МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Зав. отделением
экспериментальной физики
ИЯТШ
______________ А.М. Лидер
«___» _____________ 2018 г.

ГАРМОНИЧЕСКИЙ И АНГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОРЫ

Методические указания к выполнению лабораторной работы ПК-03
по курсу «Физика 2» по разделу «Колебания и волны»
для студентов всех направлений и специальностей

Издательство
Томского политехнического университета
2018

УДК 531.381
ББК 22.3

Гармонический и ангармонический осцилляторы: методические указания к выполнению лабораторной работы ПК-03 по курсу «Физика 2» по разделу «Колебания и волны» для студентов всех направлений и специальностей/ В.А. Стародубцев, Т.Н. Мельникова; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2018. – 17 с.

УДК 531.381
ББК 22.3

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром отделения экспериментальной физики
«___»__________2018 г.

Председатель учебно-методической комиссии ________________ А.М. Лидер

Рецензент
Доктор педагогических наук,
профессор отделения ЭФ ИЯТШ НИ ТПУ
Г.В. Ерофеева

ГАРМОНИЧЕСКИЙ И АНГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОРЫ

Цель работы: Изучение закономерностей свободных, затухающих и вынужденных колебаний гармонического и ангармонического осцилляторов.

1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО ТЕОРИИ

Осциллятором называют физическую систему, состояния которой во времени описываются законом периодичности (1):

$$S(t) = S(t + T) = S(t + nT), \tag{1}$$

где n – целое число,

T – интервал периодичности,

S – один из параметров системы.

При механическом колебательном движении периодически меняющейся величиной является отклонение осциллятора от положения равновесия. В колебательном контуре величина S может обозначать силу тока или падение напряжения.

Наименьшая величина T, при которой выполняется (1) называется ***периодом*** изменения данного параметра. Периодические во времени процессы возникают в системах, имеющих положения устойчивого равновесия. Этим положениям соответствуют минимумы полной энергии системы. Для вывода системы из равновесного положения необходимо внешнее воздействие, в результате которого работа внешней силы обеспечивает возрастание энергии системы. Однократное воздействие вызывает в общем случае затухающие колебания осцилляторов, при периодическом действии внешней силы устанавливаются вынужденные колебания. По закону сохранения энергии, при отсутствии сил трения в замкнутой системе, колебательный процесс в ней продолжит неопределенно долгое время. В этом случае процесс называют ***свободными*** (или собственными) колебаниями осциллятора. В частном случае свободные колебания являются гармоническими, в общем случае колебания могут быть ангармоничными (нелинейными).

1.1. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Рассмотрим случай механических колебаний осциллятора, состоящего из условно невесомой пружины и груза массой M, размерами которого можно пренебречь. При малых деформациях пружины (растяжении или сжатии) возникает упругая сила $F(x)$, величина которой линейно зависит от величины x – отклонения от положения равновесия. Пусть равновесному положению соответствует начало координат. Тогда закон Гука записывается в виде:

$$F(x) = -K_y\, x, \qquad (2)$$

где знак минус означает, что сила F всегда направлена в| сторону положения равновесия (***возвращающая сила***). Коэффициент K_y называют ***коэффициентом упругой силы***, он численно равен силе, возникающей при смещении на единицу длины.

Возрастание потенциальной энергии $U(x)$ будет равно работе, совершенной против силы упругости. Так как величина силы зависит от координаты, необходимо выполнить действие интегрирования:

$$U(x) = -\int_0^x F(x^*)\,\mathrm{d}x^* = \frac{K_y x^2}{2}. \qquad (3)$$

Для гармонического осциллятора первоначально запасенная энергия сохраняется в процессе колебаний, когда потенциальная энергия упруго деформированной пружины переходит в кинетическую энергию груза и обратно. График зависимости потенциальной энергии $U(x)$ от смещения x изображен на рис.1, где показаны также уровень начально сообщенной осциллятору энергии U_0, величины потенциальной U и кинетической E энергии для произвольного положения $x < A$. В произвольный момент времени t выполняется равенство (4).

$$\frac{K_y x_0^2}{2} = \frac{K_y x^2}{2} + \frac{M\upsilon^2}{2}. \qquad (4)$$

Здесь υ – мгновенная скорость груза,

x – мгновенное положение груза.

Очевидно, что наибольшее смещение A_1 от положения равновесия достигается в момент времени, когда $\upsilon = 0$.

