

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1-26

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

**Цель работы:** проверка применимости модели идеального газа для воздуха при комнатной температуре и атмосферном давлении.

**Приборы и принадлежности:** сосуд с пробкой, в которую вставлен капилляр (рис. 1), мерный сосуд для сбора вытекающей жидкости; измерительная линейка для определения высоты жидкости, микроскоп с прозрачной градуировочной линейкой и срез капилляра для определения его радиуса.

#### КРАТКОЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Идеальным газом называют систему материальных точек, потенциальная энергия взаимодействия которых пренебрежимо мала по сравнению с их кинетической энергией. Обмен энергией между частицами в таких случаях происходит только в момент удара. При этом, в большинстве случаев, полагают удар двух частиц абсолютно упругим, без перехода части кинетической энергии в потенциальную энергию возбужденной молекулы или атома.

Подобная модель является приближенной и хорошо отвечает наблюдаемым свойствам газов при выполнении условия  $D \ll \langle \lambda \rangle$ , где  $D$  – эффективный диаметр частиц газа, а  $\langle \lambda \rangle$  – средняя длина свободного пробега частиц между соударениями.

В молекулярно-кинетической теории газов под эффективным диаметром понимают наименьшее расстояние между частицами, на которое они могут сблизиться при соударении. На первой стадии столкновения микрочастиц (молекул или атомов) их кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию деформированных электронных оболочек. Затем, на последующей стадии, энергия упругодеформированных электронных оболочек переходит в кинетическую энергию разлетающихся частиц. Очевидно, что чем выше кинетическая энергия частиц, тем на меньшее расстояние они могут сблизиться при ударе. Поэтому величина эффективного диаметра молекул газа не является «константой», а зависит от параметров состояния газа (в первую очередь – от температуры).

Молекулярно-кинетическая теория позволила получить формулы, в которых макроскопические параметры газа (давление, объем, температура), связаны с его микропараметрами (размеры, масса молекулы, ее скорость). Пользуясь этими формулами, можно при помощи легко измеряемых макропараметров – давления, температуры, коэффициента внутреннего трения – получить интересующие нас микропараметры.

В данной работе вычисляется средняя длина свободного пробега по коэффициенту внутреннего трения (вязкости).

Из молекулярно-кинетической теории вытекает формула, связывающая вязкость со средней длиной свободного пробега молекулы. Эта формула имеет вид

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \cdot \langle v \rangle, \quad (1)$$

где  $\eta$  – коэффициент внутреннего трения (вязкости);  $\rho$  – плотность газа;  $\langle \lambda \rangle$  – средняя длина свободного пробега;  $\langle v \rangle$  – средняя арифметическая скорость теплового движения молекул. С учетом максвелловского распределения молекул по скоростям

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \quad (2)$$

Плотность газа  $\rho$  при давлении  $P$ , температуре  $T$  и молярной массе  $\mu$

$$\rho = \frac{\mu P}{RT}. \quad (3)$$

Величину внутреннего трения газа ( $\eta$ ) можно определить, используя закон Пуазейля, согласно которому объем газа, протекающего по трубке радиусом  $r$ , длиной  $\ell$  за время  $t$  выражается следующим образом:

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta P}{8 \ell \eta}. \quad (4)$$

Комбинируя (1) и (4) с учетом (2) и (3), получаем рабочую формулу для расчета средней длины пробега молекул

$$\langle \lambda \rangle = 3 \sqrt{\frac{\pi^3 R}{8^3 \mu}} \cdot \frac{r^4 t \Delta P \sqrt{T}}{V \ell P}. \quad (5)$$

Учитывая, что  $R = 8,31$  Дж/К·моль,  $\mu = 0,029$  кг/моль, рассчитываем коэффициент пропорциональности в формуле (5)

$$A = \left[ 3 \sqrt{\frac{3,14^3 \cdot 8,31}{8^3 \cdot 0,029}} \right] = 12,5 \text{ (Дж/кг} \cdot \text{К)}^{1/2}.$$

