

УТВЕРЖДАЮ

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2011 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ (ДИСЦИПЛИНЫ)

**МАТЕМАТИКА**

**Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения М 2.1.1**

НАПРАВЛЕНИЕ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ) ООП

- 140100 - Теплоэнергетика и теплотехника
- 140400 - Электроэнергетика и электротехника
- 141100 - Энергетическое машиностроение
- 141403 - Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг
- 200400 - Оплотехника
- 150700 - Машиностроение
- 150100 - Материаловедение и технология материалов
- 151000 - Технологические машины и оборудование
- 151900 - Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств
- 261400 - Технология художественной обработки материалов
- 221700 - Стандартизация и метрология
- 200100 - Приборостроение
- 201000 - Биотехнические системы и технологии
- 210100 - Электроника и нанoeлектроника
- 221400 - Управление качеством
- 280700 - Техносферная безопасность
- 130101 - Прикл. Геология (1)
- 130102 - Тех. гео разведки (1)
- 240100 - Химическая технология
- 280100 - Природообустройство и водопользование
- 131000 - Нефтегазовое дело
- 120700 - Землеустройство и кадастры
- 022000 - Экология и природопользование
- 240700 - Биотехнология
- 241000 - Энерго и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии
- 140800 - Ядерные физика и технологии
- 240501 - Химическая технология материалов современной энергетики
- 140801 - Электроника и автоматика физических установок
- 011200 – Физика
- 231300 – Прикладная математика

ПРОФИЛЬ(И) ПОДГОТОВКИ (СПЕЦИАЛИЗАЦИЯ, ПРОГРАММА)

КВАЛИФИКАЦИЯ (СТЕПЕНЬ) **БАКАЛАВР**

БАЗОВЫЙ УЧЕБНЫЙ ПЛАН ПРИЕМА 2011г.

КУРС 1 СЕМЕСТР 2

КОЛИЧЕСТВО КРЕДИТОВ 6

ПРЕРЕКВИЗИТЫ Линейная алгебра и аналитическая геометрия, дифференциальное исчисление.

КОРЕКВИЗИТЫ Гуманитарный, социальный и экономический цикл дисциплин, физика, химия, экология, инженерная и компьютерная графика, информационные технологии, физическая культура

ВИДЫ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И ВРЕМЕННОЙ РЕСУРС:

лекции 54 час.

практич. занятия 54 час.

АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ 108 час.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА 108 час.

ИТОГО 216 час.

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ **ОЧНАЯ**

ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 2 семестр - экзамен

ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ПОДРАЗДЕЛЕНИЯ кафедры ВММФ, ВМ

ЗАВЕДУЮЩИЙ КАФЕДРОЙ \_\_\_\_\_ профессор А. Ю. Трифонов  
ВММФ ФТИ

ЗАВЕДУЮЩИЙ КАФЕДРОЙ \_\_\_\_\_ профессор К. П. Арефьев  
ВМ ФТИ

РУКОВОДИТЕЛЬ ОПП \_\_\_\_\_ доцент каф.

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ \_\_\_\_\_ доцент каф. ВММФ ФТИ  
Д.В. Болтовский

2011 г.

## 1. Цели освоения модуля (дисциплины) **Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения М 2.1.1**

Целями освоения дисциплины в области обучения, воспитания и развития, соответствующие целям ООП, являются:

- подготовка в области основ математических и естественнонаучных знаний, получение высшего профессионально-профилированного (на уровне бакалавра), углубленного профессионального (на уровне магистра) образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности, обладать универсальными и предметно-специализированными компетенциями,
- формирование знаний о математике, как особом способе познания мира и образе мышления, общности её понятий и представлений,
- приобретение опыта построения математических моделей и проведения необходимых расчётов в рамках построенных моделей; употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов,
- формирование социально-личностных качеств студентов: целеустремленности, организованности, трудолюбия, ответственности, гражданственности, коммуникативности, толерантности, повышение общей культуры, готовности к деятельности в профессиональной среде

## 2. Место модуля (дисциплины) в структуре ООП

Дисциплина **Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения М 2.1.1** входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла объединенного блока образовательных программ М1. Эта дисциплина является необходимой для освоения остальных дисциплин математического и естественнонаучного цикла и дисциплин профессионального цикла ООП.

Для освоения модуля (дисциплины) необходимо **знать**:

- курс “Линейная алгебра и аналитическая геометрия”
- курс “Дифференциальное исчисление”

Параллельно с данным модулем (дисциплиной) могут изучаться дисциплины гуманитарного, социального и экономического цикла, дисциплины естественнонаучного цикла, профессионального цикла и цикл «Физическая культура».

## 3. Результаты освоения модуля (дисциплины) **Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения М 2.1.1**

Согласно декомпозиции результатов обучения по ООП в процессе освоения дисциплины с учетом требований ФГОС, критериев АИОР, согласованных с требованиями международных стандартов *EURACE* и *FEANI*, а также заинтересованных работодателей планируются следующие результаты:

P1	Применять <i>глубокие</i> естественнонаучные, математические и инженерные знания для создания и обработки <i>новых</i> материалов
P5	Проводить теоретические и экспериментальные <i>исследования</i> в области современных технологий обработки материалов, нанотехнологий, создания <i>новых</i> материалов в <i>сложных</i> и <i>неопределенных</i> условиях
P11	<i>Самостоятельно учиться</i> и непрерывно <i>повышать квалификацию</i> в течение всего

В результате освоения дисциплины **Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения М 2.1.1**

студент должен будет:

Знать

- определение неопределенного интеграла;
- основные методы интегрирования;
- определение определенного интеграла, его физический и геометрический смысл;
- связь между определенным и неопределенным интегралом;
- определение несобственного интеграла I и II рода, сходимость несобственных интегралов;
- определение двойного и тройного интеграла, их свойства и способы вычисления;
- определение криволинейных и поверхностных интегралов, свойства и способы их вычисления;
- формулы Грина, Остроградского-Гаусса и Стокса; основные понятия теории дифференциальных уравнений;
- классификацию дифференциальных уравнений;
- основные методы решения дифференциальных уравнений первого и высших порядков;
- методы решения систем дифференциальных уравнений;
- 

