ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

СИСТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ. КЛАСС ТОЧНОСТИ ПРИБОРА. РАСЧЕТ ГРАНИЦЫ ПОЛОСЫ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Инструментальными (приборными, аппаратурными) погрешностями средств измерений называют такие, которые принадлежат данному средству измерений (СИ), определены при его испытаниях и занесены в его паспорт.

По уровню точности СИ делят на рабочие (серийные), образцовые и эталонные. Для рабочего СИ более точным является образцовое, а для образцового – эталонное.

Инструментальные погрешности

Основные

погрешность СИ в нормальных условиях его применения.

Дополнительные

в условиях, отличных от нормальных

Нормальные условия (температура, влажность, частота и напряжение питающей сети, положение прибора и др.) оговариваются в паспорте СИ и в инструкции по эксплуатации: температура (293 ± 5) К; атмосферное давление (100 ± 4) кПа; влажность (65 ± 15) %; напряжение сети питания 220 В ± 10 %.

Приборная погрешность зависит от условий и длительности эксплуатации СИ, и её значение в каждом данном измерении неизвестно, поэтому на практике обычно указывают интервал ($-\theta x$, θx) возможных значений погрешности прибора или **полосу погрешностей**, которую определяют экспериментально не для данного прибора, а для партии приборов данной серии.

Границу θx полосы погрешностей прибора называют нормированным значением приборной погрешности или **пределом допускаемой погрешности** данного СИ.

Точность средства измерения (СИ) – характеристика, отражающая близость его погрешности к нулю. Чем меньше погрешность, тем точнее СИ.

Класс точности – характеристика СИ, выраженная пределами его основной и дополнительной погрешностей, а также другими характеристиками, влияющими на точность.

Его обозначение зависит от способа нормирования основной допускаемой погрешности прибора и обозначается числом из следующего ряда: $1\cdot10^n$; $1.5\cdot10^n$; $2\cdot10^n$; $2.5\cdot10^n$; $4\cdot10^n$; $5\cdot10^n$, где $n = 0, \pm1, \pm2, \ldots$.

Обозначение имеет вид либо числа, заключенного в кружок, либо просто числа, либо двух чисел, разделенных косой чертой.

- Класс точности, указанный в виде числа, заключенного в кружок γ обозначает максимальную относительную погрешность результата измерения, выраженную в процентах ($\delta\theta_x = \gamma$). Абсолютная погрешность: $\theta_x = \gamma x/100$, где x – отсчет физической величины по шкале прибора.

- Если класс точности γ указан просто числом, то он равен максимальной погрешности прибора (границе погрешности), выраженной в процентах от максимального показания К шкалы прибора, по которой производится отсчет. В этом случае $\theta_x = \gamma K/100$, $\delta\theta_x = \theta_x/x = \gamma K/x$.

Если нулевая отметка находится на краю шкалы или выходит за её пределы, то нормирующее значение К принимается равным верхнему пределу диапазона измерений. ПРИМЕР: амперметр имеет шкалу от 0 до 60 А или от 30 до 60 А, то К = 60А.

Если прибор имеет нулевую отметку не в начале, а в другой точке шкалы, то К равно полной протяженности шкалы, т. е. сумме модулей отрицательного и положительного пределов измерений. НАПРИМЕР, для амперметра со шкалой от –30 до +60 А, К = 60 + |-30| = 90 А.

- Класс точности может быть задан в виде $\gamma_н/\gamma_к$, где $\gamma_н$ и $\gamma_к$ – приведенные погрешности прибора в начале и в конце шкалы, выраженные в процентах. В этом случае

