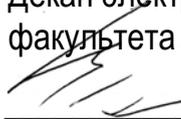


УТВЕРЖДАЮ

Декан электрофизического
факультета ТПУ

 Г.С. Евтушенко

« 08 » октября 2008 г.

Ю.Д. Королев

**ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ
С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

Методические указания к выполнению лабораторной работы
«Переходные процессы в электрических цепях с сосредоточенными
параметрами» по курсам «Импульсная энергетика» и «Импульсная техника»
для студентов V курса, обучающихся по направлению 210100
«Электроника и микроэлектроника» (магистерские программы 210102
«Микроволновая электроника» и 210106 «Физическая электроника»)

Издательство
Томского политехнического университета
2008

УДК 621.3.018.782.3(075.8)

ББК 31.211я73

К68

Королев Ю.Д.

К68

Методические указания к выполнению лабораторной работы «Переходные процессы в электрических цепях с сосредоточенными параметрами» по курсам «Импульсная энергетика» и «Импульсная техника» для студентов V курса, обучающихся по направлению 210100 «Электроника и микроэлектроника» (магистерские программы 210102 «Микроволновая электроника» и 210106 «Физическая электроника») / Ю.Д. Королев. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 23 с.

ISBN 5-98298-240-7

УДК 621.3.018.782.3(075.8)

ББК 31.211я73

Методические указания рассмотрены и рекомендованы
к изданию методическим семинаром кафедры
сильноточной электроники ЭФФ от 29 августа 2007 г.

Зав. кафедрой сильноточной электроники

член-корреспондент РАН

 Н.А. Ратахин

Председатель учебно-методической

комиссии доцент

 А.Н. Гормаков

Рецензент

Доктор физико-математических наук, профессор ТГУ

А.В. Козырев

ISBN 5-98298-240-7

© Королев Ю.Д., 2008

© Томский политехнический университет, 2008

© Оформление. Издательство Томского
политехнического университета, 2008

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных задач силовоточной импульсной электроники является разработка электрических схем для формирования импульсов тока и напряжения, а также создание генераторов импульсов. В общем случае принцип формирования импульса на нагрузке состоит в том, что энергия предварительно запасается в накопительном элементе (например, в конденсаторе либо в индуктивности), а затем запасенная энергия с помощью коммутирующего устройства переключается в нагрузку. Пример простейшей схемы получения импульса напряжения и тока на нагрузке, которая представляет собой активное сопротивление R_1 , показан на рис. 1.

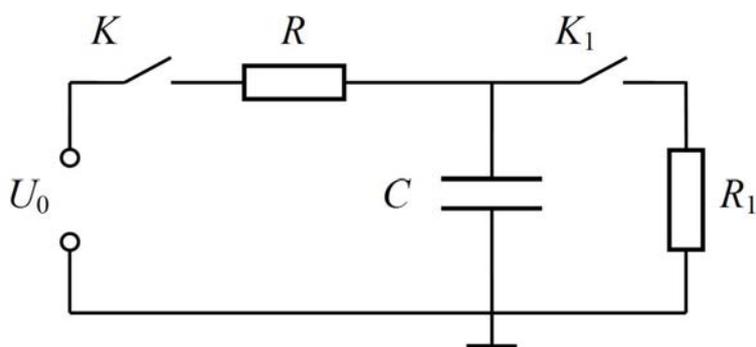


Рис. 1. Схема формирования импульса напряжения при разрядке конденсатора C на активную нагрузку R_1

Схема работает следующим образом. После замыкания ключа K накопительный конденсатор C заряжается от источника напряжения U_0 через сопротивление R . Характерное время зарядки конденсатора определяется произведением RC . Полная зарядка конденсатора до напряжения U_0 происходит примерно за время $3RC$, так что после этого ток в цепи зарядки практически прекращается, а в емкости конденсатора запасается энергия $W_0 = CU_0^2/2$.

Ключ K_1 служит для того, чтобы вывести энергию W_0 в нагрузку. В качестве такого ключа может использоваться, например, искровой разрядник, тиратрон, полупроводниковый прибор или любой другой подходящий по напряжению и току коммутатор. После его срабатывания на нагрузке (сопротивление R_1) формируется импульс тока и напряжения, длительность которого определяется временем разрядки емкости C через сопротивление R_1 . Чтобы ток от источника питания не протекал в нагрузку после срабатывания ключа K_1 , можно либо предварительно отсоединить источник питания от нагрузки за счет размыкания ключа K , либо выбрать сопротивление зарядки $R \gg R_1$.

Исходя из проведенного описания можно заключить, что в схеме на рис. 1 на первом этапе происходит накопление энергии в конденсаторе, а в заданный момент времени срабатывает ключ K_1 и эта энергия выводится в нагрузку. Отсюда ясно, что как процесс накопления энергии, так и процесс формирования импульса на нагрузке по сути являются переходными процессами в электрической цепи, т. е. такими, которые протекают между некоторыми стационарными состояниями.

Рассмотренный выше случай относится к электрической цепи с сосредоточенными параметрами. Здесь мы подразумеваем, что характерное время изменения напряжения на элементах схемы существенно больше времени распространения электромагнитной волны вдоль элементов электрической цепи. Другими словами, в каждый момент времени ток в электрическом контуре одинаков.

Другой характерный пример схемы формирования импульса – это когда в качестве накопительного элемента используется так называемая линия с распределенными параметрами, в частности коаксиальный кабель достаточно большой длины. Под большой длиной понимается такая ситуация, когда время изменения напряжения на нагрузке меньше, чем время распространения электромагнитной волны по кабелю. Такие условия не рассматриваются в настоящей работе.

Таким образом, цель настоящей лабораторной работы состоит в изучении переходных процессов в электрических цепях с сосредоточенными параметрами применительно к наиболее широко используемым схемам формирования сильноточных высоковольтных импульсов.

