

УТВЕРЖДАЮ

« _____ » _____ 2011 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ (ДИСЦИПЛИНЫ)

МАТЕМАТИКА

Ряды и комплексный анализ МЗ

НАПРАВЛЕНИЕ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ) ООП

- 140100 - Теплоэнергетика и теплотехника
- 140400 - Электроэнергетика и электротехника
- 141100 - Энергетическое машиностроение
- 141403 - Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг
- 200400 - ОпTOTехника
- 150700 – Машиностроение
- 150100 -Материаловедение и технология материалов
- 151000 -Технологические машины и оборудование
- 151900 -Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств
- 261400 -Технология художественной обработки материалов
- 221700 - Стандартизация и метрология
- 200100 - Приборостроение
- 201000 - Биотехнические системы и технологии
- 210100 - Электроника и нанoeлектроника
- 221400 - Управление качеством
- 280700 - Техносферная безопасность
- 130101 – Прикл. Геология (1)
- 130102 –Тех. гео разведки (1)

2011 г.

ПРОФИЛЬ(И) ПОДГОТОВКИ (СПЕЦИАЛИЗАЦИЯ, ПРОГРАММА)

КВАЛИФИКАЦИЯ (СТЕПЕНЬ) **БАКАЛАВР**

БАЗОВЫЙ УЧЕБНЫЙ ПЛАН ПРИЕМА 2011г.

КУРС 2 СЕМЕСТР 3

КОЛИЧЕСТВО КРЕДИТОВ 4

ПРЕРЕКВИЗИТЫ Линейная алгебра и аналитическая геометрия, дифференциальное исчисление, интегральное исчисление и дифференциальные уравнения

КОРЕКВИЗИТЫ Гуманитарный, социальный и экономический цикл дисциплин, физика, химия, экология, инженерная и компьютерная графика, информационные технологии, физическая культура, дисциплины профессионального цикла

ВИДЫ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И ВРЕМЕННОЙ РЕСУРС:

лекции 36 час.

практич. занятия 36 час.

АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ 72 час.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА 72час.

ИТОГО 144 час.

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ **ОЧНАЯ**

ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 3 семестр – экзамен

ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ПОДРАЗДЕЛЕНИЯ кафедры ВММФ и ВМ

ЗАВЕДУЮЩИЙ КАФЕДРОЙ _____ профессор А. Ю. Трифонов
ВММФ ФТИ

ЗАВЕДУЮЩИЙ КАФЕДРОЙ _____ профессор В. П. Арефьев
ВМ ФТИ

РУКОВОДИТЕЛЬ ОПП _____ доцент каф.

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ _____ доцент каф. _____ ФТИ

1. Цели освоения модуля **Комплексный анализ и операционное исчисление М3.1.2**

Целями освоения данного модуля дисциплины в области обучения, воспитания и развития, соответствующие целям ООП, являются:

- подготовка в области основ математических и естественнонаучных знаний, получение высшего профессионально-профилированного (на уровне бакалавра), углубленного профессионального (на уровне магистра) образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности, обладать универсальными и предметно-специализированными компетенциями,
- формирование знаний о математике, как особом способе познания мира и образе мышления, общности её понятий и представлений,
- приобретение опыта построения математических моделей и проведения необходимых расчётов в рамках построенных моделей; употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов,
- формирование социально-личностных качеств студентов: целеустремленности, организованности, трудолюбия, ответственности, гражданственности, коммуникативности, толерантности, повышение общей культуры, готовности к деятельности в профессиональной среде

2. Место модуля в структуре ООП

Модуль **Ряды и комплексный анализ** входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла объединенного блока образовательных программ М1. Этот модуль является необходимым для освоения остальных дисциплин математического и естественнонаучного цикла и дисциплин профессионального цикла ООП.

Для освоения модуля необходимо **знать:**

- курс **линейная алгебра и аналитическая геометрия,**
- курс **дифференциальное исчисление,**
- курс **интегральное исчисление и дифференциальные уравнения**

Параллельно с данным модулем могут изучаться дисциплины гуманитарного, социального и экономического цикла, дисциплины естественнонаучного цикла, профессионального цикл, цикл «Физическая культура», дисциплины профессионального цикла.

