

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

**«Томский политехнический университет»**

А.Е. Гольдштейн, И.А. Абрашкина

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ К ЛАБОРАТОРНЫМ И ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОЛУЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ»**

Издательство Томского политехнического университета  
Томск 2008

ББК  
УДК 53.08:621.317  
Г

**Гольдштейн А.Е., Абрашкина И.А.**

Методическое пособие к лабораторным и практическим занятиям по дисциплине «Физические основы получения информации» / А.Е. Гольдштейн., И.А. Абрашкина – Томск: Издательство томского политехнического университета, 2008. – 124 с.

В методическом пособии представлены темы практических и лабораторных занятий по дисциплине «Физические основы получения информации», сформулированы цели и программы занятий, приведены краткие сведения из теории, а также методические рекомендации по выполнению практических и лабораторных работ. Предназначено для студентов направления 200100 «Приборостроение».

УДК 53.08:621.317

Рекомендовано к печати Редакционно-издательским советом  
Томского политехнического университета

*Рецензенты*

Директор по научной работе ООО «Томскнефтегазинжиниринг»  
*А.М. Некрасов*

Вед. специалист по неразрушающему контролю ОАО «Дикон», к.т.н.  
*В.И. Опокин*

© Томский политехнический университет, 2008

© Оформление. Издательство ТПУ, 2008

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	4
1. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ .....	5
1.1. Решение научных и инженерных задач в среде MATN-CAD .....	5
1.2. Математическое исследование магнитного поля электрического тока обмоток простейшей формы. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований .....	27
1.3. Решение обратной задачи определения расстояния до источника магнитного поля по результатам анализа топографии этого поля. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований .....	37
1.4. Аналитическое исследование распределения электрических потенциалов на поверхности пластины с электрическим током. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований .....	46
1.5. Представление функциональных зависимостей физических величин с помощью годографов. Годографы вносимого напряжения вихретокового преобразователя. Сравнение результатов математического и экспериментального исследований .....	52
1.6. Моделирование измерительных преобразований с помощью прикладных компьютерных программ .....	67
2. ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ .....	72
2.1. Исследование магнитных свойств ферромагнетиков ....	72
2.2. Исследование электропотенциального измерительного преобразования .....	82
2.3. Исследование магнитного поля электрического тока с использованием индукционного преобразования .....	89
2.4. Измерительные преобразования в полях вихревых токов	97
2.5. Исследование электромеханического измерительного преобразования .....	105
2.6. Исследование измерительных преобразований в тепловых полях .....	114
Библиографический список .....	124

## **ВВЕДЕНИЕ**

Предметом изучения дисциплины "Физические основы получения информации" являются физические основы измерительных преобразований, на которых строятся методы и средства измерения физических величин.

Лабораторные и практические занятия объединены как тематически, так и сущностью решаемых задач. Основная их цель – физическое и математическое моделирование измерительных преобразований в различных физических полях, анализ результатов этих преобразований с точки зрения применимости для решения конкретных измерительных задач, анализ адекватности теоретических моделей экспериментальным данным. Особое внимание обращается на возможность получения измерительной информации об объекте не только посредством измерения параметров физического поля и характеристик объекта в этом поле в фиксированной точке пространства и в фиксированный момент времени, но и с использованием результатов измерения пространственно-временного распределения параметров поля и характеристик объекта.

Все лабораторные работы проводятся фронтальным методом в специализированной лаборатории кафедры информационно-измерительной техники ТПУ. Практические занятия проводятся в компьютерном классе и включают математическое моделирование отдельных измерительных преобразований, совместную обработку результатов аналитических и экспериментальных исследований, подготовку отчетов по ряду лабораторных работ с использованием программ MathCAD и WORD.

## 1. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

### 1.1. Решение научных и инженерных задач в среде MATHCAD

При проведении ряда экспериментов и решении измерительных задач зачастую необходимо производить обработку данных, полученных в ходе работы, облегчить которую в настоящее время позволяет ряд математических пакетов. Одним из таких пакетов в частности, является математический пакет MathCAD, который позволяет проводить разнообразные научные и инженерные расчеты, начиная от элементарной арифметики и заканчивая сложными реализациями численных методов.

Первоначальные навыки работы с пакетом MathCAD были получены ранее в курсе «Информатика» и частично в рамках ознакомительной учебной практики. Приобретенные знания и навыки предполагалось использовать далее в последующих курсах, в рамках которых требуется производить инженерные расчеты и решать физико-математические задачи.

Одной из таких дисциплин является курс «Физические основы получения информации», в программе которого присутствует изучение большого количества физических явлений и законов, положенных в основу измерительных преобразований, многие из которых рассматриваются в ходе лабораторных работ. Ряд физических явлений и закономерностей имеет достаточно сложный математический аппарат, а, следовательно, обработку полученных экспериментальных данных лучше всего производить с помощью современных математических пакетов, одним из которых, как уже упоминалось выше, является пакет MathCAD.

В ходе первого практического занятия по курсу «Физические основы получения информации» предлагается вспомнить ряд навыков полученных в курсе «Информатика», а также рассмотреть и научиться применять различные встроенные функции и возможности MathCAD, необходимые для более сложных инженерных расчетов.

По итогам практического занятия с учетом первоначально полученного опыта предлагается выполнить небольшую зачетную работу.

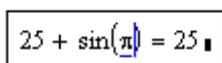
### 1.1.1. Ввод и редактирование данных

#### Ввод и редактирование формул и текста

В MatCAD-документе курсор ввода имеет вид красного крестика.

- + Этот крестик указывает, в каком месте рабочего листа будет произведено следующее действие.

Установив указатель мыши в нужном месте документа и выполнив щелчок, вы перемещаете туда крестик (можно использовать стрелки, а не мышь). Указатель в виде крестика может принимать другие формы.

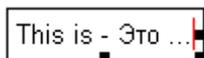


25 + sin( $\pi$ ) = 25

Он становится вертикальной чертой голубого цвета при вводе формулы в области формул или при выборе уже существующей формулы. Перемещать этот голубой курсор можно только с помощью клавиш-стрелок.

Для ввода и редактирования текстов служит текстовый редактор. Именно тексты делают документы MatCAD документами в общепринятом смысле этого слова. В простейшем случае для ввода текста достаточно ввести символ " в английском регистре.

Наиболее распространенная ошибка - это набор текстов без установки кавычек. MatCAD воспринимает такой набор как ввод математического выражения. Однако, нажав клавишу Пробел, можно тут же превратить набранный фрагмент в текстовый.



This is - Это ...

При вводе текстовой области (клавиша ["]) курсор-крестик имеет вид вертикальной красной черты. При этом текстовая область окружена черной рамкой.

Текст может состоять из слов, математических выражений и формул, специальных знаков. Русский текст вводится с помощью любого кириллического шрифта (Courier, Times New Roman Cyr, Arial Cyr). Для редактирования текста используются типовые средства редактирования (как в любых текстовых редакторах).

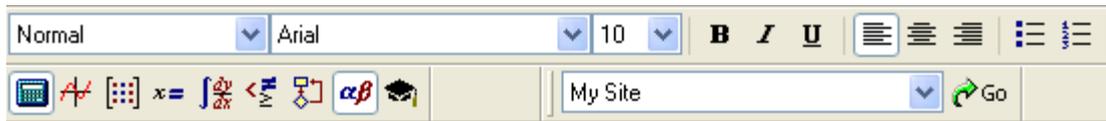
#### Присваивание переменным значений

В пакете MatCAD существуют два типа переменных – системные и обычные. Системные переменные – это небольшая группа особых объектов, имеющие predeterminedенные системой начальные значения. Это:

Объект	Назначение	Клавиши
$\pi$	Число “пи” (3.14..)	Alt+Ctrl+P
e	Основание натурального логарифма (2.71..)	E
ORIGIN	Нижняя граница индексации массивов(0)	
%	Процент (0.01)	%
TOL	Погрешность численных методов (0.001)	

И другие...

Обычные переменные отличаются от системных тем, что они должны быть предварительно определены пользователем. В качестве оператора присваивания используется знак  $:=$ . Если переменной присваивается начальное значение с помощью оператора  $:=$ , такое присваивание называется локальным (рисунок 1.1.1).



#### Простые переменные (локальное определение)

a := 5      b := 5·a      b = 25

c := 6·x      Выражение не имеет значение, т.к переменная x не определена

VAR := 4      Case sensitivity (прописные и строчные буквы в именах различаются)  
var      переменная VAR не равна переменной var

e := 6·d      Логическая непоследовательность. в определении переменной e  
d := 4      используется переменная d, но определение e предшествует определению d.

Рисунок 1.1.1 Локальное присвоение переменных

С помощью знака  $\equiv$  (три горизонтальные чёрточки, вводится клавишей [Shift+ ~] (тильда)) можно обеспечить глобальное присваивание (рисунок 1.1.2), то есть оно может производиться в любом месте документа. Для вывода результата или для контроля значений переменных используется обычный знак равенства = (если выводится численный результат) или знак символического равенства  $\rightarrow$  (стрелка), если вычисления производятся в символическом виде. Для ввода стрелки можно использовать клавиши [Ctrl+.] или соответствующую кнопку наборной панели **Symbolic** (о символических вычислениях более подробно будет сказано чуть позже).



**Простые переменные  
(глобальное определение)**

$$u := 3 \cdot ga$$

$$u = 15$$

$$ga = 5$$

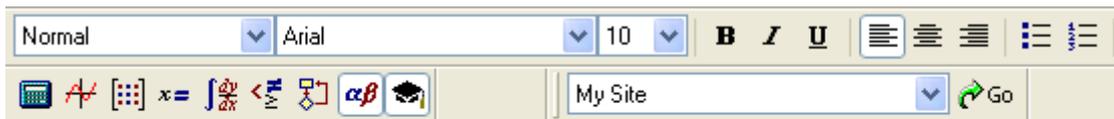
Определение глобальной переменной **ga** может находиться и под определением переменной **u**, в котором используется **ga**

Рисунок 1.1.2 . Глобальное присвоение переменных

Определение функций пользователя

При определении функций пользователя (рисунок 1.1.3), так же как и при определении переменных могут быть использованы знаки локального и глобального присвоения. При этом с использованием знака глобального присваивания функция может быть определена в любом месте документа.

Подсчет значений функций при любом значении аргумента может быть произведен как в числовом, так и символьном виде. Для этого как и при подсчете значений переменных необходимо в функцию вместо переменной поставить любое значение аргумента и нажать клавишу = , для вычисления в символьном виде необходимо использовать кнопку  $\rightarrow$  используя панель символьной математики **Symbolic**.



$$f(x) := x^2 \quad f(\pi) \rightarrow \pi^2 \quad f(\pi) = 9.87$$

$$f1(x, y) := \sin(x) + \cos(y) \quad f1\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) = 1.414$$

$$h(3) = 6$$

$$h(x) = 2 \cdot x \quad f1\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow 2^{\frac{1}{2}}$$

+

Рисунок 1.1.3. Определение функций

## Ранжированные переменные

Ранжированные переменные – особый класс переменных, который в системе MathCAD может исполнять роль цикла. Ранжированные переменные широко применяются для представления числовых значений функций в виде таблиц, а также для построения их графиков.

Для создания ранжированной переменной общего вида используется выражение:  $X := X_{begin} (X_{begin} + Step).. X_{end}$ . Где,  $X$  - имя переменной,  $X_{begin}$  - её начальное значение,  $X_{end}$  - конечное значение,  $..$  - символ, указывающий на изменение переменной в заданных пределах (он вводится знаком точки с запятой ;),  $Step$  - заданный шаг переменной.

Если  $X_{begin} < X_{end}$ , то шаг изменения переменной будет +1, в противном случае - (-1) по умолчанию.

Любое выражение с ранжированными переменными после знака равенства инициирует таблицу вывода. Необходимо помнить, что **ранжированная переменная** - это вектор (рисунок 1.1.4).

My Site Go

$a := -1..3$        $b := 3..-1$        $d := 1.7..5$

$a =$                        $b =$                        $d =$

-1
0
1
2
3

3
2
1
0
-1

1.7
2.7
3.7
4.7

Форма записи ранжированных переменных без указания шага

$a1 := 1$                    $b1 := 2$   
 $a2 := 2$                    $b2 := 1$   
 $n := 0.5$                    $nn := -0.5$

Различные формы записи ранжированных переменных с указания шага

$R1 := 1, 1.5..2$        $R2 := 3, 2.5..2$        $R3 := a1, a1 + n.. a2$        $R4 := b1, b1 + nn.. b2$

$R1 =$                        $R2 =$                        $R3 =$                        $R4 =$

1
1.5
2

3
2.5
2

1
1.5
2

2
1.5
1

$i := 1..4$   
 $f_i := i^2$

$f =$   $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \\ 16 \end{pmatrix}$

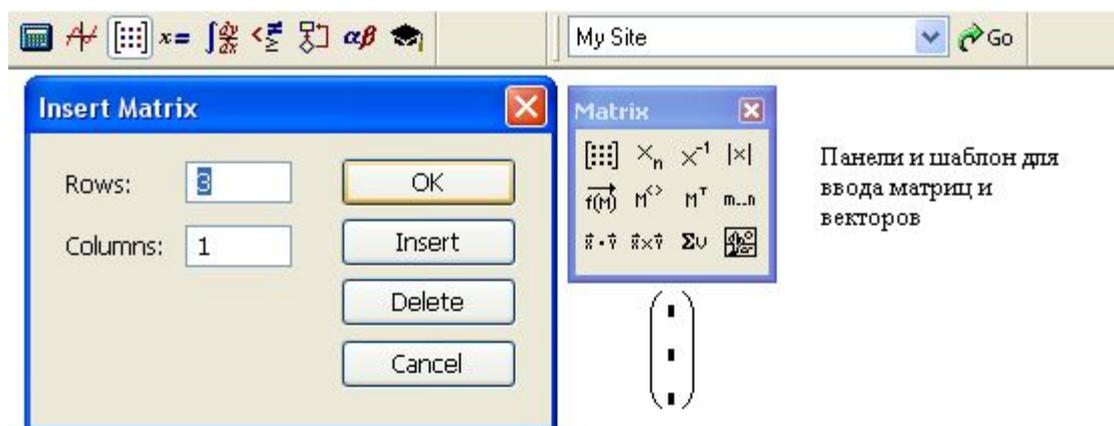
+

Рисунок 1.1.4. Формы записи ранжированных переменных

## 1.1.2. Массивы (векторы, матрицы)

Не менее важным типом данных в системе MathCAD являются массивы. В системе MathCAD используются массивы двух типов: одномерные (векторы) и двумерные (матрицы).

На рисунке 1.1.5 представлены формы представления матриц и векторов, а также способы их заполнения.



Панели и шаблон для ввода матриц и векторов

$$\begin{aligned}
 d_1 &:= 1 & D_{1,1} &:= 1 & D_{1,2} &:= 8 \\
 d_2 &:= 2 & D_{2,1} &:= 8 & D_{2,2} &:= 1 \\
 d_3 &:= 3
 \end{aligned}$$

$$d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

Массив можно определить вручную, поэлементно.

Для указания нижнего индекса используется клавиша [ (квадратная скобка). Если индекс двойной (у матрицы), то индексы вводятся через запятую.

$$\begin{aligned}
 i &:= 1..2 & Q_i &:= 0.5 \cdot i \\
 j &:= 1..4
 \end{aligned}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{i,j} := i - j \quad M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Заполнение массивов может быть организовано с помощью ранжированных переменных и функций пользователя.

$$\begin{aligned}
 x_i &:= i + 0.5 & y_j &:= \frac{j}{2} \\
 f(x,y) &:= x \cdot y & f_{m,i,j} &:= f(x_i, y_j)
 \end{aligned}$$

$$f_m = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 1.5 & 2.25 & 3 \\ 0 & 1.25 & 2.5 & 3.75 & 5 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1.1.5. Определение матриц и векторов

## Операции с векторами и матрицами

Существует большое количество операций и действий с матрицами и векторами, многие из которых закреплены за панелью **Matrix**. Также существует большое количество встроенных функций MathCAD для определения матриц и операций с блоками матриц, функции отыскания числовых характеристик матриц, и многое другое.

Рассмотрим лишь некоторые, необходимые для выполнения инженерных расчетов в рамках курса «Физические основы получения информации». За кнопками панели закреплены следующие функции:

-  — определение размеров матрицы;
-  — ввод нижнего индекса;
-  — вычисление обратной матрицы;
-  — определение столбца матрицы:
- $M^{<j>}$  —  $j$ -й столбец матрицы  $M$ ;
-  — транспонирование матрицы:  $M = \{m_{ij}\}$ ,  $M^T = \{m_{ji}\}$ ;
-  — определение диапазона изменения переменной;



### 1.1.3. Графики. Типы графиков. Двумерные и трехмерные графики

При осуществлении обработки результатов экспериментов зачастую требуется построение зависимости одной физической величины от другой.

MathCAD позволяет легко строить, двумерные графики в декартовых и полярных координатах, трехмерные графики поверхностей, линии уровня поверхностей, изображения векторных полей, пространственные кривые, двух- и трехмерные гистограммы.

Все эти возможности в той или иной мере пригодятся в практических занятиях. Вспомним основные виды (типы) графиков.

-  **X-Y Plot** (декартовы координаты) клавиша [**@**]
-  **Polar Plot** (Полярные координаты) клавиши [**Ctrl+7**]
-  **Surface Plot** (Поверхности) клавиши [**Ctrl+2**]
-  **Contour Plot** (Контурный график)
-  **3D Scatter Plot** (3D Точечный)
-  **3D Bar Plot** (3D Диаграммы)
-  **Vector Field Plot** (Поле векторов)



### Двухмерные графики в декартовой системе координат

Самый простой способ построения графика типа X-Y, называемый быстрым построением графика, заключается во введении функции, например, у оси Y, а имени аргумента x — у другой оси (рисунок 1.1.6).

В результате MathCAD сам создает график функции в пределах значений аргумента, по умолчанию принятых равными от -10 до 10 (рисунок 1.1.6a).

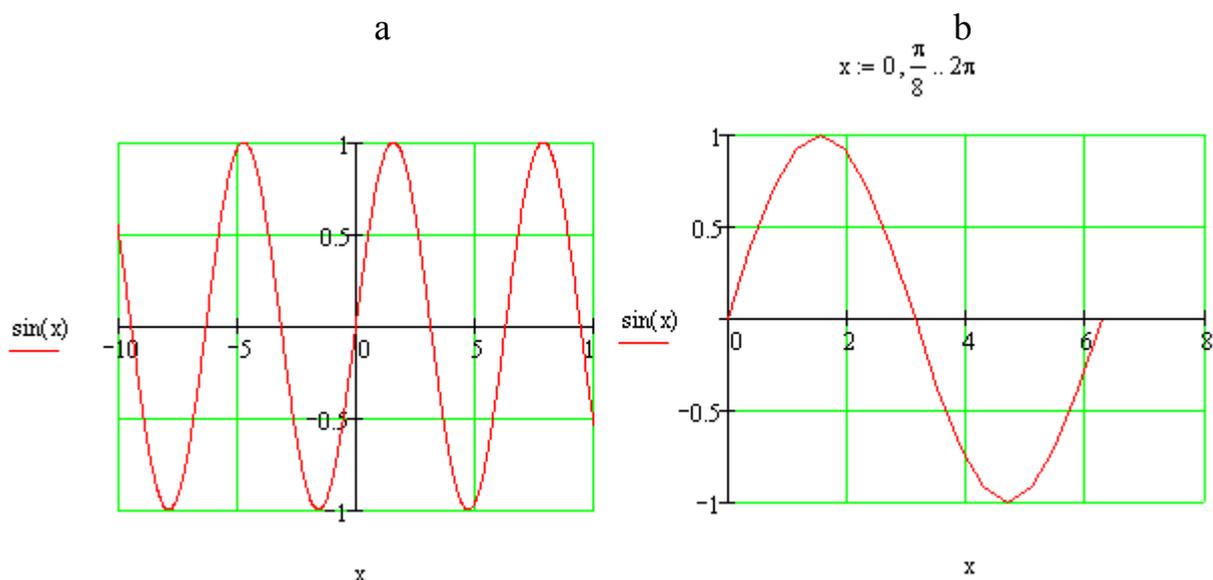


Рисунок 1.1.6. Пример быстрого построения графика функции с фиксированным диапазоном изменения аргумента и по умолчанию

Разумеется, впоследствии можно поменять диапазон значений аргумента, и график автоматически подстроится под него (рисунок 1.1.6b).

Графики типа X-Y могут также могут быть сформированы из двух векторов данных, которые будут отложены вдоль осей X и Y. В решении инженерных задач это один из самых распространенных способов построения зависимости изменения одной физической величины при изменении другой, когда имеется ряд данных. Например (рисунок 1.1.7):

```

i := 0..10
xi := i*0.6   yi := sin(xi)

```

Векторы значений x и y

	0		0
x =	0	y =	0
	1		0.565
	2		0.932
	3		0.974
	4		0.675
	5		0.141
	6		-0.443
	7		-0.872
	8		-0.996
	9		-0.773
	10		-0.279

График зависимости значений вектора y от значений вектора x

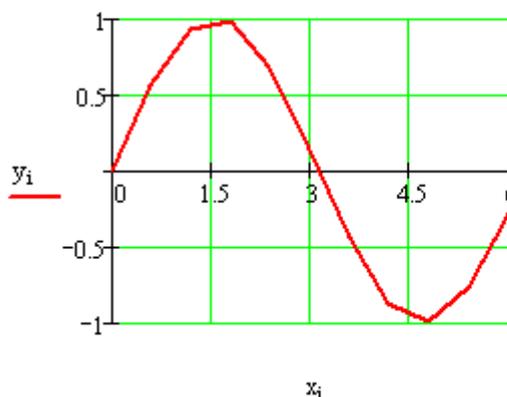


Рисунок 1.1.7. График типа X-Y на основе значений ДВУХ ВЕКТОРОВ

Зачастую требуется представить значения векторов на графике в виде точек (или иных символов), это легко сделать во вкладке окна форматирования графика, где можно изменить число линий на сетке, организовать пересечение осей и установить необходимую для наглядности толщину линий и цвет графика (рисунок 1.1.8a).

Также для сравнительного анализа данных часто требуется на одной координатной плоскости нескольких рядов данных, это несложно сделать, отделив одни значения от других запятой (рисунок 1.1.8b).

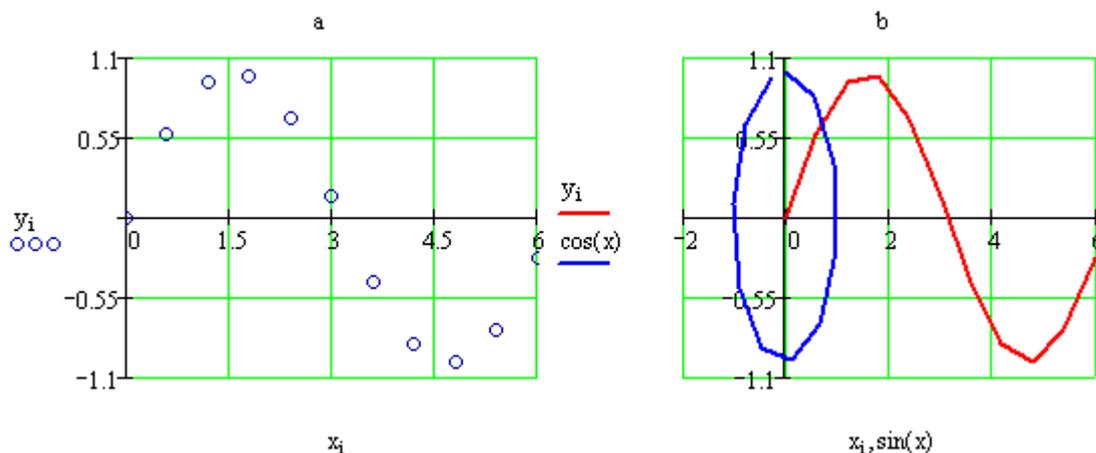


Рисунок 1.1.8. Форматирование графика типа X-Y

При обработке экспериментальных данных часто требуется строить зависимости изменения физических величин не линейном отношении друг к другу, а например, в логарифмическом масштабе.

На шкале в логарифмическом масштабе длина отрезка шкалы пропорциональна логарифму отношения величин отмеченных на концах этого отрезка (в то время как на шкале в линейном масштабе длина отрезка пропорциональна разности величин на его концах).

Логарифмическая шкала исключительно удобна для отображения очень больших диапазонов значений величин. MathCAD позволяет легко строить графики в логарифмическом масштабе. Рассмотрим пример (рисунок 1.1.9):

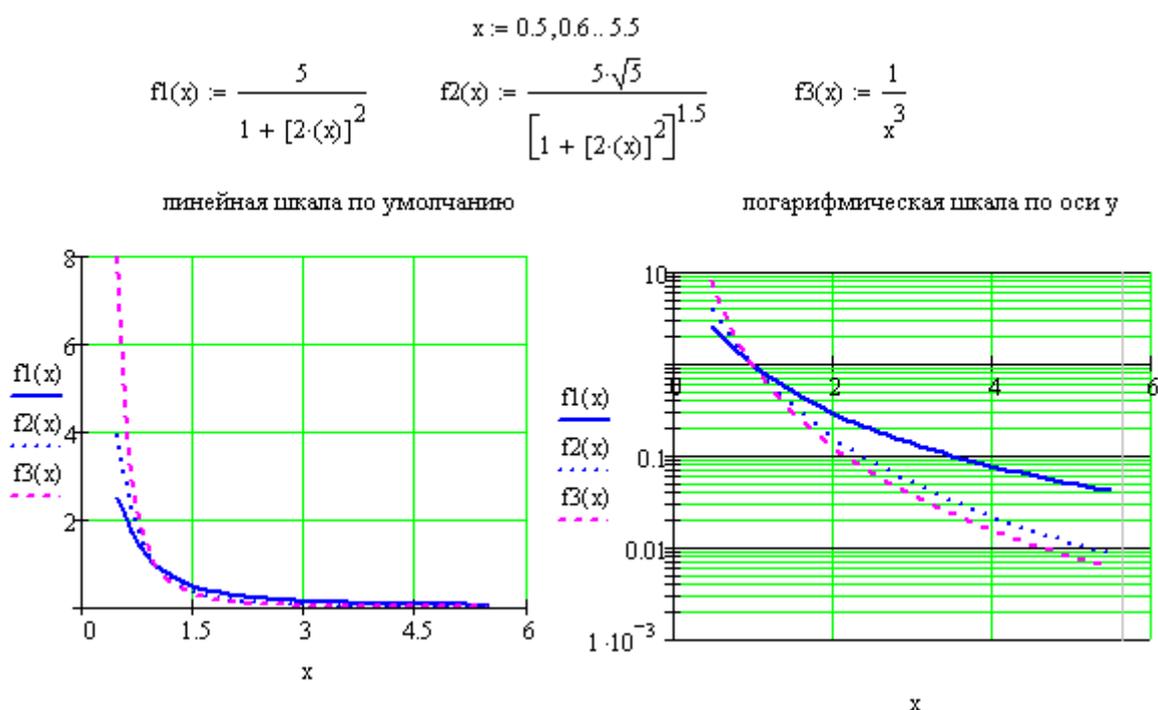


Рисунок 1.1.9. Пример применения логарифмического масштаба

Все вышеуказанные изменения вида и формы графика как уже упоминалось выше, легко осуществляются с помощью окна форматирования (рисунок 1.1.10).

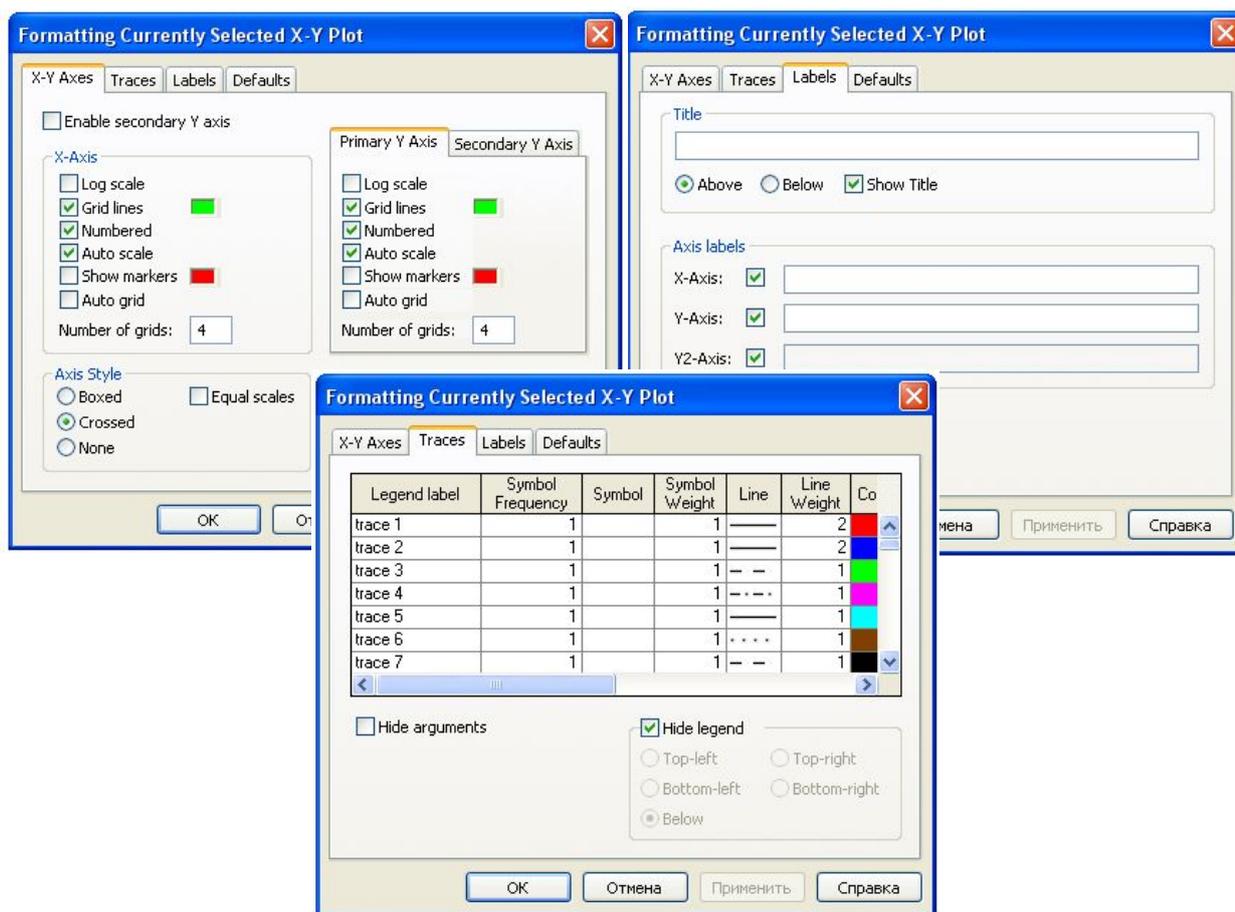


Рисунок 1.1.10. Вкладки окна форматирования графика вида X-Y

Более подробное назначение каждого флажка вкладок панели форматирования рассматривалась в предыдущих курсах, поэтому останавливаться на них не имеет смысла. Вид панели форматирования может меняться исходя из версии пакета MathCAD, но основное назначение флажков остается без изменений. На рисунке представлена панель форматирования версии MathCAD 13.0.

Математический редактор MathCAD кроме двумерных графиков в декартовых координатах, также позволяет строить графики в полярных координатах. Однако в области решения измерительных задач эти координаты применяются достаточно редко, поэтому в данном практическом курсе рассматривать их не будем. Познакомиться с ними была возможность в ранее изучаемом курсе «Информатика».

Построение графика функции  $z=f(x,y)$  в виде поверхности в декартовой системе координат

Достаточно часто физические величины имеют зависимость от двух переменных, и, следовательно, требуется представлять экспериментальные данные в пространстве (3D виде), или иными словами в виде графика поверхности.

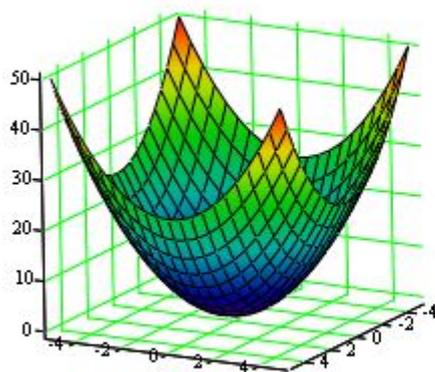
Пакет MathCAD позволяет довольно просто справиться с данной задачей и представить зависимости функции двух переменных также в виде точечного графика поверхности, гистограммы (диаграммы), контурного графика.

Для построения графика поверхности можно воспользоваться двумя способами:

1. Если требуется только посмотреть общий вид поверхности, то MathCAD предоставляет возможность быстрого построения подобных графиков. Для этого достаточно определить функцию  $f(x,y)$  и нажать соответствующую кнопку наборной панели **Graph** (сочетание клавиш [Ctrl+2]). В появившейся графической области под осями на месте шаблона для ввода надо указать имя (без аргументов) функции.

MathCAD автоматически построит график поверхности. Независимые переменные  $x$  и  $y$  принимают значения из промежутка  $[-5,5]$  (рисунок 1.1.11).

$$f(x,y) := x^2 + y^2$$

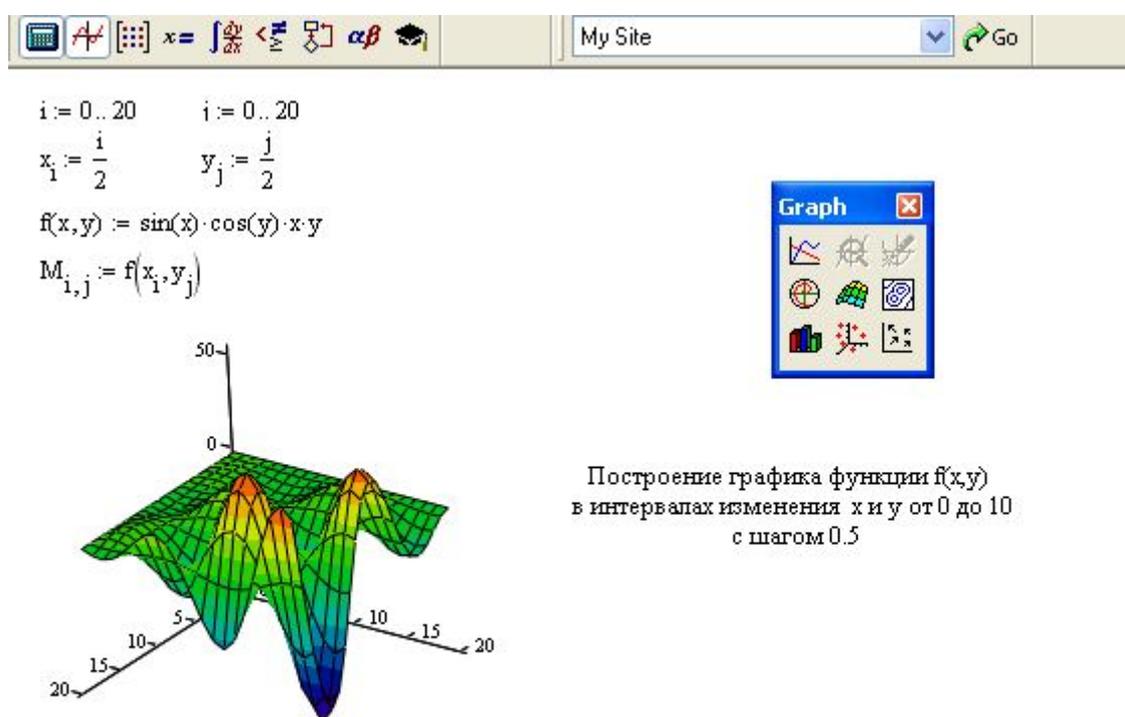


f

Рисунок 1.1.11. Пример построения поверхности без указания области изменения переменных

При необходимости этот промежуток может быть уменьшен или увеличен. Для этого необходимо в окне форматирования трехмерного графика **Quick Plot Data** можно установить другие параметры изменения независимых переменных  $x$  и  $y$ .

Для построения графика поверхности в определенной области изменения независимых переменных или с конкретным шагом их изменения необходимо сначала задать узловые точки  $x_i$  и  $y_j$ , в которых будут определяться значения функции. После (а можно и до) этого надо определить функцию  $f(x,y)$ , график которой требуется построить. После этого необходимо сформировать матрицу значений функции в виде:  $M_{i,j}=f(x_i,y_j)$ . Рассмотрим пример (рисунок 1.1.12).



Построение графика функции  $f(x,y)$  в интервалах изменения  $x$  и  $y$  от 0 до 10 с шагом 0.5

М

Рисунок 1.1.12. Построение графика поверхности в указанной области изменения переменных

Для построения графиков линий уровня данной функции необходимо вместо команды (Поверхности) выбрать команду **Contour Plot** (Контурный). Аналогично, при помощи команды **3D Bar Plot** (3D Диаграмма) можно построить трехмерный столбчатый график данной функции, при помощи команды **3D Scatter Plot** (3D Точечный) - трех-

мерный точечный график или использовать соответствующие кнопки на наборной панели **Graph** (рисунок 1.1.13) .

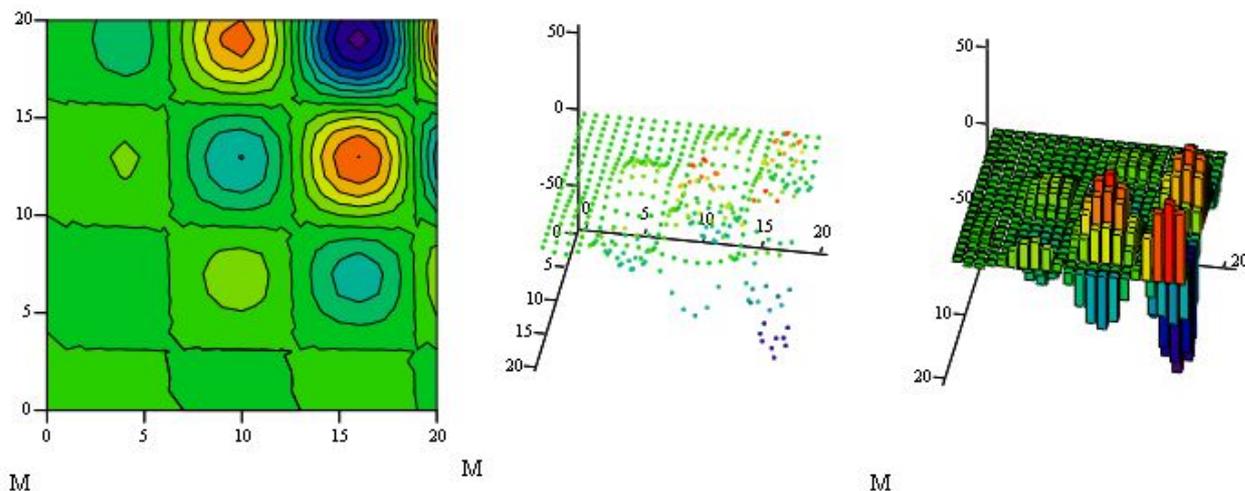


Рисунок 1.1.13. Построение графиков линий уровня, точечного графика и трехмерной диаграммы в указанной области изменения переменных

### Форматирование трехмерных графиков

Как и в случае построения двумерных графиков при работе с трехмерными графиками есть возможность изменения внешнего вида созданного трехмерного графика.