Ниже представлены элементы теории, которая позволяет рассчитать форму тока и напряжения на элементах электрической схемы применительно к различным электрическим цепям.

Далее описывается стенд для проведения измерений и дается задание по расчету осциллограмм тока и напряжения для различных электрических схем.

Наконец, дается задание по экспериментальным измерениям, по сопоставлению полученных результатов с расчетами и по обсуждению результатов.

2. ТЕОРИЯ

2.1. Общие замечания

В представленном выше примере рассмотрен случай зарядки конденсатора до некоторого напряжения U_0 . Энергия в конденсаторе запасается в виде энергии электрического поля, которое возникает внутри конденсатора при наличии зарядов на его обкладках. Кроме того, энергия также может быть запасена и в индуктивности, если через нее про-

текает некоторый ток. В таком случае она запасается в виде энергии магнитного поля, которая может быть выведена в нагрузку при принудительном обрыве тока.

В настоящем разделе рассмотрены типичные электрические цепи, применяемые для зарядки конденсатора и для накопления энергии в индуктивности, а также схемы вывода энергии в нагрузку. Рассмотрение основано на решениях уравнения Кирхгофа для электрической цепи, результатом которых являются аналитические выражения для токов и напряжений. Поскольку аналитические решения легко получить для случаев, когда нагрузка является линейным элементом (т. е. ее сопротивление не изменяется во времени), то именно эти случаи рассмотрены ниже.

Важным элементом электрической схемы является коммутатор (ключ). Идеальный ключ – это такой, который в заданный момент времени мгновенно изменяет свое сопротивление от бесконечности до нулевого значения. Если время перехода ключа в проводящее состояние соизмеримо с длительностью импульса, формируемого на нагрузке, то его сопротивление в течение времени коммутации будет являться фактором, влияющим на переходные процессы и на форму импульса тока через нагрузку. В таких случаях получение наглядных аналитических решений становится практически невозможным, поэтому ниже мы рассматриваем ситуации с идеальным ключом в электрической цепи.

2.2. Включение источника напряжения U_0 на RC -цепь (резистивная зарядка емкостного накопителя)

Рассмотрим электрическую цепь, показанную на рис. 2. Здесь в исходном состоянии ключ K разомкнут и ток в цепи отсутствует. В момент $t = 0$ происходит замыкание ключа. Поскольку можно считать, что незаряженная емкость не ограничивает ток (обладает нулевым сопротивлением), а индуктивность в цепи отсутствует, то в начальный момент времени ток увеличивается скачком до величины $i(0) = U_0/R$. Последнее выражение представляет собой начальное условие для тока в цепи.

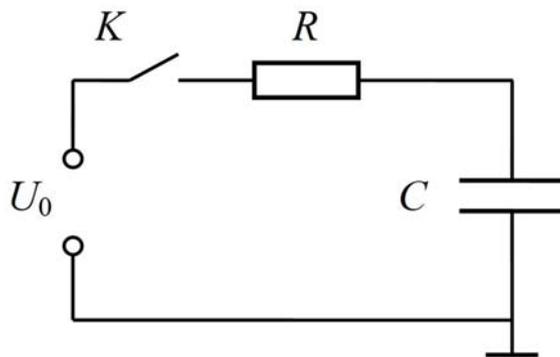


Рис. 2. Схема зарядки емкости через активное сопротивление

Применительно к данной схеме мы считаем, что источник поддерживает напряжение U_0 на выходе и обладает нулевым внутренним сопротивлением. В эксперименте это достигается, например, если на выходе источника подключена большая емкость $C_0 \gg C$. Отсюда ясно, что схему на рис. 2 можно интерпретировать двояко. С одной стороны, это схема зарядки емкости C от источника питания через сопротивление. С другой стороны, можно сказать, что данная схема предназначена для вывода энергии из емкости бесконечной величины в нагрузку в виде RC -цепи. Иначе говоря, разделение электрических цепей на зарядные и разрядные достаточно условно. В зависимости от назначения одна и та же цепь может быть названа цепью зарядки или цепью разрядки.

В соответствии с уравнением Кирхгофа для рассматриваемого случая напряжение источника питания есть сумма напряжений на емкости и на зарядном сопротивлении:

$$\frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + i(t)R = U_0. \quad (1)$$

Решения уравнения для тока в цепи и напряжения на емкости имеют, соответственно, вид:

$$i(t) = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (2)$$

$$U_C(t) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (3)$$

Из выражения (2) видно, что в начальный момент времени ток максимален, а затем при временах $t \gg RC$ практически равен нулю. Это значит, что емкость полностью заряжается до напряжения U_0 и ток зарядки прекращается. По физическому смыслу величина RC представляет собой характерное время нарастания напряжения на емкости.

В процессе протекания тока зарядки происходит выделение мощности на зарядном сопротивлении R , так что полная зарядка емкости сопровождается выделением в сопротивлении некоторой энергии. С учетом выражения (2) эту энергию легко определить из выражения

$$W_R = \int_0^{\infty} i^2(t) R dt = \frac{CU_0^2}{2}. \quad (4)$$

Из последнего соотношения видно, что при зарядке емкости через сопротивление энергия, рассеиваемая на сопротивлении, равна $CU_0^2/2$, т. е. равна энергии, запасаемой в емкости. Это значит, что при любой величине зарядного сопротивления мы имеем ситуацию, когда половина

полной энергии, получаемой от источника питания U_0 , неизбежно рассеивается на сопротивлении (расходуется на нагрев сопротивления). В этом смысле применительно к устройствам с большой запасаемой энергией использование RC -цепи для зарядки емкости является невыгодным.

