопном составе бора, который в виде тонкого слоя облучался в течение одного года тепловыми нейтронами с плотностью потока 10^{12} нейтр/см² с.
- Вычислить энергию активации при делении ядра $^A_Z X$ на два одинаковых осколка. Тип ядра взять из табл. 12.6.

Таблица 12.6

Варианты заданий для задачи 9

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$^A_Z X$	$^{101}_{44}\text{Ru}$	$^{107}_{46}\text{Pd}$	$^{108}_{47}\text{Ag}$	$^{260}_{103}\text{Lr}$	$^{128}_{53}\text{I}$	$^{251}_{98}\text{Cf}$	$^{56}_{26}\text{Fe}$	$^{238}_{92}\text{U}$	$^{96}_{42}\text{Mo}$	$^{233}_{92}\text{U}$	$^{131}_{54}\text{Xe}$	$^{184}_{74}\text{W}$	$^{207}_{82}\text{Pb}$

- Оценить время жизни составного ядра, образующегося при захвате нейтрона ядром $^{103}_{45}\text{Rh}$, если при резонансной энергии 1,26 эВ сечение радиационного захвата равно 2 700 барн, $\Gamma_n = 7,8 \cdot 10^{-4}$ эВ, а $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$.
- Вещества, которые используются для регистрации нейтронов путем измерения возникающей в них радиоактивности, называются радиоактивными индикаторами. Получить выражение для активности тонкого радиоактивного

индикатора, который облучался в течение времени t нейтронами с плотностью потока Φ .

12. Какой слой ^{235}U при падении на него N_0 тепловых нейтронов в секунду дает такое же число быстрых нейтронов деления? Необходимые численные данные имеются в таблицах и тексте главы 12.

Список литературы

1. Барашенков В. С., Тонеев В. Д. **Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами.** – М.: Атомиздат, 1972.
2. Бекурц К., Виртц К. **Нейтронная физика.** – М.: Атомиздат, 1968 = Beckurts K. H., Wirtz K. Neutron Physics. – Berlin: Springer-Verlag; N. Y., 1964.
3. Бете Г. А., Ашкин Ю. **Прохождение излучения через вещество** // Экспериментальная ядерная физика / Под ред. Э. Сегре. – М.: ИИЛ, 1955. – Т. 1. = Experimental Nuclear Physics / Ed. E. Segre. N. Y. L., 1953. – Vol. 1.
4. Власов Н. А. **Нейтроны.** Изд. 2-е. – М.: Наука, 1971.
5. Гермогенова Т. А., Золотухин В. Г., Климанов В. А. и др. **Альbedo нейтронов.** – М.: Атомиздат, 1973.
6. Гольданский В. И., Лейкин Е. М. **Превращения атомных ядер.** – М.: Изд-во АН СССР, 1958.
7. Гончарова Н. Г. и др. **Физика ядра и частиц: Задачи с решениями.** – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru>.
8. Горбачев В. М., Замятнин Ю. С., Лбов А. А. **Взаимодействие излучений с ядрами тяжелых элементов и деление ядер:** Справ. – М.: Атомиздат, 1976.
9. Гусев Н. Г., Климанов В. А., Машкович В. П., Суворов А. П. **Защита от ионизирующих излучений.** Т. 1. Физические основы защиты от излучений: Учеб. для вузов 3-е изд. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
10. Давыдов А. С. **Теория атомного ядра.** – М.: ГИФМЛ, 1958.
11. Иродов И. Е. **Атомная и ядерная физика: Сб. задач: Учеб. пособие** – СПб.: Изд-во Лань, 2002.
12. Ишханов Б. С., Кэбин Э. И. **Ядерные реакции.** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru>.
13. Кертис Л. **Введение в нейтронную физику.** – М.: Атомиздат, 1965.
14. Климов А. Н. **Ядерная физика и ядерные реакторы.** – М.: Энергоатомиздат, 1985.
15. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию столкновений.** – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1979.
16. Ландау Л., Смородинский Я. **Лекции по теории атомного ядра.** – М.: ГИТТЛ, 1955.
17. Машкович В. П., Кудрявцева А. В. **Защита от ионизирующих излучений:** Справ. – М.: Энергоатомиздат, 1995.
18. Медведев Ю. А., Степанов Б. М., Труханов Г. Я. **Ядерно-физические константы взаимодействия нейтронов с элементами, входящими в состав атмосферы и земной коры:** Справ. – М.: Энергоиздат, 1981.
19. Мухин К. Н. **Экспериментальная ядерная физика:** В 2 т. Т. 1. Физика атомного ядра: Учеб. для вузов. – М.: Атомиздат, 1974.
20. Немец О. Ф., Теренецкий К. О. **Ядерные реакции.** – Киев: Вища школа, 1977.
21. Ободовский И. М. **Сборник задач по экспериментальным методам ядерной физики.** – М., Энергоатомиздат, 1987.

22. Обухов А. И., Перфилов Н. А. **Деление ядер** // УФН. – Т. 92. – Вып. 4. – 1967. – С. 621–677.
23. Пасечник М. В. **Нейтронная физика** (средние энергии). – Киев: Наукова думка, 1969.
24. Пшеничный Г. А. **Взаимодействие излучений с веществом и моделирование задач ядерной геофизики**. – М.: Энергоиздат, 1982.
25. **Радиационный захват нейтронов**: Справ. / Сост. Т. С. Беланова, А. В. Игнатюк, А. Б. Пашенко, В. И. Пляскин – М.: Энергоатомиздат, 1986.
26. **Сечения пороговых реакций, вызываемых нейтронами**: Справ. / В. М. Бычков, В. Н. Манохин, А. Б. Пашенко, В. И. Пляскин – М.: Энергоиздат, 1982.
27. Скачков С. В., Константинов Л. В., Строганова Р. П. и др. **Сборник задач по ядерной физике**. – М.: ГИФМЛ, 1963.
28. Фелд Б. Т. **Нейтронная физика** // Экспериментальная ядерная физика / Под ред. Э. Сегре. – М.: ИЛ, 1955. – Т. 2.
29. Халперн И. **Деление ядер**. – М.: ГИФМЛ, 1962.
30. Широков Ю. М., Юдин Н. П. **Ядерная физика**: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1972.
31. Юз Дональд Дж. **Нейтронные эффективные сечения**. – М.: ИИЛ, 1959.
32. **Ядерные реакции** / Под. ред. П. М. Эндта, М. Демера / Пер. с англ. ред. И. С. Шапиро. – М.: Госатомиздат, 1962. – Т. 1.
33. ENDF/B-VI. [Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://www.nndc.bnl.gov>.
34. JENDL-3.3. [Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://www.ndc.tokai-sc.jaea.go.jp/index.html>.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ПРОГРАММА «КОМПЬЮТЕРНАЯ ЛАБОРАТОРИЯ»

Программа «Компьютерная лаборатория» (КЛ, PCLab) [1] используется на кафедре Прикладной физики ФТФ ТПУ студентами специальностей *Радиационная безопасность человека и окружающей среды* и *Физика атомного ядра и частиц* при изучении дисциплин «Защита от ионизирующих излучений», «Теория переноса ионизирующих излучений», «Взаимодействие излучения с веществом». Программа предназначена для моделирования методом Монте-Карло процессов распространения электронов, позитронов, фотонов и протонов в веществе, визуализации этих процессов распространения на экране дисплея и получения некоторых численных результатов взаимодействия (например, альbedo, коэффициентов пропускания частиц, энергетических и угловых распределений частиц, распределений поглощенной энергии в веществе, дозы за защитой и т. д.). Программа позволяет также проводить численные эксперименты (лабораторные работы) по моделированию различных характеристик ионизирующего излучения, при этом можно задавать тип излучения, вещество поглотителя и характеристики детектора.

Основные цели, которые ставятся при работе с КЛ, можно сформулировать следующим образом:

- показать наглядно физические процессы, которые происходят при попадании ионизирующего излучения в вещество;
- дополнить реальный физический эксперимент (например, лабораторную работу) более разнообразными начальными данными источника, поглотителя и детектора, чтобы в результате исследований получить не просто число, а физическую закономерность;
- предоставить возможность проведения численных экспериментов для ряда задач, когда реальный физический эксперимент невозможен из-за отсутствия необходимого лабораторного оборудования.

Программа КЛ создана на основе пакета программ ЕРНСА [2]. Ниже приведены его основные характеристики.

П. 1.1. Основные характеристики пакета программ ЕРНСА

Пакет программ ЕРНСА (электронно-фотонный каскад) предназначен для расчетов пространственных, энергетических и угловых распределений электронов, фотонов, позитронов и протонов в однородных и неоднородных веществах. Траектории электронов и позитронов можно моделировать в интервале энергий $10^{-2} - 10^5$ МэВ, фотонов – $10^{-3} - 10^5$ МэВ, диапазон энергий для протонов – $10^{-2} - 10^3$ МэВ. В программах учитываются следующие типы взаимодействий частиц:

- упругие, ионизационные столкновения, тормозное излучение – для электронов и позитронов (эффект аннигиляции для позитронов);
- эффект Комптона, фотоэффект, эффект образования электронно-позитронных пар – для фотонов;
- перенос протонов моделируется без учета ядерных взаимодействий, разыгрываются лишь упругие и неупругие кулоновские столкновения.

В программах учитывается каскадный характер распространения излучения, что особенно важно при расчете характеристик вторичного излучения.

Построение траекторий фотонов проводится в модели индивидуальных столкновений. В качестве полных сечений их взаимодействия с веществом для энергий менее 100 МэВ используются данные работы [3]. Построение траекторий электронов, позитронов и протонов проводится в модели группировки малых передач энергии с учетом флуктуаций потерь энергии в далеких столкновениях и флуктуаций продольных и поперечных смещений в результате многократного рассеяния [4]. Для моделирования углового отклонения электронов и позитронов в конце отрезка траектории используются три распределения:

- распределение Гоудсмита–Саундерсона – в диапазоне энергий менее 50 МэВ, которое предварительно рассчитывается и табулируется для некоторого количества энергий и отрезков пути определенной длины (s);
- распределение Мольера – для отрезков пути меньше $s/2$ при энергии менее 50 МэВ и для любых отрезков – при энергии более 50 МэВ;
- «распределение Кейла» – для отрезков пути, на которых число столкновений менее 20 и предыдущие распределения применять нельзя [5]. Использование этого распределения избавляет от необходимости переходить к модели индивидуальных столкновений для очень тонких слоев вещества.

Угловое распределение протонов в конце отрезка траектории разыгрывается из распределения Мольера.

Моделирование энергетического распределения фотонов тормозного излучения и расчет потерь энергии на тормозное излучение проводятся в соответствии с формулами Бете-Гайтлера, которые систематизированы в обзорной работе [6]. В области энергий (0,025 – 30) МэВ они стыкуются с более точными результатами Пратта в соответствии с аппроксимационным выражением из работы [7]. Направление движения рождающихся фотонов разыгрывается из распределения Шиффа. Отличие процессов генерации тормозного излучения электронами и позитронами учитывается в соответствии с данными работы [8].

Процесс генерации характеристического излучения учитывается в программах для К и L оболочек атомов, как в результате фотопоглощения, так и в результате ионизации атома заряженными частицами.

Пакет программ EPHSA состоит из нескольких программ, каждая из которых предназначена для решения определенных задач: расчета характеристик излучения в барьерной геометрии, расчета полей тормозного и рентгеновского излучения, расчета показаний детекторов и радиационных полей излучающих установок и т. д. Часть программ позволяет проводить вычисления с учетом внешнего электрического и магнитного полей.

Результаты расчетов по всем программам постоянно подвергаются тестовым сравнениям и хорошо согласуются с имеющимися в литературе экспериментальными данными, а также с результатами расчетов по известным программам ETRAN и EGS4.

Перечислим несколько задач, которые решались при помощи пакета программ EPHSA:

- расчеты спектрально-углового распределения тормозного излучения электронных ускорителей и рентгеновских трубок. На основе результатов этих расчетов были разработаны новые номограммы для расчета защиты от рентгеновского и тормозного излучения [9–11];
- расчеты пространственного, энергетического и углового распределения излучения в барьерной геометрии [12–15];

- расчеты характеристик поля излучения внутри объектов, расчеты дозных полей излучающих установок [16–21];
- моделирование радиационного воздействия электронов радиационных поясов Земли на электронные компоненты космических аппаратов [22].