3. Результаты освоения модуля **Комплексный анализ и операционное исчисление М3.1.2**

Согласно декомпозиции результатов обучения по ООП в процессе освоения дисциплины с учетом требований ФГОС, критериев АИОР, согласованных с требованиями международных стандартов *EURACE* и *FEANI*, а также заинтересованных работодателей планируются следующие результаты:

P1	Применять <i>глубокие</i> естественнонаучные, математические и инженерные знания для создания и обработки <i>новых</i> материалов
P5	Проводить теоретические и экспериментальные <i>исследования</i> в области современных технологий обработки материалов, нанотехнологий, создания <i>новых</i> материалов в <i>сложных</i> и <i>неопределенных</i> условиях
P11	<i>Самостоятельно учиться</i> и непрерывно <i>повышать квалификацию</i> в течение всего

В результате освоения модуля **Ряды и комплексный анализ** студент должен будет:

Знать

- о математике, как особом способе познания мира и образе мышления, общности её понятий и представлений;
- основные понятия теории числовых и функциональных рядов;
- условия сходимости числовых и функциональных рядов;
- ряды Тейлора и Маклорена;
- тригонометрические ряды Фурье;
- комплексные числа и действия над ними;
- основные элементарные функции комплексного переменного и их свойства;
- понятие аналитической функции, условия аналитичности;
- дифференцирование и интегрирование функций комплексного переменного;
- ряды Лорана, особые точки, вычеты;
- преобразование Лапласа и его основные свойства;
- основные приложения операционного исчисления;
- место модуля «Ряды и комплексный анализ» среди других, изучаемых студентом дисциплин и его значение при изучении последующих курсов

Уметь

- работать с учебной и справочной литературой;
- исследовать на сходимость числовые ряды;
- находить интервалы сходимости степенных рядов;
- разлагать функции в ряд Тейлора;
- разлагать функции в тригонометрический ряд Фурье;
- работать с комплексными числами и функциями;
- дифференцировать и интегрировать функций комплексного переменного;
- разлагать функции в ряд Лорана;
- применять теорию вычетов для нахождения интегралов;
- находить изображение по оригиналу и оригинал по изображению;
- решать задачу Коши для дифференциальных уравнений и систем с помощью операционного исчисления;
- применять методы, изученные в курсе «Ряды и комплексный анализ» к решению инженерных, исследовательских и других профессиональных задач;
- использовать полученные знания при усвоении учебного материала последующих дисциплин

Владеть

- математической символикой для выражения количественных и качественных отношений объектов;
- основными понятиями курса;
- методами исследования сходимости рядов;
- методами разложения функций в ряды Тейлора и Фурье
- методами исследования функций комплексного переменного;
- основными приложениями теории вычетов;
- методами отыскания изображения по оригиналу и оригинала по изображению;
- методами решения задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем с помощью операционного исчисления;

- математическим аппаратом для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования физических и химических систем, явлений и процессов, использования в обучении и профессиональной деятельности

В процессе освоения модуля дисциплины у студента развиваются следующие компетенции:

1. Универсальные (общекультурные)

- способностью владеть культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);
- способностью логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь (ОК-2);
- Представляет современную картину мира на основе целостной системы естественнонаучных и математических знаний, ориентируется в ценностях бытия, жизни, культуры (ОК-3);
- способность к личностному развитию и повышению профессионального мастерства (ОК-4);

2. Профессиональные –

- способностью демонстрировать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин и готовностью использовать основные законы в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ПК-1);
- способностью и готовностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат (ПК-2);
- способностью и готовностью анализировать научно-техническую информацию, изучать отечественный и зарубежный опыт по тематике исследования (ПК-3)
- способностью использовать методы анализа и моделирования линейных и нелинейных электрических цепей постоянного и переменного тока (ПК-4);
- способностью к обучению на втором уровне высшего профессионального образования, получению знаний по одному из профилей в области научных исследований и педагогической деятельности (ПК-5);
- способностью выполнять экспериментальные исследования по заданной методике, обрабатывать результаты экспериментов (ПК-6)
- использовать физико-математический аппарат для решения расчетно-аналитических задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности (ПК-7)

Критерий 5 АИОР

1.1 Применять *базовые и специальные* математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания *в широком* (в том числе междисциплинарном) контексте в *комплексной* инженерной деятельности.

1.2 Ставить и решать задачи *комплексного* инженерного анализа с использованием *базовых и специальных* знаний, современных аналитических методов и моделей.

1.3 Выполнять *комплексные* инженерные проекты с применением *базовых и специальных* знаний, *современных* методов проектирования для достижения *оптимальных* результатов, соответствующих техническому заданию *с учетом* экономических, экологических, социальных и других ограничений.

1.4 Проводить *комплексные* инженерные исследования, включая поиск необходимой информации, эксперимент, анализ и интерпретацию данных с применением *базовых и специальных* знаний и *современных* методов для достижения требуемых результатов.