2.3. Включение источника напряжения U_0 на RL -цепь (накопление энергии в индуктивности)

Рассмотрим переходной процесс в электрической цепи, когда источник напряжения U_0 включается на последовательно соединенные сопротивление и индуктивность (рис. 3).

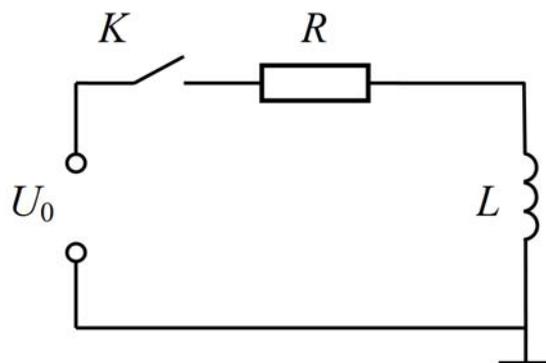


Рис. 3. Схема включения источника напряжения U_0 на последовательную RL -цепь

Замыкание ключа K происходит в момент $t = 0$. В отличие от емкости ток через индуктивность не может изменяться скачком. В начальный момент времени $i(0) = 0$, и напряжение от источника питания прикладывается к индуктивности. По мере нарастания тока падение напряжения на индуктивности уменьшается (стремится к нулю), а ток стремится к стационарному значению $i_m = U_0/R$.

Описанное на качественном уровне поведение тока и напряжения можно получить с помощью решения уравнения Кирхгофа, которое для цепи, показанной на рис. 3, имеет следующий вид:

$$L \frac{di}{dt} + i(t)R = U_0. \quad (5)$$

Решая при упомянутых выше начальных условиях уравнение (5), получим для тока в цепи и напряжения на индуктивности соотношения:

$$i(t) = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{L/R}} \right), \quad (6)$$

$$U_L = U_0 - i(t)R = U_0 e^{-\frac{t}{L/R}}. \quad (7)$$

Видно, что характерное время нарастания тока через индуктивность представляет собой отношение L/R . Обычно принято считать, что стационарный ток в цепи устанавливается примерно спустя время $3L/R$. Тогда энергия, запасаемая в индуктивности,

$$W_L = \frac{Li_m^2}{2} = L \frac{U_0^2}{2R^2}. \quad (8)$$

Способ накопления энергии в индуктивности с использованием RL -цепи также не эффективен, поскольку в процессе протекания тока на балластном сопротивлении R происходит постоянное рассеивание тепловой мощности.

2.4. Включение источника напряжения U_0 на LC -цепь (зарядка емкостного накопителя через индуктивность)

Один из широкоиспользуемых способов накопления энергии в емкости – это ее зарядка через индуктивность. Соответствующая электрическая цепь показана на рис. 4. Данную цепь также можно интерпретировать как устройство для передачи энергии от некоторой емкости C_0 в емкость C при условии, что емкость C_0 бесконечно велика. В исходном состоянии ключ разомкнут, конденсатор не заряжен и ток в цепи не течет. Замыкание ключа производится в момент $t = 0$. Из только что сказанного ясно, что в начальный момент времени $i(0) = 0$, а напряжение источника питания U_0 прикладывается к индуктивности.

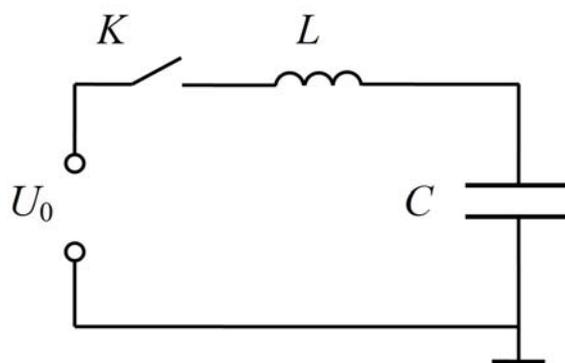


Рис. 4. Включение источника напряжения на LC -цепь

Запишем уравнение Кирхгофа для рассматриваемой схемы:

$$\frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + L \frac{di}{dt} = U_0. \quad (9)$$

Решая уравнение (9), получим выражение для тока в виде синусоидальных колебаний:

$$i(t) = \frac{U_0}{L\omega} \sin \omega t = i_m \sin \omega t, \quad (10)$$

где период колебаний есть $T = 2\pi\sqrt{LC}$, а величина $\omega = 1/\sqrt{LC}$ представляет собой собственную частоту колебаний LC -контура или так называемую резонансную частоту.

Из соотношения (10) видно, что произведение $L\omega$ по физическому смыслу представляет собой некоторое сопротивление

$$\rho = L\omega = \sqrt{L/C}. \quad (11)$$

Величину ρ называют волновым или характеристическим сопротивлением электрического LC -контура. Оно ограничивает ток и определяет амплитуду колебаний тока при заданном напряжении U_0 . Максимальный ток, в соответствии с соотношением (10), $i_m = U_0/\rho$.

Зная ток, легко получить выражения для напряжений на индуктивности и на емкости:

$$U_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{U_0}{\rho} \omega \cos \omega t = U_0 \cos \omega t, \quad (12)$$

$$U_C(t) = U_0 - L \frac{di}{dt} = U_0(1 - \cos \omega t). \quad (13)$$

Графики для напряжений на емкости и индуктивности, построенные в относительных единицах, показаны на рис. 5.

