

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор ИДО

_____ А.Ф. Федоров
« ____ » _____ 2006 г.

Теоретическая электротехника
Часть 1

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания для студентов специальностей 210100 «управление и информатика в технических системах» и 071800 «автоматизированные технологии и производства» Института дистанционного образования

Семестр	5
Лекции, часов	12
Лабораторные занятия, часов	10
Практические занятия, часов	6
Контрольная работа	1
Самостоятельная работа, часов	193
Формы контроля	экзамен

Томск 2006

УДК 621.3.01/09

Теоретическая электротехника. Ч.1: Рабочая программа, метод. указ. и контр. задание №1 для студентов спец. 210100, 071800. ИДО/ Сост. А.М. Купцов. – Томск: Изд. ТПУ, 2006.- 34 с.

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры теоретической и общей электротехники

« ____ » _____ 2006г.

Зав. кафедрой, доцент, к.т.н. _____ Носов Г.В.

Аннотация

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания по дисциплине «Теоретическая электротехника» предназначены для студентов специальностей 210100 и 071800. Данная дисциплина изучается два семестра.

Приведен перечень основных тем дисциплины, указаны перечень лабораторных работ и темы практических занятий. Приведены варианты заданий для контрольной работы №1.. Даны методические указания по выполнению контрольной работы..

1. Цели и задачи учебной дисциплины

«Теоретическая электротехника» (ТЭ) является одной из базовых дисциплин, определяющих наряду с курсами высшей математики и физики общетеоретическую и профессиональную подготовку инженеров электротехнических специальностей. Значительную роль ТЭ играет и в формировании естественнонаучного мировоззрения.

Целью преподавания курса является знакомство и изучение основополагающих законов теории электрических и магнитных цепей и полей, а также развитие навыков их теоретического и экспериментального исследования, необходимых как для освоения специальных дисциплин, так и для последующей инженерной деятельности.

В соответствии с ГОС ВПО студент, изучивший данный курс должен:

1. Знать и уметь использовать на практике основные понятия, законы и модели электрических цепей.
2. Владеть методами расчёта и анализа электрических цепей в установившихся и переходных режимах.
3. Иметь представление о частотных свойствах цепи, о спектрах сигналов, о многополюсниках и цепях с распределёнными параметрами, об основных положениях теории Максвелла для электромагнитного поля, а также о поверхностном эффекте, эффекте близости и электромагнитном экранировании.

Задача дисциплины - обеспечить достижение указанной цели имеющимися в распоряжении преподавателя и студентов средствами:

на лекциях и в процессе самостоятельной работы - получить представление об основных разделах электротехники;

на практических занятиях, при выполнении лабораторных работ и контрольных заданий - научиться пользоваться основными законами, уравнениями, понятиями и соотношениями;

при выполнении расчётно-графических работ - овладеть современными методами расчёта цепей;

Проверка качества и количества приобретённых представлений, знаний, умений и навыков осуществляется с помощью текущего и рубежного контроля. Курс базируется на знаниях, полученных студентами при изучении курсов высшей математики, физики и информатики.

В первой части курса теоретической электротехники рассматриваются элементы линейных электрических цепей, их модели и параметры, основные теоремы и свойства электрических цепей в установившихся режимах при действии источников постоянного, синусоидального и несинусоидального напряжения и тока, методы их расчета, вопросы преобразования электрической энергии, а также трехфазные цепи и четырехполюсники.

2. Содержание теоретического раздела дисциплины

Пятый семестр

2.1. Введение в теорию линейных электрических цепей

Задачи и цели курса «Теоретическая электротехника», его место в системе подготовки специалистов по управлению и информатике в технических системах и по автоматизированным технологиям и производствам. Электромагнитное поле и его уравнения. Интегральное описание электромагнитных процессов в электрических цепях. Элементы электрической цепи: активные (источники электрической энергии) и пассивные (резистивный, индуктивный, емкостный). Условные графические изображения элементов. Дуальность элементов цепи. Схемы замещения реальных устройств. Способы соединения элементов цепи, топологические понятия электрической цепи: граф цепи, дерево графа, контур, узел. Матрицы графа. Основные законы и свойства электрических цепей: законы Ома, Кирхгофа, Джоуля-Ленца, принципы наложения, взаимности, компенсации. Математические модели элементов электрических цепей. Уравнения состояния и основные свойства их решений. Понятие о переходных и установившихся процессах.

2.2. Анализ установившихся режимов в цепях с постоянными и синусоидальными источниками энергии

Амплитудное, действующее, среднее и среднее по модулю значения синусоидального тока. Представление гармонических функций функциями комплексной частоты. Метод комплексных амплитуд (символический метод). Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме. Расчет цепей при последовательном, параллельном и смешанном соединениях участков цепи. Эквивалентные преобразования электрических цепей. Методы контурных токов, наложения, узловых потенциалов и эквивалентного генератора. Понятие обобщенной ветви. Матрицы электрической цепи. Контурные и узловые уравнения в матричной форме.

Расчет электрических цепей на ЭВМ с использованием пакета Mathcad. Индуктивно связанные цепи: электродвижущая сила взаимной индукции; последовательное и параллельное соединения индуктивно связанных элементов; эквивалентная замена индуктивных связей; трансформатор в линейном режиме.

Мощность в цепях постоянного и переменного тока: мгновенная и средняя за период. Мощность в комплексной форме. Передача энергии между индуктивно связанными элементами.

2.3. Резонанс в простых колебательных контурах

Общие понятия и определения. Последовательный и параллельный колебательный контуры. Резонанс напряжений и токов. Частотные

характеристики последовательного и параллельного колебательного контуров.

2.4. Электрические цепи с несинусоидальными периодическими сигналами

Разложение периодических несинусоидальных функций в тригонометрический ряд (ряд Фурье). Действующие и средние значения несинусоидальных периодических функций. Дискретные спектры. Коэффициенты, характеризующие форму кривой несинусоидальных функций. Расчет цепей с несинусоидальными периодическими сигналами.

2.5. Трехфазные цепи

Основные понятия и определения. Симметричный и несимметричный режимы в трехфазных цепях. Мощность в трехфазных цепях и ее измерение.

2.6. Четырехполюсники

Общие понятия. Основные уравнения линейного пассивного четырехполюсника. Схемы замещения четырехполюсников, связь их параметров с коэффициентами уравнений. Симметричный четырехполюсник, его характеристическое сопротивление и постоянная передачи. Уравнения четырехполюсника в гиперболических функциях. Активные четырехполюсники: автономные и неавтономные.

3. Содержание практического раздела дисциплины

3.1. Содержание практических занятий

Пятый семестр

3.1.1. Токи и напряжения в RLC-элементах. Эквивалентные взаимные преобразования схем соединения пассивных и активных элементов, законы Ома, Кирхгофа, Джоуля - Ленца. Основы символического метода.

3.1.2. Методы контурных токов, узловых потенциалов, наложения и эквивалентного генератора в расчете электрических цепей. Цепи с взаимной индуктивностью и их анализ.

3.1.3. Цепи с несинусоидальными (негармоническими) периодическими сигналами. Разложение периодических несинусоидальных функций в тригонометрический ряд Фурье. Дискретные спектры. Расчеты разветвленной цепи с периодическими негармоническими сигналами.

Последовательный и параллельный резонансные контур. Частотные и резонансные характеристики

3.1.4. Трехфазные симметричные и несимметричные цепи.

3.1.5 Четырехполюсники, их уравнения и характеристические параметры. Анализ пассивных и активных четырехполюсников.

3.2. Перечень двухчасовых лабораторных работ

Пятый семестр

3.2.1. Знакомство с измерительным комплексом "Луч". Изучение свойств пассивных элементов цепи – 2 часа.

3.2.2. Исследование характеристик независимых и зависимых источников напряжения и тока – 2 часа.

3.2.3. Простейшие линейные цепи с синусоидальными источниками – 2 часа.

3.2.4. Резонансные явления в последовательном и параллельном колебательном контурах – 2 часа.

3.2.5. Исследование цепи с негармоническими сигналами – 2 часа.

Методические указания к выполнению лабораторных работ приведены в [1] раздела 5.2.

Замечание. К выполнению лабораторных работ допускаются только подготовленные студенты, которые выполнили необходимые контрольные работы, проработали соответствующие разделы курса, подготовили необходимые для работы формулы и предварительные расчеты и прошли собеседование с преподавателем. Отчеты по выполненным лабораторным работам принимаются преподавателем после их защиты.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

4.1. Общие методические указания к выполнению контрольных работ

Выполнение контрольных работ - важный этап изучения электротехники. Их цель – освоение современных методов расчета и анализа цепей, приобретение навыков краткого изложения сущности производимых расчетов и анализа полученных результатов.

К представленным на проверку отчетам, предъявляются следующие требования:

1. На первой странице (после титульного листа) подробно записывается условие задания, затем схема и табличные данные.

2. Основные этапы решения должны быть выделены и иметь достаточно подробные пояснения. Рисунки, графики, вспомогательные схемы (удовлетворяющие требованиям ЕСКД) должны располагаться по тексту после соответствующих ссылок и выполняться в удобочитаемом масштабе, желательно на миллиметровке. Каждая кривая и рисунки в целом должны быть подписаны.

3. Численные результаты величин записываются после округления с четырьмя значащими цифрами. Допускается и с тремя, если первая не 1 или 2. Например, 38,3; 0,01125; 95400.

4. Представленный на проверку отчет (работа) должен быть датирован и подписан студентом.

5. После проверки преподавателем замечания должны быть исправлены, а работа сдана на повторную проверку вместе с первоначальным вариантом и замечаниями преподавателя. При исправлении части работы она не переписывается: исправленный текст пишется вблизи первоначального с указанием, что это исправление ошибок.

6. Задание зачитывается после защиты, если оно удовлетворяет вышеперечисленным требованиям и не содержит принципиальных ошибок.

Дополнительные требования: 1. Все буквенные символы необходимо пояснять словами или обозначать на схемах. Числовому решению должно предшествовать буквенное решение или формула.

2. Не следует изменять однажды принятые направления токов, наименования узлов, сопротивлений и т.д. В разных методах одну и ту же величину следует обозначать одним и тем же символом. Конечные результаты необходимо четко выделять.

3. При построении кривых и диаграмм масштаб следует выбирать таким, чтобы в одном сантиметре укладывалось целое число единиц измерения физической величины. Градуировку осей выполнять, начиная с нуля, равномерно через один или два сантиметра, указывая численные значения величин слева от вертикальной оси и под горизонтальной осью. Обозначения величин и их единицы измерения указывать обязательно. Для векторных диаграмм оси не градуируются, масштаб указывается в верхнем правом углу, например, $m_i = 10 \text{ В/см}$.

4.2. Контрольная работа №1

Контрольная работа №1 состоит из трех задач: 1.1 - расчет цепи с источниками постоянных во времени ЭДС и тока; 1.2 - расчет цепи с источниками ЭДС и тока, изменяющимися во времени по синусоидальному закону; 1.3 – расчет цепи с несинусоидальным источником.

Задача 1.1. Расчёт линейной электрической цепи с постоянными напряжениями и токами.

Для заданной схемы, соответствующей номеру варианта (выбирается по номеру шифра; если он больше 25, отнимают от него 25) и изображенной на рис. 1.1-1.10, с источниками постоянных во времени ЭДС и тока: $e_1(t) = E_1$, $e_2(t) = E_2$, $J(t) = J$ и параметрами элементов, указанными в табл. 1.1, выполнить следующее.

1. Изобразить схему, достаточную для расчёта постоянных во времени токов ветвей, указав их номера и направления. Не преобразовывая схему, составить систему уравнений по законам Кирхгофа для расчёта токов ветвей схемы и напряжения на источнике тока.

- 1.1. Рассчитать токи ветвей схемы методом контурных токов.
- 1.2. Рассчитать токи ветвей схемы методом узловых потенциалов.
- 1.3. Записать уравнение баланса мощностей и подсчитать мощности источников энергии и нагрузок. Оценить погрешность расчета.
- 1.4. Представить схему относительно ветви **ad** эквивалентным источником. Определить его параметры и найти ток ветви **ad** аналитически, а затем графически по внешней характеристике.
2. Преобразовать схему до одного контура и найти напряжение на источнике тока.