П. 1.2. Работа с программой КЛ

Рассмотрим кратко возможные режимы работы программы КЛ (PCLab) и порядок работы в каждом из них на основе версии программы 3.5.4. У каждого режима работы программы имеется свой подробный файл помощи.

1) **Режим ДЕМОНСТРАЦИЯ (DEMO).** Демонстрация процессов распространения различных типов частиц в веществе. Работа в этом режиме осуществляется через меню DEMO (DEMO ⇒ Start DEMO).

В данном режиме работы программа проводит моделирование процессов распространения электронов, позитронов, фотонов и протонов в различных однородных веществах с их визуализацией на экране дисплея. На экран выводятся также следующие численные результаты взаимодействия излучения с веществом: коэффициенты отражения и пропускания частиц, доза за защитой и для отраженного излучения (только от фотонов). В этом режиме работы можно вывести на экран каждую траекторию отдельно и моделировать ее в замедленном режиме. Это позволяет наглядно показать рождение и распространение вторичных частиц.

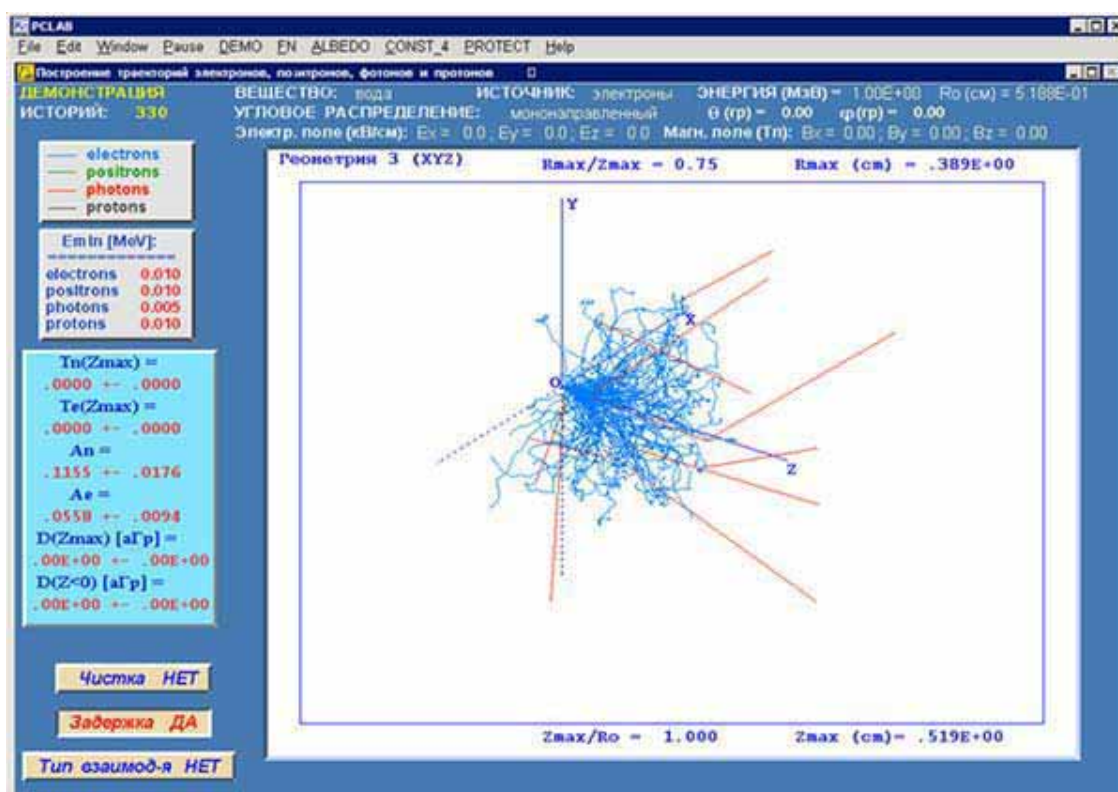


Рис. П1.1. Траектории электронов и вторичных фотонов в воздухе. $T_0 = 1$ МэВ

На рис. П1.1 изображено окно программы КЛ, когда проводится моделирование распространения в воздухе мононаправленного пучка электронов с начальной энергией 1 МэВ. Слева в нижнем окне содержится информация о коэф-

фициентах пропускания, альбедо, дозе за барьером вместе со статистической погрешностью расчета, которая изменяется с числом построенных траекторий.

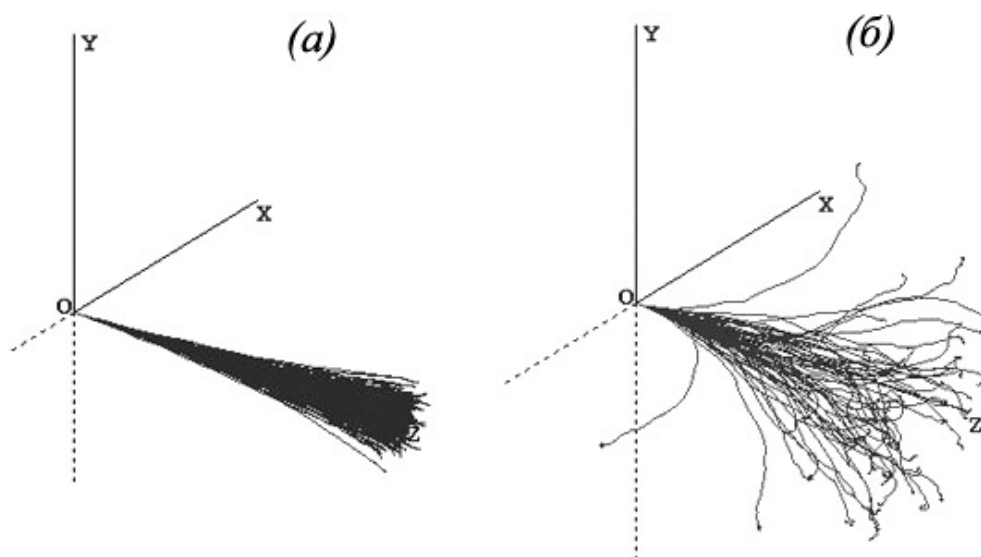


Рис. П1.2. Траектории протонов с $T_0 = 1$ МэВ в воздухе – (а) и в свинце – (б)

На рис. П1.2 приведены траектории мононаправленного пучка протонов в воздухе и в свинце. При сравнении рисунков П1.1 и П1.2 хорошо видно различие в многократном рассеянии легких и тяжелых заряженных частиц при их движении в веществе, а также влияние атомного номера среды на рассеяние частиц.

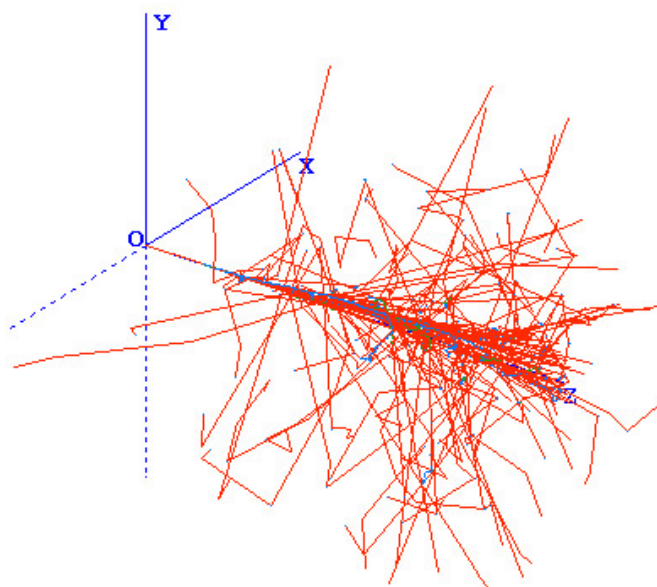


Рис. П1.3. Электронно-фотонный каскад в меди от фотона с $T_0 = 1000$ МэВ

100 МэВ в воде. Хорошо видно, что образующиеся в ионизационных столкновениях дельта-электроны имеют небольшую энергию и поглощаются вблизи траекторий первичных протонов. Это приводит к заметному увеличению удельной (на единицу объема) поглощенной энергии вблизи трека тяжелой первичной частицы.

Если нажата кнопка «Тип взаимодействия», то траектории частиц строятся в замедленном режиме, и при каждом взаимодействии частицы в специальном окне появляется информация о типе взаимодействия и энергии вторичных частиц.

На рис. П1.3 изображен одиночный электронно-фотонный каскад в меди, образованный фотоном с начальной энергией 1000 МэВ.

На рис. П1.4 показано начало пути протонного пучка с энергией

В данном режиме работы программы КЛ имеется возможность выполнить моделирование траекторий частиц в вакууме и воздухе при наличии внешнего однородного электрического и (или) магнитного поля.



Рис. П1.4. Траектории первичных протонов ($T_0 = 100$ МэВ) и вторичных электронов в воде

2) **Режим АЛЬБЕДО (ALBEDO).** Расчет методом Монте-Карло интегральных и дифференциальных характеристик альbedo электронов, фотонов, позитронов, протонов для однородных и гетерогенных барьеров из различных веществ для разных энергий и углов падения первичного излучения. Результаты расчета вместе со статистической погрешностью выдаются в текстовом и графическом виде.

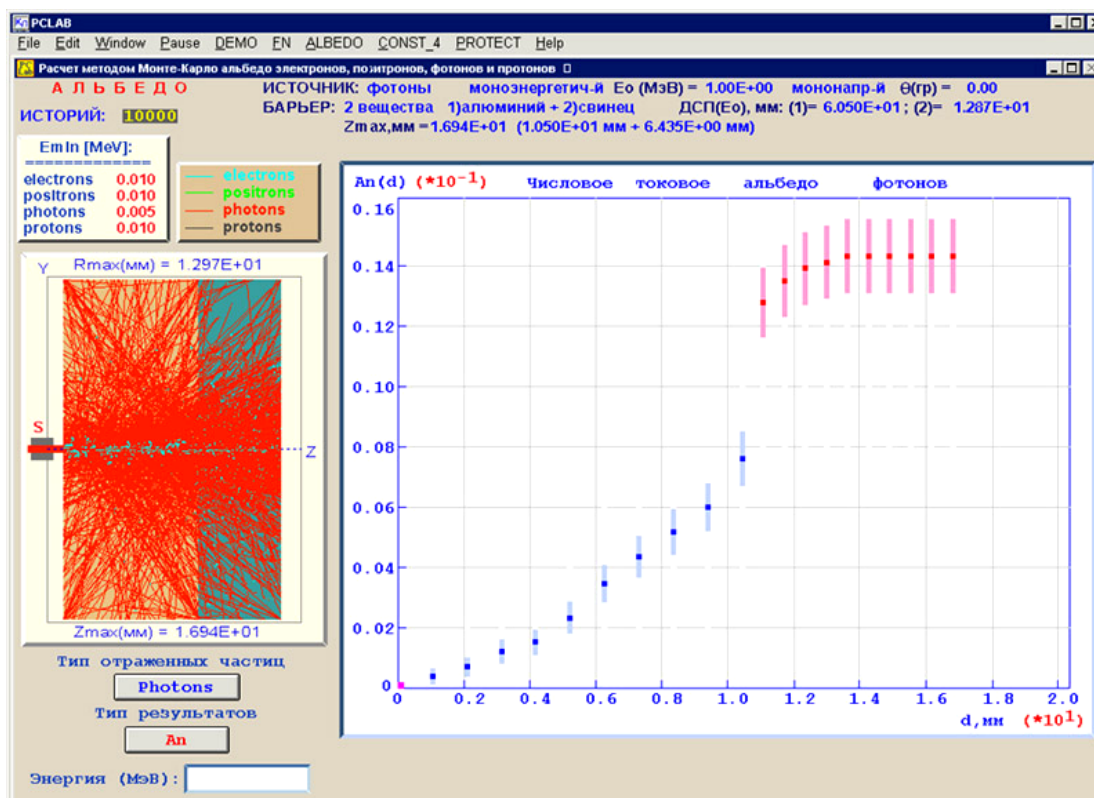


Рис. П1.5. Режим работы АЛЬБЕДО

На рис. П1.5 приведено окно программы КЛ при расчете характеристик альbedo фотонов с энергией 1 МэВ от гетерогенного барьера $Al - Pb$. На экран выводятся результаты расчета интегрального токового числового альbedo. Приведена статистическая погрешность расчета.

