ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

С.Д. Полевин

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

Учебное пособие

Издательство
Томского политехнического университета
2008

УДК 621.37
П

Полевин С.Д.

П Релятивистская высокочастотная электроника: учебное пособие / С.Д. Полевин. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 104 с.

В пособии, представляющем собой курс лекций, рассмотрены физические принципы спонтанного и индуцированного излучения релятивистских электронных пучков; основы работы и конструкции вакуумных приборов релятивистской высокочастотной электроники; методы расчета и проектирования релятивистских СВЧ генераторов черенковского типа, МЦАР, плазменных генераторов, виркаторов; проблемы ограничения и методы увеличения мощности и длительности микроволновых импульсов.

Пособие предназначено для магистрантов, обучающихся по специальностям «Микроволновая электроника», «Физическая электроника». Оно может быть полезно аспирантам, преподавателям высшей школы и другим специалистам, работающим в области релятивистской СВЧ электроники и сильноточной электроники.

УДК 621.37

© Полевин С.Д., 2008
© Томский политехнический университет, 2008
© Оформление. Издательство Томского политехнического университета, 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лекция 1.
ПРОБЛЕМЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ
ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ.
ТИПЫ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СВЧ ПРИБОРОВ.
СООТНОШЕНИЯ ПОДОБИЯ 5

Лекция 2.
СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ
ЗАРЯЖЕННЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ 9

Лекция 3.
РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
НА ЗАРЯЖЕННЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦАХ 16

Лекция 4.
ВОЗБУЖДЕНИЕ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ
И ВОЛНОВОДОВ ЗАДАННЫМ ТОКОМ 19

Лекция 5.
ИНЕРЦИАЛЬНАЯ ГРУППИРОВКА ЧАСТИЦ
В ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНОМ
ПРОСТРАНСТВЕ.
ВОЛНЫ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА
В ПОТОКЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ 27

Лекция 6.
ВЫНУЖДЕННОЕ ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ 34

Лекция 7.
СТАРТОВЫЙ ТОК И КПД
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧЕРЕНКОВСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ 44

Лекция 8.
ЗАМЕДЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧЕРЕНКОВСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ.
ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ.
АМПЛИТУДА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК 47

Лекция 9.
ЛАМПА БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ (ЛБВ).
ЛАМПА ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ (ЛОВ).
РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ТВИСТРОН.
КЛИСТРОН С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ 51

Лекция 10.
РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ГЕНЕРАТОРЫ,
ОСНОВАННЫЕ НА ВЫНУЖДЕННОМ
МАГНИТОТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ.
МАЗЕРЫ НА ЦИКЛОТРОННОМ АВТОРЕЗОНАНСЕ.
ГИРОТРОНЫ. УБИТРОНЫ 56

Лекция 11.
ОГРАНИЧЕНИЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ИМПУЛЬСОВ
В РЕЛЯТИВИСТСКИХ СВЧ ГЕНЕРАТОРАХ.
МЕТОДЫ УВЕЛИЧЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ
МИКРОВОЛНОВЫХ ИМПУЛЬСОВ 67

Лекция 12.
СВЧ ПРИБОРЫ С ПРОСТРАНСТВЕННО
РАЗВИТЫМИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ.
МЕТОДЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ РЕЖИМА
ОДНОМОДОВОЙ ГЕНЕРАЦИИ 76

Лекция 13.
ПЛАЗМЕННЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИЕ СВЧ ГЕНЕРАТОРЫ 87

Лекция 14.
СВЧ ПРИБОРЫ, ОСНОВАННЫЕ
НА КОЛЕБАНИЯХ ВИРТУАЛЬНОГО КАТОДА.
ВИРКАТОР. ОТРАЖАТЕЛЬНЫЙ ТРИОД 95

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ..... **ОШИБКА! ЗАКЛАДКА НЕ ОПРЕДЕЛЕНА.**

Лекция 1
ПРОБЛЕМЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ. ТИПЫ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СВЧ ПРИБОРОВ. СООТНОШЕНИЯ ПОДОБИЯ

СВЧ диапазон электромагнитных волн простирается от единиц до сотен гигагерц, то есть длин волн от долей миллиметров до десятков сантиметров. Специфика приборов СВЧ диапазона состоит в том, что длина пространства взаимодействии электронного потока с электромагнитными волнами в них больше или сравнима с длинной волны излучения.

Слаборелятивистская «классическая» СВЧ электроника успешно развивается с начала прошлого столетия. В слаборелятивистских приборах электронные пучки формируются в приборах термонакаливаемыми катодами, способными обеспечить плотности токов ~ 1…10 А/см^2 при напряжениях ~ 10 кВ. То есть мощности в пучке составляют ~ 10^5 Вт и, естественно, максимальные мощности микроволнового излучения ~ 10^4…10^5 Вт.

С появлением в конце 60-х годов прошлого столетия сильноточных электронных ускорителей прямого действия, позволяющих в режиме взрывной эмиссии формировать релятивистские электронные пучки (РЭП) с плотностью тока 10^3…10^6 А/см^2 и мощностью 10^8…10^{13} Вт открылись перспективы существенного повышения импульсной мощности излучения в освоенных нерелятивистской электроникой диапазонах длин волн, а также создания мощных СВЧ генераторов в более коротковолновых диапазонах. Качественное изменение взаимосвязи энергии $mc^2\gamma$ и скорости частиц v ($\gamma = (1-v^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор), приближающейся к скорости света, не могло не привести к существенному изменению поведения электронов при их взаимодействии с электромагнитными волнами. Это потребовало развития новых методов исследований и расчетов в электронике СВЧ. Стало возможным создание принципиально новых релятивистских микроволновых приборов.

Теоретическая основа для описания приборов с прямолинейными ультрарелятивистскими электронными пучками была заложена работой М.И. Петелина, где выводится закон, связывающий основные параметры генератора и энергию используемых частиц. Эта связь, называемая еще принципом подобия, показывает возможность сохранения высокого КПД прибора при сколь угодно высокой энергии электронов.

Впервые генерация СВЧ излучения с помощью сильноточного РЭП была осуществлена в 1970 году (с эффективностью существенно менее процента). Современный этап развития релятивистской высокочастотной электроники, связанный с высокоэффективным использованием энергетических возможностей интенсивных РЭП, начался с создания в 1973 году первой релятивистской лампы обратной волны (ЛОВ) сантиметрового диапазона с КПД около 10 %.

Проблемы и задачи релятивистской СВЧ электроники

1. Формирование сильноточных электронных пучков приемлемого качества для обеспечения достаточно высокого КПД генерации. Так для черенковских приборов это:

$$\beta_\perp << \beta_z,\ \Delta\beta_z << \beta_z,\ \Delta r_b << \lambda\gamma\beta_z/2\pi, \qquad (1.1)$$

   где $\beta_\perp$ и β_z – относительные поперечная и продольная скорости электронов, $\Delta\beta_z$ – разброс продольных скоростей электронов, Δr_b – толщина электронного пучка, λ – длина волны излучения, γ – релятивистский масс-фактор.
2. Создание новых вариантов релятивистских СВЧ приборов.
3. Увеличение мощности и энергии СВЧ импульсов.
4. Вакуумный СВЧ пробой и ограничение длительности импульсов.
5. Обеспечение режима одномодовой генерации при $D >> \lambda$, где D – диаметр электродинамической системы СВЧ генератора.
6. Освоение больших токов сильноточных ускорителей $\Rightarrow$ виркаторы.
7. Реализация импульсно-периодического режима генерации.

Типы релятивистских микроволновых приборов

1. Релятивистские черенковские генераторы

Условие черенковского синхронизма электронов с электромагнитной волной или ее пространственной гармоникой имеет вид:

$$\omega - h_{n,s} v_z \approx 0 \qquad (1.2)$$

$$E = \mathrm{Re} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{E_n \exp[i(\omega t - h_n z)]\}$$

$$h_{n,s} = h_0 + n h_d,\ n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Здесь h_0 – продольное волновое число основной (основной пространственной гармоники) волны, $h_d = 2\pi / d$, d – период замедляющей системы.

В зависимости от направления распространения основной волны и ее фазовой скорости ($\beta_{ph,0} = \dfrac{\omega}{h_0 c}$) можно выделить следующие основные режимы работы черенковских генераторов.

1) Лампа обратной волны (ЛОВ): $h_0 < 0$, $n = -1$. Реализуется внутренняя распределенная обратная связь.
2) Лампа бегущей волны (ЛБВ): $h_0 > 0$, $n = \geq 0$. Для обратной связи необходимо обеспечить отражение волн от концов электродинамической системы.
3) Релятивистский оротрон: $h_0 \approx 0$, $n = \geq 1$. Основная волна, являющаяся собственной модой открытого резонатора, образована лучами, распространяющимися почти поперек электронного пучка.
4) Генератор поверхностной волны (ГПВ): $h_0 \approx h_\mathrm{d}/2$, $\beta_{ph,0} \approx \beta_z$, основная волна замедленна до скорости электронов, амплитуда гофрировки $l > \dfrac{d^2}{4r_w}$, r_w – средний радиус волновода. Синхронизм осуществляется одновременно как с основной попутной волной, так и с (–1)-й гармоникой встречной волны.

Возможны также варианты секционированных черенковских генераторов, в каждой секции которых реализуется свой режим синхронизма.

2. *Релятивистские генераторы, основанные на вынужденном магнитотормозном излучении*

1) Мазер на циклотронном резонансе (МЦР). Условие синхронизма для МЦР можно записать в следующем виде:

$$\omega - h_0 v_z \approx \omega_H , \tag{1.3}$$

$\omega_H = \dfrac{eH}{mc\gamma}$ – циклотронная частота, H – напряженность продольного магнитного поля.

2) Убитрон:

$$\omega - h_0 v_z \approx \Omega , \tag{1.4}$$

$\Omega = \dfrac{2\pi v_z}{d}$ – баунс-частота, или частота осцилляций частицы в ондуляторном поле, d – период ондулятора.

3) Гиротрон:

$$\omega \approx \omega_H . \tag{1.5}$$

В гиротроне электроны пучка взаимодействуют с одной из критических мод сверхразмерного резонатора.

3. *СВЧ приборы, основанные на колебаниях виртуального катода (ВК)*
   1) Виркатор – генератор, основанный на колебаниях ВК, образующегося при инжекции сверхкритического тока в эквипотенциальный зазор: $I_{inj} > I_{lim}$, где I_{inj} – инжектируемый ток, I_{lim} – предельный ток.
   2) Отражательный триод. В отражательном триоде, в отличие от виркатора, ВК образуется в тормозящем потенциальном поле. Как правило, катод и анод находятся под нуливым потенциалом, а сетка под положительным потенциалом.

Соотношения подобия для релятивистских черенковских генераторов

Предполагая, что

$$\Delta\varepsilon \approx eE_s L\,,\ \frac{\Delta v}{v} \approx \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}\frac{1}{\gamma^2}\,,$$

$$\frac{\Delta v}{c}L \approx \lambda\,,\ \eta \approx \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \approx 1\,,$$

нетрудно получить соотношения подобия для релятивистских черенковских генераторов

$$L/\lambda \approx \gamma^2\,,$$

$$E_s \approx \frac{mc^2}{e}\frac{1}{\lambda\gamma}\,. \qquad (1.7)$$

Здесь $\Delta\varepsilon$ и Δv – изменение энергии и скорости частицы, E_s – амплитуда синхронного поля, L – длина пространства взаимодействия, λ – длина волны излучения, η – КПД генератора. Соотношения подобия (1.7) означают, что при увеличении энергии частиц для сохранения высокой эффективности взаимодействия необходимо увеличивать длину пространства взаимодействия и уменьшать напряженность электрического синхронного поля.

Лекция 2
СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ

Черенковское излучение

Черенковским излучением обычно называют излучение заряженных частиц, движущихся в среде с показателем преломления $n > 1$. Для однородной среды условие возникновения спонтанного черенковского излучения имеет вид:

$$v \approx \frac{c}{n \cdot \cos\theta}, \tag{2.1}$$

где v – скорость движения частицы, c – скорость света, θ – угол между направлением движения частицы и направлением распространения волны. Величина $c/n \cdot \cos\theta$ есть фазовая скорость волны (v_{ph}) в направлении движения частицы. Поэтому то же самое условие можно записать в виде:

$$v \approx v_{ph} \text{ или } \omega \approx (\vec{k}\vec{v}), \tag{2.2}$$

где ω и $\vec{k}$ связаны между собой дисперсионным соотношением, которое определяется свойствами среды. Здесь ω – частота излучения, $\vec{k}$ – волновой вектор волны.

Квантово-механическое описание взаимодействия

Нетрудно показать, что условие возникновения спонтанного черенковского излучения можно получить с помощью элементарных квантовых представлений. Действительно, рассмотрим процесс излучения (поглощения) фотона заряженной частицей, движущейся в среде. Пусть $(\varepsilon, \vec{P})$, $(\varepsilon', \vec{P}')$ – энергия и импульс частицы до и после взаимодействия с фотоном, соответственно. Под взаимодействием частицы с фотоном здесь понимается как процесс излучения фотона, так и возможный обратный процесс поглощения фотона. Согласно законам сохранения энергии и импульса для данных процессов выполняются условия:

$$\begin{aligned} \varepsilon - \varepsilon' &= \hbar\omega \\ \vec{P} - \vec{P}' &= \hbar\vec{k} \end{aligned}, \tag{2.3}$$

где $\hbar\omega$ и $\hbar k$ – энергия и импульс фотона в среде, соответственно. Если изменение энергии частицы $\Delta\varepsilon$ в результате взаимодействия с фо-

тоном мало по сравнению с ее начальной энергией или $\hbar\omega << \varepsilon$, то $\delta\varepsilon \approx (\vec{v}\,\delta\vec{P})$, а из (2.3) следует условие (2.2). Малое изменение энергии позволяет пренебречь эффектом отдачи при взаимодействии заряженной частицы с фотоном.

Из приведенных выше рассуждений следует, что взаимодействие заряженной частицы с электромагнитной волной для черенковского резонанса возможно при приблизительном равенстве скорости частицы и фазовой скорости волны. Это возможно лишь тогда, когда электромагнитная волна является замедленной, т. е. ее фазовая скорость $v_{ph} < c$. Поскольку полученный результат не содержит постоянной Планка, то данный процесс является классическим и может быть рассмотрен на основе классических уравнений.

Классическое описание взаимодействия

Представление о черенковском излучении (или поглощении) как о резонансном взаимодействии волны и частицы может быть использовано для интерпретации широкого круга явлений, в том числе излучения заряженных частиц в пространственно ограниченных системах, когда движение заряженной частицы происходит в вакууме, а внешняя электродинамическая система служит для замедления волны. Рассмотрим, например, взаимодействие заряженной частицы, движущейся в вакууме с постоянной скоростью вдоль оси замедляющей системы, с электромагнитной волной, распространяющейся вдоль этой же системы. Ось Z системы координат совпадает с осью системы.

Будем считать, что электромагнитная волна существует на конечном участке L траектории движения частицы. На систему наложено сильное магнитное поле, так что поперечное относительно ее оси движение отсутствует. Продольную составляющую электрического поля волны, действующую на частицу, представим в виде:

$$E_z e^{i\,\theta_0} e^{i(\omega t - hz)},$$

где h – продольное волновое число волны, θ_0 – фаза волны при влете частицы в пространство взаимодействия.

Изменение энергии частицы за счет взаимодействия с электромагнитной волной есть

$$\delta\varepsilon = \mathrm{Re}\left[e^{i\,\theta_0} \int_0^{\tau} e v_z E_z e^{i(\omega t - hz)} dt \right]. \qquad (2.4)$$

Здесь v_z – продольная скорость движения частицы, τ – время ее пролета через пространство взаимодействия, $z = \int v_z dt$ – координата частицы. В первом приближении, когда амплитуда поля достаточно мала, можно считать, что $v_z \approx v_0$, $\tau \approx \tau_0 = L / v_0$, $z \approx v_0 t$, где v_0 – невозмущенная (начальная) скорость частицы, L – длина участка взаимодействия. Тогда

$$\delta\varepsilon = \mathrm{Re}\left[e^{i\,\theta_0} \int_0^{\tau} e v_0 E_z e^{i(\omega - h v_0)t} dt \right] \tag{2.5}$$

Изменение энергии частицы $\delta\varepsilon \approx \delta\varepsilon_{\max} \approx e v_0 E_z \tau \approx e E_z L$ возможно лишь в тех случаях, когда показатель экспоненты под интегралом в (2.5) слабо меняется за время пролета частицей участка взаимодействия, т. е. при выполнении условия:

$$\left|(\omega - h v_0)t\right| \le 2\pi$$

или, что то же самое:

$$\left| \frac{\omega - h v_0}{\omega} \right| \le \beta_0 \frac{\lambda}{L}, \tag{2.6}$$

где $\lambda = 2\pi c / \omega$ – длина волны, $\beta_0 = v_0 / c$. Если $\lambda << L$, то (2.6) соответствует условию черенковского резонанса. Из (2.5) следует, что знак изменения энергии частицы зависит как от фазы влета частицы в пространство взаимодействия, так и знака расстройки синхронизма. Таким образом, частица может, как забирать энергию у волны (ускорение частицы), так и отдавать энергию волне (усиление электромагнитных колебаний).

Магнитотормозное излучение

Квантово-механическое описание взаимодействия

Другим примером спонтанного излучения заряженных частиц является магнитотормозное излучение или излучение частиц, движущихся в магнитном поле. Пусть, например, частица движется в однородном магнитном поле. Ее полная энергия

$$\varepsilon = (m^2 c^4 + P_\perp^2 c^2 + P_\parallel^2 c^2)^{1/2} \tag{2.7}$$

где $P_\perp, P_\parallel$ – поперечный и продольный импульсы частицы, соответственно. При преобразовании системы отсчета $P_\perp = const$. Тогда в системе отсчета, в которой $P_\parallel = 0$, энергия частицы

$$\varepsilon_0 = (m^2c^4 + P_\perp^2 c^2)^{1/2}$$

Тогда вместо (2.7) можно записать

$$\varepsilon = (\varepsilon_0^2 + P_\parallel^2 c^2)^{1/2} \qquad (2.8)$$

Если поперечное движение нерелятивистское, то для системы отсчета, где $P_\parallel = 0$, $P_\perp^2 c^2 << m^2c^4$, откуда

$$\varepsilon_0 \approx mc^2 + W_{os} = mc^2 + \frac{1}{2}\frac{P_\perp^2}{m}.$$

Здесь $\varepsilon_0 = mc^2 + W_{os}$ – полная энергия частицы в системе координат, в которой $v_\parallel = 0$. Выражение для полной энергии частицы в форме (2.8) может быть использовано не только для анализа процессов излучения заряженных частиц, движущихся во внешних полях, но и для систем частиц с внутренними степенями свободы. Под величиной W_{os} в этих случаях можно понимать внутреннюю энергию осциллятора в системе координат, в которой осциллятор покоится.

Пусть W_i, W_j – внутренняя энергия осциллятора до и после взаимодействия с фотоном, соответственно, а

$$\delta W_{os} = \frac{\vec{P}_\perp \Delta\vec{P}_\perp}{m} = W_j - W_i = -s\hbar\omega_H^0 \qquad (2.9)$$

где $\omega_H^0 = eH / mc$ – циклотронная частота в системе покоя осциллятора, в системе координат, движущейся вдоль магнитного поля со скоростью $v = v_\parallel$, $s = i - j$. Предполагается, что поперечное движение частицы нерелятивистское. При переходе осциллятора в нижнее энергетическое состояние $s > 0$, при переходе в верхнее состояние – $s < 0$. Если $(\varepsilon, P_\parallel)$, $(\varepsilon', P_\parallel')$ – энергия и продольный импульс частицы до и после взаимодействия с фотоном, то при излучении фотона согласно законам сохранения:

$$\begin{aligned} \varepsilon' - \varepsilon &= -\hbar\omega \\ P_\parallel' - P_\parallel &= -\hbar h \end{aligned} \qquad (2.10)$$

где h – продольное волновое число. В случае малого изменения энергии из (2.7) следует

$$\varepsilon\Delta\varepsilon \approx \vec{P}_\perp \Delta\vec{P}_\perp c^2 + P_\parallel \Delta P_\parallel c^2$$

Учитывая (2.9) и (2.10) то же самое можно записать как

$$mc^2\gamma\omega \approx ms\omega_H^0 c^2 + mv_{\|}\gamma hc^2$$

Откуда следует условие циклотронного резонанса:

$$\omega - hv_{\|} \approx s\omega_H \qquad (2.11)$$

где $\omega_H = eH/mc\gamma$, γ – релятивистский фактор частицы.

Полученное соотношение справедливо и для других осцилляторов при соответствующей замене ω_H на ω_0/γ, где ω_0 – собственная частота осциллятора в системе покоя. Выражение (2.11) определяет также закон преобразования частоты излучения движущегося источника в зависимости от его скорости и угла наблюдения (эффект Доплера). В частности, при излучении под малыми углами по отношению к направлению движения осциллятора в вакууме $hv_{\|} \approx \omega\beta$, а частота излучения

$$\omega \approx \omega_{\max} \approx s\omega_H\gamma^2(1+\beta). \text{ При } \gamma >> 1$$

$$\omega_{\max} \approx 2s\ \omega_H\gamma^2$$

Условие циклотронного резонанса (2.11) можно представить в виде:

$$\omega \approx \frac{s\ \omega_H}{1-\dfrac{v_{\|}}{v_{ph}}}. \qquad (2.12)$$

Если $v_{\|} < v_{ph}$ (нормальный эффект Доплера), то, поскольку $\omega > 0$, из (2.12) следует, что $s > 0$. Или при излучении фотона осциллятор переходит в нижнее энергетическое состояние. При поглощении фотона условие резонанса в отличие от (2.11) принимает вид:

$$\omega - hv_{\|} \approx -s\ \omega_H$$

Таким образом, при поглощении фотона осциллятор переходит на более высокий энергетический уровень $(s < 0)$.

Если $v_{\|} > v_{ph}$ (аномальный эффект Доплера) условие резонанса (2.12) удобно представить в виде:

$$\omega \approx -\frac{s\ \omega_H}{\dfrac{v_{\|}}{v_{ph}}-1}. \qquad (2.13)$$

Из (2.13) следует, что при излучении фотона в условиях аномального эффекта Доплера осциллятор переходит на более высокий энергетический

уровень $(s < 0)$. В этом случае энергия на излучение черпается из продольного движения. Поглощение фотона в условиях аномального эффекта Доплера приводит к уменьшению внутренней энергии осциллятора.

Классическое описание взаимодействия

Процессы циклотронного излучения и поглощения электромагнитной энергии могут быть описаны с помощью классических уравнений. Рассмотрим, например, взаимодействие заряженной частицы, движущейся в вакууме в однородном магнитном поле, с электромагнитной волной. Будем считать, что волна существует на конечном участке L вдоль $\vec{H}$. Для определения условий, при которых возможно взаимодействие частицы и электромагнитной волны, найдем изменение энергии частицы в поле этой волны, считая, что черенковские резонансы отсутствуют:

$$\delta\varepsilon = e\int_0^{\tau}(\vec{v}_\perp \vec{E}_\perp)dt \tag{2.14}$$

Будем считать для определенности, что волна имеет круговую поляризацию, так что

$$\begin{aligned} E_x &= E_\perp \cos(\omega t - hz + \theta_0) \\ E_y &= -E_\perp \sin(\omega t - hz + \theta_0) \end{aligned} \tag{2.15}$$

Предполагая, что поле волны мало, будем считать, что $z \approx v_{\|0}t$, $\tau \approx L/v_{\|0}$, а $v_\perp \approx v_{\perp 0}$, где $v_{\|0}$, $v_{\perp 0}$ – невозмущенное значение продольной и поперечной скоростей частиц, определяемые из решения уравнения движения частицы в магнитном поле в отсутствие электромагнитной волны:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{P}_\perp}{dt} &= \frac{e}{c}[\vec{v}_\perp \vec{H}] \\ \frac{dP_\|}{dt} &= 0 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Решение (2.16) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{\perp 0}\cos(\omega_H t + \varphi_0) \\ v_y &= -v_{\perp 0}\sin(\omega_H t + \varphi_0) \\ v_z &= v_{\|0} \end{aligned} \tag{2.17}$$

Введем вместо v_x, v_y, E_x, E_y комплексные величины

$$v_+ = v_x + iv_y = v_{\perp 0} e^{-i(\omega_H t + \varphi_0)}$$
$$E_+ = E_x + iE_y = E_\perp e^{-i(\omega t - hz + \theta_0)}$$

Таким образом,

$$v_x = \mathrm{Re}\{v_+\}$$
$$v_y = \mathrm{Im}\{v_+\}$$
$$E_x = \mathrm{Re}\{E_+\}$$
$$E_y = \mathrm{Im}\{E_+\}$$

скалярное произведение в (2.14) можно записать как

$$(\vec{v}_\perp \vec{E}_\perp) \approx v_x E_x + v_y E_y = \mathrm{Re}\{v_+\}\mathrm{Re}\{E_+\} + \mathrm{Im}\{v_+\}\mathrm{Im}\{E_+\} = \mathrm{Re}\{v_+ E_+^*\},$$

а изменение энергии частицы

$$\delta\varepsilon \approx \mathrm{Re}[e^{i\,(\theta_0 - \varphi_0)} \int_0^\tau e v_{\perp 0} E_\perp e^{i(\omega - h v_{\|0} - \omega_H)t} dt]\,. \qquad (2.18)$$

Как видно из (2.18), изменение энергии частицы

$$\delta\varepsilon \approx \delta\varepsilon_{\max} \approx e v_{\perp 0} E_\perp \tau \approx e \frac{v_{\perp 0}}{v_{\|0}} E_\perp L\,,$$

если фазовый множитель

$$\left|(\omega - h v_{\|0} - \omega_H)\tau\right| \le 2\pi$$

или, что то же самое,

$$\left|\frac{\omega - h v_{\|0} - \omega_H}{\omega_H}\right| \le \frac{1}{N}, \qquad (2.19)$$

где N – число циклотронных колебаний частицы за время взаимодействия. Если $N >> 1$, (2.19) соответствует условию циклотронного резонанса (2.11) для первой гармоники циклотронной частоты, $s = 1$. Условие циклотронного резонанса можно интерпретировать как совпадение частоты вращения частицы в магнитном поле (циклотронной частоты) и частоты колебаний электромагнитного поля с учетом эффекта Доплера.

Лекция 3
РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ЗАРЯЖЕННЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦАХ

Квантово-механическое описание взаимодействия

Рассеяние волн является еще одним механизмом взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами. Пусть фотон с энергией $\hbar\omega_{in}$ и импульсом $\hbar\vec{k}_{in}$ рассеивается на заряженной частице с энергией ε и импульсом $\vec{P}$. В результате взаимодействия появляется фотон с энергией $\hbar\omega_{sc}$ и импульсом $\hbar\vec{k}_{sc}$ и частица с энергией ε' и импульсом $\vec{P}'$. Законы сохранения энергии и импульса для данного процесса имеют вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon + \hbar\omega_{in} &= \varepsilon' + \hbar\omega_{sc} \\ \vec{P} + \hbar\vec{k}_{in} &= \vec{P}' + \hbar\vec{k}_{sc} \end{aligned} \qquad (3.1)$$

Предполагая, что при взаимодействии волны и частицы изменение энергии частицы мало, из (3.1) нетрудно получить условие, при котором такой процесс возможен:

$$\omega_{in} - (\vec{k}_{in}\vec{v}) \approx \omega_{sc} - (\vec{k}_{sc}\vec{v}). \qquad (3.2)$$

Отношение ω_{sc}/ω_{in} максимально для обратного рассеяния, когда $(\vec{k}_{in}\vec{v}) \approx -k_{in}v$, $(\vec{k}_{sc}\vec{v}) \approx k_{sc}v$. В этом случае

$$\omega_{sc}^{\max} \approx \omega_{in}\frac{1+\beta}{1-\beta}.$$

При $\gamma >> 1$

$$\omega_{sc}^{\max} \approx 4\gamma^2\omega_{in}. \qquad (3.3)$$

Частным случаем рассеяния является ондуляторное излучение или излучение заряженной частицы, движущейся в магнитном поле, пространственное распределение которого имеет периодическую структуру. Для ондуляторного излучения в (3.2) $\omega_{in} = 0$. Волной накачки является магнитостатическая волна. Скалярное произведение $(\vec{k}_{in}\vec{v}) = -\bar{h}v$, где $\bar{h} = 2\pi/d$, d – период пространственного распределения магнитного поля. Тогда из (2.21) следует, что

$$\omega_{sc} - (\vec{k}_{sc}\vec{v}) \approx \Omega,$$

где $\Omega = \frac{2\pi}{d} v$ – баунс-частота или частота осцилляций частицы в ондуляторном поле.

Заметим, что условие резонансного рассеяния можно интерпретировать как условие совпадения частоты волны накачки и частоты рассеянной частицы в системе отсчета, где частица в среднем покоится.

