

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ИДО

_____ А.Ф. Федоров

« ____ » _____ 2006 г.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ
Часть 2

Рабочая программа, методические указания и
контрольные задания для студентов
специальностей 140601, 140604, 140203, 140211, 140205
Института дистанционного образования.

Специальности	140601, 140604		140203, 140211	
			140205	
Семестр	5	6	5	6
Лекции, часов	2	10	2	10
Практические занятия, часов		6		6
Лабораторные занятия, часов		10		10
Курсовая работа, часов		—		4
Контрольная работа		3, 4		—
Самостоятельная работа, часов		166		120
Формы контроля		Экзамен		Экзамен
		Зачет		Зачет*

Томск 2006

УДК 621.3.01/09

Теоретические основы электротехники. Часть 2: Раб. программа, метод. указания и контр. задания для студентов спец. 140601 140604, 140203, 140211, 140205. ИДО / Сост. С. В. Пустынников, В. А. Зорин, О. П. Шпильная. – Томск: Изд. ТПУ, 2006. – 48 с.

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры теоретических основ электротехники « ____ » _____ 2005 г.

Зав. кафедрой, доцент, к.т.н. _____ Г. В. Носов

Аннотация

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания по дисциплине «Теоретические основы электротехники. Часть 2» предназначена для студентов специальностей 140601, 140604, 140203, 140211, 140205 ИДО. Вторая часть данной дисциплины изучается в шестом семестре.

Приведен перечень основных тем дисциплины, указаны перечень лабораторных работ и темы практических занятий для второго семестра. Приведены варианты заданий для контрольных работ и курсовой работы. Даны методические указания по выполнению контрольных работ и курсовой работы.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Курс «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ) является одним из базовых, определяющим наряду с курсами высшей математики и физики общетеоретическую и профессиональную подготовку инженеров электротехнических специальностей. Значительную роль курс ТОЭ играет и в формировании естественно – научного мировоззрения .

Цель курса – вооружить будущих специалистов знаниями и навыками, необходимыми для освоения специальных дисциплин и для последующей инженерной деятельности.

В соответствии с ГОС ВПО студент, изучивший данный курс должен:

1. Знать и уметь использовать на практике основные понятия, законы и модели электрических цепей.

2. Владеть методами расчёта и анализа электрических цепей в установившихся и переходных режимах.

3. Иметь представление о цепях с распределёнными параметрами.

Задача дисциплины – обеспечить достижение вышеуказанной цели имеющимися в распоряжении преподавателя и студентов средствами:

- на лекциях и в процессе самостоятельной работы – получить представление об основных разделах электротехники;
- на практических занятиях, при выполнении лабораторных работ и контрольных заданий – научиться пользоваться основными законами, уравнениями понятиями и соотношениями;
- при выполнении расчётно-графических работ – овладеть современными методами расчёта цепей;

Проверка качества и количества приобретённых представлений, знаний, умений и навыков осуществляется с помощью текущего и рубежного контроля.

Курс ТОЭ базируется на знаниях, полученных студентами при изучении дисциплин «Высшая математика», «Физика» и «Информатика».

2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Переходные процессы в линейных электрических цепях

Основные понятия и определения. Законы коммутации. Независимые и зависимые начальные условия. Классический метод расчета переходных процессов. Определение реакций цепи классическим методом при действии импульсных сигналов. Переходные характеристики (функции). Расчет переходных процессов при произвольных воздействиях методом интеграла Дюамеля. Преобразования Лапласа и операторный метод расчета переходных процессов.

2.2. Цепи с распределенными параметрами

2.2.1. Общие понятия. Первичные и вторичные параметры. Основные уравнения линий с распределенными параметрами в установившихся гармонических режимах. Работа линии на согласованную нагрузку. Линии с распределенными параметрами без потерь и без искажения в различных режимах.

2.3. Нелинейные цепи

2.3.1. Основные понятия, определения, характеристики. Задачи анализа нелинейных цепей. Нелинейные резистивные цепи постоянного тока. Методы расчета: графический, аналитический.

2.3.2. Нелинейные индуктивные и емкостные цепи. Магнитные цепи. Аналогия между электрической и магнитной цепями. Законы Кирхгофа для магнитной цепи. Методы расчета разветвленных магнитных цепей.

2.3.3. Динамические процессы в нелинейных цепях. Уравнения состояния динамических цепей и их решение. Приближенные расчеты нелинейных цепей методами эквивалентных синусоид и гармонической линеаризации по характеристикам для мгновенных и действующих значений.

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Тематика практических занятий

1. Переходные процессы. Законы коммутации. Определение начальных условий. Классический метод и интеграл Дюамеля. Операторный метод расчета переходных процессов (4 часа).

2. Цепи с распределенными параметрами в установившихся и переходных режимах (2 часа).

3. Нелинейные резистивные цепи (1 час).

4. Магнитные цепи постоянного потока (1 час).

3.2. Перечень лабораторных работ

1. Переходные процессы в цепях первого порядка (2 часа).

2. Исследование апериодического переходного процесса в цепи второго порядка (2 часа).

3. Колебательный переходный процесс в цепи второго порядка (2 часа).

4. Исследование нелинейных цепей (2 часа).

5. Исследование нелинейных цепей переменного тока (2 часа).

6. Катушка с ферромагнитным сердечником в цепи источника гармонической э.д.с. (2 часа).

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

4.1. Общие методические указания

Для специальностей 140203, 140211, 140205 выполняется **курсовая работа**, которая включает в себя расчет и защиту контрольных заданий №3, 4. Специальности 140601, 140604 выполняют контрольные задания №3, 4.

К представленным на рецензию контрольным заданиям предъявляются следующие требования:

1. Задания могут быть выполнены в ученических тетрадях или на чистых листах бумаги четвертого формата, обязательно сшитых.
2. Основные действия при выполнении задания должны сопровождаться достаточно подробными пояснениями.
3. Рисунки, графики, схемы, в том числе и заданные условием задачи, должны быть выполнены на отдельном листе бумаги (странице) аккуратно и в удобном для чтения масштабе.
4. В задании следует оставлять поля шириной не меньше 4 см для замечаний рецензента.
5. Вычисления должны быть выполнены с точностью до третьей значащей цифры.
6. Задание должно быть подписано студентом и указана дата.
7. Варианты схем и их параметры выбираются из табл. по номеру шифра k. Если он больше 25, берут вариант (k – 25).