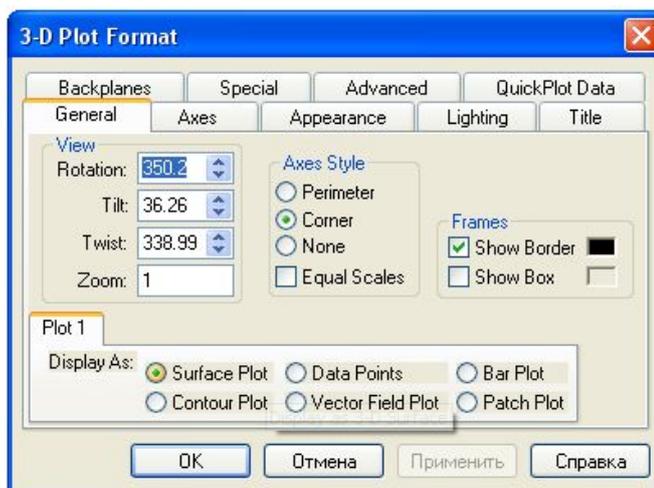
Для этого необходимо выполнить двойной щелчок мышкой на графической области. В результате на экране появится диалоговое окно **3-D Plot Format**, позволяющее изменять параметры отображения графика.

Кратко остановимся на основных опциях форматирования.

Диалоговое окно **3-D Plot Format** содержит несколько вкладок.

На вкладке **General** (Общие свойства)

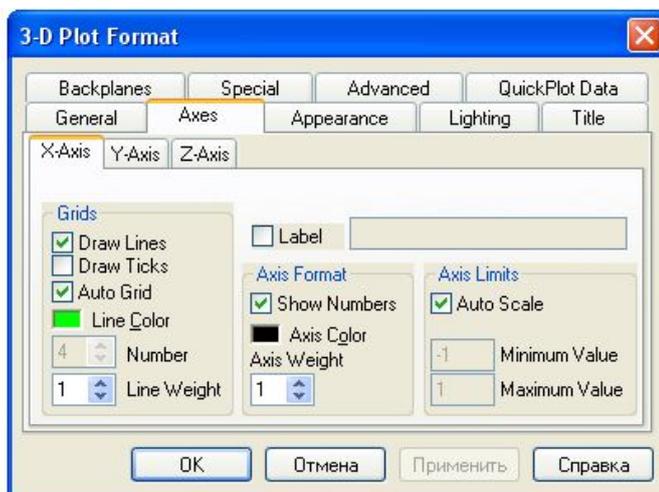
Значение в поле **Rotation** определяет угол поворота вокруг оси Z в плоскости X-Y. Значение в



поле **Tilt** задает угол наклона линии взгляда к плоскости X-Y. Поле **Zoom** позволяет увеличить (уменьшить) графическое изображение в число раз, равное цифре, указанной в поле.

В области **Axes Style** (Стиль оси) задать вид осей, выбрав селекторную кнопку **Perimetr** (Периметр) или **Corner** (Угол). В первом случае оси всегда находятся на переднем плане.

В области **Frames** опция **Show box** (Каркас) предназначена для отображения вокруг графика куба с прозрачными гранями, а опция **Show border** (Границы) позволяет заключить график в прямоугольную рамку.



В области **Plot 1** - имеются селекторные кнопки для представления графика в других видах (контурный, точечный, векторное поле и др.)

Элементы вкладки **Axes** (Ось) позволяют изменять внешний вид осей координат.

Посредством опций области **Grids** (Сетки) можно отобразить на графике линии, описываемые уравнениями  $x, y, z = const$ .

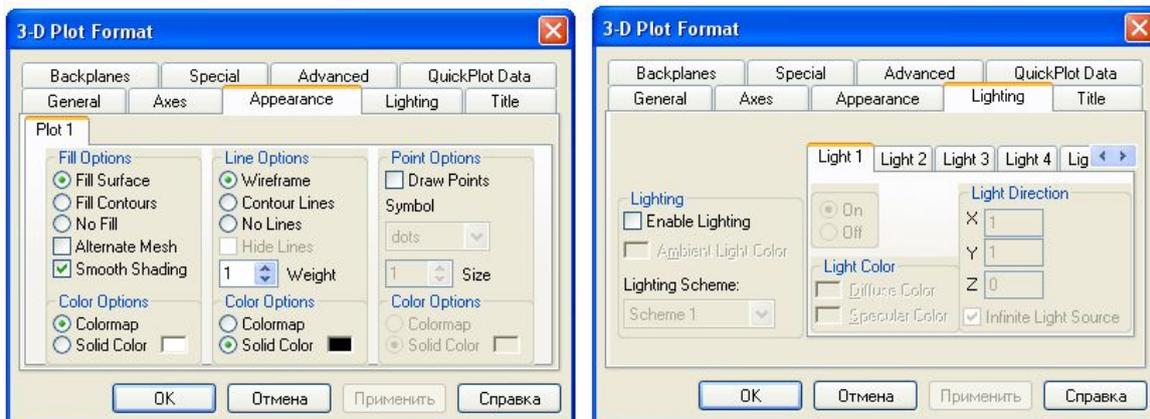
Если установлены опции **Show Numbers** (Нумерация), отображаются метки на осях и подписи к ним. При этом рядом с осями  $Ox$  и  $Oy$  указываются не значения узловых точек  $x_i, y_j$ , а значения индексов  $i$  и  $j$ , в то время как ось  $Oz$  размечается в соответствии с промежутком, которому принадлежат элементы матрицы значений  $A_{i,j}$ .

Если установлена опция **Auto Grid** (Автосетка), программа самостоятельно задает расстояние между соседними отметками на осях. Вы можете сами указать число линий сетки, если отключите указанную опцию.

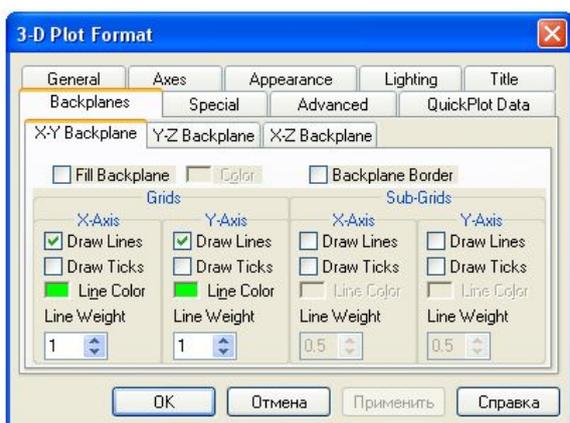
Если установлена опция **Auto Scale** (Автошкала), то MathCAD сам определяет границы построения графика и масштабы по осям. Можно отключить данную опцию и для каждой оси самостоятельно задать пределы изменения переменных в полях **Minimum Value** (Минимум) и **Maximum Value** (Максимум).

Вкладка **Appearance** (Внешний вид) позволяет изменять для каждого графика вид и цвет заливки поверхности (область **Fill Options**); вид, цвет и толщину дополнительных линий на графике (область **Line**

**Options**); наносить на график точки данных (опция **Draw Points** области **Point Options**), менять их вид, размер и цвет.



Вкладка **Lighting** (Освещение) при включении опции **Enable Lighting** (Наличие подсветки) позволяет выбрать цветовую схему для освещения, "установить" несколько источников света, выбрав для них цвет освещения и определив его направление.



Вкладка **Backplanes** (Задние плоскости) позволяет изменить внешний вид плоскостей, ограничивающих область построения: цвет, нанесение сетки, определение ее цвета и толщины, прорисовка границ плоскостей.

На вкладке **Special** (Специальная) можно изменять параметры построения, специфичные для различных типов графиков.

Вкладка **Advanced** позволяет установить параметры печати и изменить цветовую схему для окрашивания поверхности графика, а также указать направление смены окраски (вдоль оси  $Ox$ ,  $Oy$  или  $Oz$ ). Включение опции **Enable Fog** (Наличие Тумана) делает график нечетким, слегка размытым (полупрозрачным). При включении опции **Perspective** (Перспектива) появляется возможность указать в соответствующем поле расстояние до наблюдателя.

Вкладка **Quick Plot Data** обсуждалась ранее при построении графиков поверхности без указания диапазона изменения переменных.

## Векторные и градиентные поля

Довольно часто для графического представления пространственного распределения физических величин используют понятие векторного поля. Для представления двумерных векторных полей  $v=(v_x, v_y)$  служит кнопка на панели **Graph Vector Field Plot** (Поле векторов). При этом векторное поле необходимо вначале определить как вектор-функцию двух координат -  $x$  и  $y$ . Затем задаются векторы значений узловых точек  $x$  и  $y$ . При помощи этих векторов компоненты векторного поля  $v_x(x,y)$  и  $v_y(x,y)$  генерируются в виде матриц значений  $v_{x_{ij}}$  и  $v_{y_{ij}}$  (рисунок 1.1.14).

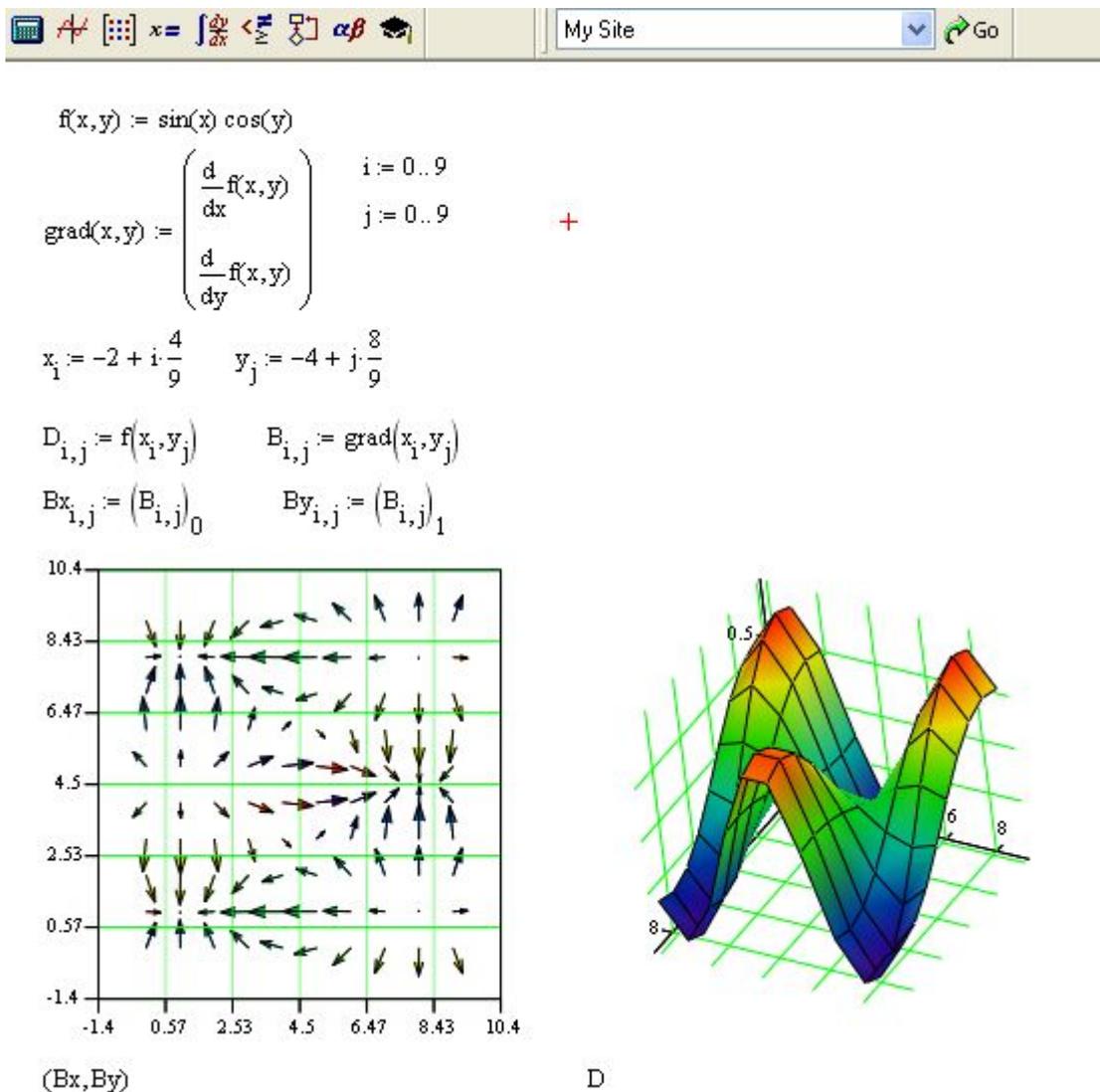


Рисунок 1.1.14. Построение векторного поля в указанной области изменения переменных

Как и в остальных случаях, внешний вид изображения векторного поля можно легко изменить, выполнив двойной щелчок в области графика и изменив требуемые опции в открывшемся диалоговом окне **3-D Plot Format**.

#### 1.1.4. Линейная и кубическая сплайн-интерполяция

При проведении ряда научно-технических расчетов часто используются зависимости вида  $y(x)$ , причем число точек этих зависимостей ограничено. Неизбежно возникает задача получения функций в промежутках между узловыми точками (*интерполяция*) и за их пределами (*экстраполяция*). Эта задача решается аппроксимацией исходной зависимости, т. е. ее подменой какой-либо достаточно простой функцией. Система MathCAD предоставляет возможность аппроксимации двух типов: кусочно-линейной и сплайновой.

Для построения интерполяции-экстраполяции в MathCAD имеется несколько встроенных функций, позволяющих "соединить" точки выборки данных  $(x_i, y_i)$  кривой разной степени гладкости. По определению интерполяция означает построение функции  $f(X)$ , аппроксимирующей зависимость  $y(x)$  в промежуточных точках (между  $x_i$ ). Поэтому интерполяцию еще по-другому называют аппроксимацией. В точках  $x_i$  значения интерполяционной функции должны совпадать с исходными данными, т. е.  $f(x_i) = y(x_i)$ .

При кусочно-линейной интерполяции, или аппроксимации, вычисления дополнительных точек выполняются по линейной зависимости. Графически это означает просто соединение узловых точек отрезками прямых. Рассмотрим пример (рисунок 1.1.15):

Следует обратить внимание, что функция  $f(t)$  на графике имеет аргумент  $t$ , а не  $x$ . Это означает, что функция  $f(t)$  вычисляется не только при значениях аргумента (т. е. в десяти точках), а при гораздо большем числе аргументов в интервале  $(0,9)$ , что автоматически обеспечивает MathCAD. Просто в данном случае эти различия незаметны, т. к. при обычном построении графика функции  $f(x)$  от векторного аргумента  $x$  MathCAD по умолчанию соединяет точки графика прямыми линиями (т. е. скрытым образом осуществляет их линейную интерполяцию).

$$x := (0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9)^T$$

$$y := (4.1 \ 2.4 \ 3.0 \ 4.3 \ 3.6 \ 5.2 \ 5.9 \ 6.1 \ 6.8 \ 7.2)^T$$

$$f(t) := \text{linterp}(x, y, t)$$

Элементы вектора  $x$  должны быть определены в порядке возрастания, т. е.  $X_1 < X_2 < X_3 < \dots < X_N$ .

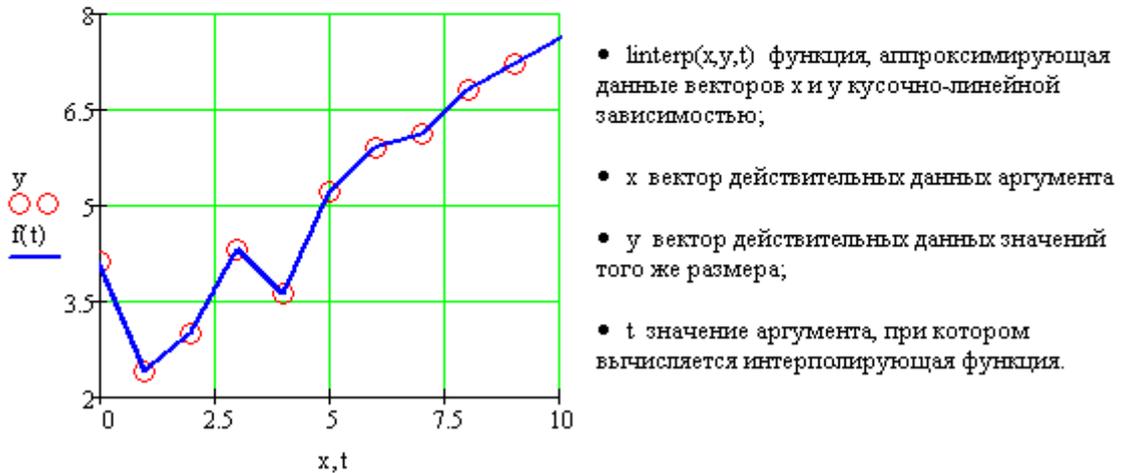


Рисунок 1.1.15. Пример линейной интерполя-

При небольшом числе узловых точек (менее 10) линейная интерполяция оказывается довольно грубой.

В большинстве практических приложений желательно соединить экспериментальные точки не ломаной линией, а гладкой кривой. Лучше всего для этих целей подходит интерполяция кубическими сплайнами, т. е. отрезками кубических парабол. Рассмотрим пример (рисунок 1.1.16):

Сплайн-интерполяция в MathCAD реализована чуть сложнее линейной. Перед применением функции  $\text{interp}$  необходимо предварительно определить первый из ее аргументов — векторную переменную  $ws$ . Делается это при помощи одной из трех встроенных функций тех же аргументов ( $x, y$  - векторов данных. ):

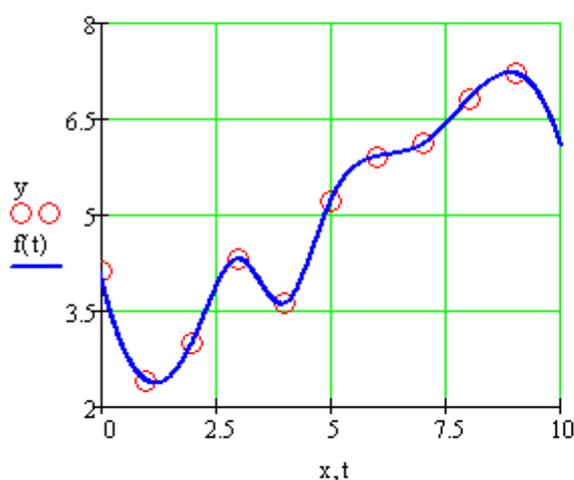
- **ispline** ( $x, y$ ) — вектор значений коэффициентов линейного сплайна;
- **pspline**( $x, y$ ) — вектор значений коэффициентов квадратичного сплайна;
- **cspline** ( $x, y$ ) — вектор значений коэффициентов кубического сплайна;

Выбор конкретной функции сплайновых коэффициентов влияет на интерполяцию вблизи конечных точек интервала.

```

x := (0 1 2 3 4 5 6 7 8 9)T
y := (4.1 2.4 3.0 4.3 3.6 5.2 5.9 6.1 6.8 7.2)T
ws := cspline(x,y)
f(t) := interp(ws,x,y,t)

```



- $\text{interp}(x,y,t)$  функция, аппроксимирующая данные векторов  $x$  и  $y$  кубическими сплайнами;
- $ws$  вектор вторых производных, созданный одной из сопутствующих функций  $\text{cspline}$ ,  $\text{pspline}$  или  $\text{lspline}$ ;
- $x$  вектор действительных данных аргумента элементы которого расположены в порядке возрастания;
- $y$  вектор действительных данных значений того же размера;
- $t$  значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция.

Рисунок 1.1.16. Пример кубической сплайн-интерполяции

### 1.1.5. Символьные вычисления. Решение уравнений

Нередко при проведении инженерных расчетов требуется решать различные уравнения, в том числе и системы уравнений. Пакет MathCAD позволяет решать подобные задачи с помощью встроенного символьного процессора.

Символьный процессор Mathcad умеет выполнять основные алгебраические преобразования, такие как упрощение выражений, разложение их на множители, символьное суммирование и перемножение.

Как и ранее описанные численные вычисления, символьные вычисления в Mathcad можно осуществлять в двух различных вариантах (рисунок 1.1.17):

- с помощью команд меню **Symbolics**;
- с помощью оператора символьного вывода  $\rightarrow$ , ключевых слов символьного процессора и обычных формул, находящихся на наборной панели **Symbolic**

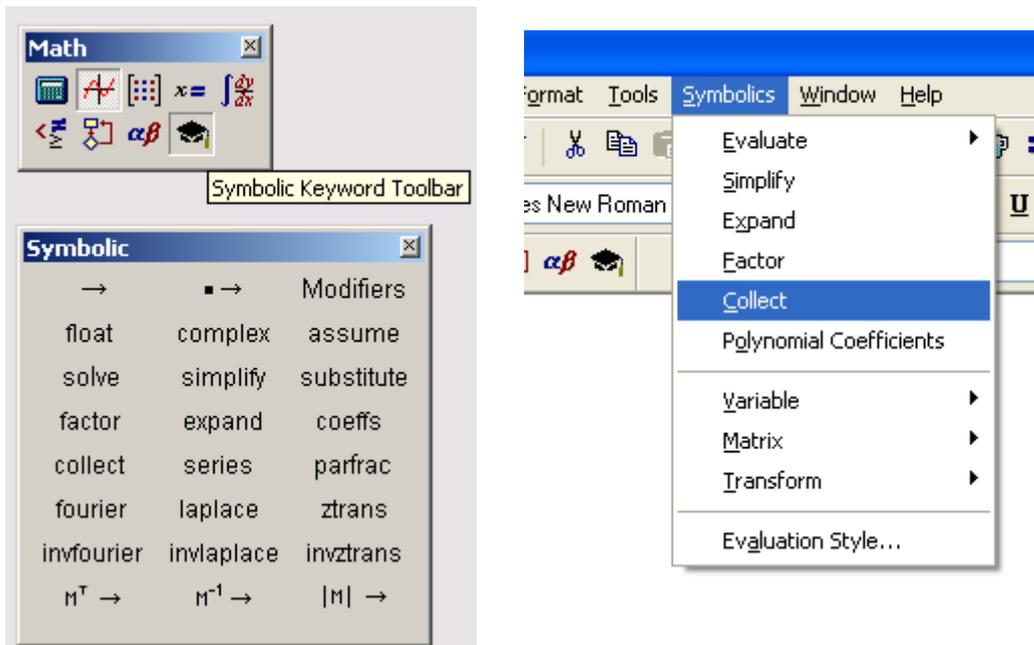
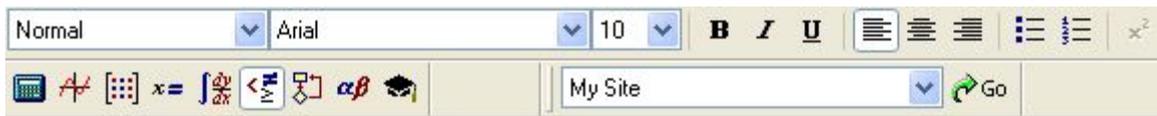


Рисунок 1.1.17. Панель Symbolic и меню Symbolics

Применение оператора символьного вывода  $\rightarrow$  рассматривалось ранее при вычислении значений функций и переменных в разделе 1. Ее можно вызвать нажатием клавиш **Ctrl+.** (точка) или вызовом из палитры математических символов (для ввода отношений и символьных операций). Шаблон этого знака имеет вид  $\blacksquare \rightarrow$ , где на месте черного прямоугольника вводится подвергаемое символьному преобразованию исходное выражение.

Также помимо простого оператора символьного вывода существует расширенный оператор символьного вывода. Он задается нажатием клавиш **Ctrl+Shift+.** (точка) или выбором из палитры символьных операций. Этот оператор имеет вид  $\blacksquare \blacksquare \rightarrow$ . В первый шаблон-прямоугольник вводится исходное выражение, а во второй — директивы символьных преобразований. Задаются эти директивы или вводом соответствующих ключевых слов, или из палитры символьных операций.

Панель и меню символьного процессора MathCAD позволяют решать достаточно сложные инженерные задачи по фильтрации сигналов, производить преобразование Лапласа и z-преобразование, однако в курсе «Физические основы получения информации» нет необходимости решать подобные задачи, поэтому работу символьного процессора рассмотрим на несложных примерах (рисунок 1.1.18):



Вычисление производных и интегралов

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{2xy}{2+x+y} \right) \rightarrow 2 \cdot \frac{y}{2+x+y} - 2x \cdot \frac{y}{(2+x+y)^2}$$

$$\frac{d^2}{dz^2} (z^2 + z + 6) \rightarrow 2$$

$$\int \sin^y dy \rightarrow \frac{1}{\ln(\sin)} \cdot \sin^y$$

Решение уравнений

$$\frac{3 \cdot \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 1}{2 \cdot (x^2 + y^2)} = 0 \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot x \\ \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot y \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{2^2} \cdot y \\ \left( \frac{1}{-2^2} \right) \cdot y \end{pmatrix}$$



Чтобы решить уравнение требуется:

1. Ввести уравнение (знак "=" вводится при помощи комбинации [Ctrl+=] или с панели **Boolean**).
2. Выделить курсором переменную, относительно которой должно быть решено уравнение.
3. Выбрать команду **Solve** (Вычислить) подменю **Variable** (Переменные) меню **Symbolics** (Символьно).

или

использовать кнопку **Solve** с наборной панели Symbolic

$$\frac{3 \cdot \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 1}{2 \cdot (x^2 + y^2)} = 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2^2} \cdot y \\ \left( \frac{1}{-2^2} \right) \cdot y \end{pmatrix} \quad \frac{3 \cdot \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 1}{2 \cdot (x^2 + y^2)} = 0 \text{ solve, } y \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot x \\ \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot x \\ \frac{1}{-2^2} \cdot x \end{pmatrix}$$

Рисунок 1.1.18. Работа символьного процессора MathCAD

## **1.2. Математическое исследование магнитного поля электрического тока обмоток простейшей формы. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований**

### 1.2.1. Цель занятия

Приобретение практических навыков математического моделирования магнитных полей обмоток простейшей формы. Исследование пространственного распределения магнитных полей различных источников. Сравнение результатов математического и физического моделирования.

### 1.2.2. Программа занятия

1.2.2.1. Знакомство с математическими выражениями, описывающими магнитные поля простых геометрических форм: бесконечно длинного проводника, двухпроводной линии, круглой обмотки.

1.2.2.2. Исследование пространственного распределения вдоль одной из осей координат магнитных полей бесконечно длинного проводника, двухпроводной линии, круглой обмотки, их сравнительный анализ.

1.2.2.3. Знакомство с математическими выражениями, описывающими магнитное поле магнитного момента.

1.2.2.4. Сравнительный анализ пространственного распределения магнитных полей двухпроводной линии и круглой обмотки и магнитного поля магнитного момента. Анализ погрешности замены при математическом моделировании магнитных полей реальных обмоток с электрическим током их магнитными моментами.

1.2.2.5. Исследование пространственного распределения магнитного поля магнитного момента в двухмерной и трехмерной системах координат.

1.2.2.6. Сравнительный анализ результатов математического моделирования магнитных полей двухпроводной линии и круглой обмотки с результатами экспериментальных исследований магнитного поля электрического тока с использованием индукционного измерительного преобразователя (Лабораторная работа 2.1).

### 1.2.3. Краткие сведения из теории

Для реализации многих измерительных преобразований требуется создавать в некоторой области пространства постоянное или переменное магнитное поле. Наибольшее распространение получил источник магнитного поля, представляющий собой обмотку с электрическим током.

При использовании магнитного поля для измерительных преобразований важно знать не только значения напряженности или индукции магнитного поля в некоторой точке пространства в определенный момент времени, но и пространственно-временное распределение этих величин, что дает возможность получать дополнительную информацию об объекте измерения.

В общем случае, для произвольной точки пространства с координатами  $X, Y, Z$  (рис. 1.2.1), вектор напряженности магнитного поля об-

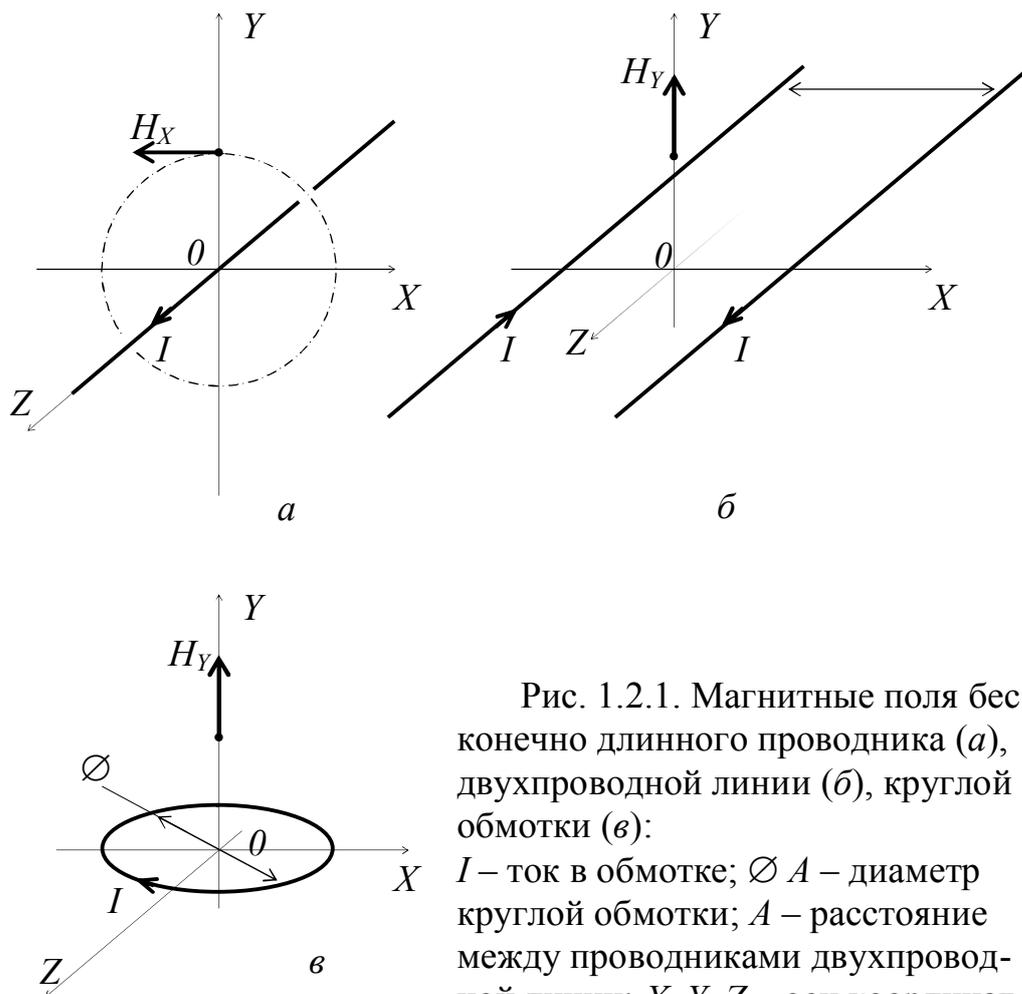


Рис. 1.2.1. Магнитные поля бесконечно длинного проводника (а), двухпроводной линии (б), круглой обмотки (в):

$I$  – ток в обмотке;  $\varnothing A$  – диаметр круглой обмотки;  $A$  – расстояние между проводниками двухпроводной линии;  $X, Y, Z$  – оси координат.

мотки с током имеет три пространственные составляющие  $\bar{H}_X, \bar{H}_Y, \bar{H}_Z$ , описываемые достаточно сложными и громоздкими уравнениями даже для случаев магнитных полей обмоток простейшей формы. Однако в частных случаях, вдоль некоторых осей, распределение напряженности магнитного поля описывается относительно простыми выражениями, приводимыми ниже.

В случае протекания электрического тока по бесконечно длинному проводнику силовые линии магнитного поля представляют собой концентрические окружности с центром, лежащим на оси проводника (рис. 1.2.1а). Направление вектора  $\vec{H}$  совпадает с направлением касательной к силовой линии магнитного поля. На оси  $OY$  вектор напряженности магнитного поля имеет только одну пространственную составляющую  $\vec{H}_x$ . Модуль вектора напряженности магнитного поля для этого случая описывается выражением:

$$H_x = \frac{I}{2\pi Y}, \quad (1.2.1)$$

где  $I$  – сила тока в проводнике;  $Y$  – расстояние от оси проводника до точки на оси  $OY$ , где определяется напряженность магнитного поля.

В случае двухпроводной линии (рис. 1.2.1б) в точках, лежащих на оси  $OY$ , перпендикулярной плоскости проводников и пересекающей эту плоскость на равном удалении от них, вектор напряженности магнитного поля имеет только одну пространственную составляющую  $\vec{H}_y$ , направленную по оси  $OY$ , а модуль вектора описывается выражением:

$$H_y = \frac{I}{\pi} \frac{a}{a^2 + Y^2}, \quad (1.2.2)$$

где  $a$  – половина расстояния между проводниками (рис. 1б).

В случае протекания электрического тока по круглому витку (рис. 1.2.1в) на оси витка, совпадающей с осью  $OY$ , вектор напряженности магнитного поля имеет только одну пространственную составляющую  $\vec{H}_y$ , направленную по оси  $OY$ , а модуль вектора описывается выражением:

$$H_y = \frac{I}{\pi} \frac{a}{a^2 + Y^2}, \quad (1.2.3)$$

здесь  $a$  – радиус витка.

Для исключения влияния на значение напряженности магнитного поля тока и числа витков обмотки, возможности сравнения пространственного распределения магнитных полей различных обмоток, возможности сравнения результатов математического и физического моделирования будем определять не абсолютные значения напряженности магнитного поля обмотки, а нормированные относительные значения:

$$h = \frac{H}{H_A}, \quad (1.2.4)$$

где  $H_A$  – значение напряженности магнитного поля обмотки в некоторой точке пространства.

В качестве нормирующего значения напряженности  $H_A$  удобно использовать ее значение в точке с координатами  $X = 0$ ;  $Y = A$ ;  $Z = 0$ , где  $A = 2a$  – диаметр круглой обмотки или расстояние между проводниками двухпроводной линии. Значение  $A$  будем использовать для нормирования значений координат:

$$x = X/A; \quad y = Y/A; \quad z = Z/A. \quad (1.2.5)$$

Подстановкой в (1.2.4) соответствующих выражений (1.2.1), (1.2.2) и (1.2.3) получаем формулы для определения относительных значений напряженностей  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  магнитных полей на оси  $OY$  соответственно бесконечно длинного проводника, двухпроводной линии и круглого витка:

$$h_1 = \frac{1}{y}, \quad h_2 = \frac{5}{1+(2y)^2}, \quad h_3 = \frac{5\sqrt{5}}{[1+(2y)^2]^{1.5}}. \quad (1.2.6)$$

Как уже отмечалось ранее, в общем случае, для произвольной точки пространства с координатами  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , вектор напряженности магнитного поля обмотки с током имеет три пространственные составляющие  $\vec{H}_X, \vec{H}_Y, \vec{H}_Z$ , описываемые даже для случаев магнитных полей обмоток простейшей формы достаточно сложными и громоздкими уравнениями. Для удобства математического моделирования магнитных полей источников сложной формы в произвольной области пространства может быть использована замена контура с электрическим током вектором его магнитного момента  $\vec{M}$ . Модуль вектора  $\vec{M}$  в простейшем случае равен произведению тока  $I$  на площадь контура  $S$ , а направление совпадает с нормалью к плоскости контура:

$$\vec{M} = I \times \vec{S}. \quad (1.2.7)$$

Здесь следует отметить, что замена контура с током магнитным моментом обеспечивает приемлемую для инженерных расчетов точность определения напряженности магнитного поля только при условии, что расстояние до точки пространства, где определяется напряженность магнитного поля, значительно превышает любой из геометрических размеров этого контура. Другими словами такая замена может быть использована только для расчета магнитных полей локальных (точечных) источников магнитного поля и дает неприемлемо большую погрешность в случае источников, распределенных в обширной области пространства.

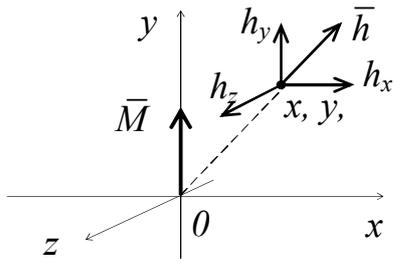


Рис. 1.2.2. Магнитное поле магнитного момента.

Относительные значения пространственных составляющих вектора напряженности магнитного поля магнитного момента, расположенного в начале координат и направленного по оси  $OY$ , в точке с координатами  $x, y, z$  (рис. 1.2.2) описываются относительно простыми выражениями:

$$h_x = \frac{3xy}{2r^5}; \quad h_y = \frac{1}{2r^3} \left( \frac{3y^2}{r^2} - 1 \right); \quad h_z = \frac{3yz}{2r^5}, \quad (1.2.8)$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  – расстояние от точки, где определяется напряженность магнитного поля, до начала координат.

Для частного случая расположения точки на оси  $OY$  ( $X = 0; Z = 0$ ) вектор напряженности магнитного поля магнитного момента имеет только одну пространственную составляющую, направленную по оси  $OY$ :

$$h_y = \frac{1}{y^3}. \quad (1.2.9)$$

Как и в предыдущих случаях, в выражении (1.2.9), отражающем координатную зависимость напряженности магнитного поля, использованы относительные значения напряженности магнитного поля и координаты.

#### 1.2.4. Контрольные вопросы

1.2.4.1. От чего зависят модуль и направление вектора напряженности магнитного поля источников рис. 1.2.1 в конкретной точке пространства?

1.2.4.2. Почему относительное значение напряженности магнитного поля не зависит от силы тока и числа витков обмотки с током?

