

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 0 – 19

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА МАКСВЕЛЛА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОЛЕКУЛ ГАЗА ПО СКОРОСТЯМ НА МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Цель работы: ознакомиться со статистическим методом описания макросистем, проверить экспериментально на механической модели закон распределения скоростей Максвелла для одномерного случая.

Приборы и принадлежности: механическая модель, источник питания, стробоскоп, стеклянные пробирки, весы, секундомер.

Теоретическое введение

Статистическая физика – это раздел физики, в котором изучаются свойства макросистем, исходя из индивидуальных свойств составляющих макросистему частиц и взаимодействий между ними. Описание движения каждой частицы макросистемы (число частиц порядка $10^{22} \div 10^{23}$ см³) – задача совершенно невыполнимая. Вместо этого статистическая физика оперирует со средними значениями параметров очень большого числа частиц. Колоссальное число частиц в макросистеме приводит, несмотря на очевидный хаос, к появлению новых, статистических закономерностей. Их изучение и делает возможным описание макросистем на основе сведений о свойствах отдельных частиц системы.

Краткие сведения из теории вероятностей

О вероятности. Основу статистической физики составляет теория вероятностей. Вероятность интересующего нас события характеризуется кратностью его повторения. Если в N случаях i -е событие происходит N_i раз, то вероятностью P_i этого события называют величину

$$P_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N}. \quad (1)$$

На практике N всегда конечно, поэтому для вычисления вероятности стараются, чтобы N и N_i были достаточно большими. Тогда можно считать, что

$$P_i \approx \frac{N_i}{N}. \quad (2)$$

Ясно, что сумма вероятностей всех возможных результатов измерений равна единице:

$$\sum_i P_i = \sum_i \frac{N_i}{N} = 1. \quad (3)$$

Теперь обратимся к вычислению сложных событий. Рассмотрим две основные теоремы: о сложении и умножении вероятностей. Проще всего это понять на примере игрального кубика.

Теорема о сложении вероятностей заключается в том, что вероятность того, что в результате N бросаний кубика выпадет i или k , равна:

$$P_{i \text{ или } k} = \frac{N_i + N_k}{N} = P_i + P_k. \quad (4)$$

Теорема об умножении вероятностей позволяет находить вероятность того, что при двух бросаниях кубика выпадет последовательно i и k (или наоборот). Рассмотрим N двойных бросаний кубика. Пусть первое бросание из каждой пары бросков дало i в N_i случаях (так что $P_i \approx \frac{N_i}{N}$).

Теперь выделим из этих N_i случаев те N_k случаев, когда второе бросание давало k (так что $P_k = \frac{N_k}{N_i}$). Искомая вероятность

$$P_{iuk} = \frac{N_i}{N} \frac{N_k}{N} = P_i P_k. \quad (5)$$

Средние значения случайных величин. Зная вероятности появления различных результатов измерения дискретной величины x , можно найти их среднее значение \bar{x} . По определению среднего

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i N_i x_i = \sum_i P_i x_i. \quad (6)$$

Функция распределения. Рассмотрим случай, когда случайная величина x имеет непрерывный характер (например, скорости молекул). Для этого разобьем всю область изменения x на отдельные интервалы и будем считать число попаданий случайной величины в тот или иной интервал. Интервалы должны быть во избежание заметных флуктуаций достаточно большими, чтобы в каждом интервале число попаданий было $N_i \gg 1$ и чтобы с помощью (2) можно было определить вероятность попадания случайной величины в данный интервал. Вместе с тем, интервалы должны быть достаточно небольшими, чтобы более детально характеризовать распределение величины x .

Допустим, нам известна вероятность P_x попадания в тот или иной интервал Δx . В качестве характеристики случайной величины на этот раз выступает отношение $\frac{\Delta P_x}{\Delta x}$, которое для достаточно малых интервалов не зависит от величины самого интервала Δx .

Это отношение при $\Delta x \rightarrow 0$ называют функцией распределения $f(x)$ случайной величины x :

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta x} = \frac{dP_x}{dx}. \quad (7)$$

Видно, что функции распределения $f(x)$ можно приписать смысл плотности вероятности, т.е. вероятности интересующей нас величины оказаться в единичном интервале вблизи значения x .