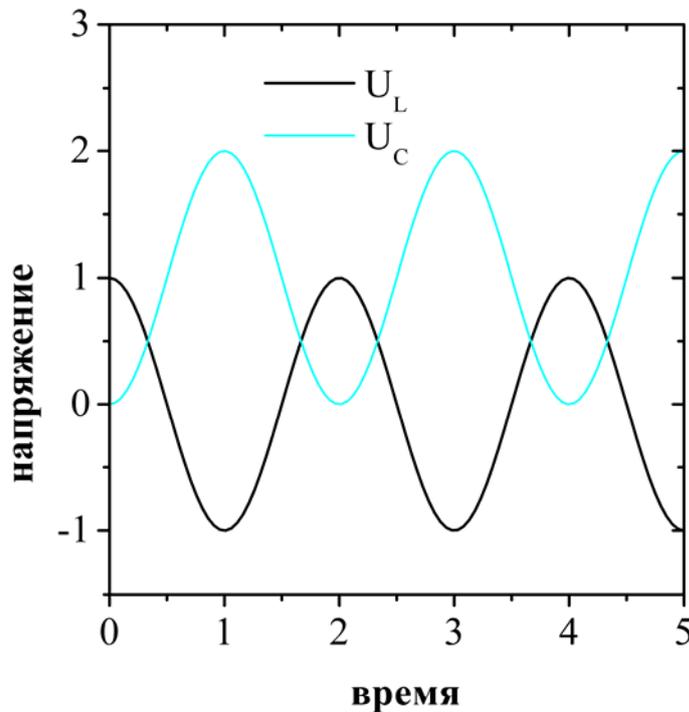


Рис. 5. Напряжения на емкости и индуктивности для электрической цепи, показанной на рис. 4. Напряжение представлено в относительных единицах

U/U_0 , время показано в относительных единицах $t/\pi\sqrt{LC}$

Рассмотрим более детально поведение тока и напряжения на элементах цепи в характерные интервалы времени.

Первая четверть периода колебаний (от нуля до момент $t = T/4$)

Как обсуждалось выше, в начальный момент времени ток в цепи равен нулю и все напряжение источника питания приложено к индуктивности. Затем ток возрастает по синусоидальному закону и начинает происходить зарядка емкости через индуктивность. Крутизна роста тока уменьшается, и, соответственно, уменьшается падение напряжения на индуктивности.

Первый максимум тока достигается в момент времени $t = T/4$. Поскольку в этот момент производная от тока равна нулю, то напряжение на индуктивности также равно нулю, а напряжение источника питания приложено к емкости. В емкости в этот момент запасена энергия $W_C = CU_0^2/2$, в индуктивности запасена энергия $W_L = Li_m^2/2$, причем эти энергии равны между собой ($W_L = W_C$).

Интервал времени от $t = T/4$ до $t = T/2$

В следующую четверть периода ток в цепи начинает спадать. Формально из уравнения (9) видно, производная от тока становится отрицательной (т. е. напряжение на индуктивности становится отрицательным), а значит падение напряжения на емкости должно возрастать. Физический смысл этого утверждения в том, что энергия, запасенная в индуктивности, после момента $T/4$ начинает перекачиваться в емкость. В момент времени $T/2$ ток в цепи становится равным нулю, а энергия из индуктивности полностью переходит в емкость. В результате в емкости запасается максимальная энергия (емкость заряжается до напряжения $2U_0$). Фактически напряжение $2U_0$ представляет собой сумму напряжения источника питания и отрицательного падения напряжения на индуктивности.

Интервал времени от $t = T/2$ до $t = 3T/2$

При прохождении точки $T/2$ ток меняет знак с положительного на отрицательный. Появление отрицательного значения тока означает, что емкость здесь начинает служить как источник тока и энергия из нее перекачивается в индуктивность. В момент $t = 3T/2$ вновь имеем ситуацию, когда производная от тока равна нулю, падение напряжения на индуктивности отсутствует, а в емкости и в индуктивности запасены равные энергии:

$$\frac{CU_0^2}{2} = \frac{Li_m^2}{2}. \quad (14)$$

Интервал времени от $t = 3T/2$ до $t = T$

В смысле распределения энергии по элементам цепи, момент времени $3T/2$ сходен с моментом времени $T/4$. Падение напряжения на индуктивности равно нулю, а напряжение источника питания и напряжение на емкости равны между собой. Однако важное отличие состоит в том, что в момент времени $3T/2$ максимально достигаемый в цепи ток имеет отрицательный знак. Физически это означает, что источником тока для электрической цепи является индуктивность, в которой запасена энергия. В результате протекания тока происходит разрядка емкости до нулевого напряжения и энергия из емкости и индуктивности полностью перекачивается в источник U_0 . В результате в момент времени T электрическая схема возвращается в исходное состояние. После момента T описанный выше цикл повторяется.

Из представленного анализа можно сделать следующие выводы.

1. Применение зарядки емкости, в отличие от зарядки через сопротивление, позволяет избежать потерь энергии в сопротивлении и в этом смысле является более предпочтительной.

2. Использование индуктивности при зарядке емкости позволяет получить на емкости напряжение в два раза больше, чем напряжение источника питания. Это является еще одним преимуществом индуктивной зарядки емкости.

3. В рассмотренной схеме мы не учитывали сопротивления, которое неизбежно присутствует в любой реальной электрической цепи (например, в виде сопротивления ключа и проводников). Поэтому фактически стационарное состояние в схеме не устанавливается. При работе такой схемы в течение первого полупериода энергия источника запасается в элементах схемы, а в течение второго полупериода вновь возвращается в источник питания.

2.5. Включение источника напряжения U_0 на RLC -цепь (зарядка емкостного накопителя через индуктивность с учетом сопротивления электрической цепи)

В этом разделе мы рассмотрим случай, когда в электрической цепи имеется сопротивление R , индуктивность L и емкость C . Схема цепи представлена на рис. 6.

Уравнение Кирхгофа для показанной электрической цепи имеет вид

$$\frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + i(t)R + L \frac{di}{dt} = U_0. \quad (15)$$

В аналитическом виде решение этого уравнения удобно обсуждать для некоторых частных случаев. Прежде чем делать это, рассмотрим особенности переходных процессов на качественном уровне.