1.2.4.3. Как определить нормирующее значение  $H_A$  напряженности магнитного поля источников рис. 1.2.1?

1.2.4.4. Чему равно относительное значение напряженности магнитного поля источников рис. 1.2.1 в точке с координатами  $X = 0; Y = A; Z = 0$ ?

1.2.4.5. От чего зависят модуль и направление вектора напряженности магнитного поля магнитного момента в конкретной точке пространства?

#### 1.2.5. Методические рекомендации по выполнению программы практического занятия

1.2.5.1. Повторите материал учебного пособия [1], касающийся магнитного поля (раздел 2.3 "Магнитное поле. Характеристики материалов в магнитном поле"). Ознакомьтесь с краткими сведениями из теории, приведенными в настоящем пособии. Ответьте на контрольные вопросы.

1.2.5.2. Исследование пространственного распределения магнитных полей бесконечно длинного проводника, двухпроводной линии, круглой обмотки осуществляется вдоль одной из осей координат  $OY$  (рис. 1.2.1). В этом случае координатная зависимость относительного значения модуля напряженности магнитного поля соответствующего источника описывается функциями (1.2.6) одной переменной  $y$  (относительного значения координаты  $Y$ ).

Построение графиков координатных зависимостей напряженности магнитных полей бесконечно длинного проводника  $h_1(y)$ , двухпроводной линии  $h_2(y)$ , круглой обмотки  $h_3(y)$  осуществляется с помощью стандартной опции построения графика функции одной переменной математического редактора MATHCAD. Диапазон изменения  $y$  целесообразно выбрать тот же, что и в случае физического моделирования магнитных полей:  $y = 0,5 \dots 5,5$ , а шаг изменения координаты  $\Delta y = 0,05$ .

Для удобства сравнения пространственных распределений магнитных полей различных источников рекомендуется осуществить построение всех трех графиков в одной координатной сетке. Ввиду большого диапазона изменения напряженностей магнитных полей целесообразно по оси напряженности (оси ординат) использовать логарифмический масштаб.

Проанализируйте полученные зависимости и сформулируйте выводы о характере каждой из построенных зависимостей и результате их сравнения.

1.2.5.3. Ознакомьтесь с математическими выражениями (1.2.8) и (1.2.9), описывающими магнитное поле магнитного момента.

1.2.5.4. Сравнительный анализ пространственного распределения магнитных полей двухпроводной линии, круглой обмотки и магнитного момента осуществляется также как и в предыдущем случае при изменении расстояния от источника магнитного поля вдоль одной из осей координат –  $OY$ . Для удобства сравнения графики координатных зависи-

мостей (1.2.8) и (1.2.9) напряженности магнитных полей двухпроводной линии  $h_2(y)$ , круглой обмотки  $h_3(y)$  и магнитного момента  $h_4(y)$  строятся в одной координатной сетке. По аналогии с 1.2.5.2 диапазон и шаг изменения координаты целесообразно выбрать  $y = 0,5 \dots 5,5$  и  $\Delta y = 0,05$ , а по оси напряженностей (оси ординат) использовать логарифмический масштаб.

Проанализируйте полученные зависимости и сформулируйте выводы о результате их сравнения.

Для того чтобы результат анализа носил не только качественный, но и строго количественный характер следует оценить погрешности замены при математическом моделировании магнитных полей двухпроводной линии и круглой обмотки магнитным полем магнитного момента. Относительные значения погрешности такой замены могут быть найдены следующим образом:

$$\gamma_{24} = \frac{h_4 - h_2}{h_2}; \quad \gamma_{34} = \frac{h_4 - h_3}{h_3}, \quad (1.2.10)$$

где  $\gamma_{24}$  – погрешность замены для двухпроводной линии;  $\gamma_{34}$  – погрешность замены для круглой обмотки.

Для удобства анализа графики зависимостей погрешностей  $\gamma_{24}(y)$  и  $\gamma_{34}(y)$  строятся в одной координатной сетке. Как и ранее, диапазон и шаг изменения координаты целесообразно выбрать  $y = 0,5 \dots 5,5$  и  $\Delta y = 0,05$ , а по оси погрешности (оси ординат) использовать логарифмический масштаб.

Проанализируйте полученные зависимости и сформулируйте выводы о том, какую из обмоток с током и в каком диапазоне изменения  $y$  с минимальной погрешностью можно заменить при математическом моделировании магнитным моментом.

1.2.5.5. Исследование пространственного распределения магнитного поля магнитного момента в двухмерной системе координат – плоскости  $XOY$ , осуществляется с использованием соотношений (1.2.8). В результате подстановки в эти соотношения  $z = 0$  получаем  $h_z = 0$  и, следовательно, во всех точках плоскости  $XOY$  магнитное поле имеет только две пространственные компоненты:

$$h_x = \frac{3xy}{2(x^2 + y^2)^{2,5}}; \quad h_y = \frac{1}{2(x^2 + y^2)^{1,5}} \left( \frac{3y^2}{x^2 + y^2} - 1 \right). \quad (1.2.11)$$

Для анализа пространственного распределения магнитного поля в плоскости  $XOY$  и удобства графического представления координатных зависимостей пространственных составляющих магнитного поля стро-

ятся зависимости  $h_x(x)$  и  $h_y(x)$  при фиксированных значениях координаты  $y = y_i$ . В этом случае целесообразно выбрать диапазон изменения координаты  $x = -5 \dots 5,5$  и  $\Delta x = 0,05$ , а фиксированные значения другой координаты  $y_1 = 1$ ;  $y_2 = 1,5$ ; и  $y_3 = 2$ . Для большей наглядности целесообразно построить обе зависимости  $h_x(x)$  и  $h_y(x)$  для одного фиксированного значения  $y$  в одной координатной сетке.

Проанализируйте полученные зависимости по следующим критериям: характер зависимостей, наличие экстремумов и нулей функций, значения координат  $x$  и  $y$ , соответствующих экстремумам и нулям функций.

С использованием имеющейся в математическом редакторе MATHCAD опции построения векторного поля может быть получена картина силовых линий магнитного поля магнитного момента. Для этого требуется сформировать массивы дискретных значений пространственных составляющих напряженности магнитного поля в исследуемой области пространства с дискретностью изменения координат, определяемой координатной сеткой размером  $10 \times 10$ . Для рекомендуемой для исследования области пространства  $x = -5 \dots 5$  и  $y = -5 \dots 5$  координаты узлов сетки размером  $10 \times 10$  описываются выражениями:

$$x_i = i - 5; y_j = j - 5, \quad (1.2.12)$$

где  $i = 0, 1, 2 \dots 10$  и  $j = 0, 1, 2 \dots 10$ .

Для определения пространственных компонент вектора напряженности магнитного поля в точке  $x_i, y_j$  целесообразно использовать не сами функции (1.2.11), а модифицированные функции вида:

$$h_x^* = \frac{3xy}{2(x^2 + y^2)}; h_y^* = \frac{1}{2} \left( \frac{3y^2}{x^2 + y^2} - 1 \right), \quad (1.2.13)$$

получаемые умножением функций (1.2.11) на величину  $r^3 = \left( \sqrt{x^2 + y^2} \right)^3$  – возведенное в третью степень расстояние от рассматриваемой точки до начала координат.

Такое искусственное преобразование требуется по следующей причине. В среде MATHCAD векторное поле представляется совокупностью векторов, начало которых расположено в узлах сетки. Направление вектора определяется соотношением модулей и знаками его пространственных составляющих, а модуль пропорционален модулю результирующего вектора (в нашем случае вектора напряженности магнитного поля). В пределах исследуемой области пространства модуль вектора напряженности магнитного поля изменяется на несколько по-

рядков, что невозможно отобразить графически. При умножении функций (1.2.11) на величину  $r^3$  кратность изменения модуля вектора радикально уменьшается. При этом направление вектора и соответственно картина силовых линий не искажаются.

В соответствии со сделанными замечаниями находятся дискретные модифицированные значения горизонтальной и вертикальной компонент вектора напряженности магнитного поля:

$$\left(h_x^*\right)_{i,j} = h_x^*(x_i, y_j); \quad \left(h_y^*\right)_{i,j} = h_y^*(x_i, y_j). \quad (1.2.14)$$

А далее для полученных массивов  $\{h_x^*\}$  и  $\{h_y^*\}$  значений горизонтальных и вертикальных компонент с использованием опции "Векторное поле" в меню "Графики" программы MATHCAD отображается картина магнитного поля (раздел 1.1).

Проанализируйте полученную картину магнитного поля магнитного момента, дайте ей физическое толкование.

Исследование пространственного распределения магнитного поля магнитного момента в трехмерной системе координат осуществляется с использованием соотношений (2.8). Для графического представления пространственного распределения составляющих напряженности магнитного поля следует преобразовать функции трех переменных (1.2.8) в функции двух переменных зафиксировав значение одной из координат  $y = y_k$  и далее воспользоваться имеющейся в программе MATHCAD опцией построения графика функции двух переменных  $x$  и  $z$ .

Как и в случае построения векторного поля для построения функции двух переменных требуется сформировать массивы дискретных значений пространственных составляющих напряженности магнитного поля в исследуемой области пространства с дискретностью изменения координат, определяемой координатной сеткой размером  $20 \times 20$ . Для рекомендуемой для исследования области пространства  $x = -2 \dots 2$  и  $z = -2 \dots 2$  при  $y_k = 1,5$  координаты узлов сетки размером  $20 \times 20$  описываются выражениями:

$$x_i = i - 10/5; \quad z_j = j - 10/5, \quad (1.2.15)$$

где  $i = 0, 1, 2 \dots 20$  и  $j = 0, 1, 2 \dots 20$ .

Далее с использованием выражений (1.2.8) задаются массивы значений одной из горизонтальных составляющих  $\{h_x\}$ , вертикальной составляющей  $\{h_y\}$  и модуля результирующей горизонтальной составляющей  $\{h_g\}$  вектора напряженности магнитного поля:

$$\begin{aligned} (h_x)_{i,j,k} &= h_x(x_i, z_j, y_k); & (h_y)_{i,j,k} &= h_y(x_i, z_j, y_k) \\ (h_g)_{i,j,k} &= \sqrt{h_x(x_i, z_j, y_k)^2 + h_z(x_i, z_j, y_k)^2} \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

А далее для полученных массивов  $\{h_x\}$ ,  $\{h_y\}$  и  $\{h_g\}$  с использованием опции "График поверхности" в меню "Графики" программы MATHCAD строятся координатные зависимости пространственных компонент магнитного поля (раздел 1.1).

Проанализируйте полученную картину магнитного поля магнитного момента, дайте ей физическое толкование.

1.2.5.6. Для сравнительного анализа результатов математического и физического моделирования магнитных полей двухпроводной линии и круглой обмотки результаты экспериментальных исследований должны быть введены в программу MATHCAD в формате матриц с одним столбцом и числом строк, равным числу экспериментальных значений.

Для сравнительного анализа результатов математического и экспериментального исследований пространственного распределения магнитных полей вдоль оси координат  $OY$  вводятся матрицы значений координаты  $\{y\}$  и соответствующие им экспериментальные значения напряженности магнитного поля прямоугольной  $\{h_{2e}\}$  и круглой  $\{h_{3e}\}$  обмоток. Далее с использованием предусмотренной в редакторе MATHCAD операции интерполяции (раздел 1.1) задаются функциональные зависимости  $h_{2e}(y)$  и  $h_{3e}(y)$  напряженности магнитных полей прямоугольной и круглой обмоток от координаты  $y$ . Полученные зависимости строятся в одной координатной сетке с рассмотренными ранее теоретическими зависимостями  $h_2(y)$  и  $h_3(y)$  напряженности магнитных полей двухпроводной линии и круглой обмоток от координаты  $y$ .

Проанализируйте полученные зависимости. Оцените различие экспериментальных и расчетных значений. Сформулируйте возможные причины расхождения результатов математического и физического моделирования.

Аналогичным образом осуществляется сравнительный анализ полученных экспериментально зависимостей  $h_{xe}(x)$  и  $h_{ye}(x)$  пространственных составляющих напряженности магнитного поля круглой обмотки от координаты  $x$  при фиксированных значениях координаты  $y$  с аналогичными расчетными зависимостями  $h_x(x)$  и  $h_y(x)$  для магнитного поля магнитного момента.

### **1.3. Решение обратной задачи определения расстояния до источника магнитного поля по результатам анализа топографии этого поля. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований**

#### 1.3.1. Цель занятия

Иллюстрация возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем измерения характеристик этого поля в фиксированных точках пространства, а также путем исследования его пространственного распределения. Сравнение результатов математического и физического моделирования.

#### 1.3.2. Программа занятия

1.3.2.1. Исследование возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем измерения напряженности поля в одной точке пространства.

1.3.2.2. Исследование возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем измерения напряженности поля в двух точках пространства.

1.3.2.3. Исследование возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем исследования координатных зависимостей пространственных составляющих этого поля.

1.3.2.4. Сравнительный анализ полученных теоретически и экспериментально (Лабораторная работа № 1) уравнений преобразования расстояния между характерными точками координатных зависимостей пространственных составляющих напряженности магнитного поля в расстояние до источника магнитного поля.

#### 1.3.3. Краткие сведения из теории

В ходе выполнения практического занятия 1.2 и лабораторной работы 2.1 было показано, что модуль и направление вектора напряженности магнитного поля любого источника в некоторой точке пространства зависят от координат этой точки. Это может быть использовано для решения целого ряда измерительных задач (выполнения конкретных измерительных преобразований). В качестве примера может быть рассмотрена задача определения расстояния до источника магнитного поля. На практике такая задача решается при необходимости определения координат в пространстве электропроводящего объекта, определения глубины залегания и местоположения электрического кабеля либо трубопровода. Во всех случаях объект, местоположение которого определяется, является источником магнитного поля. Это достигается либо

пропусканием электрического тока через объект за счет включения его в электрическую цепь, содержащую источник постоянного либо переменного тока, либо за счет возбуждения в объекте вихревых (индукционных) токов расположенной вблизи объекта обмоткой возбуждения переменного магнитного поля.

В качестве реального примера рассмотрим задачу определения глубины залегания металлического трубопровода.

Будем считать, что трубопровод является источником магнитного поля, пространственное распределение которого близко пространственному распределению магнитного поля магнитного момента  $\bar{M}$ . На рис.

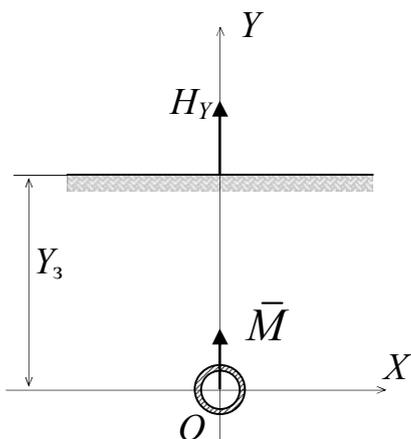


Рис. 1.3.1. Определение глубины залегания трубопровода путем измерения напряженности магнитного поля в одной точке пространства

1.3.1 показано поперечное сечение трубопровода, магнитный момент которого направлен вертикально по оси  $OY$ . Начало координат расположено на продольной оси трубопровода. В этом случае напряженность магнитного поля в точках пространства, лежащих на оси  $OY$  описывается выражением:

$$H_Y = \frac{M}{2\pi Y^3}. \quad (1.3.1)$$

Наиболее простой способ определения глубины залегания трубопровода  $Y_3$  заключается в измерении напряженности магнитного поля  $H_{Y_3}$  на поверхности земли непосредственно над трубопроводом. Искомая величина  $Y_3$  может быть легко найдена из выражения (3.1):

$$Y_3 = \left( \frac{M}{2\pi H_{Y_3}} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (1.3.2)$$

Недостатками этого способа являются высокая степень нелинейности преобразования, но главным образом то, что в уравнение преобразования (1.3.2) входит величина  $M$ , значение которой в большинстве практических случаев невозможно найти ни путем измерения, ни расчетным путем.

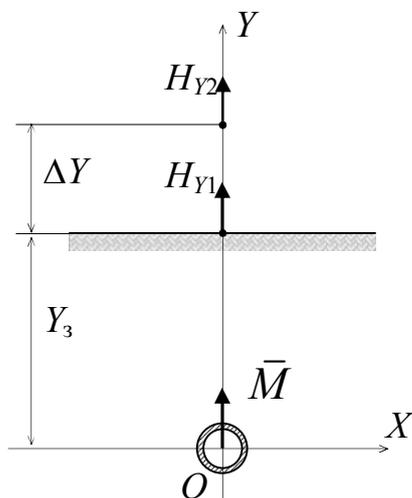


Рис. 3.1. Определение глубины залегания трубопровода путем измерения напряженности магнитного поля в двух точках пространства

От последнего недостатка свободен способ определения глубины залегания, основанный на измерении напряженности магнитного поля в двух точках пространства, лежащих на оси  $OY$  (рис. 1.3.2). Первая из этих точек расположена на поверхности земли, а вторая на высоте  $\Delta Y$  над поверхностью. В соответствии с (1.3.1) могут быть записаны выражения, определяющие напряженность магнитного поля в первой и второй точках:

$$H(Y_1) = \frac{M}{2\pi Y_3^3}; \quad H(Y_2) = \frac{M}{2\pi (Y_3 + \Delta Y)^3}. \quad (1.3.3)$$

Нетрудно заметить, что отношение значений напряженности магнитного поля

$$\eta = \frac{H(Y_1)}{H(Y_2)} = \left( \frac{Y_3 + \Delta Y}{Y_3} \right)^3 \quad (1.3.4)$$

не зависит от модуля магнитного момента.

Решая данную систему уравнение относительно  $Y_3$  получаем:

$$Y_3 = \frac{\Delta Y}{\eta^{\frac{1}{3}} - 1}. \quad (1.3.5)$$

Недостатком данного способа определения глубины залегания является высокая степень нелинейности преобразования, что обуславливает, в свою очередь, низкую точность преобразования при больших значениях глубины. Кроме того, оба описанных способа имеют также существенный недостаток, заключающийся в том, что получение достоверной информации о глубине возможно только при условии, если априорно известно точное местоположение продольной оси трубопровода (значение координаты  $X$ ).

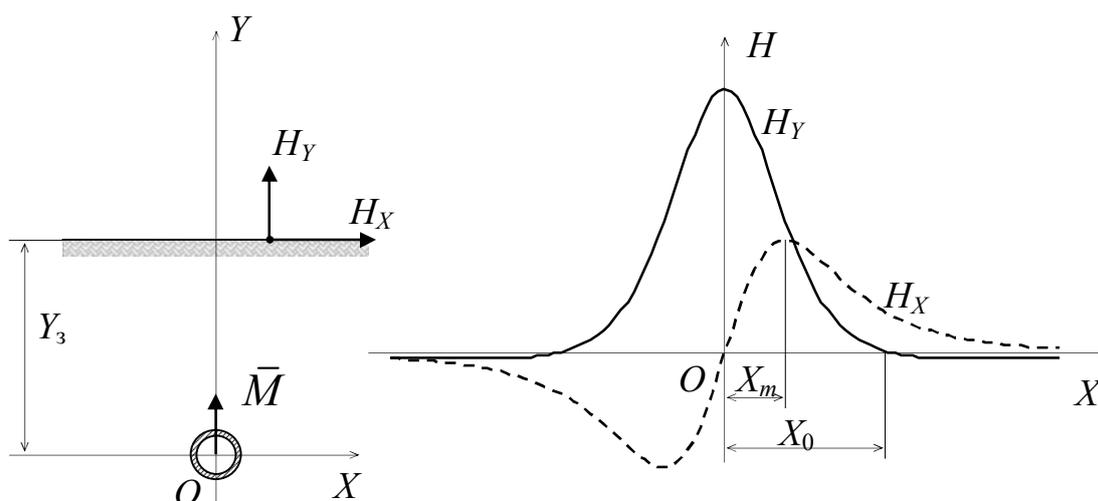


Рис. 3.3. Определение глубины залегания трубопровода путем исследования координатных зависимостей пространственных составляющих этого поля

Третий из исследуемых способов определения глубины залегания, позволяющий также определять местоположение продольной оси трубопровода, заключается в нахождении местоположения характерных точек координатных зависимостей пространственных компонент вектора напряженности магнитного поля.

Горизонтальная  $H_X$  и вертикальная  $H_Y$  компоненты вектора напряженности магнитного поля магнитного момента в плоскости  $XOY$  (рис. 1.3.3a) описываются следующими выражениями:

$$H_X = \frac{3XY}{4\pi(X^2 + Y^2)^{2,5}}M; \quad H_Y = \frac{1}{4\pi(X^2 + Y^2)^{1,5}} \left( \frac{3Y^2}{X^2 + Y^2} - 1 \right) M. \quad (1.3.6)$$

На рис. 1.3.3б показан примерный вид координатных зависимостей  $H_X(X)$  и  $H_Y(X)$  для некоторого значения  $Y$ . Как было установле-

но при выполнении практического занятия 1.2 и лабораторной работы 2.1, значение  $X = X_0$ , при котором функция  $H_Y(X)$  равна нулю, и значение  $X = X_m$ , при котором функция  $H_X(X)$  принимает экстремальные значения, являются функциями координаты  $Y$ , а соответственно координата  $Y$  может быть найдена, если известны значения  $X_0$  или  $X_m$ .

Зависимость  $Y(X_0)$  может быть получена путем приравнивания  $H_Y = 0$  в выражении (1.3.5) и решения уравнения

$$\frac{1}{4\pi(X^2 + Y^2)^{1,5}} \left( \frac{3Y^2}{X^2 + Y^2} - 1 \right) M = 0 \quad (1.3.7)$$

относительно  $Y$ .

Зависимость  $Y(X_m)$  может быть получена путем приравнивания  $\frac{dH_X}{dX} = 0$ , что является условием экстремума функции  $H_X$  в выражении (1.3.5) и решения уравнения

$$\frac{d}{dX} \left[ \frac{3XY}{4\pi(X^2 + Y^2)^{2,5}} M \right] = 0 \quad (1.3.8)$$

относительно  $Y$ .

Таким образом, могут быть получены необходимые для определения глубины залегания уравнения преобразования:

$$Y_s = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} X_0; \quad Y_s = \pm 2 X_m. \quad (1.3.9)$$

Методика определения глубины залегания и местоположения оси трубопровода с использованием последнего способа заключается в следующем. Непосредственно по поверхности земли производится перемещение преобразователя магнитного поля в электрический сигнал (например, индукционного преобразователя) в направлении перпендикулярном продольной оси трубопровода. На поверхности земли отмечается местоположение характерных точек координатных зависимостей  $H_X(X)$  и  $H_Y(X)$ . Глубина залегания находится с использованием соотношений (1.3.9), а местоположение продольной оси трубопровода определяется либо по местоположению на горизонтальной оси максимума функции  $H_Y(X)$ , либо по местоположению нуля функции  $H_X(X)$ .

#### 1.3.4. Контрольные вопросы

1.3.4.1. Каков характер изменения напряженности магнитного поля магнитного момента при увеличении расстояния от магнитного момента в направлении его вектора?

1.3.4.2. Каков характер зависимости функции преобразования при использовании способа определения глубины залегания трубопровода, основанного на измерении напряженности поля в одной точке, от модуля магнитного момента?

1.3.4.3. Каким образом может быть определено значение модуля магнитного момента источника магнитного поля?

1.3.4.4. Каков характер зависимости функции преобразования при использовании способа определения глубины залегания трубопровода, основанного на измерении напряженности поля в двух точках пространства от расстояния между этими точками?

1.3.4.5. Почему при использовании способа определения глубины залегания трубопровода, основанного на измерении напряженности поля в двух точках пространства, результат преобразования значений напряженности в значение глубины не зависит от модуля магнитного момента?

1.3.4.6. Почему местоположение характерных точек функций координаты  $H_x(X)$  и  $H_y(X)$  не зависит от модуля магнитного момента?

1.3.4.7. Зависят ли результаты определения глубины залегания при использовании трех описанных способов от направления вектора магнитного момента?

#### 1.3.5. Методические рекомендации по выполнению программы практического занятия

1.3.5.1. Для исследования возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем измерения напряженности поля в одной точке пространства, прежде всего, следует построить график зависимости  $H_y(Y)$  напряженности магнитного поля от глубины залегания источника поля, описываемой выражением (1.3.1). При этом значение модуля магнитного момента целесообразно выбрать равным  $M = 1 \text{ АЧм}^2$ , диапазон изменения  $Y = (0,5 \dots 2) \text{ м}$ , а шаг изменения координаты равным  $0,05 \text{ м}$ . Постройте также график используемой для определения координаты  $Y$  обратной зависимости  $Y(H_y)$ . Проанализируйте характер построенных зависимостей.

Степень нелинейности функции преобразования глубины залегания в напряженность магнитного поля исследуемым способом может

быть оценена путем определения первой производной функции  $H_Y(Y)$  по величине  $Y$ :

$$S(Y) = \frac{dH_Y(Y)}{dY}. \quad (1.3.10)$$

Постройте и проанализируйте зависимость  $S(Y)$ . При этом целесообразно использовать тот же диапазон и шаг изменения  $Y$ , что и в предыдущем случае.

Нелинейность функции преобразования в определенном интервале изменения  $Y$  от  $Y_1$  до  $Y_2$  может быть оценена путем определения погрешности замены функции  $H_Y(Y)$  линейной зависимостью  $H_n(Y)$ , описываемой уравнением прямой, проходящей через точки на кривой  $H_Y(Y)$ , соответствующие границам интервала  $Y_1$  и  $Y_2$  (рис. 1.3.4).

Уравнение прямой, проходящей через две точки, описывается известным выражением:

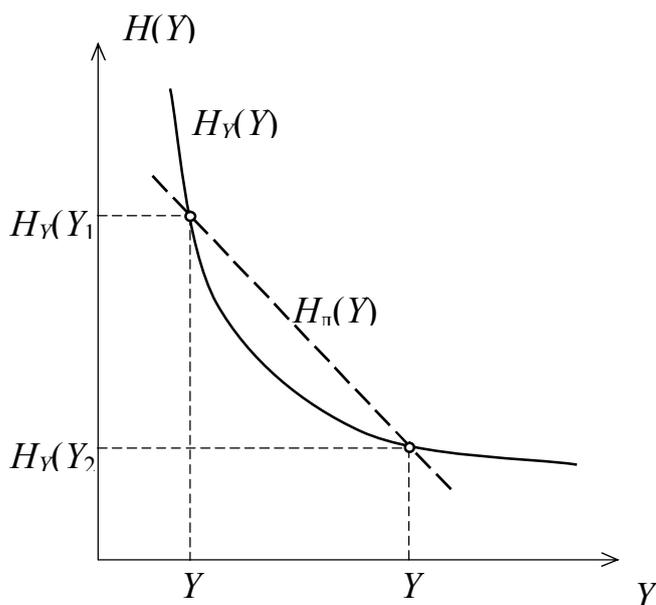


Рис. 1.3.4. Линейная аппроксимация функции преобразования  $H_Y(Y)$

$$H_n(Y) = \frac{H(Y_2) - H(Y_1)}{Y_2 - Y_1}(Y - Y_1) + H(Y_1). \quad (1.3.11)$$

Относительная погрешность  $\gamma(Y)$  замены функции  $H_Y(Y)$  ее линейной аппроксимацией  $H_n(Y)$  находится следующим образом:

$$\gamma(Y) = \frac{H_n(Y) - H_Y(Y)}{H_Y(Y)}. \quad (1.3.12)$$

Постройте зависимости  $H_Y(Y)$ ,  $H_n(Y)$ ,  $\gamma(Y)$  в интервале изменения от  $Y_1 = 0,6$  м до  $Y_2 = 0,8$  м с шагом изменения координаты  $Y$  равным  $0,01$  м (первые две зависимости целесообразно построить в одних координатных осях). Проанализируйте построенные зависимости.

1.3.5.2. Для исследования возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем измерения напряженности поля в двух точках пространства следует построить график зависимости  $\eta(Y)$  отношения значений напряженности магнитного поля в этих точках от глубины залегания источника поля, описываемой выражением (1.3.4). С целью анализа влияния на результат преобразования расстояния между точками  $\Delta Y$  в выражение (1.3.4) подставляются два значения этого расстояния  $0,5$  м и  $1$  м. При этом целесообразно использовать диапазон изменения  $Y = (0,5 \dots 2)$  м с шагом изменения координаты  $0,05$  м. Постройте также график используемой для определения координаты  $Y$  обратной зависимости  $Y(\eta)$ .

Проанализируйте характер построенных зависимостей, обращая внимание на влияние расстояния  $\Delta Y$ .

По аналогии с предыдущим разделом проанализируйте степень нелинейности функции преобразования  $\eta(Y)$ , построив зависимости первой производной функции  $\eta(Y)$  от глубины залегания  $Y$ , а также оцените погрешность замены функции  $\eta(Y)$  в ограниченном интервале изменения глубины от  $Y_1 = 0,6$  м до  $Y_2 = 0,8$  м линейной зависимостью  $\eta_n(Y)$ . Указанные зависимости строятся при используемых ранее двух значениях расстояния  $\Delta Y$   $0,5$  м и  $1$  м.

1.3.5.3. Для исследования возможности получения информации о местоположении источника магнитного поля путем определения местоположения в пространстве характерных точек координатных зависимостей пространственных составляющих этого поля с использованием программы МАТНСАД решите уравнения (1.3.7) и (1.3.8) относительно величины  $Y$ . Используя полученные решения, постройте графики зависимостей  $Y(X_m)$  и  $Y(X_0)$  глубины залегания от горизонтальных координат  $X_m$  местоположения экстремумов координатной зависимости  $H_X(X)$  горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля и  $X_0$  местоположения нулей координатной зависимости  $H_Y(X)$  вертикальной составляющей напряженности магнитного поля. Сформулируйте выводы по полученным результатам.

1.3.5.4. Для сравнительного анализа полученных в предыдущем разделе работы теоретически и при выполнении лабораторной работы

2.1 экспериментально уравнений преобразования расстояния между характерными точками координатных зависимостей пространственных составляющих напряженности магнитного поля в расстояние до источника магнитного поля постройте графики теоретических и экспериментальных зависимостей

Результаты экспериментальных исследований должны быть введены в программу MATHCAD в формате матриц с одним столбцом и числом строк, равным числу экспериментальных значений. Таким образом, должны быть заданы матрицы значений координат  $\{X\}$  и  $\{Y\}$ . Далее с использованием предусмотренной в редакторе MATHCAD операции интерполяции (раздел 1.1) задаются полученные экспериментально функциональные зависимости  $Y_e(X_m)$  и  $Y_e(X_0)$ . Графики полученных зависимостей строятся в одной координатной сетке с рассмотренными ранее теоретическими зависимостями  $Y(X_m)$  и  $Y(X_0)$ .

Проанализируйте полученные зависимости. Оцените различие экспериментальных и расчетных значений. Сформулируйте возможные причины расхождения результатов математического и физического моделирования.

## 1.4. Математическое исследование распределения электрических потенциалов на поверхности пластины с электрическим током. Сравнение результатов математических и экспериментальных исследований

### 1.4.1. Цель занятия

Знакомство с физическими основами электропотенциального преобразования. Исследование уравнения преобразования для случая пропускания постоянного электрического тока через электропроводящую пластину малой толщины. Сравнение результатов математического и физического моделирования. Оценка влияния краевого эффекта.

### 1.4.2. Программа занятия

1.4.2.1. Знакомство с математическими выражениями, описывающими зависимость разности потенциалов между двумя точками тонкой электропроводящей пластины, через которую пропускается постоянный электрический ток, от свойств пластины.

1.4.2.2. Исследование зависимости разности потенциалов между двумя точками тонкой электропроводящей пластины, через которую пропускается постоянный электрический ток, от расстояния между потенциальными электродами при фиксированном расстоянии между токовыми электродами.

1.4.2.3. Сравнительный анализ результатов математического и физического моделирования, полученных при выполнении предыдущего пункта программы и лабораторной работы 2.2.

### 1.4.3. Краткие сведения из теории

Электропотенциальное измерительное преобразование основано на зависимости распределения электрического потенциала на поверхности объекта, по которому протекает электрический ток, от свойств этого объекта.

Разность потенциалов (напряжение) между двумя точками на поверхности проводника, по которому протекает электрический ток  $I$  (рис. 1.4.1), равна интегралу по некоторому пути скалярного произведения векторов  $\vec{E}$  и элементарного перемещения  $d\vec{l}$ . Напряженность поля, таким образом, является взятым с обратным знаком градиентом скалярной величины разности потенциалов (напряжения).

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \bar{E} d\bar{l}; \quad (1.4.1)$$

$$\bar{E} = -\frac{d\varphi}{dl} = -\text{grad}(\varphi_1 - \varphi_2).$$

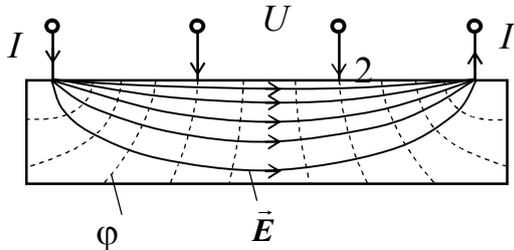


Рис. 1.4.1. Картина электрического поля при протекании постоянного электрического тока через электропроводящую пластину

Следует отметить, что разность потенциалов не зависит от выбранного пути перемещения из одной точки в другую. Поверхности, находящиеся под одним потенциалом, называются эквипотенциальными. Линии в электрическом поле, касательные ко всем точкам которых совпадают по направлению с вектором напряженности поля, называются силовыми. Силовые линии всегда ортогональны эквипотенциальным поверхностям (рис. 1.4.1). По густоте эквипотенциальных поверхностей можно судить об интенсивности и однородности электрического поля.

Плотность электрического тока  $\bar{J}$  в проводнике прямо пропорциональна напряженности электрического поля (закон Ома):

$$\bar{J} = \sigma \bar{E}, \quad (1.4.2)$$

где  $\sigma$  – удельная электрическая проводимость.

Нахождение распределения плотности электрического тока в пластине осуществляется на основе решения краевой задачи, описываемой уравнениями Максвелла и граничными условиями.

На рис. 1.4.2 представлена зависимость отношения  $a\sigma U/I$  от изменения относительной толщины электропроводящей пластины  $t/a$  для различных значений отношения  $b/a$ . Здесь  $a$  – расстояние между токовым и потенциальным электродами;  $b$  – расстояние между потенциальными электродами;  $\sigma$  – удельная электрическая проводимость материала пластины;  $t$  – толщина пластины. С использованием этой зависимости при известных значениях тока  $I$ , межэлектродных расстояний  $a$  и  $b$ , удельной электрической проводимости материала  $\sigma$  на основе измерения разности потенциалов  $U$  может быть определено значение толщины пластины  $t$ . При известных значениях межэлектродных расстояний  $a$  и  $b$ , толщины пластины  $t$ , тока  $I$  по результатам измерения разности потенциалов  $U$  может быть определено значение удельной электрической

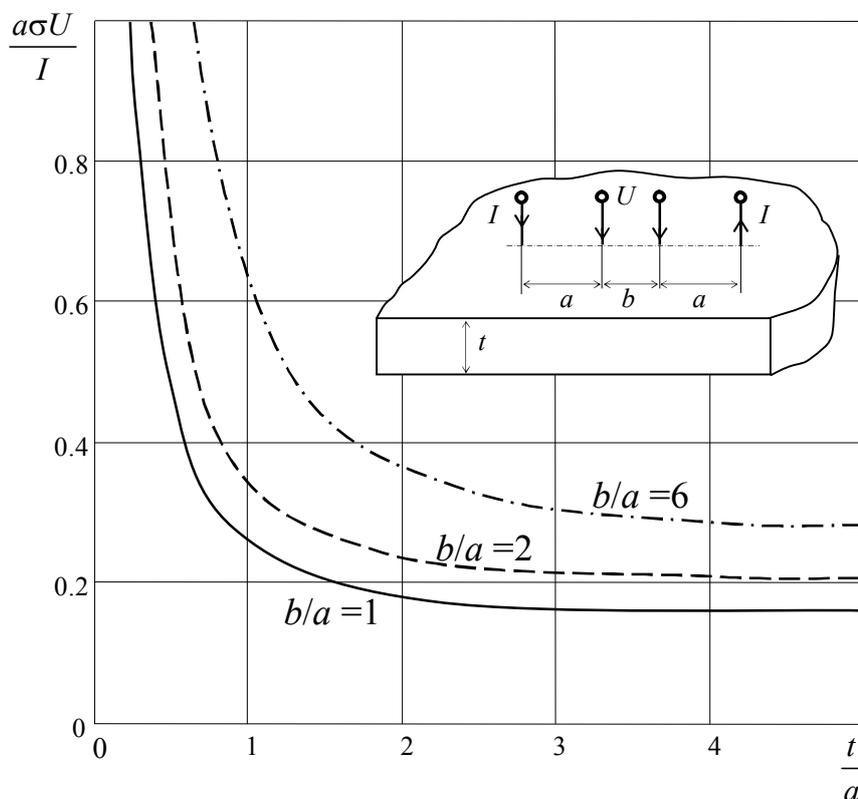


Рис. 1.4.2. Зависимость напряжения между потенциальными электродами электропотенциального измерительного преобразователя от толщины электропроводящей пластины

проводимости материала  $\sigma$ .

Для  $t/a \leq 1$  зависимости рис. 1.4.2 с погрешностью менее 10 % могут быть аппроксимированы функцией:

$$\frac{a\sigma U}{I} = \frac{a}{\pi t} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right). \quad (1.4.3)$$

Для значений  $t/a > 2$  отношение  $a\sigma U/I$  и соответственно значение разности потенциалов  $U$  (при неизменных значениях других влияющих параметров) мало зависят от изменения относительного значения толщины  $t/a$ , что обусловлено резким уменьшением плотности электрического тока в слоях пластины, удаленных от поверхности на глубину большую межэлектродных расстояний. Поэтому для получения достоверной информации о толщине и электрической проводимости материала пластины при больших значениях толщины должно быть обеспечено соответствующее увеличение межэлектродных расстояний  $a$  и  $b$ .

Здесь следует отметить, что как зависимости рис. 1.4.2, так и соотношение (1.4.3) получены для случая пластины бесконечной площади, т.е. в предположении, что края пластины находятся бесконечно далеко от точек установки электродов. В реальном же случае такое допущение можно использовать при расстоянии точек установки электродов от края пластины превышающем расстояние между токовыми электродами. Причем наибольшее отличие реальных зависимостей от теоретических имеет место при расположении линии установки электродов параллельно краю пластины.

