

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 0-13

## Определение теплоемкости идеального газа

**Цель работы:** определение молярной теплоёмкости воздуха при постоянном объёме  $C_V$  и при постоянном давлении  $C_P$ , определение отношения теплоемкостей для воздуха ( $C_P/C_V$ ) для воздуха, проверка справедливости уравнения Майера.

**Приборы и принадлежности:** прецизионный манометр, электрический нагреватель с цифровым счетчиком времени, цифровой вольтметр, цифровой амперметр, сосуд Мариотта, газовые шприцы.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Для определения теплоёмкости используем первое начало термодинамики: количество теплоты  $\delta Q$ , сообщённое системе, идёт на приращение внутренней энергии  $dU$  системы и на совершение системой работы  $\delta A$  над внешними телами. Если объем газа  $V$  изменяется, то выражение для элементарной работы  $\delta A = pdV$  в формуле (1)  $\Delta V$  и первое начало термодинамики принимает вид:

$$\delta Q = dU + pdV. \quad (1)$$

В формуле (1)  $dU$  есть полный дифференциал, поскольку внутренняя энергия представляет собой функцию состояния системы. Её приращение при переходе системы из одного состояния в другое не зависит от пути, по которому совершается переход, то есть  $\Delta U = U_2 - U_1 = \int_1^2 dU$ , и равно разности значений функции  $U$  в состояниях 2 и 1. Для приращений  $Q$  и  $A$  применены обозначения  $\delta Q$  и  $\delta A$ , так как эти величины не являются полными дифференциалами, то есть и работа  $A$ , и количество полученного системой тепла  $Q$  при конечных изменениях объема – это интегралы  $\int_1^2 \delta A = A_{12}$  и  $\int_1^2 \delta Q = Q_{12}$ , которые зависят от пути, по которому производится интегрирование (они являются функциями процесса) и не могут быть представлены в виде  $A_2 - A_1$  и  $Q_2 - Q_1$ . Поскольку о запасе работы и теплоты говорить нельзя, то эти величины не являются функциями состояния:  $A_{12}$  – работа, совершаемая телом в ходе определённого процесса 1 – 2, а  $Q_{12}$  – количество теплоты, полученное телом в ходе того же процесса.

Молярной теплоёмкостью  $C$  вещества называется величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить одному молю вещества, чтобы повысить его температуру на один кельвин.

Так, если газ массой  $m$  с молярной массой  $M$  содержит  $\nu = m/M$  число молей, то молярную теплоёмкость  $C$  можно записать как:

$$C = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT}. \quad (2)$$

В зависимости от условий, при которых происходит нагревание вещества, различают молярную теплоёмкость при постоянном объёме  $C_V$  и при постоянном давлении  $C_P$ . Из (1) и (2) при изохорических условиях ( $V = \text{const}$ ) получаем:

$$C_V = \frac{1}{\nu} \frac{dU}{dT}, \quad (3)$$

а при изобарических условиях ( $p = \text{const}$ ):

$$C_P = \frac{1}{\nu} \left( \frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT} \right) \quad (4)$$

Учитывая уравнение состояния для идеального газа

$$pV = \nu RT, \quad (5)$$

можно получить уравнение Майера, связывающее между собой теплоемкости  $C_P$  и  $C_V$ :

$$C_P - C_V = R, \quad (6)$$

где  $R = 8,31 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$  – универсальная газовая постоянная.

Внутренняя энергия в (3) может быть вычислена в рамках кинетической теории газа:

$$U = \nu \left( \frac{i}{2} \right) k N_A T, \quad (7)$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$  – постоянная Больцмана,  $N_A = 6,0225 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  – число Авогадро,  $i$  – общее число поступательных, вращательных и колебательных степеней свободы молекулы.

Для молекул с жёсткой связью между атомами учитываются только поступательные и вращательные степени свободы. Молекулы в трёхмерном пространстве имеют три поступательные степени свободы. Двухатомные молекулы имеют две дополнительные вращательные степени свободы вокруг главных осей инерции. Нелинейные молекулы с числом атомов три и более имеют три вращательные степени свободы; линейные молекулы с любым числом атомов ведут себя подобно двухатомным и имеют две вращательные

степени свободы. Одноатомные частицы не имеют вращательных степеней свободы.