Незачтенные контрольные задания должны быть исправлены и сданы на повторную рецензию вместе с первоначальным вариантом работы и замечаниями рецензента. Исправление ошибок в отрецензированном тексте не допускается. Все исправления должны быть выполнены под заголовком «Исправление ошибок».

4.2. Контрольное задание № 3

«Переходные процессы в цепях с сосредоточенными параметрами. Линии с распределенными параметрами в установившемся режиме»

Контрольная работа № 3 состоит из трех задач:

- 3.1, 3.2 – развивающие навыки расчета переходных процессов в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами с одним и двумя накопителями энергии. В задаче используются методы: классический, операторный, интеграла Дюамеля;
- 3.3. – формирующей навыки расчета цепей с распределенными параметрами в установившемся режиме.

Задача 3.1

1. В заданной цепи, изображенной на рис. 3.1.а – 3.10.а (схема выбирается по шифру в соответствии с табл. 3.1), в момент времени $t = 0$ срабатывает ключ **К** и на интервале времени $0 \leq t \leq t_0$ подключается источник постоянной ЭДС $e(t) = E_0$ или источник постоянного тока $J(t) = J_0$.

Требуется: определить закон изменения тока в катушке индуктивности (схема RL) или напряжения на конденсаторе (схема RC) **классическим методом**. Построить график изменения искомой величины на интервале времени $0 \leq t \leq 4\tau$, где τ – постоянная времени цепи с одним накопителем энергии (в секундах). Ее численное значение определяется из характеристического уравнения, как величина, обратная корню $\tau = \left| \frac{1}{p} \right|$.

2. В заданной цепи (рис. 3.1. а – 3.10. а) в момент времени $t = 0$ срабатывает ключ **К**, который подключает источник ЭДС $e(t)$ или тока $J(t)$, изменяющиеся по экспоненциальному закону:

$$e(t) = E_0 \cdot e^{-at} \quad \text{или} \quad J(t) = J_0 \cdot e^{-at},$$

где a – постоянный коэффициент, определяется по данным таблицы 3.1 из заданного соотношения $a \cdot \tau$.

Требуется: определить закон изменения той же величины (см. п. 1) **операторным методом**. Построить график изменения искомой величины на интервале времени $0 \leq t \leq 4 \cdot \tau$.

3. В заданной цепи (рис. 3.1. а – 3.10. а) в момент времени $t = 0$ срабатывает ключ **К** и на интервале времени $0 \leq t \leq t_0$ подключается источник ЭДС $e(t)$ или тока $J(t)$, изменяющиеся по линейному закону:

$$e_1(t) = E_0 \cdot \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) \quad \text{или} \quad J_1(t) = J_0 \cdot \left(1 - \frac{t}{t_0}\right)$$

$$\text{при } t \geq t_0 \quad e_2(t) = 0; \quad J_2(t) = 0.$$

Требуется: определить закон изменения той же величины (см. п. 1) **методом интеграла Дюамеля**. Построить график изменения искомой величины на интервалах времени $0 \leq t \leq t_0$ и $t \geq t_0$. **Принять** $t_0 = 2 \cdot \tau$ где τ – постоянная времени цепи.

Параметры элементов цепи и источников указаны в табл. 3.1.

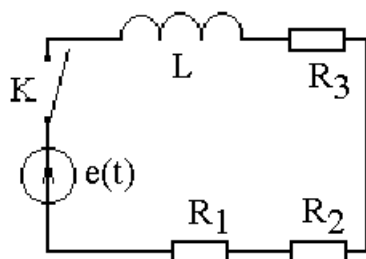
Задача 3.2

В цепи, изображенной на рис. 3.1. б – 3.10. б, в момент времени $t = 0$ срабатывает ключ **К**, который подключает источник постоянной ЭДС $e(t) = E_0$ или источник постоянного тока $J(t) = J_0$.

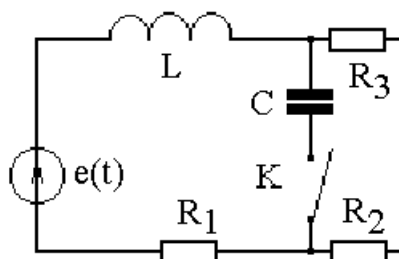
Требуется: определить закон изменения той же величины (см. задачу 3.1) **классическим методом**. Построить график изменения искомой величины на интервале времени $0 \leq t \leq 4\tau_{\max}$, где $\tau_{\max}$ – большая по величине постоянная времени цепи второго порядка.

Таблица 3.1

№ шифра	№ схемы	E_0 , В	J_0 , А	$a \cdot \tau$	L , мГн	C , мкФ	R_1	R_2	R_3
							Ом		
1	3.1	100	–	2	4	500	10	6	4
2	3.4	50	–	2	1	10	10	25	5
3	3.6	150	–	3	10	10	40	60	100
4	3.9	100	–	2	4	5	20	20	10
5	3.2	–	1	2	1	10	10	10	4
6	3.10	40	–	2	1	10	0,5	3	0,5
7	3.3	–	2	3	10	10	50	10	10
8	3.9	50	–	2	1	10	6	6	1
9	3.5	–	10	2	20	100	50	50	50
10	3.7	–	1	2	2	10	2	2	4
11	3.8	–	5	3	1	10	0	4	4
12	3.10	100	–	2	2	10	1	4	1
13	3.8	–	4	3	2	10	5	5	0
14	3.7	–	0,5	2	1	10	1	1	3
15	3.6	60	–	2	2	1670	1	0	6
16	3.4	100	–	2	1	10	20	5	15
17	3.5	–	0,2	2	10	10	40	60	100
18	3.1	20	–	3	1	1500	2	4	1
19	3.3	–	0,8	2	10	100	10	100	25
20	3.4	100	–	2	2	5	20	40	20
21	3.2	–	0,1	3	1	10	1	2	3
22	3.8	–	0,4	2	0,4	10	5	2,5	0
23	3.6	10	–	2	2	1670	1	2	4
24	3.7	–	3	2	4	5	20	20	5
25	3.10	100	–	2	20	10	1	14	3