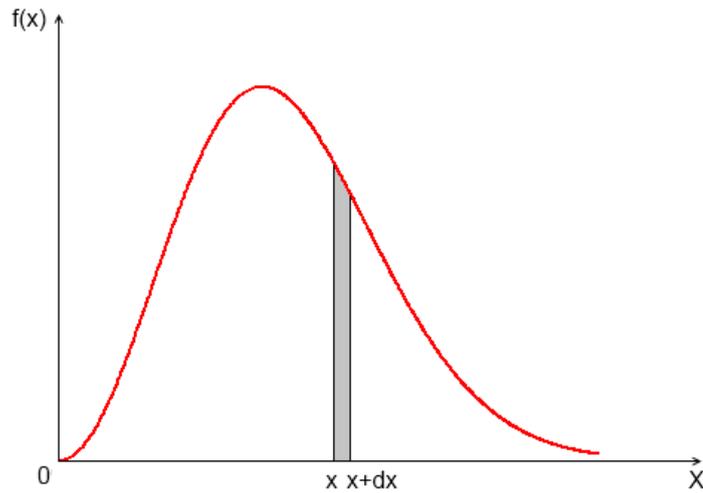


Рис. 1.1 Произвольная функция распределения случайной величины x

В разных случаях функция распределения имеет совершенно различный вид, один из которых в качестве примера приведен на рис. 1.1. В соответствии с (7) площадь полоски шириной dx на этом рисунке равна вероятности того, что случайная величина x окажется в пределах интервала $(x, x + dx)$:

$$dP_x = f(x)dx. \quad (8)$$

Вероятность того, что величина x попадает в некоторый интервал (a, b) :

$$P = \int_a^b f(x)dx. \quad (9)$$

Условие нормировки. Ясно, что вероятность того, что величина x может принять хотя бы какое-нибудь значение (достоверное событие), равна единице. Это и называют условием нормировки:

$$\int f(x)dx = 1, \quad (10)$$

где интегрирование производится по всему интервалу возможных значений величины x . Из этого условия следует, что вся площадь под кривой $f(x)$ (рис. 1) равна единице.

Средние значения. Среднее значение величины x можно найти, зная ее нормированную на единицу функцию распределения $f(x)$. Обратимся к формуле (6). Она справедлива и для случая, когда интервал изменения

величины x будет разбит на небольшие участки. Уменьшая участки, мы должны в конце концов заменить P_i на dP и знак суммы \sum – на интеграл \int . Тогда

$$\bar{x} = \int x dP = \int x f(x) dx, \quad (11)$$

где интегрирование проводится по интересующему нас интервалу значений x . Аналогичные формулы справедливы для любой функции $f(x)$, например

$$\bar{x}^2 = \int x^2 f(x) dx. \quad (12)$$

Флуктуации. Вероятность случайного события и экспериментально наблюдаемая доля результатов, когда событие осуществляется – это не одно и то же. Доля результатов испытывает случайные отклонения от предсказываемой вероятности. Отклонения такого рода происходят в любых макросистемах. Эти отклонения и обуславливают флуктуации.

Согласно теории вероятностей, относительная флуктуация любой величины изменяется в зависимости от числа испытаний N по закону $\frac{1}{\sqrt{N}}$. Именно

огромное число N молекул и объясняет, почему макроскопические законы, получаемые на основе статистических представлений о движении частиц макросистемы, оказываются точными.

Распределение Максвелла

Закон распределения по скоростям молекул газа, находящегося в термодинамическом равновесии, был найден британским физиком Дж. К. Максвеллом в 1859г. Ход рассуждений Максвелла довольно сложен, поэтому полностью приводить его мы не будем, а ограничимся в основном рассмотрением подхода к решению этой проблемы.

Следует отметить, что задача о распределении молекул газа по скоростям, а также методы решения ее, приводимые дальше, являются чисто классическими. Поэтому необходимо, прежде всего, выяснить границы

применимости такого классического рассмотрения. Ответ можно получить, воспользовавшись принципом неопределенностей Гейзенберга. Выделим в газе маленький кубик со сторонами x, y, z , на который в среднем приходится одна частица. Если выполнены условия

$$xp_x \geq h, \quad yp_y \geq h, \quad zp_z \geq h, \quad (13)$$

то движение частицы в этом кубике можно рассматривать классически. Величина

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (14)$$

имеет размерность длины. Она называется длиной волны де Бройля и играет существенную роль в квантовой механике. Перемножив три неравенства и вводя λ , мы получим условие применимости классического рассмотрения газа

$$n\lambda^3 < 1, \quad (15)$$

где $n = \frac{1}{V}$ – концентрация частиц внутри кубика объемом $V = xyz$. Итак, среднее число частиц в объеме λ^3 должно быть мало по сравнению с единицей.

Для оценки порядка величины λ воспользуемся какой-либо средней скоростью, характеризующей тепловое движение молекул газа. При обращении к молекулярно-кинетической теории газов, в нашем распоряжении оказывается средняя квадратичная скорость $\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$.

Используя ее, придадим условию (15) вид

$$T > T_g, \quad (16)$$

где введено обозначение

$$T_g = \frac{h^2}{3km} n^{\frac{2}{3}} \quad (17)$$

Величина T_g называется *температурой вырождения газа*. Для электронного газа в серебре (и других хорошо проводящих металлах) $T_g \approx 6,5 \times 10^4 K$, что превышает температуру плавления серебра. Отсюда следует, что электронный газ в проводящих металлах всегда вырожден. Для гелия $T_g \approx 0,5 K$ (у всех остальных газов еще меньшие значения T_g). Имея столь низкие температуры вырождения, ни одно вещество не может находиться в газообразном состоянии при нормальных условиях. Именно поэтому все молекулярные газы далеки от вырождения и их можно рассматривать как классические системы.