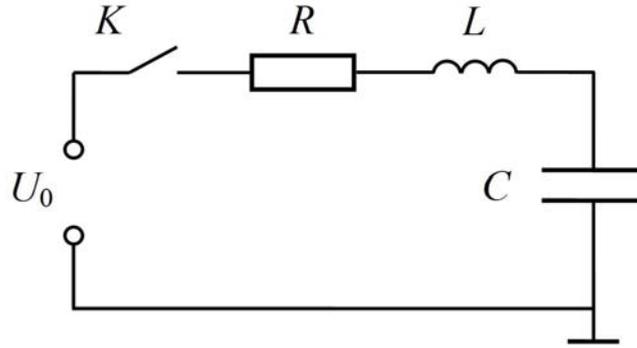


Рис. 6. Схема включения источника напряжения на последовательную RLC -цепь

Из уравнения (15) легко видеть, что поведение тока в цепи определяется соотношением между сопротивлением и индуктивностью. Если сопротивление очень мало, то вторым членом в левой части (15) можно пренебречь, и мы формально получаем случай включения источника напряжения на LC -цепь (раздел 2.4). Однако даже очень небольшое сопротивление R приводит к тому, что колебания в цепи будут затухать. В итоге, в отличие от случая 2.4, колебательный затухающий переходной процесс завершится стационарным состоянием. В этом состоянии мы будем иметь емкость, заряженную до постоянного напряжения, равного напряжению источника питания U_0 .

Соотношение между величиной емкости и сопротивлению обычно характеризуют параметром γ , который называется декрементом затухания колебаний:

$$\gamma = \frac{R}{2L}. \quad (16)$$

Видно, что γ имеет размерность, обратную времени, т. е. размерность частоты колебаний. Внесение в электрический контур сопротивления R изменяет собственную частоту колебаний контура. Из анализа уравнения (15) можно показать, что для частоты справедливо выражение:

$$\omega_R = \sqrt{\omega^2 - \gamma^2} = \omega \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{\omega^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad (17)$$

где $\omega = 1/\sqrt{LC}$ – собственная частота колебаний без учета сопротивления.

Колебательный режим тока в цепи имеет место только для таких величин сопротивлений, при которых подкоренное выражение в уравнении (17) еще положительно, т. е. $\omega^2 > \gamma^2$. Легко показать, что последнее выражение сводится к виду

$$R < 2\rho, \quad (18)$$

где величина ρ представляет собой волновое сопротивление электрического контура, определяемое формулой (11).

Если сопротивление R в электрической цепи превышает 2ρ , то ток имеет апериодический характер. В пределе при очень больших R получим случай зарядки емкости через сопротивление, проанализированный в разделе 2.2.

Рассмотрим теперь различные случаи протекания переходных процессов, опираясь на решение уравнения (15). В общем случае решение для тока в электрической цепи имеет вид

$$i(t) = \frac{U_0}{2L\sqrt{\gamma^2 - \omega^2}} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}), \quad (19)$$

где p_1 и p_2 представляют собой корни так называемого характеристического уравнения:

$$p_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega^2} = -\gamma \pm \gamma \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\gamma^2}}. \quad (20)$$

Получим удобные аналитические соотношения для некоторых частных случаев.

Активное сопротивление мало $R < 2\rho$

В этом случае подкоренное выражение в уравнении (20) отрицательно, т. е. корни уравнения представляют собой комплексные числа. Подставляя эти корни в уравнение (19) и используя формулу Эйлера, получим

$$i(t) = \frac{U_0}{L\omega_R} e^{-\gamma t} \sin \omega_R t, \quad (21)$$

где собственная частота колебаний определяется из соотношения (17).

По своей структуре формула (21) сходна с выражением (10). Однако важное отличие состоит в том, что в формуле (21) присутствует множитель $\exp(-\gamma t)$, отвечающий за затухание колебаний тока. Видно, что при $t \rightarrow \infty$ ток стремится к нулю, т. е. в стационарном состоянии колебания полностью затухают, а емкость оказывается заряженной до напряжения U_0 .

Зная ток в цепи, можно получить выражения для падения напряжения на индуктивности и емкости:

$$U_L(t) = U_0 e^{-\gamma t} \left[\cos \omega_R t - \frac{R}{2L\omega_R} \sin \omega_R t \right], \quad (22)$$

$$U_C(t) = U_0 \left[1 - e^{-\gamma t} \left(\cos \omega_R t + \frac{R}{2L\omega_R} \sin \omega_R t \right) \right]. \quad (23)$$

Зависимости $U_L(t)$ и $U_C(t)$ показаны на рис. 7 в безразмерном виде для некоторого заданного значения γ .

Видно, что в схеме с сопротивлением колебательный процесс имеет более сложный характер, нежели в предыдущей схеме (без учета активного сопротивления). Суть изменений состоит в том, что полученные ранее решения теперь модулированы экспонентой, отвечающей за затухание тока. Здесь также максимальное напряжение на емкости превышает U_0 , причем в пределе при $R \rightarrow 0$ это превышение будет достигать двукратного.

