ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

ЛЕКЦИЯ № 1

ИЗМЕРЕНИЯ. КЛАССИФИКАЦИЯ ИЗМЕРЕНИЙ. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

- Лекции
- Практические занятия

- Зачет

Введение. Измерение. Классификация измерений

Методы экспериментальных исследований

Наблюдение | Эксперимент

Отличия эксперимента по сравнению с наблюдением.

1. Эксперимент дает возможность изучения явления или объекта без влияния побочных факторов, затеняющих основной процесс.
2. В экспериментальных условиях можно получить результат более быстро и точно.
3. При эксперименте можно проводить испытания столько раз, сколько это необходимо.

Целью эксперимента является количественное и качественное изучение определенных свойств изучаемого явления или объекта, выявление взаимосвязей между ними. Эти исследования выполняются на основе измерений.

Виды измерений определяются физическим характером измеряемой величины, требуемой точностью измерения, необходимой скоростью измерения, условиями и режимом измерений.

Измерение – это нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств и выражение полученного результата в принятых единицах.

По способу получения результата в учебной физической лаборатории обычно выделяют **прямые** (непосредственные) и **косвенные** измерения.

При ***прямых измерениях*** искомое значение физической величины определяют соответствующим физическим прибором (непосредственное сравнение с эталоном). Уравнение прямого измерения имеет вид

$$y = cx,$$

где y – значение измеряемой величины; c – цена деления шкалы прибора в единицах измеряемой величины; x – отсчет по индикаторному устройству в делениях шкалы.

Примеры прямых измерений: измерение длины предмета с помощью штангенциркуля или микрометра, измерение силы тока амперметром, напряжения – вольтметром, температуры – термометром и др.

Если искомое значение физической величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, найденными прямыми измерениями, то этот вид измерений называют ***косвенными*.**

Уравнение косвенного измерения имеет вид

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

где y – искомая величина, являющаяся функцией величин x_1, x_2, …, x_n, измеряемых прямым методом. Косвенное измерение – это измерение, результат которого рассчитывается по формуле.

Примеры косвенных измерений: определение радиуса шара $R = D/2$, площади его поверхности $S = \pi D^2$ или объёма $V = \pi D^3/6$ по прямо измеренной величине – диаметру шара D.

Совместными называют производимые одновременно измерения двух или нескольких неодноименных величин для нахождения зависимости между ними. Уравнение совместных измерений имеет вид

$$y_i = f\,(x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{ni}\ ; a, b, c, \ldots), i = 1, 2, \ldots, N,$$

где y_i, x_{1i}, x_{2i}, ..., x_{ni} – значения величин, измеренных одновременно (прямо или косвенно) в i-й измерительной операции;

a, b, c, ... – неизвестные искомые величины.

Если число уравнений превышает число неизвестных, то эти уравнения в отличие от обычной системы уравнений называют **условными**.

Для решения полученной системы используют **метод наименьших квадратов**.

Пример совместных измерений - нахождение зависимости периода T колебаний математического маятника от его длины l:

$$T=al^n,$$

где a и n – неизвестные параметры, определяемые методом наименьших квадратов по прямым измерениям l и T.

Совокупными называют такие одновременно проводимые измерения нескольких одноименных величин, при которых значения искомых величин находят решением системы уравнений, получаемых при измерениях различных сочетаний этих величин.

Пример *совокупных измерений* – нахождение ёмкости двух конденсаторов по результатам измерений ёмкости каждого из них в отдельности, а также при последовательном и параллельном соединениях.

Каждое из этих измерений выполняется с одним наблюдением, но в итоге для двух неизвестных будем иметь четыре уравнения:

$$C_1 = x_1,\ C_2 = x_2\ ,\ C_1 + C_2 = x_3,\ C_1C_2/(C_1 + C_2) = x_4.$$

По условиям измерений различают равноточные и неравноточные измерения.

- Если измерения какой-либо физической величины выполняются одинаковыми по точности приборами в одних и тех же условиях с одинаковой тщательностью, такие измерения считают ***равноточными***.
- Измерения, выполненные различающимися по точности приборами и (или) при разных условиях, называют ***неравноточными***.

Ценность измерений с последующей статистической обработкой экспериментальных данных состоит не столько в получении высокоточных значений, сколько в возможности сравнения результатов измерений с учётом ***доверительных интервалов***.

Насколько можно доверять результатам измерений?