Следуя Максвеллу, представим себе пространство скоростей с прямоугольными координатными осями, по которым будем откладывать значения проекций v_x, v_y, v_z отдельных молекул. Тогда скорости каждой молекулы будет соответствовать точка в этом пространстве – конец вектора \mathbf{v} . Из-за столкновений молекул положения точек будут стремительно меняться, но их распределение в целом будет оставаться неизменным, поскольку макросистема находится в термодинамическом равновесии.

Вследствие равноправности всех направлений движения расположение точек относительно начала координат будет сферически симметричным. Поэтому плотность точек может зависеть только от модуля скорости v (но не от \mathbf{v}).

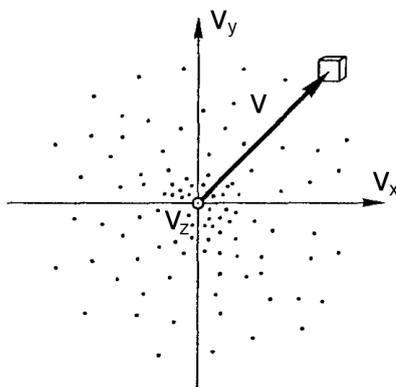


Рис. 1.2 Элементарный объем в пространстве скоростей

Итак, пусть газ содержит N молекул. Выделим в некоторой точке – конце вектора \mathbf{v} – малый объем $dv_x dv_y dv_z$ (рис. 1.2). Вероятность dP того, что скорость молекулы, т.е. конец вектора \mathbf{v} , попадет в этот объем, можно записать так:

$$dP(v_x, v_y, v_z) = \frac{dN(v_x, v_y, v_z)}{N} = f(v) dv_x dv_y dv_z, \quad (18)$$

где $f(v)$ имеет смысл *объемной плотности вероятности*.

Вероятность же того, что молекула будет иметь проекции скорости в интервале $(v_x, v_x + dv_x)$, есть

$$dP(v_x) = \frac{dN(v_x)}{N} = \varphi(v_x) dv_x, \quad (19)$$

где $\varphi(v_x)$ – функция распределения по v_x . Выражение (19) – это по существу интеграл (18) по v_y и v_z в тонком плоском слое от v_x до $v_x + dv_x$.

Считая вероятности того, что молекула имеет проекции скорости в интервалах $(v_x, v_x + dv_x)$, $(v_y, v_y + dv_y)$ и $(v_z, v_z + dv_z)$ независимыми, в соответствии с теоремой об умножении вероятностей можно записать

$$\begin{aligned} dP(v_x, v_y, v_z) &= dP(v_x) dP(v_y) dP(v_z) = \\ &= \varphi(v_x) \varphi(v_y) \varphi(v_z) dv_x dv_y dv_z. \end{aligned} \quad (20)$$

Это предположение мы примем пока без обоснований. По сравнению с другими доказательствами, данными самим Максвеллом, а затем Больцманом, первое доказательство Максвелла обладает тем преимуществом, что оно не вводит никаких специальных представлений относительно структуры молекул и сил взаимодействия между ними. Поэтому оно применимо не только к газам, но и к жидкостям, и к твердым телам.

Сопоставив (20) и (18), находим

$$f(v) = \varphi(v_x) \varphi(v_y) \varphi(v_z). \quad (21)$$

Опуская дальнейшие преобразования (с учетом условия нормировки), приведем окончательные результаты:

$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT} \right), \quad (22)$$

аналогичный вид имеют функции $\varphi(v_y)$ и $\varphi(v_z)$. Тогда, согласно (21)

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right). \quad (23)$$

График функции $\varphi(v_x)$ изображен на рис. 1.3. Он совпадает с гауссовой кривой погрешностей. Площадь заштрихованной полоски на рис. 1.3 – это вероятность того, что проекция скорости молекулы лежит в интервале $(v_x, v_x + dv_x)$.

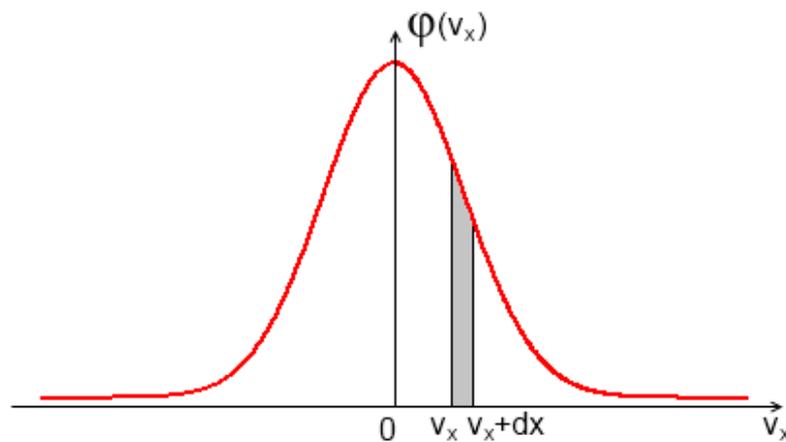


Рис. 1.3 Распределение скоростей молекул газа в проекции на ось X

Функция (22) нормирована на единицу, т.е. площадь под кривой $\varphi(v_x)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(v_x) dv_x = 1. \quad (24)$$

Интегрирование в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ не означает, что в газе есть молекулы с такими большим скоростями. Это следует рассматривать только как вычислительный прием. Молекул с весьма большими скоростями очень

мало, поэтому они не вносят никакого вклада в нормировочный интеграл. Это и позволяет записывать такие пределы.