4. Структура и содержание модуля Ряды и комплексный анализ МЗ

4.1. Наименование разделов модуля:

4.1.1. Числовые ряды

Понятие числового ряда. Определение сходящегося и расходящегося ряда. Теоремы о свойствах сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Понятие знакоположительного ряда, необходимое и достаточное условие его сходимости. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: Д'Аламбера, радикальный Коши, интегральный Коши, признаки сравнения. Эталонные ряды и их сходимость. Знакопеременные ряды: понятие условной и абсолютной сходимости. Теорема Лейбница. Признак Дирихле. Схема исследования знакочередующихся рядов на сходимость.

4.1.2. Функциональные ряды

Определения функционального ряда и области его сходимости. Понятие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля и ее геометрическая иллюстрация. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Основные свойства степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Теорема о необходимых и достаточных условиях разложения функции в ряд Тейлора. Таблица разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена.

4.1.3. Ряды Фурье

Ортогональные и нормированные системы функций. Тригонометрическая система функций. Понятие тригонометрического ряда Фурье. Теорема о коэффициентах ряда Фурье. Сумма ряда Фурье. Теорема Дирихле. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функций, заданных на полуинтервале. Ряд Фурье для функций с произвольным периодом. Сдвиг сегмента разложения. Понятие об интеграле Фурье.

4.1.4. Комплексные числа и функции

Комплексные числа и действия над ними. Определение ФКП. Реальная и мнимая части функции. Основные элементарные функции комплексного переменного и их свойства. Однозначные и многозначные функции. Точки ветвления и их классификация. Производная ФКП. Дифференцируемость. Теорема о необходимом и достаточном условиях дифференцируемости функции в точке. Условия Коши - Римана. Геометрический смысл производной. Понятие аналитичности ФКП. Интеграл от ФКП вдоль кривой и его свойства. Теорема о независимости интеграла от пути интегрирования. Интегральная формула Коши.

4.1.5. Ряды в комплексной области

Числовые ряды с комплексными членами. Абсолютная сходимость. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг и радиус сходимости. Ряд Тейлора. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Тейлора. Ряды Лорана, определение. Главная и правильная части ряда Лорана. Кольцо сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана о разложении аналитической функции в кольцо в ряд. Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема о нулях функции. Понятие аналитического продолжения. Особые точки и их классификация. Поведение функции в окрестности особой точки.

4.1.6. Теория вычетов и её приложения.

Вычет функции в изолированной особой точке. Формулы для вычисления вычетов. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению интегралов.

4.1.7. Преобразование Лапласа. Операционный метод решения дифференциальных уравнений

Операционное исчисление: основные понятия и определения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица оригиналов и изображений. Отыскание оригинала по изображению.

Интеграл Меллина. Решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционным методом. Интеграл Дюамеля и его применение к решению дифференциальных уравнений. Решение систем однородных и неоднородных дифференциальных уравнений операционным методом.

4.2. Структура модуля по разделам и формам организации обучения представлена в таблице 1.

Таблица 1.

Структура модуля ряды и комплексный анализ по разделам и видам учебной деятельности

Название раздела/ темы	Аудиторная работа (час)			СРС (час)	Колл, контр. р. (вкл. в практ. зан.)	Итого
	Лекции	Практ./сем. Занятия	Лаб. Зан.			
Числовые ряды	4	4	0	8		16
Функциональные ряды	6	6	0	12		24
Ряды Фурье	4	6	0	10	2	20
Комплексные числа и функции	6	6	0	12		24
Ряды в комплексной области	6	4	0	10		20
Теория вычетов и её приложения	4	4	0	8	2	16
Преобразование Лапласа. Операционный метод решения дифференциальных уравнений	6	6	0	12	1	24
Итого	36	36		72	5	144

5. Образовательные технологии

Для успешного освоения модуля дисциплины применяются как предметно — ориентированные технологии обучения (технология постановки цели, технология полного усвоения, технология концентрированного обучения), так и личностно — ориентированные технологии обучения (технология обучения как учебного исследования, технология педагогических мастерских, технология коллективной мыследеятельности, технология эвристического обучения) которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе.

Перечень методов обучения и форм организации обучения представлен в таблице 2.

Таблица 2.

Методы и формы организации обучения

Методы	ФОО	Лекц.	Пр. зан./сем.	Тр. *, Мк**	СРС
ИТ-методы					
Работа в команде			х		х
Case-study					
Игра					
Методы проблемного обучения			х	х,х	х
Обучение на основе опыта	х		х	х,х	х
Опережающая самостоятельная работа				х,х	х
Проектный метод					

Поисковый метод	х	х	х,х	х
Исследовательский метод	х	х	х,х	х

6. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1. Общий объем самостоятельной работы студентов по модулю включает две составляющие: текущую СРС и творческую проектно-ориентированную СР (ТСР).