Классическое описание взаимодействия

Рассмотрим данный процесс на основе классических уравнений:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = e(\vec{E} + \frac{1}{c}[\vec{v}, \vec{H}]\ ), \tag{3.4}$$

где

$$\vec{E} = \mathrm{Re}\left[\vec{E}_{in}{}^{i(\omega_{in}t - h_{in}z)} + \vec{E}_{sc} e^{i(\omega_{sc}t - h_{sc}z)}\right],$$

$$\vec{H} = \mathrm{Re}\left[\vec{H}_{in} e^{i(\omega_{in}t - h_{in}z)} + \vec{H}_{sc} e^{i(\omega_{in}t + h_{sc}z)}\right]$$

поля волн в точке нахождения частицы. Пусть частица движется вдоль оси z со скоростью v_{II}. Тогда (3.4) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}_\perp}{dt} &= \frac{e}{m\gamma}\left\{\left(\vec{E}_\perp + \frac{1}{c}\left[\vec{v}, \vec{H}\right]_\perp\right) - \frac{1}{c^2}\vec{v}_\perp\left(\vec{v}, \vec{E}\right)\right\}; \\ \frac{dv_{II}}{dt} &= \frac{e}{m\gamma}\left\{\left(E_{II} + \frac{1}{c}\left[\vec{v}, \vec{H}\right]_{II}\right) - \frac{1}{c^2}v_{II}\left(\vec{v}, \vec{E}\right)\right\}. \end{aligned} \tag{3.5}$$

В присутствии электромагнитной волны частица приобретает осцилляторную скорость. Тогда полная скорость частицы $\vec{v} = [\vec{v}_\perp, \vec{z}_0(v_{II} + \tilde{v}_{II})]$, где $\vec{z}_0$ – единичный вектор вдоль оси z, $\vec{v}_\perp$ – поперечная осцилляторная скорость частицы, приобретаемая в поле электромагнитной волны, $\tilde{v}_{II}$ – осцилляторная добавка к продольной скорости частицы. Будем предполагать, что электромагнитные волны (волна накачки и рассеянная волна) имеют малую амплитуду, так что приобретаемые в высокочастотных полях осцилляторные скорости являются нерелятивистскими, а частица совершает в поле волн большое количество колебаний, $N_{in}, N_{sc} >> 1$. В этом случае движение частицы можно представить в виде медленного дрейфа, связанного с пространственной неоднородностью высокочастотных полей, и малых высокочастотных колебаний относительно усредненной траектории. Пренебрегая членами второго порядка малости по амплитуде полей волн, из (3.5) можно по-

лучить уравнения, описывающие осцилляторное движение частиц на частоте колебаний электромагнитного поля:

$$\frac{d\vec{v}_\perp}{dt} = \frac{e}{m\gamma}\left\{\vec{E}_\perp + \frac{1}{c}\left[z_0 v_{II}, \vec{H}_\perp\right]\right\};$$
$$\frac{d\tilde{v}_{II}}{dt} = \frac{e}{m\gamma^3}E_{II}. \qquad (3.6)$$

Учитывая связь между электрическим и магнитным полем волны, а также пренебрегая изменением продольной скорости частицы за время взаимодействия, решения (3.6) можно записать в виде:

$$\vec{v}_\perp \approx \frac{e}{m\gamma}\left[\frac{\alpha_{in}}{i\left(\omega_{in} - h_{in}v_{II}\right)}\vec{E}_{\perp in} + \frac{\alpha_{sc}}{i\left(\omega_{sc} - h_{sc}v_{II}\right)}\vec{E}_{\perp sc}\right];$$
$$v_{II} \approx \frac{e}{m\gamma^3}\left[\frac{1}{i\left(\omega_{in} - h_{in}v_{II}\right)}E_{IIin} + \frac{1}{i\left(\omega_{sc} - h_{sc}v_{II}\right)}E_{IIsc}\right];$$
$$\tilde{z} \approx -\frac{e}{m\gamma^3}\left[\frac{1}{\left(\omega_{in} - h_{in}v_{II}\right)^2}E_{IIin} + \frac{1}{\left(\omega_{sc} - h_{sc}v_{II}\right)^2}E_{IIsc}\right].$$

Найдем изменение энергии частицы в поле двух разночастотных волн:

$$\delta\varepsilon = e\int_0^\tau (\mathrm{Re}\,\vec{v}, \mathrm{Re}\,\vec{E})dt, \qquad (3.7)$$
$$\vec{E} = \vec{E}_{in}e^{-i(\omega_{in}t + h_{in}z)} + \vec{E}_{sc}e^{-i(\omega_{sc}t + h_{sc}z)}.$$

Пренебрегая изменением средней скорости частицы, за время ее взаимодействия с электромагнитными волнами (3.7) можно записать как:

$$\delta\varepsilon \approx e\int_0^\tau (\mathrm{Re}\,\vec{v}_\perp, \mathrm{Re}\,\vec{E}_\perp)dt + e\int_0^\tau [(\mathrm{Re}\,\tilde{v}_{II}, \mathrm{Re}\,E_{II}) + (v_{II}, \mathrm{Re}\frac{\partial E_{II}}{\partial z}\tilde{z})]dt, \qquad (3.8)$$

где $\tau \approx L / v_{II0}$. Каждый из интегралов пропорционален $\int_0^\tau \left[\sin(a+b) + \sin(a-b)\right]dt$, где $a = \omega_{in} - h_{in}v_{II}$, $b = \omega_{sc} - h_{sc}v_{II}$ и не равен нулю, когда:

$$\left|(\omega_{sc} - \omega_{in}) - (h_{sc} - h_{in})V_{II}\right| \le \frac{2\pi v_{II}}{L}. \qquad (3.9)$$

Откуда и следует условие (3.2) резонансного рассеяния волны на электронах.

Лекция 4
ВОЗБУЖДЕНИЕ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ И ВОЛНОВОДОВ ЗАДАННЫМ ТОКОМ

Возбуждение объемных резонаторов

Возбуждение объемного резонатора рассматривается в следующей идеализации: поле резонатора занимает конечный объем V и не проникает за пределы некоторой замкнутой поверхности S, ограничивающей этот объем. Задан возбуждающий ток

$$j(t) = \mathrm{Re}\left\{ j(\omega)\exp(-i\omega t)\right\}, \tag{4.1}$$

и надо найти возбуждаемое им поле

$$E(t) = \mathrm{Re}\left\{E(\omega)\exp(-i\omega t)\right\},\ H(t) = \mathrm{Re}\left\{H(\omega)\exp(-i\omega t)\right\}, \tag{4.2}$$

комплексные амплитуды которого удовлетворяют уравнениям

$$rotE = ik\mu H,\ rotH = -ik\varepsilon E + \frac{4\pi}{c} j, \tag{4.3}$$

где

$$k = \omega / c\,,\ \varepsilon = \varepsilon(\omega)\,,\ \mu = \mu(\omega)\,. \tag{4.4}$$

В дальнейшем зависимость E, H, ε, μ от ω будет лишь подразумеваться.

О самом резонаторе предполагается известным следующее: у него имеются собственные колебания, характеризуемые комплексными частотами

$$\omega_r = \omega_r' - i\omega_r'' = \left(1 - \frac{i}{2Q_r}\right),\ Q_r = \frac{\omega_r'}{2\omega_r''}, \tag{4.5}$$

образующими дискретный спектр (дискретность спектра обусловлена тем, что поле занимает конечный объем). Электромагнитное поле каждого колебания имеет вид

$$E(t) = \mathrm{Re}\left\{E_r\,\exp(-i\omega_r t)\right\},\ H(t) = \mathrm{Re}\left\{H_r\,\exp(-i\omega_r t)\right\}, \tag{4.6}$$

и применение комплексной частоты (4.5) просто означает, что временной множитель

$$\exp(-i\omega_r t) = \exp(-i\omega_r' t)\exp(-i\omega_r'' t),$$

определяет поле, колеблющееся с круговой частотой ω_r' и имеющее коэффициент затухания ω_r''. Комплексные амплитуды E_r, H_r удовлетворяют однородным уравнениям

$$rotE_r = ik_r \mu H_r,\ rotH_r = -ik_r \varepsilon E_r,\ k_r = \omega_r / c. \tag{4.7}$$

При данной постановке задачи вывод мощности в нагрузку учитывается как ее дополнительная диссипация в некотором «поглощающем пятне» на стенке резонатора. Затухание ω_r'' включает в себя затухание, вызванное выводом мощности, так что Q_r есть нагруженная добротность.

Искомые поля E и H можно представить в виде

$$E = \sum_r A_r E_r - \nabla\Phi,\ H = \sum_r B_r H_r, \tag{4.8}$$

где суммирование производится по всем колебаниям, образующим полную систему векторных соленоидальных функций, подчиненных условиям

$$div(\varepsilon E_r) = 0,\ div(\mu H_r) = 0 \tag{4.9}$$

и удовлетворяющих соотношениям ортогональности

$$\int_V \varepsilon E_r E_s dV = 0,\ \int_V \mu H_r H_s dV = 0 \text{ при } r \neq s,$$

где интегрирование ведется по всему объему, занятому полем (включая объем поглощающих и диэлектрических вставок, скин-слой в стенках и т. д.). Соотношения ортогональности вытекают (см. Приложение 4.1) из уравнений (4.7) и позволяют определить неизвестные коэффициенты A_r, B_r в выражениях (4.8), подставляя последние в уравнения (4.3).

Математическая причина, вследствие которой в выражении (4.8) для E входит дополнительное слагаемое $-\nabla\Phi$, а выражении для H такого слагаемого нет, заключается в том, что согласно уравнениям (4.3)

$$div(\varepsilon E) \neq 0,\ div(\mu H) = 0.$$

Физический смысл этого слагаемого будет разъяснен ниже.

Опуская выкладки (они даны в Приложении 4.2), приведем лишь окончательные соотношения.

$$\begin{aligned} A_r &= -\frac{i\omega}{\omega^2 - \omega_r^2}\frac{1}{N_r}\int_V jE_r dV, \\ B_r &= -\frac{i\omega_r}{\omega^2 - \omega_r^2}\frac{1}{N_r}\int_V jE_r dV, \\ \omega_r A_r &= \omega B_r, \end{aligned} \tag{4.10}$$

где

$$N_r = \frac{1}{4\pi}\int_V \varepsilon E_r^2 dV = -\frac{1}{4\pi}\int_V \mu H_r^2 dV \qquad (4.11)$$

есть норма колебания.

Потенциал Ф, входящий в первую формулу (4.8), удовлетворяет обобщенному уравнению Пуассона

$$div(\varepsilon\nabla\Phi) = -4\pi\rho\,, \qquad (4.12)$$

где

$$\rho = \frac{1}{i\omega} div(j) \qquad (4.13)$$

есть комплексная амплитуда плотности заряда.

Слагаемое $-\nabla\Phi$ есть квазистатическое электрическое поле пространственного заряда, плотность которого колеблется с частотой ω. Все остальные слагаемые определяют, вообще говоря, резонансные поля: если добротность Q_r достаточно велика и частота возбуждения лежит в надлежащих пределах, то соответствующие значения A_r и B_r могут стать большими.

Отметим, что коэффициенты A_r и B_r в общем случае отличаются, лишь при $\omega \approx \omega_r$, когда A_r и B_r велики мы имеем $A_r \approx B_r$ и в выражениях (4.8) остается только по одному резонансному члену. А нерезонансный фон можно рассматривать как динамическую поправку к полю пространственного заряда, имеющему электростатический характер.

Приложение 4.1

Условие ортогональности можно получить из уравнения (4.7), используя тождество

$$div[AB] = BrotA - ArotB$$

Записывая (4.7) для различных E_r, E_s, H_r, H_s приходим к тождествам

$$\begin{aligned} H_r rotE_s - E_s rotH_r &= ik_r\varepsilon E_r E_s + ik_s\mu H_r H_s; \\ H_s rotE_r - E_r rotH_s &= ik_s\varepsilon E_r E_s + ik_r\mu H_r H_s. \end{aligned} \qquad (4.14)$$

Интегрируем по объему V, пользуясь приведенным выше тождеством и теоремой Гаусса-Остроградского. Поскольку на поверхности S, охватывающей объем V, поле согласно исходному предположению отсутствует, получаем соотношения

$$\omega_r \int_V \varepsilon E_r E_s dV + \omega_s \int_V \mu H_r H_s dV = 0;$$
$$\omega_s \int_V \varepsilon E_r E_s dV + \omega_r \int_V \mu H_r H_s dV = 0. \qquad (4.15)$$

Если $\omega_r \neq \omega_s$, то из (4.15) следуют условия ортогональности

$$\int_V \varepsilon E_r E_s dV = 0\,,\ \int_V \mu H_r H_s dV = 0 \text{ при } r \neq s\,. \qquad (4.16)$$

Приложение 4.2

Из выражений (4.8) в силу уравнений (4.7) получаем

$$rotE = \sum_r A_r rotE_r = i\mu \sum_r k_r A_r H_r;$$
$$rotH = \sum_r B_r rotH_r = -i\varepsilon \sum_r k_r B_r E_r. \qquad (4.17)$$

Подставляя выражения (4.17) в уравнения (4.3), будем иметь

$$i\mu \sum_r (k_r A_r - kB_r) H_r = 0;$$
$$i\varepsilon \sum_r (kA_r - k_r B_r) E_r = \frac{4\pi}{c} j + ik\varepsilon \nabla\Phi. \qquad (4.18)$$

Чтобы последнее соотношение могло выполняться в силу первого условия (4.9) необходимо, чтобы правая часть имела дивергенцию, равную нулю. Это дает соотношение

$$div(\varepsilon\nabla\Phi) = -\frac{4\pi}{i\omega} div(j)\,,$$

эквивалентное уравнению (4.12).

Умножая первое уравнение (4.18) на какое-нибудь H_r, а второе – на E_r, воспользуемся условием ортогональности (4.16) и дополнительным соотношением

$$\int_V \varepsilon E_r \nabla\Phi dV = 0\,;$$

оно следует из тождества

$$div(\varepsilon E_r \Phi) = \Phi div(\varepsilon E_r) + \varepsilon E_r \nabla\Phi = \varepsilon E_r \nabla\Phi$$

и теоремы Гаусса-Остроградского, по которой интеграл по объему преобразуется в интеграл по охватывающей поверхности, где $E_r = 0$.

В результате получаем соотношения

$$\omega_r A_r = \omega B_r$$

$$\omega A_r - \omega_r B_r = -\frac{i}{N_r}\int_V jE_r dV\,, \qquad (4.19)$$

где $N_r = \frac{1}{4\pi}\int_V \varepsilon E_r^2 dV$ – норма волны.

Возбуждение волноводов

Рассмотрим волновод, однородный по оси z, поле в котором отлично от нуля только внутри цилиндра с поперечным сечением S_t и образующими, параллельными оси z. В таком волноводе могут существовать волны, распространяющиеся в направлениях ± z. Волны, распространяющиеся в положительном направлении оси z, характеризуются полями

$$E_s = E_s^0(x,y)\exp(ih_s z)\,,\ H_s = H_s^0(x,y)\exp(ih_s z) \qquad (4.20)$$

и волновыми числами h_s, определяющими зависимость от z; волны, распространяющиеся в отрицательном направлении оси z, – полями

$$E_{-s} = E_{-s}^0(x,y)\exp(ih_{-s} z)\,,\ H_{-s} = H_{-s}^0(x,y)\exp(ih_{-s} z) \qquad (4.21)$$

и волновыми числами h_{-s}. Формулы (4.20) и (4.21) относятся к фиксированной частоте возбуждения ω, причем волны различных направлений при учете потерь в волноводе мы различаем следующим образом:

$$\mathrm{Im}\, h_s > 0\,,\ \mathrm{Im}\, h_{-s} < 0\,. \qquad (4.22)$$

При этом индекс s, нумерующий собственные волны в волноводе, в силу изотропности всех веществ и выполнения теоремы взаимности можно всегда выбрать так, чтобы выполнялось условие $h_s = -h_{-s}$; составляющие E_{-s}^0 и H_{-s}^0 в ряде случаев просто выражаются через составляющие E_s^0 и H_s^0.

Исходя из однородных уравнений Максвелла в комплексной форме (временная зависимость $\exp(-i\omega t)$)

$$rotE = ik\mu H\,,\ rotH = -ik\varepsilon E\,, \qquad (4.23)$$

в которых комплексные проницаемости

$$\varepsilon = \varepsilon(\omega, x, y)\,,\ \mu = \mu(\omega, x, y) \qquad (4.24)$$

не зависят от продольной координаты z, нетрудно вывести соотношение ортогональности для собственных волн (см. Приложение 4.1)

$$\int_S \left\{ \left[E_s H_r \right] - \left[E_r H_s \right] \right\} \hat{z} dS = 0 \text{ при } s \neq -r, \tag{4.25}$$

где $\hat{z}$ – единичный вектор по оси z, S – поперечное сечение волновода.

Искомые поля, возбуждаемые электрическим током (монохроматическим, поэтому мы рассматриваем только комплексные амплитуды), удовлетворяют неоднородным уравнениям Максвелла

$$rotE = ik\mu H, \; rotH = -ik\varepsilon E + \frac{4\pi}{c} j. \tag{4.26}$$

Будем искать магнитное поле в виде

$$H = \sum_s (C_s H_s + C_{-s} H_{-s}), \tag{4.27}$$

где C_s и C_{-s} зависят только от z. Так как C_s и C_{-s} постоянны при $j = 0$ (тогда формула (4.27) дает общее решение уравнений (4.23) – суперпозицию всех собственных волн), то мы по существу применяем метод вариации постоянных, позволяющий решить систему неоднородных линейных уравнений, коль скоро известно общее решение системы однородных уравнений. Подставляя выражение (4.27) во второе уравнение(4.26), получаем для электрического поля выражение

$$\begin{aligned} E = &\sum_s (C_s E_s + C_{-s} E_{-s}) - \\ &-\frac{1}{ik\varepsilon} \sum_s \left(\frac{dC_s}{dz} \left[\hat{z} H_s \right] + \frac{dC_{-s}}{dz} \left[\hat{z} H_{-s} \right] \right) + \frac{4\pi}{i\omega\varepsilon} j, \end{aligned} \tag{4.28}$$

где $\omega = kc$. Чтобы упростить последнюю формулу, подчиним функции C_s и C_{-s} дополнительному условию

$$\sum_s \left(\frac{dC_s}{dz} \left[\hat{z} H_s \right] + \frac{dC_{-s}}{dz} \left[\hat{z} H_{-s} \right] \right) = \frac{4\pi}{c} j^t, \tag{4.29}$$

в котором фигурирует поперечная часть плотности тока $j^t(j_x, j_y, 0)$. Всю вторую строчку формулы (4.28) нельзя уничтожить по той причине, что векторы, стоящие в левой части (4.29), не имеют составляющих по оси z. Выражение (4.28), таким образом, принимает вид

$$E = \sum_s (C_s E_s + C_{-s} E_{-s}) + \frac{4\pi}{i\omega\varepsilon} j^z, \tag{4.30}$$

где $j^z(0,0,j_z)$ есть продольная составляющая плотности тока.

Такие рассуждения типичны для метода вариации постоянных. Второе соотношение для C_s и C_{-s} получаем, подставляя выражения (4.27), (4.28) в первое уравнение (4.26). Это соотношение имеет вид

$$\sum_s \left(\frac{dC_s}{dz}\left[\hat{z}E_s\right] + \frac{dC_{-s}}{dz}\left[\hat{z}E_{-s}\right] \right) = \frac{4\pi}{i\omega} rot(j^z). \qquad (4.31)$$

Пользуясь соотношениями (4.29), (4.31) можно найти $\frac{dC_s}{dz}$ и $\frac{dC_{-s}}{dz}$. Опуская промежуточные выкладки (см. Приложение 4.3), приведем лишь окончательные выражения

$$\frac{dC_s}{dz} = \frac{1}{N_s}\int_{S^t} jE_{-s}dS, \quad \frac{dC_{-s}}{dz} = -\frac{1}{N_s}\int_{S^t} jE_s dS, \qquad (4.32)$$

в которых N_s есть норма волны с индексом s, равная

$$N_s = \frac{c}{4\pi}\int_{S^t} \left\{ \left[E_s H_{-s}\right] - \left[E_{-s}H_s\right] \right\} dS. \qquad (4.33)$$

Для волн, распространяющихся без затухания, норма имеет четкий энергетический смысл – она пропорциональна мощности волны.

Приложение 4.3

Умножим соотношение (4.31) скалярно на H_{-s}, соотношение (4.29) на E_{-s}, сложим и проинтегрируем по поперечному сечению. Пользуясь соотношением ортогональности (4.25), получим

$$\frac{dC_s}{dz} = \frac{1}{N_s}\int_{S^t} \left(-\frac{1}{ik} H_{-s} rot \frac{j^l}{\varepsilon} + E_{-s} j^t \right) dS. \qquad (4.34)$$

Беря вместо полей H_{-s}, E_{-s} поля прямой волны H_s, E_s и учитывая, что $j_{-s,s} = -j_{s,-s}$, получаем

$$\frac{dC_{-s}}{dz} = -\frac{1}{N_s}\int_{S^t} \left(-\frac{1}{ik} H_s rot \frac{j^l}{\varepsilon} + E_s j^t \right) dS. \qquad (4.35)$$

Мы имеем

$$rot\frac{j^l}{\varepsilon} = rot\left(\frac{j_z}{\varepsilon}\hat{z}\right) = \left[\nabla\frac{j_z}{\varepsilon}, \hat{z}\right],$$

$$H_{-s}rot\frac{j^l}{\varepsilon} = H_{-s}\left[\nabla\frac{j_z}{\varepsilon}, \hat{z}\right] = -\hat{z}\left[\nabla\frac{j_z}{\varepsilon}, H_{-s}\right] =$$

$$-\hat{z}rot\left(\frac{j_z}{\varepsilon}H_{-s}\right) + \frac{j_z}{\varepsilon}\hat{z}rotH_{-s} = -\hat{z}rot\left(\frac{j_z}{\varepsilon}H_{-s}\right) - ikj^l E_{-s}$$

причем в силу теоремы Стокса

$$\int_{S^t}\hat{z}rot\left(\frac{j_z}{\varepsilon}H_{-s}\right)dS = \oint_C \frac{j_z}{\varepsilon}H_{-s}dS, \qquad (4.36)$$

где С – контур, охватывающий поперечное сечение S^t, dS – элемент его дуги; на контуре С поле равно нулю. Таким образом, получаем

$$\frac{dC_s}{dz} = \int_{S^t}\left(j^l + j^t\right)E_{-s}dS = \int_{S^t} jE_{-s}ds. \qquad (4.37)$$

Аналогично выводится второе выражение (4.32).

Лекция 5
ИНЕРЦИАЛЬНАЯ ГРУППИРОВКА ЧАСТИЦ В ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ. ВОЛНЫ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В ПОТОКЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

При взаимодействии потока заряженных частиц с электромагнитными колебаниями скорость частиц изменяется. Это, в свою очередь, приводит к изменению взаимного положения частиц относительно друг друга. Этот процесс имеет место как непосредственно в области взаимодействия, так и вне его, если, например, частицы, покинув область взаимодействия, дрейфуют в пустом пространстве.

Пусть поток частиц участвует во взаимодействии с электромагнитными колебаниями на участке $-L < z < 0$. При $z \geq 0$ частицы движутся в пустом пространстве по инерции. Если угол пролета при взаимодействии с высокочастотным электрическим полем мал ($\theta_s << 2\pi$), то изменение относительного положения частиц за время взаимодействия незначительно, т. е. плотность потока в точке $z = 0$ не зависит от времени. В этом случае поток частиц получает, в основном, модуляцию по скорости. Скорость частиц на выходе из области взаимодействия может быть представлена в виде:

$$v \approx v_0 + \Delta v \sin\theta_0, \tag{5.1}$$

где

$$\frac{\Delta v}{v_0} \approx \frac{eEL}{mc^2\gamma_0^3\beta_0^2} << 1.$$

Поскольку скорости частиц различны, то при удалении от области взаимодействия происходит смещение частиц относительно друг друга. А поскольку модуляция по скорости периодическая, то в пространстве дрейфа происходит группировка частиц или в потоке появляется модуляция по плотности. Период модуляции по плотности определяется частотой изменения поля в области взаимодействия и равен $d \approx Tv_0 = \lambda\beta_0$. Зная величину Δv, можно оценить расстояние L_{gr}^k, на котором модуляция потока по плотности будет максимальной. Действительно, L_{gr}^k это такое расстояние, на котором относительное смещение частиц оказывается порядка периода модуляции, или $t_{gr}\Delta v \approx d$, где $t_{gr} \approx L_{gr}^k / v_0$. Откуда

$$L_{gr}^{k} \approx \lambda\beta_0 \frac{v_0}{\Delta v}. \qquad (5.2)$$

В ультрарелятивистском случае $L_{gr}^{k} \approx \lambda\gamma_0^2 /(\Delta\gamma / \gamma_0)$. В случае, когда начальная энергия частиц нерелятивистская, $L_{gr}^{k} \approx \lambda\beta_0 \dfrac{\gamma_0 - 1}{\Delta\gamma}$.

В области дрейфа в каждом фиксированном сечении плотность тока является периодической функцией времени с периодом $T = 2\pi / \omega$, или $j(t) = j(t+T)$. Это означает, что при фиксированном значении координаты z плотность тока может быть разложена в ряд Фурье по времени, который можно представить в комплексной форме, как:

$$j(t,z) = j_0(z) + \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} j_n(z) e^{in\omega t}, \qquad (5.3)$$

где

$$j_n(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} j(t,z) e^{-in\omega t} d\omega t. \qquad (5.4)$$

В (5.4) (t,z) – независимые переменные. Если вместо (t,z) в качестве независимых переменных использовать переменные (t_0, z), где $t_0 = \theta_0 / \omega$, то (5.4) можно упростить. В этом случае время $t = t(t_0, z)$, а закон сохранения заряда при движении частиц принимает форму:

$$j(t,z)dt = j_0(t_0)dt_0, \qquad (5.5)$$

где $j_0(t_0) = j(t_0, 0) = j_0(1 + \dfrac{\Delta v}{v_0}\sin\omega t_0)$ – плотность тока на входе в область дрейфа, j_0 – невозмущенная плотность тока. Учитывая (5.5), выражение для комплексных амплитуд гармоник плотности тока в дрейфовом пространстве можно представить в виде:

$$j_n(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} j(t,z) e^{-in\omega t} d\omega t = \frac{1}{\pi} j_0 \int_0^{2\pi} (1 + \frac{\Delta v}{v_0}\sin\omega t_0) e^{-in\omega t} d\omega t_0. \qquad (5.6)$$

Координата z частицы зависит как от времени наблюдения t, так и от момента влета частицы в область взаимодействия t_0:

$$z(t_0, t) \approx (t - t_0)v \approx (t - t_0)v_0\left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\sin\theta_0\right). \qquad (5.7)$$

Учитывая, что частицы в модулирующем зазоре получают малое приращение по скорости, момент времени t прихода частицы в точку с координатой z есть:

$$t(t_0, z) \approx t_0 + \frac{z}{v_0} - \frac{z}{v_0}\frac{\Delta v}{v_0}\sin\theta_0, \qquad (5.8)$$

или, вводя угловые координаты,

$$\omega t - \theta_{dr} \approx \theta_0 - \mathrm{X}_{gr}\sin\theta_0, \qquad (5.9)$$

где $\theta_0 = \omega t_0$ – фаза влета частицы в область взаимодействия, $\theta_{dr} = \omega z / v_0$ – невозмущенный угол пролета частицы в пространстве дрейфа, $\mathrm{X}_{gr} = (\Delta v / v_0)\theta_{dr}$ – параметр группирования. Функция φ является однозначной функцией θ_0. Любому значению θ_0 соответствует лишь одно значение $\varphi(\theta_0)$. Обратное утверждение неверно. Это означает, что возможны ситуации, когда в одну точку пространства одновременно могут попасть несколько частиц с различными θ_0. Например, при $\mathrm{X}_{gr} > 1$, таких частиц может быть три.

Рассмотрим поведение амплитуды первой гармоники тока в зависимости от расстояния до модулирующего зазора, т. е. при различных значениях параметра группирования. Будем считать, что $\mathrm{X}_{gr} << 2\pi$ или $z << L_{gr}$. В этом случае экспоненту под интегралом в (5.6) можно разложить:

$$e^{i\omega t} \approx e^{-i\theta_{dr}} e^{i\theta_0}(1 + i\mathrm{X}_{gr}\sin\theta_0).$$

Тогда после усреднения из (5.6.) следует:

$$j_1(z) \approx j_0(\mathrm{X}_{gr} - i\frac{\Delta v}{v_0})e^{-i\theta_{dr}}. \qquad (5.10)$$

В (5.10) первое слагаемое связано с группированием частиц в дрейфовом пространстве, второе слагаемое есть возмущение плотности тока на частоте ω, заданное на входе в дрейфовое пространство. При $\Delta v / v_0 << \mathrm{X}_{gr} << 1$ зависимость плотности тока от времени в дрейфовом пространстве определяется, в основном, группированием частиц:

$$j(t, z) = j_0[1 + \mathrm{X}_{gr}\cos(\omega t - \theta_{dr})]. \qquad (5.11)$$

Из (5.10) и (5.11) следует, что в потоке частиц, прошедших через модулирующий зазор и получивших модуляцию по скорости, появляется гармоническая составляющая тока, амплитуда которой растет по мере удаления от зазора. Нетрудно убедиться, что при малом параметре группирования в потоке, в основном, представлена первая гармоника тока с частотой ω.

Выражение для комплексных амплитуд гармоник тока можно получить и при произвольном параметре группирования. Действительно, в пренебрежении начальным возмущением плотности тока,

$$j_n(z) \approx j_0 \frac{1}{\pi} e^{-in\theta_{dr}} \int_0^{2\pi} e^{-in\theta_0} e^{in\mathrm{X}_{gr}\sin\theta_0} d\theta_0. \qquad (5.12)$$

Поскольку

$$e^{\pm iz\sin x} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(z) e^{\pm imx}, \qquad (5.13)$$

то:

$$e^{in\mathrm{X}_{gr}\sin\theta_0} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(n\mathrm{X}_{gr}) e^{im\theta_0}, \qquad (5.14)$$

где $J_m(z)$ – функция Бесселя первого рода m-го порядка. С учетом (5.14), окончательно получаем, что

$$j_n(z) \approx j_0 2 e^{-in\theta_{dr}} J_n(n\mathrm{X}_{gr}), \qquad (5.15)$$

а зависимость плотности тока от времени и координаты z:

$$j(t,z) \approx j_0 \left\{ 1 + \mathrm{Re}\left[2\sum_{n=1}^{\infty} J_n(n\mathrm{X}_{gr}) e^{in(\omega t - \theta_{dr})} \right] \right\}. \qquad (5.16)$$

При $\mathrm{X}_{gr} << 2\pi$ (5.16) совпадает с (5.11). Анализ (5.16) показывает, что по мере удаления от модулирующего зазора в потоке не только увеличивается амплитуда первой гармоники плотности тока, но и появляются высшие гармоники, амплитуда которых также растет с ростом параметра группирования. Амплитуда первой гармоники тока максимальна при $\mathrm{X}_{gr} = 1.84$. В этом случае $|j_1| = 2j_0 J(\mathrm{X}_{gr})_{\max} = 1.16 j_0$.

При рассмотрении процесса группирования потока частиц в дрейфовом пространстве не учитывался один важный фактор, а именно пространственный заряд потока частиц. Поле пространственного заряда может сказываться как на зависимости средней энергии частиц от координаты, так и на процессы группирования частиц в сгустки. Очевидно, что поле высокочастотного пространственного заряда (или поле сгустков частиц) препятствует группированию потока. Рассмотрим, каким образом пространственный заряд влияет на характер группирования частиц. Будем считать, что возмущения, вносимые в поток частиц, являются малыми. Поэтому для их описания будем использовать систему одномерных гидродинамических уравнений.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}\delta v + V_0 \dfrac{\partial}{\partial z}\delta v = \dfrac{e}{m\gamma_0^3}E, \\ \dfrac{\partial}{\partial t}\delta n + (n_0 \dfrac{\partial}{\partial t}\delta v + v_0 \dfrac{\partial}{\partial t}\delta n) = 0, \\ \dfrac{\partial E}{\partial z} = 4\pi e \delta n, \end{cases} \tag{5.17}$$

где v_0, n_0 – невозмущенные значения скорости и плотности частиц в потоке, а δv, δn – возмущения, внесенные в поток, E – поле высокочастотного пространственного заряда.