Распределение молекул по модулю скорости

Найдем вероятность того, что модуль скорости молекулы попадет в интервал $(v, v + dv)$. Таким молекулам соответствуют все точки, попадающие в шаровой слой с радиусами v и $v + dv$ (рис. 1.4). Объем этого слоя равен произведению поверхности слоя на его толщину, т.е. $4\pi v^2 dv$, объемная же плотность вероятности $f(v)$ во всех точках слоя одинакова. Следовательно, согласно теореме сложения вероятностей, вероятность попадания в этот слой

$$dP = f(v) \cdot 4\pi v^2 dv. \quad (25)$$

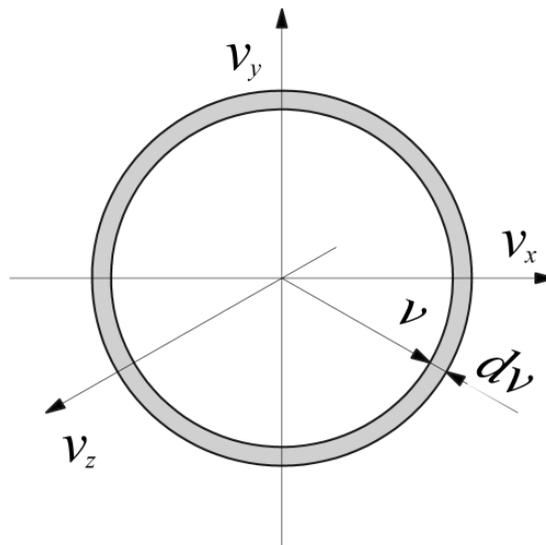


Рис. 1.4 Шаровой слой радиусов v и $v + dv$

Величина $\frac{dP}{dv}$ – мы ее обозначим $F(v)$ – характеризует искомую вероятность, т.е. $F(v) = f(v) \cdot 4\pi v^2$. Учитывая (23), получим:

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right). \quad (26)$$

Эта формула представляет собой закон распределения Максвелла по модулю скорости. Вид функции $F(v)$ приведен на рис. 1.5. Эта функция тоже нормирована на единицу:

$$\int_0^{\infty} F(v)dv = 1. \quad (27)$$

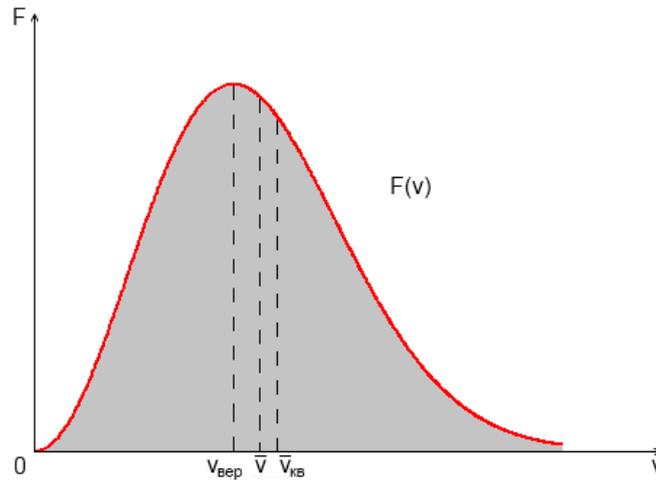


Рис. 1.5 Распределение скоростей молекул газа по модулю

Характерные скорости. К ним относятся три скорости: наиболее вероятная $v_{вер}$, средняя \bar{v} и среднеквадратичная $\bar{v}_{кв}$.

Наиболее вероятной скорости соответствует максимум функции распределения $F(v)$. Эта скорость определяется из условия $\frac{dF}{dv} = 0$, откуда

следует

$$v_{вер} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}. \quad (28)$$

Средняя скорость по определению среднего значения случайной величины

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} vF(v)dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (29)$$

В качестве примера приведем среднюю скорость молекул азота N_2 при $T = 300K$: $\bar{v} \approx 480 м / с$. Эта величина имеет порядок скорости звука в азоте, $v_{зв} = \sqrt{\gamma kT / m} = 350 м / с$.