Таблица 1.1

шифр	№ схе- мы	E_1 , В	E_2 , В	J А	α °	R Ом	L , мГн	M , мГн	C , мкФ	ω , рад/с
1	1.1	12	48	0,1	90	100	100	100	10	1000
2	1.4	24	24	0,1	0	20	10	10	50	2000
3	1.6	12	6	0,4	90	10	10	10	100	1000
4	1.9	6	12	0,2	45	10	20	20	200	500
5	1.2	24	12	0,3	-90	50	100	100	40	500
6	1.10	24	12	0,4	0	20	10	10	25	2000
7	1.3	24	12	0,2	90	100	200	200	20	500
8	1.9	12	24	0,2	0	20	20	20	50	1000
9	1.5	12	6	0,1	45	50	100	100	40	500
10	1.3	6	12	0,3	0	50	50	50	20	1000
11	1.8	6	12	0,1	-45	50	100	100	40	500
12	1.2	24	12	0,3	0	50	50	50	20	1000
13	1.8	12	24	0,2	270	50	50	50	20	1000
14	1.7	12	24	0,2	0	100	200	200	20	500
15	1.6	12	12	0,1	90	10	5	5	50	2000
16	1.4	12	24	0,1	270	10	10	10	100	1000
17	1.5	12	6	0,2	90	50	25	25	10	2000
18	1.1	12	24	0,5	0	100	200	200	20	500
19	1.3	6	24	0,5	90	100	50	50	5	2000
20	1.4	12	24	0,2	0	20	40	40	100	500
21	1.2	50	24	0,4	90	50	25	25	10	2000
22	1.8	12	48	0,4	0	10	5	5	50	2000
23	1.10	12	6	0,4	45	20	20	20	50	1000
24	1.7	12	6	0,1	0	50	50	50	20	1000
25	1.1	12	24	0,2	90	50	25	25	10	2000

3. Для контура без источника тока (если возможно, внешнего) рассчитать и построить потенциальную диаграмму.

4. По результатам расчётов составить таблицу и дать характеристику использованным методам.

Задача 1.2. Расчёт линейной электрической цепи с синусоидально изменяющимися напряжениями и токами

Для электрической цепи, схема и параметры которой выбираются по номеру шифра из табл. 1.1, с источниками

$$e_1(t) = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t); \quad e_2(t) = \sqrt{2}E_2 \sin(\omega t + 90^\circ);$$

$$J(t) = \sqrt{2}J \sin(\omega t + \alpha)$$

выполнить следующее:

1. По законам Кирхгофа записать в общем (буквенном) виде полную систему уравнений для токов и напряжений в дифференциальной и комплексной форме.

Номера и направления токов ветвей из задачи 1.1 рекомендуется сохранить прежними.

2. Рассчитать комплексные сопротивления ветвей, соединяющих узлы, помеченные на схеме буквами, и изобразить схему с комплексными параметрами элементов.

Следующие пункты задания выполнить для полученной схемы.

2.1. Не исключая индуктивной связи, любым методом рассчитать комплексы действующих значений токов всех ветвей.

2.2. Записать уравнения баланса мощностей в комплексной форме и рассчитать мощности источников и эквивалентных нагрузок ветвей схемы.

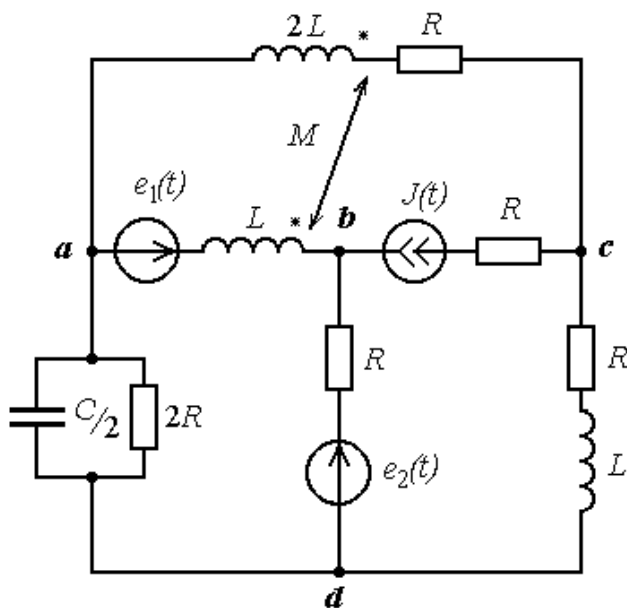


Рис.1.1

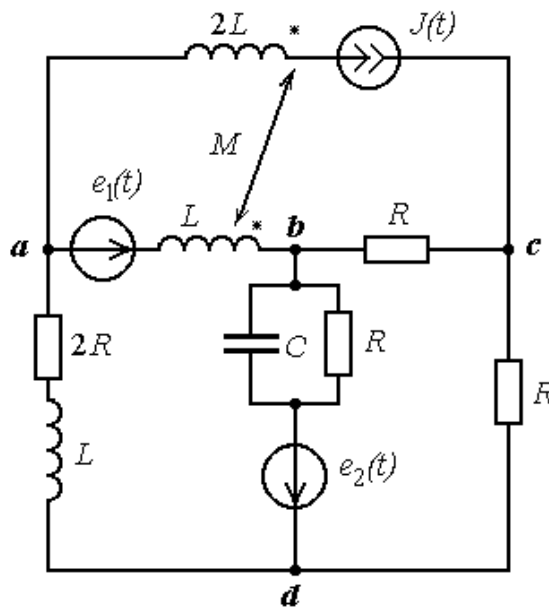


Рис. 1.2

3. Развязать индуктивные связи и для полученной схемы:

3.1. Любым методом (выбор метода обосновать) рассчитать комплексы действующих значений токов в ветвях схемы и напряжения источника тока.

3.2. Построить лучевую диаграмму токов для всех узлов схемы и топографическую диаграмму напряжений для внешнего контура.

4. Записать мгновенные значения токов ветвей с ЭДС $e_1(t)$ и $e_2(t)$.

5. Составить таблицу результатов расчёта и прокомментировать полученные результаты.