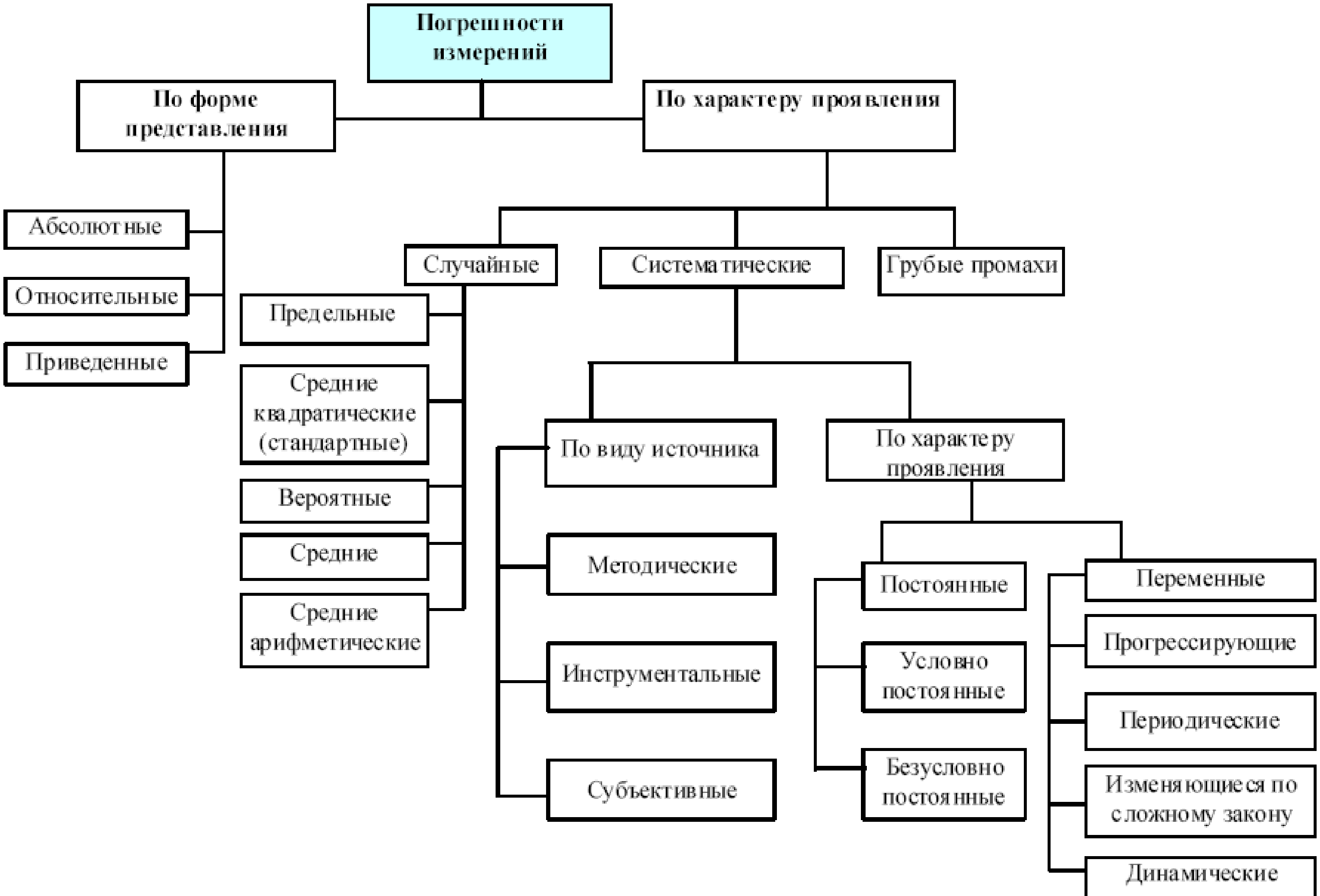
Ответить на него можно когда результаты представлены в стандартном виде с указанием *границ доверительного интервала* и *доверительной вероятности*.

Основная цель любого лабораторного эксперимента – подтвердить или опровергнуть научную гипотезу. Эта цель достигается в ходе анализа результатов измерений с учётом погрешностей, то есть сопоставления результатов: между собой; с известными табличными данными; с теоретически рассчитанными; с полученными другим методом измерения.

Экспериментальный результат при ограниченном числе повторений измерения – случайная величина.