Если колебания начинаются из положения равновесия ($x_0 = 0$) за счет толчка груза со скоростью υ_0, то амплитуда колебания A_2 определится величиной начальной кинетической энергии:

$$\frac{K_y x_2^2}{2} = \frac{M\upsilon_0^2}{2}. \qquad (5)$$

Откуда следует, что

$$A_2 = \upsilon_0 \sqrt{\frac{M}{K_y}}. \tag{6}$$

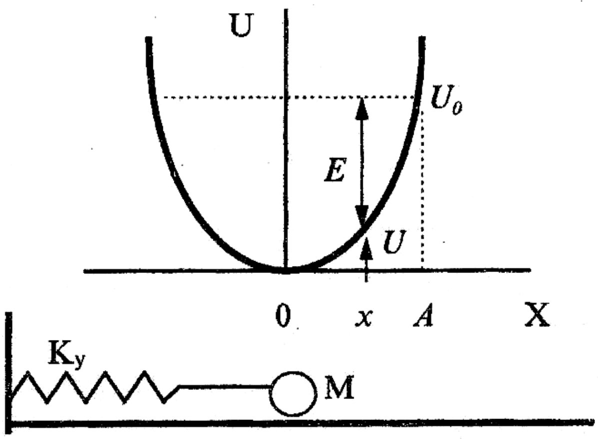

Рис.1. Зависимость энергии гармонического осциллятора от величины отклонения от равновесного положения

В самом общем случае, когда в начальный момент $x_0 \neq 0$ и $\upsilon_0 \neq 0$, амплитуда колебаний будет равна

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{x_0^2 + \frac{M\upsilon_0^2}{K_y}}. \tag{7}$$

Уравнение движения для свободных колебаний гармонического осциллятора имеет вид:

$$M\,\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -K_y x$$

или

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 x = 0, \tag{8}$$

где введено обозначение

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{\text{у}}}{M}}. \tag{9}$$

Общее решение дифференциального уравнения (8) выражается линейной комбинацией(10):

$$x = A_1 \cos\omega_0 t + A \sin\omega_0 t, \tag{10}$$

где величины A_1 и A_2 определены выше формулами (5) и (6). Можно ввести величину начальной фазы φ_0:

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg}\frac{A_2}{A_1}$$

и записать решение уравнения (8) в виде:

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (3.11)$$

где $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ – амплитуда, ω_0 – циклическая частота, связанная с периодом колебаний T и частотой f зависимостями:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}, \qquad \omega_0 = 2\pi f_0.$$

Величина частоты собственных колебаний зависит только от свойств осциллятора – по формуле (9). Осциллятор, для которого выполняется условие (2) и, как следствие, справедливо выражение (11) называется ***гармоническим***.

Осциллятор, для которого возвращающая сила нелинейно зависит от смещения, называется ***ангармоническим.***

1.2. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

При наличии силы трения, величина которой прямо пропорциональна значению мгновенной скорости колебания, уравнение движения записывают в виде:

$$M\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -K_y x - K_t \upsilon \qquad (12)$$

или

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + 2B\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0 x^2 = 0. \qquad (13)$$

Здесь обозначено:

υ – мгновенная скорость груза,

K_y – коэффициент упругости,

K_t – коэффициент сопротивления (трения),

B – коэффициент затухания колебаний, равный

$$B = \frac{K_t}{2M}. \qquad (14)$$

Знак минус перед коэффициентом силы трения в (12) показывает, что сила сопротивления движению всегда направлена в сторону, противоположную скорости. Для области значений $B < \omega_0$ решением уравнения (13) является выражение (15):

$$x = A_0 \exp(-Bt)\sin(\omega t + \varphi_0)\,, \tag{15}$$

где циклическая частота Ω называется ***смещенной*** частотой гармонического осциллятора с трением:

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - B^2}\,. \tag{16}$$

Величины A_0 и φ_0 определяются из начальных условий по формулам:

$$A_0 = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\upsilon_0 + Bx_0}{\omega}\right)^2}\,; \qquad \varphi_0 = \operatorname{arctg}\frac{x_0\omega}{\upsilon_0 + Bx_0}\,.$$