Уметь

- интегрировать рациональные, простейшие иррациональные функции и дифференциальный бином;
- применять определенный интеграл при нахождении площади плоской фигуры, объема тела вращения, площади поверхности вращения;
- вычислять и исследовать на сходимость несобственные интегралы;
- вычислять двойные и тройные интегралы в декартовых координатах, осуществлять замену переменных в кратных интегралах;
- вычислять криволинейные и поверхностные интегралы;
- применять математические методы к решению инженерных, исследовательских и других профессиональных задач
- работать с учебной и справочной литературой;
- определять тип дифференциального уравнения и выбирать метод его решения;
- находить общее решение изученных дифференциальных уравнений, ставить и решать задачу Коши;
- решать системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

Владеть

- методами вычисления неопределенных и определенных интегралов;
- методами вычисления кратных интегралов;
- методами вычисления криволинейных и поверхностных интегралов;
- методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений

В процессе освоения дисциплины у студента развиваются следующие компетенции:

1. *Универсальные (общекультурные)*

- способностью владеть культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);

- способностью логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь (ОК-2);
- владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией (ОК-3);
- способность к личностному развитию и повышению профессионального мастерства (ОК-4);

## 2. Профессиональные –

- способностью демонстрировать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин и готовностью использовать основные законы в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ПК-1);
- способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат (ПК-2);
- способностью и готовностью анализировать научно-техническую информацию, изучать отечественный и зарубежный опыт по тематике исследования (ПК-3)
- способностью использовать методы анализа и моделирования линейных и нелинейных электрических цепей постоянного и переменного тока (ПК-4);
- способностью к обучению на втором уровне высшего профессионального образования, получению знаний по одному из профилей в области научных исследований и педагогической деятельности (ПК-5);
- способностью выполнять экспериментальные исследования по заданной методике, обрабатывать результаты экспериментов (ПК-6)

### Критерий 5 АИОР

1.1 Применять *базовые и специальные* математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания *в широком* (в том числе междисциплинарном) контексте в *комплексной* инженерной деятельности.

1.2 Ставить и решать задачи *комплексного* инженерного анализа с использованием *базовых и специальных* знаний, современных аналитических методов и моделей.

1.3 Выполнять *комплексные* инженерные проекты с применением *базовых и специальных* знаний, *современных* методов проектирования для достижения *оптимальных* результатов, соответствующих техническому заданию *с учетом* экономических, экологических, социальных и других ограничений.

1.4 Проводить *комплексные* инженерные исследования, включая поиск необходимой информации, эксперимент, анализ и интерпретацию данных с применением *базовых и специальных* знаний и *современных* методов для достижения требуемых результатов.

## 4. Структура и содержание модуля (дисциплины) Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения М 2.1.1

### 4.1. Наименование разделов модуля:

#### 4.1.1. Неопределенный интеграл.

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Теорема о представлении правильной рациональной дроби в виде суммы конечного числа простейших дробей. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Подстановки Чебышева, Эйлера, тригонометрические.

#### 4.1.2. **Определенный интеграл.**

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение интегральной суммы Римана. Понятие определенного интеграла, его геометрический и физический смысл. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур в декартовой и полярной системах координат. Определение и вычисление длины дуги плоской кривой. Вычисление объемов тел. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Определение, свойства. Признаки сходимости интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимость. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Теорема сравнения. Интеграл, зависящий от параметра.

#### 4.1.3. **Кратные интегралы.**

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, геометрический и физический смысл. Теорема существования, свойства. Сведение двойного интеграла от непрерывной функции к повторному интегралу. Теорема о замене переменных в двойном интеграле. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Тройной интеграл, определение, свойства, вычисление в декартовой системе координат. Формулировка теоремы о замене переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Приложение кратных интегралов: вычисление объемов тел и площадей фигур, решение задач механики и физики.

#### 4.1.4. **Элементы векторного анализа.**

Криволинейные интегралы по длине дуги. Определение, свойства, физический смысл, вычисление. Задача о вычислении работы силового поля. Определение, свойства и вычисление криволинейного интеграла по координатам. Теорема Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Отыскание функции по ее полному дифференциалу. Поверхностный интеграл по площади поверхности. Определение, формула для вычисления. Геометрический и физический смысл. Задача о вычислении потока векторного поля через поверхность. Определение, физический смысл, свойства и вычисление поверхностного интеграла по координатам. Теорема и формула Остроградского-Гаусса. Ориентация поверхности и направление обхода замкнутого контура. Теорема и формула Стокса. Векторное поле. Векторные линии. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции первого порядка в скалярном и векторных полях. Потенциальные и безвихревые поля. Теорема Гельмгольца. Дифференциальные операции второго порядка. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Теорема о существовании и вычислении дивергенции. Свойства дивергенции, векторная запись формулы Остроградского-Гаусса. Соленоидальное поле. Векторная трубка. Основное свойство соленоидального векторного поля. Циркуляция и ротор векторного поля. Механический смысл ротора, его свойства. Векторная запись формулы Стокса. Интегро-дифференциальная форма уравнений электромагнитного поля.

#### 4.1.5. **Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

Дифференциальные уравнения первого порядка: основные определения и понятия. Существование и единственность решения задачи Коши. Особые решения. Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения, приводящиеся к ним. Однородные уравнения. Способ решения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные уравнения. Методы решения: метод Лагранжа, метод Бернулли. Уравнение Бернулли и методы решения. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной

#### 4.1.6. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков и системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия и определения. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, построение фундаментальной системы решений. Уравнение Эйлера. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с произвольной правой частью. Метод Лагранжа (вариации постоянных). Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Системы дифференциальных уравнений: основные определения и понятия. Методы последовательного исключения неизвестных и интегрирующих комбинаций. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Методы решения. Линейные неоднородные системы.

#### 4.1. Структура дисциплины по разделам и формам организации обучения представлена в таблице 1.

Таблица 1.