Среднеквадратичная скорость $\bar{v}_{кв} = \sqrt{\bar{v}^2}$; она находится из условия

$$\bar{v}^2 = \int_0^{\infty} v^2 F(v) dv = \frac{3kT}{m}, \quad (30)$$

откуда

$$\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \quad (31)$$

Этот результат можно получить и без интегрирования, а как следствие из выражения $\bar{E}_{пост} = \frac{3}{2} kT$ для средней поступательной кинетической энергии молекулы.

Приведенные характерные скорости отличаются друг от друга в пропорции (рис. 1.5)

$$v_{вер} : \bar{v} : \bar{v}_{кв} = 1 : 1,13 : 1,22. \quad (32)$$

Зависимость распределения от температуры

Подставив значение $v_{вер}$ из (28) в формулу (26), получим, что

$$F_{макс} \approx \sqrt{\frac{m}{T}}. \quad (33)$$

В соответствии с этим результатом для разных температур $T_1 < T_2 < T_3$ кривые распределения $F(v)$ будут иметь вид, показанный на рис. 1.6. Видно, что с увеличением T максимум функции смещается в сторону больших скоростей, а его величина уменьшается согласно (33). При этом площадь под всеми тремя кривыми остается равной единице. Кривые на рис. 1.6 можно рассматривать и иначе – как соответствующие разным массам молекул газа при одной и той же температуре, причем $m_1 > m_2 > m_3$.

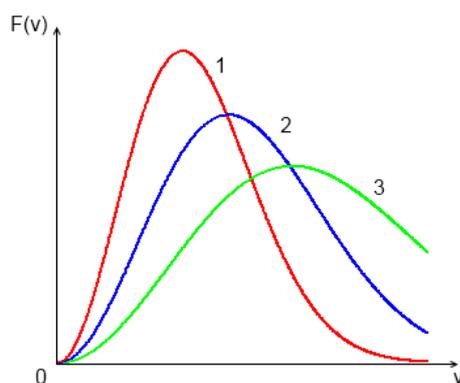


Рис. 1.6 Распределение молекул газа в зависимости от температуры.

Экспериментальная установка

Для изучения закона распределения молекул газа по скоростям используется механическая модель. На рис. 2.1 приведен общий вид установки для моделирования распределения Максвелла. Роль молекул играют стеклянные шарики, определенное количество которых засыпается во внутреннее пространство прибора 1. Шарики приводятся в движение из-за колебательного движения основания 10, абсолютно упруго сталкиваясь друг с другом и со стенками сосуда. Так имитируется тепловое движение молекул.

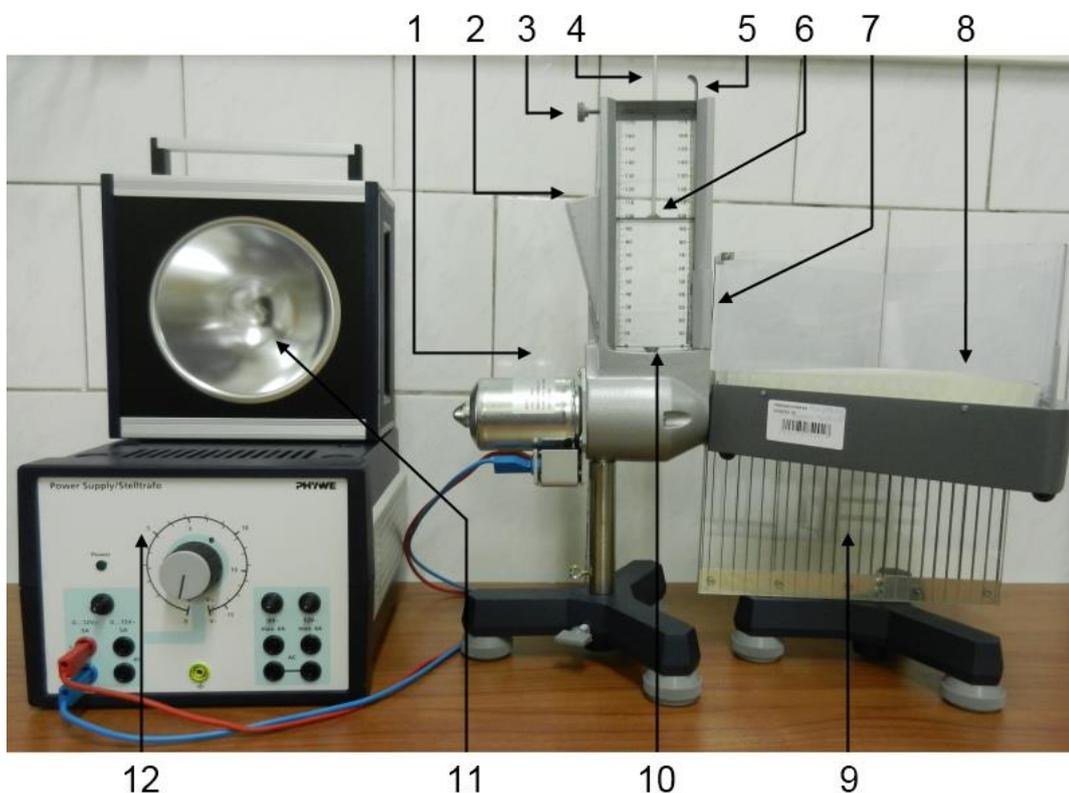


Рис. 2.1 Экспериментальная установка для изучения распределения Максвелла

Установка состоит из следующих элементов:

1. Прибор для получения имитации теплового движения.
2. Отверстие для засыпания шариков.
3. Винт блокировки поршня.
4. Рукоятка изменения высоты поршня.
5. Регулятор, открывающий выходное отверстие.
6. Поршень.
7. Место крепления кюветы на выходном отверстии.
8. Верхний приемник шариков.
9. Нижний приемник шариков.
10. Колебательное основание внутренней камеры.
11. Стробоскоп.
12. Источник питания.

Интенсивность движения шариков в камере можно изменять, регулируя напряжение U , подаваемое на прибор 1 от источника 12, также меняя высоту H поршня 6. Движение шариков наблюдается через боковые стеклянные стенки устройства 1.

Схема установки и принцип ее работы

Перемещая регулятор 5 вверх, можно открыть выходное отверстие прибора и шарики, вылетая из отверстия кюветы, попадут в верхний приемник 8, разделенный на 24 отсека. Верхний приемник жестко крепится на нижнем приемнике 9, ячейки которого имеют цилиндрическую форму и совпадают с отсеками верхнего приемника. Каждый верхний отсек заполняется шариками, имеющими определенное значение горизонтальной скорости. Попадая в отсеки верхнего приемника, шарики осыпаются в отдельные ячейки нижнего приемника с прозрачными стенками. Полученное в результате

этого распределение шариков по ячейкам нижнего приемника аналогично распределению Максвелла для скоростей молекул газа.

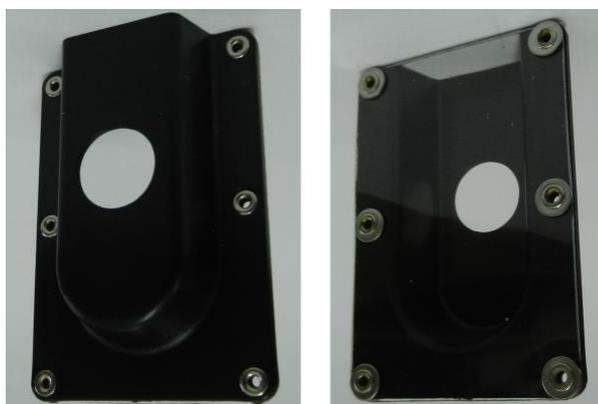


Рис. 2.2 Кювета-накопитель

При получении распределения с выбранными рабочими параметрами U и H число шариков в приборе будет постоянно уменьшаться, поэтому необходимо пополнять их количество. Для определения необходимого количества шариков и интервала времени между пополнениями, потребуется провести подготовительную работу. Для этого потребуется кювета-накопитель (рис. 2.2). Она имеет глухую прозрачную стенку и круглое отверстие на выпуклой части. Разместив кювету напротив выходного отверстия прибора 1, ее нужно закрепить крышкой-фиксатором (рис. 2.3). Далее, если поднять регулятор 5, шарики, вылетевшие из выходного отверстия, попадут в кювету-накопитель, а не в верхний приемник шариков. Так можно будет определить количество вылетевших шариков и время заполнения кюветы при заданных рабочих параметрах.



Рис. 2.3 Крышка-фиксатор кюветы

Методика измерений

Для выполнения работы, связанной непосредственно с моделированием распределения Максвелла, используется кювета, имеющая узкое отверстие на прозрачной стенке и два круглых отверстия разного диаметра на выпуклой части (рис. 2.4). Если поднять регулятор 5, то шарики, вылетевшие из прибора 1, попадут в кювету через верхнее отверстие и затем, миновав узкое отверстие на ее прозрачной стенке, окажутся в отсеках верхнего приемника 8. Нижнее отверстие меньшего диаметра служит для того, чтобы шарики, вылетевшие из прибора 1, но имеющие недостаточную скорость, попали обратно во внутреннюю камеру.



Рис. 2.4 Кювета, используемая при моделировании распределения Максвелла

Число шариков N_1 , попавших в первый отсек, имитирует число молекул, скорости которых имеют значения от 0 до v_1 . Число шариков N_2 , попавших во второй отсек, имитирует число молекул со скоростями от v_1 до v_2 и т. д.

Обозначим общее число шариков N . Отношение $\frac{N_i}{N}$ есть вероятность ΔP того, что молекулы модельного газа имеют скорости в интервале $v_i \div v_i + \Delta v$.