#### 1.4.4. Контрольные вопросы

- 1.4.4.1. Почему эквипотенциальные линии и линии напряженности электрического поля всегда перпендикулярны друг другу?
- 1.4.4.2. Почему по густоте эквипотенциальных линий можно судить о напряженности электрического поля?
- 1.4.4.3. Что такое плотность тока?
- 1.4.4.4. Как влияет толщина пластины, по которой пропускается электрический ток, на картину электрического поля?
- 1.4.4.5. Зависит ли от расположения токоподводящих электродов на поверхности изделия картина электрического поля?
- 1.4.4.6. Как сказывается на картине электрического поля приближение электродов к краям пластины?
- 1.4.4.7. Почему влияние края пластины на результат преобразования больше для случая расположения линии установки электродов параллельно краю пластины по сравнению с ее расположением перпендикулярно краю?

#### 1.4.5. Методические рекомендации по выполнению программы практического занятия

1.4.5.1. Повторите материал учебного пособия [1], касающийся электропотенциального измерительного преобразования (раздел 3.3 "Электропотенциальное измерительное преобразование на постоянном токе"). Ознакомьтесь с краткими сведениями из теории, приведенными в настоящем пособии. Ответьте на контрольные вопросы.

Используя выражение (1.4.3) постройте графики зависимости разности потенциалов от толщины пластины  $U(t)$  при фиксированных значениях силы тока  $I = 3 \text{ А}$ ; удельной электрической проводимости  $\sigma = 7,5 \cdot 10^6 \frac{\text{См}}{\text{м}}$ ; расстояния между токовым и потенциальным электродом  $a = 10^{-2} \text{ м}$  и трех значениях расстояния между потенциальными электродами  $b_1 = a$ ;  $b_2 = 2a$ ;  $b_3 = 4a$ . Диапазон изменения толщины целесообразно выбрать  $t = (0,1 \cdot 10^{-3} \dots 1 \cdot 10^{-3}) \text{ м}$  с шагом изменения  $0,01 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Используя выражение (1.4.3) постройте графики зависимости разности потенциалов от удельной электрической проводимости пластины  $U(\sigma)$  при фиксированных значениях силы тока  $I = 3 \text{ А}$ ; толщины пластины  $t = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; расстояния между токовым и потенциальным электродом  $a = 10^{-2} \text{ м}$  и трех значениях расстояния между потенциальными электродами  $b_1 = a$ ;  $b_2 = 2a$ ;  $b_3 = 4a$ . Диапазон изменения удельной электрической проводимости в этом случае целесообразно выбрать  $\sigma = (1 \cdot 10^6 \dots 10 \cdot 10^6) \frac{\text{См}}{\text{м}}$  с шагом изменения  $0,1 \cdot 10^6 \frac{\text{См}}{\text{м}}$ .

Проанализируйте построенные графики. Дайте им физическое толкование.

1.4.5.2. Аналитическое исследование зависимости разности потенциалов между двумя точками тонкой электропроводящей пластины, через которую пропускается постоянный электрический ток, от расстояния между потенциальными электродами при фиксированном расстоянии между токовыми электродами осуществляется при тех же геометрических и электрических параметрах, что и в случае физического моделирования, осуществляемого при выполнении лабораторной работы 2.2 (рис. 1.4.3).

Нетрудно заметить, что в используемой на рис. 1.4.3 системе координат расстояние между потенциальными электродами  $a = 2x$ , а рас-

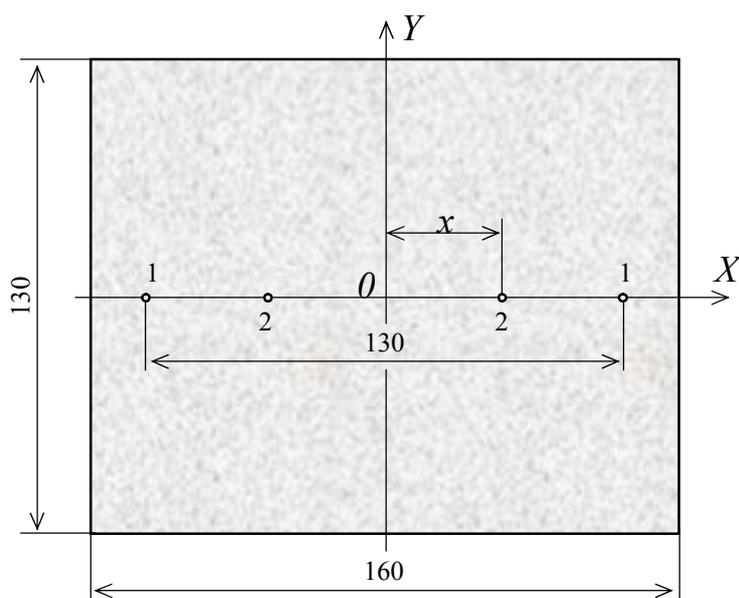


Рис. 1.4.3. Объект исследования: толщина  $t = 0,3 \cdot 10^{-3}$  м; удельная электрическая проводимость  $\sigma = 7,5 \cdot 10^6 \frac{\text{См}}{\text{м}}$ ; сила тока  $I = 3$  А; 1-1 – токовые электроды; 2-2 – потенциальные электроды

стояние между потенциальным и токовым электродом  $b = 65 \cdot 10^{-3} - x$ . Поскольку линия нулевого электрического потенциала совпадает с осью  $OY$ , то разность потенциалов (напряжение) между потенциальными электродами равно удвоенному потенциалу одного из электродов:  $U = 2 \varphi_2$ . Соответственно  $\varphi_2 = \frac{1}{2}U$ .

В результате несложных преобразований (1.4.3) с учетом приведенных выше соотношений получаем выражение, описывающее зависимость потенциала точек пластины, лежащих на оси  $OX$ , от координаты  $x$ :

$$\varphi(x) = \frac{I}{2\pi\sigma t} \ln\left(\frac{65 \cdot 10^{-3} + x}{65 \cdot 10^{-3} - x}\right). \quad (1.4.4)$$

Постройте график распределения потенциала  $\varphi(x)$  вдоль оси  $OX$ , а также графики распределения значений напряженности электрического поля  $E(x) = -\frac{d\varphi(x)}{dx}$  и плотности электрического тока  $J(x) = \sigma E(x)$ .

Все графики строятся для диапазона изменения  $x = (-60 \cdot 10^{-3} \dots 60 \cdot 10^{-3})$  м с шагом изменения  $0,1 \cdot 10^{-3}$  м.

Проанализируйте полученные зависимости. Дайте им физическое толкование.

1.4.5.3. Для сравнительного анализа результатов математического и физического моделирования, полученных при выполнении предыдущего пункта программы и лабораторной работы 2.2 результаты экспериментальных исследований должны быть введены в программу MATCAD в формате матриц значений координаты  $\{X\}$  и потенциала  $\{\Phi\}$  с одним столбцом и числом строк, равным числу экспериментальных значений. Далее с использованием предусмотренной в редакторе MATCAD операции интерполяции (раздел 1.1) задается полученная экспериментально функциональная зависимость  $\varphi_e(x)$  электрического потенциала на оси  $Ox$  от координаты  $x$ . График полученной зависимости строится в одной координатной сетке с рассмотренной ранее теоретической зависимостью  $\varphi(x)$ .

Проанализируйте полученные зависимости. Оцените различие экспериментальных и расчетных значений, обусловленное влиянием краевого эффекта. Подберите поправочный множитель, позволяющий при подстановке его в выражение (1.4.3) использовать это выражение для случая пластины ограниченных размеров.

## **1.5. Представление функциональных зависимостей физических величин с помощью годографов. Годографы вносимого напряжения вихретокового преобразователя. Сравнение результатов математического и экспериментального исследований**

### 1.5.1. Цель занятия

Знакомство с физическими основами измерительного преобразования в поле вихревых токов. Знакомство со способом представления результатов измерительного преобразования с помощью годографов и приобретение навыков их практического использования для исследования измерительных преобразований.

### 1.5.2. ПРОГРАММА ЗАНЯТИЯ

1.5.2.1. Знакомство с физическими основами измерительных преобразований в поле вихревых токов, основными терминами и определениями.

1.5.2.2. Знакомство с годографами вносимого напряжения вихретокового преобразователя с различными электропроводящими объектами.

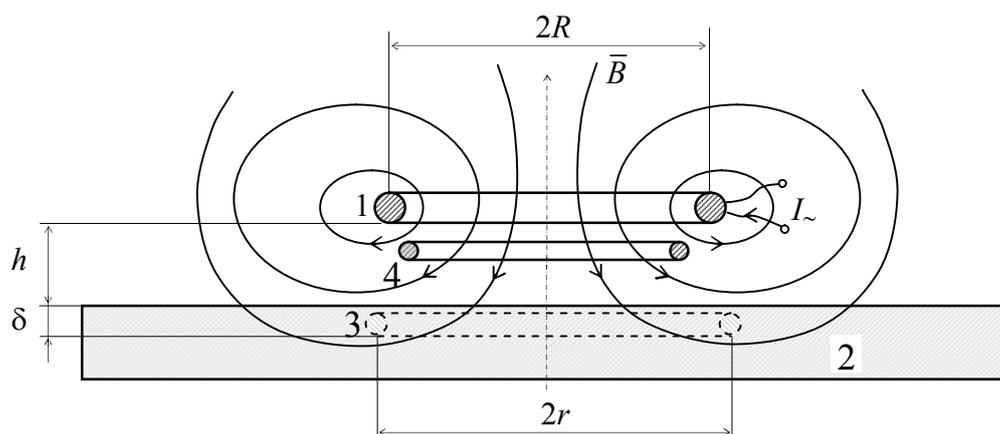
1.5.2.3. Построение с использованием годографов вносимого напряжения вихретокового преобразователя зависимостей параметров вносимого напряжения вихретокового преобразователя от основных влияющих параметров электропроводящего объекта.

1.5.2.4. Построение с использованием полученных при выполнении лабораторной работы экспериментальных результатов годографов вносимого напряжения вихретокового преобразователя от изменения влияющих параметров электропроводящего объекта. Сравнительный анализ результатов математического и физического моделирования.

### 1.5.3. Краткие сведения из теории

Годограф (от греч. *hodos* – путь, движение и *grapho* – пишу) – кривая, представляющая собой геометрическое место концов переменного вектора, значения которого в разные моменты времени отложены от общего начала. Понятие "годограф" было введено английским ученым У. Гамильтоном. Годограф дает наглядное геометрическое представление о том, как изменяется при изменении какого-либо влияющего параметра (например, времени) физическая величина, изображаемая переменным вектором, и о скорости этого изменения. В частности, с помощью годографов удобно представлять результаты измерительного преобразования в полях вихревых токов.

Измерительные преобразования в полях вихревых токов (вихретоковые измерительные преобразования) основаны на возбуждении в электропроводящих объектах переменным магнитным полем вихревых токов и зависимости параметров этих токов от свойств объекта.



1.5.1. Пример реализации вихретокового измерительного преобразования: 1 – обмотка с током; 2 – электропроводящая пластина; 3 – контур вихревого тока; 4 – измерительная обмотка;

В качестве источника переменного магнитного поля в большинстве случаев используется обмотка с переменным электрическим током (*обмотка возбуждения, ток возбуждения*). Если такую обмотку поместить вблизи электропроводящего объекта, например пластины (рис. 1.5.1), то магнитное поле обмотки будет создавать в объекте переменный (изменяющийся во времени) магнитный поток. В соответствии с законом электромагнитной индукции изменяющийся во времени магнитный поток создает вихревое электрическое поле. Наличие электрического поля в электропроводящей среде приводит к появлению электрического тока. Этот электрический ток совпадает по направлению с линиями напряженности индуцируемого электрического поля и соответственно имеет также вихревой характер. Вихревые токи замыкаются непосредственно в электропроводящем объекте, образуя вихреобразные контуры, сцепляющиеся с индуктирующим их магнитным потоком.

Вихревые токи имеют собственное магнитное поле. Согласно закону Лоренца переменное магнитное поле вихревых токов стремится противодействовать изменениям магнитного потока, индуктирующего вихревые токи. В пластине магнитное поле вихревых токов и возбуждающее магнитное поле имеют противоположное направление, вследствие чего результирующее магнитное поле достаточно резко затухает по глубине. Для приближенной оценки глубины  $\delta$  проникновения электромагнитного поля в объект используется формула:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}}, \quad (1.5.1)$$

где  $\omega$  – круговая частота тока возбуждения;  $\mu$  – абсолютная магнитная проницаемость материала;  $\sigma$  – удельная электрическая проводимость материала.

Величина  $\delta$  соответствует затуханию напряженности магнитного поля в  $e$  раз по сравнению со значением напряженности магнитного поля на поверхности объекта.

Таким образом, плотность вихревых токов максимальна на поверхности объекта. При этом протекающие на поверхности и вблизи ее токи характеризуются неравномерным радиальным распределением плотности. Плотность вихревых токов максимальна для контуров, радиус  $r$  которых при отсутствии зазора между обмоткой и поверхностью объекта ( $h = 0$ ) равен радиусу обмотки  $R$ . С увеличением зазора радиус контура максимальной плотности  $r_m$  несколько возрастает.

Параметры вихревых токов – амплитуда, фаза, пространственное распределение зависят от геометрических размеров, формы и структур-

ных особенностей электропроводящего объекта, электромагнитных характеристик материала, взаиморасположения объекта и источника возбуждающего магнитного поля, частоты и амплитуды тока возбуждения.

Измерительная информация о параметрах вихревых токов может быть получена путем измерения характеристик их магнитного поля с помощью дополнительной измерительной обмотки (*трансформаторное* или *взаимоиндуктивное* измерительное преобразование), либо с помощью той же обмотки, что используется для возбуждения магнитного поля (*параметрическое* или *индуктивное* измерительное преобразование).

В случае трансформаторного преобразования (рис. 1.5.1) выходным электрическим сигналом, отражающим свойства электропроводящего объекта, является комплексное электрическое напряжение  $\dot{U}$  измерительной обмотки. В случае параметрического преобразования электрическим сигналом, отражающим свойства электропроводящего объекта, является комплексное электрическое сопротивление  $\dot{Z}$  обмотки индуктивности (далее не рассматривается).

Очевидно, что напряжение измерительной обмотки при трансформаторном преобразовании  $\dot{U}$  обусловлено не только магнитным полем вихревых токов, но и непосредственно возбуждающим магнитным полем обмотки возбуждения. Составляющая напряжения измерительной обмотки, обусловленная непосредственным действием возбуждающего магнитного поля, называется *начальным* напряжением вихретокового преобразователя  $\dot{U}_0$ . Составляющая напряжения измерительной обмотки, обусловленная действием магнитного поля вихревых токов, называется *вносимым напряжением* вихретокового преобразователя  $\dot{U}_{\text{вн}}$ . Таким образом:

$$\dot{U} = \dot{U}_0 + \dot{U}_{\text{вн}}. \quad (1.5.2)$$

Отсчет сдвига фаз комплексных напряжений осуществляется от фазы тока возбуждения. Таким образом, вектор тока возбуждения на комплексной плоскости совпадает по направлению с действительной осью. Направление вектора начального напряжения  $\dot{U}_0$  на комплексной плоскости для идеального трансформаторного вихретокового преобразователя и большинства реальных преобразователей совпадает с направлением мнимой оси.

Информативными параметрами выходного сигнала трансформаторного вихретокового преобразователя, отражающими свойства электропроводящего объекта и подлежащими измерению при реализации

вихретокового измерительного преобразования, являются параметры  $\dot{U}_{\text{вн}}$  (его активная и реактивная составляющие или амплитуда и фаза).

Для исключения влияния на результат трансформаторного преобразования амплитуды тока возбуждения величину  $\dot{U}_{\text{вн}}$  нормируют по начальному напряжению:

$$\dot{U}_{\text{вн}}^* = \frac{\dot{U}_{\text{вн}}}{|\dot{U}_0|} \operatorname{Re} \frac{\dot{U}_{\text{вн}}}{|\dot{U}_0|} + j \operatorname{Im} \frac{\dot{U}_{\text{вн}}}{|\dot{U}_0|} = \operatorname{Re} \dot{U}_{\text{вн}}^* + j \operatorname{Im} \dot{U}_{\text{вн}}^*, \quad (1.5.3)$$

где  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$  – относительное вносимое напряжение.

Реакцию трансформаторного вихретокового преобразователя на возбуждаемые в электропроводящем объекте вихревые токи изображают на комплексной плоскости  $\operatorname{Im} \dot{U}_{\text{вн}}^* - \operatorname{Re} \dot{U}_{\text{вн}}^*$  точкой, координаты которой соответствуют координатам конца вектора  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ , а проекции на оси координат – действительной  $\operatorname{Re} \dot{U}_{\text{вн}}^*$  и мнимой  $\operatorname{Im} \dot{U}_{\text{вн}}^*$  составляющим относительного вносимого напряжения.

В случае необходимости комплексные составляющие относительного вносимого напряжения могут быть преобразованы в его амплитуду  $U_m^*$  и фазу  $\varphi$ :

$$U_m^* = \sqrt{(\operatorname{Im} \dot{U}_{\text{вн}}^*)^2 + (\operatorname{Re} \dot{U}_{\text{вн}}^*)^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \dot{U}_{\text{вн}}^*}{\operatorname{Re} \dot{U}_{\text{вн}}^*}. \quad (1.5.4)$$

Зависимость комплексных составляющих относительного вносимого напряжения от геометрических и электромагнитных параметров проводящего объекта наиболее удобно представлять с помощью годографов.

*Годограф относительного вносимого напряжения* – линия на комплексной плоскости, вычерчиваемая концом вектора относительного вносимого напряжения при изменении какого-либо геометрического или электромагнитного параметра проводящего объекта, либо частоты тока возбуждения.

Годографы вносимого напряжения позволяют получить информацию о значениях параметров вносимого напряжения (активной и реактивной составляющих или амплитуде и фазе) при конкретных значениях электромагнитных и геометрических параметров электропроводящего объекта, характере зависимости вносимого напряжения от этих влияющих параметров (функции преобразования), выбрать оптимальные режимы возбуждения магнитного поля и значения конструктивных параметров вихретокового преобразователя.

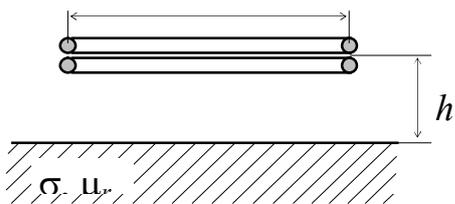
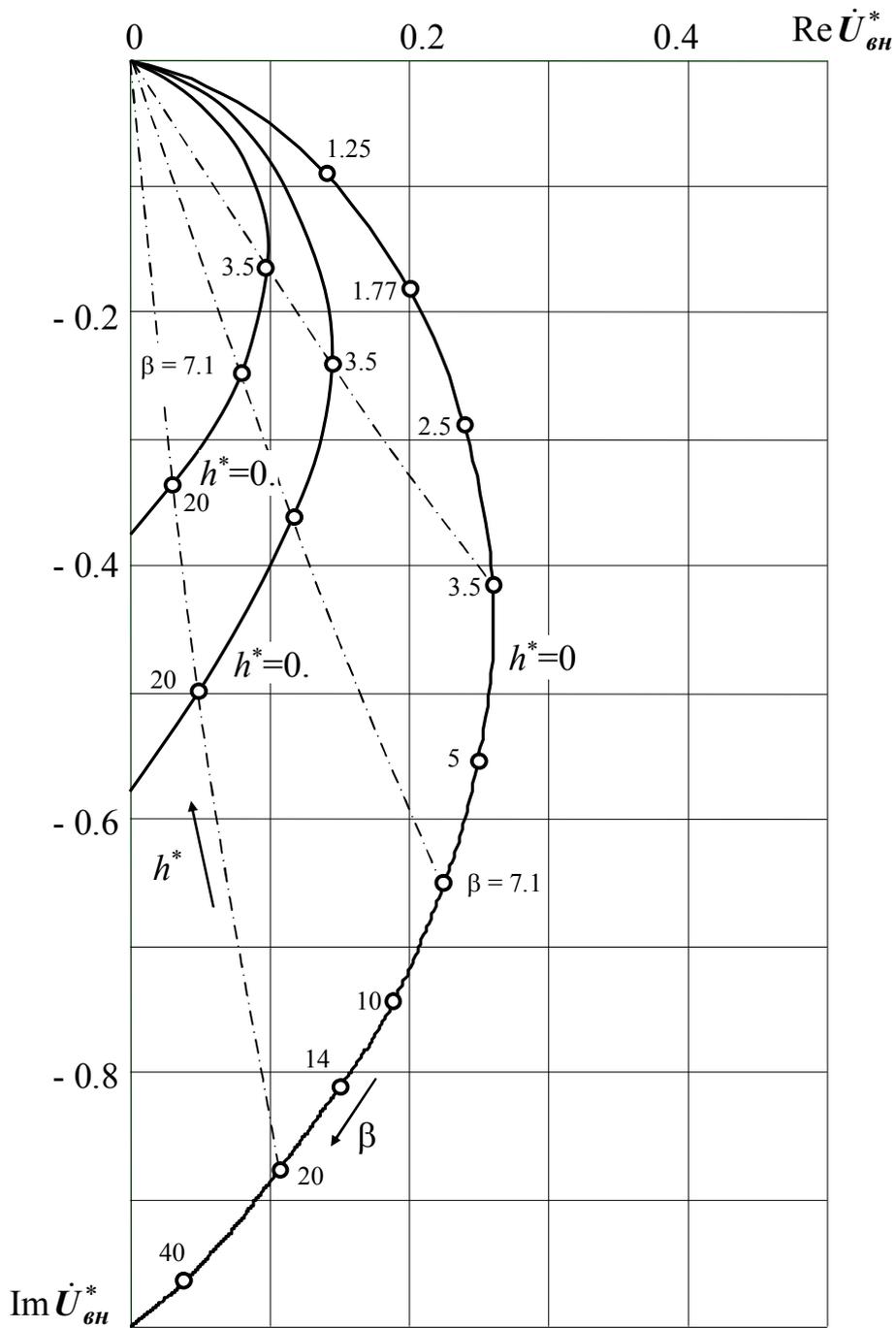


Рис. 1.5.2. Годографы относительно-носимого напряжения вихретокового преобразователя над немагнитным электропроводящим полупространством от изменения обобщенного параметра  $\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$  и зазора  $h^* = h/R$

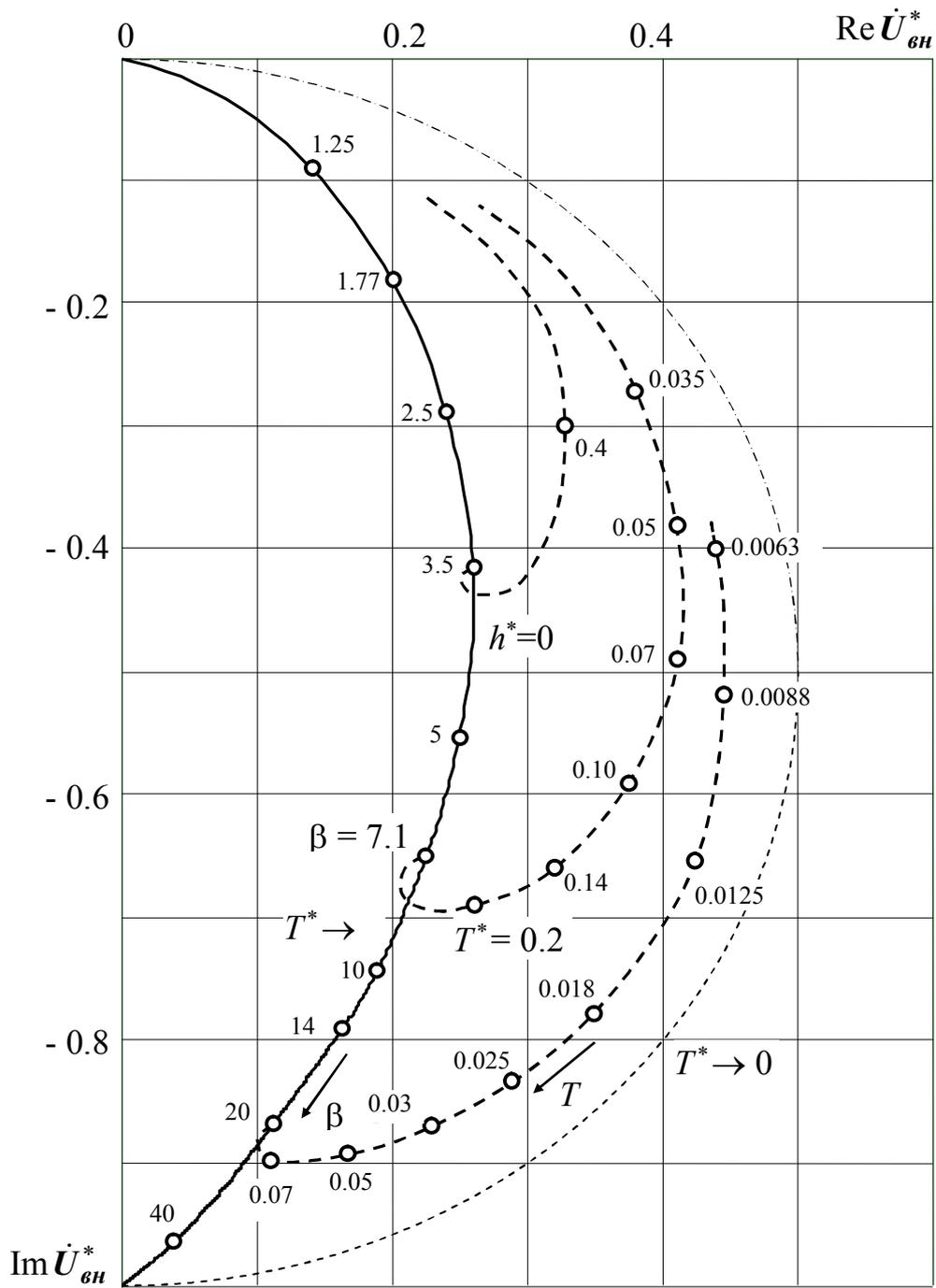


Рис. 1.5.3. Годографы относительного вносимого напряжения вихрекового преобразователя над немагнитной электропроводящей пластиной от изменения обобщенного параметра  $\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$  и толщины  $T^* = T/R$

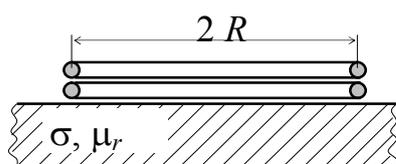
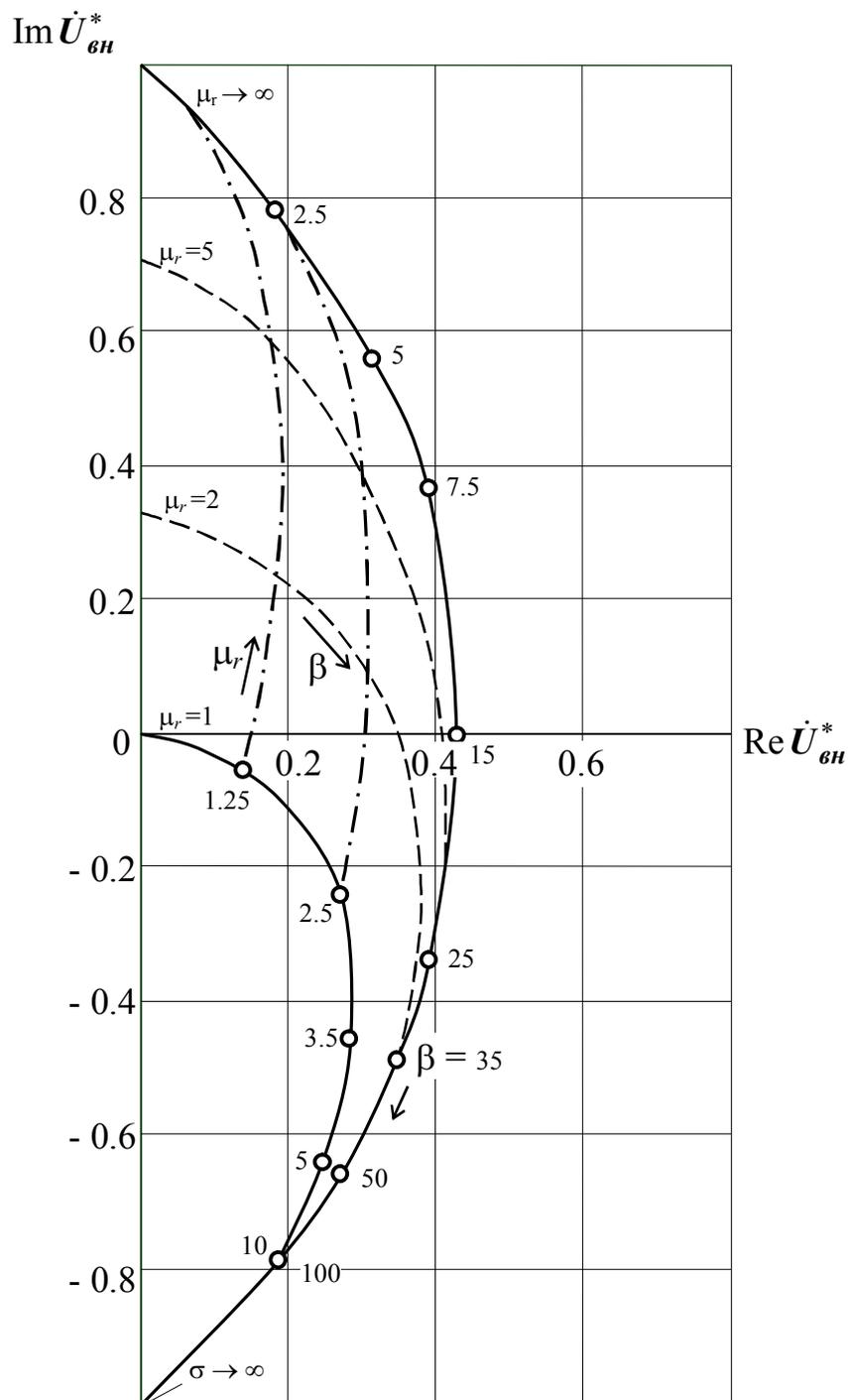


Рис. 1.5.4. Годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя над ферромагнитным электропроводящим полупространством:  $\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$

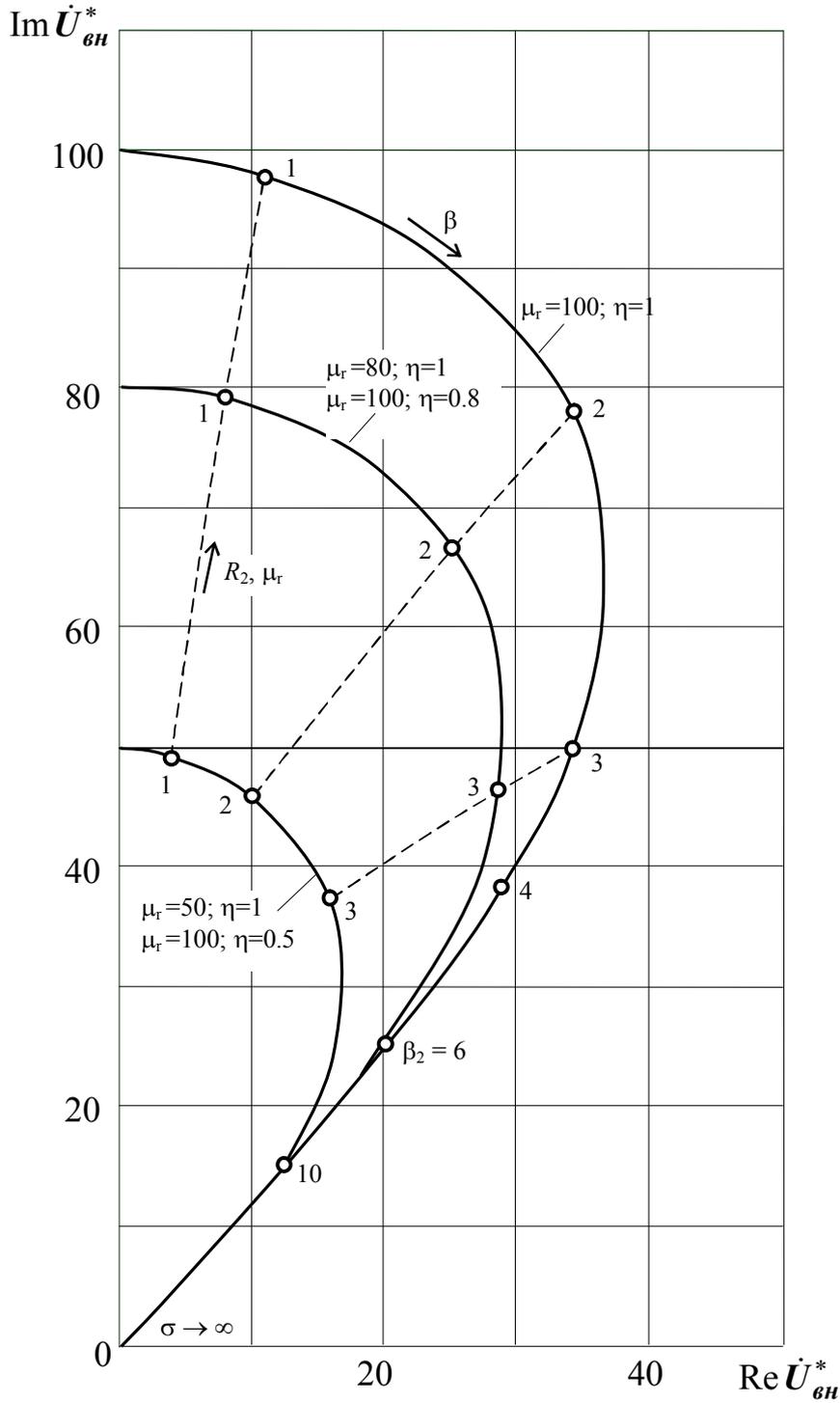
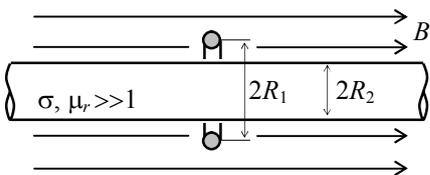


Рис. 1.5.5. Годографы относительного вносимого напряжения вихрекового преобразователя с ферромагнитным цилиндром в однородном магнитном поле:



$$\eta = \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2; \quad \beta_{\bar{2}} = R_2 \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$$

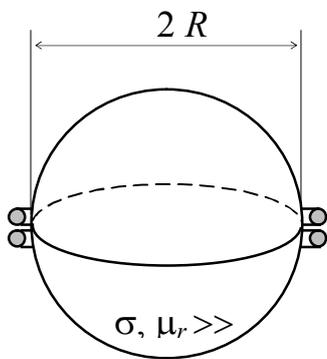
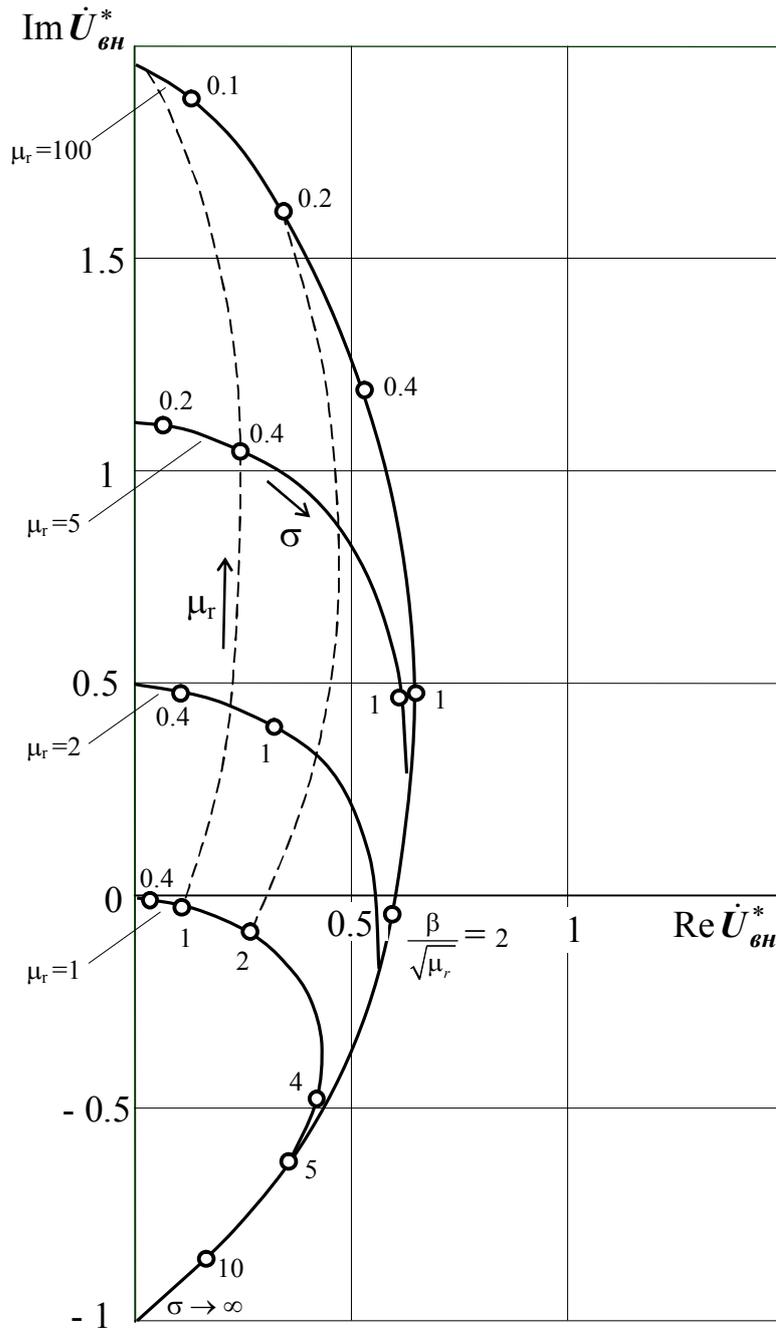
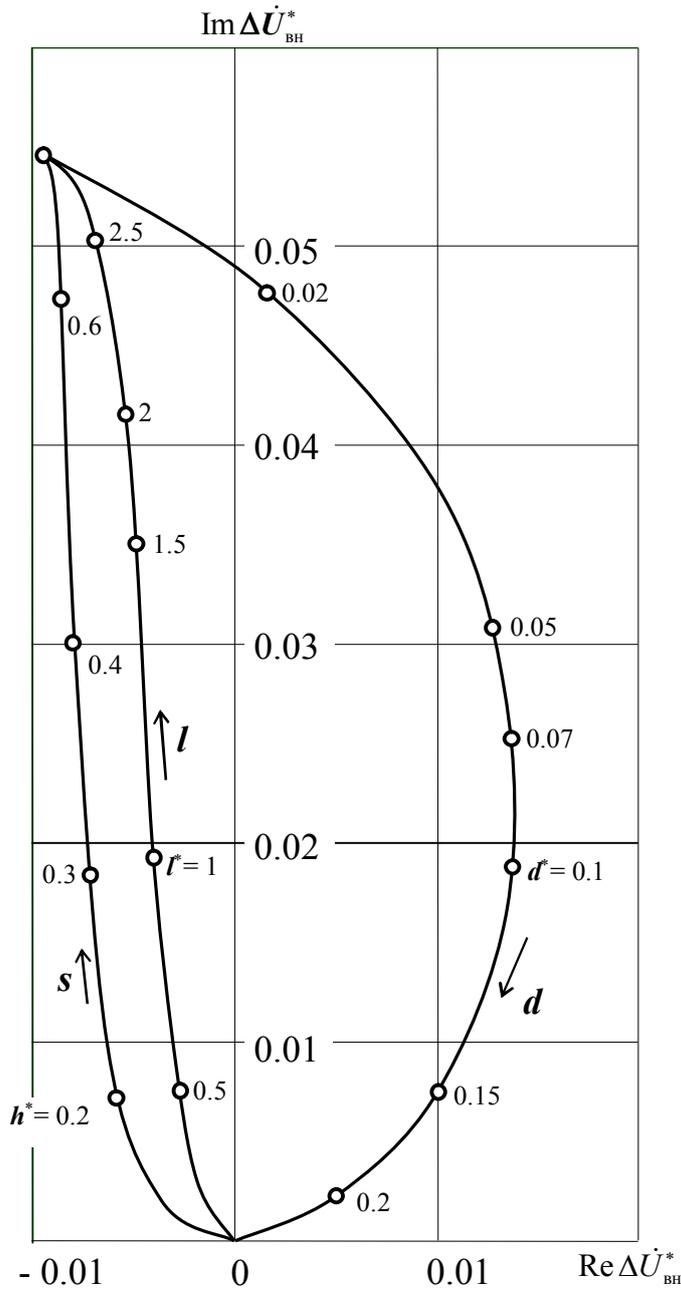


Рис. 1.5.6. Годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя с ферромагнитным электропроводящим шаром:

$$\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$$



$$h = 0.75R;$$

$$l^* = \frac{l}{2R};$$

$$d^* = \frac{d}{2R};$$

$$s^* = \frac{d}{2R}$$

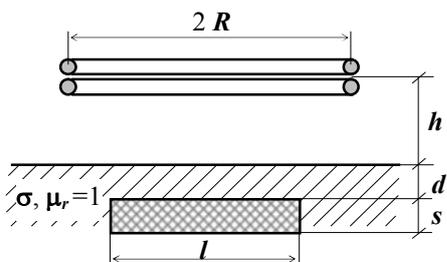


Рис. 1.5.7. Годографы приращения относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя от изменения глубины, длины и глубины залегания плоского дефекта в поверхностном слое немагнитного полупространства:  $\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0} = 3$

На рис. 1.5.2 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя, расположенного над электропроводящим немагнитным полупространством (листом либо пластиной, толщина которой значительно превосходит глубину проникновения электромагнитного поля) от изменения удельной электрической проводимости материала  $\sigma$ , частоты тока возбуждения  $\omega$ , зазора  $h$  между обмотками и поверхностью объекта. При этом принималось, что обмотка возбуждения и измерительная обмотка имеют одинаковый радиус  $R$ , малое поперечное сечение и расположены настолько близко друг к другу, что можно считать расстояние от них до поверхности объекта одинаковым.