На рис. П1.6 приведены результаты расчета методом Монте-Карло спектров фотонов, отраженных от гетерогенного барьера *Al – Pb* для источника рентгеновского излучения с напряжением 250 кВ.

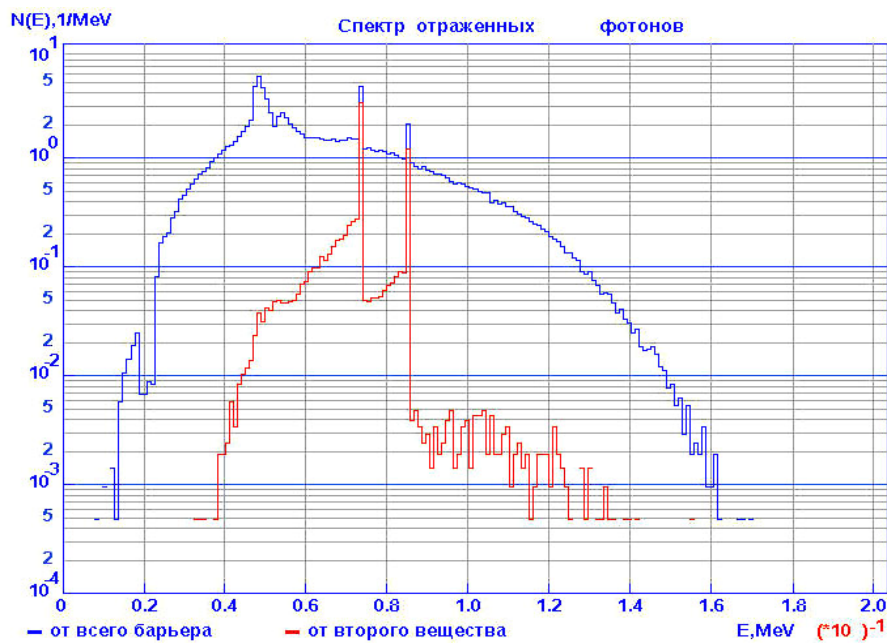


Рис. П1.6. Режим АЛЬБЕДО. Спектры отраженного рентгеновского излучения

3) *Режим ФАКТОРЫ НАКОПЛЕНИЯ (FN)*. Расчет методом Монте-Карло зависимости факторов накопления от энергетического и углового распределения фотонов, вещества и толщины однородного или двухслойного барьера, поперечных размеров детектора.

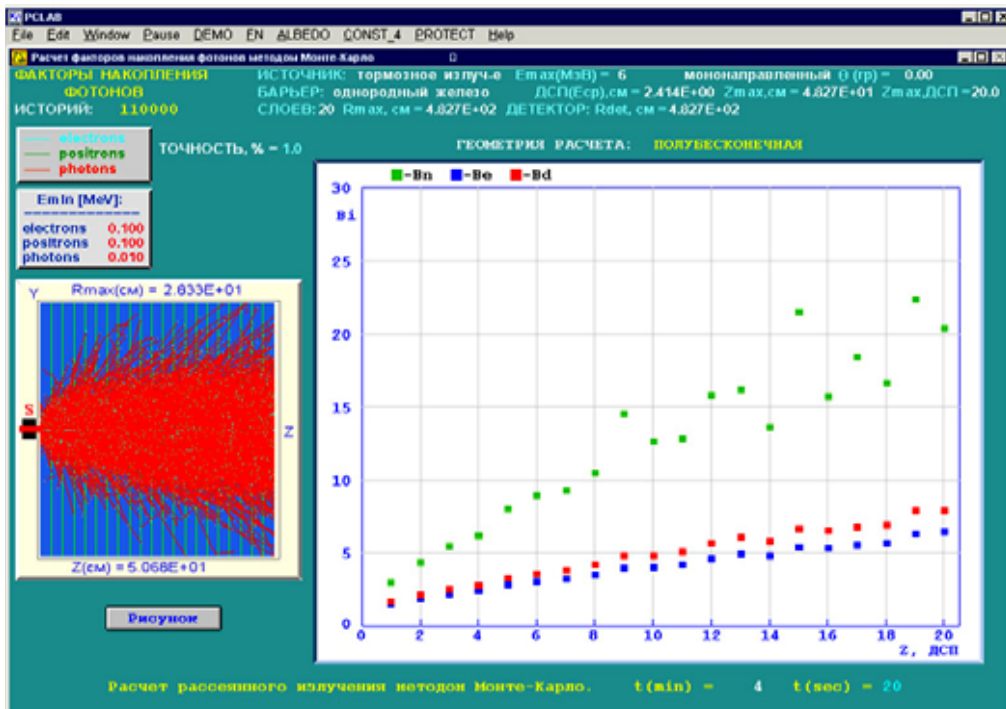


Рис. П1.7. Расчет факторов накопления тормозного излучения

Одновременно рассчитываются числовой, энергетический и дозовый факторы накопления. Расчеты возможны в двух геометриях: барьерной и полубесконечной. Результаты расчета вместе со статистической погрешностью выдаются в текстовом и графическом виде. На рис. П1.7 показано окно программы КЛ при расчете факторов накопления тормозного излучения с максимальной энергией 6 МэВ в железе.

4) Режим РАСЧЕТ КОНСТАНТ (CONST_4). Расчет сечений взаимодействия и функций распределения, необходимых для моделирования траекторий электронов, позитронов, фотонов и протонов методом Монте-Карло. Расчет возможен для простых и сложных веществ в диапазоне энергий: 10^{-2} – 10^6 МэВ – для электронов и позитронов, 10^{-2} – 10^3 МэВ – для протонов, 10^{-3} – 10^6 МэВ – для фотонов. Кроме бинарного файла результатов, который используется в программах ЕРНСА, программа выдает результаты расчета с размерностями в виде таблиц в текстовый файл.

5) Режим РАСЧЕТ ЗАЩИТЫ (PROTECT). В этом режиме работы программы КЛ можно выполнить расчеты толщины защиты из бетона, железа и свинца от рентгеновского и тормозного излучений.

6) Режим ЕРНСА2. В этом режиме работы программа выполняет расчеты методом Монте-Карло интегральных и дифференциальных характеристик электронов, позитронов, фотонов, протонов в однородной и гетерогенной барьерной геометрии. Возможен учет внешнего электрического и магнитного поля. Расчеты можно проводить для любых простых и сложных веществ, а необходимые для расчета сечения и распределения готовятся в CONST_4.

В первых трех режимах работы вещества можно выбрать лишь из списка 25 заданных простых и сложных веществ. У всех этих трех режимов имеются файлы с вопросами по соответствующим разделам физики взаимодействия ионизирующих излучений с веществом и файлы заданий с набором задач по моделированию (численным экспериментам) с помощью программы КЛ. Некоторые из этих задач оформлены в виде 13-го задания. Выполнять это задание можно или по мере изучения соответствующего материала учебного пособия, или после изучения всего материала.

Программа КЛ постоянно обновляется. Обращаться за последней версией программы можно по адресу: bvi@interact.phtd.tpu.edu.ru

Задание 13

Численные эксперименты с помощью программы КЛ. Режимы работы: ДЕМОНСТРАЦИЯ и АЛЬБЕДО.

1. Построить методом Монте-Карло траектории электронов с начальными кинетическими энергиями $T_0 = 1-3$ МэВ в воде. Использовать режим «ЧИСТКА». Как изменятся траектории электронов, если сменить воду на свинец? Как часто образуются дельта-электроны?
2. Провести численный эксперимент и построить траектории электронов и позитронов для энергии 1 МэВ и одного вещества. В чем отличие траекторий позитронов от электронных траекторий? Рассчитать коэффициенты пропускания по числу частиц и энергии (T_N , T_E) электронов (позитронов) для начальной энергии 1 МэВ и двух веществ с разными атомными номерами. Статистическая погрешность каждой точки кривой пропускания не более 5%. ПРИМЕЧАНИЕ: используйте раздел меню **Change** для изменения Z_{\max} .

3. Рассчитать методом Монте-Карло зависимость величины интегрального числового альbedo от толщины двух веществ: X и Y для мононаправленного пучка электронов с энергией T_0 . Как (и почему) зависит максимальная величина альbedo от атомного номера вещества? Необходимые данные взять из табл. П1.1.

Таблица П1.1

Варианты заданий для задачи 3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	C	C	Вода	W	Воздух	Дерево	Вода	Al	Стекло	NaI	C	Al	Si	Fe	W
Y	Pb	Pb	Fe	Al	Fe	Sn	Pb	W	Fe	Pb	Pb	Pb	Au	Al	Fe
T_0 , МэВ	1	50	2	3	3	5	4	3	5	8	6	5	2	15	10

4. Чем отличаются траектории протонов низких энергий в легких и тяжелых веществах от траекторий электронов ($T_0 \leq 1$ МэВ): угловое распределение, альbedo. Сравнить траектории протонов в воздухе и свинце при $T_0 = 0,1$ МэВ.
5. Первичная частица – фотон. Построить траектории фотонов в различных веществах (с небольшим и большим атомным номером) при энергиях $T_0 \leq 1$ МэВ. Рассчитать для одной начальной энергии (1–5 МэВ) в двух веществах, сильно отличающихся атомными номерами, зависимость интегрального числового альbedo фотонов от толщины вещества. Сравнить максимальные значения альbedo, сделать вывод.
6. Исследовать характер распространения в веществе электронов, позитронов и фотонов высоких энергий ($100 \text{ МэВ} \leq T_0 \leq 1000 \text{ МэВ}$): вторичное излучение, глубина проникновения, какими частицами определяется. Рассчитать каскадные кривые по числу электронов и фотонов от первичных электронов и фотонов с одной начальной энергией.
7. Построить траектории протонов и электронов с начальными энергиями более 100 МэВ в одном веществе. Как отличаются (и почему) энергии дельта-электронов для этих первичных частиц? Вычислить величину максимальной энергии дельта-электронов, образованных первичным протоном и электроном одной энергии.
8. Рассчитать зависимость альbedo от атомного номера вещества (5 точек: C, Al, Fe, Sn, Pb; точность у каждой точки не ниже 5 %), если на него падает нормально ($\alpha = 0$) или изотропно в конусе с углом раствора α ($\alpha > 0$) пучок частиц типа X (0 – фотоны, 1 – электроны, 2 – позитроны, 3 – протоны) с начальной энергией T_0 . Необходимые данные взять из табл. П1.2.
- ПРИМЕЧАНИЕ: изменяйте тип вещества через раздел меню **Change**.

Таблица П1.2

Варианты заданий для задачи 8

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T_0 , МэВ	0,1	0,1	0,5	0,5	1	1	1	1	10	20	30	15	25	5	2
α , град	0	30	15	30	0	45	0	25	45	0	0	0	30	45	0
X	3	3	0	0	1	1	2	2	3	1	2	0	1	0	1

9. Провести численный эксперимент, получить и построить зависимость числового (энергетического, дозового) интегрального альbedo электронов (по-

зитронов, фотонов) от начальной энергии частиц в диапазоне 0,1–10 МэВ (более 5 точек). Вещества: Al (С) и Pb (Sn). Статистическая погрешность каждой точки кривой не более 5%. ПРИМЕЧАНИЕ: изменяйте величину T_0 через раздел меню *Change*.

10. Получить и построить зависимости интегральных альбедо и квазиальбедо моноэнергетических и мононаправленных пучков электронов, фотонов, позитронов и протонов от угла падения на полубесконечные барьеры из веществ: С, Al, Ti, Fe, Мо, W, Pb, U. Интервал углов падения 0–85 град., одно значение энергии из интервала 0,1–0,5 МэВ.
11. Провести численный эксперимент и получить спектры отраженного излучения от однородного барьера неизвестного состава (используйте случайный выбор вещества). Определить это вещество с помощью различных источников излучения.