а



б

Рис. 3.1

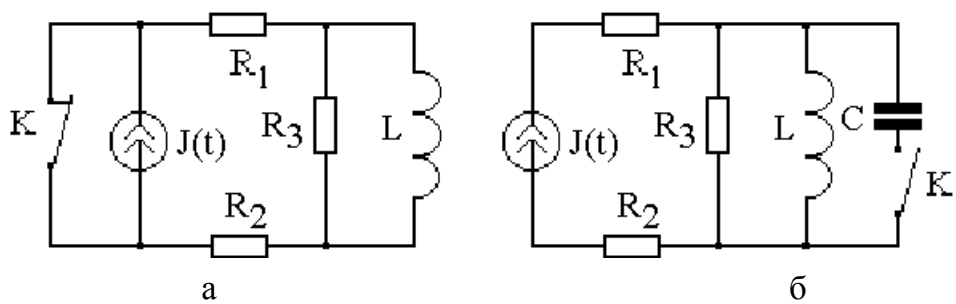


Рис. 3.2

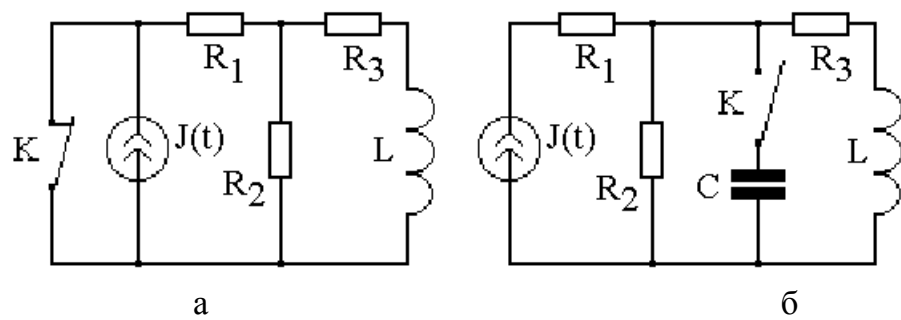


Рис. 3.3

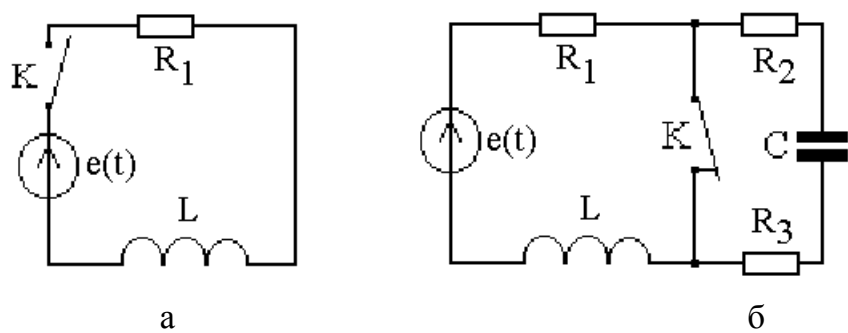


Рис. 3.4

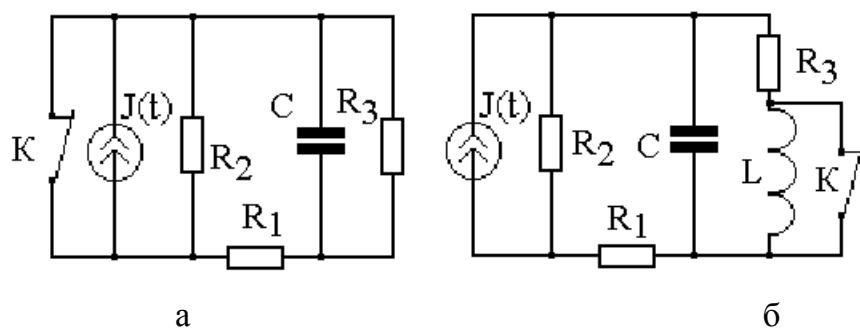


Рис. 3.5

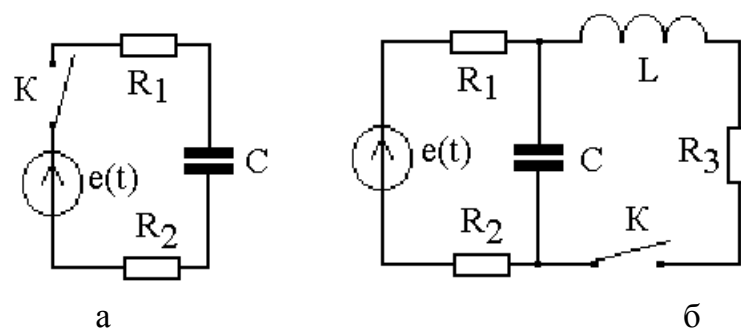


Рис. 3.6

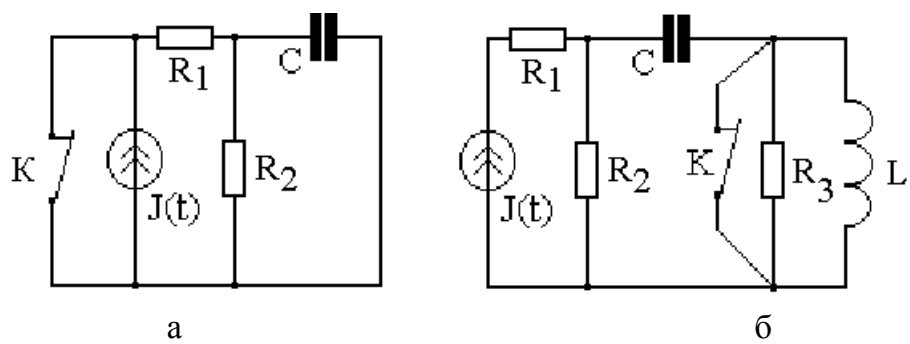


Рис. 3.7

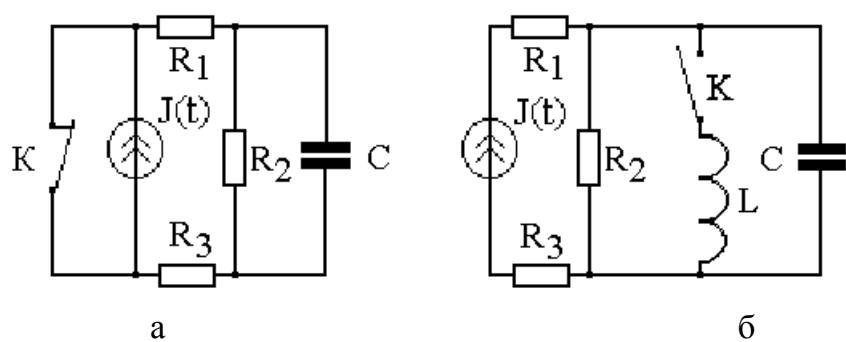


Рис. 3.8

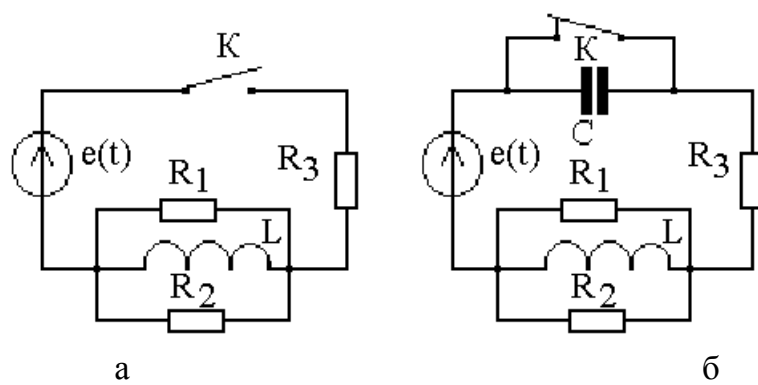


Рис. 3.9

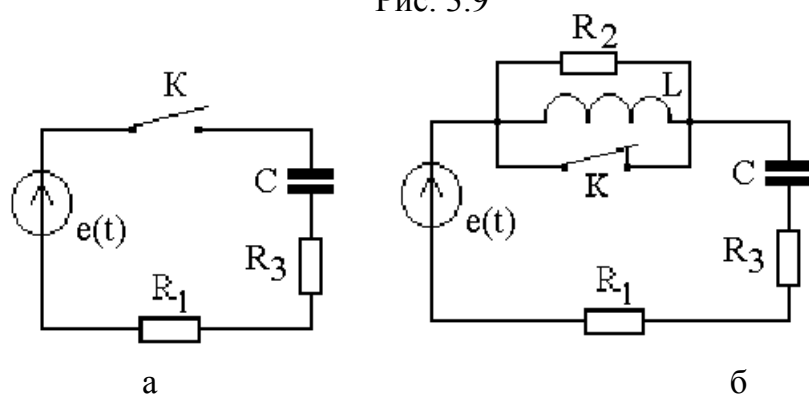


Рис. 3.10

Задача 3.3

По заданным в табл. 3.2 параметрам линии (R_0, L_0, G_0, C_0), частоте f , длине линии ℓ , комплексным значениям напряжения $\underline{U}_2$ и тока $\underline{I}_2$ в конце линии, сопротивлению нагрузки $\underline{Z}_H$ требуется:

1. Рассчитать напряжение $\underline{U}_1$ и ток $\underline{I}_1$ в начале линии, активную P и полную S мощности в начале и в конце линии, а также КПД линии.
2. Полагая, что линия п. 1 стала линией без потерь ($R_0 = G_0 = 0$), а нагрузка на конце линии стала активной и равной модулю комплексной нагрузки в п. 1, определить напряжение $\underline{U}_1$ и ток $\underline{I}_1$ в начале линии, а также длину электромагнитной волны λ .
3. Для линии без потерь п. 2 построить график распределения действующего значения напряжения вдоль линии в функции координаты x , отсчитываемой от конца линии.

Таблица 3.2

№	$f \cdot 10^3$ Гц	ℓ км	R_0 $\frac{\text{Ом}}{\text{км}}$	$C_0 \cdot 10^{-9}$ $\frac{\Phi}{\text{км}}$	$L_0 \cdot 10^{-3}$ $\frac{\Gamma_H}{\text{км}}$	$G_0 \cdot 10^{-6}$ $\frac{C_M}{\text{км}}$	$\underline{U}_2$ В	$\underline{I}_2 \cdot 10^{-3}$ А	$\underline{Z}_H$ Ом