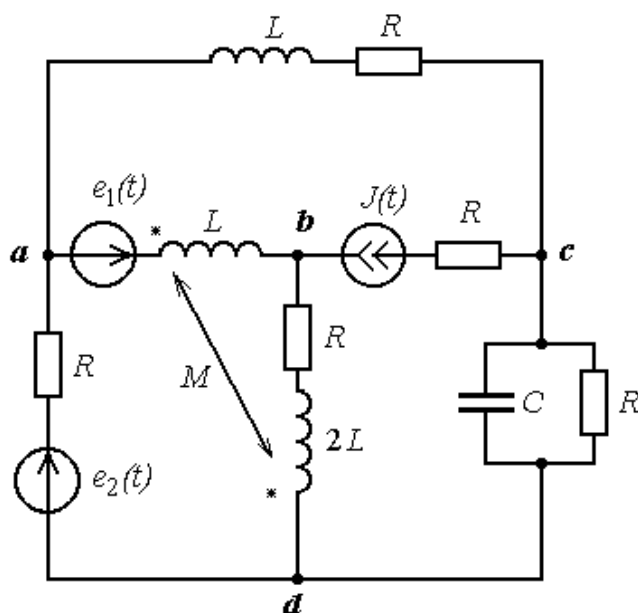


Рис.1.3

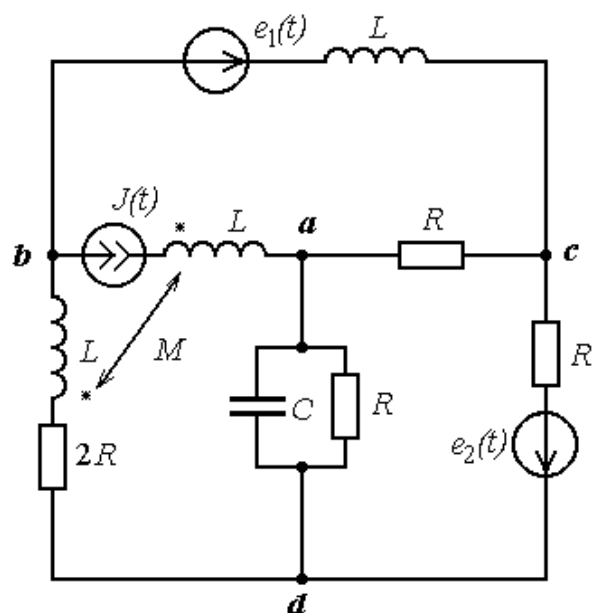


Рис.1.4

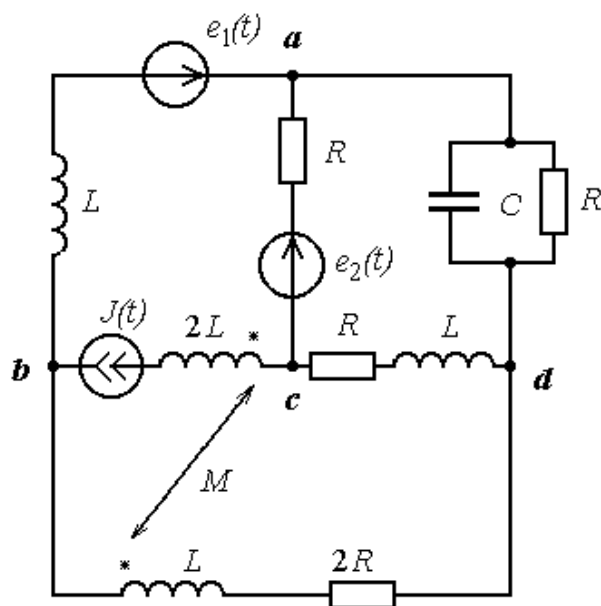


Рис.1.5

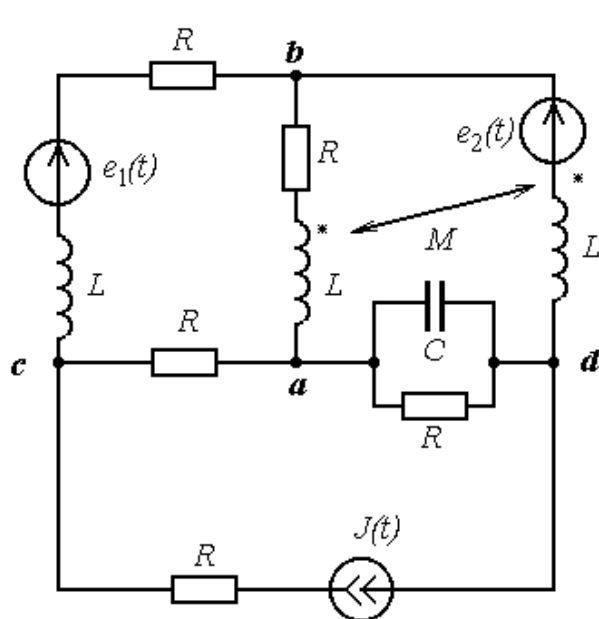


Рис. 1.6

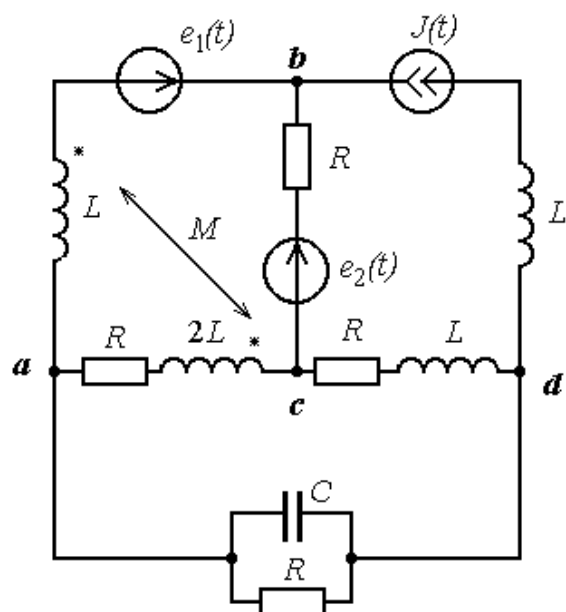


Рис.1.7

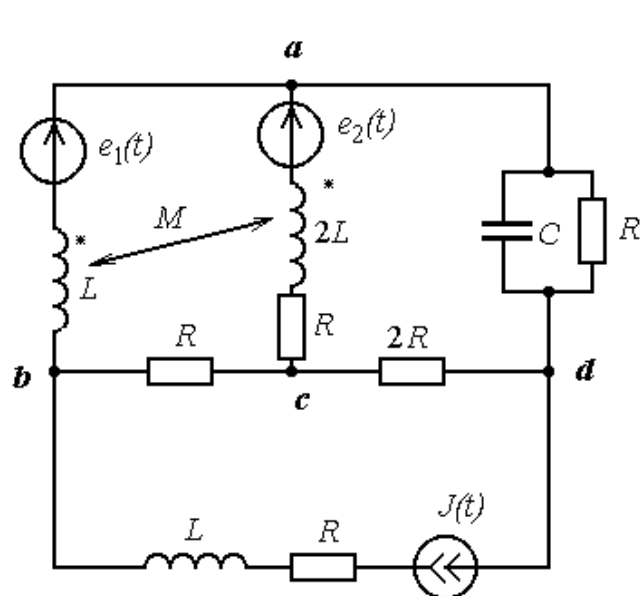


Рис. 1.8

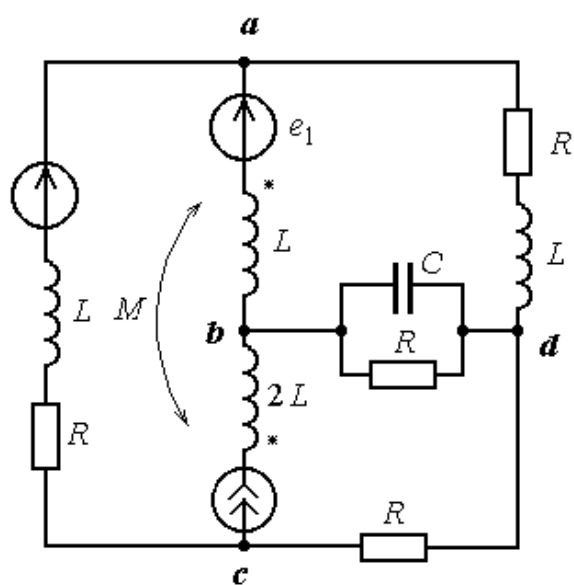


Рис.1.9

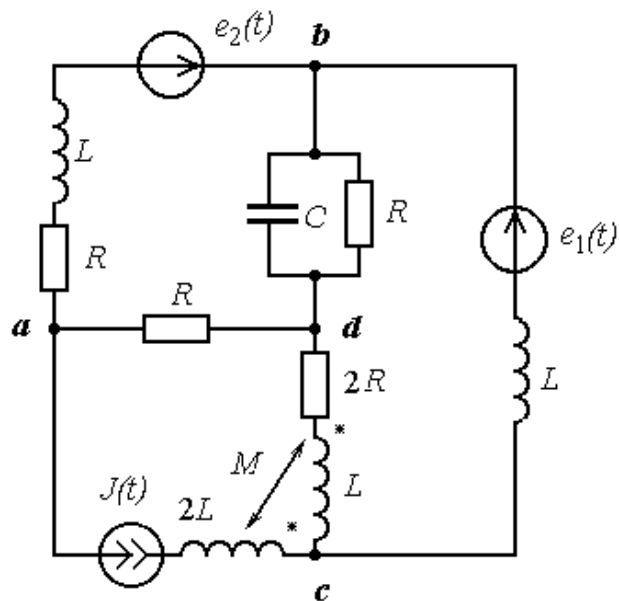


Рис. 1.10

Задача 1.3. Определение комплексной передаточной функции в цепи с несинусоидальным периодическим воздействием

На рис. 1.11-1.20 изображены схемы электрических цепей, на входе которых действуют источники периодического несинусоидального напряжения $e(t) = u_1(t)$ или тока $J(t)$. Формы этих напряжений (токов) приведены в виде графиков $f(t)$ на рис. 1.21 - 1.30. Цепи нагружены на сопротивление R_H . Численные значения амплитуд напряжения U_m или тока J_m источников (на графиках и в табл. обозначены F_m), круговой частоты ω , параметров элементов L , C , R_H приведены в табл. 1.2.

Требуется:

1. Согласно номеру шифра и схеме цепи выбрать форму несинусоидального периодического напряжения $u_1(t)$ или тока $J(t)$ источника и изобразить его с указанием периода и амплитудных значений.
2. Разложить входное напряжение $u_1(t) = e(t)$ или ток $J(t)$ источника в ряд Фурье (по пятую гармонику включительно), используя табличные разложения, приведенные в учебниках, и пояснения, которые даны в указаниях к данной задаче.
3. Обозначив сопротивления элементов схемы в общем виде как R_H , jX_L , $-jX_C$, вывести формулу для передаточной функции своего четырехполюсника (для схем с источником напряжения – передаточную функцию по напряжению $K_U(j\omega) = U_2(j\omega)/U_1(j\omega)$; для схем с источником тока – передаточное сопротивление $K_Z(j\omega) = U_2(j\omega)/J(j\omega)$).
4. Используя формулу п. 2, записать в общем виде комплексную амплитуду напряжения на нагрузке R_H для k -й гармоники, а затем определить числовые значения для всех членов ряда, включая пятую гармонику.
5. Построить друг под другом графики спектров амплитуд входного напряжения (или тока) и выходного напряжения.
6. Записать мгновенные значения напряжения на нагрузке в виде ряда Фурье и определить его действующее значение.
7. Рассчитать активную, реактивную и полную мощности цепи, а также мощность искажения. Определить коэффициент мощности.

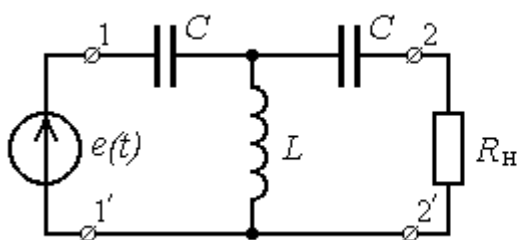


Рис. 1.11

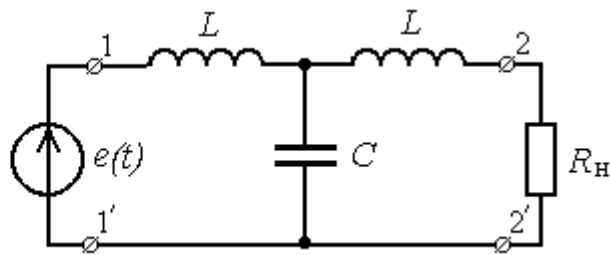


Рис. 1.12

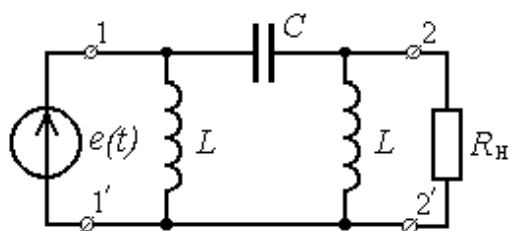


Рис. 1.13

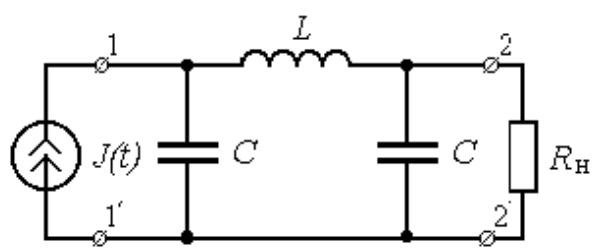


Рис. 1.14

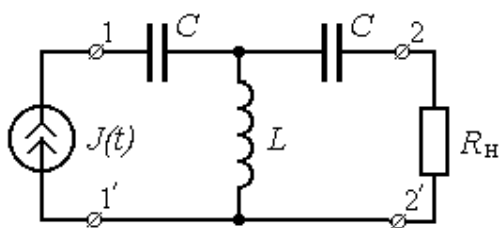


Рис. 1.15

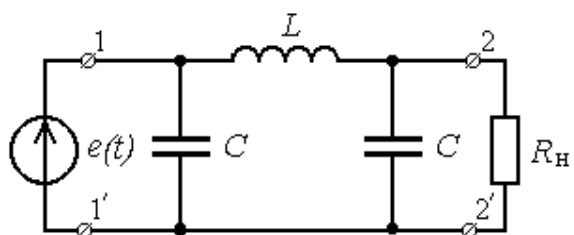


Рис. 1.16

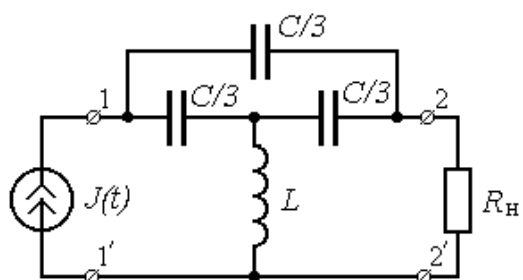


Рис. 1.17

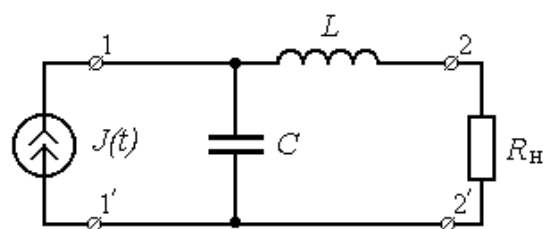


Рис. 1.18

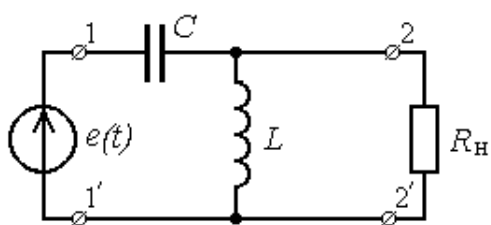


Рис. 1.19

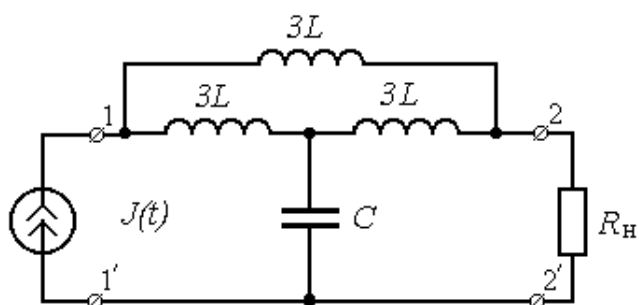


Рис. 1.20

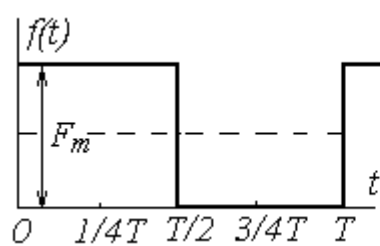


Рис. 1.21

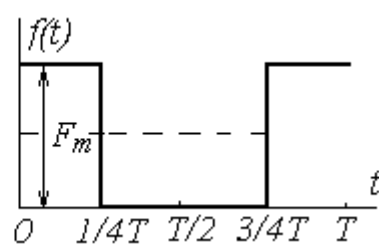


Рис. 1.22

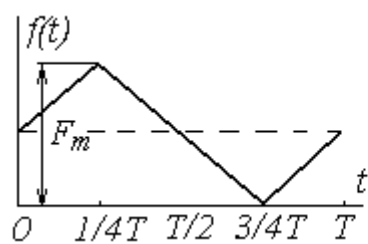


Рис. 1.23

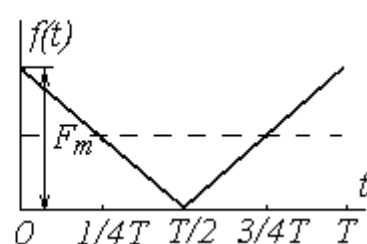


Рис. 1.24

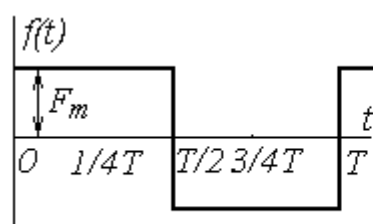


Рис. 1.25

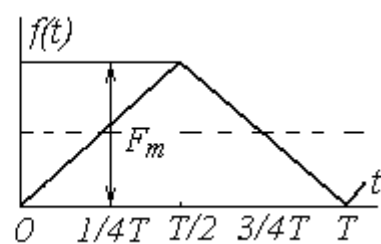


Рис. 1.26

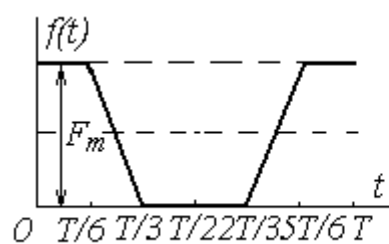


Рис. 1.27

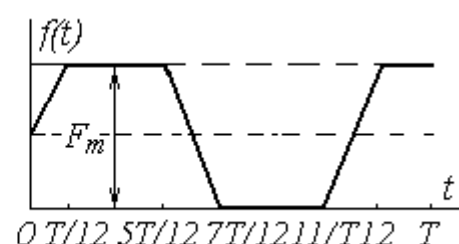


Рис. 1.28

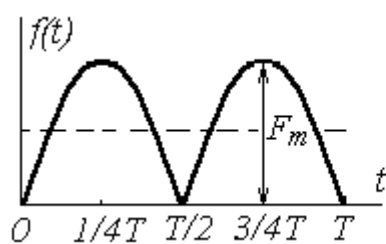


Рис. 1.29

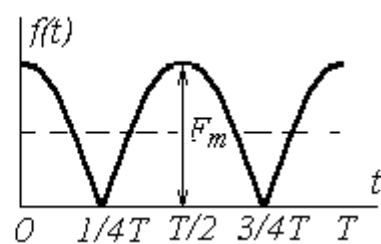


Рис. 1.30

Таблица 1.2

Шифр	Схе- ма	График $f(t)$	F_m , А или В	$\omega = 2\pi/T$ рад/с	L , мГн	C , мкФ	R , Ом
1	1.11	1.21	10	1000	50	20	100
2	1.12	1.22	15	2000	100	2,5	200
3	1.13	1.23	18	1000	250	4	250
4	1.14	1.24	12	2000	100	5	100
5	1.15	1.25	14	2000	100	2,5	200
6	1.16	1.26	16	2000	100	5	100
7	1.17	1.27	20	1000	100	20	50
8	1.18	1.28	22	1000	10	100	10
9	1.19	1.29	24	2000	50	5	100
10	1.20	1.30	8	1000	100	5	100
11	1.11	1.30	10	2000	25	20	50
12	1.13	1.21	16	2000	100	5	100
13	1.15	1.22	20	1000	50	20	50
14	1.17	1.23	18	1000	50	40	25
15	1.19	1.24	16	2000	100	5	100
16	1.20	1.25	14	2000	50	2,5	100
17	1.12	1.26	10	2000	25	10	50
18	1.14	1.27	24	1000	10	100	10
19	1.16	1.28	16	2000	100	5	100
20	1.18	1.29	14	2000	100	2,5	200
21	1.11	1.30	10	2000	25	10	150
22	1.13	1.21	12	1000	10	100	10
23	1.17	1.23	18	2000	40	25	20
24	1.20	1.25	12	2000	25	5	50
25	1.19	1.27	20	1000	10	100	10

к выполнению контрольной работы №1

Задача 1.1. 1.Расчетная схема и составление уравнений Кирхгофа.