*Структура модуля (дисциплины) Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения М 2.1.1 по разделам и видам учебной деятельности*

Название раздела/ темы	Аудиторная работа (час)			СРС (час)	Колл, контр. р.	Итого
	Лекции	Практ./сем. Занятия	Лаб. Зан.			
Неопределенный интеграл	8	12	0	20	2	40
Определенный интеграл	8	8	0	16	2	32
Кратные интегралы	8	8	0	16	2	32
Элементы векторного анализа	14	8	0	24	2	46
Обыкновенные дифференциальные уравнения I порядка	6	7	0	13	1	26
Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков и системы обыкновенных дифференциальных уравнений	10	11	0	19	2	40
Итого	54	46	0	108	11	216

#### 5. Образовательные технологии

Для успешного освоения дисциплины применяются как предметно — ориентированные технологии обучения (технология постановки цели, технология полного усвоения, технология концентрированного обучения), так и личностно — ориентированные технологии обучения (технология обучения как учебного исследования, технология педагогических мастерских, технология коллективной мыследеятельности, технология эвристического обучения) которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе.

Перечень методов обучения и форм организации обучения представлен в таблице 2.

Таблица 2.

*Методы и формы организации обучения*

Методы	ФОО	Лекц.	Пр. зан./сем.	Тр. *, Мк**	СРС
IT-методы					
Работа в команде			х		х
Case-study					
Игра					
Методы проблемного обучения			х	х,х	х
Обучение на основе опыта	х	х	х	х,х	х
Опережающая самостоятельная работа				х,х	х
Проектный метод					
Поисковый метод	х	х	х	х,х	х
Исследовательский метод	х	х	х	х,х	х

**6. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

6.1. Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает две составляющие: текущую СРС и творческую проектно-ориентированную СР (ТСР).

6.1.1. *Текущая СРС* направлена на углубление и закрепление знаний студентов, развитие практических умений и представляет собой:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий
- опережающая самостоятельная работа;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- подготовка к контрольной работе и коллоквиуму, к зачету, к экзамену

6.1.2. *Творческая проектно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР)*, ориентирована на развитие интеллектуальных умений, комплекса общекультурных и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и представляет собой:

- выполнение расчетно-графических работ;
- участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах;

6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине

6.2.1. *Темы индивидуальных заданий:*

1. Неопределенный интеграл.
2. Определенный интеграл.
3. Кратные интегралы
4. Криволинейные и поверхностные интегралы.
5. Элементы векторного анализа.
6. Дифференциальные уравнения и системы.

6.2.2 *Темы работ выносимые на самостоятельную проработку:*

1. Подстановки Эйлера.
2. Интеграл, зависящий от параметра.
3. Интегро-дифференциальная форма уравнений электромагнитного поля..

**6.3 Контроль самостоятельной работы**



Контроль СРС студентов проводится путем проверки работ, предложенных для выполнения в качестве домашних заданий согласно разделу 6.2. и рейтинг-плану освоения дисциплины. Одним из основных видов контроля СРС является защита индивидуальных домашних заданий. Наряду с контролем СРС со стороны преподавателя предполагается личный самоконтроль по выполнению СРС со стороны студентов.

#### 6.4 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для организации самостоятельной работы студентов рекомендуется использование литературы и Internet-ресурсов согласно перечню раздела 9. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.**

### 7. Средства (ФОС) текущей и итоговой оценки качества освоения модуля (дисциплины).

**7.1. Текущий контроль.** Средствами оценки текущей успеваемости студентов по ходу освоения дисциплины являются:

7.1.1. Перечень вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на уровне знакомства

- Понятие неопределенного интеграла.
- Свойства неопределенного интеграла.
- Методы интегрирования: метод подведения под знак дифференциала, метод подстановки.
- Интегрирование по частям, основные классы функций, интегрируемых по частям.
- Интегрирование интегралов вида  $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ ,  $\int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx$ ,  $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ ,  $\int \frac{(Ax + B) dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ .
- Интегрирование рациональных функций. Разложение правильной дроби на простейшие.
- Интегрирование простейших дробей. Рекуррентная формула.
- Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
- Интегрирование дифференциальных биномов (Теорема Чебышева).
- Нахождение интегралов вида  $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$  при помощи тригонометрических подстановок.
- Интегралы вида  $\int R(\sin x, \cos x) dx$ . Универсальная тригонометрическая подстановка.
- Нахождение интегралов вида  $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ .
- Интегралы вида  $\int R(\sin x, \cos x) dx$ . Частные тригонометрические подстановки.
- “Неберущиеся” интегралы.
- Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла. Суммы Римана.
- Классы интегрируемых функций.
- Свойства определенного интеграла.
- Теоремы об оценке определенного интеграла. Теорема о среднем.
- Интеграл с переменным верхним пределом.

- Формула Ньютона-Лейбница .
- Методы интегрирования определенных интегралов: метод подстановки и метод интегрирования по частям.
- Учет симметрии функций в определенном интеграле. (Четность, нечетность, периодичность).
- Несобственные интегралы I рода (интегралы с бесконечными пределами). Определение, геометрический смысл.
- Несобственные интегралы II рода (интегралы от неограниченных функций). Определение, геометрический смысл.
- Признаки сходимости несобственных интегралов I рода.
- Признаки сходимости несобственных интегралов II рода.
- Абсолютная сходимость несобственных интегралов.
- Приложение определенного интеграла для вычисления площадей фигур в декартовой и полярной системах координат.
- Приложение определенного интеграла для вычисления объема тела вращения, работы переменной силы, длины дуги кривой.
- Определение двойного и тройного интегралов. Их геометрический и физический смысл.
- Основные свойства двойных и тройных интегралов.
- Теорема о среднем для двойного и тройного интегралов.
- Сведение двойного интеграла к повторному.
- Замена переменных в двойном интеграле.
- Якобиан, его геометрический смысл.
- Двойной интеграл в полярных координатах.
- Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
- Тройной интеграл в сферических координатах.
- Скалярное поле. Производная по направлению.
- Градиент, его свойства. Инвариантное определение градиента.
- Векторное поле. Поток векторного поля через поверхность, его физический смысл.
- Формула Остроградского.
- Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Инвариантное определение дивергенции. Свойства дивергенции.
- Соленоидальное (безвихревое) поле, его основные свойства.
- Криволинейный интеграл по длине дуги, его свойства и физический смысл.
- Криволинейный интеграл по координатам, его свойства и физический смысл
- Циркуляция векторного поля, ее гидродинамический смысл.
- Формула Стокса.
- Ротор векторного поля, его свойства. Инвариантное определение ротора.
- Условия независимости криволинейного интеграла от формы пути интегрирования.
- Потенциальное поле. Условия потенциальности.
- Понятие поверхностного интеграла 1-го рода.
- Понятие поверхностного интеграла 2-го рода.
- Дайте определение дифференциального уравнения первого порядка, его частного и общего решения.
- Что такое задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка?

- Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются уравнениями с разделёнными и с разделяющимися переменными? Как они решаются?
- Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются однородными? Как они решаются?
- Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются линейными? Перечислите методы решения
- Как решается уравнение Бернулли?
- Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются уравнениями в полных дифференциалах? Как они решаются?
- Что такое задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков? Когда она имеет единственное решение?
- Перечислите основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.
- Дайте определение линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Перечислите основные свойства частных решений однородного уравнения.
- Сформулируйте теоремы о вронскиане.
- Сформулируйте теорему о структуре общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения
- В чем состоит метод Лагранжа отыскания частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения?
- Схема построения фундаментальной системы решений однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами
- Перечислите методы отыскания частных решений неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами
- Дайте определение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка. Сформулируйте задачу Коши для такой системы.
- Изложите методы исключения и характеристического уравнения отыскания общего решения системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.

### 7.1.2. *Индивидуальные задания*

Пример варианта индивидуальных заданий.

- |   |   |
|---|---|
| 1. $\int \frac{\sin x}{7 + 3 \cos^2 x} dx$                  | 2. $\int \frac{x + \operatorname{arctg}^3 x}{1 + x^2} dx$ |
| 3. $\int \frac{dx}{x(3 + 7 \ln x)^4}$                       | 4. $\int \frac{5^{\arcsin x}}{\sqrt{1 - x^2}} dx$         |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})}$                 | 6. $\int \frac{81^x - 3^x}{9^x} dx$                       |
| 7. $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x} - 5}$                      | 8. $\int \frac{1 - 2x}{\sqrt{1 + 4x^2}} dx$               |
| 9. $\int e^x \left( 2 - \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx$ | 10. $\int (3 - 2x)^7 dx$                                  |
| 11. $\int \operatorname{arctg} x dx$                        | 12. $\int (3x - 5) \cos x dx$                             |
| 13. $\int x^2 \cdot e^{-3x} dx$                             | 14. $\int (x + 2) \cdot \ln^2 x dx$                       |
| 15. $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1 - x}} dx$         | 16. $\int \sin(\ln x) dx$                                 |
| 17. $\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 5}$                          | 18. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x - 7}}$                 |
| 19. $\int \frac{(x - 8) dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$           | 20. $\int \frac{(3x - 1) dx}{4x^2 - 4x + 7}$              |
| 21. $\int \frac{3x^3 + x^2 + 5x + 1}{x^3 + x} dx$           | 22. $\int \frac{dx}{x^4 - x^2}$                           |
| 23. $\int \frac{(x + 2) dx}{x^3 - 2x^2 + 2x}$               | 24. $\int \frac{x^2 - x}{(x + 3)^3} dx$                   |
| 25. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x - 2}}$                         | 26. $\int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx$ |
| 27. $\int \frac{(x + 2)^2}{\sqrt{x - 1}} dx$                | 28. $\int \sqrt[3]{x} (1 - \sqrt[3]{x})^3 dx$             |
| 29. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1 - x^2}}$                    | 30. $\int \frac{dx}{x^4 \cdot \sqrt{1 + x^2}}$            |
| 31. $\int \frac{dx}{\cos^3 x \sin^3 x}$                     | 32. $\int \frac{dx}{3 \cos^2 x - 5 \sin^2 x}$             |
| 33. $\int \sin 5x \cos 3x dx$                               | 34. $\int \operatorname{tg}^3 x dx$                       |
| 35. $\int \cos^4 \frac{x}{3} dx$                            | 36. $\int \frac{dx}{4 + 5 \sin x}$                        |
| 37. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$                 | 38. $\int \frac{dx}{e^x + 3}$                             |
-

1. Вычислить определённые интегралы

$$1) \int_0^1 \frac{2^{\arctan x}}{1+x^2} dx \quad 2) \int_{-1}^3 \ln(2x^2+3) dx \quad 3) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^2+2}}$$

$$4) \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\cos^5 x}{\sin^4 x} dx \quad 5) \int_2^3 \frac{x+2}{x^2(x+1)} dx \quad 6) \int_1^3 \frac{dx}{x^2 \sqrt{9+x^2}}$$

2. Найти среднее значение функций в указанных интервалах

$$1) y = \cos^3 x, \quad [0; \pi/4], \quad 2) y = \frac{1}{\sqrt[3]{3-4x}}, \quad [-3/4; 0]$$

3. Оценить значения интегралов

$$1) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}} \quad 2) \int_3^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{\ln x}}$$

4. Исследовать на сходимость несобственные интегралы

$$1) \int_0^{\infty} x \sin x dx \quad 2) \int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x dx}{\sqrt{(1-\sin 3x)^5}}$$

$$3) \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{2x^6+3x^2+5}} \quad 4) \int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}}-1}$$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$1) \begin{cases} y = x^2, \\ y - x = 2. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \rho = \cos \varphi, \\ \rho = 2 \cos \varphi. \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x = 9(t - \sin t), \\ y = 9(1 - \cos t), \\ y = 0, \quad 0 \leq t \leq 2\pi. \end{cases}$$

6. Найти объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных указанными линиями: 1) – вокруг оси OX, 2) – вокруг оси OY :

$$1) \begin{cases} x = \sqrt[3]{y-2}, \\ y = 1, \quad x = 1. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 3 \sin t. \end{cases}$$

7. Вычислить длины дуг линий

$$1) L : \begin{cases} y = 1 - \ln(\cos x), \\ 0 \leq x \leq \pi/6. \end{cases} \quad 2) L : \begin{cases} y = 2(\cos t + t \sin t), \\ x = 2(\sin t - t \cos t), \quad 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

8. Определить работу, затрачиваемую на перенос электрического заряда  $q$  из бесконечности в точку  $A(0;1)$  электрического поля заряда  $Q$ , сосредоточенного в начале координат.