Так как по определению

$$R = k \cdot N_A, \quad (8)$$

то после подстановки (7) и (8) в (3) получим:

$$C_V = \left(\frac{i}{2}\right)R. \quad (9)$$

С учётом равенства (6), получим:

$$C_P = \left(\frac{i+2}{2}\right)R. \quad (10)$$

Воздух состоит, в основном, из кислорода и азота (примерно 20% и 80%, соответственно). В первом приближении можно принять для воздуха  $i = 5$  и тогда

$$\begin{aligned} C_V &= 2,5R = 20,8 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}, \\ C_P &= 3,5R = 29,1 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

### МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ $C_P$ .

В данной работе энергия  $\delta Q$  сообщается газу электрическим нагревателем

$$\delta Q = U \cdot I \cdot \Delta t, \quad (12)$$

где  $U$  – напряжение на нагревателе,  $I$  – ток, текущий через нагреватель,  $\Delta t$  – время протекания тока через нагреватель. При  $p = \text{const}$  увеличение температуры газа  $\Delta T$  приводит к увеличению объёма  $\Delta V$ . Из уравнения состояния идеального газа следует, что

$$\Delta V = \frac{\nu R}{p} \Delta T = \frac{V}{T} \Delta T. \quad (13)$$

Учитывая формулы (2), а также (12) и (13), получим:

$$C_P = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{U \cdot I \cdot \Delta t \cdot V}{\Delta V \cdot T} \quad (14)$$

Подставив в (14) число молей  $\nu$  из уравнения (5):  $\nu = \frac{pV}{RT}$ , получим:

$$C_P = R \cdot \frac{U \cdot I \cdot \Delta t}{1,3p \cdot \Delta V}, \quad (15)$$

где  $p$  – атмосферное давление. Формула (15) – рабочая.

## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ $C_v$ .

При изохорических условиях увеличение температуры  $\Delta T$  приводит к увеличению давления  $\Delta p$ :

$$\Delta p = \frac{\nu R \Delta T}{V} = \frac{p}{T} \Delta T. \quad (16)$$

Подставляя  $\Delta T$  в (3) и учитывая (12), получим:

$$C_v = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{U \cdot I \cdot \Delta t \cdot p}{\Delta p \cdot T}. \quad (17)$$

Подставив в (17) число молей  $\nu$  из уравнения (5):  $\nu = \frac{pV}{RT}$ , получим:

$$C_v = R \cdot \frac{U \cdot I}{V} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta p}. \quad (18)$$

Процесс измерения давления в используемом ниже методе приводят к небольшому изменению объёма, которое должно быть на практике учтено в вычислениях:

$$\Delta T = \frac{p}{\nu R} \Delta V + \frac{V}{\nu R} \Delta p = \frac{T}{pV} (p \Delta V + V \Delta p). \quad (19)$$

Из уравнений (3) и (1) следует, что

$$C_v = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{\delta Q - p \Delta V}{\Delta T} \quad (20)$$

Подставив в это уравнение (19) и (12), получаем:

$$C_v = \frac{pV}{\nu T} \cdot \frac{U \cdot I \cdot \Delta t - p \Delta V}{p \Delta V + V \Delta p} \quad (21)$$

В данной работе принимается

$$\Delta V = a \cdot \Delta p, \quad (22)$$

где  $a = 8,55 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3/\text{Па}$  – постоянная прибора.

Подставив в (21)  $\Delta V = a \cdot \Delta p$  и число молей  $\nu$  из уравнения (5)  $\nu = \frac{pV}{RT}$ ,

получим:

$$C_v = R \left( \frac{U \cdot I \cdot \Delta t}{2(ap + V) \cdot \Delta p} - \frac{ap}{ap + V} \right) \quad (23)$$

Здесь  $p$  – атмосферное давление.

## ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Экспериментальная установка для измерения  $C_V$  и  $C_P$  показана на рис.1. Тепло сообщается газу, находящемуся в стеклянном сосуде (1), электрическим нагревателем (2), включаемым на короткое время. Увеличение температуры газа при изохорических условиях приводит к росту давления, которое измеряется манометром (3). При изобарических условиях увеличение температуры приводит к увеличению объёма газа, которое определяется с помощью газового шприца (11) с поршнем. Молярная теплоёмкость  $C_V$  и  $C_P$  вычисляется по изменению давления и объёма, соответственно. Отверстие в нижней части сосуда на рис. 1 закрыто резиновой пробкой (5), через которую проходят электроды нагревателя (6) и одноходовой кран (4). Провода (7) соединяют нагреватель с источником питания на выходе измерительного прибора (таймера) (8), который определяет время нагрева газа. В горловину сосуда вставлена резиновая пробка с трёхходовым краном (10). Для измерения давления окружающей среды к установке прилагается стандартный цифровой барометр (не показан на рисунке). Напряжение и ток через нагреватель определяются цифровым вольтметром (12) и цифровым амперметром (13).

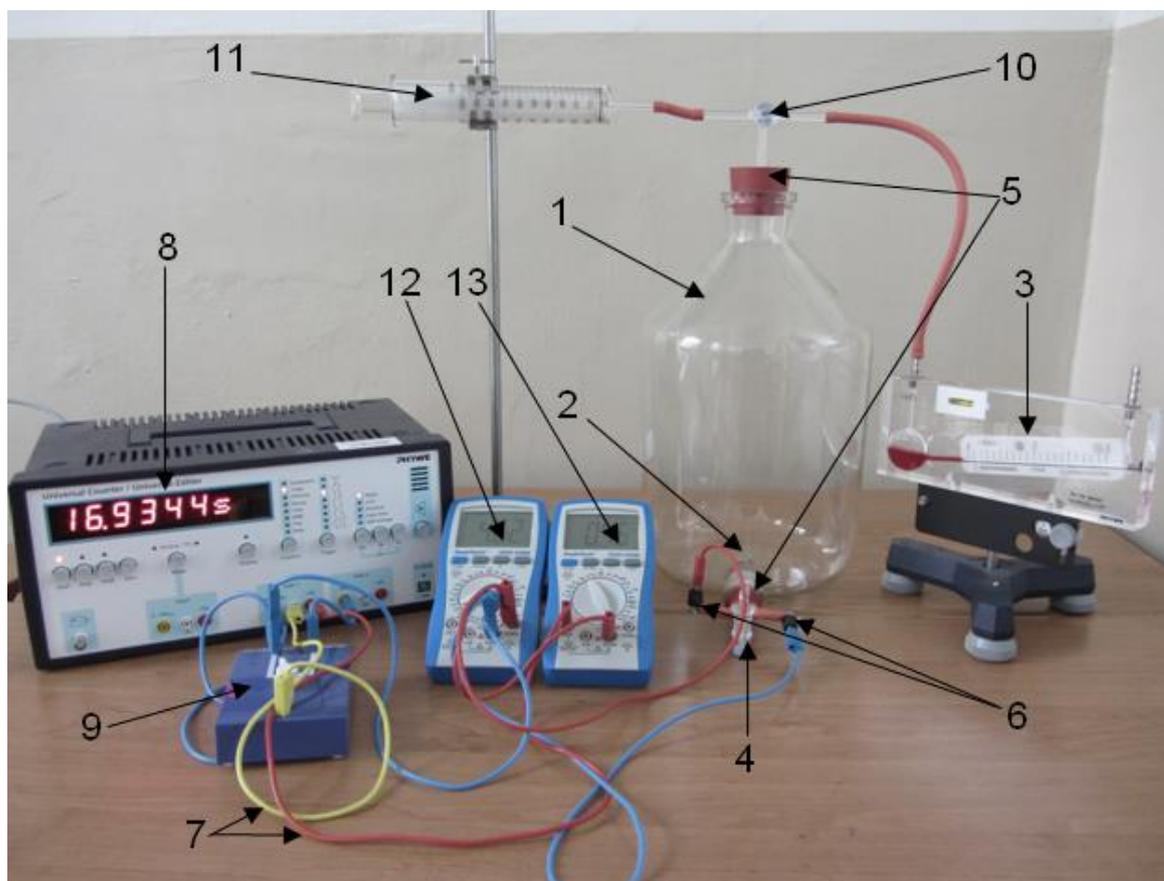


Рис. 1. Установки для измерения теплоемкостей воздуха:

1 – стеклянный сосуд; 2 – электрический нагреватель; 3 – манометр; 4 – одноходовой кран; 5 – резиновая пробка; 6 – электроды нагревателя; 7 – провода; 8 – измерительный прибор (таймер); 9 – ключ; 10 – трёхходовой кран; 11 – газовый шприц; 12 – цифровой вольтметр; 13 – цифровой амперметр.