Список литературы

1. Беспалов В. И. **Использование пакета программ «Компьютерная лаборатория» в учебном процессе.** // Образовательные технологии: состояние и перспективы: Тр. научн.-мет. конф. – Томск: Изд-во ТПУ, 1999. – С. 152.
2. Беспалов В. И. **Пакет программ ЕРНСА для статистического моделирования поля излучения фотонов и заряженных частиц** // Изв. вузов Физика, Приложение. – 2000. – № 4. – С. 159–165.
3. Storm E. and Israel H.I. **Photon Cross Sections from 1 keV to 100 MeV for elements Z=1 to Z=100** // Nucl. Data Tables. – 1970. – A7. – P. 565-681.
4. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. **Введение в теорию похождения частиц через вещество.** – М.: Атомиздат, 1978
5. Keil Von E., Zeitler, E. Zinn W. **Zur Einfach- und Mehrfachstreuung geladener Teilchen** // Z. Naturforschung. – 1960. – 15a. – S. 1031–1038.
6. Koch H. W., Motz J. W. **Bremsstrahlung Cross-Section Formulas and Related Data** // Rev. Mod. Phys. – V. 31. – No. 4. – 1959. – P. 920–955.
7. Аккерман А. Ф., Чабдарова Н. Н. **Согласованные наборы сечений тормозного излучения для энергий электронов $E \geq 0,025$ МэВ** // Препринт ИФВЭ 86-03. – Алма-Ата. – 1986.
8. **Тормозная способность электронов и позитронов:** Доклад 37 МКРЕ: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1987.
9. Беспалов В. И., Штейн М. М., Котенко Е. Н. **Номограммы для расчета защиты от прямого рентгеновского излучения** // Дефектоскопия/ – № 7/ – 2000/ – С. 44–55.
10. Беспалов В. И., Штейн М. М., Попова Л. А. **Номограммы для расчета защиты от рассеянного рентгеновского излучения** // Дефектоскопия. – № 8. – 2000. – С. 92–98.
11. Беспалов В. И., Колбаенкова И. И., Штейн М. М. **Номограммы для расчета защиты от прямого тормозного излучения** // Дефектоскопия. – № 1. – 2002. – С. 83–95.
12. Беспалов В. И., Чахлов В. Л., Штейн М. М. **Ослабление высокоэнергетического тормозного излучения барьерами из железа** // Дефектоскопия. – № 8. – 1987. – С. 16–24.
13. Беспалов В. И. **Факторы накопления и эффективные коэффициенты ос-**

- лабления тормозного излучения для бетона // Дефектоскопия. – № 1. – 1988. – С. 71–77.
14. Беспалов В. И., Сорокин В. Б. **Исследование дифференциальных распределений обратно рассеянных электронов**: Вопросы атомной науки и техники. Серия: общая и ядерная физика. – 1985. – Вып. 3(32)ю – С. 75–79.
 15. Кольчужкин А. М., Беспалов В. И. **Расчет электронно-фотонных каскадов в воздухе и свинце методом Монте-Карло** // Изв. АН СССР. – 1980. – Т. 44. – № 3. – С. 572–574.
 16. Беспалов В. И., Кольчужкин А. М. **Переходный эффект в ионизационном калориметре** // Изв. АН СССР, Серия Физическая. – 1981. – Т. 45. – № 7. – С. 1316–1318.
 17. Беспалов В. И. и др. **Собственная нерезкость газоразрядных преобразователей, работающих с высокоэнергетическим тормозным излучением** // Дефектоскопия. – 1988. – № 1. – С. 71–77.
 18. Беспалов В. И., Штейн М. М. **Поглощение энергии фотонного излучения рентгеновской пленкой** // Дефектоскопия. – 1990. – № 1. – С. 42–52.
 19. Беспалов В. И., Рыжов В. В. **Неоднородность ионизации газоразрядного промежутка электронным пучком** // ЖТФ. – 1981. – Т. 51. – № 7. – С. 1403–1408.
 20. Кириков А. В., Рыжов В. В., Турчановский И. Ю., Беспалов В. И. **Влияние объемного заряда электронов, многократно отраженных от анода, на ток плоского диода** // Письма в ЖТФ. – 2001. – Т. 27. – Вып. 6. – С. 13–18.
 21. Bespalov V. I., Kashkovsky V. V., Chakhlov V. L. **Generation of bremsstrahlung during multiple passes of accelerated electrons through a thin target in a betatron** // NIM B. – 2003. – V. 201. – P. 292–299.
 22. Беспалов В. И. и др. **Лабораторное моделирование на ускорителях вариаций спектральной плотности потока электронов радиационных поясов Земли: Неразрушающий контроль и диагностика**. Изв. ТПУ. – Томск: НТЛ, 1998, С. 31–39.

БЛОК-СХЕМЫ И ЛИСТИНГИ ПРОГРАММ ДЛЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ниже приведены блок-схемы и листинги программ для статистического моделирования с использованием пакета «Математика» (Кольчужкин А. М., Богданов А. В. **Метод Монте-Карло в теории переноса излучений**: Учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006).

Пример 1. Случайное число k , равное количеству подбрасываний монеты до первого появления «орла», можно получить с помощью блок-схемы и листинга программы, приведенной на рис. П2.1. Здесь s – случайное число, получающееся при моделировании подбрасывания монеты, ξ – случайные числа, равномерно распределенные в интервале $(0, 1)$.

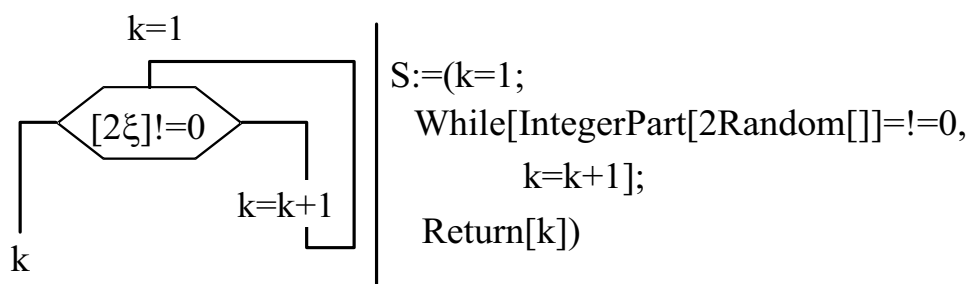


Рис. П2.1. Блок-схема и листинг программы подбрасывания монеты до первого «орла»

Пример 2. Требуется получить N_t случайных чисел x и вычислить среднее значение

$$\bar{x} = \frac{1}{N_t} \sum_{k=1}^{N_t} x_k .$$

Блок-схема и листинг программы AVERAGE, которые решают эту задачу, приведены на рис. П2.2. На этом рисунке S – случайное число, которое получается при моделировании, T – рабочая ячейка для вычисления суммы.

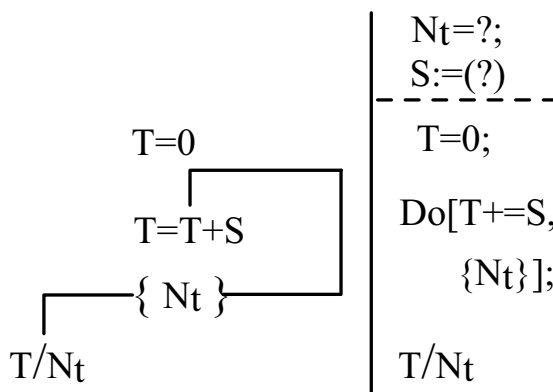


Рис. П2.2. Блок-схема и листинг программы AVERAGE

ОТВЕТЫ И ПОЯСНЕНИЯ К ЗАДАЧАМ

1.2. $m_2 = 2m_1$.

1.3. $A = 1$.

1.4. $\cos \alpha = \frac{(T_1 - T_1')(m_1 - m_2)}{2\sqrt{m_1 m_2 T_1'(T_1 - T_1')}}$. Для ответа на второй вопрос используйте

векторную диаграмму импульсов. $m_1 < m_2$: $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$; $m_1 = m_2$: $\alpha = \pi/2$; $m_1 > m_2$: $0 \leq \alpha \leq \pi/2$.

1.5. $m_n \approx 1,14$ от массы протона.

1.6. $m_1 < m_2$: $0 \leq \vartheta_1 \leq \pi$; $m_1 = m_2$: $0 \leq \vartheta_1 \leq \frac{\pi}{2}$; $m_1 > m_2$: $0 < \vartheta_1 \leq \vartheta_{\max}$.

1.7. $p_1' = p_1 \frac{\cos \vartheta \pm \sqrt{\cos^2 \vartheta + (m_2/m_1)^2 - 1}}{m_2/m_1 + 1}$. Для дальнейшего анализа ис-

пользуйте векторную диаграмму импульсов.

1.8. $r_{\min} = \frac{Z_1 Z_2 e^2 (1 + m_1/m_2)}{T_1}$.

1.9. $\eta = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}$.

1.10. $v_1' = \frac{2m_2 v_2 + v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$; $v_2' = \frac{2m_1 v_1 + v_2(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$.

1.11. $m < M$; $v_1' = v_0 \sqrt{\frac{M - m}{M + m}}$; $v_2' = v_0 \frac{m}{M} \sqrt{\frac{2M}{M + m}}$; $\text{tg} \vartheta_2 = \sqrt{\frac{M - m}{M + m}}$.

2.1. $\cos \vartheta = \frac{E_\gamma'(E_e + E_\gamma) - E_\gamma(E_e + cp_e)}{E_\gamma'(cp_e - E_\gamma)}$; $E_{\gamma, \max}' = \frac{E_\gamma(E_e + cp_e)}{E_e - cp_e + 2E_\gamma}$. При

$T \gg m_e c^2$ $E_{\gamma, \max}' \approx \frac{2E_\gamma T}{m_e^2 c^4 / 2T + 2E_\gamma}$, а при $m_e^2 c^4 / 2T \ll 2E_\gamma$ $E_{\gamma, \max}' \approx T$.

2.2. $M_0 = \frac{1}{c} \sqrt{2m(T + 2mc^2)}$; $V = c \sqrt{T/(T + 2mc^2)}$.

2.3. Неподвижная мишень: $E_C = \sqrt{2mc^2(T + 2mc^2)}$; встречные пучки: $E_C = 2(T + mc^2)$.

2.4. На энергию 1 ГэВ.

2.5. $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{m_0 c^2}{2\sqrt{E_1 E_2}}$.

2.6. Движущаяся частица:

$$m_0^2 = m_1^2 + m_2^2 + \frac{2}{c^2} \left(\sqrt{(p_1^2 + m_1^2 c^2)(p_2^2 + m_2^2 c^2)} - p_1 p_2 \cos \alpha \right).$$

Должны быть известны m_1 и m_2 , измерять надо импульсы вторичных частиц p_1 , p_2 и их угол разлета α . Распад остановившейся частицы:

$$m_0 = \frac{1}{c} \left(\sqrt{p^2 + m_1^2 c^2} + \sqrt{p^2 + m_2^2 c^2} \right).$$

Угол $\alpha = \pi$, $p_1 = p_2$. Измерять надо импульс одной частицы.

$$2.7. \quad m_2^2 = m_0^2 + m_1^2 - \frac{2}{c^2} \left(\sqrt{(p_0^2 + m_0^2 c^2)(p_1^2 + m_1^2 c^2)} - p_0 p_1 \cos \alpha \right).$$

Должны быть известными: m_0 , m_1 , p_0 ; измерять надо p_1 , ϑ_1 .