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Термин ***«точность измерения»***, т.е. степень приближения результатов измерения к некоторому действительному значению, используется для качественного сравнения измерительных операций. Для количественной оценки используется понятие ***«погрешность*** (ошибка) ***измерений»***.



Обозначим через x результат измерения некоторой величины, а через x_0 – истинное значение ее, которое всегда нам неизвестно.

Погрешность измерения – это отклонение результата измерений x от истинного x_0 (действительного) значения измеряемой величины. В зависимости от формы представления различают абсолютную, относительную и приведенную погрешности измерений.

Абсолютная погрешность измерения определяется как разность $x_0 - x = \Delta x$ между истинным и измеренным значениями физической величины. Абсолютная погрешность может быть положительной или отрицательной в зависимости от того уменьшен или увеличен результат измерения по отношению к истинному значению.

Погрешность Δx нельзя вычислить точно; она так же случайная величина, как и результат единичного измерения. Истинное значение определить невозможно, однако с некоторой вероятностью P можно утверждать, что результат измерения x отличается от *истинного значения* x_0 не более, чем на величину Δx. Таким образом, **в задачу измерений и последующей обработки их результатов входит оценка границ интервала, в котором находится с некоторой вероятностью *P* значение искомой величины.**

Отношение абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой величины называют ***относительной погрешностью***,

$$\delta = \frac{\Delta x}{\langle x \rangle}$$

(Δx – абсолютная погрешность, $\langle x \rangle$ – среднее арифметическое значение.) Она выражается в долях единицы или в процентах и показывает, какую долю составляет погрешность от результата измерения.

Относительную погрешность рассчитывают с тем, чтобы сравнить качество (точность) измерений разнородных величин или одной и той же величины, измеренной разными способами. **Чем ближе к нулю относительная погрешность, тем выше точность измерения.**

Пример 1. Произведены измерения двух разнородных величин: массы тела и его объёма. Результаты представлены в виде: масса тела m = (0,120 ± 0,005) кг; P = 0,95; объём тела V = (207 ± 4) см3; P = 0,95. Для сравнения точности этих измерений найдены относительные погрешности массы и объёма:

$$\delta_m = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0{,}005}{0{,}120} = 0{,}042, \text{ или } 4{,}2\% \;;$$

$$\delta_V = \frac{\Delta V}{V} = \frac{4}{207} = 0{,}019, \text{ или } 1{,}9\%.$$

(точность измерения объёма выше, поскольку его относительная погрешность меньше).

Пример 2. Расстояние от Земли до Луны измерено с погрешностью ±0,2 м, а длина письменного стола – с погрешностью ±2 мм. Точность первого измерения много выше, так как его относительная погрешность много меньше относительной погрешности второго измерения. Оценка относительных погрешностей разнородных величин при разработке косвенных методов измерения полезна для рационального выбора измерительных приборов.

Пример. Требуется косвенно определить объём цилиндрического тела путём непосредственных измерений его линейных размеров, когда диаметр значительно меньше высоты. Если при измерении диаметра используется микрометр (цена деления 0,01 мм), то при измерении высоты достаточно использовать штангенциркуль (цена деления 0,1 мм).
Относительные погрешности измерений высоты и диаметра при этом отличаются незначительно.

Приведенная погрешность – отношение абсолютной погрешности к нормированному значению $x_н$, выраженное в процентах $\gamma = \pm\frac{\Delta x}{x_н} \cdot 100\%$.

В качестве нормированного значения может быть взято, например, максимальное значение $x_{\max}$ измеряемой величины $x_н = x_{\max}$.

В зависимости от характера проявления, причин возникновения и возможностей устранения различают **систематическую** и **случайную** составляющую погрешности измерения, а также **грубые погрешности (промахи).**

Систематические погрешности (ошибки) – это погрешности, которые сохраняют величину и знак от опыта к опыту, при равноточных измерениях.

Типичными источниками систематических погрешностей бывают:

- несовершенство используемой измерительной аппаратуры,
- несовершенство используемого метода измерений;
- плохая настройка измерительной аппаратуры;
- недостаточное постоянство условий опыта;
- влияние окружающей среды;
- постоянные ошибки экспериментатора;
- неучтенные влияния других параметров.

Систематические погрешности считаются потенциально устранимыми. Чтобы избежать или уменьшить систематические погрешности необходимо критически относиться к методам исследования, совершенствуя их, применяя более точные приборы, следя за их исправностью и т.д.