Будем искать решения (5.17) в виде плоских волн $f \propto e^{i(\omega t - hz)}$, тогда систему дифференциальных уравнений (5.17) можно представить в виде системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} i(\omega - hv_0)\delta v = \dfrac{e}{m\gamma_0^3}E, \\ (\omega - hv_0)\delta n - \omega n_0 v = 0, \\ -ihE = 4\pi e \delta n. \end{cases} \tag{5.18}$$

Система уравнений (5.18) имеет решение, если

$$1 - \frac{\omega_{pl}^2}{(\omega - hv_0)^2} = 0, \tag{5.19}$$

где $\omega_{pl}^2 = 4\pi n e^2 / m\gamma_0^3$ – квадрат релятивистской плазменной частоты. Уравнение (5.19) есть дисперсионное уравнение, связывающее частоту и волновое число волн пространственного заряда, которые могут распространяться в потоке заряженных частиц. Из дисперсионного уравнения (5.19) следует, что любое возмущение, внесенное в поток, распространяется в виде двух волн, для которых

$$\omega = hv_0 \pm \omega_{pl}. \tag{5.20}$$

Одна из этих волн называется быстрой, другая медленной волной пространственного заряда. Фазовая скорость одной из них (быстрой) несколько выше скорости частиц, фазовая скорость другой (медленной) несколько ниже скорости частиц. Групповые скорости обеих волн равны v_0. Если при $z = 0$ задано некоторое гармоническое возмущение, то решение системы уравнений (5.18) можно представить в виде:

$$f = f_+ e^{i(\omega t - h_+ z)} + f_- e^{i(\omega t - h_- z)}, \qquad (5.21)$$

где $h_+ = (\omega - \omega_{pl})/v_0$, $h_- = (\omega + \omega_{pl})/v_0$ – волновое число быстрой и медленной волны, соответственно. Учитывая явные выражения для волновых чисел, (5.21) можно записать как:

$$f = e^{i\omega(t - z/v_0)}[f_+ e^{i\omega_{pl} z/v_0} + f_- e^{-i\omega_{pl} z/v_0}]. \qquad (5.22)$$

Из (5.22) видно, что возмущения распространяются вдоль оси z со скоростью частиц. Зависимость амплитуды возмущения от пространственной координаты определяется биениями двух волн.

В рассматриваемом случае задано возмущение скорости частиц на входе в дрейфовое пространство, а именно $\delta v(t,0) = \Delta v e^{i\omega t}$. При этом возмущение плотности частиц $\delta n(t,0) = 0$. С учетом начальных условий решение (5.18) для возмущения плотности тока можно представить в виде:

$$\delta j(t,z) = j_0 \frac{\Delta v}{v_0}\left[\cos(\omega_{pl} z / v_0) - i\frac{\omega}{\omega_{pl}}\sin(\omega_{pl} z / v_0)\right] e^{i\omega(t - z/v_0)},, \qquad (5.23)$$

а для плотности частиц:

$$\delta n(t,z) = -i n_0 \frac{\Delta v}{v_0}\frac{(\omega^2 - \omega_{pl}^2)}{\omega\omega_{pl}}\sin(\omega_{pl} z / v_0) e^{i\omega(t - z/v_0)}. \qquad (5.24)$$

При $\omega >> \omega_{pl}$ изменение плотности тока в пространстве обусловлено, в основном, изменением плотности частиц, $\delta j(t,z) \approx j_0 \dfrac{\delta n(t,z)}{n_0}$. В отсутствие внешних полей возмущения плотности тока, плотности частиц, скорости частиц распространяются вдоль потока со средней скоростью частиц. Изменение амплитуды этих возмущений определяются биением двух волн пространственного заряда, имеющих различные фазовые скорости. Максимальное значение возмущения плотности тока $\delta j_{\max} \propto \Delta v / v_0$, а расстояние, на котором $\delta j = \delta j_{\max}$, не зависит от начального возмущения скорости частиц, а определяется свойствами потока, а именно, ленгмюровской или плазменной частотой потока. Амплитуда колебаний вдоль координаты z изменяется по гармоническому закону с характерной длиной волны $\lambda_{pl} = 2\pi v_0 / \omega_{pl}$.

Вводя угол пролета и параметр группирования, и пренебрегая начальным возмущением плотности тока, (5.23.) можно записать в виде:

$$\delta j(t,z) = -i j_0 \mathrm{X}_{gr} \frac{\sin(\omega_{pl} z / v_0)}{\omega_{pl} z / v_0} e^{i(\omega t - \theta_{dr})}. \qquad (5.25)$$

Из (5.25) следует, что полученные ранее выражения для амплитуды гармоник плотности тока (без учета высокочастотного пространственного заряда) справедливы, если $\omega_{pl} L_{gr}^{k} / v_0 << 1$ или $L_{gr}^{k} << \lambda_{pl}$. Без учета высокочастотного пространственного заряда при любом малом возмущении скорости частиц на входе в дрейфовое пространство всегда найдется такое расстояние L_{gr}^{k}, при котором возмущение плотности тока оказывается конечным. Учет пространственного заряда показывает, что это утверждение неверно. Электрическое поле пространственного заряда препятствует процессу группирования частиц. Более того, если $L_{gr}^{k} >> \lambda_{pl}$, то поле пространственного заряда играет определяющую роль в процессе группирования частиц. В обратном предельном случае, когда $L_{gr}^{k} << \lambda_{pl}$, как это следует из (5.25), возможно кинематическое описание процесса группирования потока частиц. В этом случае поле пространственного заряда слабо сказывается на движении частиц.

В рассмотренной задаче, по существу, имеется три характерных параметра, определяющие процессы в потоке частиц, движущихся в дрейфовом пространстве. Такими параметрами являются: относительный разброс скоростей частиц на входе в пространство дрейфа $\Delta v / v_0$; частота модуляции ω; и плазменная частота ω_{pl}, характеризующая свойства самого потока. Малое значение длины группирования по сравнению с плазменной длиной волны, когда поле пространственного заряда слабо влияет на процесс группирования, накладывает ограничение снизу на амплитуду начальной модуляции:

$$\frac{\Delta v}{v_0} >> \frac{\omega_{pl}}{\omega}. \qquad (5.26)$$

Поле пространственного заряда определяет процесс группирования потока, если выполняется обратное неравенство:

$$\frac{\Delta v}{v_0} << \frac{\omega_{pl}}{\omega}, \qquad (5.27)$$

или уровень начальной модуляции мал. В этом случае возможно гидродинамическое описание процесса.

Лекция 6
ВЫНУЖДЕННОЕ ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ

Режимы генерации релятивистских черенковских приборов

Условие черенковского взаимодействия электронов, движущихся со скоростью v_z по прямолинейным траекториям с электромагнитной волной

$$E = \mathrm{Re}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\{E_n \exp[i(\omega t - h_n z)]\},$$

$$h_n = h_0 + nh_d\,,\; n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

распространяющейся в периодической замедляющей системе имеет вид:

$$\omega \approx h_{n,s} v_z\,. \tag{6.1}$$

Здесь h_0 – продольное волновое число основной (основной пространственной гармоники) волны, $h_d = 2\pi / d$, d – период замедляющей системы. Взаимодействие может происходить как на основной волне ($n = 0$), так и на ее пространственных гармониках. Поле синхронной волны спадает в поперечном направлении при удалении от замедляющей структуры на масштабе:

$$L_\perp = \frac{1}{|p_\perp|} = \frac{1}{\sqrt{h_{n,s}^2 - \kappa^2}} \approx \frac{\lambda\gamma\beta}{2\pi}\,, \tag{6.2}$$

где $p_\perp$ – поперечное волновое число синхронной гармоники, $\kappa = \dfrac{2\pi}{\lambda}$.

Следует отметить благоприятное для повышения частоты излучения свойство черенковского взаимодействия, состоящее в том, что в случае синхронизма на гармониках $n \geq 1$ при увеличении энергии электронов длина волны излучения

$$\lambda \approx \left(1 - \frac{\beta}{\beta_{ph,0}}\right)\frac{d}{n\beta} \approx \frac{d}{2\gamma^2 n} \tag{6.3}$$

может быть значительно меньше периода замедляющей структуры. Такой режим реализуется в флиматроне.

В зависимости от направления распространения основной волны и ее фазовой скорости ($\beta_{ph,0} = \dfrac{\omega}{h_0 c}$) можно выделить следующие основные режимы работы черенковских генераторов.

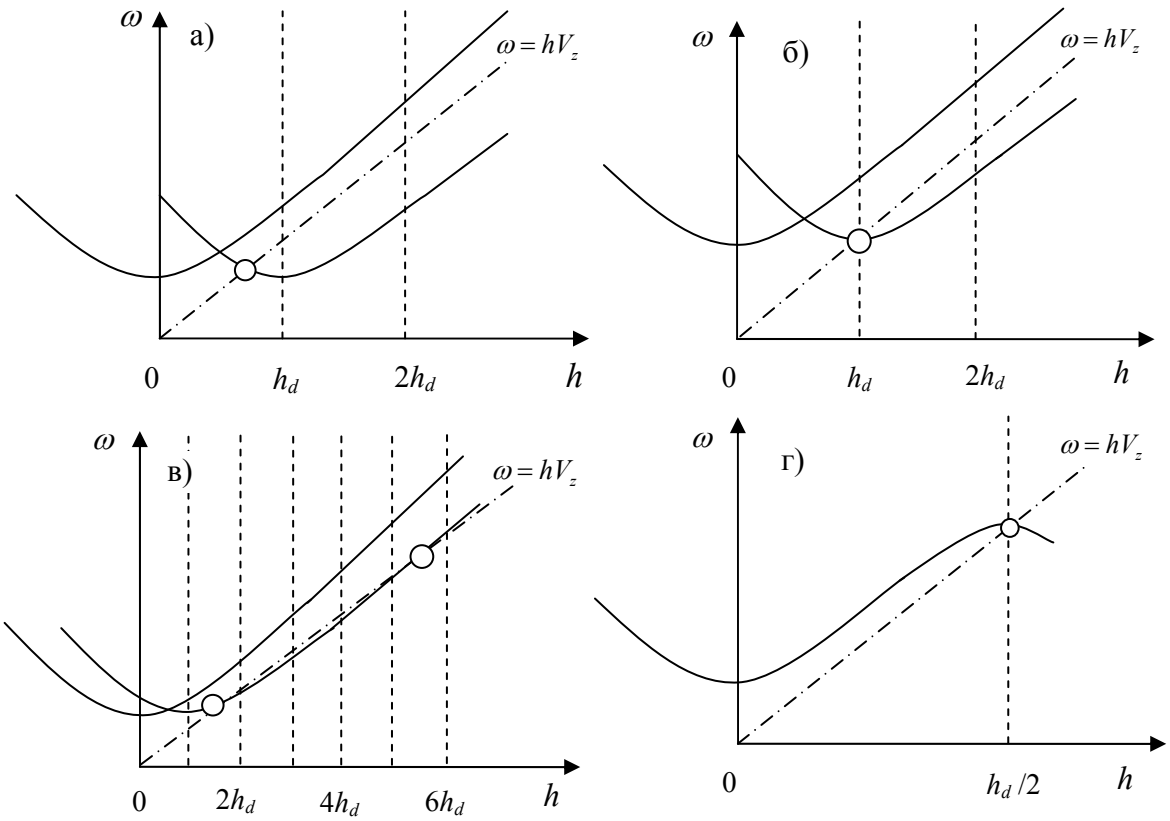

Рис. 6.1. Диаграммы Бриллюэна для черенковских генераторов

1. В релятивистской ЛОВ, или карсинотроне (рис. 6.1, *а*), где основная гармоника волны распространяется навстречу электронам ($\beta_{ph,0} < 0$), реализуется внутренняя распределенная обратная связь, а синхронизм осуществляется на гармонике с $n = -1$. Длина волны в релятивистском карсинотроне больше периода структуры, причем при $\left|\beta_{ph,0}\right| \approx 1$, $\lambda \approx 2d$.

Три других режима соответствуют генераторам с резонансными электродинамическими системами.

2. В оротроне (рис. 6.1, *б*) основная волна, являющаяся собственной модой открытого резонатора, образована лучами, распространяющимися почти поперек электронного пучка ($\left|\beta_{ph,0}\right| >> 1$). Благодаря резонатору возмущения волны не покидают систему и воздействуют на частицы. Синхронизм осуществляется на гармонике с $n \geq 1$. При $n = 1$ длина волны излучения примерно равна периоду структуры.

3. В генераторах типа резонансной ЛБВ основная волна попутна частицам ($\beta_{ph,0} > 0$) и переносит энергию в направлении их движения. Синхронизм осуществляется с нею или ее гармоникой $n \geq 1$, а для обратной связи необходимо обеспечить отражение волн от концов системы. Частной разновидностью такого генератора является флиматрон, в котором $\beta_{ph,0} \approx 1$, $n \geq 1$ и длина волны излучения существенно меньше периода структуры (рис. 6.1, *в*).
4. Специфический комбинированный механизм взаимодействия ЛБВ-ЛОВ реализуется в генераторе поверхностной волны (рис. 6.1, *г*), где гофрировка столь глубока, что основная волна оказывается замедленной до скорости электронов $\beta_{ph,0} \approx \beta$ и синхронизм осуществляется одновременно как с основной попутной волной, так и с (–1)-й гармоникой встречной волны. Генерация реализуется вблизи низкочастотной границы полосы запирания периодической замедляющей системы.

Возможны также варианты секционированных черенковских генераторов, в каждой секции которых реализуется свой режим синхронизма.

Взаимодействие потока заряженных частиц с синхронным полем фиксированной структуры

Во всех выше перечисленных разновидностях черенковских генераторов действует один и тот же механизм инерционной группировки электронов в поле синхронной волны

$$E_s = \mathrm{Re}[E_{\perp,s}\ \psi(z)\mathrm{e}^{i\theta}],$$
$$\theta = \omega t - h_s z.$$

Поэтому они в приближении бесконечного транспортирующего магнитного поля имеют одинаковые уравнения движения и группировки частиц, а все отличие состоит в механизме обратной связи и продольном распределении $\psi(z)$ синхронного поля.

Рассмотрим взаимодействие моноэнергетического потока заряженных частиц с высокочастотным электрическим полем, которое отлично от нуля лишь в области между двумя бесконечными плоскостями, перпендикулярными оси z, и расположенными на расстоянии L друг от друга. Частицы движутся вдоль оси z. На систему наложено сильное магнитное поле, так что поперечное относительно оси z движение отсутствует. Пространственный заряд не учитывается.

Обычно для описания потока частиц, движущихся во внешних полях, используется система гидродинамических уравнений, в которых независимыми переменными являются время t и три пространственных координаты (Эйлеровы переменные). В случае, когда внешние поля зависят от вре-

мени, такие переменные не всегда удобны. При обгоне одних частиц другими полученные решения становятся неоднозначными функциями. Более предпочтительными в данном случае являются переменные Лагранжа. Например, при решении задачи о взаимодействии потока частиц с полем заданной структуры можно использовать уравнение движения в форме:

$$\frac{dP_z}{dt} = \mathrm{Re}\left\{eE_{\perp,s}\psi(z)e^{i\theta)}\right\} \tag{6.4}$$

с начальными условиями $v_z(t_0) = v_0$, $z(t_0) = z_0$.Здесь $P_z = mv_z\gamma -$ импульс частицы. Решение этого уравнения есть функция $z = z(t, t_0)$, которая определяет координату слоя частиц в зазоре в зависимости от времени наблюдения и момента влета данного слоя частиц в область взаимодействия. Часто бывает удобным вместо переменной t использовать в качестве независимой переменную z. В этом случае движение частиц удобно описывать системой уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{d\varepsilon}{dz} = \mathrm{Re}\left\{eE_{\perp,s}\psi(z)e^{i\theta}\right\} \\ \dfrac{d\theta}{dz} = \dfrac{\omega}{v} - h_s, \end{cases} \tag{6.5}$$

где $\varepsilon(z,\theta_0) = mc^2\gamma(z,\theta_0)$, $\gamma = 1/(1-\beta^2)^{1/2} -$ релятивистский фактор частиц, $\beta = v/c$, $\varepsilon(0) = \varepsilon_0 = mc^2\gamma_0 -$ начальная энергия частиц, $\theta(z,\theta_0) -$ фаза поля в точке нахождения частицы, $\theta(0,\theta_0) = \theta_0 = \omega t_0 -$ начальная фаза влета частицы в зазор. Поток частиц на входе в область взаимодействия не модулирован. Поэтому энергия частиц и их плотность в точке $z = 0$ не зависят от θ_0. В системе уравнений (6.5) в качестве независимых выбраны переменные Лагранжа (z,θ_0). Такой выбор оправдан, поскольку в этих переменных энергия частиц и их скорость остаются однозначными функциями при обгоне одних частиц другими.

Линейное приближение

Будем считать, что энергия частиц под действием электрического поля изменяется незначительно, так что $\Delta\varepsilon << \varepsilon_0$. Откуда следует, что изменение скорости частиц в зазоре

$$\frac{\Delta\beta}{\beta_0} << \frac{1}{\gamma_0^2\beta_0^2}. \tag{6.6}$$

Это позволяет провести разложение в уравнении для фазы в (6.5):

$$\frac{\omega}{v} - h_s \approx \frac{\omega - h_s v_0}{v_0} - \frac{\omega}{v_0^2} \frac{\Delta\varepsilon}{\left(d\varepsilon / dv\right)_{v=v_0}}. \tag{6.7}$$

Вводя безразмерные параметры и переменные:

$$w = \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0}, \ \zeta = kz, \ a = \frac{eE_{\perp,s}\psi(z)}{kmc^2\gamma_0}, \ \mu = \frac{1}{\beta_0^3\gamma_0^2}, \ \delta = \frac{1}{\beta_0} - \frac{1}{\beta_{ph}}, \tag{6.8}$$

систему уравнений (6.5) можно представить в более удобном для последующего анализа виде:

$$\begin{cases} \dfrac{dw}{d\zeta} = \mathrm{Re}\left\{ae^{i\theta}\right\} \\ \dfrac{d\theta}{d\zeta} = \delta - \mu w \end{cases} \tag{6.9}$$

$$w(0) = 0$$

$$\theta(0) = \theta_0 \in \left[0;2\pi\right]$$

Полученная система уравнений может решаться методом последовательных приближений. В нулевом приближении будем считать, что изменении энергии частиц не влияет на время их пролета через пространство взаимодействия, т. е. в уравнении для фазы можно пренебречь членом μw. Тогда

$$\theta^{(0)} = \delta\zeta + \theta_0,$$

$$w^{(0)}(\zeta) = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta_0} \int_0^{\zeta} ae^{-i\delta\zeta'} d\zeta' + к.с. \right). \tag{6.10}$$

Пусть, например, распределение электрического поля в области взаимодействия является однородным, тогда

$$w^{(0)}(\zeta_k) = a\zeta_k \frac{\sin(\theta_s / 2)}{\theta_s / 2} \cos\left(\theta_0 + \frac{\theta_s}{2} \right), \tag{6.11}$$

где $\zeta_k = kL, \ \theta_s = \delta\zeta_k = kL / \beta_0$ – невозмущенный угол пролета частиц через пространство взаимодействия. Для малых углов пролета, когда $kL / \beta_0 << 2\pi$, относительное изменение энергии частиц на выходе из пространства взаимодействия пропорционально расстоянию между плоскостями:

$$w^{(0)} \approx \frac{eE_{\perp,s}L}{mc^2\gamma_0} \cos\theta_0. \tag{6.12}$$

При больших углах пролета $w^{(0)}$ является периодической функцией координаты ζ. Ее максимальное значение не зависит от длины зазора и определяется частотой колебаний поля.

$$\left|w^{(0)}\right| \le \frac{1}{\pi}\beta_0 \frac{eE_{\perp,s}\lambda}{mc^2\gamma_0}. \qquad (6.13)$$

Среднее относительное изменение энергии, приобретаемой каждой частицей при больших углах пролета, есть:

$$\left\langle w^{(0)}\right\rangle_\zeta = \frac{1}{\zeta_k}\int_0^{\zeta_k} w^{(0)}(\zeta)d\zeta \approx \frac{a}{\delta}\sin\theta_0 = \frac{1}{2\pi}\beta_0 \frac{eE_{\perp,s}\lambda}{mc^2\gamma_0}\sin\theta_0. \qquad (6.14)$$

Независимо от угла пролета изменение энергии частиц является периодической функцией фазы влета (θ_0), поэтому

$$\left\langle w^{(0)}\right\rangle_{\theta_0} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} w^{(0)}d\theta_0 = 0.$$

Таким образом, хотя в потоке частиц, покинувших область взаимодействия, имеются как ускоренные, так и замедленные частицы, в среднем энергообмен между потоком частиц и электромагнитным полем отсутствует.

Учтем влияние изменения энергии частиц на время взаимодействия с электромагнитным полем. В этом приближении уравнение для фазы принимает вид:

$$\frac{d\theta^{(1)}}{d\zeta} = \delta - \mu w^{(0)}(\zeta). \qquad (6.15)$$

Решение уравнения (6.15) можно представить как $\theta^{(1)} = \theta^{(0)} + \Delta\theta$, где величина $\Delta\theta$ обусловлена изменением энергии частиц при их взаимодействии с электрическим полем высокочастотных колебаний.

Пусть

$$\left|\Delta\theta(\zeta_k)\right| = \mu\int_0^{\zeta_k} w^{(0)}(\zeta)d\zeta = \left|\mu\zeta_k\left\langle w^{(0)}\right\rangle_\zeta\right| << 2\pi. \qquad (6.16)$$

Условие (6.16) выполняется, если при пролете через пространство взаимодействия

$$\left\langle w^{(0)}\right\rangle_\zeta << \frac{1}{\mu}\frac{2\pi\delta}{\theta_s} = \frac{\lambda\beta_0^2\gamma_0^2}{L}. \qquad (6.17)$$

Выполнение условия (6.17) позволяет линеаризовать уравнение для энергии и определить среднее по фазам влета изменение энергии частиц или изменение энергии потока частиц (см. Приложение 6.1):

$$\left\langle w^{(1)} \right\rangle_{\theta_0} = -\frac{1}{4}\mu\zeta_k^3 a_{\max}^2 \Phi'(\theta_s), \tag{6.18}$$

или в размерных единицах:

$$\left\langle w^{(1)} \right\rangle_{\theta_0} = \frac{\pi}{2}\frac{L}{\lambda}\frac{1}{\beta_0^3\gamma_0^2}\left[\frac{eE_{\perp,s}L}{mc^2\gamma_0}\right]^2 \Phi'(\theta_s),$$

где

$$\Phi(\theta_s) = \left|\int_0^1 \psi(\tau)e^{i\theta_s\tau}d\tau\right|^2, \qquad \tau = \zeta/\zeta_k. \tag{6.19}$$

Для однородного распределения поля в зазоре

$$\Phi(\theta_s) = \frac{\sin^2(\theta_s/2)}{(\theta_s/2)^2}, \qquad \Phi'(\theta_s) = 2\frac{\theta_s\sin\theta_s - 2(1-\cos\theta_s)}{\theta_s^3} \tag{6.20}$$

График функции $\Phi'(\theta_s)$ приведен на рис. 6.2.

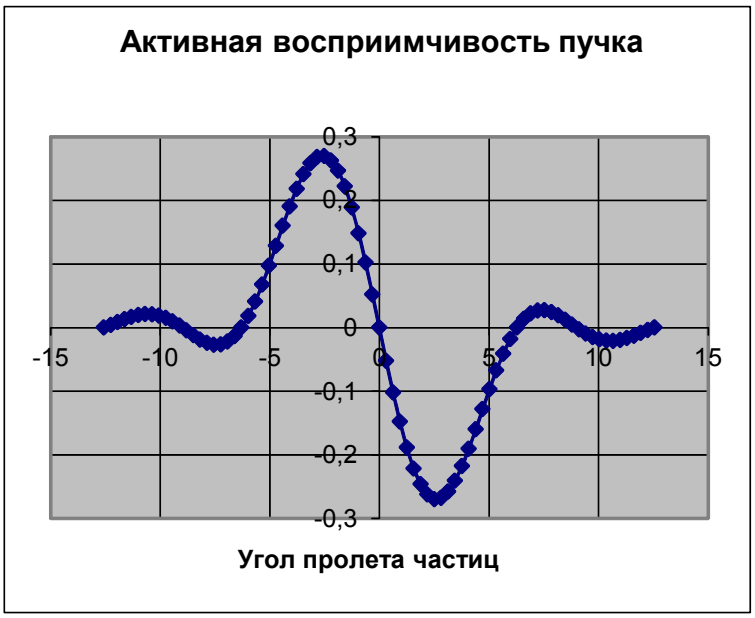

Рис. 6.2. Зависимость активной части электронной восприимчивости электронного пучка от угла пролета частиц

Поскольку $\left\langle w^{(1)} \right\rangle_{\theta_0} \neq 0$, то между потоком частиц и электромагнитными колебаниями существует энергообмен. В диапазоне углов пролета

$2\pi < \theta_s < 0$ функция $\Phi'(\theta_s) > 0$. Ее максимальное значение $\Phi'_{\max} \approx 0.27$ при $\theta_s \approx -0.8\pi$. Это означает, что в данном диапазоне углов пролета $\left\langle w^{(1)} \right\rangle_{\theta_0} < 0$ или поток частиц отдает энергию электромагнитному полю. Для малых углов пролета, когда время взаимодействия каждой отдельной частицы с электромагнитным полем $\Delta t << T$, где $T = 2\pi / \omega$ – период колебаний поля, энергообмен между потоком частиц и электромагнитными колебаниями отсутствует. В этом случае частицы движутся практически в стационарных полях. Энергия, приобретаемая потоком частиц в ускоряющих полях, теряется за счет тех частиц, которые вынуждены отдавать свою энергию полю, попав в неблагоприятные фазы поля.

В диапазоне углов пролета $2\pi < \theta_s < 3\pi$, когда фазовая скорость волны больше скорости электронов, среднее значение относительного изменения энергии, также, $\left\langle w^{(1)} \right\rangle_{\theta_0} < 0$. В данном диапазоне углов пролета происходит усиление электромагнитных колебаний (монотронный эффект). Для однородного распределения поля $\Phi'_{\max,monotron} \approx 0.025$.
Линейный КПД генерации можно найти из выражения:

$$\eta_l = \frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1} \left\langle w^{(1)} \right\rangle_{\theta_0} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\lambda} \frac{L^3}{\beta_0^3 \gamma_0^3 (\gamma_0 - 1)} \left[\frac{eE_{\perp,s}}{mc^2} \right]^2 \Phi'(\theta_s). \qquad (6.21)$$

Примечание 1

При решении задачи в нулевом приближении предполагалось, что изменение энергии мало. Это в свою очередь дало возможность пренебречь изменением скорости частиц за время взаимодействия. По крайней мере, при малых углах пролета в этом приближении можно использовать условие $\Delta\beta << \beta_0$, а не условие $\Delta\varepsilon << \varepsilon_0$. В нерелятивистском случае эти условия эквивалентны. В ультрарелятивистском случае малое изменение скорости частицы возможно, если $\Delta\varepsilon / \varepsilon_0 << \gamma_0^2$. Таким образом, в ультрарелятивистском пределе при малых углах пролета полученные решения справедливы и при значительном изменении энергии частиц.

Примечание 2

При описании взаимодействия потока частиц с полем использовалось явное выражение, связывающее изменение энергии и изменения скорости частиц, которое имеет вид:

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma_0} \approx \gamma_0^2 \beta_0^2 \frac{\Delta\beta}{\beta_0},$$

Это выражение справедливо, если $\Delta\gamma << \gamma_0$ и, следовательно, $\Delta\beta / \beta_0 << 1/\gamma_0^2\beta_0^2$. Условие (13) требует, чтобы $\dfrac{\Delta\gamma}{\gamma_0} << \dfrac{\lambda\beta_0^2\gamma_0^2}{L}$.