---

## Кратные интегралы

---

1. В двойном интеграле  $\iint_{(D)} f(x; y) dx dy$  перейти к повторному и расставить пределы интегрирования по области (D), ограниченной линиями:

$$\begin{aligned} 1) & x^2 = y + 2, \quad x^2 + y = 0. \\ 2) & y = x^{2/3}, \quad y = 1 - \sqrt{4x - x^2 - 3}, \quad y = 0. \end{aligned}$$

2. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$J = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

3. Перейти к полярным координатам и вычислить

$$\iint_{(D)} (x^2 + y^2) dx dy, \quad D : \{(x^2 + y^2)^2 \leq (x^2 - y^2)\}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\begin{aligned} 1) & y = \cos x; \quad y = \sin x; \quad (x \geq 0). \\ 2) & x^2 + y^2 = 1; \quad x + y = 1; \quad (x > 0; \quad y > 0). \end{aligned}$$

5. Вычислить массу пластинки, занимающей область (D), при заданной поверхностной плотности  $\delta(x; y)$

$$\begin{aligned} 1) & D : \{y \geq -x; \quad y \geq x, \quad 0 \leq y \leq 1\}, \quad \delta(x; y) = \sqrt{1-y}. \\ 2) & D : \{x^2 + y^2 \leq 9, \quad -x \leq y \leq x\}, \quad \delta(x; y) = x y^2. \end{aligned}$$

6. Записать тройной интеграл  $\iiint_{(V)} f(x; y; z) dx dy dz$

в виде повторного и расставить пределы интегрирования по области (V), ограниченной поверхностями:

$$\begin{aligned} 1) & x = 2, \quad y = 4x, \quad y = 3\sqrt{x}, \quad z = 4, \quad z \geq 0. \\ 2) & z = 2(x^2 + y^2), \quad z = 4 - 2(x^2 + y^2). \end{aligned}$$

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$\begin{aligned} 1) & z = 4 - x^2, \quad y = 5, \quad y = 0, \quad z = 0. \\ 2) & z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}, \quad y = x/\sqrt{3}, \quad y = x, \quad z = 0, \quad (x > 0, \quad y > 0). \end{aligned}$$

8. Вычислить массу тела, занимающего область

$$V : \{2\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2, \quad -y \leq x \leq y\},$$

если задана объемная плотность  $\gamma(x; y; z) = y\sqrt{x^2 + y^2}$ .

---

1. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{(L)} (x^2 + y^2)^{-3/2} dl$ ,  
где  $L$  – часть спирали  $\rho \cdot \varphi = 1$ ,  $\varphi \in [\sqrt{3}; 2\sqrt{2}]$ .
  2. Найти массу линии  $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2) \\ y = 2\operatorname{arctg} t - t, \end{cases}$  где  $t \in [0; 1]$ ,  
если линейная плотность  $\delta(x; y) = y \cdot e^{-x}$ .
  3. Найти координаты центра тяжести дуги однородной кривой  $y = 0,5(e^x + e^{-x})$  при условии, что  $-1 \leq x \leq 1$ .
  4. Вычислить  $\iint_{(S)} z d\sigma$ , где  $(S)$  – часть плоскости  $z = x$ , ограниченной плоскостями  $x + y = 1$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .
  5. Найти площадь части конической поверхности  $x^2 + y^2 = z^2$ , вырезанной цилиндром  $x^2 + y^2 = 2x$ .
  6. Найти массу части сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ;  $z \geq 0$ ,  
если поверхностная плотность  $\delta(x; y; z) = xz$ .
  7. Вычислить  $\int_{(L)} (1 - x^2)y dx + x(1 + y^2) dy$ , где  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = 4$ , пробегаемая в положительном направлении.
  8. Доказать, что выражение  $(x^2 + 2xy - y^2) dx + (x^2 - 2xy - y^2) dy$  является полным дифференциалом функции  $U(x; y)$ , и найти эту функцию.
  9. Вычислить  $\iiint_{(S)} x dy dz$ , где  $(S)$  – внутренняя часть поверхности  $x^2 + y^2 = 1 - z$  (во втором октанте).
  10. Вычислить  $\iiint_{(S)} xz dydz + xy dx dz + yz dx dy$ , где  $(S)$  – внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте и составленной из цилиндра  $x^2 + y^2 = 9$  и плоскостей  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $z = 2$ .
-

## Скалярное и векторное поле

1. Найти работу силового поля  $\vec{F} = (x^2 + 2y) \cdot \vec{i} + (y^2 - 2x) \cdot \vec{j}$  вдоль дуги кривой  $L: y = 2 - \frac{x^2}{8}$ , между точками  $A(-4; 0)$  и  $B(0; 2)$ .
  2. Найти работу силового поля  $\vec{F} = z \cdot \vec{i} - x \cdot \vec{j} + y \cdot \vec{k}$  вдоль дуги кривой  $L: x = 3 \cos t, y = 4, z = 3 \sin t, t \in [0; \pi/2]$ .
  3. Найти поток векторного поля  $\vec{A}$  через поверхность  $S$  в сторону внешней нормали
    - 1)  $\vec{A} = \{2x; y; -3z\}$ ,  $S$  – часть плоскости  $x + y + z = 1$ , вырезанной координатными плоскостями.
    - 2)  $\vec{A} = (3z^2 + x) \cdot \vec{i} + e^x \cdot \vec{j} + e^y \cdot \vec{k}$ ,  $S$  – полная поверхность конуса  $x^2 + y^2 = z^2, z = 4$ .
    - 3)  $\vec{A} = x^2 \cdot \vec{i} + x \cdot \vec{j} + xz \cdot \vec{k}$ ,  $S$  – полная поверхность четверти параболоида  $x^2 + y^2 = z, z = 1, x = 0, y = 0$ .
  4. Найти модуль циркуляции векторного поля  $\vec{A}$  вдоль контура  $L$ 
    - 1)  $\vec{A} = \{y^2; (x + y)^2\}$ ,  
 $L$  – контур треугольника  $\triangle ABC$  с вершинами в точках  $A(2; 0), B(2; 2), C(0; 2)$ .
    - 2)  $\vec{A} = yz \cdot \vec{i} + 2xz \cdot \vec{j} + zy \cdot \vec{k}$ ,  $L$  – линия пересечения полусферы  $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$  и цилиндра  $x^2 + y^2 = 9$ .
  5. Проверить, будет ли векторное поле  $\vec{A} = \{2x + ze^x; 2y; e^z - 2z\}$  потенциальным. В случае положительного ответа найти его потенциал.
  6. Построить линии уровня скалярного поля  $U(x; y) = y - \sqrt{x} + 2$ .
  7. Найти производную скалярного поля  $U(x; y; z) = 4 \ln(3 + x^2) - 8xyz$  в точке  $M_0(1; 1; 1)$  в направлении вектора  $\vec{a} = \{4; -2; 3\}$ .
  8. Найти величину и направление вектора наибольшей скорости изменения температурного поля  $T(x; y; z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$  в точках  $M_1(1; 1; 1)$  и  $M_2(0; -2; -1)$ .
-