Таким образом, формула (5) примет следующий вид:

$$\langle \lambda \rangle = A \frac{r^4 t \Delta P \sqrt{T}}{V \ell P}, \quad (6)$$

где  $r$  – радиус капилляра;  $\ell$  – длина капилляра;  $P$ ,  $T$  – давление и температура воздуха в помещении;  $V$  – объем воздуха, вошедшего в сосуд за время  $t$ ;  $\Delta P$  – разность давлений на концах капилляра [см. формулу (12)]. Средняя длина свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$  и эффективный диаметр молекулы  $D$  связаны между собой соотношением

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n D^2}, \quad (7)$$

где  $n$  – концентрация молекул газа при давлении ( $P$ ) и температуре ( $T$ )

$$\frac{nT}{P} = \frac{n_0 T_0}{P_0}, \quad (8)$$

где  $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$ ;  $P_0 = 760 \text{ мм рт. ст.} \approx 10^5 \text{ Па}$ ;  $n_0 = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$  – число Лошмидта, т.е. концентрация молекул при нормальных условиях ( $P_0, T_0$ ).

Эффективный диаметр молекулы воздуха ( $D$ ) можно вычислить из формулы (7), выражающей его связь с длиной свободного пробега ( $\langle \lambda \rangle$ ). С учетом соотношения (8), получим

$$D = \sqrt{\frac{P_0 T}{\sqrt{2\pi} \langle \lambda \rangle T_0 n_0 P}}. \quad (9)$$

## МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ И ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Фактическая задача определения  $\langle \lambda \rangle$  сводится к определению коэффициента внутреннего трения  $\eta$  воздуха. Схема используемого устройства приведена на рис. 1. Сосуд 1 заполнен водой и закрыт пробкой 2, через которую проходит капиллярная трубка 3. При закрытом кране 4 давление воздуха над жидкостью равно атмосферному, т.к. сосуд сообщается с атмосферой через капилляр. Как только кран открывається, начинается истечение жидкости непрерывной струей до тех пор, пока сумма давлений воздуха над жидкостью ( $P_1$ ) и гидростатического давления жидкости внутри сосуда на уровне отверстия ( $\rho gh$ ) не станет равным атмосферному ( $P_{\text{атм}}$ ), т.е.

$$P_1 + \rho gh = P_{\text{атм}}. \quad (10)$$

С этого момента жидкость будет выливаться отдельными каплями. В капилляр будет засасываться воздух, т.к. концы капилляра будут находиться под разным давлением (верхний - под атмосферным, а нижний – под давлением газа внутри сосуда  $P_1$ ). Разность давлений на концах капилляра с учетом (10)

$$\Delta P_{\text{атм}} = P_{\text{атм}} - P_1 = \rho gh. \quad (11)$$

Так как площадь сечения сосуда 1 велика, а объем вытекшей жидкости будет незначительным, поэтому в качестве  $\Delta P$  можно взять среднюю разность давления на концах капилляра в начале и в конце истечения жидкости

$$\Delta P = \rho g \frac{h_1 + h_2}{2}, \quad (12)$$

где  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$  – плотность воды;  $h_1, h_2$  – высота уровня жидкости (рис. 1).

Радиус капилляра измеряют с помощью микроскопа. Температуру и атмосферное давление воздуха измеряют термометром и барометром, установленными в помещении лаборатории.

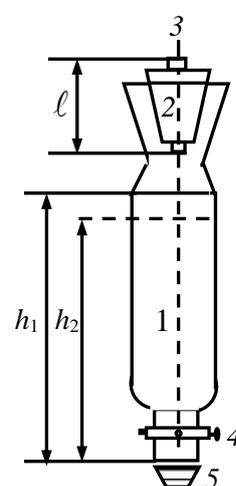


Рис. 1

Объем воздуха, вошедшего в сосуд, равен объему вытекшей жидкости и определяется мерным сосудом.

### ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Проведите измерения, заполните таблицы.

### РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Закройте кран 4 и заполните сосуд водой так, чтобы поверхность воды не касалась капиллярной трубки. Плотно закройте сосуд пробкой 2.