Поскольку по условию задачи в схеме действуют источники постоянных сигналов (тока, напряжения), то для расчета токов ветвей достаточно изобразить схему, состоящую из резисторов и источников энергии, замкнув накоротко индуктивные элементы и разомкнув емкостные. Это легко обосновать, используя взаимосвязи между токами и напряжениями на индуктивном и емкостном элементах: для постоянного тока $u_L = L di/dt = 0$; для постоянного напряжения $i_C = C du/dt = 0$.

Например, схема рис. 1.31, а после исключения индуктивных и емкостных элементов принимает вид, показанный на рис. 1.31, б.

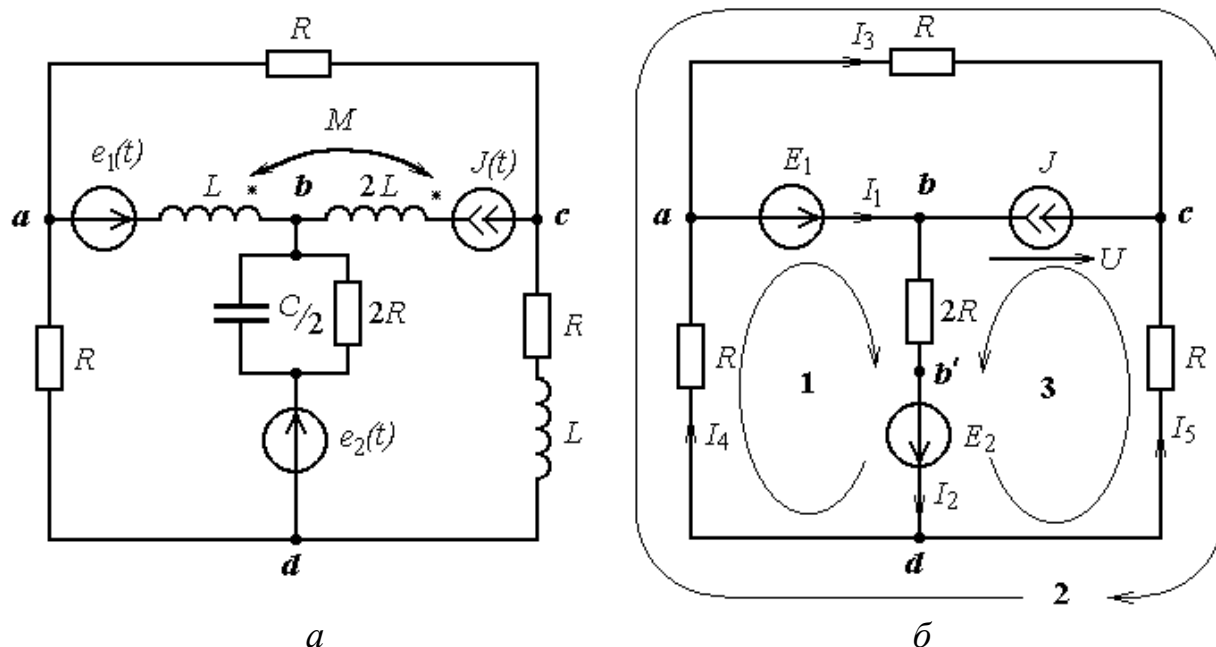


Рис. 1.31

Для записи уравнений Кирхгофа в полученной схеме произвольно (кроме ветвей с источниками энергии, где токи целесообразно ориентировать по направлению действия источников) выбираются положительные направления токов ветвей. Положительные направления напряжений (падений напряжений) на элементах цепи, кроме источников энергии, по умолчанию принимаются совпадающими с направлением токов.

Подсчитав количество узлов (Y), составляется $Y-1$ уравнений по первому закону Кирхгофа:

$$\sum I_k = \sum J_i, \quad (1.1)$$

где I_k -ток k - ветви, присоединенной к рассматриваемому узлу, взятый со знаком плюс, если ток направлен от узла (можно к узлу);

J_i – ток ветви с источником тока, взятый со знаком плюс, если он направлен к узлу (от узла).

Например, для узла **b** схемы рис. 1.31, б следует записать:

$$-I_1 + I_2 = J.$$

Для одного из узлов (любого) уравнение не составляется, иначе система будет избыточной. Недостающее число уравнений $K=B-Y+1$, где B - число ветвей, составляется по второму закону Кирхгофа для контуров. Эти контуры называют главными, или независимыми. В схеме рис. 1.31, б три независимых контура.

Согласно второму закону Кирхгофа, алгебраическая сумма падений напряжений на элементах контура равняется алгебраической сумме ЭДС источников, действующих в контуре:

$$\sum U_k = \sum E_i, \quad (1.2)$$

где $U_k = R_k I_k$, кроме напряжений источников тока, которые не определяются величиной тока источника;

E_i – ЭДС источников рассматриваемого контура.

Напряжения U_k и ЭДС E_i берутся положительными, если их направления совпадают с направлением обхода контура.

Например, для контура 3 схемы рис. 1.31, б с направлением обхода контура против часовой стрелки следует записать

$$2RI_2 + RI_5 - U = E_2.$$

Полученную систему уравнений решают на ЭВМ с помощью программ численного решения систем линейных алгебраических уравнений, например, в системе "Mathcad", как показано ниже.

Решение системы линейных алгебраических уравнений:

$R := 1 \quad E1 := 10 \quad E2 := 5 \quad J := 5$ -исходные данные (Ом, В, А)

$$I1 + I3 - I4 = 0$$

$$-I1 + I2 = J$$

$$-I3 - I5 = -J$$

$$2R \cdot I2 + R \cdot I4 = E1 + E2$$

$$R \cdot I3 + R \cdot I4 - R \cdot I5 = 0$$

$$2R \cdot I2 + R \cdot I5 - U = E2$$

-система уравнений, в которой знак равенства берется на панели равенств и отношений (Boolean)

1. С помощью обратной матрицы

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 \cdot R & 0 & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & R & -R & 0 \\ 0 & 2R & 0 & 0 & R & -1 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} 0 \\ J \\ -J \\ E1 + E2 \\ 0 \\ E2 \end{pmatrix} \quad x := A^{-1} \cdot E \quad x = \begin{pmatrix} 1.25 \\ 6.25 \\ 1.25 \\ 2.5 \\ 3.75 \\ 11.25 \end{pmatrix}$$

2. С помощью встроенной функции ***Isolve***

$$x := \text{Isolve}(A, E) \quad x^T = (1.25 \quad 6.25 \quad 1.25 \quad 2.5 \quad 3.75 \quad 11.25)$$

3. С помощью вычислительного блока ***Given Find***

$I_1 := 1 \quad I_2 := 1 \quad I_3 := 1 \quad I_4 := 1 \quad I_5 := 1 \quad U := 1$ -начальные значения
 переменных, заданные
 произвольно

Given

$$I_1 + I_3 - I_4 = 0 \quad -I_1 + I_2 = J \quad -I_3 - I_5 = -J$$

$$2R \cdot I_2 + R \cdot I_4 = E_1 + E_2 \quad 2R \cdot I_2 + R \cdot I_5 - U = E_2 \quad R \cdot I_3 + R \cdot I_4 - R \cdot I_5 = 0$$

$$\text{Find}(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, U) \text{ float, 4} \rightarrow \begin{pmatrix} 1.250 \\ 6.250 \\ 1.250 \\ 2.500 \\ 3.750 \\ 11.25 \end{pmatrix}$$

1.1. Метод контурных токов

В методе контурных токов за неизвестные принимают токи, "замыкающиеся" по независимым контурам. Поскольку каждый такой ток, проходя узел, втекает в него и вытекает, необходимость записывать уравнения по первому закону Кирхгофа отпадает. Токи ветвей, по которым проходит только один контурный ток, равны соответствующим контурным токам. Токи ветвей, по которым замыкается несколько контурных токов, равны их алгебраической сумме.

Если в схеме есть ветви с источниками тока (их токи известны), по ним не следует замыкать другие контурные токи, кроме тока данного источника. При таком выборе контуров число неизвестных снижается до числа независимых контуров без контуров с источниками ток).

Для каждого независимого контура (исключая контуры с источниками тока) записывают уравнения в форме

$$J_k \sum_i R_{ki} + \sum_{i \neq k} R_{ki} J_i = \sum_i E_{ki} + \sum_j R_{kj} J_j. \quad (1.3)$$

Здесь k - номер рассматриваемого контура;

i - нумерация контуров с контурными токами J_i ($i = 1, 2, \dots, n$);

j - нумерация вспомогательных контуров, содержащих ветви с источниками тока J_j ;

$R_{ki} = R_{ik}$ - сопротивления связи, входящие одновременно в k - и i - контуры. Если контурные токи по сопротивлению связи проходят в противоположных направлениях, оно считается отрицательным;

$\sum_i R_{ki} = R_{kk}$ - собственное контурное сопротивление, равное сумме сопротивлений k – контура;

$\sum_i E_{ki}$ - алгебраическая сумма ЭДС k -контура, названная контурной ЭДС. Со знаком плюс берутся ЭДС, направления которых совпадают с направлением контурного тока;

$R_{kj} J_j$ - напряжения, вызванные токами источников тока на сопротивлениях R_{kj} . Произведение $R_{kj} J_j$ берется со знаком плюс, если контурный ток и ток источника противоположны.

Если один из контурных токов был бы током источника тока, его следовало бы записать в правой части уравнения.

Правило записи контурных уравнений

1. Ток рассматриваемого контура умножается на собственное контурное сопротивление.

2. К данному произведению дописываются произведения всех других контурных токов на сопротивления связи с учетом знака сопротивлений связи.

3. В правой части записывают контурную ЭДС и напряжения, вызванные токами источников тока.

В схеме рис. 1.31, б три независимых контура, но в контуре, обозначенном цифрой 3, контурный ток равен току источника тока $J_3=J$, поэтому составляется всего два уравнения:

$$(R + 2R)J_1 + RJ_2 = E_1 + E_2 - 2RJ;$$

$$RJ_1 + (R + R + R)J_2 = RJ$$

После решения системы уравнений определяют токи ветвей:

$$I_1 = J_1; \quad I_2 = J_1 + J; \quad I_3 = J_2; \quad I_4 = J_1 + J_2; \quad I_5 = J - J_2.$$

Напряжение на источнике тока, согласно второму закону Кирхгофа,

$$U = E_1 + RI_3.$$

1.2. Метод узловых потенциалов

В методе узловых потенциалов неизвестными являются потенциалы узлов. При этом потенциал одного из узлов принимают равным нулю (базисный узел). Уравнений составляют на единицу меньше числа узлов по алгоритму:

$$\varphi_k \sum_i G_{ki} - \sum_{i \neq k} \varphi_i G_{ki} = \sum_i E_i G_{ki} + \sum_k J_k. \quad (1.4)$$

Здесь $\sum_i G_{ki} = G_{kk}$ - собственная узловая проводимость k - узла,

равная сумме проводимостей ветвей ($G=1/R$), присоединенных к данному узлу;

$G_{ki} = G_{ik}$ - взаимные проводимости.

Правую часть уравнения называют узловым током I^y , его составляющие положительные, когда ЭДС E и задающие токи J_k направлены к узлу.

Правило записи узловых уравнений

1. Потенциал рассматриваемого узла умножается на собственную узловую проводимость.