Поскольку ряд влияющих параметров оказывает одинаковое влияние на величину  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$ , то это дает возможность объединить их в один обобщенный параметр  $\beta = R\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$ . Годографы от изменения  $\beta$  для разных значений зазора  $h$  показаны на рисунке сплошными линиями, а годографы от изменения зазора  $h$  для разных значений  $\beta$  – штрихпунктирными линиями.

На рис. 1.5.3 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя, имеющего такие же, как и в предыдущем случае обмотки и расположенного над электропроводящей немагнитной пластиной (листом) от изменения толщины пластины  $T$ . Зазор  $h$  между обмотками и поверхностью объекта принимался равным нулю. Сплошной линией показан годограф от изменения обобщенного параметра  $\beta$  для предельного случая  $T \rightarrow \infty$ , а штрихпунктирной – для случая  $T \rightarrow 0$ . Годографы от изменения  $T$  в интервале  $0 \dots \infty$ , показаны на рисунке пунктирными линиями.

На рис. 1.5.4 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя, расположенного над электропроводящим ферромагнитным полупространством, от изменения удельной электрической проводимости материала  $\sigma$ , частоты тока возбуждения  $\omega$ , магнитной проницаемости материала  $\mu_r$ . Сплошными линиями показаны годографы для предельных случаев  $\mu_r=1$  (немагнитный материал) и  $\mu_r \rightarrow \infty$  (материал с сильно выраженными магнитными свойствами). Годографы от изменения  $\mu_r$  в интервале  $1 \dots \infty$ , показаны на рисунке штрихпунктирными линиями.

На рис. 1.5.5 показаны годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя с круглым ферромагнитным цилиндром от изменения удельной электрической проводимости материала  $\sigma$ , частоты тока возбуждения  $\omega$ , относительной магнитной прони-

цаемости материала  $\mu_r$ , радиуса цилиндра  $R_2$ . Принималось, что возбуждающее магнитное поле является однородным (такое поле создается, в частности, внутри соленоида) и направлено вдоль оси цилиндра, а измерительная обмотка радиуса  $R_1$  охватывает цилиндр.

Годографы от изменения обобщенного параметра  $\beta = R_2 \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$  для различных значений относительной магнитной проницаемости материала  $\mu_r$  и радиуса измерительной обмотки показаны сплошными линиями, а годографы от изменения магнитной проницаемости и радиуса цилиндра – пунктирными.

На рис. 1.5.6 представлены годографы относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя с ферромагнитным шаром от изменения удельной электрической проводимости материала  $\sigma$ , частоты тока возбуждения  $\omega$ , относительной магнитной проницаемости материала  $\mu_r$ , радиуса шара  $R$ . Принималось, что радиусы обмотки возбуждения и измерительной обмотки равны радиусу шара  $R$ , имеют малое поперечное сечение и расположены вплотную друг к другу и поверхности шара.

Годографы от изменения обобщенного параметра  $\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$  для различных значений относительной магнитной проницаемости материала  $\mu_r$  показаны сплошными линиями, а годографы от изменения магнитной проницаемости – пунктирными.

На рис. 1.5.7 показаны годографы приращения относительного вносимого напряжения  $\Delta \dot{U}_{\text{вн}}^*$  от изменения глубины  $s$ , длины  $l$  и глубины залегания  $d$  плоского прямоугольного дефекта (непроводящего включения) в поверхностном слое немагнитного полупространства (пластины, толщина которой значительно превосходит глубину проникновения электромагнитного поля). Принималось, что радиусы обмотки возбуждения и измерительной обмотки имеют одинаковый радиус  $R$ , малое поперечное сечение и расположены вплотную друг к другу непосредственно над дефектом на расстоянии  $h = 0.75R$  от поверхности пластины. Значение обобщенного параметра  $\beta = R \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$  принималось равным трем.

#### 1.5.4. Контрольные вопросы

1.5.4.1. В чем заключается причина возникновения и каков характер пространственного распределения вихревых токов в электропроводящем объекте, находящемся в переменном магнитном поле?

1.5.4.2. Каков характер зависимости амплитуды, фазы и пространственного распределения вихревых токов от частоты тока возбуждения,

взаимного расположения обмотки и электропроводящего объекта, электромагнитных параметров материала объекта и особенностей его структуры?

1.5.4.3. Что такое начальное и вносимое напряжения трансформаторного вихретокового измерительного преобразователя? Что такое годографы вносимого напряжения?

1.5.4.4. Какими физическими параметрами определяется относительное вносимое напряжение вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с плоским электропроводящим объектом? Каков характер зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от этих параметров?

1.5.4.5. Какими физическими параметрами определяется относительное вносимое напряжение вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с протяженным цилиндрическим электропроводящим объектом? Каков характер зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от этих параметров?

1.5.4.6. Какими физическими параметрами определяется относительное вносимое напряжение вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с локальным электропроводящим объектом? Каков характер зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от этих параметров?

1.5.4.7. Какова зависимость относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя при взаимодействии его магнитного поля с электропроводящим объектом от дефектов поверхностного слоя объекта?

1.5.4.8. Для решения каких измерительных задач может быть использовано вихретоковое измерительное преобразование?

#### 1.5.5. Методические рекомендации по выполнению программы практического занятия

1.5.5.1. Повторите материал учебного пособия [1], касающийся измерительных преобразований в полях вихревых токов (раздел 5 "Измерительные преобразования в полях вихревых токов"). Ознакомьтесь с краткими сведениями из теории, приведенными в настоящем пособии. Ответьте на контрольные вопросы.

1.5.5.2. Ознакомьтесь с годографами относительного вносимого напряжения вихретокового преобразователя для различных вариантов взаимодействия вихретокового преобразователя с электропроводящими объектами (рис. 1.5.2 ÷ 1.5.7).

1.5.3. Для определения амплитуды и фазы относительного напряжения вихретокового преобразователя, прежде всего определяется

значение обобщенного параметра  $\beta$ , соответствующее заданным параметрам объекта и преобразователя (частоты тока возбуждения, удельной электрической проводимости материала, радиуса обмотки возбуждения либо поперечного сечения объекта). Далее для полученного значения обобщенного параметра и заданных значений влияющих параметров (зазора, магнитной проницаемости, толщины, коэффициента заполнения, параметров дефекта) находят соответствующую точку на комплексной плоскости с координатами равными действительной  $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  и мнимой  $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  составляющим относительного вносимого напряжения. Амплитуду и фазу относительного вносимого напряжения определяют с использованием выражений (1.5.4).

Для определения зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от какого-либо влияющего параметра с использованием годографов находят значения действительной  $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  и мнимой  $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  составляющих относительного вносимого напряжения, соответствующих отмеченным на соответствующем годографе точкам. Значения влияющего параметра и соответствующие им значения  $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  и  $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  вводятся в программу MATHCAD в виде матриц, имеющих один столбец и число строк равное числу дискретных значений влияющего параметра. С использованием предусмотренной в редакторе MATHCAD операции интерполяции (раздел 1.1 настоящего пособия) массивы дискретных значений влияющего параметра и комплексных составляющих относительного вносимого напряжения преобразуются в непрерывные функциональные зависимости величин  $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  и  $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  от влияющего параметра. Далее строятся графики зависимостей комплексных составляющих  $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  и  $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ , а также амплитуды и фазы  $\dot{U}_{\text{м}}^*$  и  $\varphi$  относительного вносимого напряжения от влияющего параметра.

Проанализируйте полученные зависимости. Дайте им физическое толкование. Сформулируйте выводы.

1.5.4. Для сравнительного анализа результатов математического и физического моделирования вихретокового преобразования результаты экспериментальных исследований вводятся в программу MATHCAD в формате матриц с одним столбцом и числом строк, равным числу экспериментальных значений. Для построения экспериментального годографа от изменения какого-либо влияющего параметра вводятся матрицы значений этого параметра, а также соответствующих им значений комплексных составляющих  $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  и  $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$ . По аналогии с предыдущим разделом занятия массивы дискретных значений влияющей и из-

меряемых величин с помощью операции интерполяции преобразуются в непрерывные функциональные зависимости величин  $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  и  $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  от влияющего параметра. Далее с использованием опции программы MATHCAD построения графика функции одной переменной строятся экспериментальные годографы относительного вносимого напряжения от изменения влияющего параметра (величина  $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  откладывается по горизонтальной оси, а величина  $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^*$  – по вертикальной).

Проанализируйте полученные экспериментальные зависимости. Оцените различие экспериментальных и расчетных значений. Сформулируйте возможные причины расхождения результатов математического и физического моделирования.

## **1.6. Моделирование измерительных преобразований с помощью прикладных компьютерных программ**

### **1.6.1. Цель занятия**

Приобретение опыта использования для математического моделирования измерительных преобразований прикладных компьютерных программ.

### **1.6.2. Программа занятия**

1.6.2.1. Знакомство с прикладной компьютерной программой LW Version 1.0 моделирования измерительных преобразований в поле вихревых токов.

1.6.2.2. Использование программы LW Version 1.0 для определения местоположения на комплексной плоскости проходного вихретокового преобразователя с немагнитным цилиндром местоположения конца вектора относительного вносимого напряжения при заданных значениях параметров цилиндра и частоты магнитного поля.

1.6.2.3. Определение с использованием программы LW Version 1.0 годографа относительного вносимого напряжения от изменения одного из влияющих параметров в заданном диапазоне.

1.6.2.4. Определение с использованием программы LW Version 1.0 области изменения относительного вносимого напряжения от изменения двух влияющих параметров в заданных пределах.

1.6.2.5. Построение с использованием программы LW Version 1.0 графиков зависимостей амплитуды, фазы, действительной и мнимой составляющих относительного вносимого напряжения от изменения заданного влияющего параметра.

1.6.2.6. Определение с использованием программы LW Version 1.0 на комплексной плоскости вихретокового преобразователя направления отстройки от влияния одного из влияющих параметров.

### 1.6.3. О программе LW Version 1.0

#### 1.6.3.1. Введение

В курсе "Физические основы получения информации" для закрепления теоретических знаний используются лабораторные работы. Основная их цель – физическое моделирование измерительных преобразований в различных физических полях, анализ результатов этих преобразований с точки зрения применимости для решения конкретных измерительных задач, анализ адекватности теоретических моделей экспериментальным данным, приобретение навыков самостоятельного проведения физических экспериментов. Физическое моделирование позволяет путем изменения параметров объекта исследовать их влияние на результат измерительного преобразования. Однако диапазон изменения параметров объекта и варианты взаимодействия физических полей с объектом ограничены. Кроме того, в некоторых случаях недостаточная наглядность результатов мешает лучшему пониманию сути эксперимента.

Применение математического моделирования с использованием ЭВМ в дополнение к физическому моделированию позволяет лучше усвоить теоретический материал и обойти указанные ограничения. Для углубленного изучения измерительных преобразований в полях вихревых токов требуется исследовать большой набор вариантов взаимодействий. При этом требуется изменение частоты тока возбуждения в диапазоне от единиц Гц до десятков МГц, удельной электрической проводимости от долей МСм/м до десятков МСм/м, относительной магнитной проницаемости от единиц до нескольких тысяч при всевозможных сочетаниях формы и размеров обмоток ВТП и объектов контроля. Понятно, что физическая реализация данных требований практически неосуществима ни с технической, ни со стоимостной точек зрения. Моделируя работу вихретокового преобразователя на ЭВМ можно изменять значения параметров объекта в любых пределах и представлять результаты в наиболее наглядном виде.

Для математического моделирования измерительных преобразований в полях вихревых токов требуется использование решений уравнений Максвелла для случая взаимодействия переменного магнитного поля ВТП с различными электропроводящими объектами. Имеющиеся решения получены с использованием достаточно сложного математического аппарата и представлены в справочной литературе громоздкими

формулами, применение которых требует высокой математической квалификации пользователя и существенных временных затрат. Данные недостатки могут быть устранены использованием для математического моделирования специальных прикладных компьютерных программ, не требующих от пользователя специальных знаний. Одна из таких программ была разработана на кафедре ИИТ на основе языка программирования Visual C<sup>++</sup> и использована в данной работе.

#### 1.6.3.2. Основные сведения для пользования программой

Для исследования измерительных преобразований используется специальная программа, моделирующая взаимодействие переменного магнитного поля проходного ВТП с немагнитным проводящим цилиндром.

Программа позволяет:

- по значениям параметров цилиндра и тока возбуждения получить комплексное значение вносимого напряжения и отобразить ее в виде точки на комплексной плоскости;
- построить годограф изменения вносимого напряжения при изменении различных параметров контроля;
- определить оптимальное направление отстройки от влияния изменения одного из параметров контроля при изменении другого;
- определить зависимости амплитуды, фазы, действительной и мнимой составляющих выходного сигнала от одного из изменяемых параметров

В процессе работы на экране отображаются:

- панель "параметры";
- панель "изменяемые параметры";
- панель "амплитудно-фазовая отстройка";
- панель "внешний вид";
- окно "графики";
- комплексная плоскость;
- строка состояния

Панель "параметры" позволяет вводить и изменять значения любых влияющих параметров. Для этого необходимо активизировать поле ввода необходимого параметра мышью или клавишей TAB, набрать необходимое значение и нажать клавишу ENTER. Для изменения значения на единицу можно нажать соответствующую "стрелку" мышью, или нажать стрелку "вверх"/"вниз" на клавиатуре после активизации соответствующего поля ввода.

Панель "изменяемые параметры" позволяет выбрать два изменяемых параметра и изменять диапазон их изменений.

Для выбора изменяемого параметра необходимо активизировать требуемый список параметров мышью или клавишей TAB и при помощи мыши или клавиш "вверх"/"вниз" на клавиатуре выбрать необходимый параметр.

Для изменения диапазона необходимо активизировать поле ввода необходимого параметра мышью или клавишей TAB, набрать необходимое значение и нажать клавишу ENTER. Для изменения значения на единицу можно нажать соответствующую "стрелку" мышью, или нажать стрелку "вверх"/"вниз" на клавиатуре после активизации соответствующего поля ввода.

#### 1.6.3.3. Отображение информации

На комплексной плоскости отображаются: годографы вносимого напряжения при изменении в пределах от 0 до  $\infty$  для трех значений коэффициента заполнения; точка, отображающая координаты конца вектора вносимого напряжения, при заданных параметрах цилиндра; область изменения вносимого напряжения при изменении одного или двух параметров и линия, показывающая направление отстройки.

Для увеличения/уменьшения масштаба используйте левую/правую кнопки мышки или клавиши "+"/"-" на клавиатуре.

В окне "графики" отображаются графические зависимости амплитуды, фазы, реальной составляющей или мнимой составляющей выходного сигнала от изменяемых параметров.

Для выбора необходимых аргумента и функции щелкните соответствующе кнопки мышью.

Строка состояния служит для отображения действительной и мнимой составляющих вносимого напряжения.

На панели "внешний вид" изображен внешний вид проходного вихретокового преобразователя.

Меню "Файл"

- Выход - завершение работы с программой

#### 1.6.3.4. Описание меню

Меню "Вид"

- Параметры – вывод на экран или удаление панели “параметры”.
- Изменяемые параметры – вывод на экран или удаление панели “изменяемые параметры”.
- Амплитудно-фазовая отстройка – вывод на экран или удаление панели “амплитудно-фазовая отстройка”.
- Внешний вид – вывод на экран или удаление панели “внешний вид”.
- Графики – вывод на экран или удаление окна “графики”.

Меню "Помощь"

- Разделы – просмотр предметного указателя и содержания справки по программе.
- О программе – вывод номера версии программы и сведения об авторах.

## 2. ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ

### 2.1. Исследование магнитных свойств ферромагнетиков

#### 2.1.1. Краткие сведения из теории

Широкое использование ферромагнитных материалов при различных измерительных преобразованиях, а также в различных электромагнитных устройствах требует детального изучения их магнитных свойств. Специфика магнитных свойств ферромагнетиков объясняется существованием в их структуре множества областей – доменов, характеризующихся сильной ориентировкой собственных магнитных моментов электронов (электронных спинов). Эта ориентировка возникает в ферромагнетиках независимо от внешнего магнитного поля (самопроизвольное или спонтанное намагничивание), однако ввиду различного направления намагничивания в отдельных доменах, полный магнитный момент ферромагнетика, не подвергнувшегося воздействию внешнего поля, равен нулю.

Процесс установления намагниченности ферромагнетика при действии на него внешнего магнитного поля происходит следующим образом. Намагничивание состоит в переориентации векторов намагниченности доменов в направлении приложенного поля главным образом за счет процессов смещения и вращения. Процесс смещения в многодоменном ферромагнетике заключается в перемещении границ между доменами. Объем доменов, векторы намагниченности которых составляют наименьший угол с направлением напряженности магнитного поля, увеличивается за счет соседних доменов с энергетически менее выгодной ориентацией вектора намагниченности относительно поля. Процесс вращения состоит в повороте векторов намагниченности в направлении внешнего магнитного поля. Причиной возможной задержки или ускорения вращения является магнитная анизотропия ферромагнетика, что обусловлено наличием в ферромагнетике осей легкого намагничивания, в общем случае не совпадающих с направлением внешнего поля.

Вследствие указанных выше процессов магнитное поле в ферромагнитной среде усиливается за счет полей доменов. Характеристикой магнитного поля в любой среде, в том числе и ферромагнитной, является вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ , определяемый по силе воздействия со стороны поля на движущийся заряд. Для характеристики магнитного свойства среды усиливать или ослаблять это воздействие используются величины магнитной проницаемости материала  $\mu$  и напряженности  $\vec{H}$ :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.1.1)$$

Здесь  $\mu$  – множитель, характеризующий зависимость силы взаимодействия поля и движущегося заряда от среды. Для воздуха  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м и называется магнитной постоянной. Для других сред  $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$ , где  $\mu_r$  – относительная магнитная проницаемость. Величина  $\bar{H}$  характеризует воздействие на ферромагнитную среду со стороны внешнего поля. Единицами измерения  $\bar{B}$  и  $\bar{H}$  являются соответственно тесла (Тл) и ампер/метр (А/м).

Магнитные свойства среды, характеризуемые величиной  $\mu$ , зависят от значения напряженности магнитного поля. Причем зависимости  $\mu(H)$ , а соответственно и  $B(H)$  имеют для ферромагнетиков ярко выраженный нелинейный и гистерезисный характер. В зависимости от рода магнитного поля, воздействующего на ферромагнетик, различают статические и динамические характеристики перемагничивания. Статические характеристики соответствуют воздействию постоянных и медленно меняющихся магнитных полей, а динамические – переменных. В данной работе исследуются статические магнитные характеристики. К основным статическим характеристикам относятся следующие: *кривая первоначального намагничивания* – зависимость  $B(H)$ , получаемая для предварительно размагниченного образца при монотонном возрастании напряженности внешнего магнитного поля. *Статическая петля магнитного гистерезиса* (гистерезисный цикл) – зависимость  $B(H)$ , получаемая при плавном циклическом перемагничивании ферромагнетика в некотором диапазоне изменения поля от некоторого значения  $H_{mi}$  до  $H_{mj}$ . Различают симметричные гистерезисные циклы, если  $H_{mi} = -H_{mj}$  и несимметричные, если  $H_{mi} \neq -H_{mj}$  (рис. 2.1.1а).

Начиная от некоторого значения напряженности магнитного поля в области, близкой к насыщению, форма и размеры петли гистерезиса при дальнейшем его увеличении не изменяются. Такая петля гистерезиса называется предельной. Все остальные – частные петли гистерезиса. На рис. 2.1.1б показано семейство симметричных частных и предельного гистерезисных циклов.

*Основная кривая намагничивания* – зависимость  $B(H)$ , представляющая собой геометрическое место вершин симметричных, установившихся частных циклов гистерезиса. Эта характеристика является основной паспортной характеристикой магнитного материала.

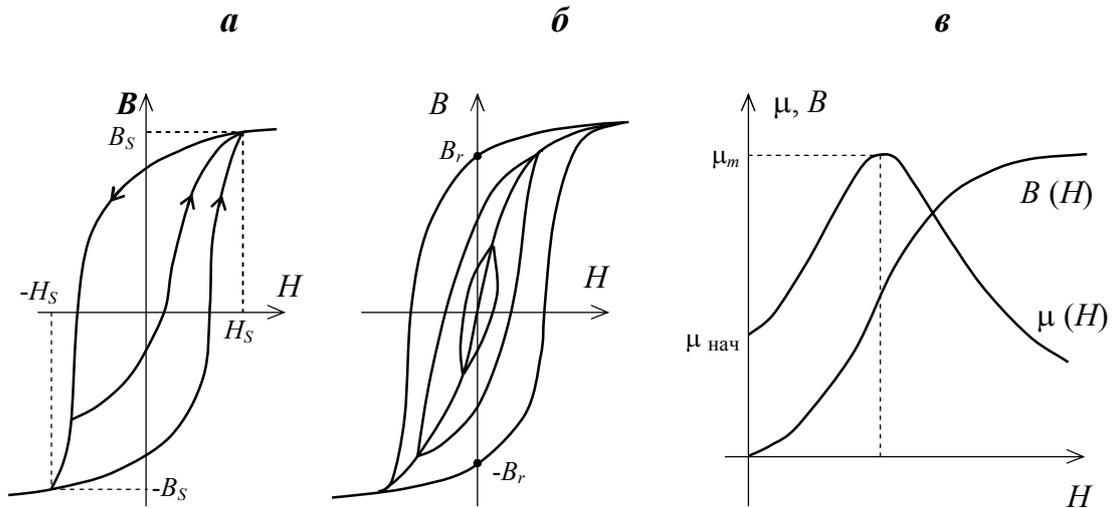


Рис. 2.1.1. Статические кривые намагничивания ферромагнетика: *а* – симметричные и несимметричные гистерезисные циклы; *б* – семейство симметричных частных гистерезисных циклов; *в* – кривая первоначального намагничивания.

Точки пересечения петли гистерезиса с осями координат определяют остаточную индукцию  $B_r$  и коэрцитивную силу  $H_c$ . Полученные для предельного гистерезисного цикла эти значения вместе с индукцией насыщения  $B_s$  и напряженностью поля насыщения  $H_s$  относятся к основным параметрам магнитных материалов (рис. 2.1.1*а*, 2.1.1*б*). Зная зависимость  $B(H)$ , можно определить значения различных видов магнитной проницаемости и их зависимости от напряженности намагничивающего поля.

Нормальная магнитная проницаемость  $\mu_N = \frac{B}{\mu_0 H}$ . Частными случаями ее являются начальная  $\mu_{нач}$  и максимальная  $\mu_{max}$  магнитные проницаемости (рис. 2.1.1*в*)

Для изучения поведения ферромагнетика при сложном перемагничивании (например, одновременно в постоянном и переменном магнитных полях) используется величина дифференциальная магнитная

проницаемость  $\mu_d \equiv \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{dB}{dH}$ .

Определение статических магнитных характеристик ферромагнитных материалов удобнее всего проводить с использованием образцов, имеющих форму тороида. Создание в образце магнитного поля

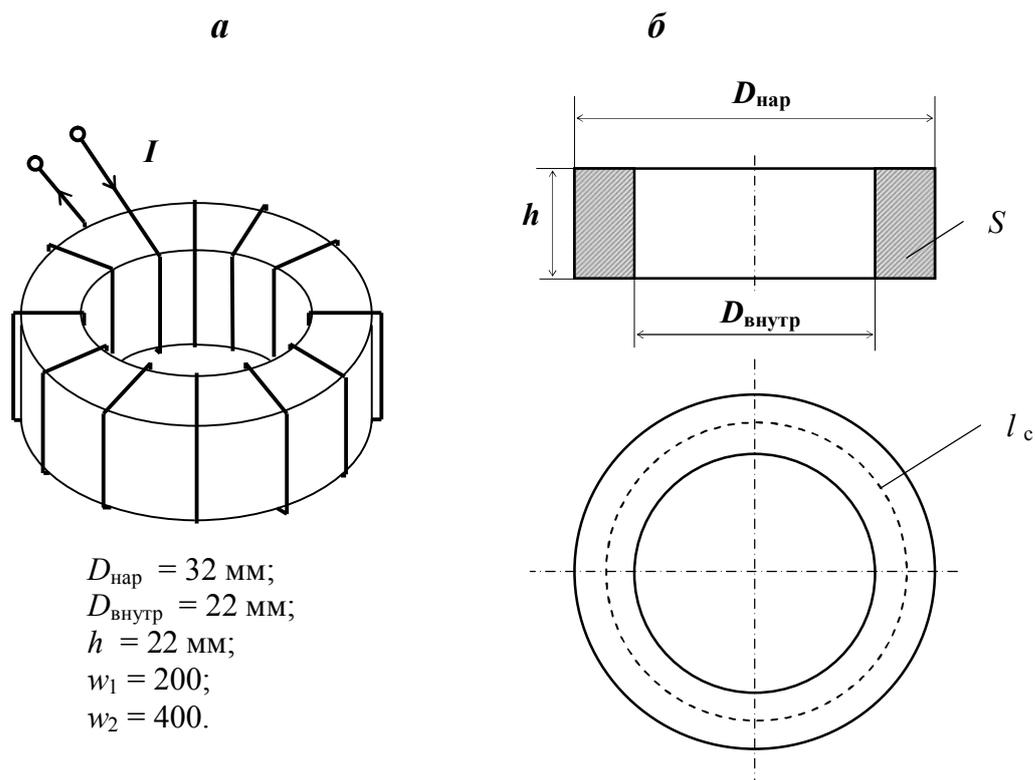


Рис. 2.1.2. Внешний вид (а) и геометрические размеры (б) тороидального образца из ферромагнитного материала.

осуществляется пропусканием постоянного тока  $I$  через равномерно намотанную на тороид обмотку с числом витков  $w_1$  (рис. 2.1.2), а измерение индукции магнитного поля в образце осуществляется путем индукционного преобразования с использованием аналогично намотанной обмотки с числом витков  $w_2$ . Для тороидальных образцов при указанном способе намотки характерно следующее. Практически весь магнитный поток тока обмотки  $w_1$  замыкается по магнитопроводу, роль которого выполняет тороидальный образец. Линии индукции и напряженности магнитного поля перпендикулярны поперечному сечению тороида, имеющему площадь  $S$  (рис. 2.1.2а). Магнитное поле в данном сечении однородно (значения  $H$  и  $B$  в любой точке сечения практически одинаковы). С учетом данных особенностей тороидальных образцов уравнения Максвелла – законы полного тока и электромагнитной индукции имеют достаточно простую запись:

$$\begin{aligned}
 I w_1 &= H l_c, \\
 e(t) &= -w_2 S \frac{dB}{dt},
 \end{aligned}
 \tag{2.1.2}$$

где  $l_c$  – длина средней силовой линии магнитного поля;  $e(t)$  – ЭДС индукционной обмотки.

Особенностью использования для измерения индукции магнитного поля индукционного преобразования является то, что ЭДС возникает только при изменении магнитного потока (в данном случае за счет изменения индукции магнитного поля). Практически это реализуется при изменении тока  $I$  от одного значения  $I_i$  до другого  $I_{i+1}$ , происходящего в промежуток времени от  $t_i$  до  $t_{i+1}$ . При этом происходят соответствующие изменения напряженности магнитного поля от  $H_i$  до  $H_{i+1}$  и индукции от  $B_i$  до  $B_{i+1}$ . На основании (2.1.2) можно записать:

$$H_i = \frac{I_i w_1}{l_c}; \quad H_{i+1} = \frac{I_{i+1} w_1}{l_c},$$

$$\Delta B_{i+1} = B_{i+1} - B_i = -\frac{1}{w_2 S} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e(t) \cdot dt, \quad (2.1.3)$$

где  $\Delta B_{i+1}$  – приращение индукции магнитного поля в образце.

Данные уравнения являются основными при определении статических характеристик ферромагнитных образцов.

### 2.1.2. Контрольные вопросы

- 2.1.2.1. Дать определение величин магнитной индукции, магнитной проницаемости, напряженности магнитного поля, магнитного потока.
- 2.1.2.2. Что такое кривая первоначального намагничивания?
- 2.1.2.3. Что такое основная кривая намагничивания?
- 2.1.2.4. Дать определение явления гистерезиса.
- 2.1.2.5. Дать физическое объяснение нелинейным и гистерезисным свойствам ферромагнетиков.
- 2.1.2.6. Классификация гистерезисных циклов.
- 2.1.2.7. Записать и дать физическое толкование закона полного тока (первого уравнения Максвелла) в интегральной форме.
- 2.1.2.8. Записать и дать физическое толкование закона электромагнитной индукции (второго уравнения Максвелла) в интегральной форме.

### 2.1.3. Цель работы

Ознакомиться с физическими величинами и основными соотношениями, описывающими магнитное поле и характеристики материалов в магнитном поле. Экспериментально исследовать свойства ферромагнитных материалов в магнитном поле.

### 2.1.4. Программа работы

- 2.1.4.1. Экспериментально определить кривые первоначального намагничивания для различных ферромагнитных образцов.
- 2.1.4.2. Определить зависимости от напряженности магнитного поля нормальной  $\mu_N(H)$  и дифференциальной  $\mu_d(H)$  магнитных проницаемостей при начальном намагничивании ферромагнитных образцов.
- 2.1.4.3. Экспериментально определить предельные и частные петли гистерезиса для различных ферромагнитных образцов.
- 2.1.4.4. Определить зависимости  $\mu_d(H)$  дифференциальной магнитной проницаемости ферромагнитных образцов от напряженности магнитного поля при перемагничивании образцов по предельным и частным гистерезисным циклам.
- 2.1.4.5. Определить статические магнитные характеристики ферромагнитных материалов  $B_S, H_S, B_r, H_c, \mu_{нач}, \mu_{Nmax}, \mu_{dmax}$ .

### 2.1.5. Объекты исследования и средства измерения

Для исследования магнитных свойств ферромагнетиков используются образцы из разных материалов (магнитомягкой и магнитотвердой сталей), залитые эпоксидным компаундом и укрепленные на специальном планшете. На планшете указаны геометрические параметры тороидов, намоточные данные, обозначены входные и выходные гнезда для подключения обмоток к схеме исследования. Питание намагничивающей обмотки  $w_1$  осуществляется с коммутационно-измерительной панели (КИП) – гнезда “ $I_{намагн}$ ” и “ $\perp$ ”.

На этой же панели расположены переключатель и амперметр для изменения и измерения значения тока намагничивания  $I$ . Необходимое для измерения приращения индукции при изменении напряженности

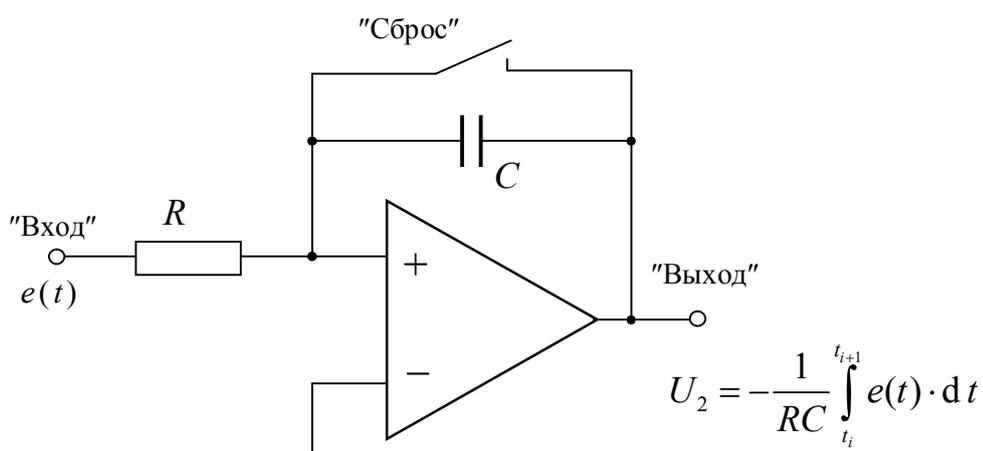


Рис. 2.1.3. Принципиальная схема электронного интегратора:  
 $1/RC = 31,3 \text{ с}^{-1}$

магнитного поля интегрирование ЭДС индукционной обмотки осуществляется электронным интегратором на основе операционного усилителя с  $RC$ -цепочкой в цепи отрицательной обратной связи (рис. 2.1.3). Выходной сигнал такого усилителя  $U_2$  пропорционален интегралу в пределах от момента времени  $t_i$  до момента времени  $t_{i+1}$  выходного сигнала  $e(t)$ :

$$U_2 = -\frac{1}{RC} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e(t) \cdot dt \quad (2.1.4)$$

Конструктивно электронный интегратор выполнен отдельным блоком (рис. 2.1.4), имеющим гнезда подключения индукционной обмотки – “Вход” и “⊥”, гнезда подключения измерителя выходного напряжения интегратора – “Выход” и “⊥”, шнур с разъемом для подключения цепей питания операционного усилителя к разъему КИП “Внешнее устройство”, кнопку сброса, которой осуществляется перед каждым новым измерением кратковременное закорачивание емкости  $C$  для сброса предыдущего результата (обнуление выхода). Значение постоян-



Рис. 2.1.4. Внешний вид блока электронного интегратора.

ной интегрирования  $\frac{1}{RC}$  приведено на лицевой панели блока интегратора. В качестве измерителя выходного напряжения интегратора используется цифровой мультиметр МУ 65.

Для начального размагничивания образцов используется размагничивающее устройство, выходным напряжением которого является регулируемое переменное напряжение частоты 50 Гц.

### 2.1.6. Методические рекомендации по выполнению работы

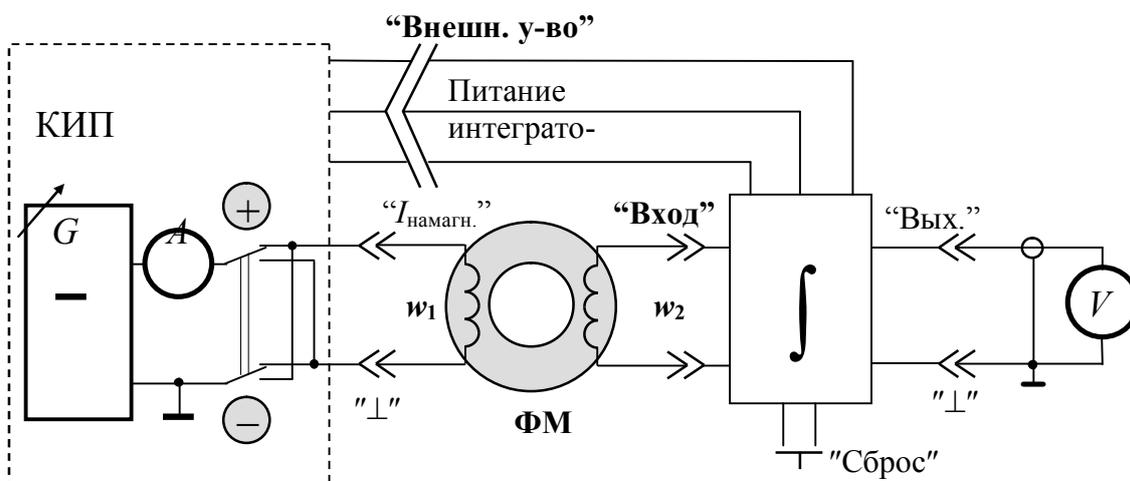


Рис. 2.1.5. Схема измерительной установки для исследования магнитных свойств ферромагнетиков: КИП - контрольно-измерительная панель;  $G$  - регулируемый источник постоянного напряжения;  $V$  - вольтметр;  $A$  - амперметр;  $\int$  - электронный интегратор; ФМ – ферромагнитный образец.