$$2.8. \quad T_{\text{пор}} = 174 \text{ МэВ}.$$

$$2.9. \quad \text{Неподвижная мишень: } M_0 c^2 = \sqrt{2 m c^2 (T + 2 m c^2)}; \quad \text{встречные пучки: } M_0 c^2 = 2(T + m c^2).$$

$$3.1. \quad \sigma_{\text{впер}} = \sigma_{\text{наз}} = \frac{8}{3} \pi r_e^2.$$

$$3.2. \quad d\sigma/d\Omega = a^2/4.$$

$$3.3. \quad \rho(\vartheta) = a \cos \frac{\theta}{2}; \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^2}{4}; \quad \frac{d\sigma}{dQ} = \frac{\pi a^2}{Q_{\text{max}}}; \quad \bar{\eta}(T) = 2\pi n_0 a^2 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} T;$$

$$\kappa_a(T) = 2\pi a^2 \frac{m_1}{m_2}; \quad T(s) = T_0 \exp(-\Sigma_a s).$$

$$3.4. \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{A}{4\pi T^2} \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}; \quad \sigma_s = \frac{A}{T} \left(\frac{1}{I} - \frac{2}{T} \right); \quad \frac{d\sigma}{d\Omega_1} = \frac{A}{\pi T^2} \frac{\cos \vartheta_1}{\sin^4 \vartheta_1};$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_2} = \frac{4A}{\pi T^2} \frac{1}{\cos^3 \vartheta_2}.$$

$$3.6. \quad L \approx 10^7 \text{ км}; \quad N_0/N(x) = \exp(x/L).$$

$$3.7. \quad L = 2\sqrt{R^2 - \rho^2}.$$

$$3.8. \quad \bar{\rho} = \frac{2}{3} R; \quad \bar{L} = \frac{4}{3} R. \quad \text{Плотности распределения: } w(\rho) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\rho};$$

$$w(L) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dL}; \quad L = 2\sqrt{R^2 - \rho^2}.$$

$$4.1. \quad x_1(t) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} A \cos(\omega t - \varphi) + X_0 + V_0 t; \quad \omega = \sqrt{k/\mu}; \quad \varphi = \text{arctg} \frac{v_0}{x_0 \omega};$$

$$x_2(t) = -\frac{m_1}{m_1 + m_2} A \cos(\omega t - \varphi) + X_0 + V_0 t; \quad x_0 = x_1(0) - x_2(0);$$

$$v_0 = v_1(0) - v_2(0); \quad A = \frac{x_0}{v_0} \sqrt{x_0^2 \omega^2 + v_0^2}.$$

4.3. Движение происходит в стационарном поле консервативных сил. В таком поле выполняется закон сохранения полной механической энергии ($E = T + W$) и $\vec{F}d\vec{r} = -dW$.

$$4.4. r_{\min} = \frac{q^2}{2T_1} \left(1 + \sqrt{1 + 4(T_1 \rho / q^2)^2} \right).$$

4.5. $\vartheta_{\text{я}} / \vartheta_{\text{е}} = Z_2$. Величина отклонения пропорциональна изменению поперечного импульса.

$$4.6. r_{\min} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ см.}$$

$$4.7. E \approx 1,1 \cdot 10^{13} \text{ В/м; } \vartheta \approx \text{tg} \vartheta < 0,02 \text{ град.}$$

$$4.8. \frac{\Delta N}{N} = \pi d n_0 \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T} \right)^2 \left(\text{ctg}^2 \frac{\theta_2}{2} - \text{ctg}^2 \frac{\theta_1}{2} \right). \text{ Для определения числа}$$

столкновений используйте физический смысл макроскопического сечения.

4.9. $N_{\text{ДЕТ}} / N_{\text{ПАД}} \approx 2,5 \cdot 10^{-6}$. Для определения числа столкновений используйте физический смысл макроскопического сечения. Преобразуйте дифференциальное сечение упругого рассеяния из СЦИ в ЛСК.

$$4.10. a \approx 0,008 \text{ \%}.$$

$$4.11. \sigma_{\text{ОТТ}} = \pi R^2 \left(1 - \frac{q_1 q_2}{TR} \right); \quad \sigma_{\text{ПРИТ}} = \pi R^2 \left(1 + \frac{q_1 q_2}{TR} \right). \text{ Воспользуйтесь зако-}$$

ном сохранения полной энергии в полярной системе координат. $L = \text{const} = p_0 \rho$, где p_0 – начальный импульс, ρ – прицельный параметр. В

ближайшей к силовому центру точке $\dot{r} = 0$. Найдите r_{\min} ; $\sigma_S = \int_0^{\rho_{\max}} \frac{d\sigma}{d\rho} d\rho$.

$$5.1. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - W) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - W) = 0.$$

$$5.2. \hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2m}. \text{ Запишите оператор Лапласа } \nabla^2 \text{ в сферической системе коорди-}$$

$$\text{нат. } \hat{T}_r = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right); \quad \hat{L}^2 = -\hbar^2 \nabla_{\vartheta, \varphi}^2.$$

5.3. При свободном движении $W = 0$. Решите уравнение Шредингера и рассмотрите стандартные условия, которые накладываются на волновую функцию.

$$5.4. \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\pi^2 A^2 m}{8\hbar^2 E} \frac{1}{\sin^2(\theta/2)}, \text{ где энергия } E \text{ равна начальной кинетической}$$

энергии частицы с приведенной массой μ в СЦИ. Если масса рассеивающего центра много больше массы частицы, то E – это начальная кинетическая энер-

гия налетающей частицы. При вычислении $f(\theta)$, вначале выполните интегрирование по полярному углу. Для этого направьте полярную ось сферической системы координат по вектору \vec{q} . Тогда, $\vec{q} \vec{r} = qr \cos \vartheta$.

$$5.5. \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha k^2 R^2}{E} \right)^2 \left(\frac{\sin(qR)}{qR} \right)^2; \quad q = 2k \sin \frac{\theta}{2}; \quad k = \sqrt{2\mu E/\hbar^2}. \text{ См. пояс-}$$

нение к задаче 5.4. $\sigma_s = 2\pi \left(\frac{\alpha k R}{E} \right)^2 \int_0^{2kR} \frac{\sin^2 x}{x} dx$; $x = qR$. При $E \rightarrow 0$, $x \rightarrow 0$

и $\sin x \approx x$, тогда $\sigma_s \approx 16\pi \alpha^2 \mu^2 \left(\frac{R}{\hbar} \right)^4$, сечение рассеяния медленных частиц не зависит от энергии.

$$5.6. \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{2\mu W_0 a^3}{\hbar^2} \right)^2 \frac{[\sin(qa) - qa \cos(qa)]^2}{(qa)^6}; \quad q = 2k \sin \frac{\theta}{2}; \quad k = \sqrt{2\mu E/\hbar^2}$$

(см. пояснение к задаче 5.4). При $ka \ll 1$, $\sigma_s \approx \frac{16\pi \mu^2 W_0^2 a^6}{9 \hbar^4}$ (взять по 2 члена разложения в ряд $\sin(qa)$ и $\cos(qa)$). При вычислении сечения рассеяния перейдите от $d\Omega$ к dq $2\pi q dq = 2\pi k^2 \sin \theta d\theta$.

5.7. Получается формула Резерфорда. При вычислении $f(\theta)$ интеграл $\int_0^\infty \sin(qr) dr$ расходится. Поэтому используйте следующий прием: представьте

потенциальную энергию в виде $\tilde{W}(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \exp(-\alpha r)$, возьмите интеграл и вернитесь в получившемся выражении к заданной потенциальной энергии, положив $\alpha = 0$.

$$5.8. \text{ а) } \delta_0 = -\frac{2\mu W_0 R \sin^2 kR}{k\hbar^2}; \quad \sigma_s \approx \frac{16\pi \mu^2 W_0^2 R^2 \sin^4 kR}{k^4 \hbar^4}$$

б) $\delta_0 = -\frac{4\mu a^3 k W_0}{\hbar^2 (1 + 4a^2 k^2)}$; $\sigma_s \approx \frac{64\pi \mu^2 a^3 W_0^2}{\hbar^4 (1 + 4a^2 k^2)^2}$. Когда фазы малы ($|\delta_l| \ll 1$), то

в рамках теории возмущений (в борновском приближении) для оценки сдвига фаз δ_l используется выражение (5.60). Воспользуйтесь асимптотическим поведением функций Бесселя при $r \rightarrow \infty$.

$$5.9. \sigma_s = \frac{16\pi \mu^2 W_0^2 a^6}{9 \hbar^4}. \text{ Если } \lambda \gg a, \text{ то } ka \ll 1 \text{ и эффективно рассеивается}$$

только s-волна. Найдите $\delta_0(k)$ в борновском приближении, а затем и сечение (см. задачу 5.8).

6.1. Сначала, используя экранированный боровский потенциал, найдите амплитуду рассеяния (см. задачу 5.7), а затем дифференциальное и полное сечения

рассеяния. Если положить, что $m_1 \ll m_2$, то

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Z_1^2 Z_2^2 r_e^2 \left(\frac{m_e c^2}{T_1} \right)^2 \frac{1}{(\cos \vartheta - 1 - 2\eta)^2}; \quad \sigma_s = \pi Z_1^2 Z_2^2 r_e^2 \left(\frac{m_e c^2}{T_1} \right)^2 \frac{1}{\eta(1+\eta)},$$

где r_e – классический радиус электрона, η – параметр экранирования.

$$6.2. \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = 4Z_1^2 Z_2^2 \left(\frac{\mu}{m_e} \right)^2 \left(\frac{a^2}{a_0} \right)^2, \quad a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e c^2}, \quad a - \text{радиус области взаимодействия. Угловое распределение рассеянных медленных частиц изотропное.}$$

$$6.3. \quad F(q) = \frac{3Z}{(qR)^3} [\sin(qR) - qR \cos(qR)]. \text{ Используйте выражение (6.7). Найдите вначале } n(r), \text{ для этого используйте условие нормировки}$$

$4\pi \int_0^R r^2 \rho(r) dr = Ze$ и условие задачи.

6.5. Обозначим через s отрезок пути, который проходит в веществе мононаправленный пучок тяжелых частиц одной энергии. Направление частиц в начале отрезка пути s совпадает с направлением оси OZ лабораторной системы координат (ЛСК). Пусть величина отрезка s достаточно мала, чтобы можно было пренебречь изменением энергии частиц на нем, но в то же время каждая частица испытывает на этом отрезке большое (больше 20) число упругих и неупругих столкновений с атомами вещества. В каждом из этих столкновений частицы рассеиваются на некоторый угол, а результирующее отклонение от первоначального направления (многократное рассеяние) определяется

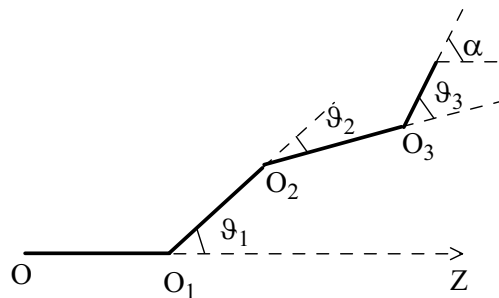


Рис. ПЗ.1. Отрезок пути частицы в веществе

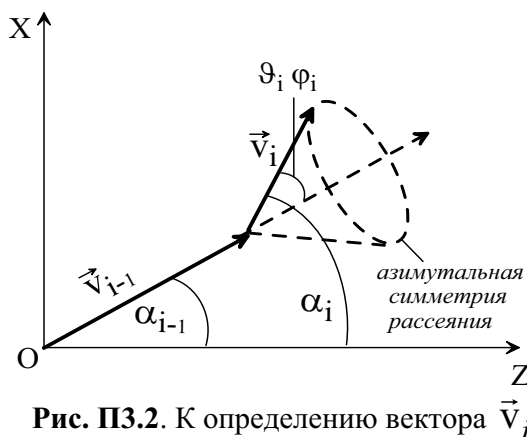


Рис. ПЗ.2. К определению вектора \vec{V}_i

числом столкновений частицы в слое вещества (рис. ПЗ.1). Будем считать, что среда однородная и неупорядоченная (атомы расположены случайно), а все столкновения частиц с атомами являются парными и независимыми. Обозначим через α_i угол многократного рассеяния частицы после i столкновений, а через ϑ_i, φ_i – полярный и азимутальный углы рассеяния частицы в i -м столкновении. В случае азимутальной симметрии рассеяния вектор скорости частицы \vec{V}_i после i -го рассеяния с равной вероятностью может находиться в любом месте на поверхности конуса, ось которого совпадает с вектором \vec{V}_{i-1} , а раствор определяется углом рассеяния ϑ_i (рис. ПЗ.2). На

рис. ПЗ.2 векторы \vec{V}_i и \vec{V}_{i-1} лежат в одной плоскости.

Выразим угол многократного рассеяния частицы α_i через угол α_{i-1} после предыдущего столкновения и углы рассеяния ϑ_i и φ_i в i -м столкновении. Для этого поступим следующим образом.