1	0,25	400	5	9,6	5,08	0,62	–	$16e^{j15^0}$	$1600 e^{-j15^0}$
2	1	177	10	5,9	4,16	0,75	70,5	–	$1675 e^{-j10^0}$
3	10	7,5	116	5,75	8,48	0,51	–	$20 e^{j6^0}$	$2440 e^{-j6^0}$
4	5	16	157,2	5,75	10	1,75	55,4	–	$2770 e^{-j13^0}$
5	0,75	146	12	10,6	4,6	0,08	10	–	400
6	3	56,7	20	6	4,1	1,25	42,3	–	423
7	1,2	49	75,6	6,35	11,52	0,8	–	$3,9e^{j20^0}$	$3110e^{-j20^0}$
8	7	10	180,4	12,22	7,6	4,5	20	–	$419 e^{-j14^0}$
9	0,6	200	6,2	10	4,8	0,8	–	$28,2 e^{j8^0}$	$355 e^{-j8^0}$
10	0,8	223	5,8	6,5	3,8	0,7	14,1	–	$392 e^{-j8^0}$
11	0,6	100	22	10	12	0,65	–	$52,1e^{j12^0}$	$2300e^{-j12^0}$
12	0,9	81	19,2	7,4	10,8	0,72	62	$24,4e^{j8^0}$	–
13	4	25,4	48,6	6,4	7,5	0,41	–	22,5	667

Окончание табл. 3.2

14	6,5	10,5	204	5,6	8,54	4,2	36	–	$800e^{-j15^0}$
15	2	45	50,4	3,6	13,4	1	–	$45e^{j8^0}$	$980e^{-j8^0}$
16	4	30,2	33,4	9,5	2,66	1,5	29,6	–	1130
17	0,9	94,2	27	6,8	7,08	0,95	–	$3e^{j16^0}$	$2000e^{-j16^0}$
18	9	16,3	108	4,1	10,4	0,46	22,6	–	$565e^{-j5^0}$
19	1,6	65	40,8	3,4	14,16	0,9	–	$32e^{j7^0}$	$1500e^{-j7^0}$
20	0,7	105	14,6	16,4	3,04	1,35	60	–	$900e^{-j23^0}$
21	0,5	200	10	9,6	5,08	1,25	100	$64,2e^{j15^0}$	–
22	0,5	250	5	11,8	4,16	0,75	–	$21,2e^{j10^0}$	$1188e^{-j10^0}$
23	10	11,6	58	5,75	4,24	0,51	34,4	–	$1720e^{-j6^0}$
24	2,5	23,7	78,6	11,5	10	1,75	–	$10e^{j13^0}$	$1965e^{-j13^0}$
25	1,5	73	24	10,6	4,6	0,175	40	100	–

4.3. Теоретические сведения и методические указания к решению задач контрольной работы № 3

4.3.1. Методические указания к решению задач 3.1, 3.2

Расчет и анализ переходных процессов подробно рассмотрены в [1]: § 8.1.–8.59; 15.1–15.5; [2]: 14.1–14.19; [3]: 7.1–7.4.