2.1.6.1. Для экспериментального определения кривой первоначального намагничивания испытываемый образец должен быть предварительно размагничен. Для этого намагничивающая обмотка образца  $w_1$  подключается к выходным клеммам размагничивающего устройства, после чего производится плавное увеличение протекающего по обмотке переменного тока от нуля до максимального значения, а затем уменьшение тока до нуля. Такое циклическое перемагничивание сначала возрастающим, а затем убывающим магнитным полем обеспечивает полное размагничивание образца.

Определение кривой первоначального намагничивания производится с использованием схемы рис. 2.1.5. Эксперимент начинается с исходного значения тока  $I_0 = 0$ , которому соответствуют значения  $H = 0$ ;  $B$

$= 0$  (первая точка зависимости  $B(H)$ ). Для определения следующей точки зависимости  $B(H)$  следует установить переключатель полярности тока в положение “+” (положительная полярность). Далее, после нажатия кнопки “Сброс” интегратора, следует изменить переключателем установки тока на КИП намагничивающий ток с нулевого значения до значения  $I_1$ . При этом произойдет изменение параметров магнитного поля в образце  $B$  и  $H$ . Изменение магнитного поля приведет к возникновению эдс обмотки  $w_2$ . Новое значение напряженности магнитного поля  $H_1$  и приращение индукции  $\Delta B_1$  в данном случае равно  $B_1 = B_0 + \Delta B_1$ . Аналогичным образом определяется следующая точка кривой  $B(H)$  с той лишь разницей, что производится изменение намагничивающего тока от значения  $I_1$  до значения  $I_2$  и т.д. (рис. 2.1.6). Для записи данных экспериментов и расчетов рекомендуется использовать форму таблицы 2.1.1.

2.1.6.2. Кривые зависимостей  $\mu_N(H)$  и  $\mu_d(H)$  строятся на основе кривой первоначального намагничивания и соотношений, приведенных в

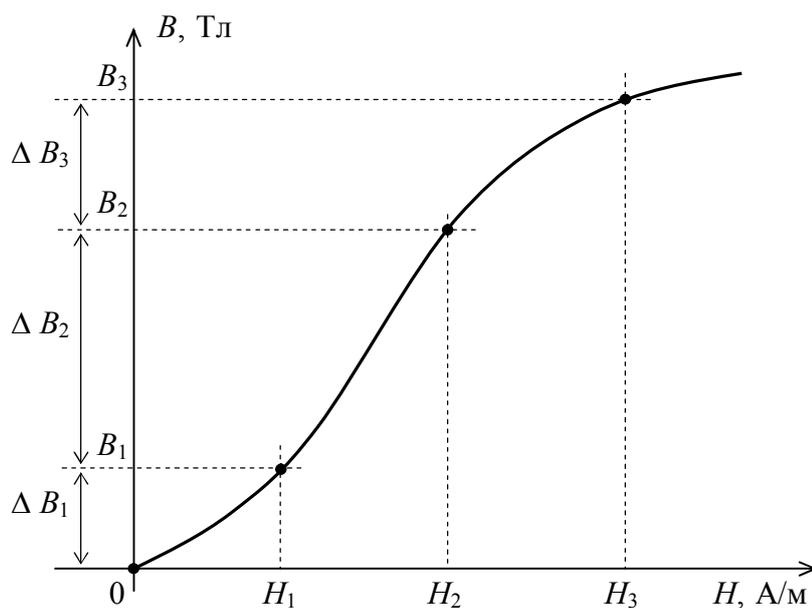


Рис. 2.1.6. Построение кривой первоначального намагничивания.

Таблица 2.1.1. Результаты измерений и расчетов.

$i$	$I, A$	$H, A/m$	$U_2, B$	$\Delta B, Tл$	$B_i = B_{i-1} + \Delta B_i$
0	0	0	0	0	0
1	$I_1$	$H_1$	$U_{21}$	$\Delta B_1$	$B_1$
2	$I_2$	$H_2$	$U_{22}$	$\Delta B_2$	$B_2$
....	....	....	....	....	....
10	$I_{10}$	$H_{10}$	$U_{210}$	$\Delta B_3$	$B_{10}$

разделе 2.2.1. Производная  $\frac{dB}{dH}$ , значения которой необходимы при оп-

ределении  $\mu_d$ , может быть заменена в данном случае отношением

$$\frac{\Delta B}{\Delta H}$$

2.1.6.3. Экспериментальное определение предельных и частных петель гистерезиса производится с предварительно размагниченными образцами с использованием схемы и методики эксперимента, описанных в разделе 6.1. Переключение полярности намагничивающего тока осуществляется переключателем КИП “+ / -”.

2.1.6.4. Определение зависимости  $\mu_d(H)$  при перемагничивании образцов по гистерезисным циклам производится на основе полученных петель гистерезиса с учетом замечаний, сделанных в разделе 6.2.

Статические магнитные характеристики  $B_S, H_S, B_r, H_c$  определяются на основе полученных петель гистерезиса, а характеристики  $\mu_{нач}, \mu_{Nmax}, \mu_{dmax}$  – на основе кривой первоначального намагничивания.

### 2.1.7. Содержание отчета

- 2.1.7.1 Название работы.
- 2.1.7.2 Цель работы.
- 2.1.7.3 Программа работы.
- 2.1.7.4 Схема экспериментальной установки.
- 2.1.7.5 Основные соотношения, примеры расчетов.
- 2.1.7.6 Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.
- 2.1.7.7 Графики зависимостей.
- 2.1.7.8 Выводы.

## 2.2. Исследование электропотенциального измерительного преобразования

### 2.1.3. Краткие сведения из теории

Физической основой электропотенциального преобразования является зависимость распределения электрического потенциала на поверхности объекта, по которому протекает электрический ток, от свойств этого объекта.

Картину электрического поля на поверхности проводящего электрический ток объекта удобно представлять линиями напряженности поля  $E$  (силовыми линиями, линиями тока) и эквипотенциальными линиями (рис. 2.2.1). Эквипотенциальными называются линии, все точки которых находятся под одним потенциалом  $\varphi$ . Величины  $E$  и  $\varphi$  связаны соотношением:

$$\vec{E} = -\overline{\text{grad}} \varphi = -\frac{\overline{d\varphi}}{dl}, \quad (2.2.1)$$

где  $\overline{dl}$  - элементарное линейное перемещение вдоль линии максимального изменения  $\varphi$ .

Линии напряженности электрического поля всегда нормальны к эквипотенциальным линиям. Эквипотенциальные линии обычно проводятся таким образом, чтобы разность потенциалов двух любых соседних линий была величиной постоянной. В этом случае по густоте эквипотенциальных линий можно судить о значении напряженности электрического поля.

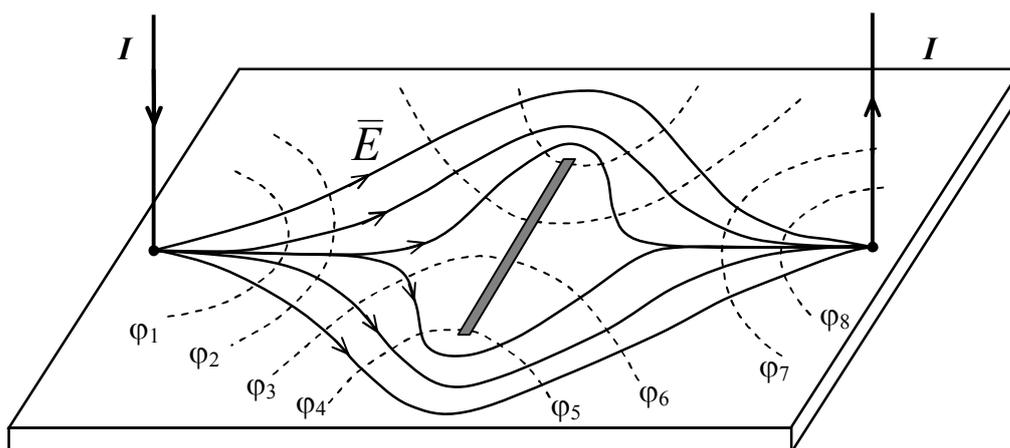


Рис. 2.2.1. Картина электрического поля на поверхности пластины, по которой протекает электрический ток

Величины плотности тока  $\bar{j}$  и напряженности электрического поля  $\bar{E}$  связаны соотношением:

$$\bar{j} = \sigma \bar{E}, \quad (2.2.2)$$

где  $\sigma$  - удельная электрическая проводимость.

На постоянном токе картина электрического поля на поверхности объекта определяется электрической проводимостью его материала, размерами и формой объекта, расположением подводящих электрический ток электродов, наличием включений с отличающимися от основного материала свойствами. На переменном токе ввиду скин-эффекта кроме вышеперечисленных факторов на картину электрического поля оказывают влияние частота электрического тока и магнитная проницаемость материала.

### 2.2.2. Контрольные вопросы

2.2.2.1. Почему эквипотенциальные линии и линии напряженности электрического поля всегда перпендикулярны друг другу?

2.2.2.2. Почему по густоте эквипотенциальных линий можно судить о напряженности электрического поля?

2.2.2.3. Что такое плотность тока?

2.2.2.4. Как влияет толщина пластины, по которой пропускается электрический ток, на картину электрического поля?

2.2.2.5. Зависит ли от расположения токоподводящих электродов на поверхности изделия картина электрического поля?

2.2.2.6. Как влияет на картину электрического поля наличие несплошности изделия?

2.2.2.7. Почему на картину электрического поля на переменном токе влияет магнитная проницаемость материала?

### 2.2.3. Цель работы

Ознакомиться с физическими основами электропотенциального преобразования, экспериментально определить картину электрического поля на поверхности проводящей электрический ток пластины и влияние на топографию поля месторасположения токопроводящих электродов, наличия и ориентации несплошности (прорези) пластины.

### 2.2.4. Программа работы

2.2.4.1. Определить картины электрических полей (эквипотенциальные линии и линии напряженности) при пропускании постоянного электрического тока через пластину без прорези при различных расположениях токоподводящих электродов.

2.2.4.2. Определить картины электрических полей (эквипотенциальные линии и линии напряженности) при пропускании постоянного электрического тока через пластину с прорезью при различных расположениях токоподводящих электродов.

2.2.4.3. Определить распределение значений электрического потенциала и напряженности электрического поля вдоль отдельных линий напряженности поля.

2.2.4.4. Определить удельную электрическую проводимость материала пластин.

2.2.4.5. Определить значение плотности электрического тока в отдельных точках на поверхности пластин.

### 2.2.5. Объекты исследования и средства измерения

Токопроводящие электрический ток пластины без прорези и с прорезью расположены на специальном планшете. На этом же планшете имеется полоска из того же материала с известными геометрическими параметрами (указаны на планшете), предназначенная для измерения удельной электрической проводимости материала. На пластинах имеются контактные штыри для подключения токопроводящих электродов и нулевого потенциального электрода. Для определения местоположения точек измерения на пластины нанесены координатные сетки. Пита-

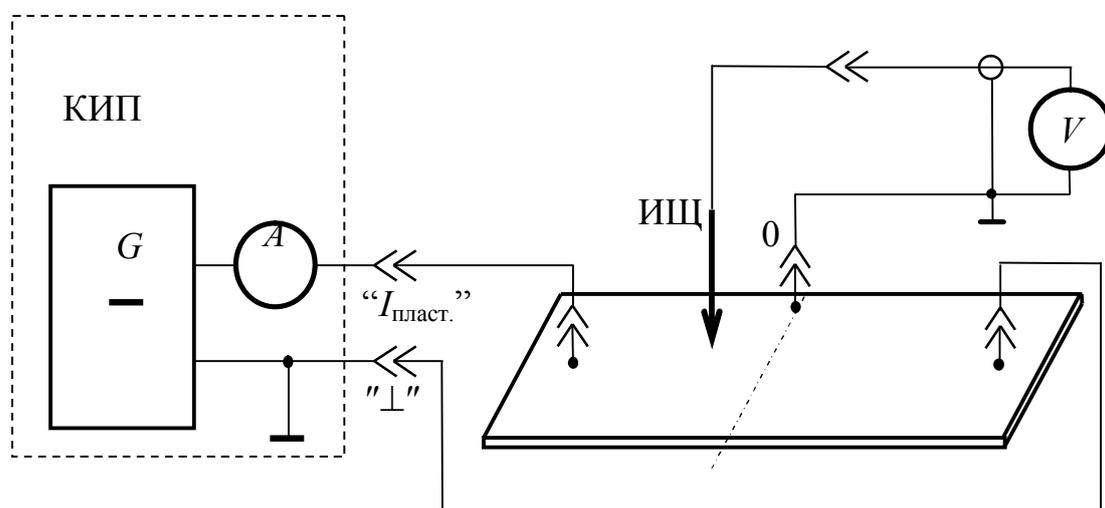


Рис. 2.2.2. Схема измерения электрических потенциалов на поверхности пластины с током: КИП – контрольно-измерительная панель;  $G$  – источник постоянного напряжения;  $V$  – вольтметр;  $A$  – амперметр; ИЩ – измерительный щуп.

ние постоянным электрическим током осуществляется с коммутационно-измерительной панели (КИП) – гнезда “ $I_{\text{пластин}}$ ” и “ $\perp$ ”. Регулирование и измерение тока осуществляется переключателем и амперметром, расположенными на КИП. Измерение потенциалов точек поверхности пластин осуществляется мультиметром МУ 65 с помощью специального измерительного щупа.

### 2.2.6. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы

2.2.6.1. Для экспериментального определения картины электрического поля при пропускании постоянного электрического тока через пластину без прорези используется схема рис. 2.2.2.

Значение питающего тока устанавливается равным 3А. Нулевой потенциальный электрод измерительного щупа подключается к контактному штырю, расположенному на поперечной оси симметрии пластины. Определение эквипотенциальных линий на поверхности пластины можно осуществить двумя способами.

По первому способу сначала определяются координаты точек, имеющих нулевой потенциал. Далее определяются координаты точек, имеющих потенциалы относительно нулевого электрода  $\pm 0,15\text{мВ}$ ;  $\pm 0,30\text{мВ}$ ;  $\pm 0,45\text{мВ}$  и т.д. Картина эквипотенциальных линий наносится на выполненный в масштабе 1:1 чертеж пластины (рис. 2.2.3). Далее

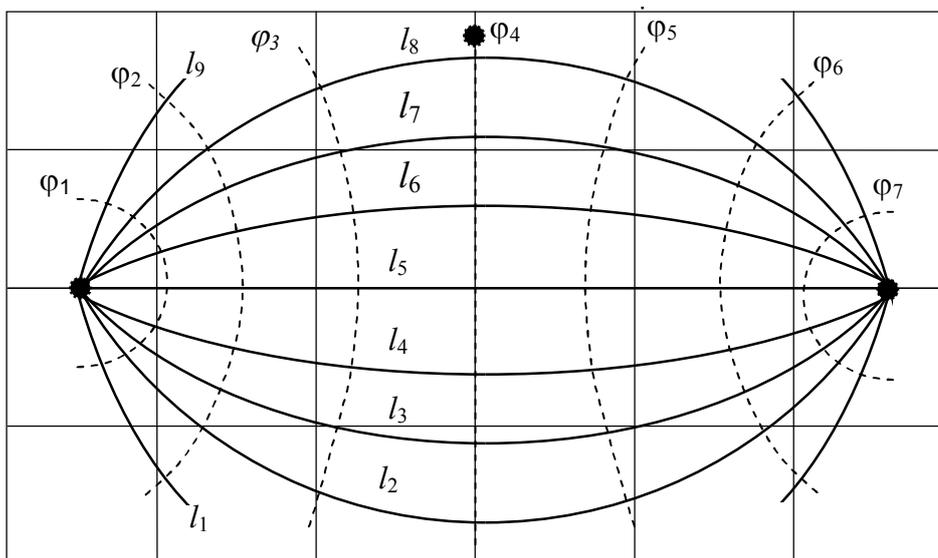


Рис. 2.2.3. Картина эквипотенциальных ( $\varphi_i$ ) и силовых ( $l_i$ ) линий на поверхности пластины с током.

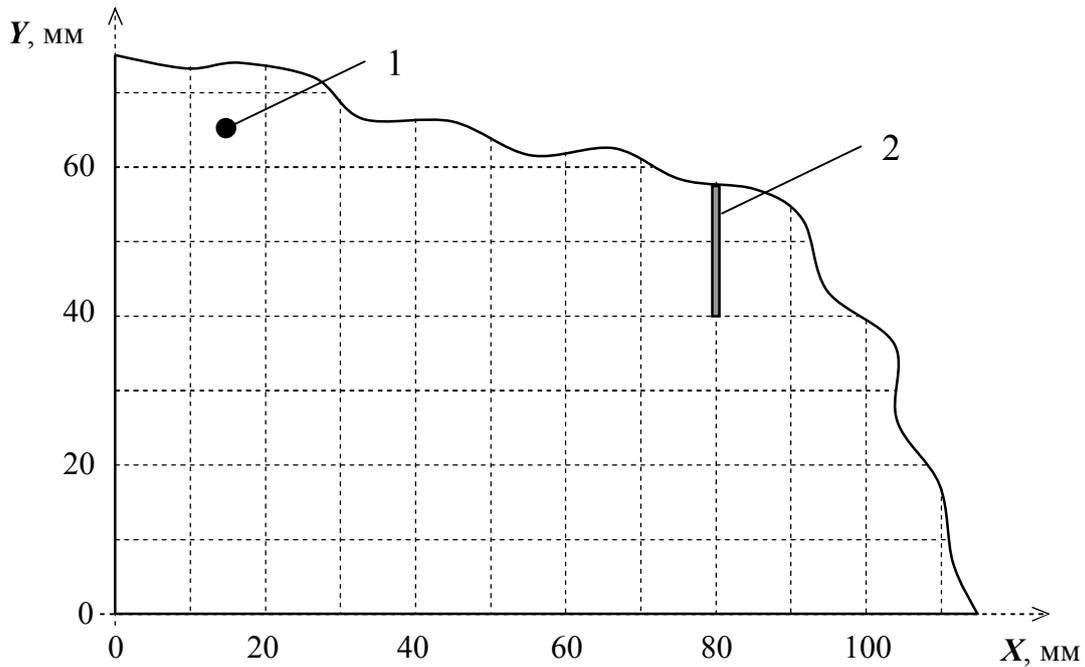


Рис. 2.2.4. Фрагмент пластины с координатной сеткой: 1 – токовый электрод; 2 – прорезь в пластине.

строятся линии напряженности электрического поля (силовые линии поля), пересекающие эквипотенциальные линии под углом  $90^\circ$ . Начальное направление силовых линий  $l_i$  от точек подключения токовых электродов удобно задавать через  $20^\circ$ , начиная от прямой, соединяющей токовые электроды.

По второму способу определяются потенциалы во всех узлах координатной сетки (рис. 2.2.4). Результаты измерений заносятся в таблицу 2.2.1. Картина эквипотенциальных линий находится с использованием математического редактора MATHCAD (стандартная операция построения скалярных полей). Поскольку редактором MATHCAD могут быть обработаны матрицы с результатами измерений с максимальным размером  $n \times m = 100$ , то измерение потенциалов осуществляется только на части пластины (для  $0 \leq X \leq 90$  и  $0 \leq Y \leq 90$ ). Силовые линии проводятся в соответствии с рекомендациями предыдущего способа измерений.

2.2.6.2. Экспериментальное определение картины электрического поля при пропускании постоянного электрического тока через пластину с прорезью осуществляется аналогично 2.2.6.1.

Таблица 2.2.1. Результаты измерения электрических потенциалов в узлах координатной сетки

2.2.6.3. Для определения распределения значений потенциала и напряженности электрического поля вдоль отдельных силовых линий используются результаты, полученные при выполнении разделов 2.2.6.1 и

$Y, \text{ мм}$ $X, \text{ мм}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0										
10										
20										
30										
40										
50										
60										
70										
80										
90										

2.2.6.2. Вначале строится график зависимости  $\varphi(l_i)$  для отдельной силовой линии поля (рис. 2.2.5а), а далее на основе этой зависимости – график зависимости  $E(l_i)$ . При этом для выбранных интервалов  $\Delta l$  находятся соответствующие им приращения  $\Delta\varphi$  (рис. 2.2.5.б).

Значение  $E$ , соответствующее середине интервала  $\Delta l$ , находится по формуле:

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}. \quad (2.2.3)$$

Значение  $\Delta l$  удобно выбрать равным 10 мм.

2.2.6.4. Определение удельной электрической проводимости  $\sigma$  материала пластин осуществляется путем измерения разности потенциалов  $U$  на участке полоски из того же материала с известными геометрическими параметрами при пропускании через полоску постоянного электрического тока известного значения  $I = (3 \div 4)\text{А}$ . Если расстояние между токовыми электродами много больше ширины полоски  $d$  (что выполняет-

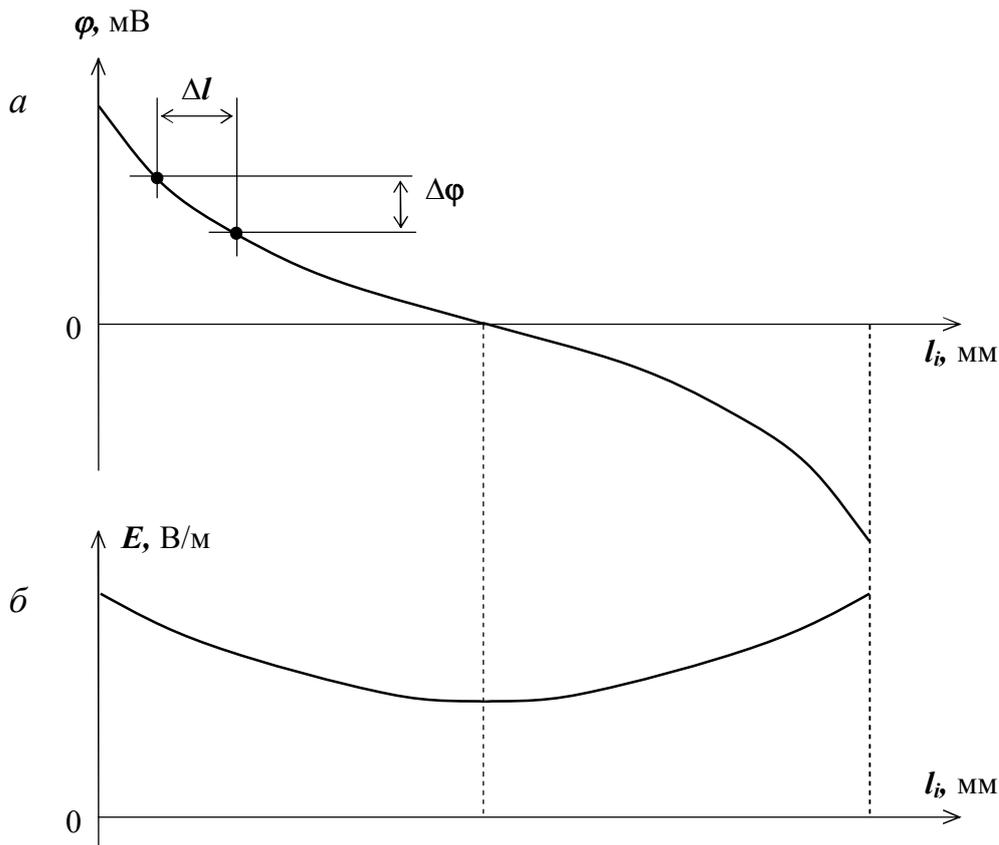


Рис. 2.2.5. Распределение электрических потенциалов (*a*) и напряженности (*b*) вдоль одной из силовых линий электрического по-

ля в нашем случае) и по крайней мере вдвое превышает расстояние между потенциальными электродами  $l$  можно считать распределение электрического тока по сечению полоски равномерным. В этом случае:

$$\begin{aligned} \frac{U}{I} &= R; \\ R &= \frac{l}{\sigma S} = \frac{l}{\sigma h d}, \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

где  $R$  – сопротивление участка полоски между потенциальными электродами;  $S$ ,  $d$ ,  $h$  – площадь поперечного сечения, ширина и толщина полоски ( $h = 10$  мм;  $d = 0,3$  мм).

Значение  $\sigma$  находится по результатам измерений  $U$  и  $I$  из уравнений (2.2.4).

2.2.6.5. Значение плотности электрического тока в отдельных точках на поверхности пластин находят на основании результатов, полученных при выполнении разделов 2.2.6.1 – 2.2.6.4 по формуле (2.2.2).

### 2.2.7. Содержание отчета

- 2.2.7.1. Название работы.
- 2.2.7.2. Цель работы.
- 2.2.7.3. Программа работы.
- 2.2.7.4. Схема экспериментальной установки.
- 2.2.7.5. Основные соотношения, примеры расчета.
- 2.2.7.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде картин электрических полей и таблиц.
- 2.2.7.7. Графики зависимостей.
- 2.2.7.8. Выводы

### **2.3. Исследование магнитного поля электрического тока с использованием индукционного измерительного преобразования**

#### **2.3.1. Краткие сведения из теории**

Для реализации многих измерительных преобразований требуется создавать в некоторой области пространства постоянное или переменное магнитное поле. Наибольшее распространение получил источник магнитного поля, представляющий собой обмотку с электрическим током.

При использовании магнитного поля для измерительных преобразований важно знать не только значения напряженности или индукции магнитного поля в некоторой точке пространства в определенный момент времени, но и пространственно-временное распределение этих величин, что дает возможность получать дополнительную информацию об объекте измерения.

В данной работе исследуется пространственное распределение напряженности магнитного поля круглой и вытянутой прямоугольной плоских обмоток, по которым протекает переменный электрический ток. В общем случае, для произвольной точки пространства с координатами  $X, Y, Z$  (рис. 2.3.1), вектор напряженности магнитного поля обмотки с током имеет три пространственные составляющие  $\vec{H}_x, \vec{H}_y, \vec{H}_z$ , описываемые достаточно сложными и громоздкими уравнениями.

На оси  $OY$  магнитные поля обмоток имеют только одну пространственную составляющую  $H_y$ , зависимости которой от координаты  $Y$  для той и другой обмоток описываются относительно простыми выражениями, приводимыми ниже. Здесь и далее для исключения влияния на результат тока обмотки будем определять не абсолютные значения напряженности магнитного поля, а нормированные относительные значения  $h = H/H_A$ . В качестве нормирующего значения напряженности

удобно использовать ее значение  $H_A$  в точке с координатами  $X = 0$ ;  $Y = A$ ;  $Z = 0$ , где  $A$  – диаметр круглой обмотки или ширина прямоугольной обмотки. Значение  $A$  будем использовать для нормирования значений координат:  $x = X/A$ ;  $y = Y/A$ ;  $z = Z/A$ .

На рис. 2.3.2 показан примерный вид зависимостей от координаты  $x$  относительных значений пространственных составляющих напряженности магнитного поля обмотки  $h_x(x)$  и  $h_y(x)$  для некоторого значения  $y$ . Можно показать, что значение  $x = x_0$ , при котором функция  $h_y(x)$  равна нулю, и значение  $x = x_m$ , при котором функция  $h_x(x)$  принимает экстремальные значения, являются функциями координаты  $y$ :

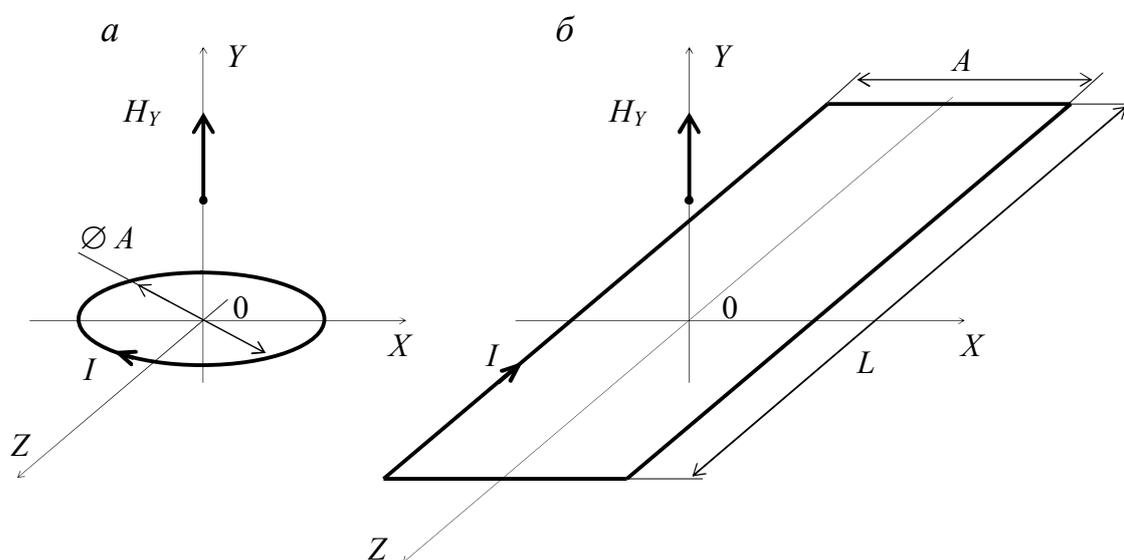


Рис. 2.3.1. Круглая (а) и прямоугольная (б) обмотки с током:  
 $I$  – ток в обмотке;  $\varnothing A$  – диаметр круглой обмотки;  
 $A \times L$  – размеры прямоугольной обмотки;  
 $X, Y, Z$  – оси координат

$$\begin{aligned} x_0 &= \pm\sqrt{2} \cdot y, \\ x_m &= \pm\frac{1}{2} \cdot y. \end{aligned} \tag{2.3.1}$$

Напряженность магнитного поля может быть измерена с использованием индукционного измерительного преобразования, основанного на явлении электромагнитной индукции, суть которого заключается в возникновении в замкнутом контуре, пронизываемом изменяющимся во

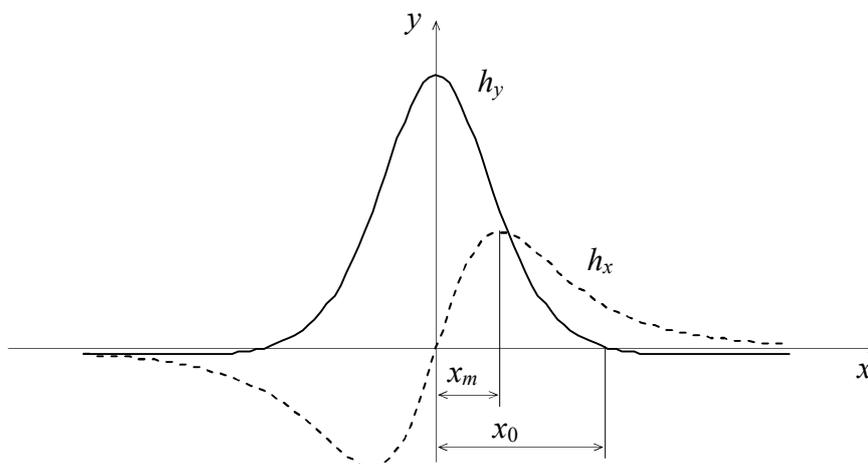


Рис. 2.3.2. Координатные зависимости пространственных составляющих вектора напряженности магнитного поля.

времени потоком магнитной индукции  $\Phi$ , эдс. индукции  $e$ , равной скорости изменения магнитного потока:  $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ . Для обмотки с числом витков  $w$ , площадью среднего витка  $S$  (рис. 2) в случае синусоидального характера изменения напряженности магнитного поля ( $H(t) = H_m \sin \omega t$ ) и при условии, что поле в плоскости витков можно считать однородным (данное допущение справедливо при относительно малых размерах индукционной обмотки):

$$e(t) = -\mu_0 w_2 S \omega \cos \alpha \cdot H_m \cos \omega t, \quad (2.3.2)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м - магнитная постоянная;

$\omega$  – угловая частота тока, 1/с;

$\alpha$  – угол между нормалью к плоскости витков обмотки и вектором  $\vec{H}$ ;

$H_m$  – амплитуда напряженности магнитного поля.

Действующее  $H$  и амплитудное  $H_m$  значения напряженности магнитного поля определяется из (2.3.2) по формуле:

$$H = \frac{E}{\mu_0 w S \omega \cos \alpha}; \quad H_m = \frac{E_m}{\mu_0 w S \omega \cos \alpha}, \quad (2.3.3)$$

где  $E$  и  $E_m$  – соответственно действующее и амплитудное значения эдс индукционной обмотки.

Пространственные составляющие напряженности магнитного поля в плоскости  $Z = 0$   $H_x$  и  $H_y$  измеряются при ориентациях нормали индукционной обмотки соответственно вдоль осей  $OX$  и  $OY$ . Угол  $\alpha$  в выражении (2.2.3) берется при этом равным нулю. Нормированные значения составляющих напряженности находятся по формулам:

$$h_x = \frac{H_x}{H_A} = \frac{E_x}{E_A}; \quad h_y = \frac{H_y}{H_A} = \frac{E_y}{E_A}, \quad (2.3.4)$$

где  $E_x$  и  $E_y$  - действующие (амплитудные) значения эдс индукционной обмотки при ориентации ее нормали соответственно вдоль осей  $OX$  и  $OY$ ;  $E_A$  – действующее (амплитудное) значение эдс обмотки в точке  $x = 0, y = A, z = 0$  при ориентации нормали обмотки вдоль  $OY$ .

### 2.3.2. Контрольные вопросы

- 2.3.2.1. Как сделать магнитное поле круглой обмотки более однородным?
- 2.3.2.2. Поле какой из обмоток - круглой или вытянутой - при одинаковых значениях  $A$  более однородно?
- 2.3.2.3. Какие пространственные составляющие имеет вектор напряженности магнитного поля обмоток с током в плоскостях  $X = 0$ ;  $Y = 0$ ;  $Z = 0$ ?
- 2.3.2.4. Чему равен фазовый сдвиг между напряженностью магнитного поля и эдс индукционной обмотки?
- 2.3.2.5. Как экспериментально определить направление вектора напряженности магнитного поля?

### 2.3.3. Цель работы

Исследование пространственного распределения напряженности магнитных полей различных по конфигурации обмоток с токами. Ознакомление с теоретическими основами и практическим применением для измерения напряженности магнитного поля индукционного измерительного преобразования.

### 2.3.4. Программа работы

- 2.3.4.1. Определить экспериментально зависимости относительных значений напряженностей магнитных полей круглой и прямоугольной обмоток на оси  $OY$  от значения относительной координаты  $y$ . Определить абсолютные значения напряженностей магнитных полей круглой и прямоугольной обмоток в точке  $X = 0$ ;  $Y = A$ ;  $Z = 0$ .

2.3.4.2. Определить экспериментально для круглой обмотки зависимости  $h_x(x)$  и  $h_y(x)$  при различных значениях  $y$  ( $Z = 0$ ).

2.3.4.3. Определить экспериментально для круглой обмотки зависимости значений  $x = x_0$ , при которых функция  $h_y(x)$  равна нулю, и значений  $x = x_m$ , при которых функция  $h_x(x)$  достигает экстремальных значений, от координаты  $y$ . Сравнить полученные экспериментальные зависимости  $x_0(y)$  и  $x_m(y)$  с теоретическими (2.3.1).

2.3.4.4. Определить экспериментально для прямоугольной обмотки зависимости  $h_x(x)$  и  $h_y(x)$  при различных значениях  $y$  ( $Z = 0$ ).

2.3.4.5. Определить экспериментально для прямоугольной обмотки зависимости значений  $x = x_0$ , при которых функция  $h_y(x)$  равна нулю, и значений  $x = x_m$ , при которых функция  $h_x(x)$  достигает экстремальных значений, от координаты  $y$ .

### 2.3.5. Объекты исследования и средства измерения

В настоящей работе исследуются магнитные поля двух обмоток – круглой и прямоугольной вытянутой. Диаметр круглой обмотки и ширина прямоугольной равны:  $A = 50$  мм. Для задания системы координат служит специальный планшет с прорезью для крепления той или другой обмотки. Питание обмоток переменным током частоты  $f = 16$  кГц осуществляется с коммутационно-измерительной панели (КИП) коаксиальным кабелем. Для измерения составляющих напряженности магнитного

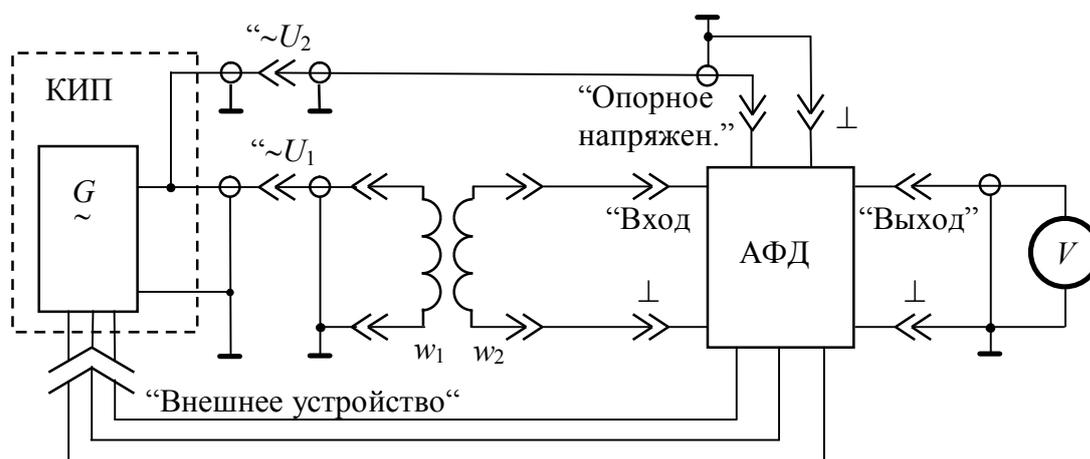


Рис. 2.3.3. Схема измерения напряженности магнитного поля:  
 $w_1$  – обмотка с током;  $w_2$  – индукционная обмотка; КИП – контрольно-измерительная панель; АФД – амплитудно-фазовый детектор;  $G$  - источник переменного напряжения;  
 $V$  – вольтметр постоянного напряжения.