6.1.1. *Текущая СРС* направлена на углубление и закрепление знаний студентов, развитие практических умений и представляет собой:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий
- опережающая самостоятельная работа;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- подготовка к контрольной работе и коллоквиуму, к зачету, к экзамену

6.1.2. *Творческая проектно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР)*, ориентирована на развитие интеллектуальных умений, комплекса общекультурных и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и представляет собой:

- выполнение расчетно-графических работ;
- участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах; качества.

6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине

6.2.1. *Темы индивидуальных заданий:*

1. Числовые и функциональные ряды.
2. Ряды Фурье
3. Комплексные числа и функции.
4. Вычеты и их приложения.
5. Операционный метод.

6.2.2 *Темы работ выносимые на самостоятельную проработку:*

1. Приложения степенных рядов
2. Интеграл Фурье
3. Приложения теории вычетов к вычислению определенных интегралов

6.3 Контроль самостоятельной работы

Контроль СРС студентов проводится путем проверки работ, предложенных для выполнения в качестве домашних заданий согласно разделу 6.2. и рейтинг - плану освоения модуля дисциплины. Одним из основных видов контроля СРС является защита индивидуальных домашних заданий. Наряду с контролем СРС со стороны преподавателя предполагается личный самоконтроль по выполнению СРС со стороны студентов.

6.4 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для организации самостоятельной работы студентов рекомендуется использование литературы и Internet-ресурсов согласно перечню раздела 9. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.**

7. Средства (ФОС) текущей и итоговой оценки качества освоения модуля (дисциплины).

7.1. **Текущий контроль.** Средствами оценки текущей успеваемости студентов по ходу освоения дисциплины являются:

7.1.1. Перечень вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на уровне знакомства

1. Приведите определение сходящегося и расходящегося числового ряда и основные теоремы о свойствах сходящихся рядов.
2. Сформулируйте достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: Д'Аламбера, радикальный Коши, интегральный Коши, признаки сравнения.
3. Знакопеременные ряды: понятие условной и абсолютной сходимости.
4. Сформулируйте теорему Лейбница и признак Дирихле
5. Дайте определения функционального ряда и области его сходимости. Что такое сумма и n -частичная сумма функционального ряда?
6. В чем состоит понятие равномерной сходимости?
7. Сформулируйте признак Вейерштрасса.
8. Перечислите свойства равномерно сходящихся рядов
9. Сформулируйте теорему Абеля.
10. Перечислите основные свойства степенных рядов
11. Какие ряды называют рядами Тейлора и Маклорена?
12. Ортогональные и нормированные системы функций
13. Понятие тригонометрического ряда Фурье.
14. Сформулируйте теорему Дирихле
15. Что называется интегралом Фурье?
16. Что такое алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа? Как они связаны?
17. Реальная и мнимая части функции. Основные элементарные функции комплексного переменного
18. Производная ФКП. Дифференцируемость. Геометрический смысл производной.
19. Сформулируйте условия Коши – Римана.
20. Понятие аналитичности функции комплексного переменного
21. Интеграл от ФКП вдоль кривой. Свойства интеграла
22. Сформулируйте теорему о независимости интеграла от пути интегрирования.
23. Интегральная формула Коши.
24. Степенные ряды в комплексной области. Сформулируйте теорему Абеля.
25. Сформулируйте теорему о разложении аналитической функции в ряд Тейлора.
26. Какой ряд называется рядом Лорана? Что такое главная и правильная его части?
27. Сформулируйте теорему Лорана о разложении аналитической функции в кольцо в ряд
28. Какие существуют изолированные особые точки у аналитической функции? Каково поведение аналитической функции в окрестности таких точек?
29. Вычет функции в изолированной особой точке. Формулы для вычисления вычетов
30. Сформулируйте основную теорему теории вычетов.
31. Приведите примеры применения теории вычетов к вычислению определённых интегралов.
32. Что такое преобразование Лапласа? Для каких функций оно определяется?
33. Перечислите основные свойства преобразования Лапласа.
34. Отыскание оригинала по изображению. Интеграл Меллина
35. В чем состоит решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционным методом?
36. Интеграл Дюамеля и его применение к решению дифференциальных уравнений.

7.1.2. Индивидуальные задания

Пример варианта индивидуальных заданий.