Переходные процессы возникают при коммутациях, под которыми понимают включение, отключение, переключение источников энергии или элементов цепи. Импульсные воздействия вызывают переходные процессы без коммутаций, как, например, в предлагаемой задаче.

1. Классический метод

Классический метод анализа электрических цепей основан на интегрировании дифференциального уравнения цепи, записанного относительно выбранной переменной. В качестве переменных принимают величины, для которых легко записать начальные условия (значения). Как правило, это токи индуктивных и напряжения емкостных элементов. Порядок дифференциального уравнения определяется числом накопителей энергии – индуктивных и емкостных элементов. Дифференциальное уравнение получают, записывая систему уравнений для мгновенных значений токов и напряжений на основании законов Кирхгофа и разрешая её относительно одной из переменных (тока, напряжения).

Решение полученного дифференциального уравнения представ-

ляется суммой частного и общего решений. Составляющие токов и напряжений, определяемые частным решением дифференциального уравнения, обусловлены вынуждающим воздействием источников, поэтому их называют вынужденными или **принужденными** ($f_{np}(t)$). Эти составляющие отсутствуют, когда нет внешнего воздействия (правая часть уравнения равна нулю). Составляющие токов и напряжений, определяемые общим решением однородного дифференциального уравнения, обусловлены энергией, связанной с накопителями. Эти составляющие называют **свободными** ($f_{св}(t)$). Таким образом, в классическом методе решение определяется наложением составляющих:

$$f(t) = f_{np}(t) + f_{св}(t) \quad (3.1)$$

Принужденная составляющая является частным решением дифференциального уравнения и определяется видом воздействия. В цепи с постоянными и гармоническими источниками принужденные составляющие совпадают с установившимися значениями и могут быть найдены любым из известных методов расчета цепей в установившихся режимах.

Свободная составляющая определяется видом корней **характеристического** уравнения. Последнее получают из однородного дифференциального уравнения путем его алгебраизации, подставляя вместо d/dt алгебраический оператор p .

Характеристическое уравнение можно составлять, не прибегая к решению системы дифференциальных уравнений относительно одной переменной, а воспользоваться одним из приёмов:

1. Составить определитель матрицы контурных сопротивлений или узловых проводимостей для рассматриваемой цепи в комплексной форме. Заменяв величину $j\omega$ на p , приравнять определитель к нулю и решить полученное уравнение относительно p . Полученные значения – корни характеристического уравнения.

2. Составить относительно входных зажимов цепи выражение входного комплексного сопротивления $\underline{Z}(p)$ при питании от источника ЭДС или проводимости $\underline{Y}(p)$ – при питании от источника тока. При этом C заменяется на $1/pC$, а L заменяется на pL и, приравняв $Z(p)$ или $Y(p)$ к нулю, определить корни решением полученного уравнения.

Возможны варианты записи свободной составляющей:

$$1. f_{св}(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot e^{p_i t}, \quad (3.2, a)$$

если корни p_i вещественные разные;

$$2. f_{cв}(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot t^{i-1} \cdot e^{p_i t}, \quad (3.2, б)$$

если корни вещественные равные (кратные);

$$3. f_{cв}(t) = \sum_{i=1,3,5}^{n-i} A_i \cdot e^{-\delta_i t} \cdot \sin(\omega_{cв_i} \cdot t + \gamma_i), \quad (3.2, в)$$

если корни попарно комплексно-сопряженные

$$(p_i = -\delta_i + j\omega_{cв_i}; p_{i+1} = -\delta_i - j\omega_{cв_i}).$$

Величины A_i, γ_i – постоянные интегрирования.

В первом случае процесс называют аperiodическим, во втором – предельным аperiodическим или критическим, в третьем – затухающим периодическим или колебательным.

Постоянные интегрирования находят из начальных условий, для чего составляют систему уравнений относительно свободной составляющей искомой величины и её производных для момента времени $t = 0_+$ или $t = t_0$, если учитывается запаздывание коммутации. Например, для цепи второго порядка с вещественными корнями:

$$f_{cв}(0_+) = A_1 + A_2; \quad f'_{cв}(0_+) = p_1 A_1 + p_2 A_2.$$

Здесь $f_{cв}(0_+) = f(0_+) - f_{пр}(0_+)$ и $f'_{cв}(0_+) = f'(0_+) - f'_{пр}(0_+)$ – начальные условия.

- Различают зависимые и независимые начальные условия. **Независимые начальные условия** (ННУ) – значения токов в индуктивных и напряжений на емкостных элементах в момент коммутации.

Согласно законам коммутации ток в ветви с индуктивностью и напряжение на ёмкости в момент коммутации не изменяются скачком

$$i_L(0_-) = i_L(0_+); \quad u_C(0_-) = u_C(0_+), \quad (3.3)$$

поэтому эти величины находят расчетом докоммутационных схем в установившихся режимах.

- **Зависимые начальные условия** (ЗНУ) – значения токов и напряжений в момент непосредственно после коммутации, не подчиняющихся законам коммутации. Они определяются в схеме после коммутации по законам Кирхгофа с использованием ранее найденных независимых начальных условий. Зависимые начальные условия можно определять по эквивалентным схемам, составленным для момента коммутации ($t = 0_+$). Для этого в послекоммутационную схему вместо индуктивностей и ёмкостей включают соответственно источники тока и ЭДС. Токи источников тока по величине и направлению равны $i_L(0)$, ЭДС источников равны $u_C(0)$, но направлены противоположно току.

Порядок расчёта переходного процесса классическим методом.

1. В схеме «до коммутации» определяют независимые начальные условия – токи в индуктивных и напряжения на ёмкостных элементах.
2. В схеме «после коммутации» рассчитывают зависимые начальные условия и принуждённые составляющие искомых величин.
3. Определяют корни характеристического уравнения и записывают общий вид решения как сумму свободной и принуждённой составляющих.
4. Находят постоянные интегрирования, используя независимые и зависимые начальные условия.

Пример 1.