1. Найдем проекции направления вектора \vec{V}_i в системе координат $K(x, y, z)$, в которой ось OZ совпадает с вектором \vec{V}_{i-1} (рис. ПЗ.3): $\sin \vartheta_i \cos \varphi_i$; $\sin \vartheta_i \sin \varphi_i$; $\cos \vartheta_i$.

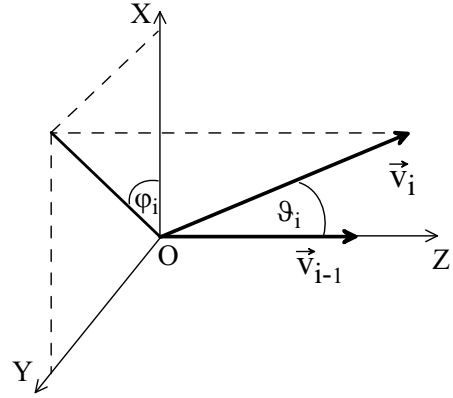


Рис. ПЗ.3. Система координат K

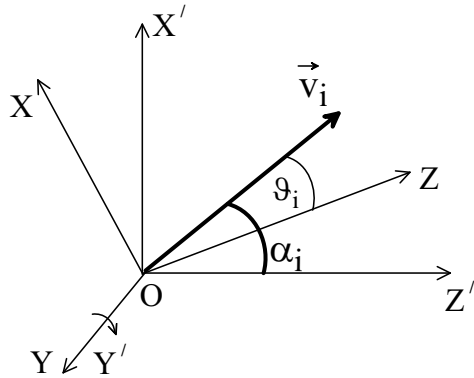


Рис. ПЗ.4. Поворот системы координат K вокруг оси Y

2. Повернем систему координат K вокруг оси Y на угол α_{i-1} (см. рис. ПЗ.2 и рис. ПЗ.4). В системе координат $K'(x', y', z')$ угол α_i совпадает с углом многократного рассеяния в ЛСК.

3. Найдем α_i через преобразование проекций единичного вектора $\frac{\vec{V}_i}{|\vec{V}_i|}$ из

системы координат K в K' . Запишем это преобразование через матрицу поворота, элементы которой являются скалярными произведениями соответствующих ортов двух систем координат:

$a_{ik} = (\vec{e}'_i \vec{e}_k)$.

$$\begin{pmatrix} \Omega'_X \\ \Omega'_Y \\ \Omega'_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Omega_X \\ \Omega_Y \\ \Omega_Z \end{pmatrix}. \quad (\text{ПЗ.1})$$

Записав из (1) уравнение для Ω'_Z , находим (получить)

$$\cos \alpha_i = \cos \alpha_{i-1} \cos \vartheta_i - \sin \alpha_{i-1} \sin \vartheta_i \cos \varphi_i. \quad (\text{ПЗ.2})$$

За счет случайного характера взаимодействия с атомами у каждой частицы будет свое отклонение от первоначального направления. Усредним $\cos \alpha_i$ по большому числу частиц в пучке

$$\langle \cos \alpha_i \rangle = \langle \cos \alpha_{i-1} \cos \vartheta_i \rangle - \langle \sin \alpha_{i-1} \sin \vartheta_i \cos \varphi_i \rangle. \quad (\text{ПЗ.3})$$

Рассеяния на углы ϑ и φ независимы, поэтому

$$\langle \cos \alpha_i \rangle = \langle \cos \alpha_{i-1} \cos \vartheta_i \rangle - \langle \sin \alpha_{i-1} \sin \vartheta_i \rangle \langle \cos \varphi_i \rangle.$$

В однородной среде распределение рассеянных частиц по азимутальному углу φ равновероятное, следовательно $\langle \cos \varphi_i \rangle = 0$. С учетом этого имеем:

$$\langle \cos \alpha_i \rangle = \langle \cos \alpha_{i-1} \cos \vartheta_i \rangle. \quad (\text{ПЗ.4})$$

Так как столкновения частиц с атомами среды независимы, то

$$\langle \cos \alpha_i \rangle = \langle \cos \alpha_{i-1} \rangle \langle \cos \vartheta_i \rangle. \quad (\text{ПЗ.5})$$

Поскольку сечение упругого рассеяния сильно вытянуто вперед, то воспользуемся в (ПЗ.5) малоугловым приближением (см. раздел 6.3). Тогда, вместо (ПЗ.5) имеем

$$\left\langle 1 - \frac{1}{2} \alpha_i^2 \right\rangle = \left\langle 1 - \frac{1}{2} \alpha_{i-1}^2 \right\rangle \left\langle 1 - \frac{1}{2} \vartheta_i^2 \right\rangle = \left(1 - \frac{1}{2} \langle \alpha_{i-1}^2 \rangle \right) \left(1 - \frac{1}{2} \langle \vartheta_i^2 \rangle \right).$$

Пренебрегая членами второго порядка малости, получаем

$$\langle \alpha_i^2 \rangle = \langle \alpha_{i-1}^2 \rangle + \langle \vartheta_i^2 \rangle. \quad (\text{ПЗ.6})$$

Рекуррентное соотношение (ПЗ.6) показывает линейную зависимость среднего квадрата угла отклонения частицы от числа столкновений частицы в веществе. Действительно,

$$i = 1 \quad \langle \alpha_1^2 \rangle = \langle \vartheta_1^2 \rangle \quad (\alpha_0 = 0);$$

$$i = 2 \quad \langle \alpha_2^2 \rangle = \langle \alpha_1^2 \rangle + \langle \vartheta_2^2 \rangle = \langle \vartheta_1^2 \rangle + \langle \vartheta_2^2 \rangle;$$

$$i = 3 \quad \langle \alpha_3^2 \rangle = \langle \alpha_2^2 \rangle + \langle \vartheta_3^2 \rangle = \langle \vartheta_1^2 \rangle + \langle \vartheta_2^2 \rangle + \langle \vartheta_3^2 \rangle;$$

и т. д.

Так как среда однородная и изменением энергии частиц на пути s пренебрегаем, то все столкновения статистически одинаковы, поэтому

$$\langle \alpha^2 \rangle = N \langle \vartheta^2 \rangle, \quad (\text{ПЗ.7})$$

где $N = n_0 \sigma s$ – среднее число столкновений каждой частицы на пути s , а полное сечение равно сумме сечений упругого и неупругого рассеяний

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_{in}.$$

Подставим выражение для N в (ПЗ.7), тогда получим

$$\langle \alpha^2 \rangle = n_0 \sigma s \langle \vartheta^2 \rangle. \quad (\text{ПЗ.8})$$

Выразим $\langle \vartheta^2 \rangle$ через дифференциальное сечение рассеяния на атоме

$$\langle \vartheta^2 \rangle = \frac{1}{\sigma} \int \vartheta^2 \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega; \quad \sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega. \quad (\text{ПЗ.9})$$

Так как

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{el} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{in}, \quad (\text{ПЗ.10})$$

то подставив (ПЗ.10) в (ПЗ.9), получаем

$$\langle \vartheta^2 \rangle = \frac{\sigma_{el}}{\sigma} \langle \vartheta^2 \rangle_{el} + \frac{\sigma_{in}}{\sigma} \langle \vartheta^2 \rangle_{in}. \quad (\text{ПЗ.11})$$

С учетом (ПЗ.11) получаем окончательное выражение для среднего квадрата угла отклонения частицы, прошедшей путь s

$$\langle \alpha^2 \rangle = n_0 s \left(\frac{\sigma_{el}}{\sigma} \langle \vartheta^2 \rangle_{el} + \frac{\sigma_{in}}{\sigma} \langle \vartheta^2 \rangle_{in} \right). \quad (\text{ПЗ.12})$$

Выражение (ПЗ.12) – это основная формула теории многократного рассеяния заряженных частиц в веществе.

Результирующее отклонение тяжелых заряженных частиц, прошедших некоторый путь в веществе, определяется большим числом рассеяний на маленькие углы в отдельных столкновениях и описывается нормальным распределением

$$f(\alpha) = \frac{2\alpha}{\langle \alpha^2 \rangle} \exp\left(-\frac{\alpha}{\langle \alpha^2 \rangle}\right). \quad (\text{П3.13})$$

При вычислении $\langle \alpha^2 \rangle$ используйте для $\langle \vartheta^2 \rangle$ формулу (6.30).

6.6. Все необходимые соотношения имеются в разделе 6.4.2. Расчеты надо проводить в соответствии с выражением (6.49).

7.1. В боровской теории водородоподобных атомов атомные электроны движутся равномерно по стационарным круговым орбитам. При равномерном движении по окружности радиуса r $v^2 = ar$ (получить), где v – линейная скорость, a – ускорение. $T_e = \frac{Ze^2}{2r}$ (получить); $E = T + W = -\frac{Ze^2}{2r}$ (получить).

Момент импульса электронов квантован, т. е. $rp = n\hbar$, откуда $r_n = \frac{n^2\hbar^2}{Ze^2m_e}$;

$$v_n = v_B \frac{Z}{n}; \quad E_n = -\frac{m_e e^2}{2\hbar^2} \left(\frac{Z}{n}\right)^2. \quad I_K = |E_K| = Z^2 \frac{m_e e^2}{2\hbar^2} = Z^2 Ry; \quad v_K = Zv_B, \text{ где } Ry -$$

Ридберг ($1R = 13,6$ эВ). Для атома водорода: $I_K = 1Ry$; скорость электрона $v_K = 2,2 \cdot 10^8$ см/с; кинетическая энергия протона с такой же скоростью $T_p \approx 25$ кэВ; кинетическая энергия альфа-частицы $T_\alpha \approx 100$ кэВ.

$$7.2. N_\delta(T) = \max \text{ при } T = T_\delta \frac{(m_1 + m_2)^2}{2m_1m_2}.$$

7.3. $T_{\text{пор}} \approx 31$ эВ. Закон сохранения энергии

$$\frac{m_p v_0^2}{2} = \frac{m_p v_1^2}{2} + \frac{m_{He} v_2^2}{2} + Q, \quad (\text{П3.14})$$

где Q – энергия, переданная атому He . Максимальная энергия передается при центральном столкновении. Проекция закона сохранения импульса на ось X :

$$m_p v_0 = m_p v_1 + m_{He} v_2. \quad (\text{П3.15})$$

Из (П3.15) найдите v_2 и, подставив в (П3.14), вычислите $Q(v_1)$. Затем определите величину v_1 , при которой $Q(v_1)$ имеет максимальное значение, и найдите $Q(T_0)$, где $T_0 = m_p v_0^2 / 2$.

7.4. Используйте решение задачи 7.3.

7.5. Считайте, что на пройденном в воздухе пути кинетическая энергия частиц меняется слабо и тормозная способность на столкновения примерно постоянна. Электроны: $N_\delta \approx 135$ пар ионов; протоны: $N_\delta \approx 5325$ пар ионов.

$$7.6. \frac{d\sigma}{dT'_1} = \frac{\pi e^4}{T_1} \frac{1}{(T_1 - T'_1)^2}; \quad \frac{d\sigma}{dT'_2} = \frac{\pi e^4}{T_1} \frac{1}{(T'_2)^2}; \quad \frac{d\sigma}{d\Omega_1} = \frac{e^4}{4T_1^2} \frac{\cos \vartheta_1}{\sin^4 \vartheta_1};$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_2} = \frac{e^4}{4T_1^2} \frac{1}{\cos^3 \vartheta_2}. \text{ Пренебрегайте энергией связи и рассматривайте процесс}$$

рассеяния как упругое рассеяние электрона на электроне. Воспользуйтесь преобразованием сечений. При вычислении дифференциальных сечений по энергиям частиц, возьмите за основу дифференциальное сечение по переданной энергии. При вычислении дифференциальных сечений по направлениям частиц, возьмите за основу формулу Резерфорда.

8.1. $T \approx 855$ МэВ. При такой начальной энергии электронов потерянная энергия определяется радиационными потерями.

8.2. $q_{\parallel}/q \approx \theta/2$; $q_{\perp}/q \approx \cos \theta/2$. См.