1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1)  $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{\sin(y/x)}$ .
- 2)  $y' + y \cos x = \cos x$ .
- 3)  $y' + y = x\sqrt{y}$ .
- 4)  $\frac{e^{-x^2} dy}{x} + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0$ .
- 5)  $(3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2y + 4y^3) dy = 0$ .
- 6)  $2(4y^2 + 4y - x) y' = 1$ .

2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $\sqrt{y^2 + 1} dx = x y dy, \quad y(1) = 0$ .
- 2)  $(x - y) dx + (x + y) dy = 0, \quad y(1) = 1$ .
- 3)  $xy' - 2y = 2x^4, \quad y(1) = 0$ .
- 4)  $y' + xy = (1 + x) e^{-x} \cdot y^2, \quad y(0) = 1$ .

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $2xy'y'' = y'^2 - 1$ .
- 2)  $y'' = y' e^y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$ .
- 3)  $y'' \cos^2 x = 1$ .
- 4)  $y'' + y' = \cos x$ .
- 5)  $y'' + y = \frac{2 + \cos^3 x}{\cos^2 x}$ .
- 6)  $y'' + 2y' + y = x e^x + \frac{1}{x e^x}$ .
- 7)  $y'' + 2y' + y = (12x - 10) e^{-x}$ .
- 8)  $y'' - 3y' = 2 \sin 3x - \cos 3x$ .
- 9)  $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$ .
- 10)  $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$ .
- 11)  $x^2 y'' + xy' + y = 0$ ,
- 12)  $x^2 y'' - 6y = 12 \ln x$ .
- 13)  $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = -8e^{-t} \sin 2t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 6$ .
- 14)  $\ddot{x} - 6\dot{x} + 25x = 9 \sin 4t - 24 \cos 4t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = -2$ .

4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = -8x + 4y \\ \dot{y} = 3x - 4y \end{cases}$ .
  - 2)  $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 5y & x(0) = 0 \\ \dot{y} = -x + 2y & y(0) = 1. \end{cases}$
  - 3)  $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 2y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases}$ .
  - 4)  $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 4y + 2t \\ \dot{y} = -x + 10y - 1 \end{cases}$ .
-

**7.2. Рубежный контроль.** Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при выполнении контрольных и индивидуальных заданий. Данный вид деятельности оценивается отдельными баллами в рейтинг-листе.

### Образцы контрольных заданий

#### Контрольная работа №1 по теме «Неопределенный интеграл» ВАРИАНТ №1

$$\begin{array}{lll}
 1. \int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2+3}} & 2. \int \frac{\sin 3xdx}{\sqrt[3]{\cos^4 3x}} & 3. \int \frac{dx}{\arctg x(1+x^2)} \\
 4. \int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x}+2} & 5. \int x\sqrt{1-x^2} dx & 6. \int (1+x) \sin 2x dx \\
 7. \int \frac{xdx}{(x+1)(x+3)(x+5)} & 8. \int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x} dx & 9. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{\sqrt{x^3+4}}}
 \end{array}$$

#### Контрольная работа №2 по теме «Определенный интеграл» ВАРИАНТ №1

1. Вычислить определенные интегралы.

$$\text{а) } \int_0^{\pi} (2x + \sin 2x) dx \qquad \text{б) } \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{4x-2} dx$$

$$\text{в) } \int_0^1 x e^x dx \qquad \text{г) } \int_1^3 \frac{dx}{x^2+x}$$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$\text{а) } \int_3^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^2+4} \qquad \text{б) } \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = x^3, y = x^2, x = -2, x = 1.$$

$$\text{б) } \rho = 3-2\cos \varphi, \beta = \frac{1}{2}$$

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = 1 - \ln \sin x$ , от  $x = 0$  до  $x = \frac{\pi}{4}$

#### Контрольная работа №3 по теме «Кратные интегралы» ВАРИАНТ №1

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{x-4}^{4-x} f(x, y) dy$$

2. Расставить границы интегрирования

$$\iint_D f(x, y) dx dy \quad D: y = x, \quad y = 2x, \quad x+y = 6$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $x^2 + y^2 - 2x = 0$ ,  
 $y = x$ ,  $y = 0$ .

4. Найти объем тела, ограниченного указанными поверхностями:  
 $x^2 + y^2 - 8x = 0$ ,  $x^2 + y^2 = z^2$ ,  $z = 0$ .

5. Найти массу тела, ограниченного поверхностями:  
 $x^2 + z^2 = 1$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$ , если  $\rho(x, y, z) = k(x^2 + y^2 + z^2)$ .

**Контрольная работа №4 по теме «Элементы векторного анализа»  
ВАРИАНТ №1**

1. Вычислить криволинейный интеграл 1<sup>го</sup> рода

$$\int_{(L)} (1 + x^2) dl, \text{ где } L: x^2 + y^2 = ay.$$

2. Вычислить работу силового поля. Проверить зависит ли интеграл от траектории интегрирования? Если не зависит, то упростить вычисления.

$$\int_{(L)} (xy - 1) dx + x^2 y^2 dy, \text{ где } L: AB; A(1,0); B(0,2).$$

3. Вычислить поверхностный интеграл  $\iint_{(S)} dS$ , где  $S$  – часть плоскости

$$x + y + z = a, \text{ заключенная в первом октанте.}$$

4. Найти поток векторного поля  $\vec{A} = 4\vec{i} - 9\vec{j}$  через внешнюю сторону поверхности параболоида вращения  $y = x^2 + z^2$ , огранич. плоскостью  $y = 4$ , при  $x \leq 0, z \geq 0$ .