Для цепи на рис. 3.11. а в момент времени $t = 0$ срабатывает ключ **К** и подключается постоянный источник ЭДС $e(t) = E_0$. Определить $u_C(t)$ при переходном процессе классическим методом, если заданы параметры $E_0 = 100B, R = 50\Omega, C = 100\mu F$.

Решение.

1. Согласно классическому методу запишем выражение для напряжения переходного процесса: $u_C(t) = u_{Cnp} + Ae^{pt}$.
2. Определяем ННУ: $u_C(0_-) = u_C(0_+) = 0$.
3. Определяем принужденную составляющую u_{Cnp} . Так как в момент времени $t = \infty$ емкость в цепи постоянного тока имеет бесконечно большое сопротивление и является разрывом цепи, то по второму закону Кирхгофа получим $u_{Cnp} = E_0/2 = 50B$.

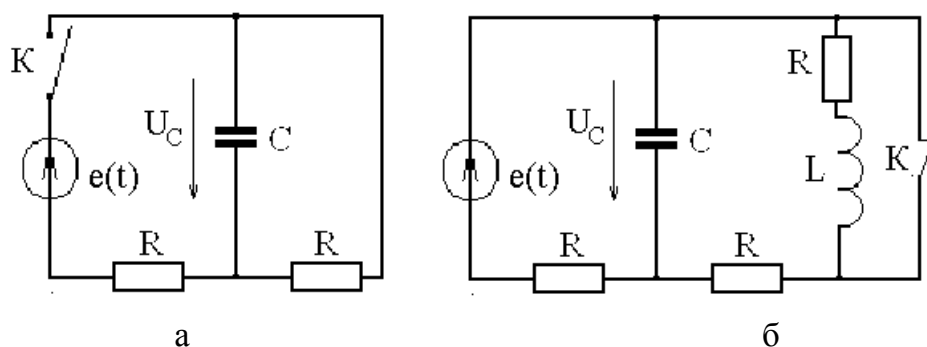


Рис. 3.11

4. Корень характеристического уравнения определим из схемы на рис. 3.12. а, которая получается путем замены C на $1/pC$. Относитель-

но зажимов источника ЭДС определяем $Z(p) = R + \frac{R \cdot 1/pC}{R + 1/pC} = 0$, откуда получим $p = -\frac{2}{RC} = -400 \frac{1}{c}$.

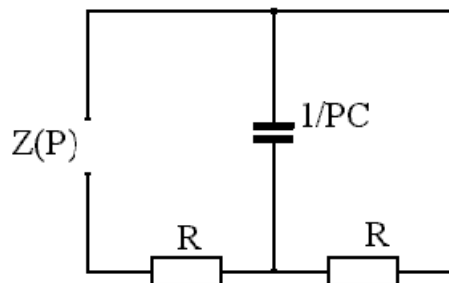


Рис. 3.12 а

5. Определим постоянную интегрирования из уравнения переходного процесса (п. 1), записав его для момента времени $t = 0_+$:

$$A = u_C(0) - u_{Cnp} = -E_0/2 = -50$$

6. Записываем окончательный ответ:

$$u_C(t) = u_{Cnp} + Ae^{pt} = \frac{E_0}{2} - \frac{E_0}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}t} = 50 - 50 \cdot e^{-400t}, B$$

7. Для построения графика определим постоянную времени:

$$\tau = \frac{1}{|p|} = 2.5 \cdot 10^{-3} c$$

расчет графика сводим в таблицу:

t	0	τ	$2 \cdot \tau$	$3 \cdot \tau$	$4 \cdot \tau$
$A \cdot e^{-t/\tau}$	50	18,4	6,37	2,5	0,92
$u_C(t), B$	0	31,6	43,2	47,5	49,08

График $u_C(t)$ показан на рис. 3.12 б.

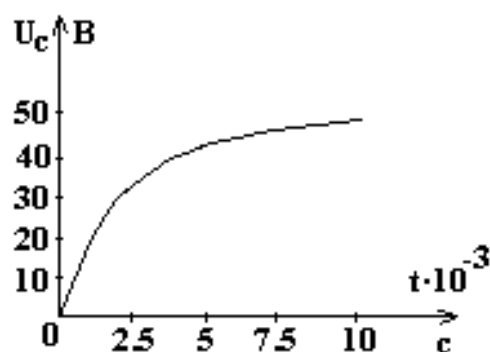


Рис. 3.12 б

Пример 2.

В цепи, изображенной на рис. 3.11, б действует постоянный источник ЭДС $e(t) = E_0$. В момент времени $t = 0$ срабатывает ключ **К**.

Определить напряжение $u_C(t)$ переходного процесса классическим методом, если заданы параметры

$$E_0 = 150 \text{ В}, R = 50 \text{ Ом}, L = 0,1 \text{ Гн}, C = 100 \text{ мкФ}.$$

Решение.

1. ННУ определяем из расчета цепи до коммутации. Так как ключ **К** замкнут, то $i_L(0_-) = i_L(0_+) = 0$, емкость в цепи постоянного тока является разрывом цепи и заряжена до напряжения, которое находим по второму закону Кирхгофа:

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) = \frac{E_0}{2} = 75 \text{ В}.$$

2. Для определения ЗНУ рисуем схему замещения после коммутации в момент времени $t = 0_+$ (рис. 3.13):

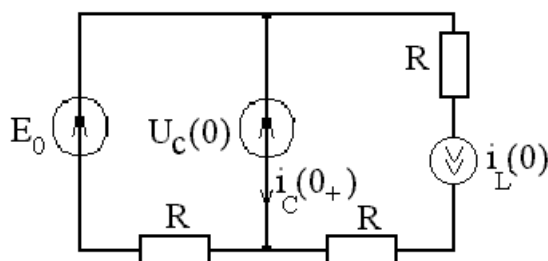


Рис. 3.13

Так как $i_L(0) = 0$, то по второму закону Кирхгофа получим:

$$i_C(0_+) = \frac{E_0 - U_C(0)}{R} = 1 \text{ А}$$

3. Определяем принужденную составляющую u_{Cnp} . Так как в момент времени $t = \infty$ емкость в цепи постоянного тока имеет бесконечно большое сопротивление и является разрывом цепи, а индуктивность имеет нулевое сопротивление, то по второму закону Кирхгофа получим $u_{Cnp} = \frac{2E_0}{3} = 100 \text{ В}$.