Электрическая схема включения измерительного прибора, вольтметра, амперметра и нагревателя показана на рис. 2.

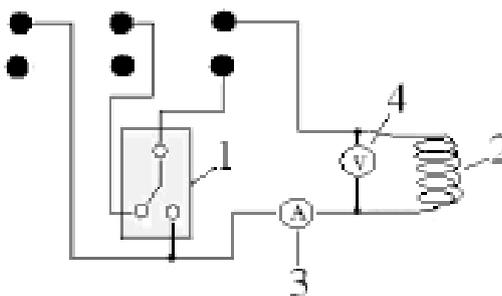


Рис. 2. Электрическая схема включения измерительного прибора: 1 – ключ; 2 – электрический нагреватель; 3 – амперметр; 4 – вольтметр

При определении  $C_V$  по формуле (23) используется постоянная методики  $a$ , которая вычисляется следующим способом. Индикаторная трубка в манометре (3), который заполнен бензолом, на рис. 1,  $a$  имеет радиус  $r = 2$  мм. Длина столбика бензола изменяется на 1 см при изменении давления на величину  $p = 14,8$  Па. Поэтому соответствующее изменение объёма можно записать как  $\Delta V = a \cdot \Delta p$ , где  $a = \pi \cdot r^2 \left( \frac{1}{14,7} \frac{\text{см}}{\text{Па}} \right) = 8,55 \cdot 10^{-3} \frac{\text{см}^3}{\text{Па}}$

### ЗАДАНИЕ

1. Провести измерения и заполнить соответствующие таблицы.
2. Построить графики зависимости изменения объёма и давления от времени.  
По построенным графикам определите угловой коэффициент.
3. Рассчитать значения  $C_V$  и  $C_p$ , по формулам (23) и (15) соответственно.
4. Определить отношения теплоемкостей для воздуха ( $C_p/C_V$ ), проверить справедливость уравнения Майера.
5. Сделать вывод по работе.

## МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ $C_V$ И $C_P$ .

**Примечание:** При выполнении работы необходимо строго соблюдать правила техники безопасности и охраны труда, установленные на рабочем месте студента в лаборатории. Работу следует проводить в строгом соответствии с ниже изложенным порядком выполнения. Поскольку электрический ток через контакты к нагревателю может нанести электрические травмы и вызвать порчу лабораторного оборудования, необходимо каждый раз перед запуском измерений убедиться в отсутствии условий для короткого замыкания и надёжной электрической изоляции электроконтактов.

### 1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ $C_V$ .

1.1. Подсоединить манометр (3) к трёхходовому крану (10) с помощью резиновой трубки (рис. 1). Манометр должен быть расположен горизонтально, а столбик жидкости – на отметке 0.

1.2. Подсоединить провода для измерения тока и напряжения к измерительному прибору, амперметру и вольтметру по схеме, представленной на рис. 2. Измерительный прибор должен показывать четыре значащие цифры отсчёта времени в секундах. Для этого на приборе (8) должны быть установлены (красная подсветка) диапазоны: Display – "s", Function – "Timer", Trigger – " $\square$   $\square$   $\square$ " (третья шкала сверху).

1.3. Повернуть трёхходовой кран (10) в позицию, при которой сосуд соединён с манометром, и одновременно перекрыть от окружающей атмосферы (ручка крана – вертикально, красная точка на кране направлена в сторону манометра). Нижний одноходовой кран (4) закрыт.

1.4. Включить измерительный прибор (8) в сеть и нажать кнопку "Start" для перехода в режим нагрева и измерения времени. Включить цифровой амперметр (13) и вольтметр (12), нажатием кнопки «Power».