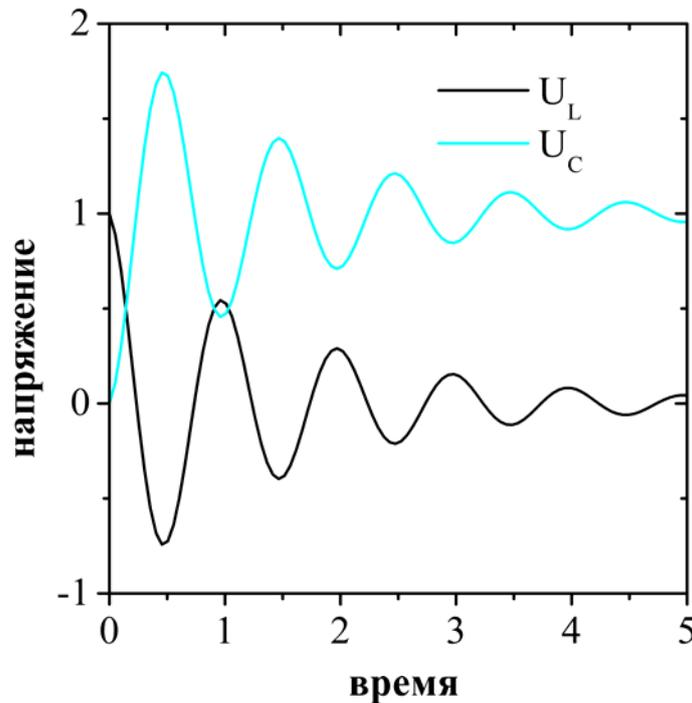


Рис. 7. Зависимости напряжения на емкости и индуктивности для электрической цепи, показанной на рис. 6, при условии $R < 2\rho$

Активное сопротивление $R = 2\rho$

Данный режим называют критическим, поскольку при выполнении условия $R \geq 2\rho$ ток становится аperiодическим. Критическое условие также можно записать в следующем виде:

$$\omega_R^2 = \omega^2 - \gamma^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} = 0. \quad (24)$$

Тогда выражение для тока в цепи в критическом режиме i_{cr} легко получить из выражения (21), устремляя ω_R к нулю:

$$i_{cr}(t) = \frac{U_0}{L} t e^{-\gamma t}. \quad (25)$$

Активное сопротивление $R > 2\rho$

Здесь для расчета тока в зависимости от времени можно использовать общее решение (19), подставляя в него конкретные параметры электрической цепи. Тем не менее, для условий очень больших сопротивле-

ний ($R \gg 2\rho$) можно получить более наглядные формулы, если принять, что $\omega^2/\gamma^2 \rightarrow 0$. Соответственно, раскладывая подкоренное выражение в (20) в ряд Тейлора и ограничиваясь первым членом разложения, получим

$$p_{1,2} = -\gamma \pm \gamma \left(1 - \frac{\omega^2}{2\gamma^2} \right). \quad (26)$$

Подставляя формулу (26) в выражение (19), получим

$$i(t) \cong \frac{U_0}{R} \frac{R^2}{R^2 - \rho^2} \left(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{t}{L/R}} \right). \quad (27)$$

С учетом того, что $U_L = L di/dt$, получим выражения для напряжений на индуктивности и емкости:

$$U_L(t) \cong U_0 \frac{R^2}{R^2 - \rho^2} \left(e^{-\frac{t}{L/R}} - \frac{\rho^2}{R^2} e^{-\frac{t}{RC}} \right), \quad (28)$$

$$U_C(t) \cong U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (29)$$

Таким образом, в пределе при $L \rightarrow 0$ получаем случай зарядки емкости через сопротивление, т. е. формулы (27) и (29) переходят в (2) и (3), соответственно.

2.6. Разрядка емкости C на LR -цепь (формирование импульса напряжения на LR -нагрузке)

Схема, которая будет рассмотрена в данном разделе, показана на рис. 8.

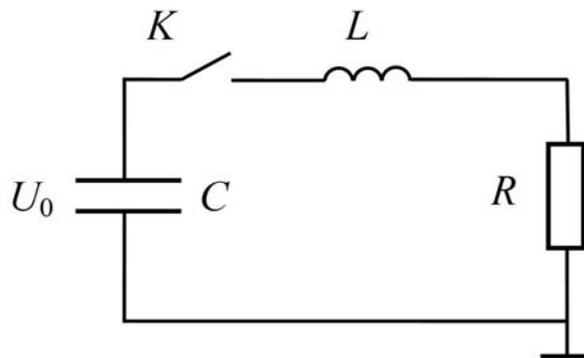


Рис. 8. Схема формирования импульса на нагрузке из последовательно включенной индуктивности и сопротивления

Переходные процессы в такой схеме во многом напоминают процессы в рассмотренной ранее электрической цепи, показанной на рис. 6. Однако в отличие от условий схемы на рис. 6, источник напряжения здесь служит только для того, чтобы к начальному моменту времени зарядить емкость C до напряжения U_0 . Затем при срабатывании ключа K (в момент

$t = 0$) начинается переходной процесс вывода энергии из емкости в активное сопротивление. Такая схема формирования импульса тока и напряжения на активной нагрузке является довольно распространенной в сильноточной импульсной технике.

Уравнение Кирхгофа для обсуждаемой цепи имеет вид

$$\frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + i(t)R + L \frac{di}{dt} = 0. \quad (30)$$

По аналогии с анализом, проведенным для уравнения (15), легко понять, что применительно к обсуждаемой электрической цепи возможен как колебательный, так и апериодический режим тока. Ниже мы рассмотрим наиболее характерные режимы для представленной схемы.

Режим, когда индуктивность пренебрежимо мала ($L \ll R$)

В таких условиях третьим членом в левой части уравнения (30) можно пренебречь, и мы получаем ситуацию с разрядкой емкости через активное сопротивление. В начальный момент времени ток в цепи $i(0) = U_0/R$, и в каждый момент времени напряжение на конденсаторе равно напряжению на емкости. Соответствующее решение уравнения (30) для тока будет совпадать с формулой (2), а решение для напряжения на емкости (и соответственно на сопротивлении) будет иметь следующий вид:

$$U_C(t) = U_R(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (31)$$

Как отмечалось во введении, по физическому смыслу параметр RC представляет собой характерное время разрядки емкости через сопротивление.