Приложение 6.1

Изменение энергии частиц при взаимодействии с электрическим полем в нулевом приближении можно записать в виде:

$$w^{(0)}(\zeta) = \int_0^{\zeta} \mathrm{Re}\left\{ae^{i\theta_0} e^{i\delta\zeta'} d\zeta'\right\} = \frac{1}{2}\left[e^{i\theta_0}\varphi(\zeta) + e^{-i\theta_0}\varphi^*(\zeta)\right], \tag{6.22}$$

где

$$\varphi(\zeta) = \int_0^{\zeta} ae^{i\delta\zeta'} d\zeta'. \tag{6.23}$$

В следующем приближении

$$\begin{gathered} \frac{d\theta^{(1)}}{d\zeta} = \delta - \mu w^{(0)} \\ \theta^{(1)}(\zeta) = \theta_0 + \delta\zeta - \frac{\mu}{2}\int_0^{\zeta}\left[e^{i\theta_0}\varphi(\zeta') + e^{-i\theta_0}\varphi^*(\zeta')\right] d\zeta' \end{gathered} \tag{6.24}$$

$$w^{(1)}(\zeta) = \int_0^{\zeta} \mathrm{Re}\left\{ae^{i\theta_0} e^{i\delta\zeta'} \exp\left[-i\frac{\mu}{2}\int_0^{\zeta'} w^{(0)}(\zeta'')\, d\zeta''\right]\right\} d\zeta' \tag{6.25}$$

Будем считать, что

$$\left|\mu\int_0^{\zeta_\kappa} w^{(0)}(\zeta')\, d\zeta'\right| << 2\pi, \tag{6.26}$$

тогда

$$w^{(1)}(\zeta) \approx \int_0^{\zeta} \mathrm{Re}\left\{ae^{i\theta_0} e^{i\delta\zeta'}\left[1 - i\frac{\mu}{2}\int_0^{\zeta'} w^{(0)}(\zeta'')\, d\zeta''\right]\right\} d\zeta' \tag{6.27}$$

Проводя усреднение по начальным фазам, нетрудно получить

$$\left\langle w^{(1)}(\zeta)\right\rangle_{\theta_0} \approx -i\frac{\mu}{4}\int_0^{\zeta}\varphi'\left(\int_0^{\zeta'}\varphi^* d\zeta''\right) d\zeta' + к.с. \tag{6.28}$$

Интеграл может быть взят по частям, тогда

$$\left\langle w^{(1)}(\zeta)\right\rangle_{\theta_0} \approx -i\frac{\mu}{4}\left(\varphi\int_0^{\zeta}\varphi^* d\zeta' - \varphi^*\int_0^{\zeta}\varphi\, d\zeta'\right). \tag{6.29}$$

Рассмотрим функцию $f = \left|\varphi\left(\zeta,\delta\right)\right|^2$. Тогда

$$\frac{\partial f}{\partial \delta} = \varphi \frac{\partial \varphi^*}{\partial \delta} + \varphi^* \frac{\partial \varphi}{\partial \delta}$$

Учтем, что

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \delta} = \frac{\partial}{\partial \delta}\left(\int_0^{\zeta} a e^{i\delta\zeta'} d\zeta'\right) = i\int_0^{\zeta} \zeta' \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta'} d\zeta' = i\zeta\varphi - i\int_0^{\zeta} \varphi d\zeta'$$

Отсюда

$$\frac{\partial f}{\partial \delta} = -i\varsigma\,|\,\varphi\,|^2 + i\varphi\int_0^{\varsigma} \varphi^* d\varsigma' + i\varsigma\,|\,\varphi\,|^2 - i\varphi^*\int_0^{\varsigma} \varphi\, d\varsigma'$$

Таким образом,

$$\varphi\int_0^{\zeta_\kappa} \varphi^* d\zeta - \varphi^*\int_0^{\zeta_\kappa} \varphi d\zeta = -i\frac{\partial}{\partial \delta}\left|\,\varphi\left(\delta,\zeta_\kappa\right)\right|^2, \tag{6.30}$$

а выражение для изменения энергии потока частиц можно представить в виде

$$\left\langle w^{(1)}\right\rangle_{\theta_0} \approx -\frac{\mu}{4}\frac{\partial}{\partial \delta}\left|\,\varphi(\delta,\zeta_\kappa)\right|^2. \tag{6.31}$$

Преобразуем функцию $\varphi(\delta,\zeta_\kappa)$:

$$\varphi(\delta,\zeta_\kappa) = a_{\max}\zeta_\kappa \int_0^{\zeta_\kappa} \psi(\tau)\exp\left(i\delta\zeta_\kappa \frac{\zeta}{\zeta_\kappa}\right) d\,\frac{\zeta}{\zeta_\kappa} \tag{6.32}$$

и введем новую функцию

$$\Phi\left(\theta_s\right) = \left|\int_0^1 \psi(\tau) e^{i\theta_s\tau} d\tau\right|^2, \tag{6.33}$$

где $\theta_s = \delta\zeta_k$, $\tau = \zeta/\zeta_k$. Тогда среднее по фазам влета изменение энергии частиц можно записать в виде:

$$\left\langle w^{(1)}\right\rangle_{\theta_0} = -\frac{1}{4}\mu\zeta_\kappa^3 a_{\max}^2 \Phi'\left(\theta_s\right). \tag{6.34}$$

Лекция 7
СТАРТОВЫЙ ТОК И КПД РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧЕРЕНКОВСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ

Стартовый ток генераторов с фиксированной структурой поля

В генераторах с резонансными электродинамическими системами структуру поля можно считать фиксированной, когда $Q >> Q_d$, Q_d – дифракционная добротность.

Для нахождения стартовых условий генерации уравнения движения необходимо дополнить условием баланса мощностей:

$$P_{mw} = \eta_l P_b = \eta_l I_b U_c = \eta_l I_b (\gamma_0 - 1)\frac{mc^2}{e}. \qquad (7.1)$$

Здесь P_b и P_{mw} – мощности электронного пучка и микроволнового излучения, соответственно; U_c – напряжение на катоде, I_b – ток пучка. Пренебрегая потерями в стенках резонатора выражение для мощности излучения можно записать в следующем виде:

$$P_{mw} \approx \frac{W\omega}{Q}, \qquad (7.2)$$

где Q – добротность, W – энергия, запасенная в резонаторе. Откуда стартовый ток равен:

$$I_{st} \approx \frac{e}{mc^2}\frac{W\omega}{\eta_l(\gamma_0 - 1)Q},$$

с учетом выражения (4.21) для линейного КПД:

$$I_{st} \approx 4\frac{mc^3}{e}\left(\frac{\gamma_0\beta_0}{L}\right)^3 \frac{W}{E_{\perp,s}^2 \Phi'(\theta_s)Q}, \qquad (7.3)$$

где $\frac{mc^3}{e} \approx 17kA$ – Альфвеновский ток.

Энергию, запасенную в цилиндрическом резонаторе можно записать в виде:

$$W = \frac{1}{4V_{gr}}\int_0^L (N_+|C_+|^2 + N_-|C_-|^2)dz, \qquad (7.4)$$

где N_i, C_i – нормы и нормированные амплитуды прямой и обратной волн, соответственно. При однородном распределении вдоль оси z:

$$|C_+| = |C_-| = 1,$$

$$N_+ = N_- = \frac{c}{2\pi}\int_0^{S_0} \mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right]_z dS,$$

$$W = \frac{L}{4\pi\beta_{gr}}\int_0^{S_0} \mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right]_z dS = \frac{L}{2V_{gr}}N,$$

и, соответственно, стартовый ток генератора

$$I_{st} \approx 2\frac{mc^3}{e}\frac{(\gamma_0\beta_0)^3}{L^2V_{gr}}\frac{N}{E_{\perp,s}^2\Phi'(\theta_s)Q}. \qquad (7.5)$$

Через сопротивление связи $Z = \dfrac{E_{\perp,s}^2}{2h^2P}$ стартовый ток можно выразить в следующем виде:

$$I_{st} \approx 4\frac{mc^3}{e}\frac{(\gamma_0\beta_0)^3}{L^2V_{gr}}\frac{N}{h^2Z\Phi'(\theta_s)Q}, \qquad (7.6)$$

где P – мощность, переносимая волной.

С учетом конкретных выражений для электромагнитных полей нетрудно получить:

$E_z = iE_0J_m(rg_{mp})e^{im\varphi}$, $N_E = \dfrac{chkR^2}{2g_{mp}^2}E_0^2J_{m+1}^2(\nu_{mp})$ – для волн Е-типа,

где $g_{mp} = \dfrac{\nu_{mp}}{R}$, ν_{mp} – корень уравнения $J_m(\nu_{mp}) = 0$, R – радиус волновода, $H_z = -iE_0J(rg_{mp})e^{im\varphi}$,

$$N_H = \frac{chkR^2}{2g_{mp}^2}(1-\frac{n^2}{\mu_{mp}^2})E_0^2J_n^2(\mu_{mp})$$

– для волн Н-типа,

где $g_{mp} = \dfrac{\mu_{mp}}{R}$, μ_{mp} – корень уравнения $J_{m+1}(\mu_{mp}) = 0$.

Нелинейные уравнения

Уравнения (6.5), (см. Лекцию 6), можно записать в виде

$$\begin{cases} \dfrac{d\gamma}{d\zeta} = \mathrm{Re}\left\{a\psi(z)e^{i\theta}\right\} \\ \dfrac{d\theta}{d\zeta} = \dfrac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2-1}} - \dfrac{1}{\beta_{ph,s}}, \end{cases} \tag{7.7}$$

с граничными условиями

$$\theta(0) = \theta_0 \in [0,2\pi],$$
$$\gamma(0) = \gamma_0$$

На рис. 7.1 приведены результаты численного решения нелинейных уравнений (7.7) в ультрарелятивистском случае при $\gamma_0 >> 1$ для черенковских генераторов с различным продольным распределением высокочастотного поля. Как видно, КПД релятивистских черенковских генераторов сильно зависит от продольного распределения синхронного ВЧ поля, наиболее оптимально оно в клистроне и твистроне. КПД этих генераторов может быть достаточно высоким до 58 %. Однако следует отметить, что в уравнениях (7.7) не учтено влияние высокочастотного пространственного заряда электронного пучка.

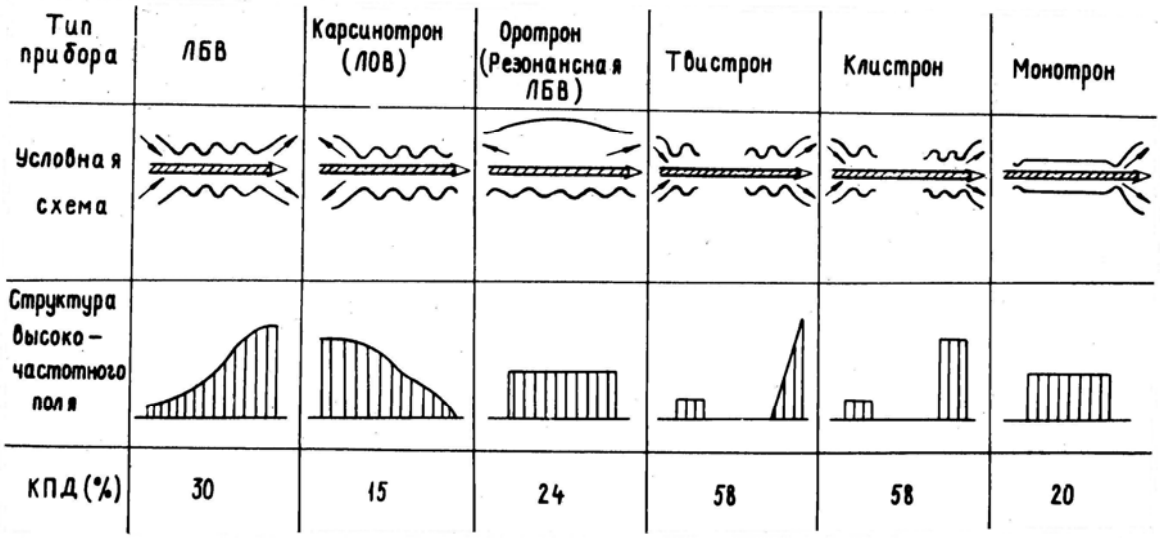

Рис. 7.1. Схема и расчетный КПД черенковских генераторов в ультрарелятивистском приближении

Лекция 8
ЗАМЕДЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧЕРЕНКОВСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ. ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ. АМПЛИТУДА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК

На рис. 8.1 приведена типичная схема релятивистского черенковского генератора. Электронный пучок формируется в коаксиальном диоде с магнитной изоляцией. Электроны эмитируются со взрывоэмиссионного катода и затем транспортируются в сильном продольном магнитном поле вдоль замедляющей системы. Как правило, в качестве замедляющих систем релятивистских черенковских генераторов используются металлические периодически гофрированные волноводы. При этом синхронизм электронного пучка осуществляется с одной из замедленных пространственных гармоник периодической структуры (см. лекцию 6).

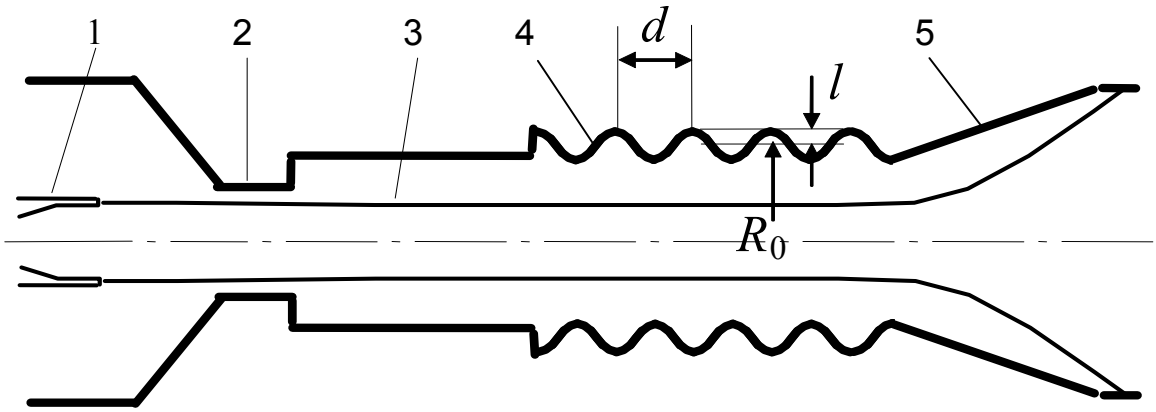

Рис. 8.1. Типичная конфигурация релятивистского черенковского генератора:
1 – катод, 2 – запредельное сужение, 3 – электронный пучок, 4 – замедляющая структура, 5 – выходной излучающий рупор

Вычислим дисперсионные характеристики и амплитуды гармоник для замедляющей системы в виде слабо гофрированного волновода круглого сечения: $R = R_0 + l\cos(h_d z)$, где R_0 – средний радиус волновода, l – амплитуда гофрировки, $h_d = 2\pi/d$, d – период гофрировки.

Представим поля в волноводе в виде суммы пространственных гармоник. Так для симметричных волн электрического типа TM_{oq} поля можно записать в виде:

$$
\begin{aligned}
&E_r = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h_n J_1(g_n r)\exp(ih_n z - i\omega t),\\
&E_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_n J_0(g_n r)\exp(ih_n z - i\omega t),\\
&h_n = h_0 + nh_n,\\
&g_n = \sqrt{k^2 - h_n^2},\\
&k = \omega / c.
\end{aligned}
\tag{8.1}
$$

Здесь a_n, h_n, g_n – амплитуда, продольное и поперечное волновые числа пространственной гармоники, n – номер гармоники.

Граничным условием на поверхности замедляющей системы является равенство нулю тангенциальной составляющей электрического поля:

$$E_r \sin\alpha + E_z \cos\alpha = 0 \tag{8.2}$$

или

$$(dR/dz)E_r + E_z = 0, \tag{8.3}$$

где α – угол между поверхностью замедляющей системы и осью.

Для $l << \lambda$, $l << d$, $l << R_0$ (λ – длина волны излучения) после разложения в ряд Тейлора граничное условие (8.3) выглядит следующим образом:

$$\sum_{n=0}^{N} \frac{l^n}{n!}\frac{\partial^n E_z}{\partial r^n} + \frac{dR}{dz}\sum_{n=0}^{N-1}\frac{l^n}{n!}\frac{\partial^n E_r}{\partial r^n} \approx 0. \tag{8.4}$$

Подставляя значения полей (8.1) при $R(z) \approx R_0$ в (8.3) и оставляя члены до второго порядка малости по l/R_0 нетрудно получить дисперсионное уравнение:

$$
\begin{aligned}
&g_0 J(g_0 R_0) \approx\\
&\approx \left(\frac{l}{2}\right)^2 J_1(g_0 R_0)\left\{-\frac{g_0^2}{R_0} + \frac{J_1(g_{-1}R_0)\left[g_0^2 + h_0 h_d\right]^2}{g_{-1}J_0(g_{-1}R_0)} + \frac{J_1(g_1 R_0)\left[g_0^2 - h_0 h_d\right]^2}{g_1 J_0(g_1 R_0)}\right\},
\end{aligned}
\tag{8.5}
$$

и отношение амплитуд гармоник:

$$\frac{a_{\pm 1}}{a_0} \approx \frac{l}{2} J_1(g_0 R_0)\frac{g_0^2 \mp h_0 h_d}{g_{\pm 1} J_0(g_{\pm 1} R_0)}. \tag{8.6}$$

С увеличением номера гармоники ее амплитуда падает как $(l/R_0)^n$. Вне брэгговских резонансов мощность, переносимая волной определяется выражением:

$$P = \frac{c}{8\pi}\,\mathrm{Re}\int\limits_{S_\perp}\left[\vec{E}\times\vec{H}^*\right]_z dS \approx \frac{\left|a_0\right|^2}{8} c h_0 k R_0^2 J_1^2(\nu_{0q}) + O(l/\lambda)^2 \qquad (8.7)$$

Сопротивление связи для волны типа TM_{0q} и $n = \pm 1$ с электронным пучком радиуса r_b с учетом выражений (8.6), (8.7) можно записать в виде:

$$Z \approx l^2 \frac{\left(g_0^2 \mp h_0 h_d\right)^2}{(h_0 \pm h_d)^2 c k h_0 R_0^2} \frac{J_0^2(g_{\pm 1} r_b)}{J_0^2(g_{\pm 1} R_0)} \qquad (8.8)$$

Качественный вид дисперсионных кривых гофрированных волноводов показан на рис. 8.2, сплошные линии для нормальных волн с $V_{gr} > 0$, пунктир – встречные им волны с $V_{gr} < 0$, Δk_{II} – полосы пропускания, n – номер пространственных гармоник, I и II – нижняя и верхняя границы первой полосы пропускания (Δk_{II1}).

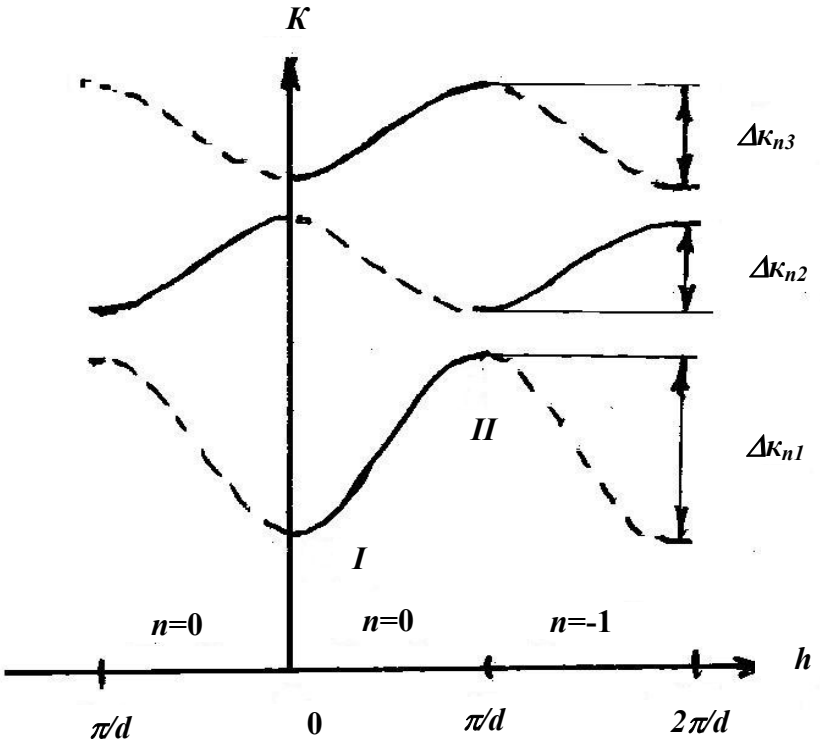

Рис. 8.2. Качественный вид дисперсионных кривых гофрированных волноводов

Вблизи π-видов, где $h_0 = h_d/2$, h_n комплексны и ширина полосы непрозрачности определяется выражением:

$$\Delta k \approx \frac{l}{R_0} \frac{\left(\nu_{0q} / R_0\right)^2 + h_d^2 / 2}{k}, \tag{8.9}$$

где $k^2 = \left(\frac{\nu_{0q}}{R_0}\right)^2 + h_0^2$, ν_{0q} – корень уравнения $J_0(\nu_{0q}) = 0$.

Замедление для всех типов волн отсутствует при

$$\frac{lR_0}{d^2} < 0.3 \tag{8.10}$$

Вдали от брэгговских резонансов дисперсионное уравнение можно преобразовать к виду:

$$k^2 - h_0^2 \approx$$

$$\approx g_0^2 - \frac{l^2}{2R_0}\left[-\frac{g_0^2}{R_0} + \frac{J_1(g_{-1}R_0)\left[g_0^2 + h_0 h_d\right]^2}{g_{-1}J_0(g_{-1}R_0)} + \frac{J_1(g_1R_0)\left[g_0^2 - h_0 h_d\right]^2}{g_1 J_0(g_1 R_0)}\right], \tag{8.11}$$

Из выражения (8.11), в частности, видно, что для волн электрического типа в гофрированном волноводе в сравнении с гладким волноводом значение критической частоты уменьшается.

Лекция 9
ЛАМПА БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ (ЛБВ). ЛАМПА ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ (ЛОВ). РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ТВИСТРОН. КЛИСТРОН С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Лампа бегущей волны (ЛБВ)

В ЛБВ, как правило, в синхронизме с электронами пучка находится (+1)-я пространственная гармоника попутной волны. Уравнение движения и уравнение возбуждения для ЛБВ можно записать следующим образом (см. лекции 4, 6, 7):

$$\begin{cases} \dfrac{d\varepsilon}{d\xi} = -\mathrm{Re}\left\{ae^{i\vartheta}\right\} \\ \dfrac{d\vartheta}{d\xi} = \dfrac{1}{\beta} - \dfrac{1}{\beta_s} \\ \dfrac{da}{d\xi} = -\hat{I} \cdot \dfrac{1}{\pi} \int\limits_o^{2\pi} e^{-i\vartheta} d\vartheta_o \end{cases}, \qquad (9.1)$$

с граничными условиями:

$$\begin{cases} \vartheta(o) = \vartheta_o \in [o, 2\pi] \\ a(o) = a_o \end{cases}$$

Здесь a_o-амплитуда поля на входе в пространство взаимодействия с электронным пучком, J_A=17 кА – Альфвеновский ток,

$$a = \frac{eE_s}{kmc^2\gamma},$$

$$\hat{I} = \frac{2J_b}{J_A} \frac{g_o^2 |\delta|^2}{\gamma_o h_o k^3 R^2 \widehat{N}},$$

$$\xi = kz,$$

$\sigma = \dfrac{E_s}{E_o}$ – коэффициент связи электромагнитной волны с электронным пучком, β_s – фазовая скорость синхронной волны, $g_o = \dfrac{\nu_{mp}}{R}$ – поперечное

волновое число для волны Е-типа, $g_o = \dfrac{\mu_{mp}}{R}$ – поперечное волновое число для волны Н-типа, $h_o = \sqrt{k^2 - g_o^2}$, $\widehat{N}$ – безразмерная норма волны,

$\widehat{N} = J_{m+1}^2\left(\nu_{mp}\right)$ – для волн Е-типа,

$\widehat{N} = \left(1 - \dfrac{m^2}{\mu_{mp}^2}\right) J_m^2\left(\mu_{mp}\right)$ – для волн Н-типа,

$|\sigma| = l\,\dfrac{h_o h_d - g^2}{k}\,\rho_m\left(\nu_{mp}\right) J_{m+1}\left(\nu_{mp}\right)$ – для волн Е-типа,

$|\sigma| = l h_d\,\dfrac{m}{\mu_{mp}}\,\rho_m\left(\mu_{mp}\right) J_m\left(\mu_{mp}\right)$ – для волн Н-типа,

$$\rho_m = \frac{I_m\left(r_b / L_\perp\right)}{I_m\left(R / L_\perp\right)},\ L_\perp = \frac{1}{|p_\perp|} \approx \frac{1}{\sqrt{h_s^2 - k^2}} \approx \frac{\lambda\gamma\beta}{2\pi},$$

I_m – модифицированная функция Бейселя, l – амплитуда гофрировки. Линеаризуя уравнения (9.1) в приближении малого изменения энергии электронов $w << 1$, можно получить:

$$\begin{cases} \dfrac{dw}{d\xi} = \mathrm{Re}\left\{a e^{i\vartheta}\right\} \\ \dfrac{d\vartheta}{d\xi} = \delta + \mu w \\ \dfrac{da}{d\xi} = -\hat{I}\,\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_o^{2\pi} e^{-i\vartheta} d\vartheta_o \end{cases} \tag{9.2}$$

$$\delta = -\frac{1}{\beta_s} + \frac{1}{\beta_o},\ w = \frac{\gamma_o - \gamma}{\gamma_o},\ \mu = \frac{1}{\beta_o^3 \gamma_o^2},$$

β_o – начальная скорость электронов, μ – параметр неизохронности.

С помощью подстановки

$$x = C \cdot \xi,\ \Delta = \frac{\delta}{C}, C^3 = \frac{\hat{I}}{\mu},$$

$$F = \frac{\mu a}{C^2}\ e^{-i\Delta \cdot x},\ \upsilon = \vartheta + \Delta \cdot x,$$

где C – параметр Пирса, уравнения (9.2) сводятся к уравнениям для «классической» нерелятивистской ЛБВ:

$$\begin{cases} \dfrac{dF}{dx} + i\Delta \cdot F = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} e^{-i\upsilon}\, d\upsilon_o \\ \dfrac{d^2\upsilon}{dx^2} = \mathrm{Re}\left(Fe^{i\upsilon}\right) \end{cases}, \tag{9.3}$$

с граничными условиями для пучка и волны:

$$\begin{cases} \upsilon(0) = \upsilon_0, \ \left.\dfrac{d\upsilon}{dx}\right|_{x=0} = 0 \\ F(0) = F_0 \end{cases}$$

В режиме малого сигнала, линеаризуя уравнения (9.3) и представляя их решения в виде $F \propto \exp(-i\chi x)$, получим дисперсионное уравнение для ЛБВ:

$$\chi^2(\chi - \Delta) + 1 = 0, \tag{9.4}$$

согласно которому максимум приведенного инкремента волны достигается при нулевой начальной отстройке $\Delta = 0$ и равен $\mathrm{Im}\chi = \sqrt{3}/2$, соответственно

$$\mathrm{Im}h = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\omega}{\upsilon_o}C. \tag{9.5}$$

КПД усилителя можно вычислить из выражения:

$$\eta = \frac{\beta_0^2}{1-\gamma_0^{-1}}\frac{C}{|\mu|}\hat{\eta}, \ \hat{\eta} = \left\langle \frac{d\upsilon}{dx} \right\rangle_{x=x_K}.$$

Максимум приведенного КПД $\hat{\eta}$, найденного интегрированием уравнений (9.1) $\hat{\eta}_{\max} \approx 2.56$ достигается при $\Delta = 1.78$.

Лампа обратной волны (ЛОВ)

Отличие уравнений ЛОВ от уравнений ЛБВ, только в знаке последнего выражения – уравнении возбуждения, поскольку электромагнитная волна в ЛОВ движется навстречу электронному пучку, а синхронизм осуществляется с (–1)-й пространственной гармоникой встречной волны (см. лекцию 7):

$$\begin{cases} \dfrac{d\varepsilon}{d\xi} = \mathrm{Re}\left\{ae^{i\vartheta}\right\} \\ \dfrac{d\vartheta}{d\xi} = \dfrac{1}{\beta} - \dfrac{1}{\beta_s} \\ \dfrac{da}{d\xi} = \hat{I} \cdot \dfrac{1}{\pi} \int\limits_o^{2\pi} e^{-i\vartheta} d\vartheta_o \end{cases} \tag{9.6}$$

и другие граничные условия для волны:

$$a(\xi_k) = 0$$

для пучка те же самые:

$$\vartheta(0) = \vartheta_o \in [0, 2\pi].$$

Далее производя те же преобразования, что для ЛБВ, получаем уравнения для «классической» нерелятивистской ЛОВ:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\upsilon}{dx^2} = \mathrm{Re}\left\{Fe^{i\upsilon}\right\} \\ \dfrac{dF}{dx} + i\Delta \cdot F = -\dfrac{1}{\pi} \int\limits_o^{2\pi} e^{-i\upsilon} d\upsilon_o \\ F(x_k) = 0 \\ \upsilon(0) = \upsilon_0 \end{cases} \tag{9.7}$$

В линейном приближении при $F \propto \exp(-i\chi x)$ имеем дисперсионное уравнение ЛОВ:

$$\chi^2(\chi - \Delta) - 1 = 0, \tag{9.8}$$

из которого с учетом граничных условий можно найти условия возникновения автоколебаний: $x_k = 1.98 \quad \Delta = 1.6$, и, соответственно, для стартового тока ЛОВ можно получить:

$$J_{st} = 1.2 J_A \cdot \frac{h_o}{g_o^2} \frac{S \cdot \widehat{N}}{|\sigma|^2} \left(\frac{\gamma_o \beta_o}{L} \right)^3. \tag{9.9}$$

КПД ЛОВ определяется из уравнения (9.6) и зависит от превышения рабочего тока J_b над стартовым J_{st}. Зависимость $\hat{\eta}$ от J_b / J_{st},

найденная из числительного решения нелинейных уравнений дает $\hat{\eta}_{\max} \approx 0.8$, при $J_b / J_{st} \approx 1.5$ и $\Delta \approx 1.7$.Стационарный режим одночастотной генерации реализуется при $J_b / J_{st} < 3.2$.

Релятивистский твистрон

Релятивистский твистрон состоит из модулятора, секции дрейфа и секции энергоотбора – ЛБВ. Условная схема твистрона и продольное распределение синхронного поля приведены на рис. 7.1 (лекция 7). В модуляторе осуществляется группировка электронного пучка по скорости, затем в дрейфовом пространстве модуляция по скорости переходит в модуляцию по плотности (см. лекцию 5) – образуются электронные сгустки, которые поступают на вход ЛБВ, где и происходит преобразование их энергии в энергию СВЧ излучения.

Уравнения для выходной секции твистрона записываются в аналогичном виде как и для ЛБВ (9.1), (9.3), но с другими граничными условиями для пучка на входе в секцию

$$\upsilon(o) = \upsilon_o + \upsilon_{вл} - X \cdot \sin\upsilon, \qquad (9.10)$$

где $\upsilon_{вл}$ – фаза влета центра электронного сгустка в выходную секцию; $X = F_{мод} \cdot X_{мод} \cdot X_{др}$ – параметр группировки; $F_{мод}$ – амплитуда модулирующего поля; $X_{мод}$ – длина модулирующей секции; $X_{др}$ – длина пространства дрейфа.

Из численного решения нелинейных уравнений имеем:

$$X_{опт} = 1.84, \hat{\eta}_{\max} = 2.5, \Delta = 2.$$

Клистрон с распределенным взаимодействием

В отличие от твистрона в клистроне секция энергоотбора на выходе резонансная (см. рис. 7.1, лекция 7) и распределение поля близкое к прямоугольному. Из решения нелинейных уравнений с заданным распределением поля в выходной секции и условиями для электронов пучка на входе в секцию энергоотбора (9.10) можно получить:

$$\hat{\eta}_{\max} = 1.2, \Delta = 0.4, \upsilon_{вл} \approx 0.$$

Лекция 10
РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ГЕНЕРАТОРЫ, ОСНОВАННЫЕ НА ВЫНУЖДЕННОМ МАГНИТОТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ. МАЗЕРЫ НА ЦИКЛОТРОННОМ АВТОРЕЗОНАНСЕ. ГИРОТРОНЫ. УБИТРОНЫ

Частотно-угловой спектр магнитотормозного излучения электронов

Излучение электрона, движущегося по окружности в вакууме

Электрон, совершающий плоское движение в однородном магнитном поле $H_0\hat{z}$, излучает на циклотронной частоте

$$\omega_H = \frac{eH_0}{mc\gamma}$$

и ее гармониках

$$\omega = s\omega_H\,,\ s = 1,2,..... \qquad (10.1)$$

Здесь $m\gamma$, m и e – релятивистская масса, масса покоя и заряд электрона, c – скорость света.