Числовые и функциональные ряды

Вариант 1

1. Найти суммы числовых рядов

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 7n - 12} \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(n+2)(n+4)}$$

2. Исследовать ряды на сходимость

$$\begin{array}{ll} 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2} & 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{3}}{n^2 + 2^n} \\ 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt[3]{n-1}} & 4) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arcsin}^{2n} \left(\frac{n+1}{2n+3} \right) \\ 5) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n+4}{7n+5} \right)^{-n^2} & 6) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{\ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)} \\ 7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n/3) \ln^2(n+7)} & 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}{2^{n+1} \cdot n!} \end{array}$$

3. Найти интервалы сходимости функциональных рядов

$$\begin{array}{ll} 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1} & 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-5)^n}{n 3^n} \\ 3) \sum_{n=1}^{\infty} (\ln x)^n & 4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n(x-2)} \end{array}$$

4. Найти суммы функциональных рядов

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right) x^n \quad 2) \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 5n + 3) x^n$$

5. Разложить в ряд Тейлора по степеням $(x - x_0)$ функции

$$\begin{array}{ll} 1) y = \ln(\sqrt{1+5x} \cdot (1-2x)), & x_0 = 0, \quad 2) y = \frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2}, \quad x_0 = 0 \\ 3) y = x \cdot e^{2x} & x_0 = 3, \quad 4) y = \sqrt[3]{x} \quad x_0 = -1. \end{array}$$

6. Вычислить интегралы с точностью до 0,001

$$1) \int_0^{0,1} \sin 8x^2 dx \quad 2) \int_0^{0,5} \frac{1}{\sqrt[3]{27+x^3}} dx$$

1. Заданную на интервале $(-l; l)$ функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье. Построить график суммы полученного ряда.

$$1) f(x) = 2x - 3, \quad x \in (-\pi; \pi),$$

$$2) f(x) = 2 + \cos^2 3x, \quad x \in (-1; 1)$$

$$3) f(x) = \begin{cases} \pi - 2x, & -\pi < x < 0, \\ \pi/2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

2. Функцию $f(x) = \begin{cases} 1 - x, & 0 < x < 1, \\ 0, & 1 \leq x < 3 \end{cases}$ разложить в ряд Фурье по ортогональной системе функций $\left\{ \sin \frac{n\pi x}{3}, \quad n = 1, 2, \dots, \infty \right\}$. Построить график суммы полученного ряда.

3. Функцию $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 1, \\ x - 2, & 1 \leq x < 2 \end{cases}$ разложить в ряд Фурье по ортогональной системе $\left\{ \cos \frac{n\pi x}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \infty \right\}$. Построить график суммы полученного ряда.

4. Функцию $f(x) = e^x, \quad x \in (-1; 1)$ представить тригонометрическим рядом Фурье в комплексной форме. Записать:

- а) спектральную функцию $S(\omega_n)$,
- б) амплитудный спектр $A(\omega_n) = |S(\omega_n)|$
- в) фазовый спектр $\varphi(\omega_n) = \arg S(\omega_n)$.

5. Функцию $f(x) = \frac{x}{1+x^2}, \quad x \in (-\infty; \infty)$ представить интегралом Фурье.

6. Найти преобразование Фурье $F(\omega)$ функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & |x| \leq 2 \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$$

7. Найти синус преобразование Фурье $F_s(\omega)$ функции

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & 0 < x \leq 1, \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

1. Даны числа $z_1 = \sqrt{3} + i$, $z_2 = 2 + 2i$. Вычислить:

- 1) $2z_1 - 3z_2$, 2) $(z_2)^2$, 3) $\frac{\bar{z}_1 - z_2}{z_2}$, 4) $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2}$,
 5) $\sqrt[3]{z_1^2 z_2}$, 6) $\ln z_1$, 7) $\cos z_2$, 8) $\operatorname{sh} \bar{z}_1$.

Результаты вычислений представить в показательной и алгебраической формах.

2. Определить и построить на комплексной плоскости семейства линий, заданных уравнениями

$$1) \operatorname{Im} \frac{1}{z+i} = C, \quad 2) \operatorname{Re} z^2 = C.$$

3. Решить уравнения

$$1) \sin z + \cos z = 1, \quad 2) i \cdot e^{2z} = 2 - 2i$$

4. На комплексной плоскости заштриховать области, в которых при отображении функцией $f(z) = \frac{2z+3i}{iz+4}$ имеет место

- a) сжатие $k \leq 1$;
 b) поворот на угол $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$.

5. Доказать, что функция $v(x; y) = x^2 - y^2$ может служить мнимой частью аналитической функции $f(z) = u + iv$ и найти ее.

6. Вычислить интегралы

- 1) $\int_{(L)} \frac{dz}{\sqrt{z}}$, где $L: \{ |z| = 1, \operatorname{Im} z < 0 \}$;
 2) $\int_{(L)} (\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z) dz$, где L — ломаная $(0; 1; 1+2i)$.

7. Вычислить, используя интегральную формулу Коши

$$\oint_{(L)} \frac{z^2 dz}{(z-1)^2(z+1)} \quad \text{где } (L): \begin{cases} 1) |z-1| = 1/2; \\ 2) |z+1| = 1/2; \\ 3) |z| = 2 \end{cases}$$

Комплексные ряды и вычеты

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5^{n-1} + n - i}$.