Случайные погрешности (ошибки) – это погрешности, изменяющие свою величину или знак от опыта к опыту, при измерениях, выполненных одинаковым образом и при одинаковых условиях.

Случайные погрешности обуславливаются большим числом случайных причин, действующих в каждом отдельном измерении различным, неизвестным образом. К числу таких причин относятся случайные вибрации отдельных частей прибора, различные изменения в среде (температурные, оптические, электрические, магнитные воздействия, изменение влажности, колебание воздуха), трение, физиологическое изменение органов чувств экспериментатора (например, утомление) и множество других причин, которые практически невозможно исключить.

Предсказать величину случайной погрешности для одного измерения в принципе невозможно.

Промахи или грубые погрешности (ошибки) – это ошибочные измерения или наблюдения, возникающие в результате небрежности при отсчете по прибору или неразборчивой записи показаний, при неправильном включении прибора, или при нарушении условий, в которых должен проводиться опыт (изменение напряжения, загрязнение материала и т.д.).

Такие ошибочные данные следует отбросить или сделать повторные (контрольные) измерения.

Если влияния систематических погрешностей и грубых промахов на полученные в эксперименте результаты, так или иначе, можно избежать или уменьшить, то случайные погрешности являются неустранимыми.

Доверительная вероятность и доверительный интервал. Стандартная форма представления результата измерения

Обработка результатов многократных наблюдений ведётся с применением методов математической статистики и теории вероятностей. На основе ряда полученных значений x_1, x_2, x_3, …, x_n находят среднее значение $\langle x \rangle$ и доверительные границы погрешности Δx.

При измерениях в учебной лаборатории характеристики допускаемой погрешности заранее не установлены, и границы погрешности оцениваются в ходе самих измерений. В таких случаях результат измерения рекомендуется представлять *доверительным интервалом*, накрывающим с известной (указываемой) *доверительной вероятностью* истинное значение измеряемой величины.

$$\boldsymbol{x = \langle x \rangle \pm \Delta x;\ P = \ldots\ ,}$$

где x – результат измерения; $\langle x \rangle$ – среднее арифметическое значение;
$\pm\Delta x$ – доверительные границы погрешности; P – доверительная вероятность.

Эта запись означает, что интервал ($-\ \Delta x,\ +\ \Delta x$) с вероятностью P содержит погрешность измерений. Это равносильно тому, что истинное значение величины x_0 находится в интервале от $\langle x \rangle - \Delta x$ до $\langle x \rangle + \Delta x$ с доверительной вероятностью P.

Пример. Результат измерения времени протекания некоторого процесса представлен в виде

$$t = (470 \pm 5)\ \text{с};\ P = 0{,}95.$$

Это означает, что не менее 95% значений *t*, получаемых при многократном повторении измерений этой величины, попадут в указанный интервал (от 465 до 475 с).

Доверительным **называют интервал** $\langle x\rangle - \Delta x$, $\langle x\rangle + \Delta x$, **накрывающий искомый неизвестный параметр с заданной доверительной вероятностью *P*.**

Вероятность того, что истинное значение измеренной величины *X* попадает в указанный доверительный интервал $\langle x\rangle \pm \Delta x$ называют *доверительной вероятностью P* для серии единичных измерений.

Запись $\langle x\rangle \pm \Delta x$ не имеет смысла, пока не указана доверительная вероятность. При однократном измерении доверительный интервал определяется предельной погрешностью средства измерения, а соответствующую доверительную вероятность ($P = 0{,}997$) обычно не указывают.

Вероятность, с которой в условиях данного эксперимента полученные экспериментальные данные можно считать надежными (достоверными), называют ***доверительной вероятностью*** или ***надежностью***.

Величина доверительной вероятности определяется характером производимых измерений. При выполнении учебных ***лабораторных работ в курсе общей физики*** доверительная вероятность обычно считается равной ***95%***.

Интервал Δx , в который попадают измеренные в эксперименте значения, соответствующие доверительной вероятности P, называется ***доверительным интервалом***.

ПРЯМЫЕ И КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Прямыми называют такие измерения, результат которых получают путём непосредственных измерений искомой величины с помощью *меры* или *измерительного прибора. Мерами* называются средства измерений, служащие для воспроизведения ФВ заданных размеров (наборы гирь, нормальные элементы, образцовые резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности, различные меры длины: линейки, концевые меры длины).