При слабо релятивистской $\gamma - 1 << 1$ энергии электрона длина волны $\lambda\!\!\!^{-}_1 = c/\omega_H$, испускаемой на основной циклотронной частоте, во много раз превышает радиус орбиты $r_H = \beta_\perp \lambda\!\!\!^{-}_1$ ($v_\perp = \beta_\perp c$ – вращательная скорость электрона). Поэтому излучение носит, в основном, дипольный характер, т. е. является слабонаправленным и слабо представлено на высоких ($s > 1$) гармониках (циклотронное излучение).

При ультрарелятивистской $\gamma >> 1$ энергии электрона длина волны и радиус орбиты близки по величине. В этом случае излучение сосредоточено в малом диапазоне углов $\Delta\psi \sim \gamma^{-1}$ вблизи направления мгновенной скорости электрона и соответственно спектральный максимум излучения приходится на очень высокие гармоники: $\omega_{\max} \sim \gamma^3\omega_H$ (синхротронное излучение).

Излучение электрона,
движущегося по винтовой линии в вакууме

Если наряду с вращательной электрону придать поступательную скорость $v_z = \beta_z c$ вдоль магнитного поля, то вследствие эффекта Доплера частоты излучаемых волн

$$\omega = \frac{s\omega_H}{1 - \beta_z \cos\psi} \tag{10.2}$$

будут отличаться от гармоник циклотронной частоты. Пока движение остается слаборелятивистским $\beta << 1$, частотно-угловой спектр излучения близок к спектру в случае кругового движения. У ультрарелятивистского электрона мгновенное излучение сосредоточено главным образом в направлении его скорости, а излучение, усредненное по циклотронному периоду, в окрестности питч-угла $\varphi = arctg(\beta_\perp / \beta_z)$. В частности, если в движущейся системе отсчета K', где электрон совершает чисто вращательное движение, его скорость мала по сравнению со скоростью света, а излучение носит дипольный характер, то в лабораторной системе отсчета это излучение сосредоточено вблизи угла $\psi \le \gamma^{-1}$ и имеет частоту значительно превосходящую циклотронную,

$$\omega \sim \gamma^2 \omega_H \tag{10.3}$$

(релятивистское дипольное излучение). Если же в системе K' вращение электрона происходит с ультрарелятивистской скоростью, то в лабораторной системе максимум излучения приходится на углы $\psi >> \gamma^{-1}$ и частоты

$$\omega_{max} \sim \gamma^3 \omega_H \sin\varphi . \tag{10.4}$$

Влияние среды
на характеристики магнитотормозного излучения

Если электрон движется в однородной среде с показателем преломления *n*, где фазовая скорость волн *c*/*n* отлична от скорости света (такая среда во многих отношениях может моделировать волновод или резонатор с гладкими или гофрированными стенками), то излучаемые частоты определяются выражением

$$\omega = \frac{s\omega_H}{1 - \beta_z / \beta_\Phi} , \tag{10.5}$$

где $c\beta_ф = c/(n\cos\psi)$ – фазовая скорость волны в направлении магнитного поля. Излучение существенно отличается от излучения в вакууме лишь при условии, что показатель преломления достаточно отличается от единицы

$$|1-n| >> \gamma^{-2} \qquad (10.6)$$

Так, при излучении в области нормального эффекта Доплера

$$1-\frac{\beta_z}{\beta_ф} > 0,$$

угловая ширина диаграммы направленности в условиях (10.6) значительно больше, чем в отсутствие среды: $\Delta\psi \sim \sqrt{|1-n|}$.

Если же фазовая скорость волн меньше поступательной скорости электрона, то наряду с излучением в области нормального эффекта Доплера электрон испускает на нулевой гармонике (s = 0) модифицированное черенковское излучение в конусе углов, удовлетворяющих условию:

$$1-\frac{\beta_z}{\beta_ф} = 0,$$

а также на отрицательных гармониках (s = –1, –2,…) аномальные доплеровские волны в направлениях; лежащих внутри черенковского конуса

$$1-\frac{\beta_z}{\beta_ф} < 0.$$

При излучении нормальных доплеровских волн поперечный импульс электрона уменьшается. В противоположность этому, излучение аномальных волн сопровождается увеличением поперечного импульса и потому оказывается возможным даже в отсутствие у электрона начальной вращательной скорости.

Заметим, что в направлении магнитного поля $\psi = 0, \pi$ электрон испускает только частоты, соответствующие основной циклотронной частоте (в области нормального эффекта Доплера) или ее (–1)-й гармонике (в области аномального эффекта Доплера).

Энергообмен электрона с волной в условиях циклотронного резонанса

В предыдущем разделе были приведены характеристики излучения электрона, совершающего заданное движение. Учтем теперь влияние

волны на движение электрона и оценим, какую долю своей энергии электрон способен отдать волне. Основные особенности энергообмена можно проследить на простейшей модели, считая волну заданной – плоской, монохроматической обладающей циркулярной поляризацией и распространяющейся вдоль однородного магнитного поля с постоянными амплитудой и фазовой скоростью

$$E_x = E\sin(\omega t - kz),\ E_y = -\cos(\omega t - kz),\ \vec{H} = \beta_ф^{-1}\left[\vec{z}_0\vec{E}\right] \qquad (10.7)$$

Циклотронный резонанс

При исследовании движения электрона формулу (10.4) для частоты излучения естественно рассматривать как условие синхронизма – совпадения частоты циклотронного вращения ω_H (или ее гармоники) с частотой колебаний электрона в волне ($\omega \approx kv_z$). Взаимодействие электрона с волной сохраняет синхронный характер в течение длительного времени $T = L/v_{z0}$ пролета через пространство взаимодействия длины L и при некоторой расстройке синхронизма

$$\omega - kv_z \approx \omega_H \qquad (10.8)$$

если фазовое смещение вращающегося электрона относительно волны $\vartheta = (\omega - kv_z - \omega_H)\mathrm{T}$ не слишком велико

$$|\vartheta| \le 2\pi\ . \qquad (10.9)$$

Проанализируем подробно условие (10.9), обобщая на случай произвольной фазовой скорости волны и произвольной энергии электрона. Фазовое смещение ϑ может быть обусловлено двумя причинами:

1) кинематической – существующей уже в начальный момент отстройкой частоты волны от частоты точного синхронизма

$$\omega^* = \omega_{Ho}/(1 - \beta_{zo}/\beta_ф)$$

$$\vartheta_{кин} = (\omega - \omega^*)(1 - \beta_{zo}/\beta_ф)\mathrm{T} \sim 2\pi N\frac{\omega - \omega^*}{\omega^*}; \qquad (10.10)$$

здесь $N = (\omega_{Ho}\mathrm{T}/2\pi)$ – число оборотов, совершаемых электроном в рабочем пространстве; случаю резонанса соответствует $N >> 1$;

2) динамической – происходящим под действием волны изменением циклотронной частоты вследствие приращения энергии и изменением продольной скорости электрона

$$\vartheta_{дин} = (-\Delta\omega_H - \kappa\Delta v_z)\mathrm{T}\ . \qquad (10.11)$$

Связь изменений энергии и продольной скорости

Как ясно из законов сохранения в системе электрон – волна, приращение энергии (а следовательно, и циклотронной частоты) и продольного импульса электрона происходят согласованным образом. Действительно, благодаря постоянству приращений энергии $d\varepsilon = \hbar\omega$ и продольного импульса $dp_z = \hbar\omega / v_ф$ в каждом элементарном акте (или поглощения)

$$d\varepsilon / dp_z = v_ф = const \qquad (10.12)$$

Это соотношение не содержит постоянной Планка и, очевидно, носит классический характер. Его легко получить не только квантовым способом, но и из классических уравнений движения. Из (10.12) следует, что изменения энергии и продольного импульса электрона за конечное время пропорциональны друг другу:

$$p_z - p_{zo} = (\varepsilon - \varepsilon_o) / v_ф. \qquad (10.13)$$

С учетом этого интеграла и условия синхронизма выражение для динамического фазового смещения преобразуется к виду

$$\vartheta_{дин} \sim 2\pi \mathrm{N} \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \frac{(1-\beta_ф^{-2})}{(1-\beta_{zo}/\beta_ф)} \qquad (10.14)$$

Эффект взаимной компенсации
динамических фазовых смещений. Авторезонанс

Согласно (10.14) при равенстве фазовой скорости волны скорости света ($|\beta_ф|$=1) происходит полная компенсация динамических смещений. Если при этом условие точного синхронизма выполнено в начальный момент, то в дальнейшем оно поддерживается автоматически – авторезонанс. Особенности этого режима будут обсуждаться ниже, а пока будем считать, что фазовая скорость волны достаточно сильно отличается от скорости света.

Допустимое изменение энергии электрона

Согласно (10.9) и (10.14) в условиях синхронизма энергия электрона может отклониться от начального значения на величину

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_o} \approx \frac{1}{\mathrm{N}} \frac{(1-\beta_{zo}/\beta_ф)}{(1-\beta_ф^{-2})} \qquad (10.15)$$

Например, в случае очень большой фазовой скорости волны $|\beta_\phi| >> 1$ (в дальнейшем будет ясно, что этот случай соответствует гиротрону) при резонансе (N>>1) возможно лишь относительно небольшое изменение энергии $\Delta\varepsilon \approx \varepsilon_o / \mathrm{N}$. В то же время в условиях, близких к авторезонансу $(|1-\beta_\phi^{-2}| << 1)$, относительное изменение энергии может быть величиной порядка единицы.

Используя интеграл (10.13) и связь энергии с полным импульсом

$$\varepsilon^2 = m^2c^4 + p^2c^2 \tag{10.16}$$

получим соотношение

$$2\varepsilon_o(1-\beta_{zo}/\beta_\phi)\Delta\varepsilon(1+G) = c^2\Delta(p_\perp^2) \tag{10.17}$$

$$G = \frac{\Delta\varepsilon}{2\varepsilon_o}\frac{(1-\beta_\phi^{-2})}{(1-\beta_{zo}\beta_\phi)},$$

показывающее, что изменение энергии электрона всегда сопровождается изменением его поперечного импульса. Согласно (10.17) при взаимодействии электрона с попутной волной возможен отбор всей кинетической энергии, если начальная поступательная скорость электрона равна $\beta_{zo} = (1-\gamma_o^{-1})\beta_\phi^{-1}$. При резонансе в соответствии с оценкой (10.14) слагаемое G в (10.17) оказывается равным по порядку величины малому изменению фазы электрона, происходящему за один оборот $G \sim \mathrm{N}^{-1} << 1$, и связь (10.17) энергии с поперечным импульсом существенно упрощается

$$\Delta\varepsilon = \frac{c^2\Delta(p_\perp^2)}{2\varepsilon_o(1-\beta_{zo}/\beta_\phi)} \tag{10.18}$$

При торможении электрона в условиях нормального эффекта Доплера ($\beta_{zo} < \beta_\phi$) изменение энергии будет максимальным, когда поперечный импульс электрона обратится в нуль. Тогда $\Delta(p_\perp^2) = -(mc\gamma_o\beta_{\perp o})^2$, а для «одночастичного» КПД $\eta = (\varepsilon_o - \varepsilon)/(\varepsilon_o - mc^2)$, равного относительному изменению кинетической энергии электрона, получаем приближенное выражение

$$\eta_{\lim} = \frac{\beta_{\perp o}^2}{2(1-\beta_{zo}/\beta_\phi)(1-\gamma_o^{-1})} \tag{10.19}$$

Формулы (10.18), (10.19) справедливы по порядку величины и для нерезонансных режимов, когда $G \sim \mathrm{N}^{-1} \sim 1$.

Индуцированное циклотронное излучение электронного пучка

Механизмы группировки электронов при циклотронном резонансе

На вход электронного прибора обычно поступает стационарный электронный поток, создающий непосредственно лишь статическое поле. Такой поток может излучать лишь тогда, когда под действием первоначального сигнала в нем развивается группировка частиц. В МЦР возможна: группировка двух типов: силовая, связанная с непосредственным воздействием волны на фазы электронов, и инерционная, обусловленная уже ранее рассмотренными механизмами – изменением циклотронной частоты и поступательной скорости электронов. При достаточно большой длине пространства взаимодействия инерционная группировка, как правило, преобладает (исключения составляют режим точного авторезонанса и случай прямолинейного на входе ($\beta_{\perp o} = 0$) электронного пучка; эти случаи будут рассмотрены в ниже. Поэтому в оценках для наиболее типичных режимов работы МЦР можно ограничиться рассмотрением только инерционной группировки.

Принцип компактной группировки. Изменение энергии пучка при циклотронном резонансе

Для эффективного взаимодействия пучка с волной необходимо, чтобы электроны, равномерно распределенные по фазам вращения на входе в пространство взаимодействия, собрались в достаточно компактный фазовый сгусток. Для такого фазового сжатия динамические смещения электронов в среднем должны удовлетворять условия $|\vartheta_{дин}| \sim \pi$. При этом в соответствии с (10.9) среднее изменение энергии электронов $\langle \Delta\varepsilon \rangle$ будет определяться соотношением (10.15). В этой оценке учитывается, что в волне постоянной амплитуды группировка и энергообмен происходят фактически одновременно и примерно на одной и той же длине L.

Условие торможения сгустков. Полоса циклотронного резонанса и оптимальная частота

Оценка (10.15) применима как к торможению, так и к ускорению электронов полем волны, частота которой лежит в определяемой условиями (10.9), (10.10) полосе циклотронного резонанса

$$\left|\Delta\omega\right| / \omega \sim 1/\mathrm{N}\,. \qquad (10.20)$$

Чтобы электронный сгусток мог передать энергию волне, он должен быть сформирован вблизи максимума тормозящего поля. Для этого нужно придать электронам определенное кинетическое смещение $\vartheta_{кин} \sim \pi/2$ Согласно (10.10) при $\beta_{zo} < \beta_{\varphi}$ такому условию удовлетворяет волна, частота которой превышает частоту точного синхронизма $\omega_{opt} \sim \omega^{*}(1-\mathrm{N}^{-1})$.

Оптимальная напряженность поля волны

Для отбора у электронов энергии $\langle\Delta\varepsilon\rangle$ необходима вполне определенная напряженность поля волны – такая, чтобы работа волны над электроном была равна $\langle\Delta\varepsilon\rangle$:

$$A \sim eE \cdot 2\pi r_{\mathrm{H}o}\mathrm{N} \sim \langle\Delta\varepsilon\rangle$$

отсюда используя (10.15), получаем

$$\frac{\beta_{\perp o}\alpha_{opt}}{\gamma_o} \sim \frac{1}{2\pi\mathrm{N}^2}\frac{(1-\beta_{zo}/\beta_{\varphi})^2}{(1-\beta_{\varphi}^{-2})}, \qquad (10.21)$$

где, $\alpha = \left(eE\lambda\!\!\!^{-}/mc^2\right)$ – так называемый ускорительный параметр волны, равный по порядку величины нормированной на энергию покоя электрона работе, производимой полем на длине волны $\left(\lambda\!\!\!^{-} = \lambda/2\pi = c/\omega\right)$.

Оптимальное число оборотов

Сопоставляя формулы (10.15) и (10.18) для изменения энергии электрона, найдем, что КПД МЦР η близок к предельному $\eta_{\lim}$

$$\eta \sim \frac{\beta_{\perp o}^2}{2(1-\beta_{zo}/\beta_{\varphi})(1-\gamma_o^{-1})}, \qquad (10.22)$$

когда в пространстве взаимодействия электрон совершает

$$N_{opt} \sim \frac{2}{\beta_{\perp o}^2}\frac{(1-\beta_{zo}/\beta_{\varphi})^2}{(1-\beta_{\varphi}^{-2})}. \qquad (10.23)$$

оборотов и соответственно (см. формулу 10.21), напряженность оптимального поля определяется выражением

$$\frac{\alpha_{opt}}{\gamma_o} \sim \frac{\beta_{\perp o}^3(1-\beta_{\phi}^{-2})}{8\pi(1-\beta_{zo}/\beta_{\phi})^2} \qquad (10.24)$$

Для ряда систем, в частности для релятивистского гиротрона с большим питч-фактором электронов число оборотов мало $\mathrm{N}_{opt} \le 1$. При этом в резонансных $(\mathrm{N} >> 1)$ условиях у одного электрона отбирается лишь небольшая доля от предельного значения $\eta_{\lim}$. В такой ситуации N является, по существу, свободным параметром, а КПД МЦР следует оценивать с помощью формулы (10.15)

$$\eta \sim \frac{1}{\mathrm{N}} \cdot \frac{(1-\beta_{zo}/\beta_{\phi})}{(1-\beta_{\phi}^{-2})(1-\gamma_o^{-1})} \qquad (10.25)$$

(соответственно, оптимальное поле определяется формулой (10.21)).

Релятивистский гиротрон (РГ)

В гиротроне используется взаимодействие электронов с волной, имеющей большую фазовую скорость вдоль магнитного поля $(\kappa_z \to 0)$, что позволяет уменьшить доплеровское уширение $\delta(\kappa_z v_{zo})$ линии циклотронного резонанса при наличии разброса поступательных скоростей электронов δv_{zo}. На практике такое взаимодействие осуществляется при работе на квазикритических модах плавно нерегулярного волновода.

Условие синхронизма в РГ $\omega \approx \omega_{Ho}$ показывает, что, во-первых, при заданном магнитном поле частота генерации уменьшается обратно пропорционально начальной энергии электронов и, во-вторых, (см.(10.25)) в резонансных условиях ($\mathrm{N} >> 1$) энергия существенно релятивистского пучка не может изменяться на порядок величины из-за чрезмерной неизохронности циклотронного вращения электронов

$$\eta \sim \frac{1}{\mathrm{N}\left(1-\gamma_o^{-1}\right)} \qquad (10.26)$$

Отметим, что в РГ сохраняется поступательный импульс электрона и вся энергия черпается из вращательного движения. Соответственно,

$$\eta_{\lim} = \frac{\beta_{\perp o}^2}{2\left(1-\gamma_o^{-1}\right)} = \frac{g_o^2}{\left(1+g_o^2\right)} \frac{\left(1+g_o^{-1}\right)}{2}, \qquad (10.27)$$

где $g_o = \beta_{\perp o}/\beta_{zo}$ – начальный питч-фактор электронов. Из сравнения (10.26) и (10.27) получаем (см. также формулу 10.23) $\mathrm{N}_{opt} \sim 2/\beta_{\perp o}^2$ При больших вращательных скоростях $\mathrm{N}_{opt} \sim 1$, т. е. максимум КПД лежит в нерезонансной области. (Если же при $\beta_{\perp o} \sim 1$, число оборотов будет велико N>>1, то $\eta \sim \mathrm{N}^{-1} << 1$).

Мазер на циклотронном авторезонансе (МЦАР) с попутной волной

По сравнению с РГ рядом принципиальных преимуществ обладает предложенный МЦАР с попутной волной. При излучении попутной волны уменьшается не только поперечный, но и продольный импульс электрона, причем благодаря близости к авторезонансу ($\beta_\phi \approx 1$) синхронизм между электронами и волной может поддерживаться и при значительном изменении энергии электронов.

Как ясно из формулы (10.5) и оценок КПД (10.22), (10.25), частота излучения и максимально достижимый КПД МЦАР с ультрарелятивистскими ($\gamma_o >> 1$) электронами могут меняться в широких пределах в зависимости от питч-фактора электронов и отстройки фазовой скорости волны от скорости света. В табл. 10.1 приведены характерные резонансные (N>>1) режимы работы МЦАР.

Таблица 10.1

КПД и оптимальные параметры ультрарелятивистского МЦАР с попутной волной в зависимости от режима работы

Параметры	Режим		
	I	II	III
Отстройка фазовой скорости волны от скорости света ($1-\beta_\phi^{-2}$)	γ_o^{-2}	$<<\gamma_o^{-2}$	γ_o^{-2}
Поперечная скорость электронов $\beta_{\perp o}$	$\le \gamma_o^{-1}$	$\le \gamma_o^{-1}$	$\le \gamma_o^{-1}$
«Преобразование частоты» ω/ω_{Ho}	γ_o^2	γ_o^2	$<<\gamma_o^2$
Оптимальное поле $2\pi\cdot\beta_{\perp o}\alpha_{opt}/\gamma_0$	$\mathrm{N}^{-2}\gamma_o^{-2}$	$(1-\beta_\phi^{-2})$	γ_o^{-2}
Оптимальная длина L_{opt}/λ	$\mathrm{N}\ \gamma_o^{-2}$	$\langle\ 1-\beta_\phi^{-2}\ \rangle^{-1}$	γ_o^2
КПД η	N^{-1}	1	1

В первом и втором режимах, соответствующих работе МЦАР в качестве «лазера на свободных электронах», возможно большое «преобразование частоты» $(\omega/\omega_{Ho}) \sim \gamma_o^2$. Это свойство открывает возможность освоения с помощью МЦАР весьма коротковолновых диапазонов. Первый режим с относительно низким КПД $\eta \sim \mathrm{N}^{-1}$ присущ всем «лазерам на свободных электронах», а второй, в котором, вследствие почти полной компенсации инерционных группировок, при очень малых отстройках фазовой скорости волны от скорости света достижение большого

($\sim\gamma_o^2$) «преобразования частоты» совместимо с высоким (~1) электронным КПД, известен только для МЦАР. В третьем режиме (с большими поперечными скоростями электронов), также присущем всем системам с колеблющимися релятивистскими электронами, «преобразование частоты» относительно невелико, но зато КПД может быть высоким.

Мазер на циклотронном авторезонансе со встречной волной

Излучение встречной волны сопровождается увеличением продольного импульса электрона, на что расходуется часть энергии, связанной с вращательным движением. Поэтому уже «одночастичный» КПД $\eta_{\lim} \approx \beta_{\perp o}^2 / 2(1 = \beta_{zo})$ в ультрарелятивистском МЦАР со встречной волной не превосходит 0.5 даже при больших питч-факторах. В соответствии с условием синхронизма частота излучения в МЦАР со встречной волной примерно в ($1+\beta_{zo}$) раз меньше циклотронной частоты электронов. Тем не менее, эта разновидность МЦР, в которой наличие внутренней обратной связи обеспечивает возбуждение колебаний в нерезонансной электродинамической системе, весьма интересна как в теоретическом, так и в практическом отношении.

Лекция 11
ОГРАНИЧЕНИЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ИМПУЛЬСОВ В РЕЛЯТИВИСТСКИХ СВЧ ГЕНЕРАТОРАХ. МЕТОДЫ УВЕЛИЧЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ МИКРОВОЛНОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

Основная причина ограничения длительности СВЧ импульсов – плазма

Известно, что в релятивистских СВЧ генераторах и усилителях, основанных на использовании сильноточных электронных пучков, длительность излучаемых микроволновых импульсов обычно меньше (а иногда значительно меньше), чем длительность импульсов напряжения и тока (рис. 11.1). Чем выше уровень микроволновой мощности, тем короче длительность СВЧ импульсов. Так при мощностях $10^8 \ldots 10^{10}$ Вт наблюдается ограничение длительности импульсов на уровне $10^{-8} \ldots 10^{-7}$ сек. Энергия в излучаемых импульсах не превышает 10…100 Дж (рис. 11.2).

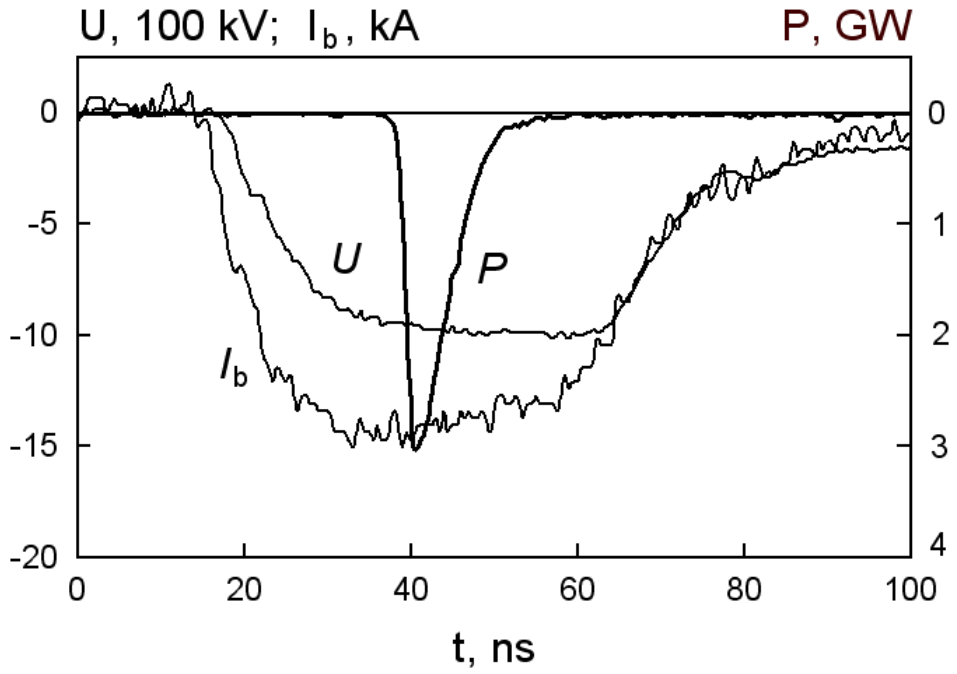

Рис. 11.1. Типичные осциллограммы напряжения на катоде, тока пучка и огибающей микроволнового излучения

Существует много причин ограничения длительности СВЧ импульсов, эффекта, наблюдаемого в различных релятивистских элек-

тронных приборах. Мы попытаемся проанализировать причины ограничения длительности импульсов в микроволновых генераторах, в которых фокусирующие магнитные поля достаточно сильные для того, чтобы минимизировать вероятность возникновения неустойчивостей релятивистских электронных пучков и появления ореола вокруг пучка.

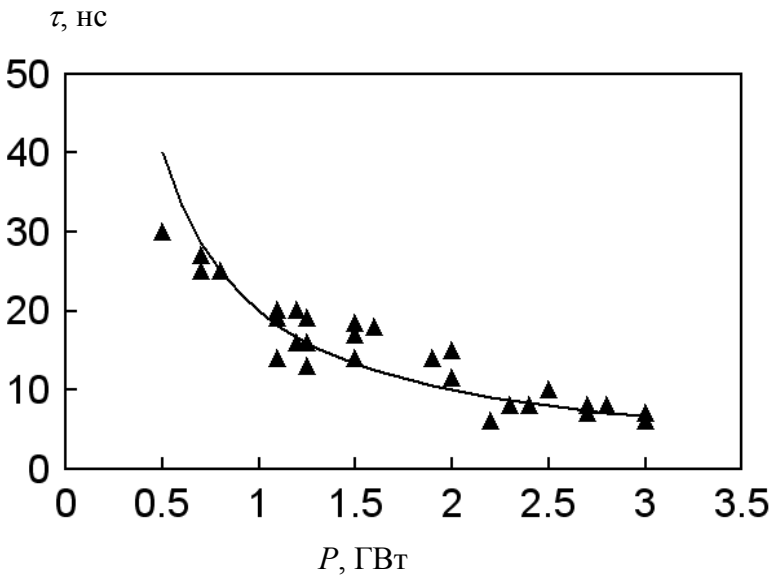

Рис. 11.2. Зависимость длительности генерируемых импульсов от величины мощности излучения 3-см релятивистской ЛОВ

Для начала, обратим внимание на то, что микроволновый импульс имеет значительную задержку относительно времени нарастания импульса напряжения и исчезает задолго до снижения напряжения. По-видимому, высокочастотное поле само создает условия для своего исчезновения, и этот механизм сохраняется в течение долгого времени после импульса.

Даже если длительность микроволнового импульса мала, величина ее значительно больше по сравнению с любым характерным временем, связанным с движением электронов, в частности, по сравнению со временем движения электронного пучка через область взаимодействия и с периодом колебаний электронов в высокочастотном поле. Поэтому, представляется разумным искать объяснение эффекта ограничения длительности СВЧ импульсов в электрон-ионных, то есть плазменных процессах. В частности, гипотеза о наличии и образовании плазмы объясняет неизбежность прекращения генерации СВЧ импульсов, так как время электрон-ионной рекомбинации гораздо больше по сравнению со временем движения электронов.

Плазма может возникнуть в любой части мощной СВЧ лампы (рис. 11.3), но наличие какой плазмы будет действительно фатальной?

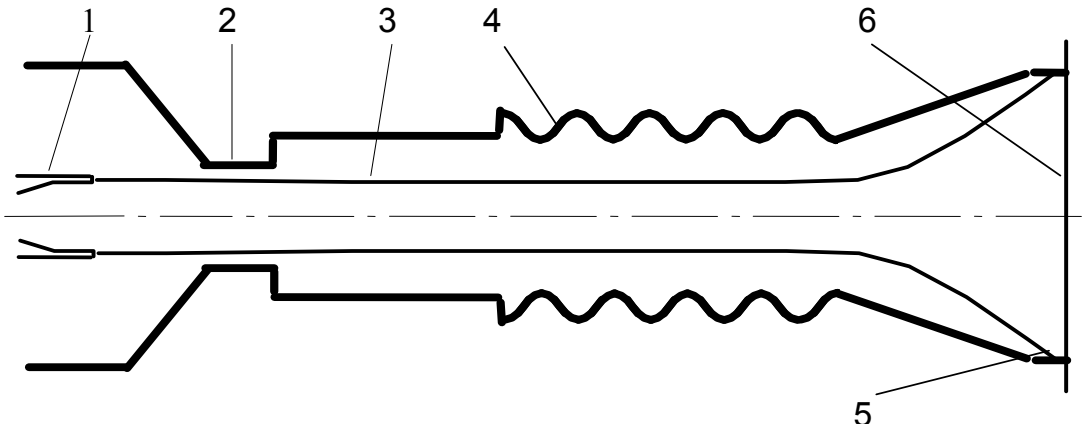

Рис. 11.3. Типичная схема релятивистского черенковского генератора:
1 – катод, 2 – запредельное сужение, 3 – электронный пучок,
4 – замедляющая структура, 5 – коллектор, 6 – микроволновое окно

Образование плазмы представляет существенную проблему или ее легко можно избежать?