5.  $\vec{A} = (x + \ln|z|)\vec{i} + (y + \ln|x|)\vec{j} + (z + \ln|y|)\vec{k}$ .  $\operatorname{div} \vec{A} = ?$ ,  $\operatorname{rot} \vec{A} = ?$

**Вариант № 1**

**Контрольная работа № 5 по теме «Дифференциальные уравнения 1 –го порядка»**

1. Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

3.  $(y + y \ln x) dx - (x - xy) dy = 0$ .

$$2. \quad y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$$

$$3. \quad (xy^2 + \frac{x}{y^2})dx + (x^2y - \frac{x^2}{y^3})dy = 0.$$

2. Найти частные решения уравнений:

$$4. \quad xy' - y = x \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right), \quad y(1) = 1.$$

$$5. \quad e^y dx = (2y - xe^y)dy, \quad y(-1) = 0.$$

### Контрольная работа № 6 по теме «Дифференциальные уравнения высшего порядка и системы ДУ»

I) Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

$$1) \quad y'' = y' + x.$$

$$2) \quad y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}.$$

II) Решить задачу Коши:

$$1) \quad yy'' + (y')^2 = 0. \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 1.$$

$$2) \quad y'' - y' = e^{-x} + 2x. \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

$$3) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = -x. \end{cases} \quad x(0) = 1; \quad y(0) = -1.$$

7.2. Промежуточный контроль. Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при сдаче зачета или экзамена.

*Образцы зачетных и экзаменационных материалов*

**ЭНИН**

**Экзамен  
Вариант 1**

**курс 1**

- Свойства определённого интеграла, их геометрическая иллюстрация.
- Дивергенция векторного поля, её основные свойства, физический смысл, вычисление. Формула Остроградского - Гаусса в векторной форме.
- Вычислить неопределённые интегралы:  $\int \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx$ ,  $\int (4-3x)e^{-3x} dx$ .
- Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:  $y = (x-2)^3$ ,  $y = 4x - 8$ .

5. Пластика  $D$  задана ограничивающими ее кривыми,  $\mu$  - поверхностная плотность.

Найти массу пластинки.

$$D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 + y.$$

6. Найти модуль циркуляции векторного поля  $\mathbf{a}$  вдоль контура  $\Gamma$ .

$$\mathbf{a} = (x^2 - y)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + \mathbf{k},$$

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 1. \end{cases}$$

7. Найдите общее решение следующих дифференциальных уравнений

а)  $xy' = y + x$

в)  $x^2 y' = xy + y$

Дата

«Утверждаю», зав. кафедрой ВММФ

Составили

Трифонов А.Ю.

Болтовский Д.В.

### 8. Рейтинг качества освоения модуля (дисциплины)

*Рейтинг-план освоения дисциплины*

<b>Дисциплина</b>	<b>Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения</b>	<b>Число недель - 9</b>
<b>Институт</b>	Энергетический институт	<b>Число кредитов - 6</b>
<b>Кафедра</b>	ВММФ	<b>Лекции -54 часа</b>
<b>Семестр</b>	2	<b>Практ. занятия-54 часа</b>
<b>Группы</b>		<b>Всего аудит. работы 108 ч.</b>
<b>Преподаватель</b>	Болтовский Д.В., доцент	<b>Самост. работа – 108 часов</b>
		<b>ВСЕГО 216 часов</b>

Рейтинг-план дисциплины <b>Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения</b> в течение 2-го семестра								
Недели	Текущий контроль							
	Теоретический материал			Практическая деятельность				Итого
	Название модуля	Темы лекций	Баллы	Название практических занятий	Баллы	Индивидуальные задания по разделам дисциплины	Баллы	
1	Неопределенный и определенный интеграл	Первообразная и неопределенный интеграл. Общие методы интегрирования		Непосредственное интегрирование. Таблица интегралов.		ИДЗ-9, Неопределенный интеграл	0,6	
1		Интегрирование рациональных дробей.		Метод подстановки, интегрирование по частям.		ИДЗ-9, Неопределенный интеграл	0,6	

2		Интегрирование тригонометрических функций		Интегрирование рациональных функций.		ИДЗ-9, Неопределенный интеграл.	0,6		
3		Интегрирование иррациональных функций. Подстановки Чебышева, тригонометрические подстановки		Интегралы от тригонометрических функций.		ИДЗ-9, Неопределенный интеграл.	0,6		
3		Понятие и свойства определенного интеграла..		Интегрирование иррациональностей. Подстановки Чебышева, тригонометрические подстановки.		ИДЗ-9, Неопределенный интеграл	0,6		
4		Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла.		Рубежный контроль – контрольная по теме неопределенный интеграл.	7				
<b>Всего по контрольной точке № 1</b>								<b>10</b>	
5		Несобственные интегралы I рода		Определенный интеграл, свойства, оценки, вычисления.		ИДЗ-10, Определенный интеграл	1		
5		Несобственные интегралы II рода..		Приложения определенного интеграла.		ИДЗ-10, Определенный интеграл	1		
6		Двойные интегралы, сведение к повторным интегралам. Свойства двойного интеграла.		Несобственные интегралы.		ИДЗ-10, Определенный интеграл.	1		
7	Кратные интегралы	Замена переменных в двойном интеграле, его вычисление в полярной системе координат.		Рубежный контроль – контрольная по теме определенный интеграл.	7				
<b>Всего по контрольной точке № 2</b>								<b>10</b>	
7		Тройные интегралы и их вычисление.		Двойные интегралы, свойства.		ИДЗ №11, Кратные интегралы.	1		
8	Кратные интегралы	Замена переменных в тройном интеграле, его вычисление в цилиндрических и сферических координатах. Приложения кратных интегралов.		Двойной интеграл в полярной системе координат. Тройные интегралы.		ИДЗ №11, Кратные интегралы	1		