Экспериментальные результаты (количество шаров с разной скоростью) можно в соответствии с (3) представить в виде графика функции:

$$F(v) = \frac{\Delta P}{\Delta v}, \quad (34)$$

где Δv – изменение скорости, соответствующее изменению пути на Δx (длина одной ячейки верхнего приемника) и определяемое как

$$\Delta v = v_{i+1} - v_i, \quad (35)$$

Скорость шарика, попавшего в i -й отсек, можно найти, зная его дальность полета x_i (если шарик вылетает из отверстия установки горизонтально):

$$v_i = \sqrt{\frac{g}{2h} x_i} = Kx_i, \quad (36)$$

где h - это разница высот между выходным отверстием на кювете и основанием верхнего приемника шариков. Параметр K в эксперименте есть величина постоянная и для упрощения выполнения расчетов может быть рассчитан отдельно.

Зная общее количество шариков N в ячейках, количество шариков в каждом отсеке N_i и среднее значение скорости для данного отсека \bar{v}_i , можно найти среднюю арифметическую скорость движения шариков

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i \bar{v}_i}{N}, \quad (37)$$

где n – число заполненных отсеков.

Средняя квадратичная скорость находится из условия

$$\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n N_i \bar{v}_i^2}{N}}. \quad (38)$$

Ячейка с максимальным количеством попавших в нее шариков N_i будет соответствовать наиболее вероятной скорости $v_{вер}$. Таким образом, зная характерные скорости, можно будет проверить соотношение (32), а также сравнить теоретический вид распределения Максвелла с полученным экспериментально.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Упражнение 1. Подготовка эксперимента

1. Соберите установку в соответствии с рис. 2.1.
2. Определите средний вес одного стеклянного шара m путем взвешивания известного числа шаров (например, 10, 20 и 30). Массу одного шара определите для каждого случая и усредните полученные значения.
 $m = 0,01$ г – масса одного шарика.

3. Подняв крышку-фиксатор, на выходном отверстии закрепите кювету-накопитель (рис. 2.2). Проверьте, чтобы круглые выходные отверстия на самом приборе и кювете были точно отцентрированы.
4. Поршень 6 с помощью регулировочного винта 3 установите на высоте $H = 7$ см. Защитное стекло камеры должно быть опущено (камера закрыта).
5. Зная массу m одного шарика, приготовьте маленькую «порцию» шариков (примерно по 300 штук в каждой). Затем медленно пересыпьте эту «порцию» через входное отверстие 2 в прибор 1. При засыпании шариков в прибор следите, чтобы они не скапливались возле отверстия 2. Входное отверстие должно быть закрыто регулятором 5.
6. Подайте рабочее напряжение U из диапазона 10 – 11 В, повернув ручку регулировки напряжения на источнике питания 12. Величина напряжения должна соответствовать частоте колебаний основания внутренней камеры 50 Гц. Для этого направьте и включите стробоскоп 11 так, чтобы он освещал внутреннюю камеру. Установите частоту вспышек стробоскопа ~ 50 Гц. Регулируя напряжение, добейтесь почти «неподвижного» положение колеблющейся платформы 10 (стробоскопический эффект). Запишите получившееся значение напряжения U .
7. Откройте выходное отверстие, подняв регулятор 5 на время $\tau = 60$ с. По истечении данного времени уменьшите напряжение на источнике питания до нуля. Закройте выходное отверстие, перемещая регулятор 5 вниз. Определите взвешиванием, сколько шариков оказалось в кювете-наполнителе. Пересыпая вылетевшие шарики обратно в прибор, повторите опыт еще 2 раза. Усреднив полученные значения, определите количество N стеклянных шаров, вылетающих из выходного отверстия прибора за время $\tau = 60$ с.

Примечание: Во время эксперимента по получению модели распределения Максвелла в прибор нужно будет подсыпать шарики в количестве $\Delta N = N/3$ с интервалом времени $\Delta \tau = \tau/3$, дабы сохранять постоянной

плотность частиц во внутренней камере прибора 1. Полезно будет предварительно подготовить требуемые для подсыпания шарики, поместив их в пробирки.

Упражнение 2.

Получение модели распределения Максвелла

1. На выходном отверстии закрепите кювету для получения распределения (рис. 2.4). Проверьте, чтобы круглые выходные отверстия на самом приборе и кювете были точно отцентрированы.

2. Установите напряжение, полученное при выполнении п. 6 из упражнения 1. Дождитесь, пока все шарики в камере придут в движение. Затем, перемещая регулятор 5 вверх, откройте выходное отверстие. В течение 5 минут наблюдайте за заполнением отсеков нижнего приемника, постоянно подсыпая в прибор шарики с интервалом времени $\Delta\tau$ в количестве ΔN , определенном при выполнении п. 7 из упражнения 1. По окончании данного времени, уменьшите напряжение на источнике до нуля и закройте выходное отверстие.

3. С помощью кисточки очистите ячейки верхнего приемника 8 от оставшихся там шариков. Аккуратно снимите верхний приемник.

4. Измерьте высоту столбиков во всех отсеках нижнего приемника и занесите в таблицу результаты измерений.