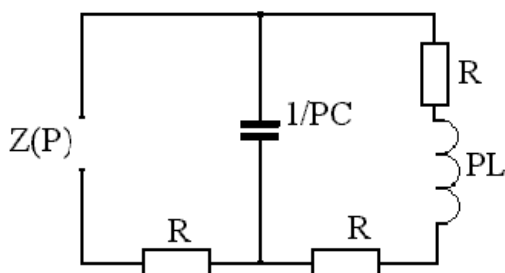


Рис. 3.14

4. Определим корни характеристического уравнения из схемы (рис. 3.14):

Определим входное сопротивление $Z(p) = R + \frac{\frac{1}{pC} \cdot (2R + pL)}{2R + pL + \frac{1}{pC}} = 0$,

откуда получим $p_1 = -355 \frac{1}{c}$, $p_2 = -845 \frac{1}{c}$. Так как корни характеристического уравнения вещественные и разные, то переходный процесс является **апериодическим**.

5. Постоянные интегрирования определим из решения системы уравнений, записанной при нулевых начальных условиях:

$$u_C(t) = u_{Cnp} + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt} = C \cdot p_1 \cdot e^{p_1 t} + C \cdot p_2 \cdot e^{p_2 t}$$

при $t = 0_+$ получим:

$$u_C(0) = u_{Cnp} + A_1 + A_2$$

$$i_C(0_+) = C \cdot p_1 \cdot A_1 + C \cdot p_2 \cdot A_2 \quad \text{или}$$

$$75 = 100 + A_1 + A_2$$

$$1 = 10^{-4} \cdot (-355) \cdot A_1 + 10^{-4} \cdot (-845) \cdot A_2$$

откуда определим: $A_1 = 63,52$; $A_2 = -88,52$ окончательный ответ:

$u_C(t) = 100 + 63,52 \cdot e^{-355t} - 88,52 \cdot e^{-845t} B$, для построения графика определим постоянные времени:

$$\tau_1 = \frac{1}{|p_1|} = 2,817 \cdot 10^{-3} c; \quad \tau_2 = \frac{1}{|p_2|} = 1,18 \cdot 10^{-3} c.$$

Расчет графика сводим в таблицу:

t	0	τ	$2 \cdot \tau$	$3 \cdot \tau$	$4 \cdot \tau$
$A_1 \cdot e^{-t/\tau_1}$	63,52	23,36	8,6	3,16	1,16
$A_2 \cdot e^{-t/\tau_2}$	-88,52	-32,5	-12	-4,4	-1,62

График $u_C(t)$ показан на рис. 3.15.

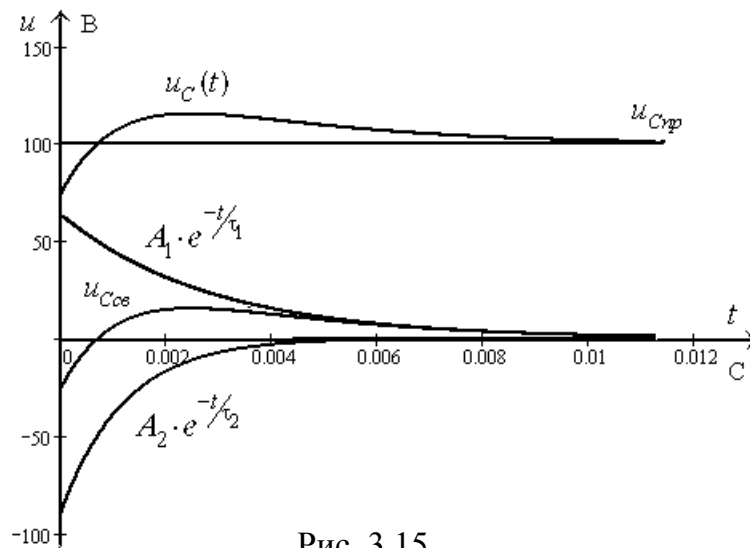


Рис. 3.15

2. Интеграл Дюамеля

Интеграл Дюамеля применяют для расчёта тока или напряжения в ветвях схемы с нулевыми начальными условиями при действии единственного источника ЭДС или тока произвольной формы.

Наиболее распространённая форма записи:

$$f_p(t) = f(0) \cdot h(t) + \int_0^t f'(x) h(t-x) dx, \quad (3.4)$$

где $f_p(t)$ – искомая реакция цепи – ток или напряжение, $f(0)$ – начальное значение входного воздействия, $h(t)$ – переходная характеристика, $h(t-x)$ – переходная характеристика с учетом запаздывания, x – переменная интегрирования (время запаздывания), $f'(x)$ – производная от входного воздействия – ЭДС или тока источника.

Переходная характеристика – это реакция линейной пассивной цепи в виде тока или напряжения переходного процесса на воздействие единичной функции, т. е. на подключение ее к источнику постоянного напряжения или постоянного тока единичной величины $E_0 = 1V$ или $J_0 = 1A$ при нулевых начальных условиях $i_L(0) = 0$, $u_C(0) = 0$. Переходная характеристика определяется классическим или операторным методом.

Порядок расчёта переходных процессов методом интеграла Дюамеля

1. Классическим или операторным методом находят переходную характеристику $h(t)$.

2. Определяют запаздывающую переходную характеристику $h(t-x)$ путем замены t на $t-x$.

3. Вычисляют производную по времени x от входного воздействия – напряжения (тока) источника.

4. Записывают интеграл Дюамеля с момента времени $t=0$ до заданного t . При этом учитывают возможные скачки напряжения (тока) в начале и конце каждого интервала изменения входного сигнала.

Пример 3.

Для схемы на рис. 3.11, а с нулевыми начальными условиями на интервале времени $0 \leq t \leq t_0$ действуют источник ЭДС $e(t)$, изменяющийся по линейному закону : $e_1(t) = E_0 \cdot (1 - \frac{t}{t_0})$; при $t \geq t_0$ $e_2(t) = 0$. Определить $u_C(t)$ методом интеграла Дюамеля, если заданы параметры цепи: $E_0 = 150B, R = 50\Omega, C = 100\mu F$, принять $t_0 = 2 \cdot \tau$, где $\tau = |1/p|$.

Решение.