2. Со знаком минус дописываются произведения потенциалов соседних узлов на взаимные проводимости.

3. В правой части записывается узловой ток, равный алгебраической сумме токов от источников тока и источников ЭДС ветвей, присоединенных к данному узлу, взятых с положительным знаком, если источники направлены к узлу.

В схеме рис. 1.31, б в качестве базисного узла целесообразно выбрать узел а. Тогда потенциал узла **b** будет равен ЭДС E_1 , так как ветвь **ab** идеальная (с сопротивлением, равным нулю). Для двух неизвестных потенциалов узлов **c** и **d** уравнения записываются по выше сформулированному правилу:

$$\begin{aligned} \varphi_c(1/R + 1/R) - \varphi_d(1/R) - \varphi_b(1/\infty) &= -J; \\ -\varphi_c(1/R) + \varphi_d(1/R + 1/2R + 1/R) - \varphi_b(1/2R) &= E_2/2R. \end{aligned}$$

Учитывая равенство $\varphi_b = E_1$, записываем:

$$\begin{aligned} \varphi_c(1/R + 1/R) - \varphi_d(1/R) &= -J; \\ -\varphi_c(1/R) + \varphi_d(1/R + 1/2R + 1/R) &= E_1(1/2R) + E_2/2R \end{aligned}$$

Найденные потенциалы однозначно определяют токи ветвей:

$$\begin{aligned} I_2 &= (E_1 - \varphi_d + E_2)/2R; I_3 = -\varphi_c/R; \\ I_4 &= \varphi_d/R; I_5 = (\varphi_c - \varphi_d)/R; I_1 = I_3 + I_4. \end{aligned}$$

1.3. Баланс мощностей определяет равенство мощностей, генерируемых всеми источниками ЭДС и тока ($P_{\text{И}}$), и мощностей, потреблённых всеми приёмниками ($P_{\text{П}}$): $P_{\text{И}} = \sum E_k I_k + \sum U_{Ji} J_i$; $P_{\text{П}} = \sum R_k I_k^2$.

Мощности источников положительные, если их напряжения (не путать с ЭДС) и токи направлены встречно, в противном случае мощность берётся со знаком минус. Для схемы рис. 1.31, б следует записать:

$$\text{мощности источников } P_{\text{И}} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + UJ;$$

$$\text{мощности приемников } P_{\text{П}} = 2RI_2^2 + RI_3^2 + RI_4^2 + RI_5^2.$$

Погрешность расчета $\delta = \left| \frac{P_{\text{И}} - P_{\text{П}}}{P_{\text{И}}} \right| \cdot 100\%$ должна составлять доли процента.

1.4. Метод эквивалентного источника

Метод основан на теореме об эквивалентном источнике — активном двухполюснике, согласно которой любая цепь по отношению к выделенной ветви может быть представлена эквивалентным источником с

ЭДС E_Γ (или током J) и внутренним сопротивлением R_Γ (проводимостью G_Γ), так что ток ветви определяется:

$$I = \frac{U_{xx}}{R_\Gamma + R}, \quad \text{или} \quad I = \frac{J_{кз}}{1 + G_\Gamma R}.$$

ЭДС генератора численно равна напряжению холостого хода относительно разомкнутых зажимов выделенной ветви, а ток источника тока – току короткого замыкания ветви. Внутреннее сопротивление (проводимость) источника – это входное (эквивалентное) сопротивление (проводимость) цепи относительно разомкнутых зажимов этой ветви. Его находят по схеме без источников, последовательно преобразовывая отдельные участки по правилам преобразования.

Для примера определим ток ветви с d схемы рис. 1.31, $б$, заменив цепь относительно этой ветви эквивалентным источником, как показано на рис. 1.32, $а$. Параметры эквивалентного источника R_Γ и E_Γ определим по вспомогательным схемам рис. 1.32, $б$ и $в$, соответственно.

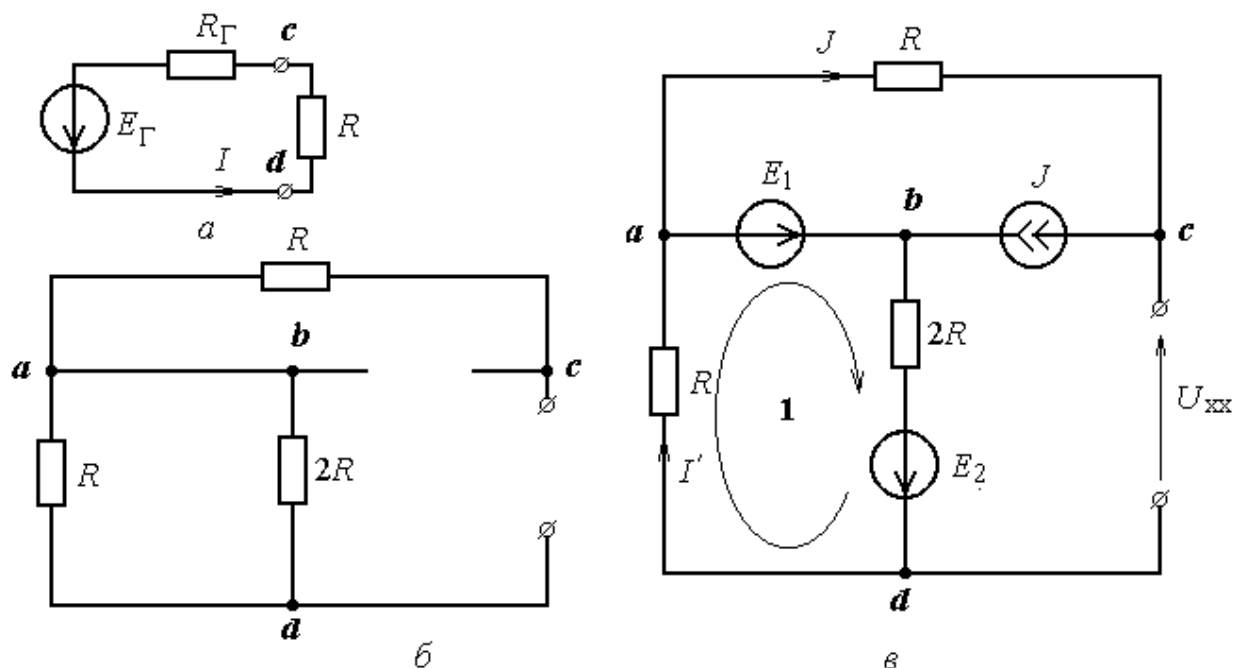


Рис. 1.32

При разомкнутой ветви cd напряжение на ее зажимах определяется по второму закону Кирхгофа для внешнего контура (рис. 1.32, $в$):

$$E_\Gamma = U_{xx} = RI' + RJ.$$

Входное сопротивление цепи относительно разомкнутых зажимов (рис. 1.32, $б$):

$$R_\Gamma = R_{ex} = R + \frac{R \cdot 2R}{R + 2R}.$$

Согласно закону Ома искомый ток ветви (рис. 1.32, $а$) определяется как

$$I = E_\Gamma / (R_\Gamma + R).$$

Внешняя характеристика эквивалентного источника представляет собой зависимость напряжения на его зажимах от тока при изменении режима нагрузки от холостого хода ($R = \infty$, $I = 0$, $U = E_{\Gamma}$) до короткого замыкания ($R = 0$, $U = 0$, $I = I_{K3}$). Чтобы определить ток в нагрузке по внешней характеристике, следует построить её вольтамперную характеристику (для резистора это прямая линия, проведенная из начала координат под углом α к оси абсцисс, где $\alpha = \arctg R / m_R$; $m_R = m_U / m_I$). Точка пересечения прямой с внешней характеристикой определит искомый ток, как показано на рис. 1.33.

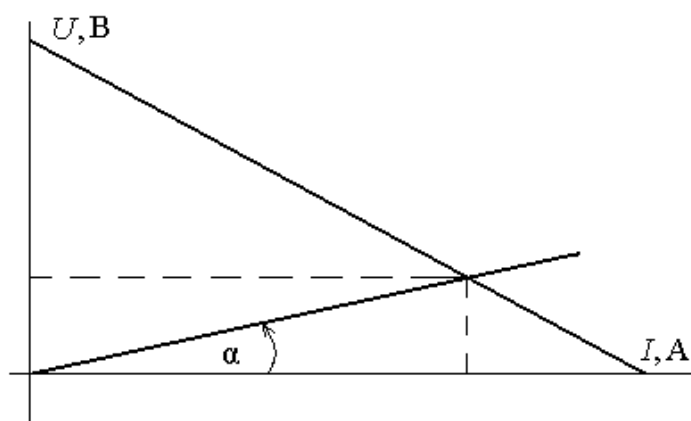


Рис. 1.33

2. Преобразование схемы до одного контура начинается с выявления последовательно и параллельно соединенных элементов. После их замены эквивалентными элементами, преобразовывают более сложные соединения (треугольники и звезды сопротивлений).

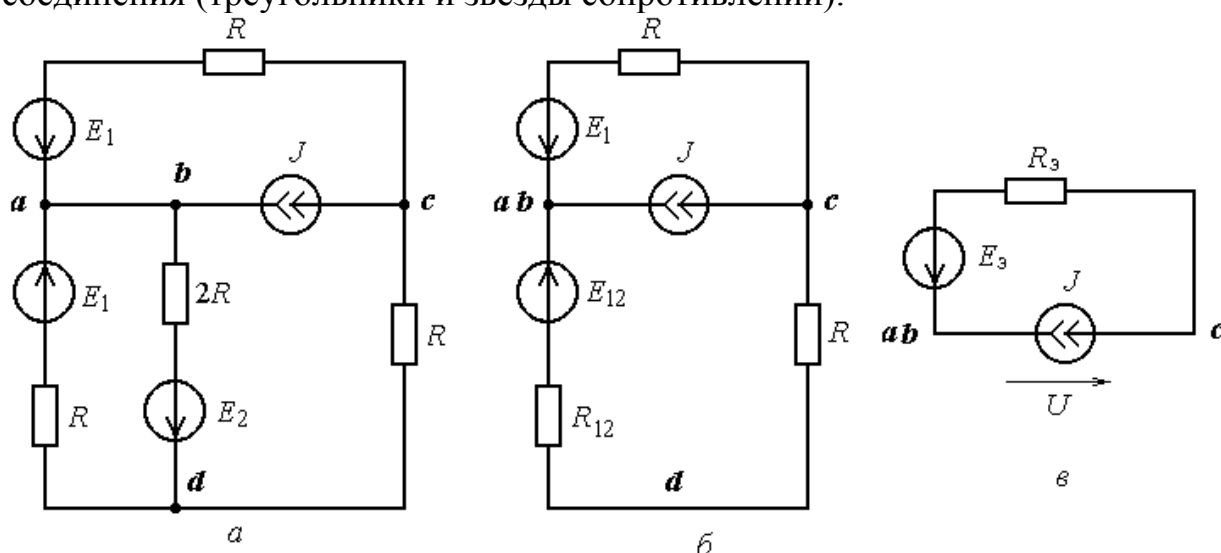


Рис. 1.34

В схеме рис. 1.31, б преобразования целесообразно начать с переноса источника ЭДС E_1 за узел a , как показано на рис. 1.34, а, после че-

го преобразовать параллельные ветви с ЭДС E_1 и E_2 в эквивалентную ветвь (рис.1.34, б) с ЭДС

$$E_{12} = \frac{E_1/R - E_2/2R}{1/R + 1/2R}$$

и сопротивлением

$$R_{12} = \frac{R \cdot 2R}{R + 2R}.$$

Сложив сопротивления последовательно соединенных элементов $(R_{12}+R)$ и преобразовав параллельные ветви с ЭДС E_{12} и E_1 , получаем эквивалентную цепь с одним контуром (рис. 1.34, в),

где
$$E_{\Sigma} = \frac{E_{12}/(R_{12} + R) + E_1/R}{1/(R_{12} + R) + 1/R}; \quad R_{\Sigma} = \frac{(R_{12} + R)R}{R_{12} + R + R}.$$

Напряжение на источнике тока определяется по второму закону Кирхгофа:

$$U = E_{\Sigma} - R_{\Sigma}J.$$

3. Потенциальная диаграмма - графическое представление распределения потенциалов вдоль замкнутого контура в зависимости от величины сопротивления ветвей. Для однозначного определения потенциалов узловых точек контура потенциал одного из них принимают равным нулю. Тогда потенциал соседней точки будет определяться падением напряжения на сопротивлении, соединяющим рассматриваемые точки или значением ЭДС источника, разделяющим эти точки. При этом учитываются выбранные положительные направления напряжений и ЭДС. Например, для контура $a b b' d$ схемы рис. 1.31, б с направлением обхода контура по часовой стрелке (потенциал узла a принят равным нулю) имеем:

$\varphi_b = \varphi_a + E_1$; $\varphi_{b'} = \varphi_b - 2RI_2$; $\varphi_d = \varphi_{b'} + E_2$; $\varphi_a = \varphi_d - RI_4 = 0$. Правильно построенная диаграмма начинается из нулевой точки и заканчивается при нулевом значении потенциала, иллюстрируя выполнение второго закона Кирхгофа, как показано на рис. 1.35.