Как видно из выражения (15), остается определенная периодичность движения, так как равновесные положения осциллятор проходит с постоянной частотой Ω. Если величина коэффициента затухания много меньше частоты собственных затуханий φ_0, то $\Omega \approx \omega_0$. Амплитуда затухающих колебаний $A(t)$ убывает по экспоненциальному закону:

$$A(t) = A_0 \exp(-Bt) = A_0 \exp(-\frac{t}{\tau}).$$

Время τ, в течение которого значение амплитуды уменьшается в е раз, (где е – основание натуральных логарифмов), называется временем релаксации процесса затухания колебаний. Из формулы (14) следует, что время релаксации τ определяется величиной отношения массы осциллятора к коэффициенту трения:

$$\tau = \frac{2M}{K_t}\,. \tag{17}$$

При увеличении K_t, то есть при росте силы трения, частота колебаний уменьшается, в пределе стремясь к нулю. Критическое значение K_t, при котором процесс перестает быть периодическим, можно рассчитать по формуле (16), в которой надо положить $\Omega = 0$. Тогда будем иметь равенство $B = \omega_0$, что приводит к равенству:

$$\frac{K_c}{2M} = \sqrt{\frac{K_y}{M}}\,.$$

Отсюда следует:

$$K_c = 2\sqrt{K_y M}\,. \tag{18}$$

При $K_t > K_c$ процесс движения осциллятора, выведенного из положения равновесия, остается ***апериодическим.***

1.3. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Уравнение движения для вынужденных колебаний при линейной силе трения имеет вид:

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + 2B\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = \frac{1}{M}F\left(t\right). \qquad (19)$$

Если вынуждающая сила $F(t)$ – периодическая, то в течение некоторого начального интервала времени осциллятор находится в ***переходном режиме.*** В это время происходит затухание собственных колебаний и установление вынужденных. Длительность переходного периода определяется величиной времени релаксации, осциллятора, вычисляемого по формуле (17). Можно считать процесс затухания колебаний оконченным, если t > 5τ. По истечении этого времени колебания осциллятора определяются параметрами вынуждающей силы.

Пусть вынуждающая сила изменяется по закону косинуса:

$$F(t) = F_0 \cos\omega t. \qquad (20)$$

В этом случае установившиеся колебания являются гармоническими с частотой ω и амплитудой A_b:

$$A_b = \frac{F_0}{M}\frac{1}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4B^2}}. \qquad (21)$$

Величина амплитуды A_0 является функцией частоты вынуждающей силы.

При $\omega \ll \omega_0$,

$$A_b = \frac{F_0}{M\omega_0^2} = A_{b0}.$$

В случае $W \gg \omega_0$,

$$A_b = A_{b0}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \sim \frac{1}{\omega^2}.$$

Максимальной величины амплитуда достигает при значении частоты вынуждающей силы равной смещенной частоте гармонического осциллятора:

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2B^2}. \qquad (22)$$

Эту частоту называют *резонансной,* а само явление возрастания амплитуды колебаний при выполнении условия (22) называют

резонансом. Зависимость $A_b(\omega)$ представляет собой резонансную кривую данного осциллятора. Возрастание амплитуды колебаний при резонансе объясняется тем фактом, что при $\omega = \omega_p$ направление действия вынуждающей силы все время *совпадает* с направлением смещения и вынуждающая сила совершает *только положительную работу.* В остальных случаях вынуждающая сила совершает положительную работу при одних смещениях и отрицательную – при других. Поэтому амплитуда колебаний уменьшается при несовпадении частот.

1.4. АНГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

Если величина силы $F(x)$, возвращающей осциллятор к положению равновесия, нелинейно зависит от величины смещения, то осциллятор перестает быть гармоническим. Пусть, например, величина возвращающей силы следующим образом зависит от смещения:

$$F(x) = -K_y x + K_a x^2,$$

где K_a – коэффициент ангармонизма колебаний.

Величина второго слагаемого зависит как от значения K_a так и от величины *квадрата* отклонения от положения равновесия. Поэтому при больших отклонениях эффекты ангармонизма гораздо заметнее, чем при малых.

В этом случае функция $U(x)$ становится более сложной, чем для гармонического осциллятора:

$$U_x = \frac{K_y x^2}{2} - \frac{K_a x^3}{3}. \tag{23}$$

Зависимость потенциальной энергии от смещения в данном случае представляет собой кривую, которая несимметрична относительно вертикальной оси (рис.2). Для нее, в отличие от гармонического осциллятора, среднее за период одного колебания положение не совпадает с равновесным положением.

Отклонение тем больше, чем больше величина коэффициента ангармонизма по отношению к величине коэффициента упругой силы, и чем больше само значение отклонения x.