рис. ПЗ.5. $\vec{q} = \vec{p}_0 - \vec{p}$.

$$8.4. \frac{d\sigma_{br}}{dy} = \int \frac{d\sigma_{br}}{dkdy} dk; \sigma_{br} = \int \frac{d\sigma_{br}}{dk} dk.$$

$$8.5. n = \frac{c}{v \cos \theta}.$$

8.6. $l \approx 93$ см. Используйте для решения задачи выражение (8.70) и перейдите в нем от энергии к числу фотонов.

$$\int_{\Delta\omega} d\omega = 2\pi c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1 \lambda_2}; \frac{\Delta N}{\Delta x} \approx 0,36 \text{ фот/см}; \frac{\Delta N}{\Delta x} l \delta = 1.$$

8.7. $\vartheta \approx 117^\circ$; 97° ; $47,5^\circ$. Используйте для решения законы сохранения энергии и импульса.

$$9.1. (p_n)_c = (p_B)_c = \frac{1}{c} \sqrt{2m_n c^2 \frac{m_B}{m_n + m_B} \left(T_\alpha \frac{m_{Li}}{m_\alpha + m_{Li}} + Q_R \right)} = 25,54 \text{ МэВ/с}.$$

Используйте выражения из раздела 2.2.

9.2. $T_n = 14,16$ МэВ.

$$9.4. E = Q^* = \varepsilon_d + \frac{m_C}{m_d + m_C} T_d = 16,16 + 0,876 T_d \text{ (МэВ)}.$$

9.6. $T_{\alpha \max} \approx 4,76$ МэВ. Из векторной диаграммы импульсов следует, что $p_\alpha = \max$, если $\vartheta_\alpha = 0$. Импульс частиц в СЦИ (получить)

$$p_C = p_d \sqrt{\frac{\mu_{\alpha N}}{m_d} \left(\frac{m_O}{m_d + m_O} + \frac{Q_R}{T_d} \right)}.$$

9.7. $J_{He} = 1/2$. Для реакции $a + A \rightarrow b + B$ $(T_{aA})_c = (p_a)_c^2 \frac{1}{2\mu_{aA}}$ (получить); $(T_{bB})_c - (T_{aA})_c = Q_R$.

9.8. $2,6 \text{ МэВ} \leq T_n \leq 5 \text{ МэВ}$. $p_n = p_C \pm p_\alpha \frac{m_n}{m_n + m_N}$ (получить). При построении векторной диаграммы импульсов учтите, что $p_C < p_\alpha$.

9.9. Решение дает $s_{\pi^+} \approx 0,3$, т. е. $s_{\pi^+} = 0$. $s_p = 1/2$; $s_d = 1$. Импульс протона в СЦИ можно найти из соотношения:

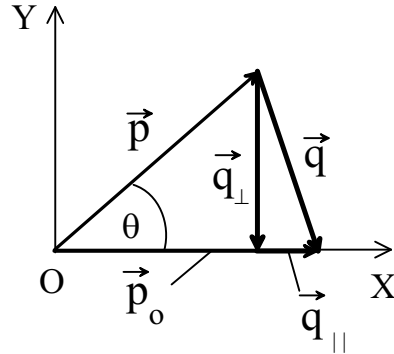


Рис. ПЗ.5. К определению \vec{q}

$$\underbrace{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2}_{ЛСК} = \underbrace{M_0^2 c^4}_{СЦИ} = \left(2\sqrt{p_c^2 c^2 + m_p^2 c^4}\right)^2; \text{ для нахождения им-}$$

пульса π^+ -мезона воспользуйтесь формулой (2.31).

9.10. $\bar{\sigma} \approx 31$ мбарн. Средний пробег альфа-частицы в алюминии $R_0 = 42$ мкм.

9.11. $Y = 8,75 \cdot 10^{-7}$. Число падающих дейтронов $N_0 = \frac{Q(\text{кулон})}{1,6 \cdot 10^{-19}}$.

10.1. $\xi = 29\%$. Используйте выражение (10.46). $T_{\max} = 1,709$ МэВ.

10.2. Задача на вычисление и построение распределения Ландау. Строить надо функцию $w(T)$, где $T = T_0 - \Delta T$. При вычислении $\lambda(s, T)$ не учитывайте поправку на эффект плотности δ . Сначала найдите положение максимума кривой, а затем вычисляйте левую и правую части кривой. При этом учтите, что скорость их изменения различна слева и справа от максимума (см. рис. 10.4).

10.3. Построить надо функцию $w_{rad}(T_0, T, \tilde{s})$, где $T = T_0 - \Delta T$.

10.4. $\Phi(d) = \Phi_0(d)T_N(d)$.

10.5. $T_{\min} = 4,44$ МэВ. Используйте для решения задачи выражение (10.38).

10.6. Примерно 3 мм. Используйте для решения задачи формулу Фламмерсфельда, а затем найдите толщину стекла.

10.7. Для расчета числового альбеда используйте выражение (10.51). Энергетическое альбеда $a_E = 1 - \frac{\overline{\Delta T}_B}{T_0}$.

10.8. Около 600 м. Воспользуйтесь выражением (7.51) для определения тормозной способности железа для мюонов.

11.1. Найдите решение характеристического уравнения от однородного дифференциального уравнения. Исследуйте поведение от времени решения дифференциального однородного уравнения $r(t)$ для всех значений дискриминанта характеристического уравнения. Полученное решение не соответствует колебательному процессу. Во всех случаях с увеличением t $r(t)$ быстро убывает. Вдали от колеблющегося электрона, где мы ищем решение, решением однородного уравнения можно пренебречь.

11.2. $2|\omega - \omega_0| = \gamma$. Необходимо преобразовать сечение в области частот $\omega \approx \omega_0$. Для этого представьте $\omega = \omega_0 + \Delta$, где Δ мало, и подставьте в знаменатель сечения $\sigma(\omega)$. После несложных преобразований знаменатель можно преобразовать к виду (получить) $\approx 4\omega_0^2 \left[(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4 \right]$. Тогда сечение (при $\omega \approx \omega_0$) можно записать как

$$\sigma \approx \frac{2}{3} \pi r_e^2 \frac{\omega_0^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4}.$$

Теперь найдите частоту, при которой сечение имеет максимальное значение и вычислите это значение. Затем найдите разность двух частот, соответствующих разности $\sigma_{\max} - \sigma_{\max}/2$.

11.3. Используйте законы сохранения энергии и импульса. Для получения формулы (11.51) спроектируйте уравнение для импульсов на оси X и Y.

11.5. Запишите и проанализируйте законы сохранения энергии и импульса, считая, что фотоэффект на свободном электроне возможен.

11.6. $\vartheta \approx 66^\circ$.

11.7. а) $E'_\gamma \approx 0,2$ МэВ; б) $E'_\gamma \approx 0,26$ МэВ.

11.8. Надо подобрать такое вещество, чтобы энергия связи К-оболочки атома (E_K), при которой имеет место скачок сечения фотоэффекта, находилась между энергиями E_1 и E_2 (см. рис. ПЗ.6). Вещество – вольфрам, $d = 0,23$ мм. Для энергии 60 кэВ $N(0)/N(d) \approx 4,3$.

11.9. $\bar{T} \approx 3,5$ МэВ.

11.10. $T \approx 26$ кэВ. После взаимодействия остаются 3 частицы: электрон, позитрон и ядро. Кинетическая энергия ядра будет максимальной, если оно получит весь импульс фотона.

11.11. $A = a \frac{\cos \theta_0}{\cos \theta}$. Для рассматриваемой за-

дачи в любой точке на поверхности рассеивателя устанавливается одинаковое поле падающего и рассеянного излучения. Поток альбедо (A) можно определить как отношение плотности потока отраженного излучения ($\phi_{\text{отр}}$) к плотности потока падающего излучения ($\phi_{\text{пад}}$) через единичную площадку в любой точке на поверхности. Для токового альбедо необходимо найти отношение проекций токов отраженного и падающего излучения через одну и ту же площадку, произвольно ориентированную в пространстве. Пусть это будет площадка S_k на поверхности рассеивателя (рис. ПЗ.7). $\vec{k} \perp S_k$; $J_k = \vec{J} \vec{k}$; $\vec{J} = \phi \vec{\Omega}$.

11.13. При комптоновском рассеянии изменение длины волны фотона

$$\Delta\lambda = \lambda_C (1 - \cos \vartheta) \quad (\text{ПЗ.16})$$

определяется только углом рассеяния ϑ и не зависит от энергии фотона до и после рассеяния (λ_C – комптоновская длина волны электрона). Если разложить $\cos \vartheta$ в ряд Тейлора и подставить в (ПЗ.16), получим

$$\Delta\lambda = \lambda_C \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\vartheta^{2n}}{(2n)!}. \quad (\text{ПЗ.17})$$

Пусть произошло k комптоновских рассеяний фотона, каждое на угол ϑ/k . Тогда в сумме фотон рассеялся на угол ϑ . Надо записать выражение для $\Delta\tilde{\lambda}$ при таком рассеянии и сравнить его с формулой (ПЗ.17).

11.14. $H = 25,5$ м. Пусть на поверхности Земли в поле тяготения находится неподвижная система координат, в которой в момент времени $t = 0$ с высоты H источник испускает гамма-квант с энергией $\hbar\omega$. Он «падает» вниз на детектор, который регистрирует его энергию $\hbar\omega'$. Чтобы найти эту энергию исключим

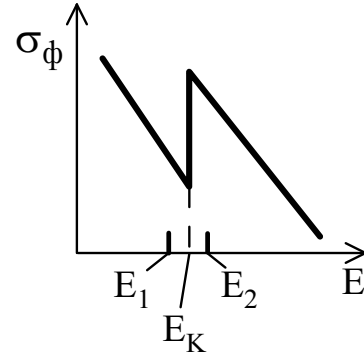


Рис. ПЗ.6. К задаче 11.8

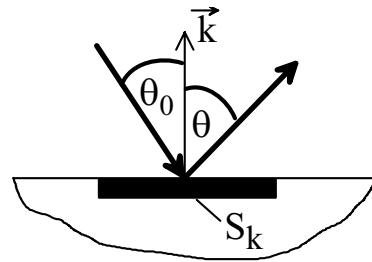


Рис. ПЗ.7. К задаче 11.11

поле тяготения. Для этого перейдем в систему координат, в которой нет гравитационного поля, но которая в момент $t = 0$ начинает двигаться вверх с ускорением g . Согласно принципу эквивалентности Эйнштейна существует полная эквивалентность между поведением физических систем в гравитационном поле и в соответственно ускоренной системе отсчета (лифте). Следовательно, в обеих системах детекторы должны зарегистрировать одну и ту же энергию кванта. Так как даже конечная скорость движущейся системы координат (в момент регистрации кванта) много меньше скорости света ($v = gH/c \ll c$), то время пролета квантом расстояния H равно практически H/c . Поскольку детектор движется навстречу кванту, то в результате эффекта Доплера он регистрирует большую частоту (энергию) гамма-кванта

$$\hbar\omega' \approx \hbar\omega(1 + v/c) = \hbar\omega(1 + gH/c^2). \text{ Откуда } H = \frac{\Delta\omega c^2}{\omega g}.$$

$$\mathbf{12.1.} \quad A = 1: 0 \text{ МэВ} \leq T \leq 1 \text{ МэВ}; \quad A = 12: 0,72 \text{ МэВ} \leq T \leq 1 \text{ МэВ}; \\ A = 200: 0,98 \text{ МэВ} \leq T \leq 1 \text{ МэВ}.$$

$$\mathbf{12.2.} \quad \frac{d\sigma}{dT_A} = \frac{(A+1)^2}{4AT_0}. \text{ Энергетическое распределение ядер отдачи равновероятно в интервале } 0 \leq T_A \leq T_0 \frac{4A}{(A+1)^2}.$$

Воспользуйтесь для решения преобразованием сечений: $\frac{d\sigma}{dT_A} = \frac{d\sigma}{d\Omega_1} \frac{d\Omega_1}{dT_A}$, $T_A = Q$, $\frac{d\sigma}{d\Omega_1} = \frac{1}{4\pi}$, $\vartheta_1 \approx \theta$ (получить). Обозначения см. главу 1.