5. Определите массу шариков m в каждом из отсеков. Для этого необходимо закрепить крышку с отверстием на нижнем приемнике 9 и, осторожно перемещая ее по длине приемника, последовательно совмещать отверстие в крышке с каждой из 24 ячеек нижнего приемника. Шарики из каждого отсека поместите в емкости для взвешивания и взвесьте.

6. Рассчитайте число N_i шариков в каждом отсеке. Результаты занесите в таблицу.

7. Повторите упражнение 2 еще 2 раза и получите усредненное количество шариков в каждой из ячеек нижнего приемника.

Упражнение 3.

Расчет характерных скоростей для экспериментально полученного распределения

1. Запишите измеренную с помощью штангенциркуля длину ячейки верхнего приемника – расстояние Δx .
2. С помощью штангенциркуля измерьте расстояние h – разность высот между выходным отверстием на кювете и основанием верхнего приемника шариков.
3. По формуле (36) рассчитайте скорости шариков v_i для всех отсеков приемника.
4. Найдите Δv по (35) и рассчитайте среднее значение скорости \bar{v}_i для каждого интервала скоростей как $\bar{v}_i = v_i + \frac{\Delta v}{2}$.
5. По формуле (34) рассчитайте плотность вероятности $F_i(v_i)$ для каждого отсека.
6. Постройте график зависимости $F(v)$, он будет отображать экспериментально полученное распределение. На этом же графике пунктирной линией изобразите теоретический вид кривой $F(v)$.
7. По графику зависимости $F(v)$ определите наиболее вероятную скорость $v_{вер}$ для распределения, полученного экспериментально.
8. По формулам (37), (38) вычислите среднюю скорость \bar{v} и среднеквадратичную скорость $\bar{v}_{кв}$.
9. Проверьте, выполняется ли соотношение (32) между $v_{вер}$, \bar{v} и $\bar{v}_{кв}$. Для этого найдите частное этих величин по данным вычислений пп. 78.
10. Параметры эксперимента занесите в таблицу 1, а полученные экспериментальные данные – в таблицу 2.

Упражнение 4.

Изучение влияния рабочих параметров установки на вид распределения Максвелла

1. Задайте другие рабочие параметры, изменив один из рабочих параметров: напряжение U или высоту H поршня.
2. Прodelайте все задания упражнений 1, 2 и пп. 1–6 из упражнения 3.
3. Сравните распределения, полученные при различных параметрах, опираясь на рис. 1.6.

Таблица 1

U, В	H, см	h, см	m, г	N	Δx , см	ΔN	Δt , с

Таблица 2

i	N_i	x_i , см	v_i , см/с	$\langle v_i \rangle$, см/с	$F_i(v_i)$, см ⁻¹	$v_{\text{вер}}$, см/с	$\langle v \rangle$, см/с	$\langle v \rangle_{\text{КВ}}$, см/с
1								
2								
...								
24								

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Почему для изучения закона Максвелла применяют методы статистической физики.
2. Дайте определение вероятности совершения некоего события.
3. Что называют «плотностью вероятности»?
4. Нарисуйте график произвольной функции распределения случайной величины x . Чему соответствует площадь заштрихованной полоски ширины dx ?

5. В чем заключается условие нормировки?
6. Как найти среднее значение случайной величины x ?
7. Дайте понятие флуктуации случайной величины x .
8. Что называют температурой вырождения? Какие значения может принимать эта величина?
9. Расскажите о постановке задачи по нахождению распределения молекул по скоростям.
10. Почему при выводе распределения Максвелла все направления движения считаются равноправными?
11. Дайте определение объемной плотности вероятности.
12. Почему можно считать, что функции распределения скоростей $\varphi(v_x)$, $\varphi(v_y)$ и $\varphi(v_z)$ имеют одинаковый вид?
13. Объясните смысл пределов интегрирования от $-\infty$ до $+\infty$ для условия нормировки, например, функции $\varphi(v_x)$.
14. Приведите закон распределения Максвелла по модулю скорости. Начертите его график.
15. Что называют характерными скоростями и чему они соответствуют?
16. Укажите на графике распределения Максвелла характерные скорости.
17. Проанализируйте вид кривой распределения $F(v)$ в зависимости от температуры газа или массы его молекул.
18. Перечислите элементы, из которых состоит лабораторная установка, а также поясните их назначение.
19. Как влияют рабочие параметры установки (напряжение U и высота поршня H) на характер (вид) функции распределения. На что будут влиять рабочие параметры установки: напряжение U и высота поршня H ?
20. Для чего требуется провести подготовительную работу по определению расхода шариков из внутренней камеры во время проведения эксперимента с заданными рабочими параметрами?

21. Отобразите вид функции, посредством которой предлагается представить экспериментальные результаты?
22. Как определить количество шариков N_i , оказавшихся в i -ом отсеке нижнего приемника?
23. Как рассчитывается скорость шарика, попавшего в i -й отсек?
24. Какая ячейка устройства будет соответствовать наиболее вероятной скорости?
25. С какой целью в работе применяется стробоскоп?