Методы измерения чаще всего построены так, что искомая величина не наблюдается непосредственно, а результат её измерения получается косвенно, посредством результатов прямых измерений других величин, функционально связанных с искомой величиной. Такие измерения называются *косвенными*.

Примеры косвенных измерений:
1) измерение скорости $v = \ell/t$ и ускорения $a = 2\ell/t^{2}$ посредством прямых измерений пройденного пути ℓ с помощью измерительной ленты (рулетки) и времени t с помощью секундомера;
2) измерение электрического сопротивления $R = U/I$ на основе результатов прямых измерений силы тока I и напряжения U.

Случайные и систематические погрешности, промахи

Погрешности подразделяются на три типа: *случайные, систематические и грубые (промахи).*

Промахи могут возникать из-за неисправности измерительного устройства, резкого непредвиденного изменения условий опыта, из-за ошибки экспериментатора при отсчёте или при записи результата наблюдения. Они могут быть обнаружены при повторении серии измерений или выявлены специальными математическими методами для данной выборки результатов и должны быть устранены.

Случайные погрешности обнаруживаются при многократных наблюдениях одной и той же физической величины одного и того же размера с использованием одного и того же достаточно чувствительного средства измерения при неизменных условиях опыта. Отклонения каждого результата отсчёта от истинного значения носят случайный, т. е. вероятностный, характер. Невозможно точно предсказать результат очередного отсчёта, зная результат предыдущего.

Разность между результатом единичного измерения x_i и средним значением $\langle x \rangle$ называют случайным отклонением или *абсолютной погрешностью единичного измерения*. Знак и модуль этих отклонений изменяются случайным образом при повторении измерений.

Таким образом, **результат единичного измерения – случайная величина**. Однако при большом числе измерений, выполняемых внеизменных условиях, обнаруживаются определённые **закономерности**, что составляет предмет изучения математической статистики и теории вероятностей.

Многократные измерения – не обязательный атрибут измерительного процесса. Они нужны для обнаружения случайной составляющей погрешности и для её уменьшения (если таковая обнаружится).

Необходимое число единичных измерений определяется при разработке метода измерений. Если выборка содержит менее четырёх результатов единичных измерений ($n < 4$), то применение статистических методов к обработке такой выборки считается некорректным. В лабораторной практике наиболее распространены многократные измерения ($n \geq 4$), а в технике – однократные измерения.

Систематические погрешности (СП) вызываются факторами, действующими одинаково при многократном повторении наблюдений в одних и тех же условиях опыта.

Как правило, СП могут внешне никак не проявить себя при выполнении наблюдений и обработке их результатов, но при этом способны существенно исказить эти результаты.

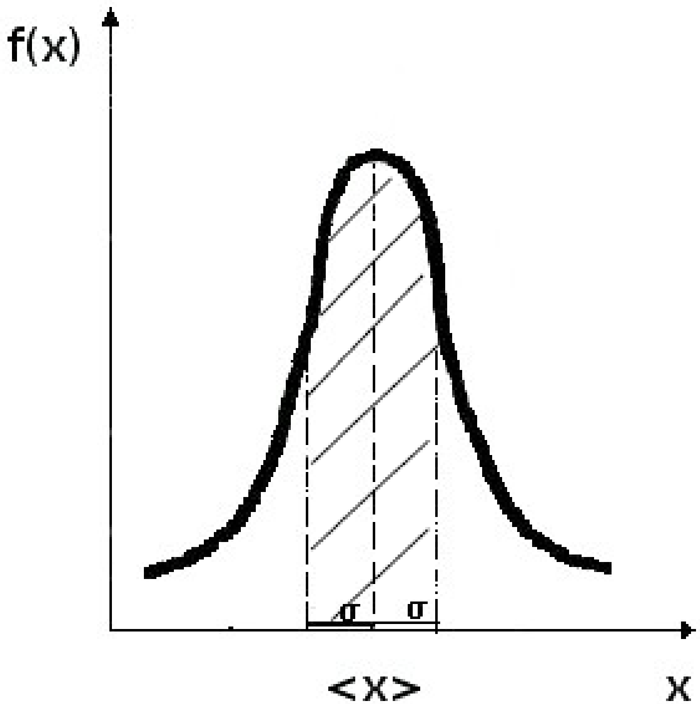
Систематические погрешности могут быть обнаружены при повторении измерений другим методом или с помощью других приборов того же типа. Частичное выявление и исключение СП должно производиться до начала измерений при разработке средств измерений и методики эксперимента.