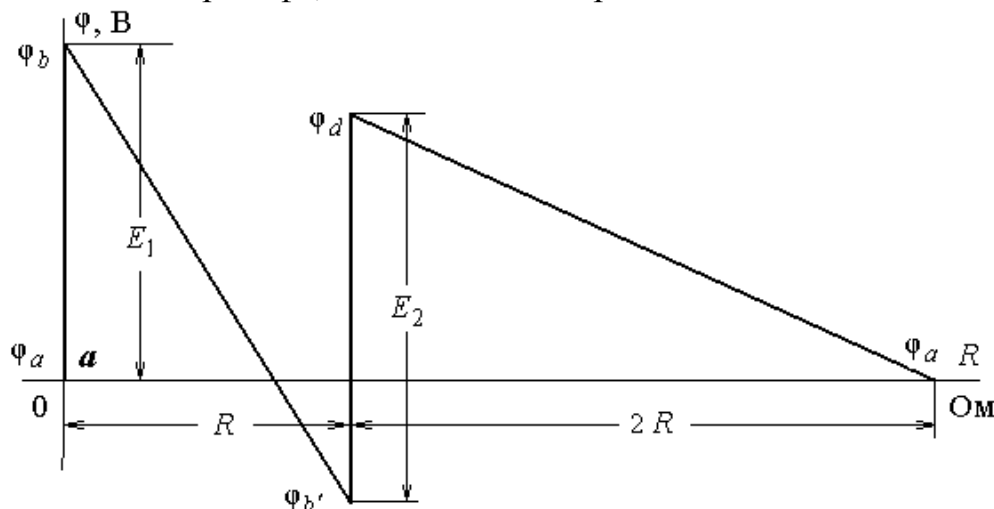


Рис. 1.35

Задача 1.2.

1. Полная система уравнений Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений (в дифференциальной форме) записывается по уравнениям (1.1) и (1.2) с учетом взаимосвязей токов и напряжений на элементах электрической цепи (схемы). Для линейных элементов цепи эти взаимосвязи представлены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Элемент	Взаимосвязи токов и напряжений для мгновенных значений	
$R, \text{ Ом}$	$u = R i$	$i = u/R$
$L, \text{ Гн}$	$u = L di/dt$	$i = i_L(0) + \frac{1}{L} \int u dt$
$C, \text{ Ф}$	$u = u_C(0) + \frac{1}{C} \int i dt$	$i = C du/dt$

При наличии индуктивных связей между катушками (M - взаимная индуктивность катушек) на них учитываются дополнительные напряжения $u_k = M di_n / dt$, вызванные токами связанных катушек.

Напряжения записываются со знаком "плюс" при согласном включении катушек (токи входят в одноименные зажимы) и со знаком "минус" - при встречном (токи входят в разноименные зажимы).

Запись уравнений по первому закону Кирхгофа для токов узлов выполняется аналогично записи уравнений для токов цепи постоянного тока. Их число по-прежнему на единицу меньше числа узлов. Например для узла а схемы рис. 1.36, а следует записать: $i_1 + i_3 - i_4 = 0$.

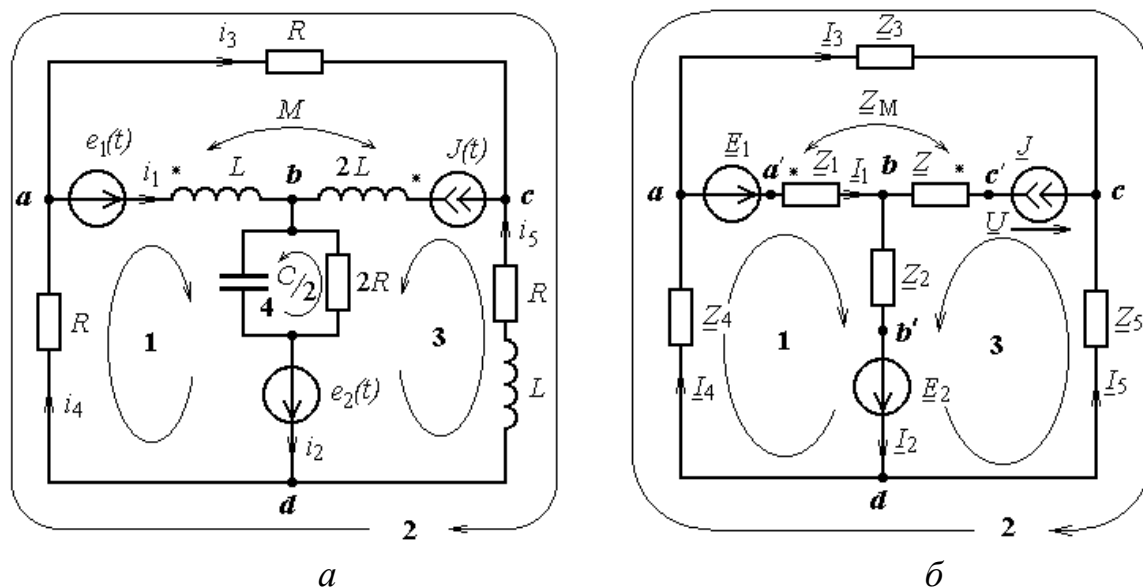


Рис. 1.36

В схеме рис. 1.36, а семь ветвей и четыре узла, так что число независимых контуров увеличилось на единицу: $B-U+1=7-4+1=4$. Выбранные контуры помечены цифрами 1-4. Для контуров 1,3 с индуктивно связанными элементами следует записать:

$$L \frac{di_1}{dt} + M \frac{dJ}{dt} + 2/C \int i_C dt + Ri_4 = e_1 + e_2 \quad - \text{контур 1};$$

$$2Ri_{2R} + L \frac{di_5}{dt} + Ri_5 - u + 2L \frac{dJ}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = e_2 \quad - \text{контур 3}.$$

Чтобы перейти от мгновенных значений к комплексным, нужно в уравнениях заменить функции времени u, i, e на комплексные функции частоты (комплексные изображения) $\underline{U}, \underline{I}, \underline{E}$, при этом операции дифференцирования заменяют операциями умножения на комплексную частоту $j\omega$, а интегрирование – делением на $j\omega$, где j (йот) – мнимая единица.

Для уравнений, записанных выше, получим:

$$j\omega L \underline{I}_1 + j\omega M \underline{J} + 2 \underline{I}_C / j\omega C + R \underline{I}_4 = \underline{E}_1 + \underline{E}_2 \quad - \text{контур 1};$$

$$2R \underline{I}_{2R} + j\omega L \underline{I}_5 + R \underline{I}_5 - \underline{U} + 2j\omega L \underline{J} + j\omega M \underline{I}_1 = \underline{E}_2 \quad - \text{контур 3}.$$

$$\text{В показательной форме } j = e^{j\pi/2}; \quad -j = 1/j = e^{-j\pi/2}.$$

Замена функций времени на комплексные изображения позволяет для цепей с источниками синусоидальных (гармонических) сигналов ввести в рассмотрение комплексные параметры элементов цепи:

$$\underline{Z}_R = R; \quad \underline{Z}_L = j\omega L; \quad \underline{Z}_C = 1/j\omega C, \quad \underline{Z}_M = j\omega M;$$

и записать законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме:

$$\sum \underline{I}_k = 0, \quad \text{или} \quad \sum_{k=1}^n \underline{I}_k = \sum_{i=1}^m \underline{J}_i; \quad \sum \underline{U}_k = 0, \quad \text{или} \quad \sum_{k=1}^n \underline{I}_k \underline{Z}_k = \sum_{i=1}^m \underline{E}_i.$$

2. В данном задании ветви содержат не более двух элементов, которые нужно представить в виде одного комплексного сопротивления, как показано на рис. 1.36, б. Для примера рассмотрим комплексные сопротивления ветвей **bd** и **cd**, содержащих параллельно соединенные элементы R, C , и последовательно соединенные R, L . Для ветви **bd** эквивалентное комплексное сопротивление находится по общему правилу преобразования параллельных сопротивлений:

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{2R} \underline{Z}_{C/2}}{\underline{Z}_{2R} + \underline{Z}_{C/2}} = \frac{2R(-j2/\omega C)}{2R - j2/\omega C} = Z_2 e^{j\varphi_2}. \quad \text{Аналогично для по-}$$

следовательно соединенных элементов R, L следует записать

$$\underline{Z}_5 = \underline{Z}_R + \underline{Z}_L = R + jX_L = Z_5 e^{j\varphi_5}.$$

Если $R=10 \text{ Ом}; L=10 \text{ мГн}; M=10 \text{ мГн}; C=100 \text{ мкФ}; \omega=1000 \text{ рад/с}$,
то $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_L = j10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = j10 \text{ Ом}; \quad \underline{Z} = j2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = j20 \text{ Ом};$

$$\underline{Z}_3 = \underline{Z}_4 = \underline{Z}_R = 10 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{2R} = 20 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{C/2} = -j2/10^3 \cdot 10^{-4} = -j20 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{20(-j20)}{20 - j20} = 10 - j10 = \sqrt{2} \cdot 10e^{-j45^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_5 = 10 + j10 = \sqrt{2} \cdot 10e^{j45^\circ} = 14,1e^{j45^\circ} \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_M = j10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = j10 \text{ Ом}.$$

Пример вычислений в системе Mathcad:

$$R := 10 \quad \omega := 1000 \quad C := 10^{-4} \quad L := 10^{-2} \quad XC := \frac{1}{\omega \cdot C} \quad XL := \omega \cdot L$$

$$XC = 10 \quad XL = 10 \quad \text{-сопротивления в омах}; \quad i := \sqrt{-1} \quad \text{-мнимая единица}$$

$$Z2 := \frac{2R \cdot (-i \cdot XC)}{R - i \cdot XC} \quad Z2 = 10 - 10i \quad |Z2| = 14.142$$

- модули комплексных сопротивлений в омах

$$Z5 := R + i \cdot XL \quad Z5 = 10 + 10i \quad |Z5| = 14.142$$

$$\frac{\arg(Z2)}{\deg} = -45 \quad \frac{\arg(Z5)}{\deg} = 45$$

-аргументы в градусах

2.1. Расчет комплексной схемы практически не отличается от расчета схемы с резистивными элементами. Для определения токов и напряжений в комплексной форме записывают систему уравнений (по методу уравнений Кирхгофа или контурных токов) и решают ее относительно выбранных переменных. При этом обязательно учитывают дополнительные напряжения на индуктивных элементах за счёт взаимной индуктивной связи, как было показано в п.1. При записи контурных уравнений согласное или встречное включения определяют по направлению контурных токов.

Как и в задаче 1.1, для схемы рис. 1.36, б записывается два контурных уравнения, т. к. ток контура 3 равен известному току источника $\underline{J}_3 = \underline{J}$. Учитывая направления контурных токов по рис. 1.36, б, следует записать:

$$(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_4)\underline{J}_1 + \underline{Z}_4\underline{J}_2 + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_M)\underline{J} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2$$

$$\underline{Z}_4\underline{J}_1 + (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5)\underline{J}_2 - \underline{Z}_5\underline{J} = 0,$$

где $\underline{J}_1$, $\underline{J}_2$ – контурные токи соответственно 1 и 2 контуров.

Если, например, $e_1(t) = \sqrt{2} \cdot 12 \sin \omega t$ В; $e_2(t) = \sqrt{2} \cdot 24 \sin(\omega t + 90^\circ)$ В; $J(t) = \sqrt{2} \cdot 1 \sin(\omega t + 90^\circ)$ А, то комплексы действующих значений будут: $\underline{E}_1 = 12$ В; $\underline{E}_2 = 24e^{j90^\circ} = 24 \cos 90^\circ + j24 \sin 90^\circ = j24$ В; $\underline{J} = j1$ А.