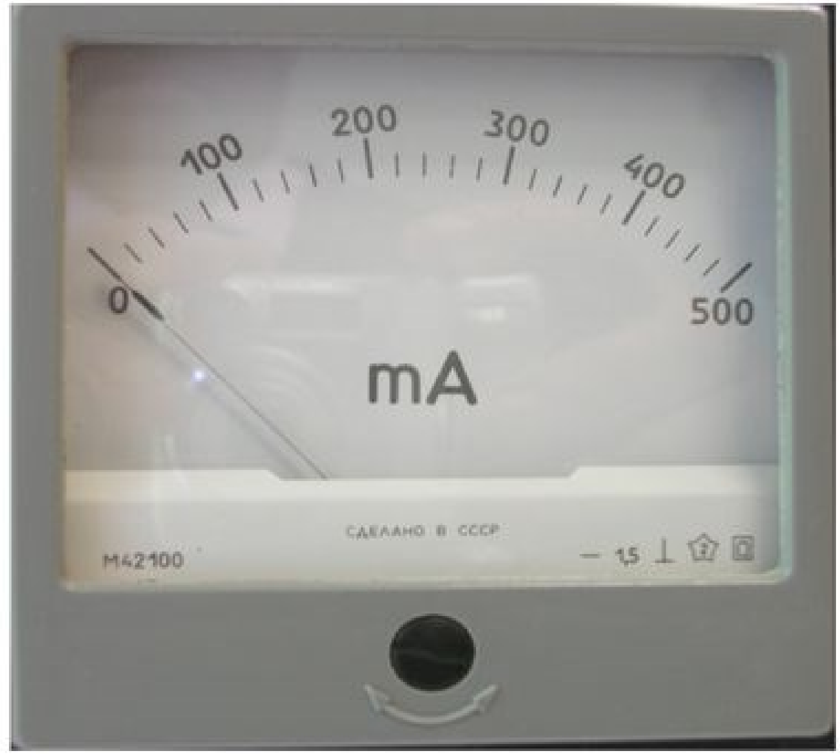
$$\delta\theta_x = \gamma_н + \gamma_к\,(K/x - 1)\;,\; \theta_x = \delta\theta_x\, x/100,$$

где К – предел измерений; x – отсчет по шкале прибора

- Если класс точности аналогового (стрелочного) прибора не указан, то его максимальная погрешность θ_x принимается равной половине цены деления шкалы прибора. Обычно цена наименьшего деления такого прибора согласована с погрешностью самого прибора. Поэтому попытка считывания со шкалы долей минимального деления нецелесообразна и не приводит к уменьшению приборной погрешности.

- Для цифрового измерительного прибора при неизвестном классе точности или паспортной формуле для расчета погрешности за оценку максимальной погрешности θx принимают единицу наименьшего разряда цифрового индикатора при однократном отсчете или единицу последнего стабильно горящего (немигающего) разряда при непрерывно проводимых измерениях.

Электромеханические стрелочные приборы



Технические и метрологические характеристики

Род тока	Название, тип, система	Класс точности прибора	Предел измерений **В, мА**	Нормирующее значение **В, мА**	Максимальная погрешность **В, мА**
Постоянный	Вольтметр, М2001, МЭ	2,5	50В	50В	1,25В
Постоянный	Миллиамперметр, М42100, МЭ	1,5	500мА	500мА	[illegible]

Цифровые приборы

Технические и метрологические характеристики

Род тока	Название, тип, система	Класс точности прибора	Предел измерений **В, мА**	Нормирующее значение **В, мА**	Максимальная погрешность **В, мА**
Пост./ перем.	Вольтметр, PV11, цифровой	1	**	Нет	**
Пост./ перем.	Амперметр, PA11, цифровой	1	**	Нет	**

** - заполняются после проведения измерений

Электромеханические стрелочные приборы

Технические и метрологические характеристики

Род тока	Название, тип, система	Класс точност и прибора	Предел измерений **В, мА**	Нормирующее значение **В, мА**	Максимальная погрешность **В, мА**
Переменный	Вольтметр, Э8030, ЭМ	2,5	50В	50В	1,25В
Переменный	Миллиамперметр, Ц33, МЭ с выпр.	2,5	500мА	500мА	7,5мА


Класс точности
CE102
19-34-33
ГОСТ Р 52320-2005
ГОСТ Р 52322-2005
3200imp/kW•h
230V 5-60A 50Hz
ME65
РОССИЯ
2012 № 007495066001908

ПОГРЕШНОСТЬ ОДНОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

При единичных (однократных) измерениях также существует определенная вероятность получить неточный результат. Эта вероятность связана, в частности, с точностью используемых измерительных приборов и одинакова для всех измеряемых данным прибором физических величин. Следовательно, при однократных измерениях случайная величина подчиняется равномерному распределению.

Чтобы найти доверительный интервал для случайной величины, подчиняющейся равномерному распределению, достаточно умножить величину доверительной вероятности α на параметр равномерного распределения d. Доверительный интервал такой величины обозначают $\Delta x_{ОИ}$ и называют погрешностью однократных измерений. Тогда $\mathbf{\Delta x_{ОИ} = 0,95d}$, где d – параметр равномерного распределения.

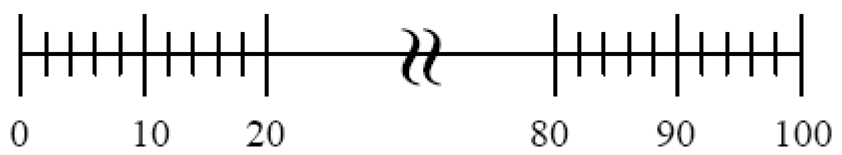
Погрешность однократных измерений связана с точностью используемых измерительных приборов. Поэтому параметр равномерного распределения также называют **приборной ошибкой**.