9		Криволинейные интегралы I-го рода.		Тройные интегралы. Цилиндрическая и сферическая системы координат.		ИДЗ №11, Кратные интегралы	1	
9		Криволинейные интегралы II-го рода. Теорема Грина.		Рубежный контроль – контрольная по теме кратные интегралы.	7			
<b>Всего по контрольной точке № 3</b>								<b>10</b>
10	Криволинейные и поверхностные интегралы	Условия независимости криволинейного интеграла II-го рода от пути интегрирования. Отыскание функции по ее полному дифференциалу. Приложения криволинейных интегралов.		Криволинейные интегралы I-го рода. Криволинейные интегралы II-го рода.		ИДЗ №12 Криволинейный и поверхностный интеграл.	1	
11		Поверхностные интегралы I-го рода.		Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Поверхностные интегралы I-го рода.		ИДЗ №12 Криволинейный и поверхностный интеграл.	0,7	
11		Поверхностные интегралы II-го рода.		Поверхностные интегралы II-го рода. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса.		ИДЗ №12 Криволинейный и поверхностный интеграл.	0,7	
12		Теоремы Стокса и Остроградского-Гаусса. Приложения поверхностных интегралов.		Рубежный контроль – контрольная по теме криволинейные и поверхностные интегралы.	7	ИДЗ №13 Скалярное и векторное поле	0,6	
12		Векторное поле, работа, поток поля. Дифференциальные операции первого и второго порядков в скалярном и векторных полях						
<b>Всего по контрольной точке № 4</b>								<b>10</b>
13	Обыкновенные дифференциальные уравнения 1 порядка.	Обыкновенные ДУ 1-го порядка.		ДУ 1-го порядка с разделяющимися переменными, однородные.		Дифференциальные уравнения.	1	
13		Линейные ДУ 1-го порядка.		Линейные ДУ 1-го порядка, уравнение Бернулли..		Дифференциальные уравнения	1	
14		ДУ в полных дифференциалах		ДУ в полных дифференциалах		Дифференциальные уравнения	1	
15	ОДУ высших порядков и системы	ДУ высших порядков.		Рубежный контроль – контрольная по теме ДУ 1-го порядка.	7			

<b>Всего по контрольной точке № 5</b>									<b>10</b>
15	ОДУ высших порядков и системы	Линейные однородные ДУ. Определитель Вронского	ДУ допускающие понижение степени.		Дифференциальные уравнения	0,7			
16		Линейные неоднородные ДУ. Метод Лагранжа.	Однородные линейные ДУ. Метод Лагранжа.		Дифференциальные уравнения	0,7			
17		Линейные неоднородные ДУ со специальной правой частью.	Линейные неоднородные ДУ со специальной правой частью.		Дифференциальные уравнения	0,6			
17		Системы ДУ.	Системы ДУ.		Дифференциальные уравнения	1			
18			Рубежный контроль - контрольная по теме ДУ высших порядков и системам.	7		3			
<b>Всего по контрольной точке № 6</b>									<b>10</b>
	Итого			42		18			
<b>Итоговая текущая аттестация</b>									<b>60</b>
<b>Экзамен</b>									<b>40</b>
<b>Итого баллов по дисциплине</b>									<b>100</b>
		Зав.кафедрой _____							
		Преподаватель _____							

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 9.1. Основная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление (в 2-х томах) - М. Наука, Математический анализ:1967, 1978, 1985, 1986 гг. – 1031 с. - 2710 экз.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа (в 3-х томах).- М. Наука, 1970, 1981, 1988 гг. – 1639 с.
3. Никольский С.М. Курс математического анализа (в 2-х томах).- М. Наука, 1975, 1983, 1990 гг. - 822 с.
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. - М. Наука, 1980,1984,1988 гг. -432 с.
5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. - М. Наука, 1981,1985,1988,1989 гг. -448 с.
6. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - М. Наука, 1972, 1975, 1977, 1985 гг. - 416 с.
7. Задачи и упражнения по математическому анализу (Под ред. Демидовича Б.П.) - М. Наука, 1972, 1978, 1990 гг. - 479 с

### 9.2. Дополнительная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа (в 2-х томах).- М. Наука, 1960, 1968 гг. - 903 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (в 3-х томах) - М. Наука, 1962, 1970 гг. - 2063 с.
3. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Ижевск, Ижевская республиканская типография, 2000
4. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М: Наука, 1969



5. Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Высшая математика для технических университетов. V. Дифференциальные уравнения.- Томск: Изд. ТПУ, 2007
6. Запорожец Г.Н. Руководство к решению задач по математическому анализу. - М. Высшая школа, 1966 г. –460 с.
7. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. - М. Высшая школа, 1980, 1986 гг. - 718 с.
8. Терехина Л.И., Фикс И.И. Учебное пособие., «Высшая математика» части 2,3,4,5,6. — Томск, Изд. ТПУ, 2004 – 2009 г.г.
9. Терехина Л.И., Фикс И.И., Сборник индивидуальных заданий, «Высшая математика», части 2 , 3.

### 9.3. Internet-ресурсы:

<http://portal.tpu.ru> - персональный сайт преподавателя дисциплины

<http://benran.ru> - библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук

<http://mathnet.ru> - общероссийский математический портал

<http://lib.mexmat.ru> - электронная библиотека механико-математического факультета

МГУ

<http://free-math.ru/> - Сайт о математике.

<http://www.mccme.ru/> - Сайт МЦНМО. База олимпиадных задач, книги и др.

### 10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины производится на базе учебных аудиторий учебных корпусов ТПУ. Аудитории оснащены современным оборудованием, позволяющим проводить лекционные и практические занятия.

Программа составлена на основе Стандарта ООП ТПУ в соответствии с требованиями ФГОС по направлению \_\_\_\_\_ и профилю подготовки « \_\_\_\_\_ »

Программа одобрена на заседании кафедры ВМ \_\_\_\_\_ ФТИ ТПУ (протокол № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » 2011 г.).

Авторы \_\_\_\_\_ доцент кафедры ВММФ ФТИ ТПУ Болтовский Д.В.

Рецензент \_\_\_\_\_ доцент кафедры ВММФ ФТИ ТПУ Зальмеж В.Ф..