Исходя из несложного анализа, можно предположить, что совместная ионизация остаточного газа за счет релятивистского электронного пучка и высокочастотного поля в области взаимодействия является ничтожно малой при стандартных вакуумных условиях. Специальный эксперимент с ЛОВ в 3-х сатиметровом диапазоне подтвердил, что пробой остаточного газа может влиять на форму СВЧ импульсов только при давлении остаточного газа выше 10^{-2} Торр.

В случае, если плотность потока энергии микроволнового излучения больше, чем 1 МВт/см^2, скорость ионизации в атмосфере за выводным окном превышает скорость прилипания электронов. Но для того, чтобы достичь предельной (критической) плотности плазмы необходимо конечное время. Так, например, в СВЧ генераторах 3-х сантиметрового диапазона есть возможность получить плотность потока энергии вплоть до 2…3 МВт/см^2 при длительности импульса ~ 10 нс. Однако, если воздух заменить на SF_6, который может выдерживать плотность потока энергии до 5 МВт/см^2 даже для микросекундных импульсов, то через выводное окно может передаваться поток энергии более высокой плотности. Что касается вакуумной стороны окна, то в обычных СВЧ приборах возникновение пробоя происходит при плотности потока энергии ~ 10 МВт/см^2. Таким образом, используя выводное окно с достаточно большим диаметром можно избежать возникновение высокочастотного пробоя.

Более серьезные проблемы связаны с возникновением плазмы на металлических поверхностях микроволнового генератора (коллектор, область взаимодействия, запредельное сужение; смотрите рис. 11.3).

Десорбция газа с «загрязненных» стенок

Необходимо отметить, что в настоящее время во всех релятивистских СВЧ генераторах, на основе сильноточных электронных пучков, используются высоковольтные изоляторы и прокладки, изготовленные из органических материалов. Использование таких систем не позволяет осуществить прогревание, поэтому, внутренняя поверхность имеет характерные «загрязнения», то есть, покрыта молекулами газа и масла (до 10^{15} см$^{-2}$ в мономолекулярном слое).

В течение работы СВЧ генератора может происходить десорбция молекул вследствие нагрева стенок электронами, которая может быстро усиливаться за счет столкновений электронов со стенками. Адсорбированные молекулы представляют собой газ, который распространяется со скоростью ~ 10^5 см/сек.

Этот газ может быть ионизован за счет электронов основного релятивистского пучка, электронов резонансного СВЧ разряда и, как вторичный эффект, за счет электронов, получающихся в результате ионизации. Температура электронов в образованной плазме обычно гораздо выше, чем температура ионов ($T_e >> T_i$), поэтому расширение квазинейтральной плазмы происходит со скоростью амбиполярной диффузии

$$v_p = v_e \sqrt{m / M}\ , \qquad (11.1)$$

где v_e – средняя скорость электронов, m и M – массы электронов и ионов, соответственно. В области взаимодействия и вблизи коллектора параметры совершенно различны, поэтому анализ процесса образования плазмы необходимо проводить индивидуально.

Образование плазмы, инициируемое релятивистским электронным пучком

Бомбардировка стенок коллектора релятивистским электронным пучком приводит к десорбции газа, что связано с нагревом стенок и к быстрому усилению процесса за счет электронного удара.

Усиливаемая нагревом десорбция молекул достигает значительного уровня, когда температура стенки становится сравнима с абсолютной комнатной температурой, которая составляет 300 °С. Основываясь на элементарном рассмотрении, можно определить, что температура коллектора достигает 100 °С за 100 нс, если плотность тока составляет 100 А/см^2 и за 10 нс, если плотность тока равна 1 кА/см^2.

Десорбция молекул, возникающая в результате электронного удара, практически безинерционна. Один электрон приводит к десорбции

по крайней мере одной молекулы при энергии столкновения ~ 100 кэВ и более. Поэтому, при токе равном 100 А/см десорбция молекул вблизи стенки коллектора составляет до 10^{16} молекул/см^3, расширяясь с тепловой скоростью электронов ~ 10^5 см/сек.

Обычно, влияние электронного удара на десорбцию молекул превалирует над тепловым, но, в принципе, десорбция молекул может происходить под влиянием комбинации этих эффектов. Сначала газ, состоящий из адсорбированных молекул, ионизируется за счет релятивистского электронного пучка и на последующей стадии за счет электронов, осциллирующих в высокочастотном поле. Второй процесс, то есть высокочастотный пробой газа, является лавинообразным по своему характеру. Концентрация электронов экспоненциально увеличивается, и насыщение происходит только тогда, когда плазменная частота ω_p достигает частоты высокочастотного поля ω.

Обычно, высокочастотное поле в области коллектора, которая значительно шире, чем область взаимодействия, относительно слабое, приблизительно, 10 кВ/см для 3-сантиметрового генератора. Тепловая скорость электронов вблизи коллектора близка к их осцилляторной скорости в высокочастотном поле. Поэтому, согласно (11.1), расширение плазмы в области коллектора относительно медленное, ~ 10^7 см/сек, и только иногда приводит к искажению диаграммы направленности излучения.

В рассматриваемых СВЧ генераторах не только коллектор, но и другие поверхности могут подвергаться бомбардировке частью релятивистского электронного пучка. При использовании холодного катода релятивистский электронный пучок эмитируется из плотной плазмы, скорость расширения которой зависит от времени. Чем сильнее магнитное поле, используемое для транспортировки пучка, тем меньше скорость поперечного расширения плазмы: начиная со значения ~ 1 Тл эта скорость уменьшается до значения ниже ~ 10^6 см/сек. Однако, периферийная часть пучка релятивистских электронов расширяется быстрее, чем плазма на катоде вследствие следующего:

- диокотронной неустойчивости,
- поперечной дефокусировки, возникающей за счет высокочастотного поля,
- отражения электронов от коллектора и
- отражения электронов от виртуального катода, которое имеет место для низкоэнергетической фракции электронов пучка, движущихся на большем расстоянии от металлической стенки, чем электроны пучка, достигающие коллектора.

При проведении ряда экспериментов было обнаружено, что вышеупомянутые эффекты приводят к тому, что диафрагма (запредельное сужение)

и замедляющая система подвергаются сильной бомбардировке электронами (рис. 11.3). Это приводит к образованию плазмы в области взаимодействия, что, в свою очередь, приводит к ограничению длительности импульса.

Необходимо отметить, что некоторые из этих эффектов можно избежать или, их воздействие может быть ослаблено, за счет использования соответствующего сужения профиля стенки в сочетании со значительной магнитной декомпрессией пучка релятивистских электронов в области коллектора. При использовании оптимизированных конфигураций бомбардировка стенки коллектора электронами может быть ослаблена, и, как следствие, длительность СВЧ импульса может быть увеличена за счет использования достаточно высокого магнитного поля.

Тем не менее, при увеличении длительности импульса за счет роста магнитного поля в СВЧ генераторах с уровнем мощности порядка ГВт можно столкнуться с проблемой насыщения. Например, на рис. 11.2 показано, что образование плазмы, предшествующее СВЧ импульсу, обладает слишком слабыми характеристиками для того, чтобы предотвратить генерацию мощного высокочастотного излучения.

Образование плазмы, инициируемое резонансным СВЧ разрядом

При первоначальном рассмотрении складывается впечатление, что первопричина процесса заключается в резонансном СВЧ разряде, что может быть описано следующим образом. В виду наличия вторичной эмиссии, вызванной столкновением электронов с поверхностью, происходит наращивание облака электронов, приведенного в движение и осциллирующего синхронно (в резонансе) с высокочастотным полем. В ходе проведения теоретических и экспериментальных работ, которые были посвящены «классическому» резонансному СВЧ разряду между двумя металлическими стенками, когда электроны двигаются перпендикулярно к металлической поверхности, было выяснено, что этот эффект достаточно слаб и неощутим. В этом случае, коэффициент вторичной эмиссии в относительно узком диапазоне энергии электронов, от 50 эВ до 2.5 кэВ, только немного превышает 1. Однако,

- если существует сила, способная возвратить электроны к стенке, то резонансный СВЧ разряд может происходить вблизи одной стенки; такая сила может быть получена с помощью статического магнитного поля, используемого для транспортировки пучка релятивистских электронов и/или статическое электрическое поле, создаваемое пучком;
- в случае, когда падение электронов на поверхность происходит под наклоном, то коэффициент вторичной эмиссии δ при энергии элек-

тронов, достигающей десятков киловольт (включая достаточно широкий энергетический интервал, где $\delta > 2$) превышает значение 1.

Конструкции существующих СВЧ генераторов предполагают большое разнообразии локальных конфигураций, которые могут быть приемлемы для комбинации двух выше упомянутых эффектов, что делает влияние резонансного СВЧ разряда достаточно сильным. На первой стадии резонансного СВЧ разряда происходит экспоненциальный рост числа электронов в сгустке (пучке), осциллирующих около стенки. Но после нескольких десятков периодов высокочастотных колебаний происходит насыщение сгустка. Это вызвано тем, что кулоновское взаимодействие электронов сдвигает их из резонансной высокочастотной фазы. При насыщение значение электрического поля E_b, создаваемого осциллирующим пучком, невелико по сравнению с основным высокочастотным полем E_ω (например, если $\delta = 1.4$, то в сильном магнитном поле $E_b \approx 0.05\ E_\omega$ и, соответственно, число электронов на квадратный сантиметр пучка, осциллирующего в области резонансного СВЧ разряда, составляет $N_b \sim 10^{10}$ см^2). В связи с этим, резонансный СВЧ разряд не может быстро влиять, а именно служить препятствием для процесса генерации (усиления) микроволнового излучения.

Тем не мене, влияние резонансного СВЧ разряда стимулирует (усиливает) процесс десорбции молекул с «загрязненной» металлической поверхности. Эти молекулы составляют газ, который ионизуется за счет электронов резонансного СВЧ разряда и, затем, как вторичный эффект, за счет электронов образующейся плазмы. В свою очередь, происходит взаимодействие между электронами плазмы, осциллирующими в сильном высокочастотном поле, и металлической поверхностью, что приводит к образованию вторичных электронов и вызывает десорбцию молекул с «загрязненной» стенки с последующей их ионизацией.

Десорбция газа может быть представлена следующим уравнением

$$\frac{n_m \hat{v}_m}{2} = g\left[\frac{N_b}{T} + \frac{n_p v_e \sin\alpha}{2}\right], \qquad (11.2)$$

где n_m и n_p – плотность молекул газа и плотность электронов плазмы, соответственно. T – период высокочастотных колебаний, α – угол между магнитным полем и разрядной поверхностью g – число адсорбированных молекул на число ударных электронов. В случае, если молекулы газа, поглощенные около металлической поверхности, входят в мономолекулярный слой с числом молекул $N_m \sim 10^{15}$ см$^{-2}$, вероятность десорбции возрастает от $g \sim 10^{-3}$ молекул на электрон при энергии электронов 100 эВ до $g \sim 10$ молекул на электрон при энергии электронов

100 кэВ. В настоящее время не существует каких-либо опубликованных экспериментальных данных об этом процессе при промежуточных уровнях энергии электронов.

В следствие того, что тепловая скорость молекул $\hat{v}_m$ относительно небольшая, адсорбированный газ представляет собой тонкий слой около металлической поверхности толщиной $\Delta_m = \hat{v}_m t$.

Ионизация газа может быть описана следующим уравнением:

$$\frac{dn_p}{dt} = n_m \left[\frac{N_b \sigma_b}{T \sin\alpha} + \langle \sigma_e v_e \rangle n_p \right], \qquad (11.3)$$

где σ_e – эффективное сечение ионизации, значение которого вытекает из движения электронов со средней скоростью $v_e = (eE_\omega \sin\alpha)/(m\omega)$. При энергии электронов, соответствующей нескольким кэВ, $\langle \sigma_e v_e \rangle$ достигает максимального значения ≈ $2.5*10^7$ см/сек и затем медленно уменьшается. Ионизация с эффективным сечением σ_b, вызвана наличием сгустков вторичных электронов, которые появляются в результате эффекта резонансного СВЧ разряда. Скорость их движения от металлической поверхности увеличивается, а их энергия в пределах молекулярного слоя не превышает ~ 1 кэВ. Эффективное сечение ионизации имеет максимум равный $3*10^{-16}$ см^2 в пределах энергии электронов 100…1000 эВ. В следствие этого, значение σ_b может рассматриваться как фиксированное (~ $2*10^{-16}$ см^2). Энергия электронов, двигающихся обратно по направлению к поверхности, составляет около нескольких десятков кэВ, поэтому действие процесса ионизации слабо выражено. Тепловая скорость электронов в плазме сравнима с их колебательной скоростью, а температура электронов гораздо больше, чем температура ионов и расширения плазмы со скоростью амбиполярной диффузии (11.1). Поэтому толщина плазменного слоя намного больше, чем слой газа.

Процесс, описанный с помощью системы «обратной связи» (11.2), (11.3) при начальном условии $n_p(0) = 0$, протекает в три этапа:

- на первом этапе, величины с индексом n_p в правой части уравнений (11.2) и (11.3) очень малы, и плотность плазмы n_p возрастает пропорционально со временем;
- в течение второго этапа величины с индексом n_p в правой части уравнения (11.2) все еще незначительны и плотность плазмы n_p экспоненциально возрастает;
- в течение последний стадии величины с индексом N_b становятся ничтожно малы по сравнению с величинами, имеющими индекс n_p

в уравнениях (11.2) и (11.3), поэтому $dn_p / dt \propto n_p^2$ и увеличение плотности плазмы имеет взрывной характер и происходит пропорционально с величиной $(t - t_e)^{-1}$ которая стремится к бесконечности при конечном значении времени t_e.

В случае если предположить, что все коэффициенты в уравнениях (11.2) и (11.3) постоянны, то зависимость плотности плазмы от времени приобретает форму:

$$gt = \frac{\hat{\nu}_m T}{\nu_e N_b (\sigma_b - 2\sigma_e)} \ln \frac{1 + (n / n_0)}{1 + (2\sigma_e n / \sigma_b n_0)},, \qquad (11.4)$$

$$n_0 = \frac{2N_b}{\nu_e T \sin\alpha}.$$

Соответственно «взрывное» время:

$$t_e = \frac{\hat{\nu}_m T}{g \nu_e N_b \sigma_b} F(\sigma_b, \sigma_e),\ F = \frac{\ln(\sigma_b / 2\sigma_e)}{1 - (2\sigma_e / \sigma_b)}. \qquad (11.5)$$

Очевидно, что правильность уравнений (11.3) и (11.4) становится сомнительной в случае, когда плотность плазмы достигает критического для рабочей частоты значения, сразу перед «взрывным» моментом t_e. Наличие такой плазмы приводит к изменению электродинамической конфигурации области взаимодействия и к неработоспособности СВЧ генератора. Когда исчезает высокочастотное поле, плазма способна к рекомбинации только после ~ 10^{-5} сек.

Основные методы увеличения длительности СВЧ импульсов

1. Снижение напряженности электрических ВЧ полей на поверхности электродинамической системы (ЭС) генератора. Переход к сверхразмерным электродинамическим системам, когда поперечный размер генератора значительно превышает длину волны излучения.
2. Увеличение вакуумной электропрочности ЭС (к примеру, за счет обработки ее поверхности низкоэнергетичным электронным пучком, чистки ВЧ разрядом, улучшения вакуумных условий и т. д.)
3. Предотвращения проникновения катодной и коллекторной плазмы в область взаимодействия электронного пучка с ВЧ полями.

Лекция 12
СВЧ ПРИБОРЫ С ПРОСТРАНСТВЕННО РАЗВИТЫМИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ. МЕТОДЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ РЕЖИМА ОДНОМОДОВОЙ ГЕНЕРАЦИИ

Переход к сверхразмерным электродинамическим системам (ЭС), (когда $D >> \lambda$, λ – длина волны, D – диаметр ЭС) в релятивистских микроволновых генераторах был обусловлен как необходимостью уменьшения напряженности электрических полей на поверхности замедляющей структуры во избежание ее СВЧ пробоя (см. лекцию 11), так и возможностью использования для генерации микроволнового излучения сильноточных пучков с большими поперечными размерами, что позволяет значительно повысить мощность генераторов. Так в миллиметровом диапазоне наиболее эффективными оказались различные типы одномодовых релятивистских черенковских генераторов со сверхразмерными электродинамическими системами такие как оротроны, резонансная ЛБВ на пространственной гармонике, работающая в режиме МСЭ – флиматрон, генераторы поверхностной волны, секционированные (двухпучковые) генераторы. Однако для обеспечения режима одномодовой в СВЧ приборах с пространственно развитыми электродинамическими системами необходимо использовать, как электродинамические так и электронные методы селекции типов колебаний. На их особенностях мы остановимся ниже.

Методы обеспечения режима одномодовой генерации

Для селективного возбуждения рабочей моды необходимо, чтобы

$$J_{st,p} < J_b < J_{st,i}, \tag{12.1}$$

где $J_{st,p}$, $J_{st,i}$ – стартовые токи, соответственно, рабочей и «паразитной» мод. В ряде случаев достаточно обеспечить:

$$2J_{st,p} < J_{st,i} \tag{12.2}$$

Когда же стартовые токи (минимальные значения) «паразитных» и рабочей мод близки, необходимо, чтобы в полосе отрицательной реабсорбции (см. лекцию 6) находилось не более одного колебания:

$$\left|\vartheta_p - \vartheta_i\right| > 2\pi\ . \tag{12.3}$$

Для мод, отличающихся продольной структурой синхронного поля, эти требования можно записать в виде:

$$N = 2\left(1 - \beta_{gr,s} / \beta_0\right)^{-1} \approx 1\,, \qquad (12.4)$$

где N – число мод, попадающих в полосу синхронизма. Условие (12.4) выполнимо лишь в случае, когда групповая скорость волны и поступательная скорость электронов противоположны и примерно одинаковы по величине. Если групповая скорость равна скорости света, а скорость электронов является ультрарелятивистской, то полоса синхронизма содержит $\sim\gamma_0^2$ мод и поэтому необходимо обеспечивать дискриминацию мод по продольным индексам.

В случае конкурирующих мод, отличающихся поперечной структурой поля, условие (12.3), которое можно представить в виде:

$$\frac{L}{V_0}\left|\omega_p - \omega_i - \left(h_p - h_i\right)v_0\right| > 2\pi \qquad (12.5)$$

накладывает ограничение на поперечный размер электродинамической системы генератора. Так сечение оротрона с резонатором в виде отрезка круглого волновода должно быть в этом случае ограничено величиной:

$$S < \lambda L / \beta_0 \qquad (12.6)$$

При $L \approx 10\lambda$, $\gamma_0 \approx 2$; радиус волновода $R \le 2\lambda$. Такое жесткое условие значительно затрудняет использование электронных пучков с большим поперечным сечением при создании генераторов даже в миллиметровом диапазоне длин волн. Для обеспечения режима одномодовой генерации в релятивистских СВЧ приборах со сверхразмерными электродинамическими системами применяются различные методы селекции типов колебаний.

Как правило, в релятивистских генераторах обычно используется «естественный» дифракционный вывод мощного СВЧ излучения. Это позволяет без ухудшения селективных свойств резонатора и электрической прочности выходного окна генератора обеспечить селекцию типов колебаний по продольному индексу за счет сильной зависимости от него дифракционных потерь ($P_{loss} \propto n$).

Эффективным методом селекции типов колебаний, отличающихся поперечной структурой поля, является использование излучающих щелей в стенках резонатора. Так наименьшими потерями в осесимметричном резонаторе с двумя продольными прорезями обладают моды с азимутальным индексом m = 1. Для выделения моды с определенными

поперечными индексами могут быть также использованы коаксиальные или цилиндрические вставки.

Наряду с улучшением селективных свойств электродинамических систем генераторов, эффективными оказываются электронные методы селекции. Так использование различной зависимости структурного коэффициента в сопротивлении связи волны с электронным пучком от ее поперечных индексов и поляризации позволяет в значительной мере изменять соотношение $J_{st,p}/J_{st,i}$ варьированием расстояния до замедляющей структуры.

Для селекции мод в релятивистских черенковских генераторах эффективен метод, основанный на циклотронном поглощении «паразитных» мод самим рабочим электронным пучком. Такой метод был успешно использован для подавления «паразитной» длинноволновой генерации в флиматроне.

Для селекции типов колебаний, отличающихся поперечной структурой поля, в генераторах с существенно сверхразмерными многомодовыми электродинамическими системами эффективно может быть применено совмещение в одном СВЧ приборе одномодового задающего генератора, имеющего относительно малое поперечное сечение и возбуждаемого сравнительно малой частью электронного пучка, а также мощного выходного устройства большого поперечного сечения, в котором при взаимодействии с основной частью электронного пучка происходит усиление сигнала. При этом излучение задающего генератора определяет частоту и поперечную структуру излучения в выходном устройстве.

Генератор, основанный на вынужденном излучении Смита-Парселла (флиматрон)

Флиматрон можно рассматривать как один из типов мазеров на свободных электронах (МСЭ), в котором частота излучения мигающего диполя, образованного прямолинейно движущимся вблизи металлической гофрированной поверхности электроном и его изображением, может, вследствие эффекта Доплера, более чем в γ^2 раз превышать частоту его осцилляций $\Omega = 2\pi v_z / d$:

$$\omega = \frac{\Omega}{1 - \beta_z / \beta_{ph}} \approx 2\gamma^2 \Omega \qquad (12.7)$$

Поскольку период гофрировки d при этом существенно превышает длину волны излучения, подобный прибор становится привлекательным с точки зрения повышения частоты генерации.

Однако для флиматрона весьма не тривиальной является проблема создания резонатора. Дело в том, что в «системе накачки осцилляторной скорости изображениям электронов» – сверхразмерном гофрированном волноводе с $d >> \lambda$ происходит сильное рассеяние электромагнитных волн, и поэтому использование резонаторов с внешними рефлекторами оказывается неприемлемым. В то же время, как показывают расчеты и эксперименты, уже сама «система накачки» флиматрона благодаря сложным брэгговским взаимодействиям рассеиваемых на ней волн может служить одновременно и резонатором для коротких волн.

Электродинамическая система флиматрона

В качестве электродинамической системы флиматрона был выбран отрезок аксиально-симметричного слабо гофрированного волновода $r_w = r_0 + l\sin(h_d z)$, $l<<r_0$; что позволило без использования дополнительного резонатора обеспечить эффективную обратную связь в генераторе за счет наличия высокодобротных колебаний вблизи полос непрозрачности периодического волновода. Кроме того, такой волновод удобен для транспортировки мощного СВЧ излучения и сильноточного РЭП. Радиус резонатора ($r_0 \approx 0.3d/\beta_0$) выбирался таким образом, чтобы при $\gamma_0 \approx 2$ в синхронизме с электронами пучка могли находиться (+1)-е пространственные гармоники попутных волн типов TM_{01} и TE_{11}. Причем для каждой из мод синхронизм был возможен как на ожидаемой высокочастотной, так и на «паразитной» низкочастотной ветвях (см. лекции 1, 7). В то же время эффективная обратная связь в низкочастотной области имела место только за счет переотражения на гофре встречных волн $TM_{01} \Leftrightarrow TM_{01}$ вблизи первой полосы непрозрачности, а в высокочастотной посредством трансформации волн $TM_{01} \Leftrightarrow TM_{01}$, $TM_{01} \Leftrightarrow TM_{02}$ и $TE_{11} \Leftrightarrow TE_{11}$, $TE_{11} \Leftrightarrow TH_{11}$, $TE_{11} \Leftrightarrow TE_{12}$, $TE_{11} \Leftrightarrow TH_{12}$.

Циклотронная селекция разночастотных колебаний в резонансных черенковских приборах

Поскольку в флиматроне генерация возможна как на основной высокочастотной, так и на «паразитной» низкочастотной ветвях синхронизма для селекции мод был применен метод, основанный на циклотронном поглощении «паразитных» волн самим рабочим электронным пучком. Суть его состоит в следующем. Пусть в полосе черенковского синхронизма с электронами пучка одновременно находятся n-е пространственные гармоники двух попутных волн $\exp(i\omega_{1,2}t - ih_{1,2}z)$:

$$\omega_{1,2} - h_{1,2}v_z \approx nh_d v_z . \qquad (12.8)$$

Тогда обе попутные волны испытывают циклотронное поглощение при одном и том же значении магнитного поля, определяемом соотношением:

$$\omega_H \approx \omega_{1,2} - h_{1,2} v_z \approx n h_d v_z , \tag{12.9}$$

$$H_r \approx \frac{mc^2}{e} h_d \gamma \beta_z . \tag{12.10}$$

В то же время встречные пучку волны поглощаются при разных магнитных полях:

$$\omega_H^{1,2} \approx \omega_{1,2} + h_{1,2} v_z \approx 2\omega_{1,2} - n h_d v_z , \tag{12.11}$$

$$H_r^{1,2} \approx \frac{mc^2}{e} \gamma \left(2 \frac{\omega_{1,2}}{c} - h_d \beta_z \right), \tag{12.12}$$

и, соответственно, высокочастотные и низкочастотные колебания могут быть подавлены раздельно.

Для колебаний, образованных в результате брэгговского рассеяния на гофре встречных волн, имеющих одинаковую поперечную структуру, когда $h_{1,2} \approx p_{1,2} h_d / 2$, выражение (12.12) можно упростить:

$$H_r^{1,2} \approx \frac{mc^2}{e} h_d \gamma \beta_z \left(p_{1,2} + 1 \right). \tag{12.13}$$

В экспериментах с использованием сильноточного ускорителя Синус-6 мощность излучения флиматрона составляла 20 МВт на длине волны 4.9 мм при КПД ≈ 4 %.

Релятивистские генераторы стержневой волны

Как уже отмечалось ранее, для повышения мощности и частоты излучения в черенковских генераторах необходимо переходить к сверхразмерным электродинамическим системам, при этом для реализации оптимального по КПД режима генерации надо также с укорочением длины волны увеличивать напряженность синхронного поля в соответствии с соотношениями подобия (см. лекцию 1) С этой точки зрения наиболее приемлемыми могут быть черенковские генераторы, в которых электронный пучок взаимодействует с основной замедленной волной.

В качестве замедляющей системы и резонатора генератора используется отрезок сверхразмерного гофрированного стержня, вдоль поверхности которого могут распространяться замедленные волны. Вблизи полосы непрозрачности (π-вида) гофрированный стержень обладает резонансными свойствами, за счет чего в генераторе обеспечивается распределенная обратная связь. Причем спектр колебаний отрезка гоф-

рированного стержня – двухмерного резонатора, существенно реже спектра колебаний отрезка волновода с близкими размерами – трехмерного резонатора, что позволяет успешно решить вопросы, связанные с селекцией типов колебаний в генераторе.

Стержень, как и волновод, удобен для транспортировки мощного СВЧ излучения и сильноточного РЭП. Потенциальная энергия электронов пучка $e\varphi$ радиуса r_b, транспортируемого вдоль стержня радиуса r_0, в этом случае определяется выражением:

$$e\varphi \approx -\rho_0 \frac{J_b}{\beta} \ln \frac{r_b}{r_0} .$$

Вблизи π-вида в синхронизме с электронами пучка одновременно находятся основная гармоника попутной волны и (–1)-я встречной, то есть выполняются условия:

$$\begin{aligned} &\omega \approx h_0 v_z , \\ &\omega + (h_0 - h_d) \approx 0 , \\ &h_0 \approx h_d / 2 . \end{aligned} \qquad (12.14)$$

Амплитуда гофрировки стержня выбирается таким образом, чтобы при $\gamma_0 \approx 2$ с электронами пучка могли взаимодействовать замедленные волны с азимутальными индексами $m = 0, 1, 2$, (см. рис. 12.1).

Добротность колебаний отрезка гофрированного стержня (длины L) определяется общим выражением:

$$Q = \frac{kL}{\beta_{gr}(1 - R_1 R_2)} , \qquad (12.15)$$

где $\beta_{gr} c$ и $R_{1,2}$ – групповая скорость волн и их коэффициенты отражения от концов замедляющей структуры. Как видно из дисперсионной диаграммы, групповая скорость вблизи π-вида существенно меньше скорости света ($\beta_{gr} \propto \lambda/L$). При достаточно резком обрыве гофрировки, когда коэффициенты отражения близки к единице ($R_{1,2} \approx 0.6\ldots0.7$), продольная структура синхронного поля, образованного основной гармоникой попутной волны и (–1)-й гармоникой встречной, близка к синусоидальной.

Конструкция генератора упрощенно изображена на рис. 12.2. Пучок формируется в коаксиальном диоде с магнитной изоляцией со взрывоэмиссионным графитовым катодом (1), транспортируется в продольном магнитном поле вблизи замедляющей структуры (3) и осаждается на конусный коллектор. Возбуждаемая пучком поверхностная волна, распространяющаяся вдоль поверхности стержня, преобразовывается коническим преобразователем (6) в объемную и затем выводится в ат-

мосферу через вакуумное окно. Для предотвращения возможного возбуждения генератора на объемных критических модах коаксиала, образованного обратным токопроводом и гофрированным стержнем, используется аксиально-симметричная СВЧ поглощающая вставка (5).