Способы определения приборных ошибок

Погрешность однократных измерений определяется характеристиками используемых в эксперименте приборов. Основными характеристиками измерительных приборов, влияющими на погрешность выполняемых с их помощью измерений, являются предел измерения и цена деления.

Предел измерения (П) – это максимальное значение величины, которое может быть измерено с помощью данной шкалы прибора.

Шкала миллиамперметра, то предел измерения равен 100 мА.



Цена деления (Ц) – значение измеряемой величины, соответствующее самому малому делению шкалы. Если шкала начинается с нуля, то Ц = П , где N – общее количество делений шкалы. Например, если шкала имеет N = 50 делений и принадлежит амперметру с пределом измерений 5 А, то цена деления равна 5/50=0,1(А).

Класс точности прибора (К) представляет собой отношение абсолютной приборной погрешности δx к пределу измерения шкалы П, выраженное в процентах:

$$K = \frac{\delta x}{\Pi} 100\% .$$

Погрешность однократных измерений подчиняется равномерному закону распределения случайных величин и определяется параметром равномерного распределения d. В зависимости от вида измерительного прибора параметр равномерного распределения d определяется одним из ниже перечисленных способов.

1. Точность измерения (цена деления) указана непосредственно на приборе. Параметр равномерного распределения равен точности прибора **d=Ц**. Например, приборы, имеющие нониус: цена деления гониометра – 0,1°, точность нониуса штангенциркуля – 0,05 мм. Тогда параметр равномерного распределения равен для гониометра d = Ц = 0,1°, для штангенциркуля d = Ц = 0,05 мм.

2. **На приборе указан класс точности прибора. Из определения класса точности имеем приборную погрешность: $\delta_x = \frac{K\Pi}{100}$. Параметр равномерного распределения равен погрешности прибора d = δx. Например: для вольтметра с классом точности 2,5 и пределом измерений 600 В параметр равномерного распределения равен $d = \delta_x = \frac{2{,}5 \cdot 600}{100} = 15 (\text{В})$**

3. Если на приборе не указаны ни точность измерения, ни класс точности, то в зависимости от характера работы прибора возможны два способа определения параметра равномерного распределения:

a. Указатель значения измеряемой величины может занимать определенные (дискретные) положения, соответствующие делениям шкалы (например, электронные часы, секундомеры, цифровые измерители напряжений, счетчики импульсов и т.п.). Такие приборы являются приборами дискретного действия, и их абсолютная погрешность равна цене деления прибора. Следовательно, параметр равномерного распределения для величины, измеренной этим прибором равен цене деления прибора d = Ц. Например, электронный секундомер показывает значение: 00:00:03.23. Цена деления такого прибора равна 0,01 с, а параметр равномерного распределения также d = Ц = 0,01 с.

b. Указатель значения измеряемой величины может занимать любое положение на шкале прибора (линейки, рулетки, микрометра, стрелочных весов, термометра и т.п.). В этом случае абсолютная приборная ошибка равна половине цены деления шкалы. Следовательно, параметр равномерного распределения для измеряемой величины равен половине цены деления прибора d=Ц/2. Например: точность барабана микрометра равна 0,01 мм, цена деления линейки – 1 мм. Тогда параметр равномерного распределения для микрометра d = 0,5·Ц = 0,005 мм, для линейки – d = 0,5·Ц = 0,5 мм.

4. Если какая-либо величина не измеряется в данном опыте, а известно лишь ее значение, то она является заданным параметром. Погрешность заданного параметра принимается равной половине единицы последнего разряда числа, которым задано значение этого параметра.

Например: радиус проволоки задан с точностью до сотых долей миллиметра, тогда параметр равномерного распределения для этой величины $d = 0{,}005$ мм.

5. В некоторых экспериментах параметр равномерного распределения необходимо определять опытным путем. Тогда его величина может быть в несколько раз больше цены деления используемого прибора.

Например, при измерении больших расстояний малой мерой (линейкой) для получения одного значения прибор прикладывается несколько раз. При каждом применении прибора присутствует погрешность равная цене деления прибора. Тогда параметр равномерного распределения d при таких измерениях во столько раз больше цены деления прибора Ц, сколько раз k его приходилось прикладывать, чтобы измерить одно расстояние: $d = k$Ц.

ОШИБКИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В большинстве физических экспериментов представляет интерес физическая величина, которая не измеряется непосредственно каким-либо прибором, а рассчитывается на основе измерения других величин.