Подставляя численные значения комплексных величин в контурные уравнения, получаем:

$$20\underline{J}_1 + 10\underline{J}_2 = 12 + j14;$$

$$10\underline{J}_1 + (30 + j10)\underline{J}_2 = -10 + j10.$$

Система уравнений с комплексными коэффициентами, как правило, решается численно на ЭВМ в пакете программ Mathcad. При этом в отчете после уравнений, записанных в буквенной форме, нельзя сразу приводить численные ответы. Необходимо записать коэффициенты при неизвестных токах (матрицу коэффициентов уравнений) численно в алгебраической форме. Полученный в пакете Mathcad результат из алгебраической формы записи следует преобразовать в показательную, а затем записать мгновенные значения, как показано ниже.

$$A := \begin{bmatrix} 20 & 10 \\ 10 & (30 + 10i) \end{bmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 12 + 14i \\ -10 + 10i \end{pmatrix} \quad J := A^{-1} \cdot B \quad J = \begin{pmatrix} 0.855 + 0.538i \\ -0.51 + 0.324i \end{pmatrix}$$

$$k := 0..1 \quad (\text{набирать: } k: 0;1) \quad \begin{array}{|c|} \hline |J_k| = \\ \hline 1.01 \\ \hline 0.605 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \frac{\arg(J_k)}{\deg} = \\ \hline 32.171 \\ \hline 147.579 \\ \hline \end{array}$$

Для первого контурного тока, равного $\underline{J}_1 = 0,855 + j0,538 \text{ A}$, следует записать $\underline{J}_1 = 1,01e^{j32,17^\circ}$, а затем $J_1(t) = 1,43 \sin(\omega t + 32,17^\circ) \text{ A}$. По контурным токам находят токи ветвей, как показано в задаче 1.1.

2.2. Баланс мощностей в цепи с гармоническими сигналами определяет равенство комплексных мощностей источников энергии и приемников: $\underline{S}_И = \underline{S}_П$, где $\underline{S}_И = \sum \underline{E}_k \tilde{I}_k + \sum \underline{U}_{Jk} \tilde{I}_k$; $\underline{S}_П = \sum \underline{Z}_k I_k^2 + jQ_M$; $Q_M = \pm 2X_M \cdot I_k I_n \cos(\varphi_k - \varphi_n)$ - мощность, обусловленная взаимной индуктивной связью k и n элементов, соответственно при согласном и встречном включениях; $\tilde{I}$ - сопряженный комплекс тока.

Поскольку $\underline{S} = P + jQ$, то равенство для комплексных мощностей можно представить двумя равенствами: $P_И = P_П$; $Q_И = Q_П$,

где $P_И = \sum E_k I_k \cos(E_k \wedge I_k) + \sum U_{Jk} I_k \cos(U_{Jk} \wedge I_k)$;

$$Q_И = \sum E_k I_k \sin(E_k \wedge I_k) + \sum U_{Jk} I_k \sin(U_{Jk} \wedge I_k);$$

$P_П = \sum R_k I_k^2$; $Q_П = \sum \pm X_k I_k^2 + Q_M$ (знак минус для емкостных элементов).

Для схемы рис. 1.36, б можно записать: $\underline{S}_И = \underline{E}_1 \tilde{I}_1 + \underline{E}_2 \tilde{I}_2 + \underline{U} \tilde{J}$;

$$\underline{S}_П = \underline{Z}_1 I_1^2 + \underline{Z}_2 I_2^2 + \underline{Z}_3 I_3^2 + \underline{Z}_4 I_4^2 + \underline{Z}_5 I_5^2 + j2X_M I_1 J \cos(\varphi_1 - \alpha).$$

Погрешность расчета оценивают отдельно для активной и реактивной мощностей.

3. Развязка индуктивных связей снимает ограничения на использование в расчетах методов узловых потенциалов, преобразования и эквивалентного источника.

Схемы эквивалентного преобразования индуктивных связей (развязки) для ветвей, имеющих общий узел, показаны на рис. 1.37.

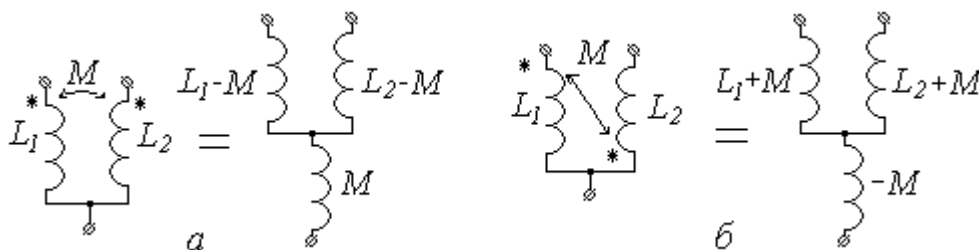


Рис. 1.37

На рис. 1.38 представлена схема цепи по рис. 1.36 после развязки индуктивных связей.

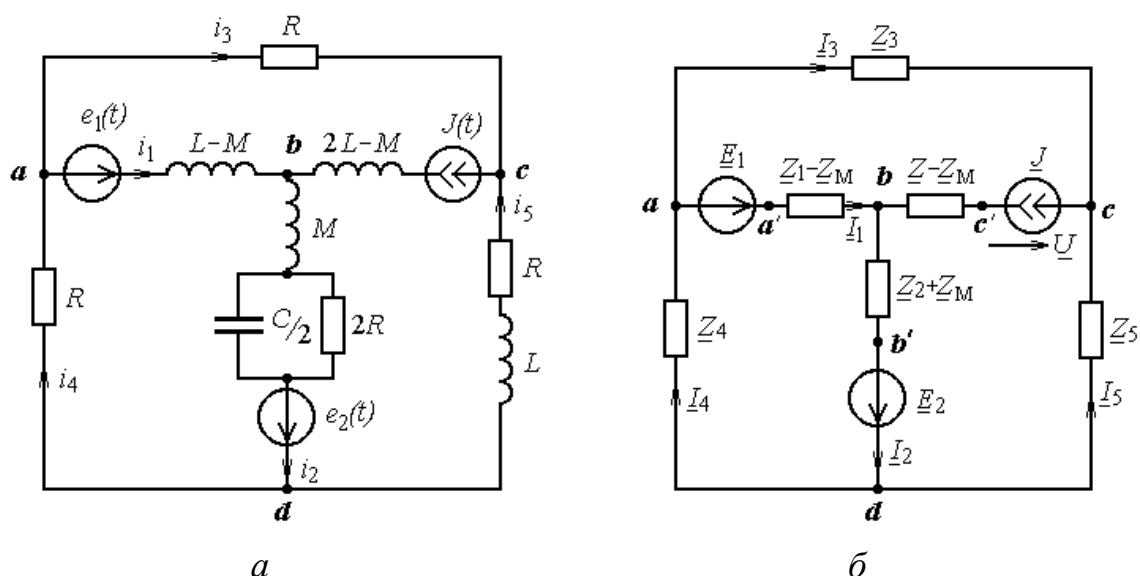


Рис. 1.38

3.1. После эквивалентной замены индуктивных связей производится анализ схемы для выбора метода расчета. Если число независимых контуров меньше, чем число узлов без единицы, предпочтение отдаётся методу контурных токов. В противном случае выбирают метод узловых потенциалов. В данном случае оба метода равноценны, поскольку ветвь ab после развязки становится вырожденной ($Z_1 - Z_M = 0$) и число узловых уравнений становится равным числу контурных уравнений.

3.2. Векторные диаграммы - совокупность векторов, построенных на плоскости с соблюдением их пропорциональности и взаимной ориентации по фазе, изображающих распределение напряжений и токов в цепи с гармоническими сигналами.

Лучевые диаграммы - векторы комплексных токов, построенные в масштабе из начала координат (или другой выбранной точки). Геомет-

рическое суммирование векторов тока позволяет судить о выполнении первого закона Кирхгофа в узлах схемы.

Топографические (потенциальные) диаграммы - векторы комплексных напряжений узловых точек контура схемы, построенные на плоскости по уравнениям, составленным по второму закону Кирхгофа для контуров. При этом векторы на плоскости располагаются в той же последовательности, в какой соответствующие им элементы изображены на схемах

Потенциал одной из точек принимается равным нулю и совмещается с началом координат. При этом прямая, соединяющая любые две точки диаграммы, определяет по величине и по фазе напряжение между соответствующими точками схемы.

При правильном построении топографической диаграммы ее векторы (напряжений) по отношению к соответствующим векторам лучевой диаграммы (токам) расположены таким образом, что они совпадают по фазе на резистивных элементах, опережают на 90° на индуктивных и отстают на 90° на ёмкостных элементах.

В отличие от изображения на схемах, векторы напряжений на топографических диаграммах указывают точку высшего потенциала (на схемах они направлены к точкам низшего потенциала). Иными словами, на топографических диаграммах изображают векторы "повышения" напряжения, а на схемах - падения напряжения.

Построим потенциальную и лучевую диаграммы цепи рис. 1.38, б, полагая найденными в результате расчета комплексные значения токов ветвей $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3, \underline{I}_4, \underline{I}_5$. Эти токи в масштабе изображаются на диаграмме, как показано на рис. 1.39, а.

Для расчета потенциалов узлов примем потенциал узла а равным нулю. Тогда потенциалы других узлов (точек) согласно принятым направлениям токов определятся:

$$\begin{aligned}\underline{\varphi}_{a'} &= \underline{\varphi}_a + \underline{E}_1; & \underline{\varphi}_b &= \underline{\varphi}_{a'} - (\underline{Z}_1 - \underline{Z}_M)\underline{I}_1 = \underline{E}_1, \text{ так как } \underline{Z}_1 - \underline{Z}_M = 0; \\ \underline{\varphi}_{b'} &= \underline{\varphi}_b - (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_M)\underline{I}_2; & \underline{\varphi}_d &= \underline{\varphi}_{b'} + \underline{E}_2; & \underline{\varphi}_a &= \underline{\varphi}_d - \underline{Z}_4\underline{I}_4 = 0; \\ & & \underline{\varphi}_c &= \underline{\varphi}_a - \underline{Z}_3\underline{I}_3; & \underline{\varphi}_{c'} &= \underline{\varphi}_b + \underline{Z}_J.\end{aligned}$$

Потенциал точки, выбранной за начало отсчета, помещаем в начало координат. Потенциалы остальных точек размещаем на комплексной плоскости в соответствии с их комплексными величинами, как показано на рис. 1.39, б.

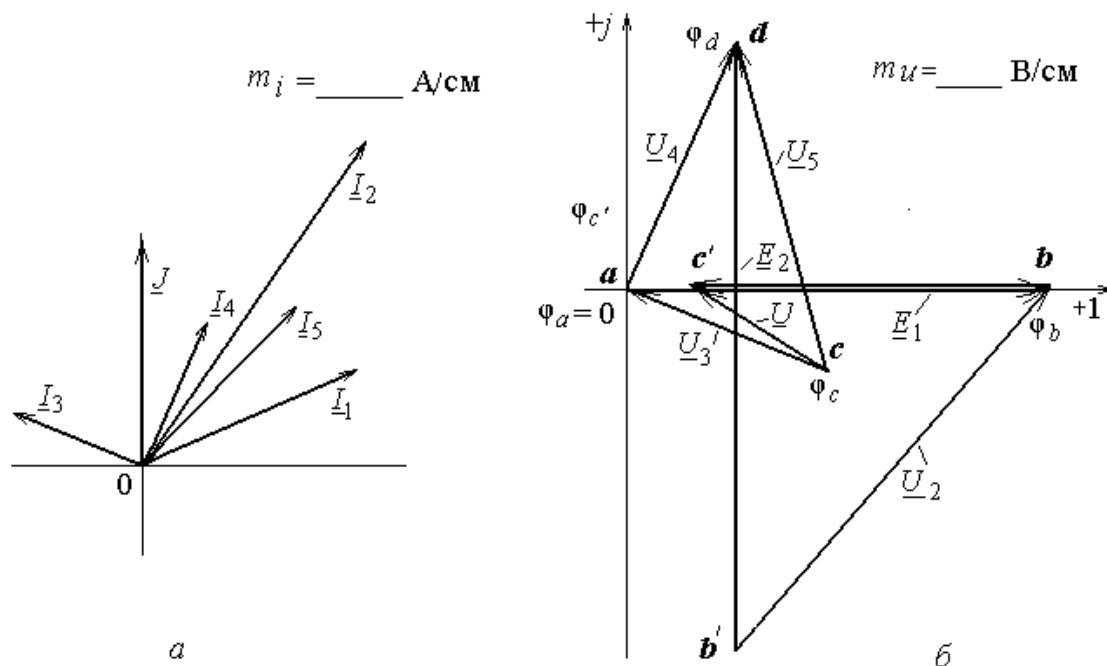


Рис. 1.39

Задача 1.3.

1. Разложение периодических несинусоидальных функций в ряд Фурье проще всего выполнить, используя таблицы разложения типовых сигналов, имеющиеся в [1] ÷ [5]. При этом следует иметь в виду, что смещение начала отсчета заданной функции по отношению к табличной на угол α , не изменяет коэффициентов ряда Фурье. Изменяются только угловые координаты гармонических составляющих ряда на угол $+k\alpha$ при переносе начала координат вправо и на $-k\alpha$ при их переносе влево (k – номер гармоники). Если функция смещена относительно оси абсцисс, в разложении добавляется постоянная составляющая с соответствующим знаком.

Для примера рассмотрим кривую, представленную на рис. 1.26. Прежде всего выделяем в ней постоянную составляющую, равную $F_m/2$, и оцениваем смещение координатных осей относительно типовой кривой, приведенной, например в [5], табл. 5.1.

В данном случае координатные оси смещены влево на четверть периода (или на угол $\omega t = \pi/2$) и, следовательно, в приведенном разложении нужно учесть смещение составляющих на угол $-k\pi/2$. С учетом постоянной составляющей $F_m/2$ и очевидного равенства $A_m = F_m/2$ получаем искомое разложение функции в ряд Фурье:

$$f(t) = \frac{F_m}{2} + \frac{4F_m}{\pi^2} \left[\sin(\omega t - \pi/2) - \frac{1}{9} \sin(3\omega t - 3\pi/2) + \frac{1}{25} \sin(5\omega t - 5\pi/2) - \dots \right]$$

или с учетом формулы приведения $\sin(\omega t \pm \pi/2) = \pm \cos \omega t$:

$$f(t) = \frac{F_m}{2} - \frac{4F_m}{\pi^2} \left[\cos \omega t - \frac{1}{9} \cos 3\omega t + \frac{1}{25} \cos 5\omega t - \dots \right].$$

Для схем с источником тока в задании вместо F_m следует писать J_m , а для схем с источниками ЭДС - U_m .

2. Вывод формулы для передаточной функции сводится к определению выходного напряжения $\underline{U}_2$ через параметры схемы и входное напряжение $\underline{U}_1$ или входной ток $\underline{J}$. Выбор метода расчета не принципиален, однако в схемах с источником ЭДС предпочтение можно отдать методу узловых потенциалов, а в схемах с источником тока – контурных токов. При этом решается всего одно уравнение. Схемы рис. 1.17 и 1.20 рекомендуется сначала преобразовать в более простую Т-образную схему (треугольник сопротивлений заменить эквивалентной звездой).

Для примера найдем выходное напряжение в схеме цепи рис. 1.40, а. Для этого преобразуем источник тока в источник ЭДС $\underline{E} = jX_L \underline{J}$, что приведет к эквивалентной схеме рис. 1.40, б. В эквивалентной схеме всего два узла, поэтому выходное напряжение проще всего определить методом двух узлов (частный случай метода узловых потенциалов).

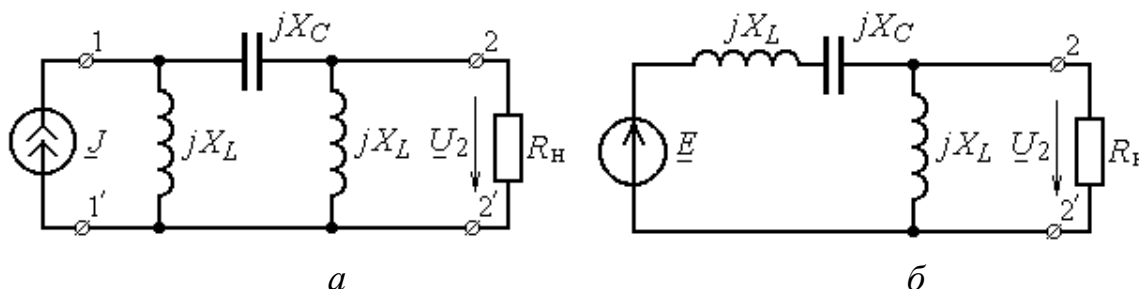


Рис. 1. 40

Приняв потенциал узла 2' равным нулю, записываем единственное узловое уравнение:

$$\underline{U}_2 \left[\frac{1}{j(X_L - X_C)} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{R_H} \right] = \underline{E} \frac{1}{j(X_L - X_C)}.$$

После приведения к общему знаменателю и некоторых преобразований получаем

$$\underline{U}_2 = \underline{J} \frac{jR_H X_L^2}{R_H(2X_L - X_C) + jX_L(X_L - X_C)}$$

и записываем передаточную функцию цепи (передаточное сопротивление)

$$K_Z(j\omega) = U_2(j\omega) / J(j\omega) = \frac{jR_H X_L^2}{R_H(2X_L - X_C) + jX_L(X_L - X_C)}.$$

3. Комплексная передаточная функция цепи в общем виде определяет амплитуду напряжения на выходе схемы для любой частоты. Чтобы найти выходное напряжение для k -гармоники, нужно определить передаточную функцию соответствующей гармоники, где учитывается зависимость сопротивлений индуктивного и емкостного элементов от частоты:

$$X_L^{(k)} = k\omega L = kX_L^{(1)}; \quad X_C^{(k)} = \frac{1}{k\omega C} = \frac{X_C^{(1)}}{k}.$$

Тогда: $U_{2m}^{(k)} = K_Z^{(k)} J_m^{(k)}$ или $U_{2m}^{(k)} = K_U^{(k)} U_{1m}^{(k)}$, где $U_{1m}^{(k)}$ и $J_m^{(k)}$ - амплитуды гармонических составляющих входных напряжения (ЭДС) и тока.

Для примера вычислим комплексную передаточную функцию цепи (рис 1.40) с параметрами элементов $L=0,5$ мГн и $C=3,33$ мкФ для основной частоты $\omega=10000$ рад/с, а также для третьей и пятой гармоник.

Величины сопротивлений индуктивного и емкостного элементов:

$$X_L^{(1)} = \omega L = 10000 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ Ом}; \quad X_C^{(1)} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^4 \cdot 3,33 \cdot 10^{-6}} = 30 \text{ Ом};$$

$$X_L^{(3)} = 3\omega L = 15 \text{ Ом}; \quad X_C^{(3)} = \frac{1}{3\omega C} = 10 \text{ Ом};$$

$$X_L^{(5)} = 5\omega L = 25 \text{ Ом}; \quad X_C^{(5)} = \frac{1}{5\omega C} = 6 \text{ Ом}.$$

Подставляя найденные величины в формулу передаточного сопротивления, на основной частоте получаем:

$$K_Z^{(1)} = \frac{j10 \cdot 5^2}{10(2 \cdot 5 - 30) + j5(5 - 30)} = -0,56 - j0,9 = 1,06e^{-j122^\circ} \text{ Ом}.$$

Аналогично находим для третьей и пятой гармоник:

$$K_Z^{(3)} = 3,69 + j9,86 = 10,53e^{j69,4^\circ} \text{ Ом};$$

$$K_Z^{(5)} = 7,08 + j6,56 = 9,65e^{j42,8^\circ} \text{ Ом}.$$

Замечание. Использование полученных в общем виде комплексных передаточных функций при определении численных значений для нулевой гармоники (постоянной составляющей) требует дополнительного анализа. Формальная подстановка в полученные формулы сопротивлений индуктивного $X_L^{(0)} = 0$ и емкостного $X_C^{(0)} = \infty$ элементов может привести к неопределенностям, например, делению на ноль, умножению на бесконечность и т.д.

Проще всего расчет нулевой гармоники выполнять по схеме, где индуктивные элементы замкнуты, а емкостные – разомкнуты.

4. По численным значениям комплексных амплитуд гармонических составляющих выходного напряжения записываются его мгновенные значения в виде ряда Фурье. При этом в выходном напряжении по сравнению с входным сигналом могут отсутствовать некоторые гармоники. Например, в схеме рис. 1.40 в выходном напряжении отсутствует постоянная составляющая:

$$u_2(t) = U_m^{(1)} \sin(\omega t - \alpha_1) + U_m^{(3)} \sin(3\omega t - \alpha_3) + U_m^{(5)} \sin(5\omega t - \alpha_5).$$

5. Действующее значение выходного напряжения определяют как геометрическую сумму действующих значений отдельных гармоник.

$$\text{В общем виде} \quad U_2 = \sqrt{U_2^{(0)2} + \sum U_2^{(k)2}},$$

где $U_2^{(k)} = U_{2m}^{(k)} / \sqrt{2}$ - действующее значение k - гармоники;

$U_2^{(0)}$ - постоянная составляющая.

6. Дискретным частотным спектром называют совокупность гармонических составляющих несинусоидальной периодической функции. Зависимость амплитуд функции от частоты - амплитудный спектр.

Допустим, что на входе цепи рис. 1.40 действует источник тока

$$J(t) = 1,1 - 1 \cos \omega t - 0,11 \cos 3\omega t + 0,04 \cos 5\omega t.$$

Спектр амплитуд этого тока показан на рис. 1.41.

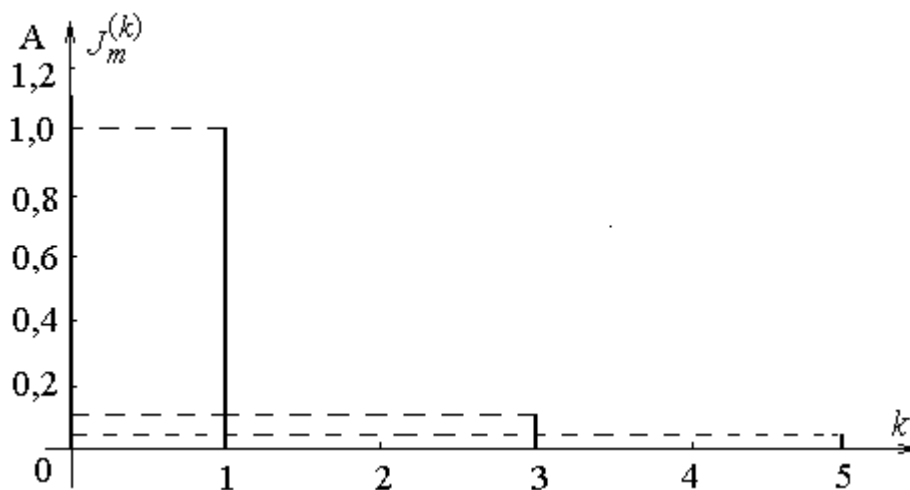


Рис. 1.41

7. Активная, или средняя, мощность несинусоидального тока определяется как сумма мощностей отдельных гармоник: $P = P_0 + \sum P_k$,

где $P_0 = U^{(0)} I^{(0)}$ - мощность нулевой гармоники (постоянной составляющей);

$$P_k = U^{(k)} I^{(k)} \cos(\psi_{U_k} - \psi_{I_k}) - \text{мощность } k\text{-гармоники.}$$

Активная мощность связана с сопротивлением (проводимостью) резистивного элемента известным соотношением:

$$P = I^2 R = U^2 G,$$

где U и I – действующие значения.

По аналогии с активной мощностью вводится понятие реактивной мощности:

$$Q = \sum Q_k,$$

где $Q_k = U^{(k)} I^{(k)} \sin(\psi_{U_k} - \psi_{I_k})$.

В отличие от цепи синусоидального тока полная мощность в цепи несинусоидального тока $S = UI$ не равна геометрической сумме активной и реактивной мощностей. Разность этих мощностей называется мощностью искажения:

$$T = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)}.$$

Коэффициентом мощности называют отношение средней мощности P к полной S :

$$k_M = P / S.$$

***Замечание.** Для определения полной и реактивной мощностей сначала следует рассчитать гармонические составляющие входного тока (схемы с источником ЭДС) или входного напряжения (схемы с источником тока). При этом целесообразно (но необязательно) использовать найденные в п.4 комплексные амплитуды (числовые значения) соответствующих составляющих выходного напряжения. Как правило, по известным комплексным амплитудам выходного напряжения комплексные амплитуды гармонических составляющих входного тока можно найти по законам Ома и Кирхгофа без решения систем уравнений.*

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Литература обязательная

1. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В., Основы теории цепей. - М.: Энергоатомиздат, 1989.-528 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высшая школа, 1996.-559 с.
3. Купцов А.М. Основы теории цепей. Ч.1. Линейные электрические цепи: Учеб. пособие.-Томск: Изд. ТПУ, 2001.-130 с.
4. Купцов А.М. Теоретические основы электротехники. Решения типовых задач. Ч.1. Основы анализа электрических цепей в установившихся режимах: Учеб. пособие.-Томск: Изд. ТПУ, 2003.-155 с.
5. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники/ Под ред. П.А. Ионкина.- М.: Энергоатомиздат, 1982,- 768 с.
6. Лосев А.К. Теория линейных электрических цепей. - М.: Высш. шк., 1987.- 512 с.

5.2. Учебно-методические пособия

1. Купцов А.М., Носов Г.В. Руководство к лабораторным работам по теории электрических цепей на измерительных комплексах « Луч».- Томск: Изд-во ТПУ, 2005.-66 с.

2. Бронштейн И.Н. и Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗОВ.-М.: Наука, 1986.-544 с.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания

Составитель: Анатолий Михайлович Купцов

Рецензент: Носов Г.В, к. т. н., доцент, зав. каф. ТОЭ ЭЛТИ

Подписано к печати

Формат 60х84/16. Бумага офсетная.

Плоская печать. Усл.печ.л. . Уч.-изд.л.

Тираж экз. Заказ . Цена свободная.

Издательство ТПУ. 634050, Томск, пр. Ленина, 30.