Как видно из рис. 2, смещение среднего положения x^* от равновесного $x = 0$ зависит от величины начального отклонения x_0 (при фиксированных значениях K_y и K_a). Кроме того, для ангармонического осциллятора от уровня начального воздействия, то есть от величин x_0 и υ_0, зависят величины *частот* свободных и затухающих колебаний. Зависимость *амплитуды* вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы также более сложная, чем для осциллятора гармонического.

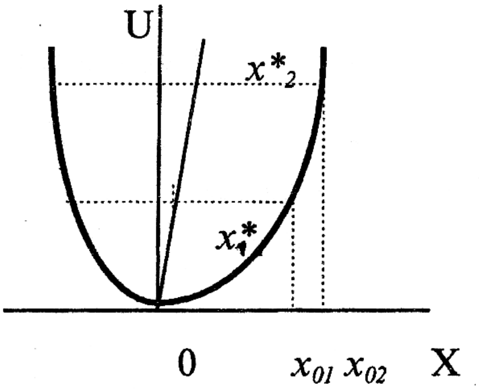

Рис.2. Зависимость энергии ангармонического осциллятора от величины отклонения от равновесно положения.

Однако, при уменьшении амплитуды колебаний, различие между ангармоническим и гармоническим осцилляторами становится менее значимым так как вблизи минимума $x \ll 1$, $x^3 \ll x^2$ и зависимость (23) мало отличается от параболы. Ангармонический осциллятор является примером нелинейных физических объектов, к числу которых принадлежат многие реальные колебательные системы. В частности, ангармоничными являются колебания ионов в решетке кристаллов, что обусловливает тепловое расширение твердых тел.

2. ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

С помощью компьютера, методом Эйлера численного интегрирования дифференциальных уравнений, находится решение уравнения вынужденных колебаний ангармонического осциллятора:

$$M\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+K_t\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+K_yx-K_ax^2=F_0\cos\left(\omega t+\varphi_0\right). \qquad (24)$$

Выражение (24) описывает самый общий и самый ***сложный*** случай вынужденных колебаний ангармонического осциллятора, с учетом силы трения. Если задать значение коэффициента ангармонизма $K_a = 0$, то мы получим уравнение вынужденных колебаний гармонического осциллятора. При $K_a = 0$ и $F_0 = 0$ переходим к затухающим колебаниям, а в случае $K_a = 0$, $F_0 = K_t = 0$ получаем свободные колебания гармонического осциллятора. Таким образом, изменяя значения параметров уравнения (24), мы можем направленно менять характер колебаний и исследовать роль каждого параметра в общем процессе.

ЗАДАНИЕ 1. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА.

1. Установите следующие значения параметров:

MT = 1 с; DT = 1 мс; MG = MV = 1; MF = 0;

$\upsilon_0 = 0$; x_0 = 0,15 см; $K_a = 0$; $K_t = 0$; M = 0,025 кг.

По формуле

$$K_y = 4\pi^2 M f^{\,2}$$

рассчитайте значение K_y, соответствующее частоте, равной 4 Гц, и установите это значение. (Приближенно можно принять $4\pi^2 = 40$).

Параметр, который будет изменяться: x_0.

Шаг изменения: 0,15. Число графиков: 5.

2. Используя семейство решений, полученное на экране, проверьте следующие положения:

– для гармонического осциллятора частота свободных колебаний не зависит от величины начального смещения от положения равновесия;

– положительные и отрицательные значения амплитуды колебаний по абсолютной величине совпадают с величиной начального смещения;

– за время, равное 1 на шкале T/MG, выполняются 4 полных колебания (калибровка оси времени: деление 1 соответствует 1 с).

3. Сопоставив величины начальных отклонений x_0 с делениями вертикальной шкалы, определите цену деления этой шкалы (калибровка шкалы отклонений).

4. Измените значения только двух параметров: установите $x_0 = 0$ и υ_0 = 5 м/с. Теперь колебания будут осуществляться за счет начальной кинетической энергии из равновесного положения.

Параметр, который будет изменяться: υ_0.

Шаг изменения: 9. Число графиков: 5.

Используя данные графиков, заполните таблицу 1.

Таблица 1. Зависимость амплитуды колебания гармонического осциллятора от величины начальной скорости.

Начальная скорость, м/с	5	10	15	20	25
Амплитуда, см					

Ответьте на вопросы:

1. В чем отличие графиков от предыдущего случая?

2. Как зависит частота колебаний от величины υ_0?

ЗАДАНИЕ 2. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ АНГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА.