2. С помощью линейки измерьте высоту  $h_1$  столба жидкости – от уровня конца сосуда до уровня поверхности воды.

3. Установите сосуд, откройте кран 4 и дождитесь момента, когда струя вытекающей воды начнет разбиваться на капли. Быстро замените сосуд с водой на пустой сосуд и одновременно включите секундомер. Отметьте время наполнения 50 мм воды.

4. Измерьте высоту  $h_2$ . По формуле (12) рассчитайте  $\Delta P$ .

5. Запишите показания термометра и барометра (в единицах СИ). Повторите опыт еще 2 раза по п. 1–4 .

6. Выполните серию измерений радиуса капилляра с помощью микроскопа (см. Обработка результатов измерений). Запишите все измеренные и рассчитанные величины в таблицу.

7. По формуле (6) рассчитайте  $\langle \lambda \rangle$ , используя средние арифметические значения  $\Delta P$ ,  $r$  и  $V$ .

8. По формуле (9) оцените величину эффективного диаметра молекул воздуха.

9. Оцените погрешность, с которой определяется средняя длина свободного пробега молекул воздуха в данном эксперименте.

№ п/п	$h_1$ м	$h_2$ м	$\Delta P$ Па	$t$ с	$r$ м	$V$ м <sup>3</sup>	$T$ К	$P$ Па	$l$ м
1									
2									
3									
Сред- нее зна- чение									

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Каким образом в лабораторной установке осуществляется ламинарное течение воздуха? Ответ обосновать.

2. Почему в установке используется вода, и какую роль она играет в процессе измерения длины свободного пробега воздуха?

3. Какие процессы происходят в капилляре? Каким должен быть оптимальный размер капилляра?

4. При каком размере капилляра по длине и диаметру следует ожидать наилучших результатов измерения?

5. Почему длина свободного пробега зависит от атмосферного давления? Ответ обосновать.

6. Как влияет влажность воздуха в лаборатории на точность измерения длины свободного пробега? Ответ обосновать приближенными расчетами.

7. Как влияет высота столба воды в приборе на величину измеряемой длины свободного пробега?

8. Как связаны коэффициент внутреннего трения и длина свободного пробега молекул воздуха? Сделайте соответствующий аналитический анализ.

9. Запишите закон Пуазейля. Почему длина свободного пробега зависит от длины капилляра?

10. Почему эффективный диаметр молекул газа не является константой, а зависит от температуры?

11. Если перед экзаменатором поставлена задача «смоделировать данный опыт», то какие величины нужно варьировать в первую очередь? Ответ обосновать.

12. Предложите и обоснуйте собственный способ измерения длины свободного пробега молекул газа.

13. Какие значения имеют, на ваш взгляд, длины свободного пробега электронов в металле, в пучке электронов?

14. Сравните значения свободного пробега кислорода, азота, водорода и ряда других газов. Какие выводы можно сделать из проведенного анализа?

15. Как выбрать оптимальное время проведения эксперимента? Ответ обосновать расчетами.

16. Как зависит величина длины свободного пробега молекул от скорости их движения?

17. В теоретическую формулу для определения длины свободного пробега входит концентрация молекул газа. Как это учитывается в опыте?

18. Почему концы капилляра в эксперименте находятся под разным давлением? От чего зависит величина этого давления?

19. Изменится ли величина  $\lambda$  при замене воды более плотной жидкостью? Какие экспериментально измеренные значения будут изменяться при такой замене?

20. Определите коэффициент теплопроводности воздуха, используя данные, полученные в эксперименте.

21. Почему погрешность измерения радиуса капилляра должна быть наименьшей из погрешностей всех других величин?

22. В каком случае длина свободного пробега молекул воздуха будет определяться размерами лаборатории, в которой проводят опыт?

23. Как изменится длина свободного пробега, если газ станет реальным (ван-дер-ваальсовским газом)?

24. Как влияет точность и качество изготовления капилляра на точность измерений?

25. В каких явлениях переноса длина свободного пробега молекул газа играет важную роль? Какие из них могут быть применены для экспериментального определения  $\lambda$ ? Ответ обосновать.