$\mathbf{12.3.}$ $w(T) = \frac{(A+1)^2}{4AT_0}$. Показать, что $w(T) = \frac{d\sigma}{dT}$. См. пояснения к решению задачи 12.2.

$$\mathbf{12.4.} \quad \langle \cos \vartheta_1 \rangle = \frac{2}{3A}.$$

$$\langle \cos \vartheta_1 \rangle = \int_0^{\vartheta_{\max}} p(\vartheta_1) \cos \vartheta_1 d\vartheta_1. \quad (\text{ПЗ.18})$$

С учетом взаимно однозначной связи между углами ϑ_1 и θ , имеем:

$$p(\vartheta_1) = p(\theta) \frac{d\theta}{d\vartheta_1}. \quad (\text{ПЗ.19})$$

Подставив (ПЗ.19) в (ПЗ.18), получаем

$$\langle \cos \vartheta_1 \rangle = \int_0^{\pi} p(\theta) \cos \vartheta_1(\theta) d\theta. \quad (\text{ПЗ.20})$$

Далее необходимо учесть, что угловое распределение в СЦИ – изотропное, найти связь между углами ϑ_1 и θ

$$\cos \vartheta_1 = \frac{1 + A \cos \theta}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \theta + 1}} \quad (\text{ПЗ.21})$$

и, подставив (ПЗ.21) в (ПЗ.20), получить ответ.

12.5. $\sigma_{er} = 4200$ барн; $\sigma_{ep} = 3,6$ барн. Спин составного ядра $J = I + s + l$, где обозначения в формуле (9.26). Медленные нейтроны взаимодействуют с ядром в состоянии с орбитальным моментом $l = 0$.

12.6. $\sigma_{el} \approx \sigma_{er} = 193$ барн. Положите в формуле (12.16) $g \approx 1$.

12.7. $\bar{T}' \approx 2\theta_B$; $\overline{T'^2} \approx 6\theta_B^2$; $D \approx 2\theta_B^2$; $\sigma \approx \sqrt{2}\theta_B$. При вычислении средних значений верхний предел интегрирования положите равным ∞ .

12.8. Естественный бор состоит из двух изотопов: ^{10}B – 19,6 % и ^{11}B – 80,4 %. При облучении бора тепловыми нейтронами идет реакция $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$.

После облучения содержание ^{10}B уменьшилось до 17,6 %.

12.10. $\tau \approx 1,1 \cdot 10^{-15}$ с.

12.11. Надо составить уравнение баланса для изменения числа радиоактивных ядер N в слое толщиной Δx за время Δt :

$$N(t + \Delta t) = N(t) + \phi n_0 \sigma_{\text{акт}} \Delta x \Delta t - N(t) \lambda \Delta t.$$

Разделив обе части этого уравнения на Δt и перейдя к пределу $\lim \Delta t \rightarrow 0$, получаем неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка относительно $N(t)$. Решив его с начальным условием $N(t = 0) = 0$, получаем ответ:

$$N(t) = \frac{\phi \Sigma_{\text{акт}} \Delta x}{\lambda} [1 - \exp(-\lambda t)].$$

12.12. $d = 0,19$ мм. Пусть толщина пластины равна d . На слой dx , находящийся на расстоянии x от края пластины, падает в единицу времени число нейтронов

$$N(x) = N_0 \exp(-n_0 \sigma_a x).$$

Число делений в этом слое в единицу времени равно:

$$q(x) dx = N(x) n_0 \sigma_f dx.$$

Необходимо найти число делений во всем слое и из условия $\int q = N_0$ найти толщину слоя.

Список литературы

1. Балашов В. В. **Строение вещества:** Учеб. пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1993.
2. Галицкий В. М., Карнаков Б. М., Коган В. И. **Сборник задач по квантовой механике:** Учеб. пособие – М.: Наука, 1981.
3. Гольдман И. И., Кривченков В. Д. **Сборник задач по квантовой механике.** – М.: ГИТТЛ, 1957.
4. Гончарова Н. Г. и др. **Физика ядра и частиц:** Задачи с решениями. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru>.
5. Иванов В. И., Машкович В. П. **Сборник задач по дозиметрии и защите от ионизирующих излучений.** – М.: Атомиздат, 1980.
6. Иродов И. Е. **Задачи по квантовой физике.** – М.: Изд-во Лаборатория Базовых Знаний, 2001.
7. Иродов И. Е. **Атомная и ядерная физика:** Сб. задач: Учеб. пособие – СПб.: Изд-во Лань, 2002.

8. Квливидзе В. А., Красильников С. С. **Введение в физику атомных столкновений**. – М.: Изд-во МГУ, 1985.
9. Коткин Г. Л., Сербо В. Г. **Сборник задач по классической механике**. – М.: Наука, 1977.
10. Ободовский И. М. **Сборник задач по экспериментальным методам ядерной физики**. – М., Энергоатомиздат, 1987.
11. Окунь Л. Б., Селиванов К. Г., Телегди В. Л. **Гравитация, фотоны, часы** // УФН. – Т. 169. – №10. – 1999. – С. 1141–1147.
12. **Сборник задач по физике элементарных частиц**: Учеб. пособие для вузов / Сост. Ю. П. Никитин, В. П. Протасов, Э. П. Топоркова и др. – М.: Энергоатомиздат, 1992.
13. Скачков С. В., Константинов Л. В., Строганова Р. П. и др. **Сборник задач по ядерной физике**. – М.: ГИФМЛ, 1963.

Предметный указатель

- Азимутальная симметрия рассеяния 42
- Альbedo 237
 - дозовое 239
 - числовое 238
 - энергетическое 238
- Амплитуда рассеяния 70
- Аннигиляция 186
- Атомный формфактор 89
- Барионный заряд 191
- Барьер деления 327
- Боровский радиус 91
- Борновское приближение 75
- Брэгга
 - кривая 127
 - правило 136
- Векторная диаграмма импульсов 18
- Внутриядерный каскад 213
- Высота центробежного барьера 195
- Выход ядерной реакции 215
- Гамма-излучение 247
- Гигантский резонанс 268
- Дельта-электрон 113
- Детального равновесия принцип 206
- Диаметр соударения 62
- Длина
 - когерентности 167
 - переноса 98, 337
 - свободного пробега 48
 - формирования излучения 168
- Закон ослабления нерассеянного излучения 49
- Излучение 7
 - аннигиляционное 247
 - жесткое 247
 - ионизирующее 7
 - когерентное 255
 - косвенно ионизирующее 7
 - некогерентное 255
 - непосредственно ионизирующее 7
 - переходное 182
 - рентгеновское 247
 - тормозное 153
 - характеристическое 247, 261
 - черенковское 176
- Изотопический
 - мультиплет 197
 - спин 197
 - проекция 198
- Индикатриса упругого рассеяния 96
- Ионизация
 - атома 108
 - вторичная 147
 - первичная 147
 - полная 147
 - удельная 147
- Канал реакции
 - входной 190
 - выходной 190
- Квазиальbedo 237
- Квантовый выход 236
- Кестера-Кронига переход 262
- Классический радиус электрона 92
- Коэффициент
 - ослабления 49, 277
 - линейный 49
 - массовый 49
 - поглощения энергии 278
 - пропускания 231
 - по числу частиц 231
 - по энергии 232
- Летаргия нейтрона 307
- Линейная передача энергии 51
- Малоугловое приближение 96
- Метод парциальных волн 77
- Наиболее вероятные потери энергии 219
- Нейтроны
 - быстрые 304
 - запаздывающие 331
 - мгновенные деления 331
 - медленные 303
 - промежуточных энергий 303
 - сверхбыстрые 304
 - тепловые 303
 - холодные 303
- Нейтронов реакции
 - деления ядер 326
 - вынужденное 328
 - спонтанное 328
 - неупругого рассеяния 311
 - поглощения нейтронов 323
 - радиационный захват 317
 - упругого рассеяния 308
 - потенциального 308
 - резонансного 309
- Оже-электрон 224
- Оптическая модель взаимодействия 203
- Относительная кинетическая энергия 20
- Параметр делимости 327
- Перезарядка 136
- Полуширина 219
- Потенциальное рассеяние 71
- Потенциал ионизации 109

- Потери энергии
 - ионизационные 122
 - на столкновения 124
 - радиационные 153, 163
 - на излучение 153, 163
- Приведенная масса 18
- Прицельный параметр 38
- Пробег частицы:
 - истинный 51, 231
 - линейный 225
 - максимальный 231
 - массовый 225
 - средний 51
 - в приближении непрерывного замедления 51
 - экстраполированный 233
- Радиационная единица длины 164
- Радиационный переход 261
- Радиационная ширина 200
 - парциальная 200
 - полная 200
- Распределение
 - Гоудсмита-Саундерсона 101
 - Мольера 102
 - Кейла 104
- Рассеяние
 - когерентное 255
 - некогерентное 255
 - неупругое 10
 - релеевское 260
 - упругое 10
 - диффузное 100
 - кратное 100
 - многократное 100
 - однократное 100
- Реакция
 - экзоэнергетическая 30
 - эндоэнергетическая 30
- Реакция ядерная 190
 - неупругого рассеяния 209
 - подхвата 212
 - прямая 203
 - радиационного захвата 210
 - упругого рассеяния 208
 - потенциального 208
 - резонансного 209
 - резонансная 201
 - с перераспределением частиц 190
 - срыва 211
- Резонанс 201
- Сечение 38
 - активации 336
 - дважды дифференциальное 42
 - дифференциальное 40
 - по энергии 40
 - по направлению 41
 - макроскопическое 48
 - микроскопическое 38
 - парциальное 82
 - поглощения 39
 - энергии 45
 - полное 39
 - рассеяния 39
 - неупругого 39
 - упругого 39
 - энергии 44
 - транспортное 98
 - эффективное 38
- Слой половинного ослабления 236
- Совместная диаграмма скоростей 15
- Составное ядро 192
- Спектр 219
- Спектр испарения 315
- Средняя энергия возбуждения атома 125
- Средний потенциал ионизации атома 126
- Столкновение частиц
 - близкое 129
 - далекое 129
 - неупругое 10
 - упругое 10
 - центральное 17
- Траектория:
 - инфинитная 58
 - финитная 59
- Трек частицы 114, 148
- Триплет 264
- Тормозная способность вещества 50
 - линейная 50
 - массовая 51
 - полная 164
- Угол рассеяния в СЦИ 14
- Фаза рассеяния 79
- Фонон 275
- Формула:
 - Бете-Блоха 129
 - Бете-Гайтлера 157, 265
 - Бора 125
 - Брейта-Вигнера 201
 - Клейна-Нишины 257
 - Резерфорда 63
 - Рудстама 214
 - Рэля 252
 - Томсона 250
 - Фламмерсфельда 235

- Шиффа 161, 162
- Фотоэлектрон 260
- Функция
 - возбуждения реакции 215
 - некогерентного рассеяния 259
- Центральная сила 57
- Центробежный потенциал 195
- Частица:
 - составная 29
 - быстрая 54
 - медленная 54
- Четность 196
- Экранирование 88
 - параметр 92
 - угол 92
- Эллипс импульсов 27
- Энергетический выход 175
- Энергетический уровень 200
 - квазистационарный 200
- Энергия:
 - активации 327
 - возбуждения атома 108
 - ионизации 108, 109
 - – эффективная 110
 - критическая 163
 - наиболее вероятная 219
 - пороговая 33
 - реакции 30
 - связи 192
 - средняя в спектре 219
 - средняя потерянная 219
 - эффективная потенциальная 58
- Эффект
 - Мессбауэра 272
 - Оже 262
 - плотности 130
 - – продольный 166, 168
 - Тер-Микаэляна (ТМ) 169
 - многократного рассеяния (ЛПМ) 169
- Эффективный заряд 137
- Ядерное время 200
- Ядерное рассеяние 267

Учебное издание

Беспалов Валерий Иванович

**Взаимодействие
ионизирующих излучений
с веществом**

Учебное пособие

Научный редактор
доктор физ.-мат. наук,
профессор

А. П. Потылицын

Редактор
Дизайн обложки

Е. В. Михалева

*О. Ю. Аршинова
О. А. Дмитриев*

Подписано к печати 04.08.2008. Формат 70x100/16. Бумага «Классика».

Печать RISO. Усл.печ.л. 29,74 Уч.-изд.л. 28,11.


Заказ 719. Тираж 500 экз.



Томский политехнический университет
Система менеджмента качества

Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2000



ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.