поля используется индукционная обмотка меньших размеров, имеющая площадку для установки на координатную сетку планшета. Ориентация индукционной обмотки осуществляется с помощью нанесенных на площадку ортогональных осей. Параметры обмотки: число витков  $w = 300$ ; диаметр среднего витка  $d = 30$  мм.

Измерение эдс измерительной обмотки может осуществляться с использованием амплитудно-фазового детектора и вольтметра постоянного напряжения (рис. 2.3.3).

В качестве измерительного прибора используется мультиметр МУ65 в режиме измерения постоянного напряжения. Детектирование сигнала индукционной обмотки осуществляется электронным амплитудно-фазовым детектором (АФД). Конструктивно АФД выполнен отдельным блоком (рис. 2.3.4), имеющим гнезда подключения индукционной обмотки – "Вход" и "⊥", гнезда подключения измерительного прибора – "Выход" и "⊥", гнезда подключения опорного напряжения – "Опорное напряжение" и "⊥", шнур с разъемом для подключения цепей питания электронной схемы детектора к разъему КИП "Внешнее устройство" (на рисунке не показан). Как и в предыдущем варианте прини-



Рис. 2.3.4. Внешний вид АФД.

мается, что для точки с координатами  $X = 0$ ;  $Y = A$ ;  $Z = 0$ , фаза эдс совпадает с фазой опорного напряжения. Показание мультиметра при этом должно иметь знак (+). В противном случае следует изменить полярность подключения индукционной обмотки к соединительному кабелю. В дальнейшем результат измерения эдс берется с учетом знака показаний вольтметра. При этом знак (+) соответствует совпадению по фазе эдс и опорного напряжения, знак (-) соответствует их противоположности по фазе. Показания мультиметра соответствуют амплитудному значению измеряемой эдс.

2.3.6. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы

2.3.6.1. При измерении напряженности магнитного поля на оси  $OY$  обмоток следует учитывать, что в этом случае вектор  $\vec{H}$  имеет только одну составляющую  $\vec{H}_y$ . Для измерения  $H_y$  плоскости витков индукционной обмотки должны быть перпендикулярны  $OY$ , а нормаль к плоскости витков должна быть ориентирована навстречу  $OY$ . Измерение нормирующего значения  $E_A$  производится при установке индукционной обмотки в точку с координатами  $x = X/A = 0$ ,  $y = Y/A = 1$ . Для этой точки определяется абсолютное значение  $H$  по формуле (2.3.6). Для остальных точек определяется относительное значение  $h_y$  по формуле (2.3.7). Далее строится зависимость  $h_y(x)$ . Полученные экспериментально зависимости  $h_y(x)$  для круглой и прямоугольной обмоток сравниваются с теоретическими, построенными с использованием выражений (2.3.1), (2.3.2), (2.3.3).

2.3.6.2. Для измерения составляющих вектора напряженности магнитного поля  $h_x$  и  $h_y$  в точке с координатами  $x$ ,  $y$  центр основания индукционной обмотки совмещается с данной точкой на планшете. При измерении горизонтальной составляющей вектора напряженности магнитного поля нормаль к плоскости витков обмотки ориентируется параллельно  $OX$ , а при измерении вертикальной составляющей - параллельно  $OY$ . Стрелки осей, нанесенных на основание индукционной обмотки при этом ориентируются против положительных направлений осей координат планшета. Нормирование составляющих вектора напряженности магнитного поля производится по значению напряженности в точке с координатами  $x = X/A = 0$ ,  $y = Y/A = 1$ . Для заданного значения  $y$  определяются зависимости  $h_x(x)$  и  $h_y(x)$ . Полученные экспериментальные зависимости сравниваются с теоретическими (2.3.3).

2.3.6.3. Для определения местоположения на оси  $x$  экстремумов функции  $h_x(x)$  и нулей функции  $h_y(x)$  при фиксированном  $y$  производится пе-

ремещение индукционной обмотки вдоль оси  $x$ . Измерение каждой из ортогональных составляющих вектора напряженности магнитного поля производится по аналогии с 2.3.6.2. Таким образом находятся значения  $x_0$  и  $x_m$  для различных значений  $y$ . Далее строятся зависимости  $x_0(y)$  и  $x_m(y)$ . Полученные зависимости сравниваются с теоретическими (2.3.4).

2.3.6.4. При выполнении п. 2.3.4.4 и 2.3.4.5 программы работы используются методические рекомендации 2.3.6.2 и 2.3.6.3.

### 2.3.7. Содержание отчета

- 2.3.7.1. Название работы.
- 2.3.7.2. Цель работы.
- 2.3.7.3. Программа работы.
- 2.3.7.4. Схема экспериментальной установки.
- 2.3.7.5. Основные соотношения, примеры расчетов.
- 2.3.7.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.
- 2.3.7.7. Графики зависимостей.
- 2.3.7.8. Выводы.

## 2.4. Измерительные преобразования в полях вихревых токов

### 2.4.1. Краткие сведения из теории

Измерительные преобразования в полях вихревых токов основаны на возбуждении в проводящих объектах переменным магнитным полем вихревых токов и зависимости параметров этих токов от свойств объекта. В качестве источника переменного магнитного поля обычно используется обмотка, с переменным током частоты  $\omega$  (ток возбуждения, обмотка возбуждения). Интенсивность, фаза, распределение вихревых токов зависят от геометрических размеров и формы проводящего объекта, электрических и магнитных характеристик материала, его однородности, взаиморасположения объекта и обмотки возбуждения, размеров и формы обмотки возбуждения, частоты и амплитуды тока возбуждения. Благодаря этой зависимости измерительные преобразования в полях вихревых токов могут быть использованы для идентификации геометрических и электромагнитных параметров локальных проводящих объектов, толщинометрии, структуроскопии, дефектоскопии, измерения перемещений проводящих объектов.

Информацию о параметрах вихревых токов получают путем измерения параметров их поля с помощью отдельной измерительной обмотки (индукционное, трансформаторное, взаимоиндуктивное преобразование) или с помощью той же обмотки, которой возбуждается переменное магнитное поле (индуктивное, параметрическое преобразование). Напряжение и сопротивление обмотки в отсутствие проводящего объекта называются соответственно начальным напряжением  $\dot{U}_0$  и начальным сопротивлением  $\dot{Z}_0$ .

Если вести отсчет сдвига фаз от фазы тока возбуждения, то для идеальных и большинства реальных обмоток можно принять, что начальные напряжения и сопротивления имеют только мнимые составляющие:  $\dot{U}_0 = jU_0$ ;  $\dot{Z}_0 = j\omega L_0$ . Присутствие в переменном магнитном поле проводящего объекта вызывает появление в последнем вихревых токов, магнитное поле которых обуславливает изменение напряжения и сопротивления обмотки на величины  $\dot{U}_{\text{вн}}$  и  $\dot{Z}_{\text{вн}}$ , называемые вносимыми напряжением и сопротивлением. Именно параметры комплексных  $\dot{U}_{\text{вн}}$  и  $\dot{Z}_{\text{вн}}$  (активная и реактивная составляющие или амплитуда и фаза) являются информативными параметрами, в которые преобразуются геометрические и электромагнитные параметры проводящего объекта.

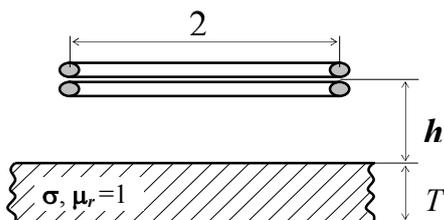
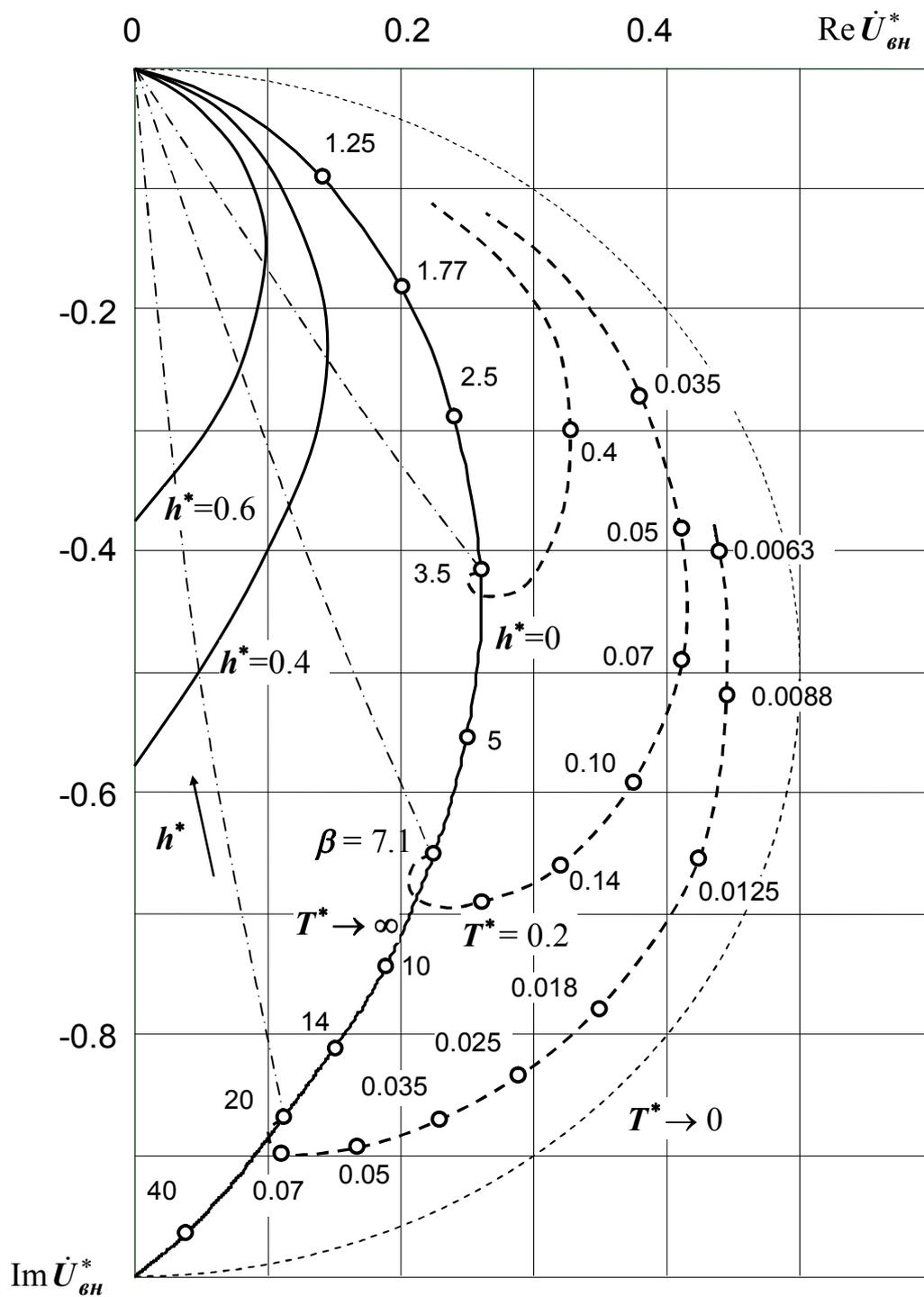


Рис. 2.4.1. Годографы относительного вносимого напряжения вихревого преобразователя с немагнитной электропроводящей пластиной:  $h^* = h/R$ ;  $T^* = T/R$ ;  $\beta = \sqrt{\omega\sigma\mu_0}$ .

Для того, чтобы на результаты преобразования не влияла интенсивность возбуждающего поля (ток возбуждения)  $\dot{U}_{\text{вн}}$  и  $\dot{Z}_{\text{вн}}$  нормируют по  $U_0$  и  $\omega L_0$ :

$$\dot{U}_{\text{вн}}^* = \frac{\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}}{U_0} + j \frac{\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}}{U_0}; \quad \dot{Z}_{\text{вн}}^* = \frac{R_{\text{вн}}}{\omega L_0} + j \frac{L_{\text{вн}}}{L_0}, \quad (2.4.1)$$

где  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$  и  $\dot{Z}_{\text{вн}}^*$  - относительные вносимые напряжение и сопротивление.

При этом  $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}^* = R_{\text{вн}}^*$ ;  $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}^* = L_{\text{вн}}^*$ . В дальнейшем будем оперировать составляющими относительного комплексного вносимого напряжения. Их зависимость от геометрических и электромагнитных параметров проводящего объекта наиболее удобно представить с помощью годографов. Годограф относительного вносимого напряжения - линия на комплексной плоскости, вычерчиваемая концом вектора  $\dot{U}_{\text{вн}}$  при изменении какого-либо геометрического или электромагнитного параметра проводящего объекта, либо частоты тока возбуждения. Параметры проводящего объекта или функции, оказывающие одинаковое влияние на  $\dot{U}_{\text{вн}}$  объединяют в обобщенный параметр. В качестве такого обобщенного параметра в работе будем использовать  $\beta = R\sqrt{\omega\mu_0\sigma}$ , где  $R$  - радиус обмотки возбуждения;  $\sigma$  - удельная электрическая проводимость материала;  $\mu_0$  - магнитная постоянная. На рис. 2.4.1 показан годограф относительного вносимого напряжения трансформаторного вихре-токового преобразователя, расположенного над немагнитной пластиной, от изменения обобщенного параметра  $\beta$ , расстояния от обмоток до проводящего объекта  $h$ , толщины пластины  $T$ .

## 2.4.2. Контрольные вопросы

- 2.4.2.1. Какими параметрами проводящей пластины определяются составляющие вносимого напряжения?
- 2.4.2.2. Какими физическими параметрами определяется глубина проникновения электромагнитного поля в проводящий объект?
- 2.4.2.3. Какова форма контуров вихревых токов в проводящем объекте?
- 2.4.2.4. В чем отличие годографов вносимого напряжения для ферромагнитных и немагнитных объектов?
- 2.4.2.5. На какой параметр  $\dot{U}_{\text{вн}}$  главным образом влияет изменение расстояния от обмоток до проводящего объекта?
- 2.4.2.6. Какова фаза  $\dot{U}_{\text{вн}}$  при  $\sigma \rightarrow \infty$  или  $\omega \rightarrow \infty$ ?

2.4.2.7. На какой частоте наиболее велико влияние на составляющие  $\dot{U}_{\text{вн}}$  толщины проводящей пластины?

### 2.4.3. Цель работы

Ознакомиться с физическими основами измерительных преобразований в поле вихревых токов. Определить экспериментально годографы относительного вносимого напряжения трансформаторного вихретокового преобразователя, расположенного над электропроводящей пластиной от изменения различных параметров пластины.

### 2.4.4. Программа работы

2.4.4.1. Определить зависимость амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от расстояния между обмотками и проводящей пластиной для случаев ферромагнитной и немагнитной пластин. Построить годографы относительного вносимого напряжения от изменения указанного параметра.

2.4.4.2. Определить зависимости амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от толщины немагнитной проводящей пластины. Построить годограф относительного вносимого напряжения от изменения указанного параметра.

2.4.4.3. Определить зависимость амплитуды и фазы относительного вносимого напряжения от удельной электрической проводимости проводящей немагнитной пластины. Построить годограф относительного вносимого напряжения от изменения указанного параметра.

### 2.4.5. Объекты исследования и средства измерения

В качестве проводящих объектов в данной работе используется набор пластинок из различных магнитных и немагнитных металлов. Изменение зазора между обмотками и проводящими пластинками осуществляется с помощью набора из непроводящих (стеклотекстолитовых) пластинок. Обмотка возбуждения и измерительная обмотки конструктивно объединены в блок (блок обмоток), залитый эпоксидным компаундом. При проведении всех экспериментов следует следить, чтобы блок обмоток устанавливался в центре проводящих пластинок.

Для исследования измерительных преобразований используется схема рис. 2.4.2.

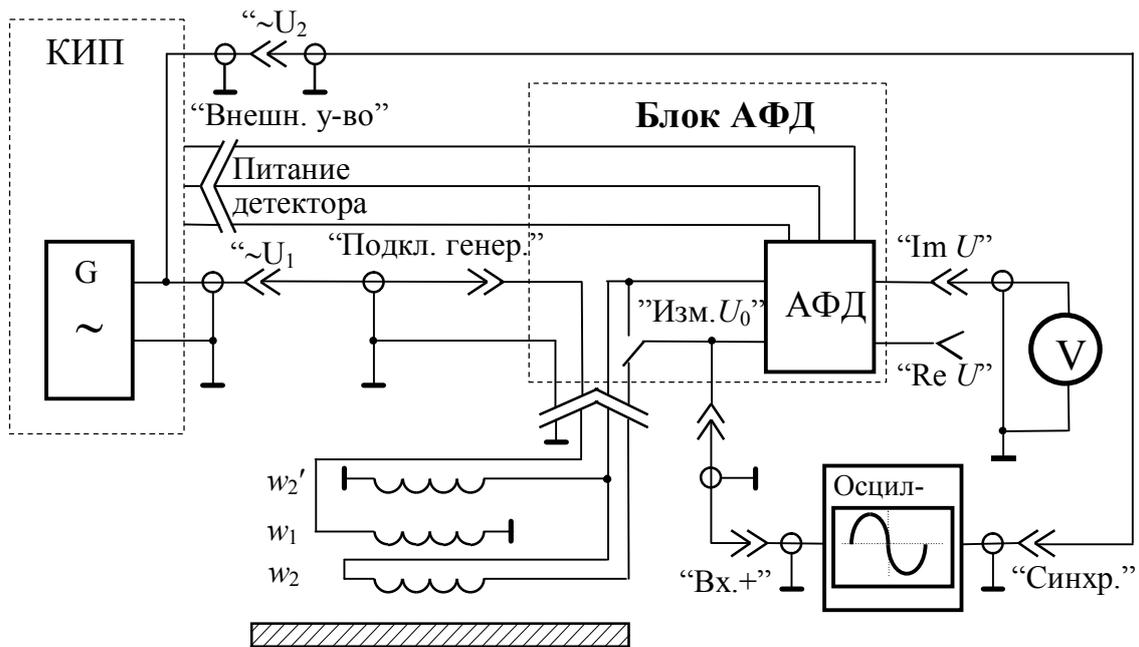


Рис. 2.4.2. Схема измерительной установки для исследования измерительных преобразований в полях вихревых токов:  
 $w_1$  – обмотка возбуждения;  $w_2$  – измерительная обмотка;  
 $w_2'$  – компенсационная обмотка; V – вольтметр;  
 КИП – коммутационно-измерительная панель; G – источник переменного напряжения; АФД – амплитудно-фазовый детектор.

Измерение квадратурных составляющих вносимого и начального напряжений осуществляется с помощью блока амплитудно-фазового детектирования (АФД), внешний вид которого показан на рис. 2.4.3. Переменное синусоидальное напряжение подается в схему через гнезда блока АФД “Подключение генератора” с коммутационно-измерительной панели (выход “ $U_2 \sim$ ”).

Питание электронной схемы блока АФД осуществляется через кабель питания с разъема КИП “Внешнее устройство”. Для исключения из сигнала измерительной обмотки его неинформативной составляющей - начального напряжения предусмотрены следующие конструктивные и схемотехнические меры. В блоке обмоток кроме обмотки возбуждения  $w_1$  и измерительной  $w_2$  имеется дополнительная компенсирующая обмотка  $w_2'$ , идентичная  $w_2$  и расположенная симметрично относительно  $w_1$  (рис. 2.4.4).

Обмотки  $w_2$  и  $w_2'$  включены последовательно встречено, их суммарное начальное напряжение равно нулю. Наличие проводящего объекта вызывает появление вносимого напряжения измерительной обмот-



Рис. 2.4.3. Внешний вид блока амплитудно-фазового детектора.

ки и практически не изменяет сигнала компенсирующей обмотки, расположенной значительно дальше от объекта. Поэтому можно считать, что суммарное напряжение обмоток  $w_2$  и  $w'_2$  равно вносимому напряжению  $\dot{U}_{\text{вн}}$  измерительной обмотки. Этот сигнал подается на вход блока АФД, выходными сигналами которого являются постоянные напряжения, равные амплитудам действительной  $\text{Re}\dot{U}_{\text{вн}}$  и мнимой  $\text{Im}\dot{U}_{\text{вн}}$  составляющих вносимого напряжения (гнезда “ReU” и “ImU”). Опорным сигналом АФД является напряжение компенсирующей обмотки  $\dot{U}_k$ , противофазное начальному напряжению  $\dot{U}_0$ .

Измерение амплитуды  $\dot{U}_0$  осуществляется путем нажатия кнопки “Изм.  $U_0$ ” на лицевой панели блока АФД. При этом на вход АФД согласно схеме рис. 2.4.2 подается  $\dot{U}_k = -\dot{U}_0$ . Следует обратить внимание на то, что это напряжение имеет только мнимую составляющую  $\text{Im}\dot{U}_k = -U_0$ .

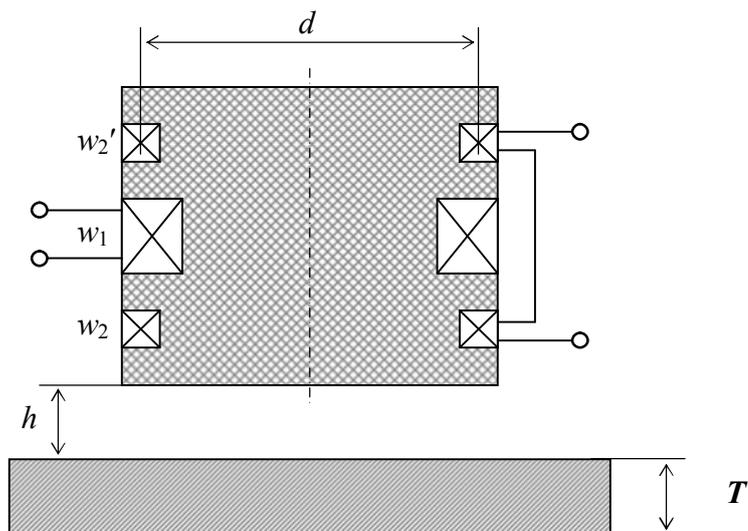


Рис. 2.4.4. Конструкция вихретокового преобразователя.

Блок АФД непосредственно предназначен для детектирования сигналов частоты 4 кГц. Изменение рабочей частоты блока производится подключением к его гнездам “С” соответствующего конденсатора.

Входной сигнал схемы АФД  $\dot{U}_{\text{вн}}$  или  $\dot{U}_{\text{к}}$  (в зависимости от положения кнопки “Изм.  $U_0$ ”), выведенный на гнезда лицевой панели блока “ $U_x$ ”, подается на вход осциллографа С1-70, работающего в режиме внешней синхронизации развертки. Опорный сигнал синхронизации подается на осциллограф с выхода “ $U_2 \sim$ ” КИП. Измерение  $\text{Re} \dot{U}_{\text{вн}}$  и  $\text{Im} \dot{U}_{\text{вн}}$  производится с помощью цифрового вольтметра.

#### 2.4.6. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы

2.4.6.1. При определении зависимостей амплитуды и фазы  $\dot{U}_{\text{вн}}$  от расстояния  $h$  между блоком обмоток и проводящей пластиной и при построении годографа  $\dot{U}_{\text{вн}}$  от изменения  $h$ , значения  $h$  задаются в диапазоне от 0 до 10 мм с помощью набора стеклотекстолитовых пластинок толщиной 0,8 мм. Для каждого значения  $h$  измеряются значения  $\text{Re} \dot{U}_{\text{вн}}$  и  $\text{Im} \dot{U}_{\text{вн}}$ . Нормирующее значение  $U_0$  определяется при отсутствии пластины путем нажатия кнопки “Изм.  $U_0$ ” блока АФД. Далее вычисляются значения  $\text{Re} \dot{U}_{\text{вн}}^*$  и  $\text{Im} \dot{U}_{\text{вн}}^*$ , амплитуды  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$  и фазы  $\varphi$  относительно вно-

симого напряжения, строятся зависимости  $\dot{U}_{\text{вн}}^*(h)$ ,  $\varphi(h)$ , годограф  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$  от изменения  $h$ .

2.4.6.2. При определении зависимостей амплитуды и фазы  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$  от толщины  $T$  проводящей пластины и при построении годографа  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$  от изменения толщины  $T$ , значения  $T$  задаются в диапазоне от 1 до 6 мм с помощью набора немагнитных (дюралевых) пластинок толщиной 1 мм. Значение зазора  $h$  между блоком обмоток и проводящей пластиной устанавливается равным нулю. Измерения проводятся по методике, описанной в разделе 6.1. Строятся зависимости  $\dot{U}_{\text{вн}}^*(T)$ ,  $\varphi(T)$ , годограф  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$  от изменения  $T$ .

2.4.6.3. При определении зависимостей амплитуды и фазы  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$  от удельной электрической проводимости  $\sigma$  проводящей пластины и построении годографа  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$  от изменения  $\sigma$  в качестве проводящих объектов с разными значениями  $\sigma$  используются пластины одной толщины  $T = 1$  мм, но из немагнитных материалов с разными проводящими свойствами: дюралевая с  $\sigma_1 = 16,7$  МСм/м; алюминиевая с  $\sigma_2 = 32$  МСм/м и медная с  $\sigma_3 = 52,3$  МСм/м. Значение зазора  $h$  между блоком обмоток и проводящей пластиной устанавливается равным нулю. Измерения проводятся по методике, описанной в разделе 6.1. Строятся зависимости  $\dot{U}_{\text{вн}}^*(\sigma)$ ,  $\varphi(\sigma)$ , годограф  $\dot{U}_{\text{вн}}^*$  от изменения  $\sigma$ . Для трех экспериментально найденных точек годографа вычисляются значения обобщенного параметра  $\beta$ .

#### 2.4.7. Содержание отчета

- 2.4.7.1. Название работы.
- 2.4.7.2. Цель работы.
- 2.4.7.3. Программа работы.
- 2.4.7.4. Схема экспериментальной установки.
- 2.4.7.5. Основные соотношения, примеры расчетов.
- 2.4.7.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.
- 2.4.7.7. Графики зависимостей и годографы.
- 2.4.7.8. Выводы.

## 2.5. Исследование электромеханического измерительного преобразования

### 2.5.1. Краткие сведения из теории

Физической основой электромеханического преобразования является воздействие на объекты, находящиеся в электромагнитном поле, механических (пондеромоторных) сил. Возникновение этих сил обусловлено свойством электрической и магнитной компонент электромагнитного поля воздействовать на неподвижные и движущиеся (вторая компонента) электрически заряженные частицы. Для практических преобразований используются случаи взаимодействия электрически заряженных тел (электростатическое взаимодействие), контуров с токами (электродинамическое взаимодействие), постоянного магнита и контура с током (магнитоэлектрическое взаимодействие), контура с током и ферромагнитного тела (электромагнитное взаимодействие), контуров с токами и проводящего тела (индукционное взаимодействие). В общем случае для системы тел и контуров момент вращения  $M_{\text{в}}$  или сила  $F$ , действующие на любой объект этой системы, могут быть определены как производные электромагнитной энергии  $W_{\text{эм}}$ , сосредоточенной в системе взаимодействующих объектов, соответственно по углу поворота  $\alpha$  или линейному перемещению  $x$  рассматриваемого объекта:

$$M_{\text{в}} = \frac{dW_{\text{эм}}}{d\alpha}; \quad F = \frac{dW_{\text{эм}}}{dx}. \quad (2.5.1)$$

В данной работе исследуются электромагнитное, электродинамическое, магнитоэлектрическое взаимодействия. Рассмотрим их подробнее.

Рис. 2.5.1 иллюстрирует электромагнитное взаимодействие обмотки с током  $I$  и ферромагнитного сердечника. В зависимости от взаиморасположения сердечника и обмотки, а также крепления сердечника (степени свободы) результатом взаимодействия может быть как линейное (рис. 2.5.1а, 2.5.1б), так и угловое (рис. 2.5.1в, 2.5.1г) перемещение сердечника. Обмотка выполняется неподвижной. Для усиления электромагнитного взаимодействия используется магнитопровод (рис. 2.5.1б, 2.5.1г). Энергия электромагнитного поля обмотки с током определяется выражением:

$$W_{\text{эм}} = \frac{1}{2} L I^2, \quad (2.5.2)$$

где  $L$  - индуктивность обмотки;  $I$  - действующее значение тока.

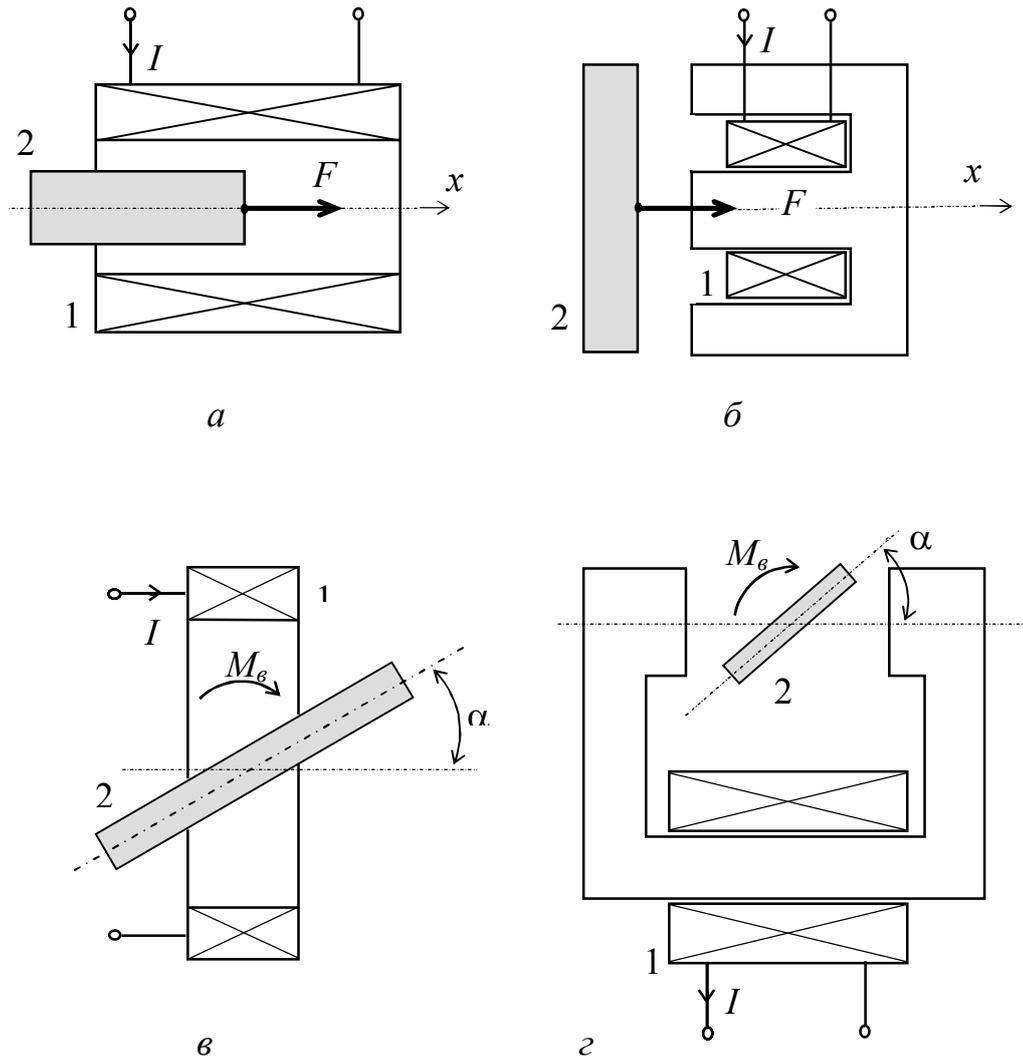


Рис. 2.5.1. Варианты электромагнитного взаимодействия:  
 1 – обмотка ; 2 – ферромагнитный сердечник.

В соответствии с (2.5.1) сила  $F$  и момент  $M_B$  определяются следующим образом:

$$F = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dx}; \quad M_B = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha}. \quad (2.5.3)$$

Данные соотношения устанавливают зависимость величин  $I$ ,  $L$ ,  $x$ ,  $\alpha$  и могут быть использованы для измерительного преобразования последних в механические величины – силу и момент вращения. Наибольшее значение имеют используемые на практике зависимости  $F(I)$ ,  $M_B(I)$ ,  $F(x)$ .

Рис. 2.5.2 иллюстрирует электродинамическое взаимодействие двух обмоток с токами  $I_1$  и  $I_2$ . Аналогично предыдущему случаю возможны варианты линейного перемещения подвижной обмотки (рис. 2.5.2а, 2.5.2б) и вращения (рис. 2.5.2в, 2.5.2г). Для усиления электродинамического взаимодействия используются магнитопроводы (рис. 2.5.2б, 2.5.2г).

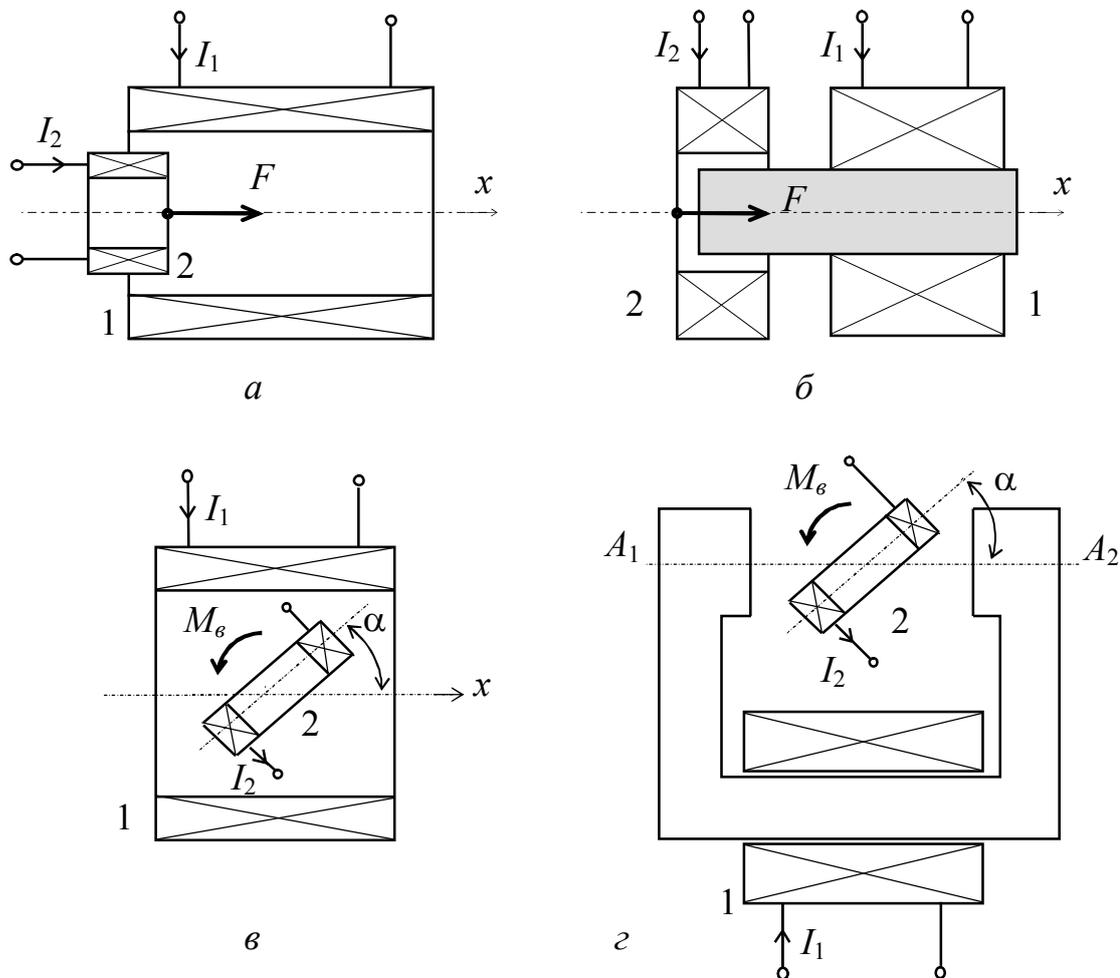


Рис. 2.5.2. Варианты электродинамического взаимодействия:  
1 – неподвижная обмотка ; 2 – подвижная обмотка.

Энергия электромагнитного поля двух обмоток с токами определяется следующим образом:

$$W_{\text{эм}} = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 \pm M_{12} I_1 I_2 \cos \varphi, \quad (2.5.4)$$

где  $I_1, I_2$  - действующие значения токов;  $\varphi$  - фазовый сдвиг токов;  $L_1, L_2$  - индуктивности обмоток;  $M_{12}$  - взаимная индуктивность обмоток (знак последнего слагаемого зависит от взаимоориентации магнитных моментов обмоток).

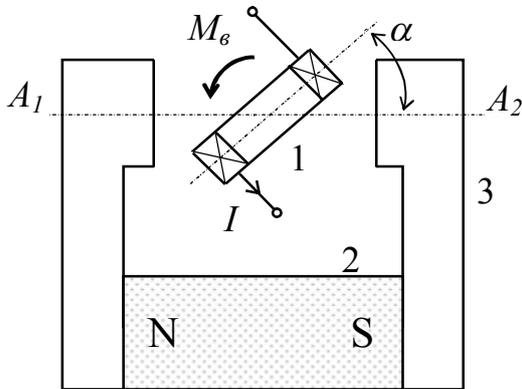


Рис. 2.5.3. Вариант магнито-электрического взаимодействия:  
1 – обмотка;  
2 – постоянный магнит;  
3 – магнитопровод.

Первые два слагаемых выражения (4) практически не зависят от перемещения подвижной обмотки, поэтому дифференцирование по формулам (1) дает результаты:

$$F = \pm I_1 I_2 \frac{dM_{12}}{dx} \cos \varphi; \quad M_B = \pm I_1 I_2 \frac{dM_{12}}{d\alpha} \cos \varphi. \quad (2.5.5)$$

Исключение составляет вариант 2.5.2б, где нужно учитывать изменение индуктивности подвижной обмотки, но данный случай имеет ограниченное практическое применение. Наибольшее применение для измерительных преобразований имеют зависимости  $M_B(I_1 I_2)$ ,  $M_B(\cos \varphi)$ ,  $M_B(I_1 I_2 \cos \varphi)$ .

Различные варианты магнитоэлектрического взаимодействия можно получить заменой постоянным магнитом ферромагнитного сердечника рис. 2.5.1 или одной из обмоток с током (электромагнита) рис. 2.5.2. На рис. 2.5.3 показан наиболее важный случай взаимодействия.