Искомая величина, связана функциональной зависимостью с измеряемыми величинами. В таком случае говорят, что величина измерена косвенным путем или говорят о косвенных измерениях.

В этом случае встает задача вычисления погрешности косвенных измерений при условии, что погрешности (границы доверительных интервалов) величин, полученных из прямых измерений, известны.

Пусть при косвенных измерениях значение некоторой величины y находят по формуле $y=f(x_1, x_2, x_3, \ldots x_m)$, где $x_1, x_2, x_3, \ldots x_m$ – некоторые независимые величины.

А для определения независимых величин $x_1, x_2, x_3, \ldots x_m$ были выполнены серии по n прямых независимых измерений для каждой.

Среднее значение $\tilde{y}$ искомой величины находят с помощью функциональной зависимости $f(x_1, x_2, x_3, \ldots x_m)$ в которую подставляют средние значения независимых переменных $\widetilde{x_1}, \widetilde{x_2}, \widetilde{x_3}, \ldots \widetilde{x_m}$:

$$\tilde{y} = f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \ldots \tilde{x}_m).$$

Будем искать абсолютную погрешность $\Delta\tilde{y}$ искомой величины y через погрешности измеренных величин $\Delta\widetilde{x_1}, \Delta\widetilde{x_2}, \ldots \Delta\widetilde{x_m}$.

Если с помощью известной функциональной зависимости $y=f(x_1, x_2, x_3, \ldots x_m)$ вычислить значение искомой величины y при значениях измеряемых величин $x_1, x_2, x_3, \ldots x_m$, отличающихся от средних значений $\widetilde{x_1}, \widetilde{x_2}, \widetilde{x_3}, \ldots \widetilde{x_m}$ на $\pm\Delta x_1$, $\pm\Delta x_2, \ldots \pm\Delta x_m$ соответственно ($x_1 = \widetilde{x_1} \pm \Delta x_1$, $x_2 = \widetilde{x_2} \pm \Delta x_2$ ….. $x_m = \widetilde{x_m} \pm \Delta x_m$), то рассчитанное таким образом значение y будет отличаться от среднего значения $\tilde{y}$ на некоторую величину $\pm\Delta y$:

$$\tilde{y} \pm \Delta y = f(\tilde{x}_1 \pm \Delta x_1, \tilde{x}_2 \pm \Delta x_2, \ldots \tilde{x}_m \pm \Delta x_m).$$

$$\tilde{y} \pm \Delta y = f(\tilde{x}_1 \pm \Delta x_1, \tilde{x}_2 \pm \Delta x_2, \ldots \tilde{x}_m \pm \Delta x_m).$$

Функцию в правой части представим в виде разложения в ряд Тейлора, ограничив его производными первого порядка (принимая, что $\Delta x_i << \tilde{x}_i$)

$$\tilde{y} \pm \Delta y = f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \ldots, \tilde{x}_m) \pm \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_1} \Delta x_1 \pm \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_2} \Delta x_2 \pm \ldots\ldots \pm \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_m} \Delta x_m,$$

где $\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_i}$ – частная производная функции $f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \ldots \tilde{x}_m)$ по $\tilde{x}_i$.

Принимая во внимание, что $\tilde{y} = f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \ldots \tilde{x}_m)$, получаем

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_2} \Delta x_2 + \ldots. + \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_m} \Delta x_m.$$

Помня, что для любой нормально распределенной случайной величины среднее отклонение от истинного значения (при большом числе измерений $n \to \infty$) равно нулю, определим средний квадрат отклонения $\Delta\tilde{y}^2$ Для этого возведем в квадрат левую и правую части уравнения и усредним по числу измерений).
Учитывая, что среднее значение отклонений Δx_i от среднего значения $\tilde{x}_i$ по количеству измерений

$$\Delta\tilde{x}_i = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\sum \Delta x_i\right) = 0,$$

в правой части останутся только квадратичные по Δx_i слагаемые:

$$\Delta\tilde{y}^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_1}\right)^2 \Delta\tilde{x}_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_2}\right)^2 \Delta\tilde{x}_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_m}\right)^2 \Delta\tilde{x}_m^2.$$

Тогда случайная погрешность (доверительный интервал) серии косвенных измерений величины y будет равна:

$$\Delta\tilde{y} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_1}\right)^2 \Delta\tilde{x}_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_2}\right)^2 \Delta\tilde{x}_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_m}\right)^2 \Delta\tilde{x}_m^2}$$

или короче

$$\Delta\tilde{y} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_i}\right)^2 \Delta\tilde{x}_i^2}\ .$$