1.5. Для измерения времени нагрева замкнуть ключ (9). Время нагрева  $\Delta t$  не должно превышать 2 секунды, чтобы за время нагрева давление в сосуде увеличилось не более чем на 0,2 мбара, что соответствует удлинению столбика жидкости в манометре от отметки 0 до 0,2. Далее разомкнуть ключ (14). Столбик жидкости в барометре продолжает подниматься вверх. Как только достигнет max значения и только после этого записывать значения в таблицу 1. Ток накала надо выбирать  $\leq 0,5$  А.

1.6. Записать в таблицу 1 время нагрева  $\Delta t$ , значение тока, напряжение и увеличение давления  $\Delta p$ .

1.7. После измерения параметров провести выравнивание давления в сосуде и манометре с окружающей атмосферой. Для этого открыть

одноходовой кран (4). Для каждого значения давления повторите опыт не менее 3 раз.

1.8. Провести 10 измерений от 500 мл до 5500 мл и записать в таблицу. Для сброса времени используйте кнопку "Start".

1.9. Записать в таблицу 1 атмосферное давление  $p$  по показанию барометра.

$$1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па.}$$

Таблица 1.

№	$(\Delta p)$ , мбар	$\Delta t$ , с	$(\overline{\Delta p})$ , мбар	$(\overline{\Delta p})$ , Па	$\overline{\Delta t}$ , с	$U$ , В	$I$ , А	$p$ , Па (атмосферное)	$(\overline{C_v})$ , Дж/(моль·К)
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									

1.10. По завершению работы на измерительном приборе (8) нажать кнопку «Stop», выключить цифровой амперметр и вольтметр и лишь после этого выключить измерительный прибор.

## 2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ $C_p$ .

2.1. Заменить манометр на газовый шприц 11, который подсоединяются к сосуду через трёхходовой кран (10), как показано на рис. 1.

2.2. Подсоедините провода для измерения тока и напряжения к измерительному прибору, амперметру и вольтметру по схеме, представленной на рис. 2. Измерительный прибор должен показывать четыре значащие цифры отсчёта времени в секундах. Для этого на приборе (8) должны быть установлены (красная подсветка) диапазоны: Display – "s", Function – "Timer", Trigger – "┌┐" (третий сверху шкалы).

2.3. Включить измерительный прибор (8) в сеть и нажать кнопку "Start" для перехода в режим нагрева и измерения времени. Включить цифровой амперметр (13) и вольтметр (12), нажав кнопки «Power».

2.4. Повернуть трёхходовой кран (10) в позицию, при которой сосуд сообщается со шприцом (11) (ручка крана – вертикально, красная точка на кране направлена в сторону шприца).

2.5. Закрывать одноходовый кран (4), поршень в шприце (11) находится в «закрытом» состоянии, на отметке 0.

2.6. До включения тока нагрева слегка вращайте рукой поршень (11), чтобы уменьшить силу трения между поршнем и стенками шприца.

2.7. Для измерения времени нагрева замкнуть ключ (9). Время нагрева  $\Delta t$  должно быть не более 10 секунд, что приводит к незначительному смещению поршня в газовом шприце на 2 деления. В конечном итоге, изменяя время нагрева, необходимо измерит изменение объема  $\Delta V$ . Ток накала надо выбирать  $\leq 0,5$  А.

2.8. Записать в таблицу 2 время нагрева  $\Delta t$ , значение тока, напряжение и увеличение объема  $\Delta V$ . Для каждого значения объема повторить опыт не менее 3 раз.

2.9. Провести 5 серий изменяя объем от 2 до 10 мл. После каждого измерения необходимо удалять воздух из системы по пункту 2.5. Для сброса времени используйте кнопку "Start".

Таблица 2.

№	$(\Delta V)$ , мл	$\Delta t$ , с	$\overline{\Delta t}$ , с	$(\overline{\Delta V})$ , мл	$(\Delta V)$ , мм <sup>3</sup>	$U$ , В	$I$ , А	$p$ , Па (атмосферное)	$(\overline{C_p})$ , ДЖ/(моль·К)
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									

2.10. По завершению работы на измерительном приборе нажмите кнопку «Stop», выключите цифровой амперметр и вольтметр и лишь после этого выключите измерительный прибор.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

### Обработка данных для $C_V$ .

1.1. Построить график  $\Delta p=f(\Delta t)$ . По наклону прямой найти угловой коэффициент касательной.