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИЧТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ. РАСЧЕТ СЛУЧАЙНОЙ ПОГРЕШНОСТИ

Пусть измерение одной и той же физической величины одним и тем же достаточно чувствительным прибором даёт ряд различных значений x_1, x_2, x_3, ..., x_n , где n – число единичных измерений. Когда при повторении наблюдений искомой величины экспериментатор ничего не изменяет, но получаемые значения величины при одинаковых условиях опыта различны (в отсутствие других видимых изменений, кроме естественного течения времени), тогда говорят о наличии случайных погрешностей.

Отклонения результатов единичных измерений от истинного значения измеряемой величины носят случайный, вероятностный характер; их модуль и знак могут меняться.

Результат каждого единичного измерения с равной вероятностью может оказаться как меньше, так и больше истинного значения. Результаты единичных измерений – случайные величины, но при достаточно большом их числе они закономерно распределяются вокруг истинного значения.



Нормальное распределение случайной величины

Законы распределения случайных величин изучаются в математической статистике и в теории вероятностей. Наиболее простую формуимеет закон *нормального распределения*.

Теория погрешностей базируется на постулате К. Гаусса: **если учитывать только случайные погрешности, то наиболее вероятным значением искомой величины** x **является среднее арифметическое** $\langle x \rangle$ **из результатов многократных измерений** $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ **.**

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \; . \qquad (1)$$

Погрешности отдельных измерений

$$\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle \, , \qquad (2)$$

где x_i – результат i-го измерения.

Плотность значений случайной величины, распределённой по *нормальному закону*, имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x - \langle x \rangle)^2}{2\sigma^2}} \; , \qquad (3)$$

где $f(x)$ – плотность распределения значений случайной величины x; σ – параметр функции распределения (средняя квадратическая погрешность единичного измерения при $n \to \infty$).

Функция *f(x)* имеет смысл плотности распределения значений *x*, получаемых при многократных измерениях. С помощью закона (3) нормального распределения случайной величины можно определить вероятность $P(x)$ того, что истинное значение находится в интервале от $x = a$ до $x = b$.

Интегрируя функцию плотности распределения в заданных пределах, получим

$$P(x)=\int_a^b f(x)dx\ . \qquad (4)$$

Площадь под кривой $f(x)$ имеет смысл вероятности получения хоть какого-то результата измерения величины x . По условию нормировки эта вероятность равна единице:

$$\int_0^\infty f(x)dx = 1.$$

График функции *f(x)* имеет колоколообразный вид, симметричный относительно $\langle x \rangle$, с максимумом в точке $x = \langle x \rangle$. Координаты точек перегиба x_n отстоят от среднего $\langle x \rangle$ на величину σ.

$$x_n - \langle x \rangle = \pm\sigma\ .$$

Величина σ, или *средняя квадратическая погрешность единичного измерения*, характеризует ширину кривой распределения, т. е. разброс значений x_i относительно среднего $\langle x \rangle$.

Она определяется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \langle x \rangle)^2} \, .$$

Чем больше разброс экспериментальных значений, тем больше величина σ, тем более пологой является кривая распределения и тем ниже её максимум, но при этом площадь под кривой (согласно условию нормировки) остается без изменения.

Как показывают расчёты по формуле (4), вероятность появления результатов измерений, отклоняющихся от своего истинного значенияне более, чем на $\pm\sigma$, равна P = 0,6827 (заштрихованная область на рисунке). Вероятность того, что результаты не выходят за пределы $\pm 2\sigma$, составляет 0,9545, а за пределы $\pm 3\sigma$ – 0,9973.

Частота отклонений на $\pm 3\sigma$ и более очень мала и составляет меньше 0,27% от числа всех наблюдений. Такие отклонения называют *промахами*. Отсюда вытекает правило выявления промахов. Результаты, выходящие за пределы интервала $\pm 3\sigma$, считаются промахами.

Математическая обработка экспериментальных данных при малом числе измерений

В учебной лаборатории серия единичных измерений (отсчётов) обычно ограничивается числом $n < 10$. Математическая обработка результатов ограниченного числа измерений позволяет получить лишь оценки параметров генеральной совокупности: выборочное среднее значение, выборочную среднюю квадратическую погрешность S_x и среднюю квадратическую погрешность среднего арифметического (стандартное отклонение) $S_{<x>}$.