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=-\infty}^{-1} (-1)^n z^{2n} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{4^{n+1}}$.

3. Записать разложения функций в ряды Лорана в окрестностях указанных точек. Найти области сходимости каждого ряда.

$$\begin{array}{ll} 1) f(z) = \frac{z}{(z-4)^2} & 2) f(z) = \frac{\operatorname{ch}(iz)}{z(z-\pi)^3} \\ z_1 = 0, z_2 = 4, z_3 = \infty. & z_1 = 0, z_2 = \infty. \end{array}$$

4. Найти вычеты функций в указанных точках

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{e^{2iz} - 1}{z + \pi}, & z_0 = \pi. \\ 2) \frac{11ze^{z/(z-4)}}{121 + 11z - 2z^2}, & z_0 = \infty. \\ 3) \frac{z^3 + 1}{z} e^{1/z}, & z_0 = 0. \\ 4) \frac{e^{5z} - 1}{\sin z - z + z^3/6}, & z_0 = 0. \\ 5) z^5 \ln(1 + a/z), & z_0 = \infty. \\ 6) \frac{1}{z^3 - z^6}, & z_0 = 0. \end{array}$$

5. Вычислить интегралы по замкнутому контуру, считая что контур интегрирования обходится в положительном направлении

$$\begin{array}{ll} 1) \int_{|z-1|=2} \frac{\sin^2 z}{z^3} dz & 2) \int_{|z-1|=1} \frac{dz}{(z-3)(z^3-1)} \\ 3) \int_{|z|=3} \frac{(1 + e^{2iz}) dz}{z - \pi} & 4) \int_{|z|=3} z^5 \exp(2/z) dz \\ 5) \int_{|z+2|=2} \frac{e^{-iz} dz}{(z+3)^2} & 6) \int_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{z^3 + 16z} \end{array}$$

6. Найти с помощью вычетов

$$\begin{array}{ll} 1) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2} dx}{(x^2 + 3)^2} & 2) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^4 + 16} \\ 3) \int_0^{2\pi} \frac{dt}{4\sqrt{2} \sin t + 6} & 4) \int_{-1-i\infty}^{-1+i\infty} \frac{z e^{-z}}{z^2 + 9} dz \end{array}$$

1. Найти изображения следующих функций

$$1) f(t) = \cos^2 t. \quad 3) f(t) = \int_0^t \tau^2 e^{-3\tau} d\tau.$$

$$2) f(t) = t + \frac{1}{2}e^{-t}. \quad 4) f(t) = \begin{cases} 0, & t < 3, \\ e^{-(t-3)}, & 3 \leq t \leq 4, \\ 0, & t > 4. \end{cases}$$

2. Найти оригиналы функций по заданным изображениям

$$1) F(p) = \frac{p}{(p-1)(p-2)}, \quad 2) F(p) = \frac{e^{-p/2}}{p(p^2+1)}.$$

3. Найти решение задачи Коши операционным методом

$$1) \dot{x} + 5x = e^t, \quad x(0) = 0.$$

$$2) \ddot{x} - 2\dot{x} + x = t - \sin t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

$$3) \ddot{x} + 7\dot{x} + 6x = t^2 + 3t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 2.$$

$$4) 9\ddot{x} + x = e^{3t} + 2, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

4. Решить уравнения, используя формулу Дюамеля

$$1) \ddot{x} + x = \frac{1}{1+e^t}, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

$$2) \ddot{x} + 4x = \begin{cases} 0, & t < 2 \\ 1, & 2 \leq t \leq 3, \\ -1, & 3 < t \leq 4, \\ 0, & t > 4, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

5. Найти решение систем операционным методом

$$1) \begin{cases} \dot{x} = 7x - 2y \\ \dot{y} = -x + 3y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0, \\ y(0) = 2. \end{matrix} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 5y \\ \dot{y} = -2x + 4y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 1, \\ y(0) = 0. \end{matrix}$$

7.2. Рубежный контроль. Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при выполнении контрольных и индивидуальных заданий.

Данный вид деятельности оценивается отдельными баллами в рейтинг - листе.