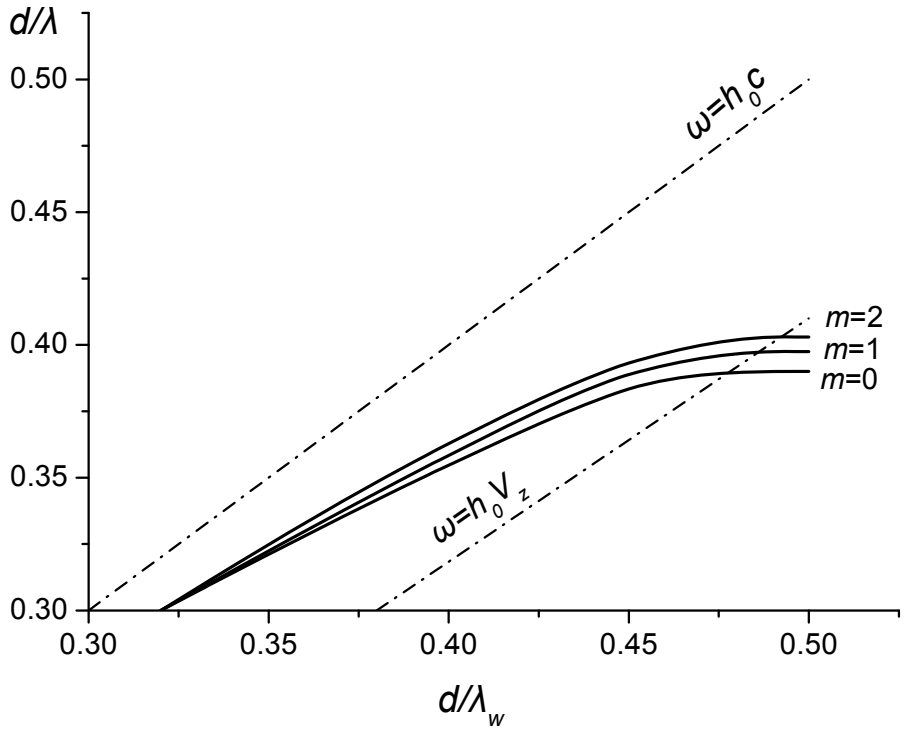

Рис. 12.1. Бриллюэновская диаграмма генератора стержневой волны

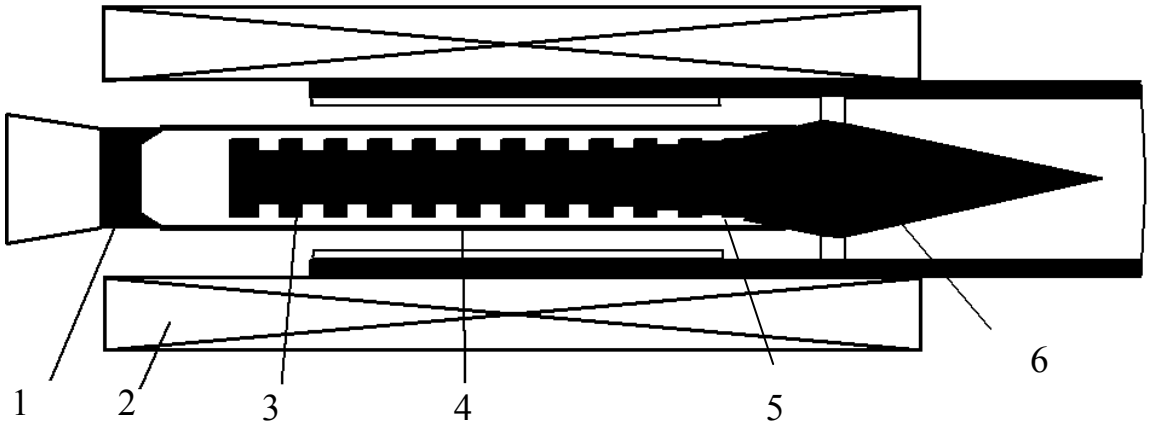

Рис. 12.2. Схема генератора стержневой волны:
1 – катод, 2 – соленоид, 3 – замедляющая система,
4 – электронный пучок, 5 – СВЧ поглотитель,
– коллектор электронов и выходной конусный преобразователь типа волны

Было изготовлено два подобных генератора на длины волн 4 мм и 8 мм. Их параметры представлены в табл. 12.1:

Таблица 12.1

λ, мм	P_{mw}, МВт	η, %	τ, нс
8	150	6	20
4	100	4	15

Секционированный (двухпучковый) релятивистский черенковский генератор

Одним из методов обеспечения режима одномодовой генерации в существенно сверхразмерных системах может служить совмещение в одном СВЧ приборе одномодового задающего генератора, имеющего относительно малое поперечное сечение и возбуждаемого сравнительно малой частью электронного пучка (первый каскад), а также мощного выходного устройства большого поперечного сечения, в котором при взаимодействии с основной частью электронного пучка происходит усиление сигнала (второй каскад). При этом излучение задающего генератора определяет частоту и поперечную структуру излучения в выходном устройстве. В качестве задающего генератора и выходного устройства могут использоваться разнообразные варианты приборов, основанных на любом из известных механизмов стимулированного излучения частиц (причем не обязательно одинаковых в обоих каскадах).

В описываемом генераторе были выбраны наиболее простые варианты приборов, основанные на стимулированном черенковском излучении прямолинейного электронного пучка. В качестве задающего генератора использовалась релятивистская ЛОВ, а второй каскад состоял из модулирующей секции, пространства дрейфа и секции ЛБВ (рис. 12.3).

Согласно кинематической теории, КПД второго каскада может достигать 50 % при оптимальном значении параметра группировки $X_{kin} = 1.84$. (см. лекцию 5). Однако для сильноточных электронных пучков при разумной модуляции пучка кинематическая теория справедлива лишь при относительно малых длинах пространства дрейфа $L_{dr} << \lambda_p/4$ ($\lambda_p = 2\pi V_z/\omega_p$ – плазменная длина волны), которым соответствуют значения параметра группировки существенно меньшие, чем X_{kin}. Однако численные расчеты показывают, что в случае, когда догруппировка частиц происходит прямо в выходной секции, может быть также получен высокий КПД.

Упрощенная конструктивная схема двухсекционного генератора изображена на рис. 11.3. Излучение от задающего генератора (ЛОВ) подавалось в модулирующую секцию (3), представляющую собой отрезок тонкостенного водновода радиуса $r_w \approx 0.9\, r_b$ с периодическими азимутально-симметричными прорезями. Ширина прорези около половины периода d_m

$\approx \lambda\beta_0/2$. Длина модулирующей секции $L_m \approx 7d$. Величина модулирующего электрического поля в месте прохождения пучка при расчетной мощности задающего генератора 50 МВт составляет $E_m \approx (30\ldots50)$ кВ/см, что обеспечивает модуляцию электронов по скорости $|\Delta v/v| \approx 0.006\ldots0.01$. При длине пространства дрейфа, ограниченной четвертью плазменной длины волны ($L_{dr} \approx \lambda_p/4 \approx 7\lambda$), такая модуляция обеспечивает значение параметра группировки на входе в ЛБВ $X \approx 0.3\ldots0.5$. Выходная секция (4) второго каскада (ЛБВ) выполнена в виде отрезка сверхразмерного гофрированного волновода круглого сечения диаметром $2r_w \approx 3\lambda$, в котором рабочей была замедленная волна TM_{01}. Длина секции $L_{TWT} \approx 4\lambda$ выбирается в соответствии с выражением (1.7) (см. лекцию 1). Мощность излучения второго каскада и, соответственно, всего генератора составляет $P_{mw} \approx 600$ МВт на длине волны излучения 10 мм.

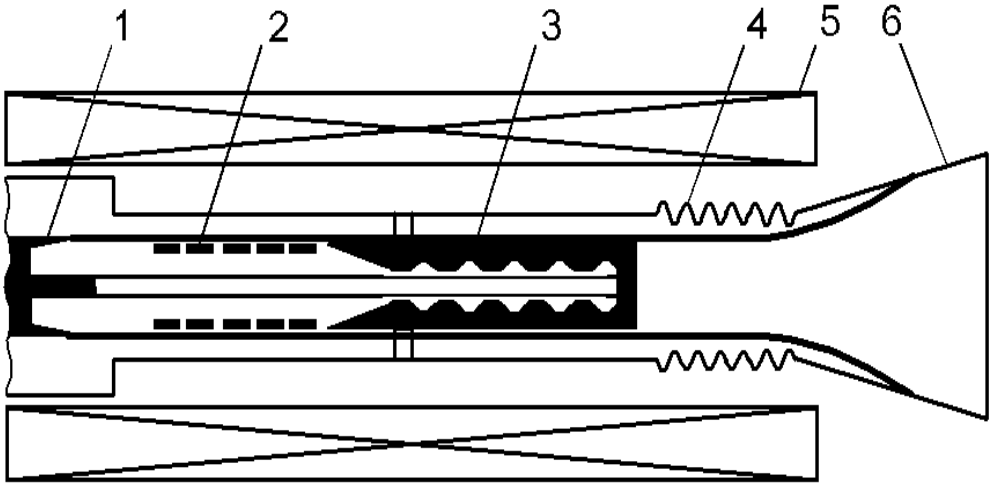

Рис. 12.3. Схема двухпучкового секционированного генератора:
1 – катод; 2 – модулятор; 3 – задающий генератор (ЛОВ);
4 – секция энергоотбора (ЛБВ); 5 – соленоид; 6 – излучающий рупор

Релятивистский оротрон

В релятивистском оротроне взаимодействие сильноточного РЭП осуществляется с электромагнитными волнами сверхразмерного резонатора, распространяющимися почти перпендикулярно движению электронов, за счет чего в генераторе обеспечивается высокоэффективная обратная связь. Наибольшей простотой и совместимостью с мощным электронным пучком обладает релятивистский оротрон с дифракционным выводом излучения. С катодного конца резонатор ограничивается запредельным для волн сужением, а вывод излучения осуществляется через конический расширяющийся переход. Наибольшей добротностью и наименьшим стартовым током в оротроне с дифракционным выводом

излучения обладает мода с одной продольной вариацией поля, частота которой наиболее близка к критической частоте соответствующего регулярного волновода. Для селекции мод по поперечным индексам используются продольные щели в боковой стенке резонатора.

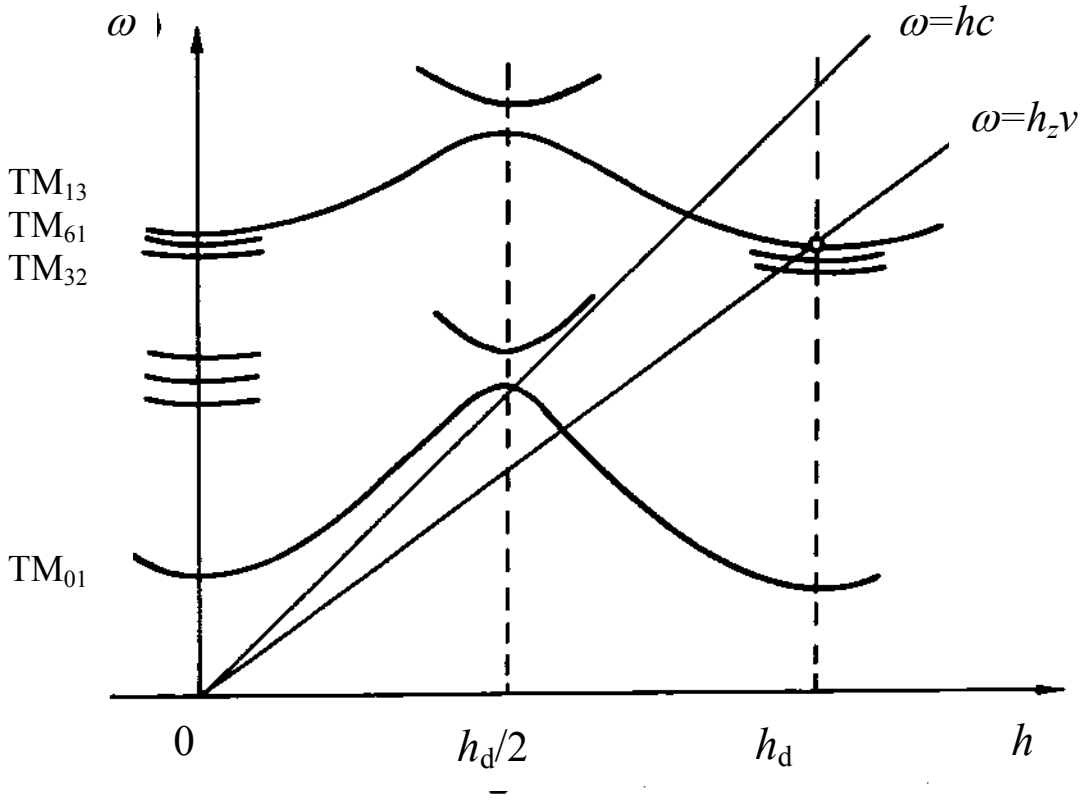

Рис. 12.4. Диаграмма Бриллюэна оротрона с рабочей модой TM_{13}

В качестве рабочей выбрана мода TM_{131} осесимметричного резонатора (см. бриллюэновскую диаграмму рис. 12.4). Добротность близких к ней «паразитных» мод TM_{61} и TM_{32} при прорезании в стенке резонатора двух продольных щелей шириной около $\lambda/2$ становятся, по крайней мере, в три раза ниже добротности рабочей. Кроме того, при симметричной гофрировке мода TM_{131} имеет также преимущество по связи с электронами, так как ее синхронная гармоника спадает к пучку медленнее, чем гармоники мод с азимутальными индексами m = 3, m = 6. Соответственно, стартовый ток моды TM_{131} в несколько раз меньше стартовых токов «паразитных» мод. Во избежание возникновения «паразитной» генерации на поверхностной волне вблизи границы полосы запирания периодической системы используется сравнительно неглубокая гофрировка стенки с амплитудой $l \approx \lambda/20$. Диаметр резонатора составляет около 3 λ.

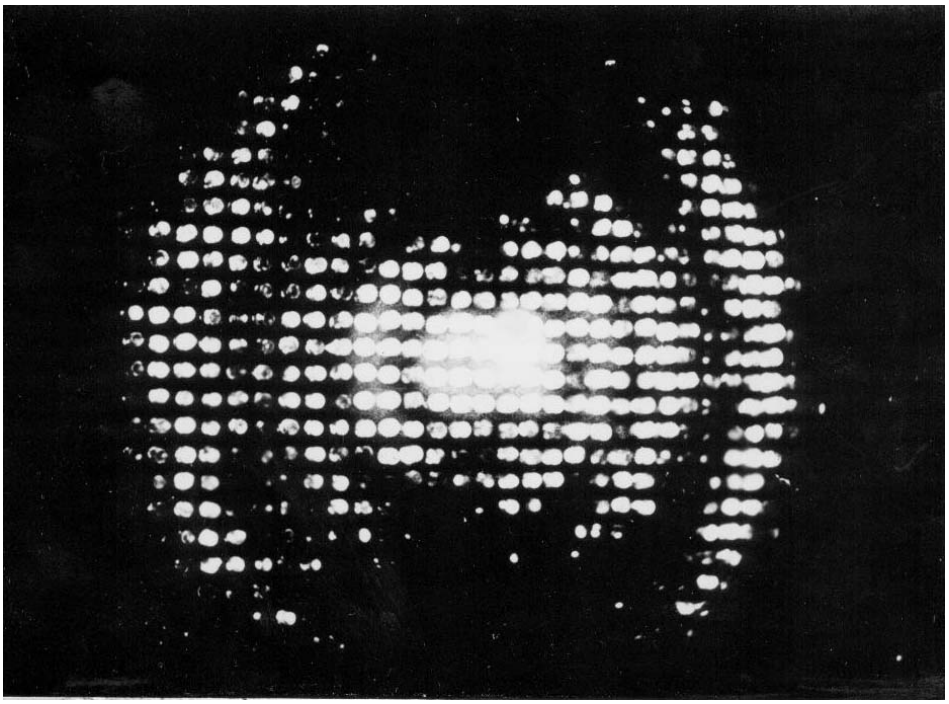

Рис. 12.5. Свечение газоразрядного табло под действием излучения оротрона

С использованием оротрона была получена генерация на длине волны 8 мм с импульсной мощностью 100 МВт, длительностью импульсов 15 нс и частотой повторения 1000 Гц. Диаграмма направленности достаточно хорошо соответствовала излучению волны TM_{13} из круглого волновода (рис. 12.5).

Лекция 13
ПЛАЗМЕННЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИЕ СВЧ ГЕНЕРАТОРЫ

Неизбежное ограничение длительности импульса излучения в приборах вакуумной релятивистской СВЧ электроники происходит вследствие высокой напряженности электрического поля на стенке волновода и близости к ней электронного потока (см. лекцию 11). Даже сравнительно небольшой мощности СВЧ волны < 10^8 Вт достаточно для частичного разрушения РЭП и осаждения небольшого количества электронов на стенку электродинамической структуры. Эти электроны и являются инициаторами СВЧ разряда. Чтобы избежать ограничения СВЧ импульса необходимо увеличивать расстояние между РЭП и стенкой и уменьшать электрическое поле на ней.

В рамках вакуумной электроники «отодвинуть» электронный пучок далеко от стенки не удается: мешает сильное электростатическое поле пространственного заряда электронов, создающее высокий потенциал. Для устранения этого поля заряд электронов можно нейтрализовать, добавив плазму. Плазма обладает богатым спектром собственных колебаний именно в области частот СВЧ диапазона, поэтому устройство, заполненное плазмой, может служить источником СВЧ излучения.

Существует два типа источников СВЧ излучения с плазменным заполнением. Добавление плазмы в обычный вакуумный СВЧ генератор может приводить к улучшению некоторых его параметров – увеличению мощности, изменению частоты и т. д. Такие источники излучения получили название гибридных СВЧ приборов. Структура полей и механизм возбуждения волн в гибридном приборе и его вакуумном аналоге (ЛОВ, гиротроне и т. п.) примерно совпадают, в принципе такой прибор может работать и без плазмы. По этой причине гибридные приборы унаследовали и другие черты своих вакуумных «предков», в частности, небольшое расстояние от электронного пучка до стенки волновода и, в большинстве случаев, высокую напряженность электрического поля на ней.

Существует и другой тип СВЧ источников с плазменным заполнением, основанный на резонансном взаимодействии электронного пучка с плазмой. При таком взаимодействии возбуждаются собственные волны плазменного волновода, которые без плазменного заполнения отсутствуют. Такие источники СВЧ излучения получили название плазменных СВЧ приборов; в них СВЧ излучение вообще не может возбуждаться в отсутствие плазмы. Структура волн в плазменных СВЧ генераторах и в вакуумных приборах серьезно отличаются. Механизмы

возбуждения электронным пучком волн СВЧ диапазона в плазменных системах и создание на их основе плазменных СВЧ приборов являются главным предметом исследования плазменной СВЧ электроники. Именно такие, плазменные СВЧ приборы рассматриваются ниже.

Принцип действия и устройство плазменных релятивистских СВЧ приборов

К возникновению плазменной СВЧ электроники привели исследования пучковой неустойчивости в плазме, предсказанной еще в 1949 году. Явление пучковой неустойчивости состоит в аномально сильном взаимодействии быстрого электронного пучка с плотной плазмой. Предсказывалось, что моноэнергетический электронный пучок будет весьма эффективно тормозиться в плазме, возбуждая в ней плазменные колебания.

Элементы теории плазменной СВЧ электроники

Пучковая неустойчивость реализуется в условиях, когда фазовая скорость плазменной волны близка к скорости электронного пучка, т. е. когда частота возбуждаемых плазменных колебаний ω удовлетворяет условию $\omega \approx kv$ здесь k – проекция волнового вектора плазменной волны на направление движения пучка, v – скорость электронов пучка. Такое взаимодействие обусловлено вынужденным излучением плазменных волн электронами пучка (вынужденный эффект Черенкова). Оно приводит к преобразованию кинетической энергии пучка в энергию волн в плазме.

Временной инкремент нарастания пучковой неустойчивости в случае пространственно-неограниченной плазменно-пучковой системы равен:

$$\delta = \left(\frac{n_b}{2n_p}\right)^{1/3} \frac{\omega_p}{\gamma}. \qquad (13.1)$$

Здесь n_b и n_p – плотности электронов пучка и плазмы, соответственно ($n_b << n_p$) ω_b – ленгмюровская частота электронов плазмы, γ – релятивистский фактор электронов пучка. Характерная длина торможения (релаксации) электронов пучка, движущихся в плазме со скоростью v, оказывается $\sim v/\delta$. Теория дает следующую оценку эффективности усиления плазменной волны электронным пучком (отношение мощности, переданной волне, к начальной мощности РЭП):

$$\eta \approx \frac{1}{2}\left(\frac{n_b}{2n_p}\right)^{1/3} (\gamma + 1). \qquad (13.2)$$

Заметим, что оценочная формула (13.2) справедлива только пока эффективность мала: при больших γ КПД может стать порядка единицы. Тем не менее, эта оценка позволяет заметить, что с ростом γ КПД усиления должен расти. Численный эксперимент показывает, что максимальная эффективность преобразования не превышает 20…30 %.

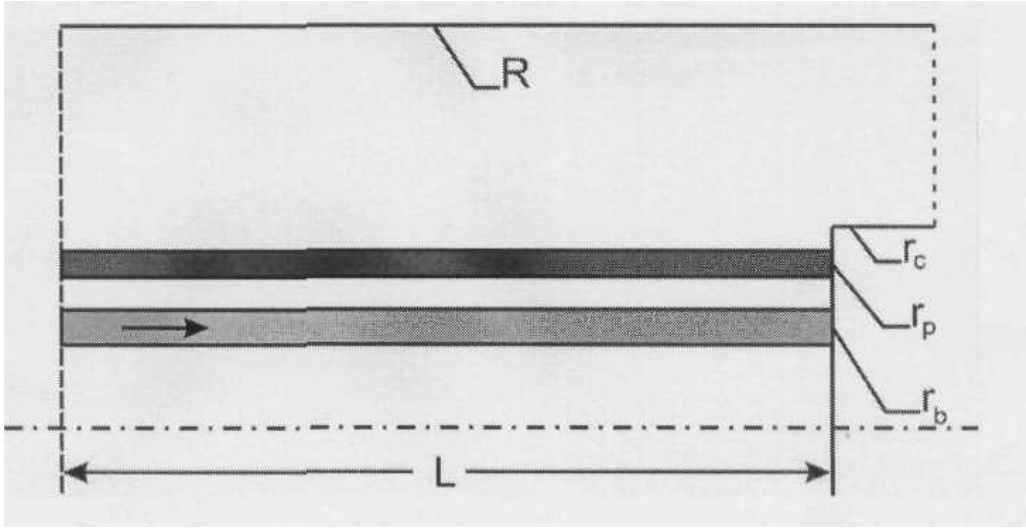

Рис. 13.1. Схема плазменного релятивистского источника СВЧ излучения. Трубчатый РЭП с радиусом r_b и трубчатая плазма с радиусом r_p в металлическом волноводе радиуса R. Стрелкой показано направление движения электронов РЭП

В результате многочисленных исследований была найдена оптимальная схема плазменных релятивистских источников СВЧ излучения. Эта схема представлена на рис. 13.1. Трубчатый РЭП и трубчатая плазма помещены в металлический волновод радиуса R в сильном продольном магнитном поле. Электронный пучок и плазма однородны вдоль оси волновода имеют средние радиусы $r_b < R, r_p < R$ и толщины Δ_b и Δ_p, соответственно, причем $\Delta_{b,p} << r_{b,p}$. Электроны и плазма проникают в систему через прозрачную для них левую границу, а справа ограничены коаксиальным электродом с радиусом $r_c > r_{b,p}$. СВЧ излучение выходит через прозрачную правую границу.

Сильное черенковское взаимодействие между пучком и плазмой возможно только в области частот $\omega < k_z c$ и при наличии достаточно плотной плазмы, такой, что ее плазменная частота ω_p превышает некоторое пороговое значение ω_{cr}:

$$\omega_p > \omega_{cr} = k_{\perp p} v \gamma \ . \qquad (13.3)$$

Здесь $k_{\perp p}$ – поперечное волновое число пламенной волны, определяемое радиальным профилем плотности плазмы и радиусом волновода.

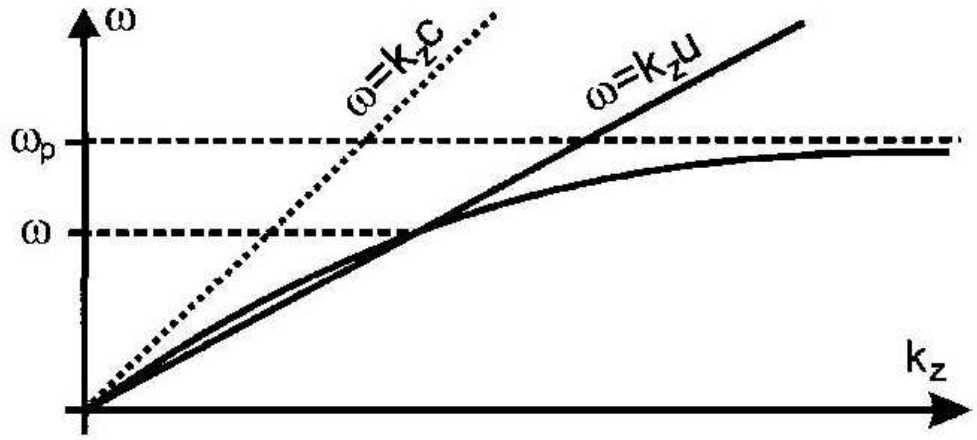

Рис. 13.2. Дисперсионная кривая плазмы пересекается с прямой в точке $\omega = k_z v$, определяющей частоту ω СВЧ излучения

На рис. 13.2 показана дисперсионная кривая плазмы. При совпадении фазовой скорости плазменной волны ω/k_z со скоростью электронов РЭП на частоте ω осуществляется плазменно-пучковое взаимодействие. При увеличении плотности плазмы и ее ленгмюровской частоты ω_p увеличивается и частота ω, на которой осуществляется взаимодействие пучка с плазмой.

В наиболее важном длинноволновом пределе (продольное волновое число $k_z \to 0$) спектр поверхностной плазменной волны определяется формулой:

$$\omega = k_z c \left(1 + \frac{k_{\perp p}^2}{\omega_p^2} \right)^{-1/2} . \qquad (13.4)$$

Для азимутально-симметричной плазменной волны квадрат поперечного волнового числа равен:

$$k_{\perp p}^2 = \frac{1}{r_p \Delta_p \ln(R / r_p)} . \qquad (13.5)$$

Азимутально-симметричная волна называется также плазменной кабельной волной, она имеет самую большую фазовую скорость и представляет особую важность для плазменной релятивистской СВЧ электроники. Согласно принятой в теории волноводов классификации, эту волну обозначают как E_{01}.

Одной из характерных особенностей плазменных источников СВЧ излучения является структура электрического поля СВЧ волны. Структура поля основной моды кабельной волны в интервале $r_p < r < R$ при $k_z \to 0$ имеет вид:

$$E_z = -k_z^2\left(1-\beta_{ph}^2\right)\frac{\ln r/R}{\ln r_p/R}$$

$$E_r = ik_z\frac{1}{r\ln r_p/R} + \frac{1}{2}k_z^2 r\left(1-\beta_{ph}^2\right)\left(\ln r/R - \frac{1}{2}\right). \qquad (13.6)$$

Как и у кабельной (ТЕМ) волны в металлическом волноводе, в длинноволновом пределе $k_z \to 0$ радиальное поле плазменной кабельной волны спадает по радиусу $\propto 1/r$.

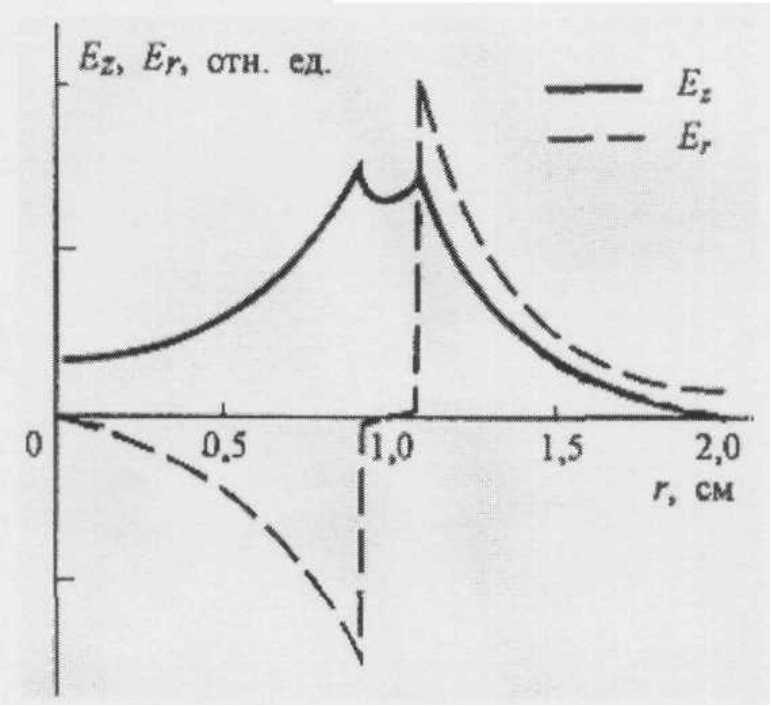

Рис. 13.3. Профиль продольного E_z и радиального E_r компонентов электрического поля СВЧ волны в волноводе с трубчатой плазмой. R=2 см, r_p = 1 см, Δ_p = 0.2 см

Когда длина волны становится сравнимой с поперечными размерами, радиальная зависимость полей становится более сильной. На рис. 13.3 показаны радиальные профили продольного E_z и радиального E_r компонентов электрического поля СВЧ волны в волноводе с трубчатой плазмой. Силовые линии электрического поля волны приблизительно в тех же условиях показаны на рис. 13.4. Поле имеет максимальную напряженность непосредственно на границе плазмы и быст-

ро спадает по мере приближения к стенке волновода. Поскольку причиной срыва СВЧ излучения выступает разряд на поверхности волновода, указанная структура полей выглядит особенно привлекательно с точки зрения генерации длинных импульсов.

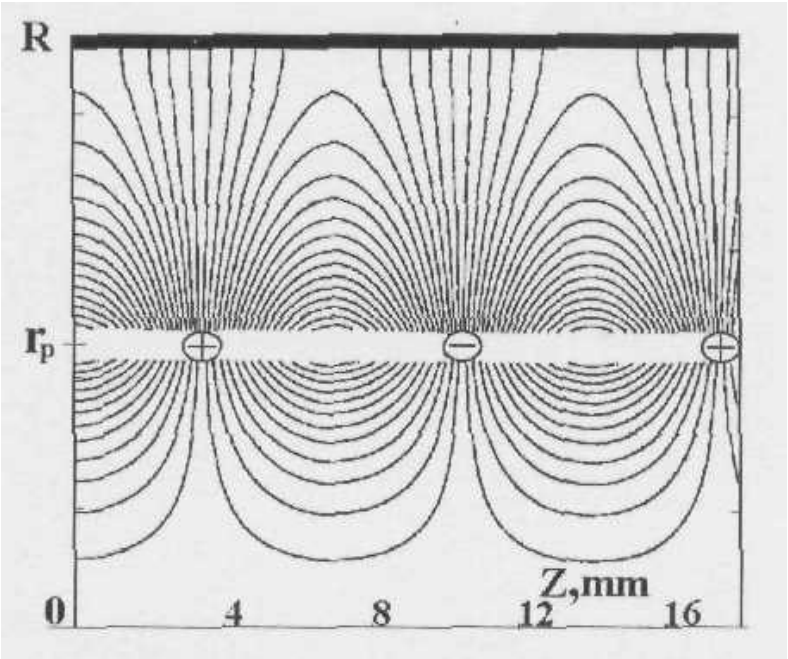

Рис. 13.4. Картина силовых линий электрического поля СВЧ волны в волноводе с трубчатой плазмой. R =1.9 см, r_p = 0.9 см

В теории плазменного СВЧ усилителя предполагается, что все усиленное пучком электромагнитное излучение беспрепятственно выходит из объема усилителя через правую, выходную границу (см. рис. 13.1). На самом же деле усиливаемая пучком плазменная волна частично отражается на выходной границе и возвращается на вход системы – левую границу, где снова отражается. Это может служить причиной самовозбуждения усилителя, т. е. начала генерации излучения.