1.2. По результатам измерений в таблице 1 рассчитать величины ( $\overline{C_V}$ ) по формуле (23), зная ёмкость сосуда  $V = 10$  литров,  $p$  – атмосферное давление. Результаты вычислений  $C_V$  записать в таблицу 1.

1.3. Сравнить полученное значение с теоретическим значением для двухатомного газа, рассчитать погрешность.

### Обработка данных для $C_p$ .

2.1. Построить график  $\Delta V=f(\Delta t)$ . По наклону прямой найти угловой коэффициент касательной.

2.3. По результатам измерений в таблице 2 рассчитать величины ( $\overline{C_p}$ ) по формуле (15). Результаты вычислений  $C_p$  записать в таблицу 2.

2.3. Сравнить полученное значение с теоретическим значением для двухатомного газа, рассчитать погрешность.

### Примечание:

Диаметр поршня 31 мм;

Масса поршня 97,4 г.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте определение молярной теплоёмкости  $C_p$  при постоянном давлении идеального газа. Как определяется  $C_p$  через число степеней свободы  $i$  для молекул моля идеального газа?
2. Дайте определение молярной теплоёмкости  $C_V$  при постоянном объёме идеального газа. Как определяется  $C_V$  через число степеней свободы  $i$  молекул моля идеального газа?
3. Сколько степеней свободы имеют одноатомные молекулы идеального газа, и какого типа эти степени свободы?
4. Сколько степеней свободы имеют трёхатомные молекулы идеального газа с жёсткими, нелинейными связями и какого типа эти степени свободы?
5. Дайте определение показателя адиабаты  $\gamma$  для идеального газа. Напишите формулу для  $\gamma$ , используя число степеней свободы  $i$ . Рассчитайте значение  $\gamma$  для четырёхатомных молекул идеального газа с жёсткими нелинейными связями.

6. Сформулируйте и запишите первое начало термодинамики в дифференциальной и интегральной форме.
7. Как записывается первое начало термодинамики для изохорического процесса? Напишите формулу для внутренней энергии  $U$  моля идеального газа, используя постоянную Больцмана  $k$ , число степеней свободы  $i$ .
8. Как определяется молярная газовая постоянная  $R$  в уравнении состояния моля идеального газа? Напишите формулу.
9. В чем заключается физический смысл универсальной газовой постоянной  $R$ .
10. Получите выражение работы и изобразите величину работы в координатах  $PV$  для каждого изопроцесса.
11. Что называется обратимым и необратимым процессами? Приведите примеры. Как принято изображать эти процессы графически?
12. С какой целью каждый раз после проведения измерения удаляют воздух из баллона?
13. Почему при измерении  $C_p$  каждый раз необходимо возвращать уровень жидкости в барометре до первоначального положения?
14. Какова связь между  $C_v$  и  $C_p$  и числом степеней свободы молекул газа  $\gamma$ ?
15. Сколько степеней свободы у молекул газов  $He$ ,  $H_2$ ,  $CO_2$  Какие это степени свободы?
16. Имеются ли ограничения, накладываемые на величину начального давления в баллоне?
17. Какие явления нарушают адиабатичность расширения газа?
18. Можно ли вести опыт, используя в данной экспериментальной установке в качестве исходного состояния разрежение газа?
19. Как повлияет на ход эксперимента наличие паров воды в воздухе?
20. Какая величина характеризует внутреннюю энергию газа?
21. Как связано число степеней свободы молекул газа с кинетической энергией этого газа?
22. Как связано число степеней свободы молекул газа с теплоёмкостью этого газа?
23. Может ли газ в данной работе считаться идеальным и почему?
24. Почему  $C_p$  больше чем  $C_v$ ?
25. Почему теплоёмкость газов зависит от условий нагревания?
26. Что такое энтропия? Каков статистический смысл энтропии?