Образцы контрольных заданий

Контрольная работа по теме «Ряды»

I. Исследовать на сходимость ряды:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1-\cos^2 na}, \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{(n+2)^2 3^n}, \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(n+1)!}{(2n)!},$$
$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{3n+2}\right)^n, \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^4}{n^5+5}.$$

II. Найти интервал сходимости ряда, исследовать ряд на концах интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+2} \left(\frac{x-5}{2}\right)^n.$$

III. Разложить в ряд Тейлора, в окрестности точки x_0 , функцию $f(x)$:

$$f(x) = \cos^2 x; \quad x_0 = \frac{\pi}{3}.$$

IV. Разложить функции в ряд Фурье в указанном интервале:

1. $y = 3x + 7, \quad x \in (-\pi; \pi).$

2. $y = \begin{cases} -2, & \text{при } -2 < x < -1 \\ x, & \text{при } -1 \leq x < 0 \end{cases}; \quad x \in (-2; 0); \quad (\text{по косинусам}).$

Контрольная работа по темам «Комплексные числа и функции, комплексные ряды и вычеты»

1. Найти все значения корня: $\sqrt[3]{-2}$. Результат вычислений представить в алгебраической форме.
2. Найти коэффициент растяжения и угол поворота в точке $z_0 = 1 - i$ при отображении $\omega = z^2$.
3. Найти аналитическую функцию $f(z) = U + iV$ по известной действительной части и значению $f(z_0)$: $U(x, y) = x^3 - 3xy^2$; $f(i) = -i$.
4. Вычислить интеграл: $\int_L z^2 \operatorname{Im} z dz$, где L - отрезок прямой от точки $z_1 = 0$, до точки $z_2 = 1 - 2i$.
5. Разложить функцию $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z^2+2z-3)}$ в ряд Лорана с центром в $z_0 = 1$ в кольце $|z-1| > 4$.
6. Вычислить следующие интегралы:

$$\oint_{|z-2|=4} \frac{zdz}{e^z + e^2} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \pi x dx}{x^2 + 4x + 5}$$

**Контрольная работа по теме «Операционное исчисление»
Вариант № 1**

I) Найти изображение по заданному оригиналу:

$$e^{5t} \sin^2 t.$$

II) Найти оригинал по заданному изображению:

$$\frac{e^{-p}}{p(p-1)}.$$

III) Операционным методом решить задачу Коши:

$$\ddot{x} + \dot{x} = \cos t, \quad x_0 = 0, \dot{x}_0 = 2.$$

IV) С помощью формулы Дюамеля решить задачу Коши:

$$\ddot{x} + x = \begin{cases} 1, & 0 < t < 2, \\ 0, & t > 2, \end{cases} \quad x_0 = \dot{x}_0 = 0.$$

V) 5) Операционным методом решить задачу Коши:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + y, \\ \dot{y} = -5x - 3y + 2. \end{cases} \quad x_0 = 2; y_0 = 0.$$

7.3 Промежуточный контроль. Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при сдаче зачета или экзамена.

Образцы зачетных и экзаменационных материалов

ТПУ

ЭКЗАМЕН

Курс 2

Семестр 3

1. а) Сформулируйте и докажите признак Лейбница
в) Сформулируйте и докажите условия Коши - Римана
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$a. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^2}{(n+3)^2 4^n}, \quad b. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(n+1)!}{(2n)!}, \quad c. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{2^{n+1} + 5}.$$

3. Разложить в ряд Тейлора с центром в точке x_0 функцию $f(x)$:

$$f(x) = xe^{-2x+3}; \quad x_0 = 1.$$

4. Представить в алгебраической форме все значения корня $\sqrt[3]{-125}$,

5. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi x/2) dx}{x^2 + 4x + 13}$

6. Решите задачу Коши

$$y'' - 2y' + y = f(t), \quad y(0) = y'(0) = 0, \quad f(t) = \begin{cases} 1, & t \leq 1 \\ t - 2, & t > 1 \end{cases}$$

8. Рейтинг качества освоения модуля

Рейтинг-план освоения модуля **ряды и комплексный анализ М3**

Дисциплина математика модуль	Ряды и комплексный анализ	Число недель - 18
Институт		Число кредитов - 4
Кафедра		Лекции -36 час
Семестр	3	Практ. занятия-36 час
Группы		Всего аудит. работы 72 час
Преподаватель		Самост. работа - 72час
		ВСЕГО 144 час

Рейтинг-план модуля «Ряды и комплексный анализ»								
Недели	Текущий контроль							
	Теоретический материал			Практическая деятельность				Итого
	Название модуля	Темы лекций	Баллы	Название практических занятий	Баллы	Индивидуальные задания по разделам дисциплины	Баллы	
1	Числовые ряды	Числовые ряды. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов.		Сумма ряда. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов.		Числовые и функциональные ряды.		
2		Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства сходящихся рядов		Знакопеременные ряды.		Числовые и функциональные ряды.		
3	Функциональные ряды	Функциональные ряды. Общие свойства, равномерная сходимость		Функциональные ряды, равномерная сходимость.		Числовые и функциональные ряды.		
4		Степенные ряды. Теорема Абеля		Степенные ряды, свойства степенных рядов.		Числовые и функциональные ряды.		