На границе плазмы с металлическим коаксиалом плазменная кабельная волна трансформируется в вакуумную кабельную волну. При этом происходит изменение фазовой скорости и структуры СВЧ поля волны, что и является причиной частичного отражения плазменной волны. В длинноволновом пределе $k_z \to 0$ коэффициент отражения χ, который определяется различием фазовых скоростей, равен:

$$\chi = \frac{\dfrac{k_z}{\omega} - \dfrac{1}{c}}{\dfrac{k_z}{\omega} + \dfrac{1}{c}} \approx \frac{1}{4\gamma^2} << 1. \qquad (13.7)$$

Источник трубчатой плазмы с управляемым радиусом

Для создания трубчатой плазмы используется специальный источник. Схема источника плазмы представлена на рис. 13.5.

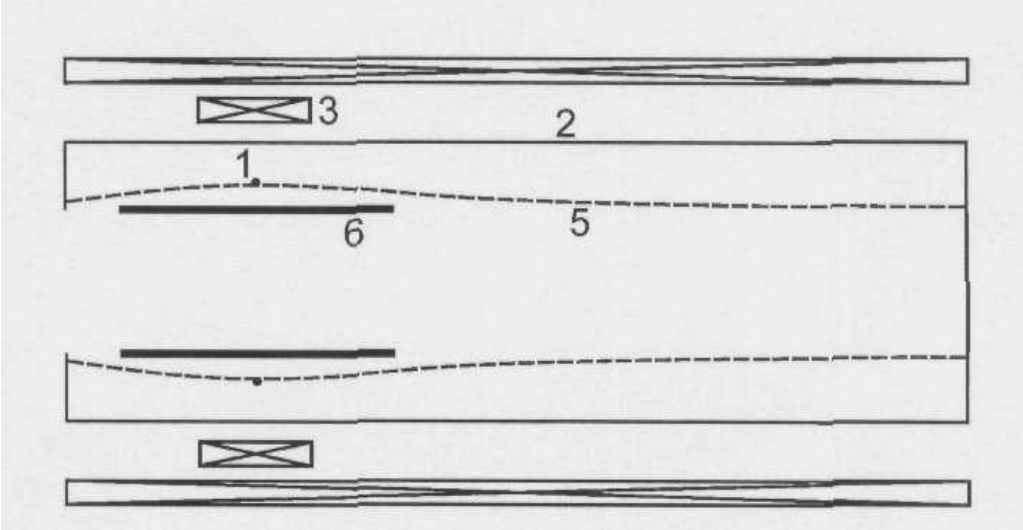

Рис. 13.5. Источник трубчатой плазмы с управляемым радиусом.
1 – катод; 2 – камера; 3 – управляющий соленоид; 4 – основной соленоид;
5 – силовая линия магнитного поля; 6 – сепаратор

Катод прямого накала (1) выполнен в виде кольца из вольфрама, анодом является металлическая камера (2). Соленоид (3) предназначен для регулировки диаметра плазмы, а соленоид (4) – для создания ведущего однородного магнитного поля. Плазма возникает при ионизации газа, заполняющего камеру, электронным пучком, который эмитируется термокатодом (1) и распространяется вдоль силовых линий магнитного поля (5). Амплитуда импульса напряжения на катоде $U = -600$ В, длительность ~ 100 мкс, ток катода 0…100 А зависит от его накала. Давление газа ~ 10^{-4}…10^{-3} Торр, плотность плазмы меняется в зависимости от накала катода до $5*10^{13}$ см$^{-1}$. Механизм образования плазмы можно упрощенно описать следующим образом.

При достаточном для термоэмиссии разогреве катода и подаче на него импульса напряжения эмитируется ток, сначала его значение равно току вакуумного диода:

$$I = \frac{1}{3\sqrt{3}}\sqrt{\frac{e}{m}}\frac{U^{3/2}}{\ln(R/r_p)}, \qquad (13.8)$$

где R и r_p – радиусы камеры и термокатода, соответственно. При обычной геометрии $\ln(R/r_p) \sim 1$, и для напряжения на катоде –600 В этот ток ~ 0.1 А. Для катода с площадью поверхности ~ 1 см такой ток обеспе-

чивается электронным потоком с концентрацией $n_e \sim 10^9$ см$^{-3}$, движущимся со скоростью $v_e \sim 10^9$ см/с.

Электронный поток начинает ионизировать газ с концентрацией $n_e \sim 10^{13}$ см$^{-3}$ при сечении взаимодействия $\sigma \sim 10^{-16}$ см^2, процесс длится с характерным временем $(n_0 v_e \sigma)^{-1} \sim 1$ мкс. Концентрация плазмы растет линейно со временем и, поэтому ее можно регулировать изменением временем задержки встрела рабочего сильноточного пучка. А поскольку частота генерации зависит от концентрации плазмы появляется возможность управления частотой генерации в широких пределах.

В настоящее время достигнутая мощность плазменных генераторов в сантиметровом и дециметровом диапазонах длин волн составляет ~ 100 МВт при КПД ~ 10 %. Привлекательной особенностью плазменных генераторов является возможность широкополосной (более, чем на октаву) перестройки частоты излучения.

Лекция 14
СВЧ ПРИБОРЫ, ОСНОВАННЫЕ НА КОЛЕБАНИЯХ ВИРТУАЛЬНОГО КАТОДА. ВИРКАТОР. ОТРАЖАТЕЛЬНЫЙ ТРИОД

Виркаторы – генераторы, основанные на колебаниях виртуального катода (ВК) привлекают к себе внимание, прежде всего, как источники мощного микроволнового излучения, способные работать без внешнего магнитного поля. С другой стороны, ввиду того, что длина области взаимодействия потока частиц и высокочастотного поля в виркаторах сравнима с длиной волны излучения, эти приборы оказываются относительно компактными, что является немаловажным при генерации излучения в длинноволновой части СВЧ диапазона. К недостаткам виркаторов (особенно работающих без внешнего магнитного поля) можно отнести полученную в большинстве экспериментов низкую эффективность (~ 1 %) и нестабильность частоты излучения. В проведенных экспериментах это чаще всего было обусловлено большим значением инжектируемого тока и использованием сверхразмерных электродинамических систем с большой плотностью электромагнитных колебаний.

Механизм возбуждения СВЧ колебаний в односекционной системе

В качестве модели виркатора рассмотрим плоский зазор длиной L, в который инжектируется электронный пучок с энергией частиц $\varepsilon_{in}=mc^2(\gamma_{in}-1)$ и плотностью тока $j_{in} > j_{cr2}$, где j_{cr2} – второй критический ток. В этом случае в системе возможно стационарное двухпотоковое состояние электронного пучка с образованием ВК. Величина прошедшего тока j_{out} и местоположение ВК z_0 определяются соотношениями:

$$\frac{1}{j_{out}^{1/2}} + \frac{1}{(2j_{in} - j_{out})^{1/2}} = \frac{2}{j_{cr1}^{1/2}}, \qquad (14.1)$$

$z_0 / L = 1 - (j_{cr1} / 4j_{out})^{1/2}$, где $j_{cr1} \approx j_{cr2}/2 -$ первый критический ток. Вероятность того, что частица пересечет зазор, $W_{tr} = j_{out} / j_{in}$. Величина W_{tr} зависит от превышения инжектируемого тока над критическим током. Если $j_{in} \approx j_{cr2}$, то $W_{tr} \approx 1/4$, $z_0 \approx L/3$.

Пусть, для простоты, плоский зазор является элементом одномодового резонатора с добротностью $Q >> 1$, так что распределение ВЧ поля в нем является фиксированным. Будем считать, что амплитуда поля мала. Изменение полной энергии частиц за время пролета через зазор $eEL << \varepsilon_{in}$. Кроме того, будем предполагать, что движение частиц является одномерным, а частицы, отраженные от ВК, не возвращаются в область взаимодействия с ВЧ полем.

Наличие ВЧ поля приводит к тому, что полная энергия частиц в зазоре становится функцией времени. Очевидно, что модуляция частиц по энергии приводит к модуляции прошедшего тока, тока отраженных электронов, а также положения самого ВК. Работа поля с частотой ω над потоком частиц может быть представлена в виде

$$P_{\Delta j} \approx \frac{j_{in} S_b}{2e} \mathrm{Re}\left\{ \left\langle \Delta \widetilde{W}_{tr}^{*} (\Delta \widetilde{\varepsilon}_{tr} - \Delta \widetilde{\varepsilon}_{ref}) \right\rangle_{\theta_0} \right\}, \tag{14.2}$$

где $\Delta \widetilde{\varepsilon}_{tr} = \Delta \widetilde{\varepsilon}(L)$ – изменение энергии пролетных частиц в ВЧ поле; $\Delta \widetilde{\varepsilon}_{ref} = (1 - e^{i\theta_{Z0}}) \Delta \widetilde{\varepsilon}(z_0)$ – изменение энергии частиц, отраженных от ВК; $\Delta \widetilde{\varepsilon}(z) = e^{i\theta_0} \int_0^z eEe^{i\theta} dz$; $\theta(z) = \int_0^z \frac{\omega}{v(z')} dz'$; $v(z)$ – невозмущенная скорость частиц; S_b – сечение пучка, θ_0 – фаза влета частицы в область взаимодействия с ВЧ полем. Полагая, что $\omega < \omega_{vc}$, где ω_{vc} – собственная частота колебаний ВК, вероятность прохождения частицы через ВК с помощью стационарного решения можно оценить как

$$\Delta \widetilde{W}_{tr} \approx \frac{1}{j_{in}} \frac{j_{out}}{j_{cr1}} \frac{\partial j_{cr1}}{\partial \gamma} \frac{L}{z_0} \frac{\Delta \varepsilon(z_0)}{mc^2}. \tag{14.3}$$

При однородном распределении ВЧ поля в зазоре линейный КПД взаимодействия можно представить в виде

$$\eta_{\Delta j} \approx \frac{1}{2} \frac{j_{out}}{j_{in} j_{cr1}} \frac{\partial j_{cr1}}{\partial \gamma} \frac{|eEL/mc^2|^2}{(\gamma_{in} - 1)} \Phi_{\Delta j}, \tag{14.4}$$

где

$$\Phi_{\Delta j} = \mathrm{Re}\left\{ f(L) f^*(z_0) - \frac{z_0}{L} (1 - e^{i\theta_{Z0}}) \, | f(z_0) |^2 \right\},$$

$$f(z) = \frac{1}{z} \int_0^z e^{i\theta} dz.$$

При малых углах пролета $\Phi_{\Delta j} \approx 1$ и, таким образом, излучение отсутствует, что связано с поглощением энергии пролетными частицами, поскольку плотность тока ускоренных ВЧ полем пролетных частиц выше, чем плотность тока замедленных. При конечных углах пролета, если инжектируемый ток $j_{in} >> j_{cr2}$, плоскость поворота частиц приближается к плоскости инжекции пучка. В этом случае, как и в предыдущем, отраженные частицы практически не участвуют во взаимодействии. При этих условиях $\Phi_{\Delta j} \approx \mathrm{Re}\{f(L)\}$. Например, для $\theta(z) \approx \omega z / \bar{v}$ функция угла пролета $\Phi_{\Delta j} \approx (\sin\theta_L)/\theta_L$, где $\theta_L = \theta(L)$. Таким образом, для больших значений инжектируемого тока излучение возможно при $\pi < \theta_L < 2\pi$. Основной вклад в отрицательный энергообмен с ВЧ полем вносят пролетные частицы. Отсюда, в частности, следует вывод о возможности возбуждения колебаний в планарном вакуумном диоде. Функция угла пролета для $j_{in} \approx j_{cr2}$ при $\theta(z) \approx \omega z / \bar{v}$ показана на рис. 14.1. Высокочастотная проводимость зазора в этом случае становится отрицательной при $\theta_L > \pi$ и имеет минимальное значение при $\theta_L \approx 2\pi$.

Другим механизмом, который может приводить к возбуждению колебаний в виркаторе, является инерционная группировка частиц под действием ВЧ поля. Для пролетных частиц это возможно за счет монотронного эффекта; отраженные частицы могут передавать энергию ВЧ колебаниям и при меньших углах пролета, $0 < \theta_L < 2.5\pi$. Учитывая вклад как пролетных, так и отраженных частиц при возбуждении колебаний, можно показать, что при $L \approx \beta\lambda$ или $\theta_L \approx \pi$

$$\frac{\left\langle \Delta\varepsilon / \varepsilon_{in} \right\rangle_{\theta_0, \Delta V}}{\left\langle \Delta\varepsilon / \varepsilon_{in} \right\rangle_{\theta_0, \Delta j}} \approx \frac{\dfrac{1}{\beta_0}\dfrac{\partial\beta}{\partial\gamma}}{\dfrac{1}{j_{cr1}}\dfrac{\partial j_{cr1}}{\partial\gamma}} \approx \begin{cases} \dfrac{1}{(\gamma_0 - 1)^{1/2}} >> 1 \text{ при } (\gamma_0 - 1) << 1 \\ \dfrac{1}{\gamma_0^{\,2}} << 1 \text{ при } \gamma_0 >> 1 \end{cases} . \quad (14.5)$$

Отсюда следует, что при нерелятивистской начальной энергии электронов возбуждение колебаний в односекционном виркаторе возможно вследствие инерционной группировки частиц. При небольших углах пролета ($\theta_L < 2.5\pi$) основной вклад в энергообмен вносят частицы, отраженные от ВК. При релятивистских энергиях, когда скорость частиц за счет взаимодействия с ВЧ полем изменяется мало, возбуждение колебаний может происходить за счет модуляции тока, происходящей вследствие осцилляций потенциала ВК. При $j_{in} \approx j_{cr2}$ за возбужде-

ние колебаний в широком диапазоне углов пролета ответственны отраженные частицы. В случае, когда $j_{in} >> j_{cr2}$, излучение возможно за счет пролетных частиц.

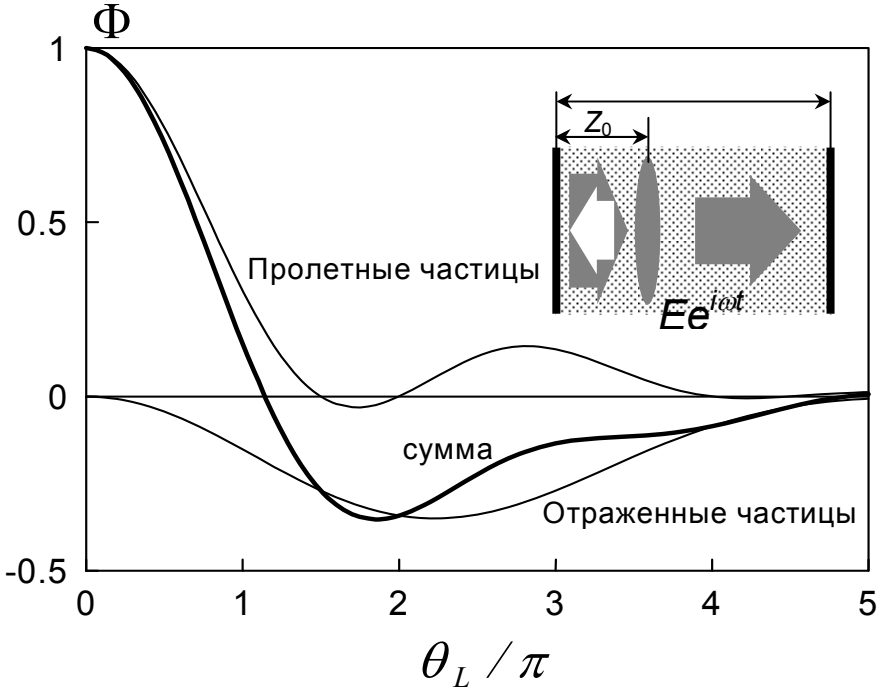

Рис. 14.1. Функции пролетного угла для односекционного виркатора при $j_{in} \approx j_{cr2}$

Использование модуляции тока в ВЧ поле для возбуждения колебаний возможно и в нерелятивистской области энергий электронов без образования ВК. Примером этому может служить генератор Баркгаузена–Курца, в котором пролетные частицы, ускоренные ВЧ полем, поглощаются электродом, находящимся под потенциалом катода, а замедленные ВЧ полем частицы совершают осцилляции в потенциальной яме около сетки с нулевым потенциалом.

Типы СВЧ приборов с виртуальным катодом

В сложившейся классификации выделяют отражательные триоды, в которых ВК формируется в тормозящем потенциальном поле (рис. 14.2, *а*), и собственно виркаторы, в которых формирование ВК происходит в области с эквипотенциальными границами (рис. 14.2, *б*, *в*). В отдельную группу иногда относят редитроны – виркаторы с магнитным полем, в которых поток электронов, отраженных от ВК, отсекается коллиматором для предотвращения его возвращения в диодный промежуток (рис. 14.2, *г*). Кратко остановимся на особенностях каждого генератора и последних результатах их исследований.

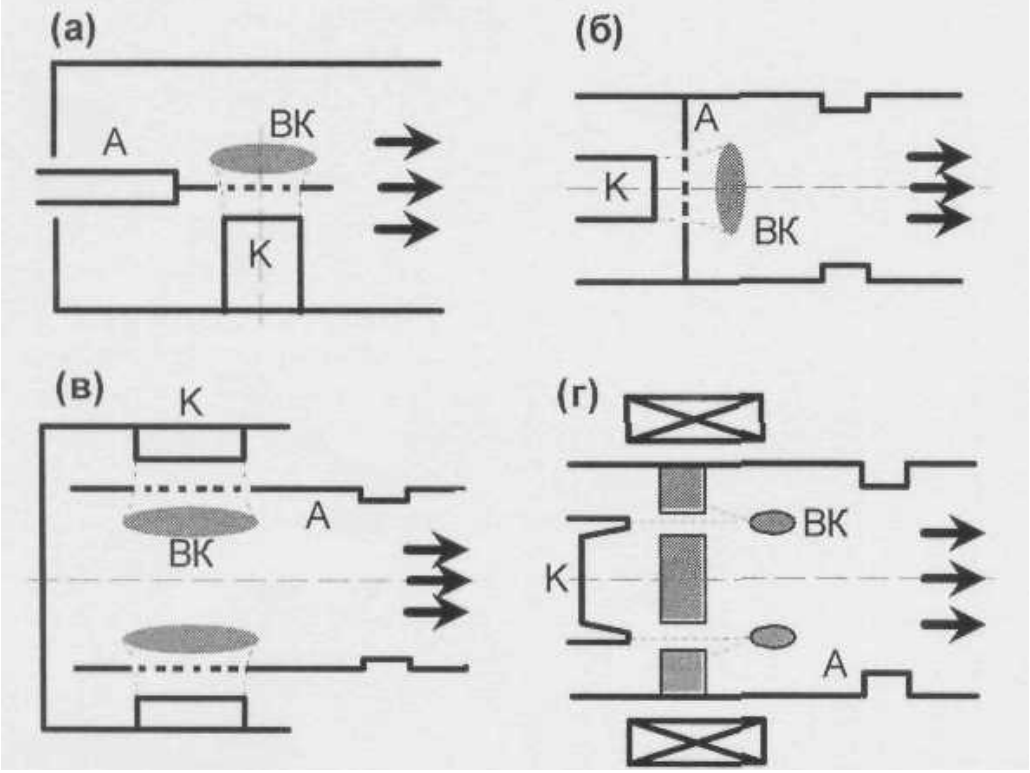

Рис. 14.2. Конфигурации СВЧ приборов с виртуальным катодом:
а – отражательный триод; б – аксиальный виркатор;
в – радиальный виркатор; г – редитрон

Отражательные триоды с виртуальным катодом

Исследования триодов с виртуальным катодом продолжаются в Институте ядерной физики при Томском политехническом университете, где в конце 70-х годов начались исследования в данной области. В экспериментах с использованием сверхразмерного цилиндрического резонатора увеличение эффективности генерации было достигнуто путем оптимизации распределения ВЧ поля в резонаторе посредством установки в его объеме поглощающих и отражающих поверхностей. В дециметровом диапазоне длин волн были получены микроволновые импульсы с мощностью до 1.2 ГВт и длительностью более 50 нс при КПД по мощности до 12 %. Импеданс системы составлял около 30 Ом. Было показано, что наилучшее качество фазовой сепарации электронов в триоде достигается при вполне определенной величине прозрачности анодной сетки. Результаты экспериментов позволили сформулировать требования к параметрам электронного пучка, необходимые для эффективной работы триода: наличие выраженной плоской части у импульса напряжения и его минимальная длительность в десятки наносекунд. Триод с виртуальным катодом был использован в составе источника СВЧ импульсов на основе взрывомагнитного генератора. В данных экспериментах, были получены импуль-

сы с мощностью ~ 100 МВт и длительностью 100…200 нс на частоте ~ 3 ГГц, при эффективности генерации ~ 1 %.

Аксиальные и радиальные виркаторы

В РФЯЦ-ВНИИЭФ (г. Саров) в аксиальном виркаторе с высокой (10–12-кратной) сверхкритичностью тока были получены импульсы излучения с длиной волны 3 см, пиковой мощностью 160 МВт при эффективности до 11 % и длительности импульса 15…20 нс. В виркаторе с ленточным электронным пучком пиковая мощность излучения составляла 150 МВт при длительности импульса более 120 нс, причем генерация в течение импульса наблюдалась последовательно на частотах 1.7 ГГц, 3.2 ГГц, и 4.2 ГГц. В других экспериментах была продемонстрирована возможность получения генерации в 3-см диапазоне с эффективностью до 16 % в лампе бегущей волны, снабженной анодной сеткой и работающей в режиме с виртуальным катодом.

В Техасском технологическом университете, США, проводятся исследования виркатора с радиально сходящимся электронным пучком. Увеличение добротности полуоткрытого резонатора с бегущей волной за счет введения дополнительных отражений позволило увеличить мощность генерации на частоте ~ 2 ГГц с 400 МВт до 900 МВт при эффективности по мощности 5.5 % и длительности импульса около 30 нс на полувысоте. Импеданс вакуумного диода виркатора составлял около 12 Ом.

Виркаторы с предварительной модуляцией электронного пучка

Первые экспериментальные исследования в данной области были выполнены в ХФТИ АН Украины. Реализация электродинамической обратной связи путем ответвления части генерируемой мощности в ускоряющий промежуток вакуумного диода (рис. 14.3, *а*) позволила получить СВЧ импульсы с мощностью до 600 МВт в сантиметровом диапазоне длин волн. В приборе (виртоде) было использовано внешнее магнитное поле напряженностью 2…6 кЭ. Эффективность генерации достигала 17 %, импеданс вакуумного диода составлял 30…35 Ом.

С 1996 г. исследования виркаторов с предварительной модуляцией электронного пучка и двухсекционными электродинамическими системами проводятся в ИСЭ СО РАН. Был проведен теоретический анализ основных механизмов генерации СВЧ излучения в приборах с виртуальным катодом (прямая модуляция тока, связанная с колебаниями потенциала виртуального катода в ВЧ поле, механизм группировки электронов типа «отражательного клистрона», обусловленный позиционными колебаниями ВК, и инерционная группировка отраженных частиц, существенная при нерелятивистских энергиях электронов). Было показано, что использование

в виркаторе двухзазорной электродинамической системы теоретически позволяет, за счет сдвига фаз между ВЧ колебаниями в секциях и осуществления, таким образом, благоприятного распределения ВЧ поля вдоль траектории электронов, достичь при небольшой (~ 30 %) надкритичности тока и $\gamma \sim (2–3)$ эффективности генерации до ~ 20 % в трехмерой модели и ~ 40 % в одномерной модели, что более чем втрое превышает эффективность однозазорной системы при аналогичных условиях. Значительная (~ 20 %) ширина полосы электронной восприимчивости вблизи частоты релаксационных колебаний электронного потока с виртуальным катодом дает возможность изменения частоты генерации за счет соответствующей настройки электродинамической системы. Достижение указанной высокой величины эффективности в реальном эксперименте сдерживается необходимостью одновременного удовлетворения большого числа взаимосвязанных физических условий (ширина зазоров, фазировка и соотношение амплитуд ВЧ полей в секциях, формирование сильноточного электронного пучка с заданными параметрами). Был разработан экспериментальный макет двухсекционного виркатора без внешнего магнитного поля, с синфазными полями в секциях (рис. 14.3, *б*). В отличие от виртода, описанного выше, предварительная модуляция пучка в данном приборе происходит не в вакуумном диоде, а в первой секции электродинамической системы. Рабочая сверхкритичность тока пучка в приборе составляет 30…50 %.

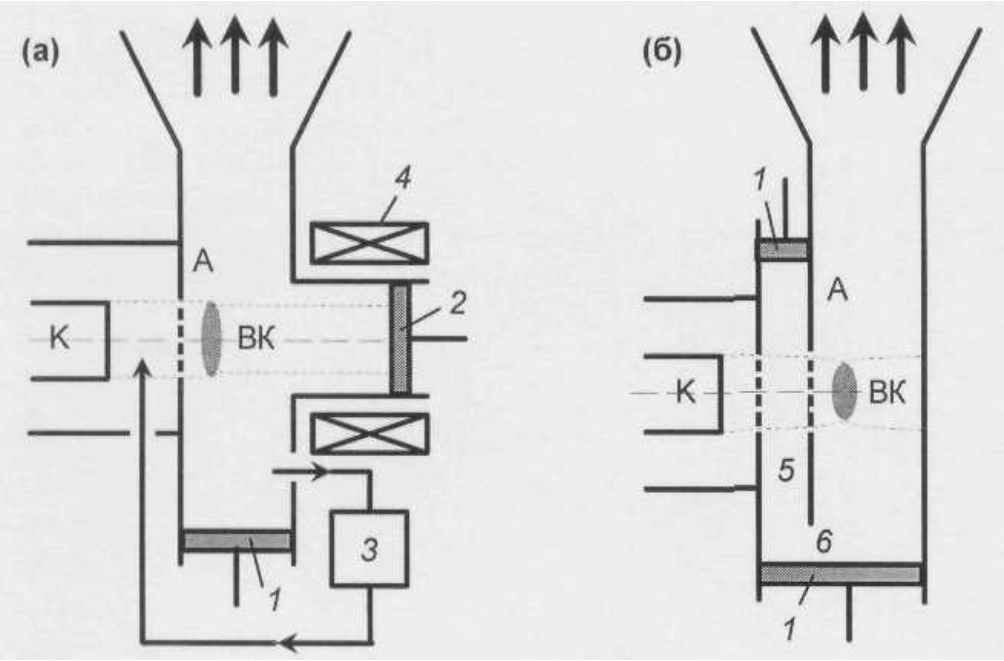

Рис. 14.3. Виркаторы с предварительной модуляцией электронного пучка (а) в вакуумном диоде, и (б) в модулирующей секции электродинамической системы: 1 – короткозамыкающие поршни; 2 – коллектор электронов; 3 – фазовращатель; 4 – соленоид; 5 – модулирующий зазор; 6 – отверстие связи

В экспериментах с использованием сильноточного импульсно-периодического электронного ускорителя в дециметровом диапазоне длин волн (2.65 ГГц) была получена одномодовая генерация с мощностью до 1 ГВт и длительностью ~ 25 нс при эффективности генерации ~ 5 %. При варьировании мощности электронного пучка эффективность генерации виркатора практически не изменялась. Ширина спектра составила около 50 МГц, то есть была близка к естественной. Одним из факторов, ограничивших величину эффективности, оказался существенный дрейф параметров электронного пучка в течение импульса, свойственный сильноточным диодам без магнитного поля. За счет варьирования параметров резонатора удалось реализовать непрерывную перестройку частоты генерации виркатора в полосе ~ 15 % на половинном уровне мощности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Релятивистская высокочастотная электроника / под. ред. Гапонова-Грехова. – Горький: ИПФ АН СССР, 1979. – 298 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. – М.: Наука, 1988. – 509 с.
3. Ванштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. – М.: Сов. радио, 1973. – 399 с.
4. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 1. – М.: Физматлит, 2003. – 496 с.
5. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 2. – М.: Физматлит, 2004. – 648 с.

Дополнительная

1. Петелин М. И. Принцип подобия для высокочастотных приборов с ультрарелятивистскими электронными потоками // Изв. вузов. Радиофизика. – 1970. – Т. 13. – № 10. – С. 1586–1589.
2. Миллер Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. – М.: Мир, 1984. – 431 с.
3. Коровин С.Д., Полевин С.Д., Ростов В.В. Мощные черенковские СВЧ генераторы на основе сильноточных наносекундных электронных пучков // Известия вузов. Физика. – 1996. – № 12. – С. 5–20.
4. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в СВЧ электронике. – М.: Сов. радио, 1970. – 584 с.
5. Воронин В.С., Зозуля Ю.Т., Лебедев А.Н. Самосогласованные стационарные состояния потока релятивистских электронов в пролетном пространстве // ЖТФ. – 1972. – Т. 17. – Вып. 3. – С. 546–552.
6. Ковалев Н.Ф., Орлова И.М., Петелин М.И. Трансформация волн в многомодовом волноводе с гофрированными стенками // Изв. вузов. Радиофизика. – 1968. – Т. 11. – № 5. – С. 783–786.

Учебное издание

ПОЛЕВИН С.Д.

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

Учебное пособие

Издано в авторской редакции

Компьютерная верстка *К.С. Чечельницкая*
Дизайн обложки *О.Ю. Аршинова*

Подписано к печати 10.11.2011. Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл. печ. л. 6,05. Уч.-изд. л. 5,47.
Заказ ___-11. Тираж 35 экз.

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru