

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1-34

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗОВ (C_p / C_v) СПОСОБОМ ДЕЗОРМА И КЛЕМАНА

Цель работы: определить отношение теплоемкостей (C_p/C_v) для воздуха.

Приборы и принадлежности: стеклянные баллоны, U -образный водяной манометр, ручной насос.

КРАТКОЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Теплоемкостью называется количество теплоты, которое необходимо сообщить телу для изменения его температуры на 1 К.

Теплоемкость, отнесенная к единице массы вещества, называется удельной теплоемкостью, а отношение к молю – молярной, или мольной теплоемкостью.

По определению теплоемкость

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (1)$$

Газ, получая (или отдавая) тепло, изменяет свой объем и совершает работу, а также изменяет свою внутреннюю энергию.

По первому началу термодинамики

$$dQ = dU + dA, \quad (2)$$

dQ – теплота, переданная газу; dU – изменение внутренней энергии газа; dA – работа, совершаемая газом.

Элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема, определяется

$$dA = PdV, \quad (3)$$

P – давление газа; dV – изменение объема.

Теплоемкость газа найдем, используя уравнения (1) и (2).

$$C = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT}, \quad (4)$$

или

$$C = \frac{dU}{dT} + \frac{PdV}{dT}. \quad (4, a)$$

Так как давление P зависит от объема V по-разному в зависимости от процесса, то теплоемкость для различных процессов будет неодинакова.

При изохорном процессе $V = \text{const}$, $dV = 0$ ($dA = 0$), а поэтому теплоемкость газа, сохраняющего неизменным объем,

$$C_v = \frac{dU}{dT}. \quad (5)$$

При изобарном процессе остается неизменным давление газа, т.е. $P = \text{const}$. Величину PdV найдем, используя уравнение Менделеева–Клапейрона

$$PV = RT.$$

Продифференцируем уравнение (6) для случая

$$P = \text{const} \quad (6)$$

$$PdV = RdT. \quad (7)$$

Таким образом, теплоемкость газа при постоянном давлении определяется из уравнения (4, а)

$$C_P = \frac{dU}{dT} + \frac{RdT}{dT} = C_V + R. \quad (8)$$

Из уравнения (8) видно, что всегда $C_P > C_V$. Непосредственное определение теплоемкостей довольно затруднительно, особенно C_V . Однако во многих задачах определяют отношение теплоемкости при постоянном давлении (C_P) к теплоемкости при постоянном объеме (C_V)

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}. \quad (9)$$

Величина этого отношения одинакова как для молярных, так и для удельных теплоемкостей, так как $C_{P_{\text{мол}}} = C_{P_{\text{уд}}} \cdot \mu$ и $C_{V_{\text{мол}}} = C_{V_{\text{уд}}} \cdot \mu$, где $C_{P_{\text{мол}}}$ и $C_{V_{\text{мол}}}$ – молярные теплоемкости, а $C_{P_{\text{уд}}}$ и $C_{V_{\text{уд}}}$ – удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и объеме, соответственно, μ – молярная масса газа.

Отношение удельных теплоемкостей газов играет очень большую роль при адиабатических процессах и при процессах, близких к ним.

Величиной γ определяется, например, скорость распространения звука в газах, от нее зависит течение газов по трубам со звуковыми скоростями и достижения сверхзвуковых скоростей в расширяющихся трубах.

Адиабатический процесс – это процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой. Можно с достаточным приближением рассматривать всякое быстрое изменение объема как процесс адиабатный и чем быстрее он происходит, тем ближе к адиабатному.

Применим первое начало термодинамики к адиабатному процессу

$$dQ = 0, \quad dA + dU = 0 \quad \text{или} \quad dA = -dU,$$

т.е. при адиабатном процессе работа совершается газом, только за счет изменения внутренней энергии.

Выразим dU из уравнения (5), тогда работа газа при адиабатном расширении будет иметь вид

$$dA = -C_V dT. \quad (10)$$

Используя уравнения (5), (7), (8) и (9), можно получить связь между давлением и объемом при адиабатном процессе

$$PV^\gamma = \text{const} \quad (\text{уравнение Пуассона}), \quad (11)$$

где $\gamma = C_P/C_V$ – показатель адиабаты.

Показатель адиабаты для одноатомного, двухатомного и многоатомного газа будет разным.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ

Стеклянный баллон B соединен с открытым манометром M и через осушитель O и баллон C с насосом H . Осушитель O и баллон C , на дно которого наливается концентрированная серная кислота, служат для осушения воздуха. Если исключить пары воды, то воздух можно рассматривать как двухатомный газ.

Насосом H закачивают воздух до тех пор, пока разность уровней жидкости в коленах манометра не станет равной $h = 20 \div 30$ см; так как в баллоне B воздух осушенный, а в баллоне C неосушенный, то желательно исключить влияние газа в баллоне C на процессы, происходящие с газом в баллоне B . Для этого закрывают кран D .

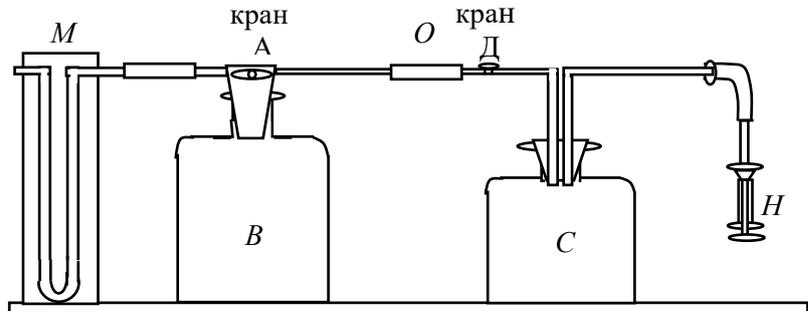


Рис. 1

При накачивании воздуха температура его в баллоне B увеличивается за счет работы внешних сил, приложенных к поршню насоса. При истечении $3 \div 4$ мин температура воздуха в баллоне за счет теплообмена с окружающей средой станет равной температуре окружающей среды. Уровень жидкости в коленах манометра перестанет перемещаться, и установится разность уровней h_1 .

Полученное состояние газа в баллоне B характеризуется следующими основными параметрами: V_1 – молярный объем, P_1 – давление, T_1 – температура окружающего воздуха (состояние 1 на рис. 2).

Затем нужно быстро открыть кран A , на некоторое время соединив баллон B с окружающим воздухом, и после того как давление в баллоне B станет равным атмосферному давлению, кран A закрыть.

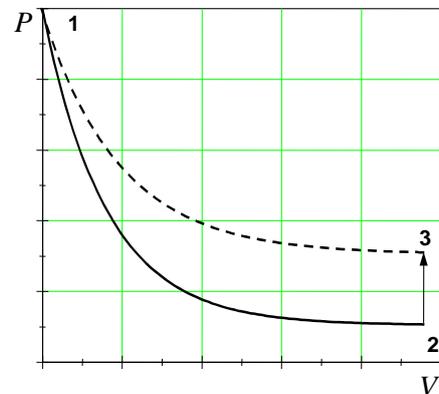


Рис. 2

При достаточном сечении выпускного отверстия процесс расширения газа происходит быстро, и его можно считать адиабатным.

Полученное при этом состояние газа в баллоне B характеризуется параметрами: V_1 – молярный объем; P_2 – давление (атмосферное); T_2 – температура. Жидкость в коленах манометра находится на одном уровне.

Из-за совершения работы газом против внешнего давления температура его уменьшается $T_2 < T_1$. Через $3-4$ мин после закрытия крана воздух в баллоне нагреется изохорически до комнатной температуры T_1 , давление повысится до величины P_3 (состояние 3) (появится разность уровней жидкости в коленах манометра h_2). Состояния 1 и 2 связаны между собой следующим соотношением:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma. \quad (11, a)$$

Состояние же 1 и 3 принадлежат к одной и той же изотерме, поэтому они связаны законом Бойля–Мариотта

$$P_1 V_1 = P_3 V_2. \quad (12)$$

Из уравнений (11, а) и (12) определим

$$\left(\frac{P_3}{P_1}\right)^\gamma = \frac{P_2}{P_1}. \quad (13)$$

Чтобы найти γ , необходимо прологарифмировать выражение (13)

$$\gamma = \frac{\ln P_2 - \ln P_1}{\ln P_3 - \ln P_1}. \quad (14)$$

Так как давления P_1 и P_2 отличаются на очень малую величину, то разность логарифмов можно заменить разностью давлений

$$\gamma = \frac{P_1 - P_2}{P_1 - P_3}. \quad (15)$$

Таким образом, для определения γ необходимо определить давления в трех состояниях: P_1, P_2, P_3 . В условиях данного опыта P_2 равно атмосферному давлению, когда разность уровней жидкости в коленах манометра равна нулю.

Давление воздуха в баллоне в начальном состоянии (1) равно

$$P_1 = P_2 + \rho g h_1,$$

где P_2 – атмосферное давление; ρ – плотность жидкости в манометре; g – ускорение свободного падения; h_1 – разность уровней жидкости в манометре при измерении давления P_1 после того, как температура в баллоне станет равной температуре окружающей среды.

Давление в баллоне в конечном состоянии

$$P_3 = P_2 + \rho g h_2,$$

где h_2 – разность уровней жидкости в манометре при измерении давления P_3 . Подставив P_1 и P_3 в уравнение (15), получим

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (16)$$

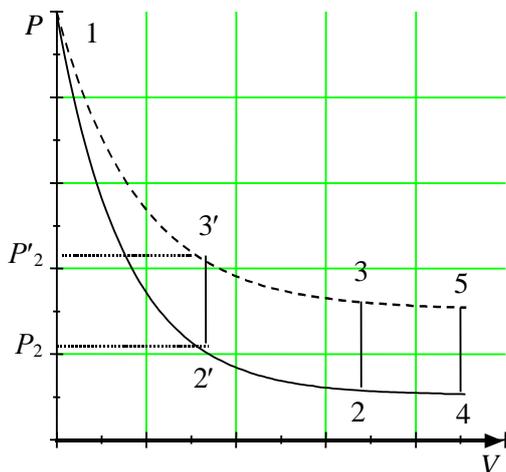


Рис. 3

По формуле (16) можно производить вычисления γ . Величина h_2 получена в предположении, что кран A закрывается в момент окончания адиабатного процесса 1–2. Если кран закрыть до завершения процесса 1–2, т.е. в тот момент, когда давление в баллоне снизится до некоторой величины P_2' , но еще не достигнет атмосферного давления P_2 , то, как видно из рис. 3, соответствующая разность давлений после осуществления процесса адиабатического

расширения и последующего изохорного нагревания определяется разностью ординат 2'–3' вместо разности ординат 2–3, что приведет к повышению величины γ по сравнению с ее действительным значением.

Если кран закрыть спустя некоторое время после завершения процесса 1–2, то за это время температура в баллоне несколько повысится за счет теплообмена с внешней средой (изобарный процесс 2–4 проходит при атмосферном давлении). В этом случае разность давлений, определяемая разностью ординат 4–5, окажется заниженной, что приведет к уменьшению γ .

Для получения идеального измерения кран необходимо закрыть в тот момент, когда газ находится в состоянии 2, которое соответствует окончанию адиабатного процесса, что практически невозможно. Разность ординат (рис. 3) $\Delta P_0 = P_3 - P_2 = \rho gh_2$, где h_2 – разность уровней жидкости в манометре, полученная в предположении, что кран A закрывается в момент окончания адиабатного процесса. Так как у сосуда нет тепловой изоляции, то адиабатным можно считать только «мгновенный» процесс, следовательно h_2 соответствует открыванию крана A на время $\tau \rightarrow 0$, что экспериментально невозможно, поэтому h_2 приходится определять косвенным путем. Известно, что для линейной функции $Y(X)$ легко найти значение Y_0 графически при $X \rightarrow 0$, если прямое измерение Y_0 затруднено.