5		Ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций		Разложение функций в степенные в ряды.		Числовые и функциональные ряды.	8	8	
6	Ряды Фурье	Тригонометрическ ий ряд Фурье. Теорема Дирихле		Тригонометрический ряд Фурье.		Ряды Фурье. Интеграл Фурье			
7		Разложение функций в ряд Фурье		Разложение только по косинусам (синусам)		Ряды Фурье. Интеграл Фурье			
8				Контрольная по рядам	25	Ряды Фурье. Интеграл Фурье	7	32	
	Итого				25		15	40	
Всего по контрольной точке (аттестации) № 1									40
8	Комплексны е числа и функции	Введение в ТФКП. Комплексные числа и действия над ними Основные элементарные функции комплексного переменного и их свойства				Комплексные числа и функции			
9		Понятие аналитичности ФКП. Условия Коши - Римана Геометрический смысл производной		Комплексные числа и действия над ними		Комплексные числа и функции			
10		Интегральное исчисление ФКП Интеграл Коши		Основные элементарные функции комплексного переменного Условия Коши - Римана		Комплексные числа и функции			
11				Интегральное исчисление ФКП Интеграл Коши		Комплексные числа и функции	8	8	
11	Ряды в	Ряды в комплексной области. Ряд Тейлора							

12	комплексно й области	Ряд Лорана.	Числовые комплексные ряды. Ряд Тейлора.		Комплексные ряды и вычеты			
13		Особые точки и их классификация Нули аналитической функции. Понятие аналитического продолжения	Разложение функций в ряд Лорана		Комплексные ряды и вычеты			
14	Теория вычетов и её приложения	Вычет функции в изолированной особой точке Основная теорема о вычетах.	Нахождение вычетов. Приложение вычетов к вычислению интегралов		Комплексные ряды и вычеты			
15		Приложения теории вычетов к вычислению определенных интегралов	Контрольная работа по теме «Комплексные числа и функции, комплексные ряды и вычеты»	25	Комплексные ряды и вычеты	7	29	
	Итого			25		15	40	
Всего по контрольной точке (аттестации) № 2								80
16	Операционн ое исчисление	Понятие о преобразовании Лапласа. Свойства преобразования Лапласа	Нахождение изображений и оригиналов		Операционный метод			
17		Обращение преобразования Лапласа. Применение операционного исчисления для решения ДУ	Решение ДУ		Операционный метод			
18		Интеграл Дюамеля. Применение операционного исчисления для решения систем Д У	Интеграл Дюамеля Контрольная работа по теме «Операционное исчисление	13	Операционный метод	7	20	
	Итого			13		7	20	
Всего по контрольной точке (аттестации) № 3								100
Промежуточная аттестация Экзамен								100
Итого баллов по дисциплине								
		Зав.кафедрой _____						
		Преподаватель _____						

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1. Основная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа (в 2-х томах).- М. Наука, 1960, 1968 гг.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа (в 3-х томах).- М. Наука, 1970, 1981, 1988 гг.
3. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. – М: Наука, 1974
4. Араманович И.Г., Лунц Л.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М: Наука, 1965
5. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - М. Наука, 1972, 1975, 1977, 1985 гг..
6. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Т.Н. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. - М: Наука, 1971

9.2. Дополнительная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (в 3-х томах) - М. Наука, 1962, 1970 гг.
2. Багров В.Г., Белов В.В., Задорожный В.Н, Трифонов А.Ю. Методы математической физики: Основы комплексного анализа. Элементы вариационного исчисления и теории обобщенных функций. – Томск: Изд-во НТЛ, 2002
3. Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Высшая математика для технических университетов. IV. Ряды.- Томск: Изд. ТПУ, 2006
4. Терехина Л.И., Фикс И.И. Учебное пособие., «Высшая математика» ч.1,2,3,4,5,6. — Томск, Изд. ТПУ, 2004 – 2009 г.г.
5. Терехина Л.И., Фикс И.И., Сборник индивидуальных заданий, «Высшая математика», части 1,2

9.3. Internet-ресурсы:

<http://portal.tpu.ru> - персональный сайт преподавателя дисциплины

<http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук

<http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал

<http://lib.mexmat.ru> –электронная библиотека механико-математического факультета

МГУ

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины производится на базе учебных аудиторий учебных корпусов ТПУ. Аудитории оснащены современным оборудованием, позволяющим проводить лекционные и практические занятия.

Программа составлена на основе Стандарта ООП ТПУ в соответствии с требованиями ФГОС по направлению _____ и профилю подготовки « _____ »

Программа одобрена на заседании кафедры ВМ _____ ФТИ ТПУ (протокол № _____ от « _____ » 2011 г.).

Авторы _____

Рецензент _____