Колебательный режим тока в цепи ($R < 2\rho$)

Данный режим соответствует малому сопротивлению R , т. е. условиям, когда индуктивность оказывает существенное влияние на переходный процесс в цепи. Условие малого сопротивления также можно записать как $\omega^2 > \gamma^2$.

Решение уравнения для тока в цепи в этом случае совпадает с формулой (21). Следовательно, для импульса напряжения на активной нагрузке R получаем формулу:

$$U_R(t) = U_0 \frac{R}{L\omega_R} e^{-\gamma t} \sin \omega_R t. \quad (32)$$

Выражение для напряжения на индуктивности совпадает с выражением (22). Однако начальное условие для напряжения на емкости $U(0) = U_0$ отличается от начального условия схемы на рис. 6. Тогда для напряжения на емкости можно легко получить:

$$U_C(t) = -U_0 e^{-\gamma t} \left(\cos \omega_R t + \frac{R}{2L\omega_R} \sin \omega_R t \right). \quad (33)$$

Из анализа полученных зависимостей можно сделать следующие выводы.

1. При очень малом сопротивлении R формулы (21) и (33) преобразуются, соответственно, в следующие выражения:

$$i(t) = \frac{U_0}{\rho} \sin \omega t, \quad (34)$$

$$U_C(t) = -U_L(t) = U_0 \cos \omega t, \quad (35)$$

в которых $\omega = 1/\sqrt{LC}$ представляет собой собственную частоту колебаний классического LC -контура без затухания.

2. При наличии в цепи сопротивления колебания будут затухать, при этом показатель экспоненты γ по физическому смыслу представляет собой декремент затухания.

3. Критический режим, при котором происходит переход к аperiodической разрядке конденсатора, соответствует условию (24). Тогда для тока в цепи остается справедливой полученная ранее формула (25).

Аperiodический режим разрядки конденсатора на LR -цепь ($R > 2\rho$)

Точно так же, как и в предыдущем разделе, ток в общем случае можно вычислить из выражения (19). Однако для условия $R \gg 2\rho$ формулы представляются более наглядными. Здесь вновь для тока в цепи и напряжения на индуктивности остаются справедливыми выражения (27) и (28). Зависимость напряжения на емкости от времени с учетом начального условия $U_C(0) = U_0$ примет следующий вид:

$$U_C(t) = -U_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (36)$$

Таким образом, в приближении $RC \gg L/R$ индуктивность хотя и считается малой, но она присутствует в формуле (27) для тока в цепи. В результате в момент $t = 0$ мы получаем $i(0) = 0$. Затем при росте t второй член в выражении (27) быстро убывает с характерной постоянной времени L/R и стремится к нулю. Это значит, что характерная длительность фронта тока на активной нагрузке составляет L/R . При времени $t \geq 3L/R$ мы переходим к режиму разрядки конденсатора на активное сопротивление.

2.7. Разрядка емкости C_0 на LC -цепь (передача энергии из емкости C_0 в емкость C через индуктивность)

Указанная схема представлена на рис. 9.

В исходном состоянии емкость C_0 заряжена от источника питания до напряжения U_0 . После срабатывания ключа K происходит разрядка емкости C_0 на LC -цепь. При таком процессе энергия из емкости C_0 передается в емкость C через индуктивность. Этот способ также часто называют резонансной зарядкой емкости C .

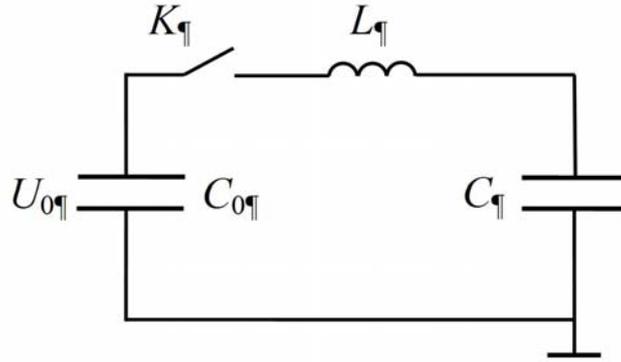


Рис. 9. Схема передачи энергии из накопительной емкости C_0 в емкость C через индуктивность (резонансная зарядка емкости C)

Ранее, в разделе 2.4, мы уже рассматривали подобный процесс при условии, что емкость C_0 бесконечна по величине. Однако рассмотренный выше режим представляет существенный интерес, поскольку схема часто используется в практике, причем при самых различных вариантах соотношений между величинами C и C_0 .

Уравнение Кирхгофа имеет вид

$$\frac{1}{C_0} \int_0^t i(t) dt + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = 0. \quad (37)$$

В цепи, включающей в себя две емкости, соединенные последовательно, важным параметром является так называемая эквивалентная емкость, которая определяется как

$$C_e = \frac{C_0 C}{C_0 + C}. \quad (38)$$

С учетом эквивалентной емкости частота колебаний тока в цепи определяется выражением

$$\omega_e = \frac{1}{\sqrt{LC_e}}. \quad (39)$$

Для тока в цепи и напряжения на емкости C можно получить следующие соотношения:

$$i(t) = \frac{U_0}{L\omega_e} \sin \omega_e t, \quad (40)$$

$$U_C(t) = U_0 \frac{C_0}{C_0 + C_1} (1 - \cos \omega_e t). \quad (41)$$

В начальный момент времени емкость C не заряжена. Видно, что напряжение на ней достигает максимума в момент $t = \pi\sqrt{LC_e}$. Затем имеет место обратная перекачка энергии из емкости C в емкость C_0 . Из представленных выше соотношений можно сделать следующие выводы.

1. Если $C \ll C_0$, то эквивалентная емкость и частота колебаний тока в цепи определяются величиной емкости C . В этом случае только незначительная часть энергии перекачивается из емкости C_0 в емкость C , причем максимальное напряжение U_C примерно в два раза превышает U_0 . Последнее свойство часто используется в устройствах с резонансной зарядкой для увеличения напряжения.