Пересечение прямой $Y(X)$ с ординатой соответствует значению Y_0 при $X \rightarrow 0$ (рис. 4).

В данной работе зависимость $h_{2\tau} = f(\tau)$ – нелинейная функция. Любой нелинейный процесс с достаточной степенью точности можно аппроксимировать экспонентной, то есть можно записать

$$h_{2\tau} = h_2 \exp(-k\tau), \quad (17)$$

где $k = \text{const}$, а $h_{2\tau} \rightarrow h_2$ при $\tau \rightarrow 0$.

Прологарифмируем выражение (17):

$$\ln(h_{2\tau}) = \ln(h_2) - k\tau.$$

Зависимость $\ln(h_{2\tau}) = f(\tau)$ – линейная функция. Поэтому достаточно точно можно определить $\ln(h_2)$ при $\tau \rightarrow 0$. Но учитывая, что h_2 зависит от h_1 , необходимо выразить h_2 в долях h_1 , получаем

$$\ln \frac{h_{2\tau}}{h_1} = \ln \frac{h_2}{h_1} - k\tau. \quad (18)$$

График зависимости $\ln(h_{2\tau}) = f(\tau)$ – прямая линия. Пересечение данной прямой с осью

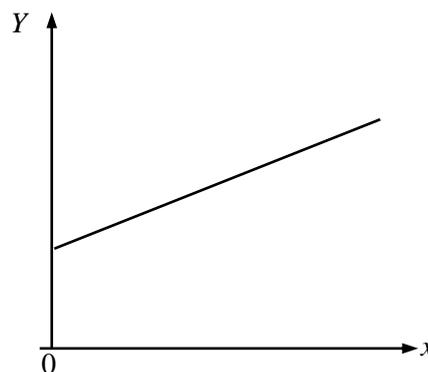


Рис. 4

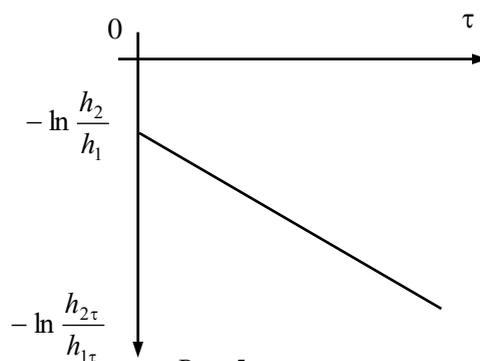


Рис. 5

ординат соответствует логарифму искомой величины h_2/h_1 (рис. 5)

$$\ln(h_{2\tau}/h_{1\tau}) \rightarrow \ln(h_2/h_1) \text{ при } \tau \rightarrow 0.$$

Формулу (16) удобно переписать в следующем виде:

$$\gamma = \frac{1}{1 - h_2/h_1}. \quad (19)$$

ЗАДАНИЕ

1. Проведите измерения, заполните таблицу.
2. Постройте график, откладывая по оси ординат соответствующие значения $\ln(h_{2\tau}/h_{1\tau})_{\text{ср}}$. Через полученные точки проведите прямую до пересечения с осью ординат. Определите $\ln(h_2/h_1)$ при $\tau \rightarrow 0$, а затем, потенцируя, h_2/h_1 .
3. Рассчитайте значения γ по формуле (19).
4. Сравните значения γ по формуле $\gamma = \frac{i+2}{2}$, где i – число степеней свободы молекулы.
5. Сделайте выводы по работе.

РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Накачайте в баллон воздух до тех пор, пока разность уровней жидкости в манометре не будет равна $20 \div 25$ см. Закройте кран D и подождите 1–2 мин, пока температура внутри баллона не станет равной температуре окружающей среды (давление в баллоне перестанет изменяться). После всего отсчитайте показания манометра L_1 и L_2 , найдите разность $L_1 - L_2 = h_{1\tau}$.
2. Откройте кран A , соединяя баллон с атмосферой (см. рис. 1) на время $\tau = 2$ с. Спустя 2 с кран A закройте. При этом давление в баллоне станет равным атмосферному, а температура понизится. Подождите 1–3 мин, пока температура в баллоне не станет равной комнатной, отсчитайте показания манометра $l_1 - l_2 = h_{2\tau}$.
3. Проведите измерения, закрывая кран поочередно на $\tau = 2, 4, 6, 8, 10$ с. Для каждого времени опыт повторите 3 раза.
4. Данные опыта запишите в таблицу.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОПЫТА

№ опыта	τ , с	L_1 , см	L_2 , см	$h_{1\tau}$, см	ℓ_1 , см	ℓ_1 , см	$h_{2\tau}$, см	$\frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}}$	$\left(\frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}}\right)_{\text{ср}}$	$\ln\left(\frac{h_{2\tau}}{h_{1\tau}}\right)$	γ
1											
2											
3											
1											
2											
3											
1											
2											
3											
1											
2											
3											

Примечание: $C_p = \frac{i+2}{2}R$; $C_v = \frac{i}{2}R$, где i – число степеней свободы молекулы.
Для двухатомного газа $i = 5$.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Какой процесс называется адиабатическим? Какие существуют методы определения показателя адиабаты?
2. Какие существуют методы раздельного определения теплоемкостей C_v и C_p ? Проанализируйте литературные данные, сделайте реферативное сообщение.
3. Почему непосредственное определение C_v более затруднительно, чем C_p ?
4. Почему величина γ одинакова для молярных, удельных и других теплоемкостей? Ответ обосновать аналитически.
5. Как зависит величина γ от температуры? Сделайте соответствующий литературный обзор.
6. Почему на практике сложно реализовать адиабатический процесс?
7. Почему различны показатели адиабаты для одноатомного, двухатомного и многоатомного газа? Ответ обосновать.
8. При накачивании воздуха в баллон его температура увеличивается. Каковы причины этого явления?
9. Как влияют пары воды в баллоне на величину измеренного значения γ , завышают или занижают это значение и почему?
10. Почему при открывании крана A температура воздуха в баллоне понижается?

11. Является ли постоянным количество газа в баллоне? Как это учитывается в процессах, происходящих в эксперименте?
12. Есть ли в процессах, происходящих в баллоне, «квазизобарные»? Если есть, то укажите участок PV , на котором реализуется это явление.
13. Как вычислить количество газа в граммах, которое закачивается в баллон? Оцените это количество.
14. Почему разность столбов жидкости в манометре зависит от времени открывания крана?
15. В данной работе нелинейный процесс аппроксимируют экспонентой. Какую погрешность вносят данным допущением?
16. При обработке экспериментальных данных используют метод экстраполяции. Объясните, для чего это делают?
17. Проанализируйте возможные ошибки, возникающие при определении γ данным методом?
18. При каких условиях график зависимости $\ln h_{2\tau}$ от τ является оптимальным?
19. Предложите методы, позволяющие оптимизировать эксперимент, улучшить воспроизводимость результатов.
20. Почему теплоемкость зависит от способа нагревания?
21. Почему теплоемкость зависит от температуры? Сделайте анализ литературных данных на эту тему.
22. Почему необходимо определять h_2 при $\tau = 0$?
23. Объясните, является ли предлагаемый выбор $\tau = 2, 4, 6, 8, 10$ с оптимальным? Можно ли выбрать иные значения? Ответ обосновать.
24. Почему происходит понижение температуры газа при открывании крана? Как величина ΔT зависит от массы закачиваемого в баллон воздуха?
25. Перечислите приближения, используемые при выводе основной формулы для определения γ . Почему нельзя использовать компрессор при выполнении измерений?