1. Оставьте значения параметров расчета по п.3 задания 1. Дополнительно введите значение коэффициента ангармонизма K_a = 16, установите время счета МТ = 1,0 с.

Параметр, который будет изменяться: υ_0.

Шаг изменения: 2. Число графиков: 5.

2. Используя полученные графики, заполните таблицу 2, где наибольшее отклонение при положительных значениях координаты x обозначены как A_+, в противоположную сторону – как A_-. Среднее за период колебания положение определится полусуммой значений (A_+ + A_-).

Таблица 2. Свободные колебания ангармонического осциллятора.

υ_0, м/с	5	7	9	11	13
A_+, см					
A_-, см					
$1/2(A_+ + A_-)$					

3. Ответьте на вопросы:

1. Как изменяется частота колебаний в зависимости от величины начального воздействия?
2. Одинаковы ли отклонения от равновесного положения при больших величинах υ_0?
3. Как меняется при этом среднее положение $A_{ср} = 1/2(A_+ + A_-)$?
4. Зарисуйте три графика ангармонических колебаний: для минимального, максимального и промежуточного между ними значения коэффициента ангармонизма.
5. Постройте зависимость $A_{ср}$ от величины начальной скорости.

ЗАДАНИЕ 3. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ АНГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА.

1. Измените значение только одного параметра:

υ_0 = 15 м/с. Параметр, который будет изменяться: K_t.

Шаг по этому параметру: 0,05. Число графиков: 5.

2. На основании полученных результатов ответьте на вопросы:

1) Как изменяется частота колебаний при увеличении K_t – коэффициента силы трения?

2) Как изменяется соотношение амплитуд A_+ и $A\_$ при увеличении K_t?

ЗАДАНИЕ 4. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА.

1. Установите $K_a = 0$. Используя данные таблицы 1, выберите и установите значение υ_0 таким, чтобы амплитуда первого колебания не выходила за пределы координатного поля на экране. Затем совместно измените значения величин:

MG = 2 и MT = 0,5 с.

Параметр, который будет изменяться: K_t. Шаг изменения: 0,05. Число графиков: 5.

2. Из сопоставления полученных графиков сделайте вывод о зависимости или независимости частоты затухающих колебаний гармонического осциллятора от величины коэффициента K_t. Для этого сравните интервалы, которые "отсекают" на оси времени последующие колебания.

3. По формуле (18) рассчитайте критическое значение K_c – коэффициента силы трения, при котором процесс становится апериодическим. Установите новые значения для

$\upsilon_0 = 40$ м/с; MG = 2; MT = 0,8 с;

для K_t возьмите значение $K_t = K_{кр} – 0,8$.

Параметр, который будет изменяться: K_t.

Шаг по этому параметру: 0,8 . Число графиков: 3.

4. Зарисуйте в отчет форму графиков для случаев: $K_t < K_c$; $K_t = K_c$ и $K_t > K_c$, с указанием значений K_t.

5. По формуле (17) рассчитайте τ_c для K_c. Укажите на Вашем рисунке интервалы времени $3\tau_c$ и $5\tau_c$. Учтите, что давление 1 на горизонтальной оси соответствует 1/MG с. Когда практически завершается процесс апериодического движения?

ЗАДАНИЕ 5. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАРМОНИЧЕСКСН 0 ОСЦИЛЛЯТОРА.

1. Установите значения параметров:

MT = 1,8 с; MG = 1; $K_v = 4$; K_t = 0,1; K_a = 0;

x_0 = 0; υ_0 = 0; MF = 20 Н; W = 12 Гц.

Параметр, который будет изменяться: K_t.

Шаг изменения: 0,4. Число графиков:

Зарисуйте полученные графики.

2. По формуле (17) рассчитайте τ для полученных графиков. Укажите интервалы τ на рисунках. Сравнив результаты, ответьте на вопрос: Почему с увеличением коэффициента K_t правильная синусоида на графике вынужденных колебаний начинается раньше?

3. Измените значения параметров:

υ_0 = 5 м/с; MF = 5 Н; W = 4 Гц; $K_y = 16$; K_t = 0,2.

Параметр, который будет меняться: W.

Шаг изменения частоты вынуждающей силы: – 1. Число графиков: 4.

По полученным результатам заполните соответствующие строки таблицы 3, учитывая, что второй график и последующие соответствуют убывающей частоте. Измерения амплитуды ***установившихся*** колебаний (ближе к правому краю графика) можно выполнять с помощью линейки с миллиметровыми делениями.