2. Если $C = C_0$, то эквивалентная емкость $C_e = C/2$. В таком режиме в течение первого полупериода импульса тока вся энергия из емкости C_0 переходит в емкость C . При этом максимальное напряжение U_C примерно равно U_0 .

3. В проведенном рассмотрении мы получили режим незатухающих колебаний, поскольку в цепи отсутствует активное сопротивление. В реально применяемых устройствах такое сопротивление неизбежно имеется, поэтому осциллирующий ток в цепи будет затухать. Часть энергии, первоначально запасенной в емкости C_0 , будет рассеиваться в сопротивлении. Это значит, что полный заряд в емкостях будет уменьшаться. В итоге установится некоторое стационарное состояние, при котором напряжения на емкостях станут равны друг другу, а заряд перераспределится по емкостям обратно пропорционально величинам емкостей.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СТЕНД

Экспериментальный стенд представляет собой монтажную плату, на которой могут быть собраны обсуждаемые в работе схемы. Стенд укомплектован широким набором емкостей, индуктивностей и сопротивлений, а также коммутирующими устройствами. Напряжение источников питания стенда до 20 В. Типичные величины емкостей для работы от 100 нФ и менее.

Работа при низких напряжениях позволяет легко производить осциллографию напряжения на различных элементах цепи. Ток в цепи измеряется путем измерения падения напряжения на заданном сопротивлении. Для получения осциллограмм используется цифровой осциллограф с обработкой полученных данных на компьютере.

4. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ

4.1. Расчет вида осциллограмм тока и напряжения и выбор элементов электрических схем

Целью настоящего раздела является предварительное прогнозирование вида осциллограмм напряжения и тока для выбранных величин элементов схем и режимов работы.

В качестве базовой схемы должна быть использована электрическая цепь, показанная на рис. 6. Источник питания постоянного напряжения U_0 в этой схеме должен моделироваться путем выбора большой величины накопительной емкости C_0 . Изменяя параметры электрической цепи (емкость C_0 , емкость C , сопротивление R и индуктивность L), необходимо в расчетах получить количественный вид осциллограмм, демонстрирующих следующие режимы работы схемы.

- Резистивная зарядка емкости.
- Режимы формирования импульса на активной нагрузке при разрядке емкости C на LR -цепь.
- Режимы включения емкости C_0 на LC -цепь при различных соотношениях между емкостями C_0 и C (резонансная зарядка емкости C через индуктивность).
- Режимы включения емкости C_0 на RLC -цепь при различных соотношениях между емкостями C_0 и C (резонансная зарядка емкости C через индуктивность при наличии сопротивления).

4.2. Получение экспериментальных осциллограмм тока и напряжения

Целью данного раздела является получение экспериментальных осциллограмм для выбранных при расчетах режимов.

4.3. Сопоставление расчетных осциллограмм с полученными экспериментально. Обсуждение результатов. Оформление отчета по работе.

Целью данного раздела является количественное сопоставление расчетных и экспериментальных осциллограмм и объяснение возможных расхождений эксперимента и теории.

Оформленный отчет должен быть выполнен на компьютере и представлен в напечатанном виде и в формате word-файла. Он должен содержать следующие разделы: постановка задачи работы; элементы теории; выбор параметров схем для расчета осциллограмм; результаты расчета осциллограмм в виде графиков; результаты экспериментальных измерений осциллограмм; обсуждение результатов работы и сопоставление их с теорией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Месяц Г.А. Генерирование мощных наносекундных импульсов. – М.: Сов. радио, 1974.
2. Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Физика импульсного пробоя газа. – М.: Наука, 1991. – 224 с.
3. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1968.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ.....	3
2. ТЕОРИЯ	4
2.1. Общие замечания.....	4
2.2. Включение источника напряжения U_0 на RC -цепь (резистивная зарядка емкостного накопителя)	5
2.3. Включение источника напряжения U_0 на RL -цепь (накопление энергии в индуктивности).....	7
2.4. Включение источника напряжения U_0 на LC -цепь (зарядка емкостного накопителя через индуктивность).....	8
2.5. Включение источника напряжения U_0 на RLC -цепь (зарядка емкостного накопителя через индуктивность с учетом сопротивления электрической цепи).....	11
2.6. Разрядка емкости C на LR -цепь (формирование импульса напряжения на LR -нагрузке)	15
2.7. Разрядка емкости C_0 на LC -цепь (передача энергии из емкости C_0 в емкость C через индуктивность)	17
3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СТЕНД.....	19
4. ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ.....	19
4.1. Расчет вида осциллограмм тока и напряжения и выбор элементов электрических схем	19
4.2. Получение экспериментальных осциллограмм тока и напряжения.....	20
4.3. Сопоставление расчетных осциллограмм с полученными экспериментально. Обсуждение результатов. Оформление отчета по работе.....	20
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	21

Учебное издание

КОРОЛЕВ Юрий Дмитриевич

**ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ
С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

Методические указания к выполнению лабораторной работы
«Переходные процессы в электрических цепях с сосредоточенными параметрами»
по курсам «Импульсная энергетика» и «Импульсная техника» для студентов V курса,
обучающихся по направлению 210100 «Электроника и микроэлектроника»
(магистерские программы 210102 «Микроволновая электроника»
и 210106 «Физическая электроника»)

Редактор

М.В. Пересторонина

Верстка

В.П. Аршинова

Дизайн обложки

О.Ю. Аршинова

О.А. Дмитриев

Подписано к печати 29.09.2008. Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».

Печать XEROX. Усл. печ. л. 1,34. Уч.-изд. л. 1,21.

Заказ 781 . Тираж 100 экз.



Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2000



ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.