Выборочное среднее рассчитывается по формуле

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

где n – число единичных измерений, или объём выборки.

Средняя квадратическая погрешность единичного измерения

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \langle x \rangle)^2}$$

Величина S_x представляет собой оценку параметра σ (5) нормального распределения ($S_x \to \sigma$, когда $n \to \infty$).

Средняя квадратическая погрешность среднего арифметического (стандартный доверительный интервал) рассчитывается по формуле

$$S_{\langle x \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \langle x \rangle)^2}$$

Выборочное среднее, вычисляемое для разных выборок из генеральной совокупности, является случайной величиной, распределенной вокруг истинного значения x_0. Формула (7) отражает тот факт, что с увеличением числа измерений результат усреднения приближается к истинному значению (погрешность *среднего* уменьшается).

Стандартная случайная погрешность (граница доверительного интервала) Δx равна

$$\Delta_x = t_{P,n} \cdot S_{\langle x \rangle},$$

где $S_{<x>}$ – среднеквадратичная погрешность; $t_{P,n}$ – коэффициент Стьюдента, который определяется по табл.1 исходя из выбранной надёжности P и числа измерений n. При отсутствии под рукой полной таблицы коэффициентов Стьюдента можно использовать следующую приближённую формулу при доверительной вероятности P = 0,95.

$$t_{0{,}95,\, n} = 1{,}96 + 2{,}40(n-1)^{-1} + 5{,}90(n-1)^{-2{,}37}.$$

Таблица 1

Коэффициенты Стьюдента $t_{P,n}$

(n – число измерений; P – доверительная вероятность)

n	$P = 0,900$	$P = 0,950$	$P = 0,990$	$P = 0,999$
3	2,920	4,303	9,925	31,60
4	2,353	3,182	5,841	12,94
5	2,132	2,766	4,604	8,610
6	2,015	2,571	4,032	6,859
7	1,943	2,447	3,707	5,959
8	1,895	2,365	3,499	5,405
9	1,860	2,306	3,355	5,041
10	1,833	2,262	3,250	4,781
11	1,812	2,228	3,169	4,587
12	1,796	2,201	3,106	4,437
20	1,729	2,093	2,861	3,883
30	1,699	2,045	2,756	3,659
∞	1,645	1,960	2,576	3,291

Значение вероятности P обычно выбирают в пределах от 0,900 до 0,999 в зависимости от степени ответственности за результаты измерений.

С увеличением доверительной вероятности границы доверительного интервала неизбежно расширяются (возрастает неопределённость результата измерений). С другой стороны, случайная погрешность уменьшается с ростом числа измерений *n* по закону обратной пропорциональности $\sqrt{n}$.

Число измерений имеет смысл увеличивать для уменьшения случайной погрешности (если таковая обнаруживается), пока случайная погрешность не станет меньше систематической. Результат измерения $\langle x \rangle$ представляется с указанием характеристик погрешности Δx и *P*, например, в виде

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x; P = 0{,}95.$$

Надёжность $P = 0{,}95$ считается достаточной для представления результатов большинства научных исследований. Статистическую обработку результатов эксперимента можно автоматизировать, используя известные пакеты компьютерных программ: MS Exel, STATISTICA, Mathcad, MatLAB и т. п.

Исключение промахов

Известно несколько различных критериев исключения промахов. При небольшой выборке ($n < 20$) можно воспользоваться *критерием Романовского* β (табл. 2).

Таблица 2

Значения критерия Романовского при доверительной вероятности $P = 0{,}95$ в зависимости от числа измерений [16]

n	4	6	8	10	12	15	20
β	1,71	2,10	2,27	2,41	2,52	2,64	2,78

Если результат измерения x_i предположительно является промахом, то для него вычисляется величина

$$\beta_i = \frac{|(x_i - \langle x \rangle)|}{S_x},$$

где $\langle x \rangle$ – среднее арифметическое; S_x – среднеквадратичная погрешность единичного измерения.

Если значение β_i больше значения β, представленного в таблице, т.е. $\beta_i > \beta$, то результат x_i содержит грубую погрешность (промах) и должен быть отброшен. Когда промах обнаружен, результат отброшен, тогда, если результатов измерений осталось не более четырёх, не следует ограничиваться оставшимися результатами, а провести ещё 2–3 измерения.