4. Оставив все параметры неизменными, поменяйте только величину шага изменения частоты W на +1. По результатам расчетов продолжите заполнение таблицы 4 для ***возрастающих*** значений частоты вынуждающей силы.

Повторите п. 3 и п. 4 для нового значения коэффициента силы трения, равного K_t = 0,4.

Таблица 3. Данные для построения резонансных кривых.

W, Гц	1	2	3	4	5	6	7	K_t
Амплитуда, см								0,2
								0,4

Используя данные таблицы 3, постройте в отчете резонансные кривые вынужденных колебаний гармонического осциллятора для двух различных значений K_t. Объясните, почему при совпадении частоты вынуждающей силы с частотой собственных колебаний амплитуда установившихся колебаний наибольшая.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем состоят главные отличия ангармонического осциллятора от гармонического?

2. Получите уравнение ангармонического осциллятора в безразмерном виде.

3. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что частное решение неоднородного уравнения

$$\ddot{\varphi}_1 + \omega_0^2\varphi_1 \approx \frac{1}{6}\omega_0^2\varphi_0^3 \sin^3\left(\omega_0 t\right)$$

должно содержать слагаемое вида $t\sin(\omega_0 t)$. Почему оно было опущено? Каков его физический смысл? В каких случаях его необходимо учитывать?

4. В чем состоит отличие автоколебаний от релаксационных колебаний?

5. Чем автоколебания отличаются от вынужденных колебаний?

6. Выведите уравнение параметрических колебаний для случая раскачивания на качелях. Приведите его к безразмерному виду.

7. Получите уравнение фазовой траектории для затухающих колебаний.

Указания:

(a) приведите дифференциальное уравнение затухающих колебаний к безразмерному виду;

(b) перейдите к полярным координатам;

(c) ограничьтесь случаем малых затуханий.

8. Нарисуйте фазовый портрет физического маятника.

ГЛОССАРИЙ

1. **Возвращающая сила** – сила, под действием которой происходит колебательный процесс. Эта сила стремится тело или материальную точку, отклоненную от положения покоя, вернуть в исходное положение.
2. **Время релаксации** затухания колебаний – это время, в течение которого значение амплитуды уменьшается в e раз, (где e – основание натуральных логарифмов), процесса.
3. **Колебания –** это процессы, повторяющиеся во времени**.**

4. **Колебания ангармонические** – колебания, при которых сила, возвращающая колеблющееся тело к положению равновесия, возрастает непропорционально отклонению от положения равновесия.
5. **Колебания вынужденные –** колебания, совершаемые под действием внешней силы (зависящей от времени).
6. **Колебания затухающие –** колебания, энергия которых уменьшается с течением времени. Бесконечно длящийся процесс вида $u(t)$ = в природе невозможен. Свободные колебания любого осциллятора рано или поздно затухают и прекращаются. Поэтому на практике обычно имеют дело с затухающими колебаниями. Они характеризуются тем, что амплитуда колебаний A является убывающей функцией. Обычно затухание происходит под действием сил сопротивления среды, наиболее часто выражаемых линейной зависимостью от скорости колебаний или её квадрата.
7. **Осциллятор –** физическая система, состояния которой во времени описываются законом периодичности $S(t) = S(t + T) = S(t + nT)$, где n – целое число, T – интервал периодичности, S – один из параметров системы.
8. **Осциллятор ангармонический –** Если величина силы $F(x)$, возвращающей осциллятор к положению равновесия, нелинейно зависит от величины смещения, то осциллятор перестает быть гармоническим.
9. **Осциллятор гармонический –** (в классической механике) — система, которая при выведении её из положения равновесия испытывает действие возвращающей силы F, пропорциональной смещению x: $F = –kx$, где k — постоянный коэффициент.
10. **Период** – наименьшая величина T, при которой выполняется изменение параметра.
11. **Резонансная частота. Резонанс** – явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний, которое наступает при приближении частоты внешнего воздействия к некоторым значениям (резонансным частотам), определяемым свойствами системы.
12. **Свободные** (или собственные) колебания осциллятора – колебания осциллятора, предоставленного самому себе.

13. **Устойчивое равновесие –** это равновесие, при котором тело, выведенное из положения равновесия и предоставленное самому себе, возвращается в прежнее положение.
14. **Частота колебаний** – число колебаний точки в одну секунду, т.е., частота колебаний определяется как величина, обратная периоду колебаний.