Выражение, описывающее данное взаимодействие, может быть получено из (2.5.5) формальной заменой  $I_1 = I$ ;  $I_2 \cdot dM_{12} = d\Psi$ . Здесь  $\Psi$  – потокосцепление поля постоянного магнита с обмоткой. Обычно обеспечивается однородность поля магнита в плоскости витков обмотки. В этом случае:

$$\Psi = wBS \sin \alpha; \quad M_B = \pm I wBS \cos \alpha, \quad (2.5.6)$$

где  $I$ ,  $w$ ,  $S$  – сила тока, число витков и площадь подвижной обмотки;  $B$  – индукция в воздушном зазоре магнитопровода;  $\alpha$  – угол между плоскостью витков и линиями индукции (параллельны  $A_1A_2$  – рис. 2.5.3).

Наибольшее значение для измерительных преобразований имеют зависимости  $M_v(I)$ ,  $M_v(B)$ .

## 2.5.2 Контрольные вопросы

2.5.2.1. В чем общность физической сущности магнитоэлектрического, индукционного, электродинамического, электромагнитного взаимодействий?

2.5.2.2. Как определить направление силы и момента вращения?

2.5.2.3. Дать определение и физическое толкование величин  $L$  и  $M_{12}$ .

2.5.2.4. Почему магнитопровод увеличивает  $F$  и  $M_v$ ?

2.5.2.5. Какие из рассмотренных взаимодействий реализуются на постоянном, переменном, постоянном и переменном токах?

2.5.2.6. В каком положении подвижного элемента рис. 2.5.1, 2.5.2, 2.5.3 значения  $F$  и  $M_v$  максимальны (минимальны)?

## 2.5.3. Цель работы

Ознакомиться с физическими основами электромеханических измерительных преобразований, вариантами их практической реализации. Экспериментально проверить функции преобразования для случаев электромагнитного, электродинамического, магнитоэлектрического взаимодействий.

## 2.5.4. Программа работы

2.5.4.1. Проверить экспериментально функцию преобразования (2.5.3), описывающую электромагнитное взаимодействие.

2.5.4.2. Проверить экспериментально функцию преобразования (2.5.5), описывающую электродинамическое взаимодействие.

2.5.4.3. Проверить экспериментально функцию преобразования (2.5.6), описывающую магнитоэлектрическое взаимодействие.

## 2.5.5. Объекты исследования и средства измерения

Основой лабораторного макета является электромагнит - неподвижная обмотка с магнитопроводом из феррита. Магнитопровод имеет воздушный зазор, в котором размещается или ферритовый сердечник (исследование электромагнитного взаимодействия) или подвижная обмотка (исследование электродинамического и магнитоэлектрического взаимодействий). Сердечник и подвижная обмотка закреплены на осях,

вращающихся в специальных опорах с токосъемами для питания обмотки. На каждой из осей имеются стрелка для отсчета угла поворота и коромысло для крепления грузика, создающего противодействующий момент. На одной из боковых сторон корпуса макета расположены гнезда для подключения неподвижной обмотки  $w_1$ , на другой - гнезда для подключения подвижной обмотки  $w_2$  и потенциометр для регулирования тока этой обмотки  $I_2$ . Необходимые для исследований преобразований постоянные и переменные питающие напряжения снимаются с выходных клемм коммутационно-измерительной панели (КИП). На этой же панели расположены переключатель и амперметр для регулирования и измерения тока неподвижной обмотки  $I_1$ . Измерение  $I_2$ , более точное измерение  $I_1$ , а также необходимое по ходу исследований измерение напряжений осуществляется цифровым вольтметром МУ 65. При измерении тока вольтметром используется добавочный образцовый резистор  $R_0=1$  Ом. Измерение индуктивности осуществляется прибором Е7-2 (Е7-8).

#### 2.5.6. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы

2.5.6.1. Для экспериментальной проверки функции преобразования, соответствующей электромагнитному взаимодействию, используется схема рис. 2.5.4.

Измерение  $M_B$  может быть осуществлено путем уравнивания его известным противодействующим моментом  $M_{пр}$ , создаваемым грузиком массой  $m=(640; 670; 760; 910)$  мг на плече  $l=15$  мм. Изменение  $M_B$  для достижения равновесия осуществляется изменением тока  $I$  с по-

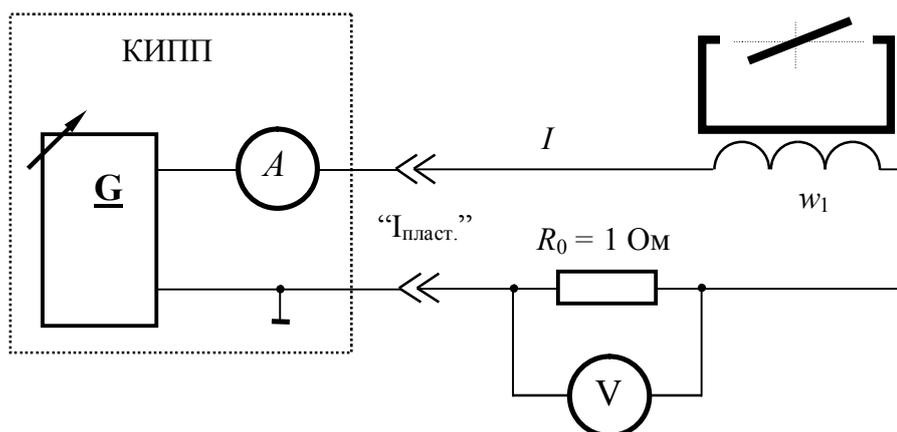


Рис. 2.5.4. Схема для исследования электромагнитного взаимодействия:  $\underline{G}$  – регулируемый источник постоянного напряжения

мощью переключателя на КИП. В состоянии равновесия:

$$M_{\text{пр}} = m g l \cos \alpha , \quad (2.5.7)$$

где  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – ускорение силы тяжести;  $\alpha$  – угол по шкале макета.

Измерение  $I$  осуществляется по падению напряжения на образцовом резисторе. Для определения значения входящей в выражение (2.5.3) величины  $dL/d\alpha$  сначала с помощью измерителя индуктивности снимается зависимость  $L(\alpha)$  в интервале  $\alpha = (-15\dots+15)^\circ$ , а затем графически находится значение производной для значения  $\alpha$ , соответствующего положению равновесия моментов. Далее по формуле (2.5.3) рассчитывается значение  $M_{\text{в}}$  и определяется относительная погрешность преобразования  $\gamma$ . В качестве действительного значения результата преобразования берется в данном случае значение  $M_{\text{пр}}$ :

$$\gamma = \frac{M_{\text{в}} - M_{\text{пр}}}{M_{\text{пр}}} \times 100\% . \quad (2.5.8)$$

2.5.6.2. Для экспериментальной проверки функции преобразования, соответствующей электродинамическому взаимодействию используется схема рис. 2.5.5.

Измерение  $M_{\text{в}}$  может быть осуществлено путем уравнивания

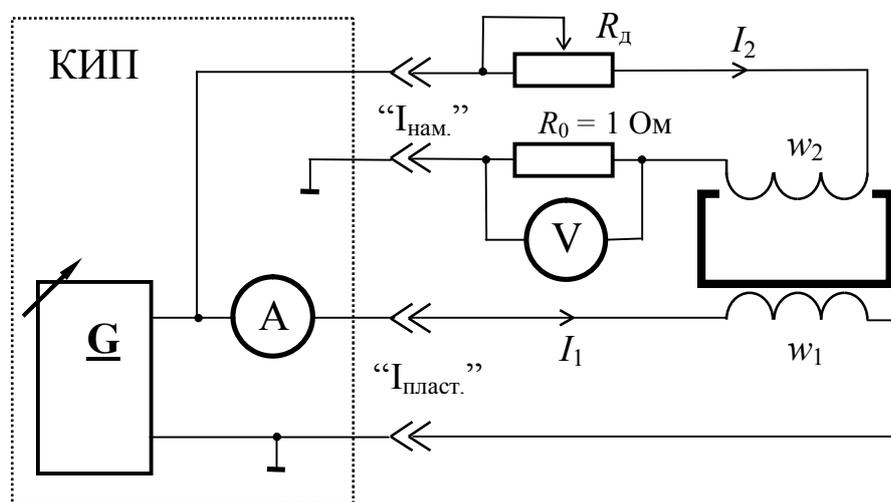


Рис. 2.5.5. Схема для исследования электродинамического взаимодействия:  $\underline{G}$  – регулируемый источник постоянного напряжения

его известным противодействующим моментом  $M_{пр}$ , создаваемым грузиком массой  $m = (640; 670; 760; 910)$  мг на плече  $l = 15$  мм. Изменение  $M_{в}$  для достижения равновесия осуществляется грубо изменением токов  $I_1$  и  $I_2$  переключателем на КИП и плавно – потенциометром  $R_d$ , расположенным на боковой стенке макета. Значение  $M_{пр}$  в положении равновесия определяется по формуле (2.5.7). Значения токов  $I_1$  и  $I_2$ , необходимые для определения  $M_{в}$  измеряются с помощью соответственно амперметра КИП и по падению напряжения на образцовом резисторе  $R_0$ . Для определения значения входящей в выражение (2.5.5) величины  $dM_{12}/d\alpha$  сначала снимается зависимость  $M_{12}(\alpha)$  в интервале  $\alpha = (-15...+15)^\circ$ , а затем графически находится значение производной для значения  $\alpha$ , соответствующего положению равновесия моментов. Схема измерения  $M_{12}$  представлена на рис. 2.5.6. В данном случае обмотка  $w_1$  запитывается синусоидальным током частоты  $f = 1$  кГц. Действующее значение эдс  $E_2$  второй обмотки  $w_2$  связано при таком питании с  $M_{12}$  соотношением:

$$M_{12} = \frac{E_2}{\omega I_1}, \quad (2.5.9)$$

где  $\omega = 2\pi f$  – угловая частота тока.

Измерение  $I_1$  осуществляется по падению напряжения на образцовом резисторе  $R_0$ .

Расчитанное по формуле (2.5.5) значение  $M_{в}$  сравнивается с действительным значением результата преобразования, в качестве которого берется значение  $M_{пр}$ , определяется погрешность преобразования по формуле (2.5.8).

6.3. Экспериментальную проверку функции преобразования, соответствующей магнитоэлектрическому взаимодействию, можно осуществить с использованием схем и методик измерения раздела 2.5.6.2, если условно считать поле постоянного тока обмотки  $w_1$  эквивалентным полю некоторого постоянного магнита. В соответствии с этим, сначала по описанной в разделе 2.5.6.2 методике определяются  $M_{пр}$ , уравновешивающий  $M_{в}$ , а также значения токов  $I_1$  и  $I_2 = I$ , соответствующие положению равновесия. Далее по формуле (2.5.6) находится расчетное значение  $M_{в}$ . Необходимые для расчета  $M_{в}$  параметры подвижной обмотки: число витков  $w_2 = 250$ ; диаметр среднего витка  $d_{ср} = 27$  мм. Значение индукции  $B$ , входящей в выражение (2.5.6), может быть определено с использованием схемы рис. 2.5.6 методом пропорционального пересчета, физической основой применения которого является линейная в диапазоне измерений зависимость индукции магнитного поля от на-

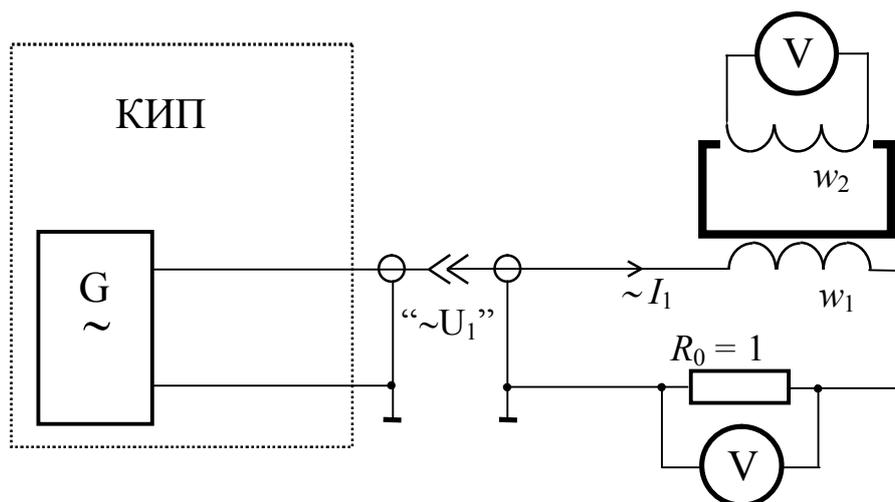


Рис. 2.5.6. Схема для измерения индукции магнитного поля:  
 $\sim G$  – регулируемый источник переменного напряжения  $f = 1$  кГц

пряженности поля (тока) полезадающей обмотки  $w_1$ . Коэффициент пропорциональности между током  $I_1$  и индукцией  $B$  удобно находить на переменном токе, поскольку в этом случае можно использовать индукционное преобразование. Роль индукционной обмотки выполняет подвижная обмотка  $w_2$ , ориентируемая под некоторым углом  $5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$  к линиям индукции магнитного поля, параллельным  $A_1A_2$  (рис. 2.5.3). В соответствии с функцией индукционного преобразования действующее значение индукции переменного магнитного поля  $B^*$  связано с действующим значением наводимой в обмотке эдс  $E_2$  и параметрами обмотки следующим образом:

$$B^* = \frac{E_2}{\omega S_2 w_2 \sin \alpha} . \quad (2.5.10)$$

Искомое значение индукции  $B$  постоянного магнитного поля, создаваемого постоянным током  $I_1$ , отличается от значения индукции  $B^*$  переменного магнитного поля, создаваемого переменным током  $I_1^*$ , во столько раз, во сколько отличаются токи:

$$\frac{B}{B^*} = \frac{I_1}{I_1^*} . \quad (2.5.11)$$

Отсюда определяется значение  $B$ , а далее по формуле (2.5.6) значение  $M_B$ . Погрешность результата электромеханического преобразования оценивается аналогично предыдущему случаю.

### 2.5.7. Содержание отчета

- 2.5.7.1. Название работы.
- 2.5.7.2. Цель работы.
- 2.5.7.3. Программа работы.
- 2.5.7.4. Схемы экспериментальных установок.
- 2.5.7.5. Основные соотношения, примеры расчетов.
- 2.5.7.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.
- 2.5.7.7. Графики зависимостей.
- 2.5.7.8. Выводы.

## 2.6. Исследование измерительных преобразований в тепловых полях

### 2.6.1. Краткие сведения из теории

Основным уравнением измерительных преобразований в тепловых полях является уравнение теплового баланса, согласно которому подводимое к объекту количество теплоты  $Q_{\text{вн}}$  равно сумме количества теплоты  $Q_{\text{р}}$ , отдаваемой им в среду, и количества теплоты  $Q_{\text{с}}$ , идущей на изменение его теплосодержания:

$$Q_{\text{вн}} = Q_{\text{р}} + Q_{\text{с}} . \quad (2.6.1)$$

Количество отдаваемой в единицу времени теплоты  $q_{\text{р}}$  (полный тепловой поток теплоотдачи) равно сумме тепловых потоков теплопроводности  $q_{\text{т}}$ , конвекции  $q_{\text{к}}$  и излучения  $q_{\text{л}}$ :

$$q_{\text{р}} = q_{\text{т}} + q_{\text{к}} + q_{\text{л}} . \quad (2.6.2)$$

Теплообмен посредством теплопроводности происходит путем взаимодействия частиц, находящихся в непосредственном соприкосновении друг с другом и имеющих различную температуру. Тепловой поток теплопроводности в некотором объекте, создаваемый разностью температур  $\Delta\theta$ , определяется зависимостью:

$$q_{\text{т}} = \gamma_{\text{т}} \Delta\theta , \quad (2.6.3)$$

где  $\gamma_{\text{т}}$  – теплопроводность объекта.

По аналогии с электрической проводимостью тепловая проводимость стержня длиной  $l$  и сечением  $S$  может быть определена как

$$\gamma_{\text{т}} = \lambda \frac{S}{l} , \quad (2.6.4)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности.

Коэффициент теплопроводности зависит от природы и физического состояния вещества. Теплопроводность твердых тел в большинстве случаев обусловлена двумя механизмами: движением электронов проводимости (доминирует в металлах) и тепловыми колебаниями атомов решетки (определяет теплопроводность неметаллов). Соответственно теплопроводность металлов пропорциональна их электрической проводимости.

Теплообмен посредством конвекции осуществляется за счет перемещения материальных частиц, имеющих разную температуру. Тепловой поток конвекции равен:

$$q_k = \gamma_k \Delta\theta = \alpha_k S_{\Pi} \Delta\theta, \quad (2.6.5)$$

где  $\gamma_k$  – проводимость теплоотдачи путем конвекции;

$\Delta\theta$  – разность температур окружающей среды и тела;

$\alpha_k$  – коэффициент конвективного теплообмена;

$S_{\Pi}$  – площадь поверхности тела.

Коэффициент конвективного теплообмена зависит от размеров тела, формы поверхности, теплопроводности и вязкости взаимодействующей с телом среды, но главным образом от скорости  $V$  взаимного перемещения тела и среды. Можно ориентировочно принять, что  $\alpha_k$  пропорционален  $V^{0,4}$ .

Сущность теплообмена посредством излучения заключается в излучении телом электромагнитных волн определенной длины. Тепловой поток излучения системы двух тел

$$q_l = \gamma_l \Delta\theta = \alpha_l S_{12} \Delta\theta, \quad (2.6.6)$$

где  $\gamma_l$  – проводимость теплоотдачи путем излучения ;

$\Delta\theta$  – разность температур двух тел;

$\alpha_l$  – коэффициент теплообмена излучением;

$S_{12}$  – взаимная поверхность излучения тел.

Коэффициент теплообмена излучением зависит от формы, взаиморасположения, температуры взаимодействующих тел, от состояния и цвета их поверхностей. Взаимная поверхность излучения двух плоскопараллельных тел, квадрат расстояния между которыми меньше площадей их поверхностей, равна площади поверхности меньшего тела, обращенной к другому телу.

Тепловой поток изменения внутренней энергии (теплосодержания тела) описывается выражением:

$$q_c = \frac{dQ_c}{dt} = c m \frac{d\theta}{dt}, \quad (2.6.7)$$

где  $c$ ,  $m$ ,  $\theta$  – теплоемкость, масса, температура тела.

Наличие теплового потока  $q_c$  обуславливает инерционность изменения температуры тела при изменении температуры окружающей среды или теплового потока  $q_{вн}$ , подводимого к телу. Если в момент времени  $t = 0$  существовала разность  $\Delta\theta_0$  температуры тела  $\theta_T$  и температуры окружающей среды  $\theta_c$ , то при отсутствии  $q_{вн}$  и постоянстве  $\theta_c$  уравнивание температур  $\theta_T$  и  $\theta_c$  происходит по аperiodическому закону:

$$\theta_T = \theta_c + \Delta\theta_0 e^{-t/\tau}, \quad (2.6.8)$$

где  $\tau$  – показатель тепловой инерции (постоянная времени аperiodического процесса).

Величина  $\tau$  является функцией параметров тела и окружающей среды:

$$\tau = \frac{cm}{\gamma_\Sigma}, \quad (2.6.9)$$

здесь  $\gamma_\Sigma$  – полная тепловая проводимость окружающей среды.

Следует отметить, что начальный участок реального теплового процесса, называемый дорегулярным режимом, отличается от описываемого уравнением (2.6.8), что обусловлено перераспределением температур в толще самого тела. В нашем же случае будем считать, что весь тепловой переходный процесс протекает в регулярном режиме и описывается уравнением (2.6.8).

## 2.6.2. Контрольные вопросы

2.6.2.1. Какие тепловые потоки определяют энергетический баланс подводимой к объекту и расходуемой тепловой энергии?

2.6.2.2. В чем заключается физическая сущность теплообмена посредством теплопроводности, конвекции, лучеиспускания?

2.6.2.3. В чем заключается физическая сущность изменения теплосодержания тела?

2.6.2.4. Почему теплопроводность металлов пропорциональна их электрической проводимости?

2.6.2.5. Какие свойства окружающей среды влияют на инерционность изменения температуры тела при скачкообразном изменении температуры окружающей среды?

2.6.2.6. Зависит ли длительность теплового переходного процесса от начальной разности температур тела и окружающей среды?

### 2.6.3. Цель работы

Ознакомиться с физическими основами измерительных преобразований в тепловых полях, вариантами их практической реализации. Экспериментально оценить для разных условий значения тепловых проводимостей посредством теплопроводности, конвекции, лучеиспускания, а также значения показателей тепловой инерции. Экспериментально определить зависимость этих величин от свойств объекта и окружающей среды.

### 2.6.4. Программа работы

2.6.4.1. Определить экспериментально значения теплопроводности и коэффициента теплопроводности образцов из различных металлов.

2.6.4.2. Определить экспериментально зависимость проводимости теплоотдачи путем конвекции от скорости воздушного потока.

2.6.4.3. Сравнить экспериментально значения проводимости теплоотдачи путем лучеиспускания для объектов с разным цветом поверхности.

2.6.4.4. Определить экспериментально значения показателя тепловой инерции системы тело – окружающая среда для разных значений скорости движения среды.

### 2.6.5. Объекты исследования и средства измерения

Объектами исследований являются три одинаковые по размерам полоски из разного металла (сталь, дюраль, медь), две одинаковые по размерам дюралевые пластинки с разным состоянием поверхности (полированная и черненная), дюралевая пластина большего размера с черной поверхностью. В качестве нагревателя используется транзистор КТ818В. Для измерения температуры используется электронный преобразователь температура - напряжение, в котором в качестве чувствительных элементов используются диоды КД210. Преобразователь конструктивно выполнен в отдельном корпусе с выносными термочувствительными элементами. Питание преобразователя осуществляется с коммутационно - измерительной панели (КИП). Кабель питания подключается к разъему КИП “Внешнее устройство”. На этой же панели расположены переключатель и амперметр для регулирования и измерения тока нагревателя  $I$ . Измерение напряжения нагревателя  $U$ , а также выходных напряжений электронного блока, пропорциональных температурам чувствительных элементов (гнезда “ $t_1 - \perp$ ” и “ $t_2 - \perp$ ”), осуществляется с помощью Цифрового вольтметра МУ 65. Крепление нагревателя и термочувствительных элементов на объектах исследования осуществляется

с помощью имеющихся на последних пружинных зажимов. Для создания высокого градиента температуры при исследовании тепловой проводимости металлических полосок используется радиатор с зажимом для крепления полоски. Для устранения паразитных тепловых потоков при измерении тепловых потоков теплопроводности и лучеиспускания используются пенопластовые теплоизолирующие кожухи. При исследовании теплообмена посредством конвекции используется вентилятор, скорость воздушного потока которого регулируется путем изменения площади сечения всасывающих отверстий специальными штор-

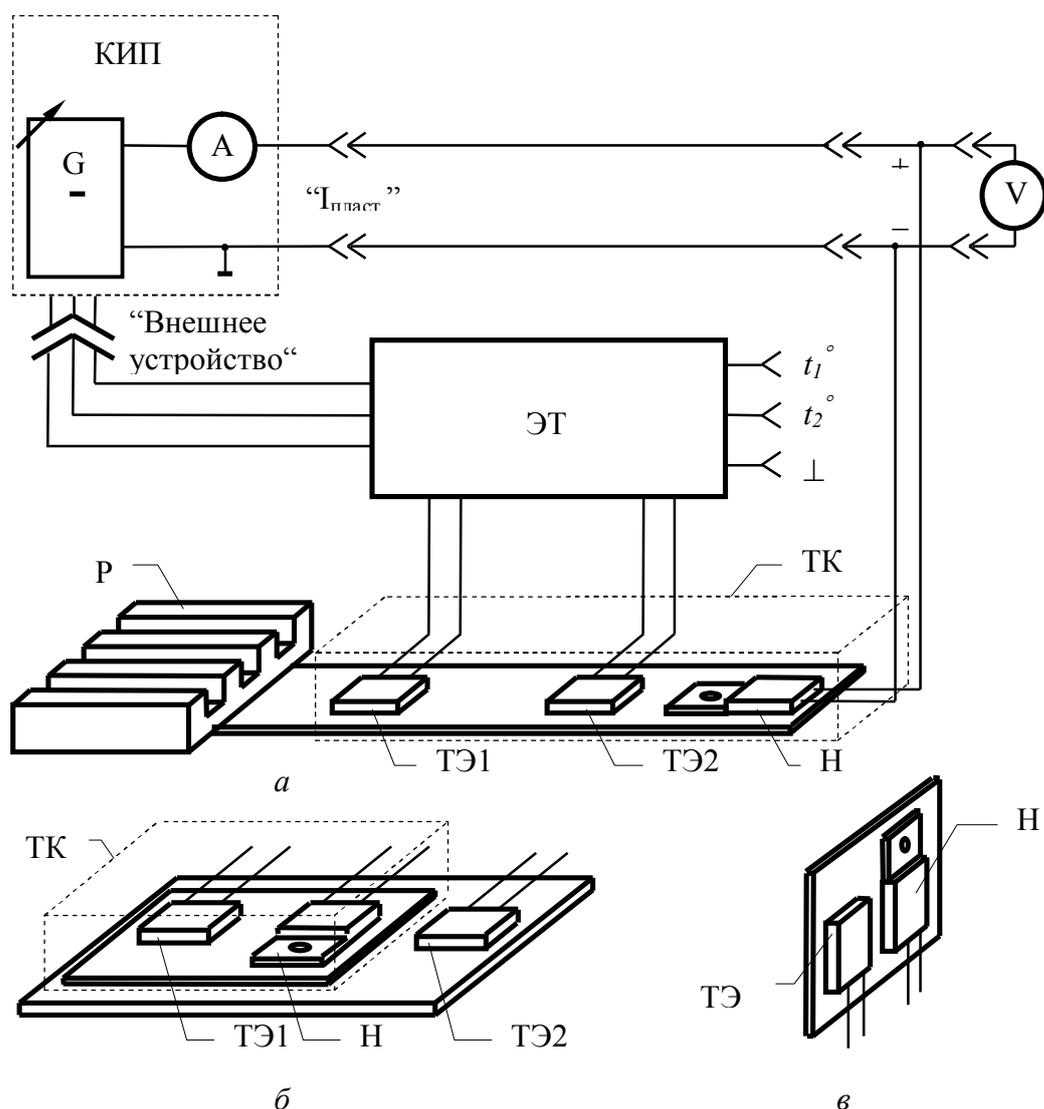


Рис.2.6.1. Схема измерения проводимости теплоотдачи путем теплопроводности (а), конвекции (б), лучеиспускания (в):  $G$  - регулируемый источник постоянного напряжения;  $TЭ$  - термочувствительный элемент;  $H$  - нагреватель;  $TK$  - теплоизолирующий кожух;  $ЭТ$  - электронный термометр;  $P$  - радиатор.

ками. Шкала угла поворота регулирующих шторок отградуирована в единицах скорости создаваемого вентилятором воздушного потока. Крепление объектов исследования осуществляется на специальных кронштейнах с помощью пружинных зажимов.

2.6.6. Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы

2.6.6.1. Для определения значений теплопроводности и коэффициента теплопроводности материала металлической полоски используется схема рис. 2.6.1*a*. Согласно выражению (2.6.3) теплопроводность участка образца между двумя его сечениями может быть определена следующим образом:

$$\gamma_T = \frac{q_T}{\Delta\theta}, \quad (2.6.10)$$

здесь  $q_T$  – тепловой поток теплопроводности через сечения образца;  $\Delta\theta$  – разность температур в первом и втором сечениях.

Тепловой поток теплопроводности через металлическую полоску может быть создан с помощью нагрева одного конца полоски нагревателем и охлаждения другого конца полоски с помощью радиатора за счет естественной конвекции. Для исключения паразитных тепловых потоков объект исследования помещается в теплоизолирующий пенопластовый кожух. Благодаря этому можно условно принять, что при установленном тепловом режиме весь тепловой поток  $q_{вн}$ , создаваемый нагревателем, передается радиатору за счет теплового потока теплопроводности металлической полоски:

$$q_T = q_{вн}. \quad (2.6.11)$$

Подводимый к объекту тепловой поток  $q_{вн}$  равен мощности нагревателя и может быть определен путем измерения по схеме рис. 2.6.1 тока  $I$  и напряжения  $U$  нагревателя:

$$q_T = q_{вн} = I U. \quad (2.6.12)$$

При проведении данного эксперимента на нагреватель подается максимальная мощность. Температуры сечений образца могут быть измерены с помощью электронного термометра, выходные напряжения которого прямопропорциональна температурам его термочувствительных элементов:

$$\theta^\circ = S U_{\text{вых}}, \quad (2.6.13)$$

где  $\theta^\circ$  – температура в градусах Цельсия;  $S$  – чувствительность преобразования, равная 100 град/В;  $U_{\text{вых}}$  – выходное напряжение электронного термометра, В.

Следует обратить особое внимание на то обстоятельство, что используемое в расчетах соотношение (2.6.11) справедливо только в случае установившегося температурного режима (при отсутствии теплового потока изменения теплосодержания тела). В соответствии с этим следует, учитывая инерционность теплового процесса ( $\tau \approx 3$  мин), проводить измерение разности температур  $\Delta\theta$  не ранее 15 мин. после включения нагревателя. Значение теплопроводности  $\gamma_t$  участка пластин между центрами чувствительных элементов определяется по формуле (2.6.10), а коэффициент теплопроводности  $\lambda$  – из соотношения (2.6.4) при известных значениях геометрических параметров металлической полоски:  $S = 12 \text{ мм}^2$ ;  $l = 45 \text{ мм}$ .

2.6.6.2. Для определения экспериментальной зависимости проводимости теплоотдачи путем конвекции от скорости воздушного потока используется электрическая схема рис. 2.6.6.1. Объектом исследования в этом случае является металлическая пластинка из полированного дюрала. Пластинка с закрепленными на ней нагревателем и термочувствительным элементом устанавливается на кронштейне вентилятора. Второй термочувствительный элемент крепится на пластинке из черного дюрала и служит для измерения температуры окружающей среды. Согласно выражению (2.6.5) проводимость теплоотдачи путем конвекции может быть определена по формуле:

$$\gamma_k = \frac{q_k}{\Delta\theta}. \quad (2.6.14)$$

В данном случае при установившейся температуре пластинки (отсутствии теплового потока изменения теплосодержания) можно принять, что практически весь подводимый к пластинке тепловой поток нагревателя расходуется на теплообмен с окружающей средой путем конвекции:

$$q_k = q_{\text{вн}} = I U. \quad (2.6.15)$$

Другими составляющими теплообмена ввиду крепления пластинки на теплоизолирующем кронштейне, относительно низкой ее температуры и полированной поверхности в данном случае можно пренебречь.

Как и в предыдущем случае на нагреватель подается максимальная мощность. Первое измерение температур нагреваемой пластинки и окружающей среды производится при скорости воздушного потока рав-

ной нулю (естественная конвекция). Следует учесть, что ввиду тепловой инерции стационарный тепловой режим устанавливается в данном случае через 12 минут после включения нагревателя.

Следующие измерения разности температур производятся для значений скорости  $V$  воздушного потока 0.3; 0.4; ..., 1.0 м/с через 2 минуты после изменения скорости.

На основе полученных данных строится зависимость  $\gamma_k(V)$  в диапазоне скоростей 0 ... 1 м/с.

2.6.6.3. Измерение проводимости теплоотдачи путем лучеиспускания осуществляется с использованием электрической схемы рис.1. Объектами исследования в этом случае являются дюралевые пластинки с полированной и черненной поверхностями. При проведении эксперимента на одной из этих пластинок закрепляются нагреватель и чувствительный элемент. Второй термочувствительный элемент устанавливается на массивную дюралевую пластину большего размера (в дальнейшем основание), с которой и осуществляется теплообмен лучеиспусканием. Исследуемая пластинка помещается в теплоизолирующий кожух, уменьшающий паразитные тепловые потоки. Теплообмен с основанием осуществляется через отверстие в нижней части кожуха.

Согласно выражению (2.6.6) проводимость теплоотдачи путем лучеиспускания может быть определена по формуле:

$$\gamma_{\text{л}} = \frac{q_{\text{л}}}{\Delta\theta}, \quad (2.6.16)$$

здесь  $\Delta\theta$  – разность температур пластинки и основания.

При установившемся тепловом режиме (отсутствии теплового потока изменения теплосодержания) можно принять, что основная часть теплового потока теплоотдачи пластинки обусловлена теплообменом нагреваемой исследуемой пластинки и основания путем лучеиспускания. И соответственно:

$$q_{\text{л}} = q_{\text{вн}} = IU. \quad (2.6.17)$$

Значения тока и напряжения нагревателя выбираются в данном случае порядка 1.4 А и 1.4 В (восьмое положение переключателя установки тока).

Измерение температур пластинки и основания для определения разности их температур  $\Delta\theta$  с учетом тепловой инерции производится не ранее 15 минут после включения нагревателя. После проведения экспериментов с полированной и черненной пластинками определяется соотношение тепловых проводимостей в том и другом случаях.

2.6.6.4. Значения показателя тепловой инерции при разных скоростях воздушного потока, обуславливающего теплообмен конвекцией, могут быть определены путем анализа кривой переходного процесса изменения температуры объекта при скачкообразном изменении температуры окружающей среды или теплового потока, подводимого к объекту нагревателем. В нашем случае удобнее использовать второе. При проведении эксперимента используются те же электрическая схема, объект исследования и дополнительное оборудование, что и в разделе 2.6.6.2. Методика проведения эксперимента по определению теплового переходного процесса заключается в следующем. На кронштейн вентилятора устанавливается полированная дюралевая пластинка с нагревателем и термочувствительным элементом. Черная пластинка с другим термочувствительным элементом размещается вблизи вентилятора. При выключенном вентиляторе осуществляется нагрев пластинки в течение 15 минут до установившегося значения температуры. Режим нагрева:  $I \approx 1.4 \text{ А}$ ;  $U \approx 1.4 \text{ В}$  (восьмое положение переключателя установки тока). Далее устанавливается фиксированная скорость воздушного потока и снимается кривая изменения температуры пластинки  $\theta_{\tau}^{\circ}(t)$ . Значения времени, в которые производятся измерения, удобно брать равными 0; 1; 2; ..., 15 мин. Значение показателя тепловой инерции  $\tau$  может быть определено на основе полученной зависимости  $\theta_{\tau}^{\circ}(t)$  двумя способами.

По первому способу в уравнение (2.6.8), описывающее аperiodический тепловой процесс подставляется значение  $t = \tau$ . В этом случае получаем:

$$\theta_{\tau} = \theta_c + \frac{\Delta\theta_0}{e}, \quad (2.6.18)$$

здесь  $\theta_{\tau}$  – температура пластинки в момент времени  $t = \tau$ ;  $\theta_c$  – температура окружающей среды;  $\Delta\theta_0$  – начальная разность температур пластинки и среды.

Таким образом, искомое значение  $\tau$  равно значению времени  $t$ , при котором температура пластинки достигает значения  $\theta_c + \Delta\theta_0 / e$ .

По второму способу из графика зависимости  $\theta_{\tau}^{\circ}(t)$  определяются значения  $\theta_{\tau}(t_1)$  и  $\theta_{\tau}(t_2)$ , соответствующие значениям времени  $t_1$  и  $t_2 = 2 t_1$ . Искомое значение  $\tau$  может быть найдено после некоторых математических преобразований (8) по формуле:

$$\tau = -\frac{t_1}{\ln[\theta_m(t_2)/\theta_m(t_1) - 1]}. \quad (2.6.19)$$

Соотношение показателей инерционности тепловых процессов при разных скоростях конвекционного потока должно соответствовать соотношению тепловых проводимостей теплообмена путем конвекции для этих же значений скоростей (см. результаты выполнения п. 2.6.4.2 программы экспериментов).

#### 2.6.7. Содержание отчета

- 2.6.7.1. Название работы.
- 2.6.7.2. Цель работы.
- 2.6.7.3. Программа работы.
- 2.6.7.4. Схемы экспериментальных установок.
- 2.6.7.5. Основные соотношения, примеры расчетов.
- 2.6.7.6. Результаты экспериментов и расчетов, оформленные в виде таблиц.
- 2.6.7.7. Графики зависимостей.
- 2.6.7.8. Выводы.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Физические основы измерительных преобразований: Учебное пособие / А.Е. Гольдштейн. – Томск: Издательство томского политехнического университета, 2007. – 267 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3 т. М.: Наука, 1977. – 416 с.
3. Гольдштейн А.Е. Электромагнитное поле. Электрические и магнитные свойства материалов: Учебное пособие. – Томск: ТПУ, 1999. – 20 с.
4. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. – М.: Госэнергоиздат, 1960. – 464 с.
5. Гончарский В.Г., Калашников Н.И., Кузовкин С.К. Технические основы аэроэлектроразведки (с гармоническим полем). – Киев: Наукова думка, 1969. – 380 с.
6. Винокуров Б.Б. Измерение параметров магнитных полей и характеристик ферромагнитных материалов. Учебн. пособие. Томск, ТПУ, 1990. - 112 с.
7. Калашников Э.Г. Электричество. М.: - Наука, 1977. - 591 с.
8. Электрические измерения. Под ред. Е.Г. Шрамкова. Учебное пособие для вузов. М. : Высшая школа, 1972. - 520 с.
9. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. Справочная книга. - 3-е изд. Л. : Энергоатомиздат, 1986. - 488 с.
10. Электрические измерения неэлектрических величин. /Под ред. П. В. Новицкого. - Изд. 5-е. Л.: Энергия, 1975 - 576 с.
11. Полищук Е. С. Измерительные преобразователи. Киев : Вища школа, 1981. - 296 с.
12. Неразрушающий контроль. В 5 кн., Кн. 3. Электромагнитный контроль. Под ред. В.В.Сухорукова. – М.: Высш. шк., 1991. – 312 с.
13. Тамм И.С. Основы теории электричества. Учебное пособие для вузов. – 10-е изд. М.: Наука, 1989. – 504 с.
14. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий. Справочник. В 2-х книгах. Под ред. В.В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1986. – 840 с.
15. Неразрушающий контроль: Справочник. Под ред. В.В. Клюева. В 8 томах. Т 5: В 2-х кн. Кн. 1: Тепловой контроль. Кн. 2: Электрический контроль. – М.: Машиностроение, 2004. – 679 с.
16. Неразрушающий контроль: Справочник. Под ред. В.В. Клюева. В 8 томах. Т 2: В 2-х кн. Кн. 1: Контроль герметичности. Кн. 2: Вихретоковый контроль. – М.: Машиностроение, 2003. – 688 с.