1. Переходную характеристику $h(t)$ для напряжения $u_C(t)$ определим из примера 1, задавая величину источника ЭДС $E_0 = 1B$:

$$h(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}t}$$

2. Запаздывающая переходная характеристика при замене t на $t-x$:

$$h(t-x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}(t-x)}$$

3. Определим $\tau = \frac{RC}{2} = 25 \cdot 10^{-4} c$ из примера 1 и

$$t_0 = RC = 5 \cdot 10^{-3} c.$$

4. Расчет $u_C(t)$ ведем для двух интервалов:

1 интервал $0 \leq t \leq t_0$

$e_1(t) = E_0 \cdot (1 - \frac{t}{t_0})$, определим производную $e'_1(t) = e'_1(x) = -\frac{E_0}{t_0}$; под-

ставляем полученные выражения в интеграл Дюамеля:

$$\begin{aligned}
u_C(t) &= E_0 \cdot h(t) + \int_0^t e_1'(x) \cdot h(t-x) \cdot dx = \frac{E_0}{2} - \frac{E_0}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}t} - \\
&- \int_0^t \frac{E_0}{t_0} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}(t-x)} \right) \cdot dx = \frac{E_0}{2} - \frac{E_0}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}t} - \frac{E_0}{2t_0} \cdot t + \\
&+ \frac{E_0}{2t_0} \cdot \frac{RC}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}t} \cdot (e^{\frac{2}{RC}t} - 1) = E_0 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{RC}{4t_0} \right) - \frac{E_0}{2t_0} \cdot t - \\
&- E_0 \cdot \left(\frac{RC}{4t_0} - \frac{1}{2} \right) \cdot e^{-\frac{2}{RC}t} = 112.5 - 15000 \cdot t - 112.5 \cdot e^{-400t}, B
\end{aligned}$$

2 интервал $t \geq t_0$

на втором интервале у первого интеграла меняется верхний предел интегрирования t на t_0 , кроме того $e_2'(x) = 0$:

$$\begin{aligned}
u_C(t) &= E_0 \cdot h(t) + \int_0^{t_0} e_1'(x) \cdot h(t-x) \cdot dx + \int_{t_0}^t e_2'(x) \cdot h(t-x) \cdot dx = \\
&= \frac{E_0}{2} - \frac{E_0}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}t} - \int_0^{t_0} \frac{E_0}{t_0} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}(t-x)} \right) \cdot dx = \\
&= \frac{E_0}{2} - \frac{E_0}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}t} - \frac{E_0}{2t_0} \cdot t_0 + \frac{E_0}{2t_0} \cdot \frac{RC}{2} \cdot e^{-\frac{2}{RC}t} \cdot (e^{\frac{2}{RC}t_0} - 1) = \\
&= \frac{E_0}{2} \left[\frac{RC}{2t_0} \cdot (e^{\frac{2}{RC}t_0} - 1) - 1 \right] \cdot e^{-\frac{2}{RC}t} = 164.55 \cdot e^{-400t}, B
\end{aligned}$$

расчет графика сводим в таблицу:

	$0 \leq t \leq t_0$						$t \geq t_0$				
$t \cdot 10^{-3}, c$	0	1	2	3	4	5	5	6	8	10	12
u_C, B	0	22	31,9	33,6	29,7	22,3	22,3	14,9	6,7	3	1,35

График напряжения $u_C(t)$ переходного процесса показан на рис. 3.16.

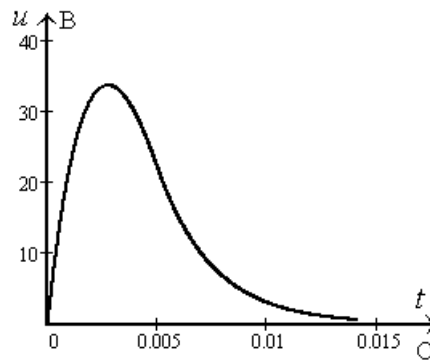


Рис. 3.16

3. Операторный метод

Операторным называют метод, базирующийся на преобразовании интегро-дифференциальных уравнений цепи (функций времени-оригиналов) в алгебраические уравнения в изображениях (функциях комплексного оператора p) с последующим переходом к оригиналам. Взаимные преобразования осуществляются с помощью прямого и обратного преобразований Лапласа соответственно:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt; \quad f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int F(p) \cdot e^{pt} dt \quad (3.5)$$

Соответствие между изображением и оригиналом записывается:

$$f(t) \overset{*}{\rightleftharpoons} F(p) \quad \text{или} \quad F(p) \overset{*}{\rightleftharpoons} f(t).$$

На основании преобразований Лапласа легко показать, что схемам цепи для мгновенных значений величин, соответствуют эквивалентные операторные схемы. Изображения основных элементов цепи в операторной форме показаны в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Элемент	Операторное изображение элемента	Взаимосвязь напряжений и токов
		Резистор: $U_R(p) = I(p) \cdot R$
		Ем- кость: $U_C(p) = I(p) / Cp + U_C(0) / p$
		Индуктивность: $U_L(p) = I(p) \cdot Lp - L \cdot i_L(0)$
		Источник ЭДС: Определяется видом функции. Для $e(t) = E$, $E(p) = E / p$ Для $e(t) = E \cdot e^{-at}$, $E(p) = \frac{E}{p + a}$.
		Аналогично для источника тока.

Заметим, что операторные схемы составляются для цепи «после коммутации» и включают в себя помимо источников, действующих в цепи после коммутации, так называемые, внутренние источники. Внутренние источники учитывают ненулевые начальные условия на накопителях энергии (индуктивность, ёмкость), которые, как показано в п. 1, определяются в схеме «до коммутации».

Операторные схемы замещения рассчитывают любым известным методом расчёта линейной цепи, применимым для установившегося режима.

Переход от изображений к оригиналам – искомым функциям времени – осуществляется по таблицам изображений или по **теореме разложения**.

Если изображение имеет вид правильной рациональной дроби:

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{A_m \cdot p^m + A_{m-1} \cdot p^{m-1} + \dots A_0}{B_n \cdot p^n + B_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots B_0},$$

где $m < n$, причем дробь $A(p)/B(p)$ – несократимая, коэффициенты A_k , B_k – действительные числа, а знаменатель дроби $B(p)$ не имеет кратных корней (полюсов), то оригинал функции определяется суммой экспоненциальных составляющих:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{A(p_k)}{B'(p_k)} \cdot e^{p_k t}, \quad (3.6)$$

$$\text{или} \quad f(t) = \frac{A(0)}{B_1(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{A(p_k)}{p_k \cdot B_1'(p_k)} \cdot e^{p_k t}, \quad (3.6, a)$$

когда один из корней знаменателя равен нулю, т. е. $B(p) = p \cdot B_1(p)$.

Данные равенства называют теоремой разложения.

При наличии комплексно-сопряженных корней слагаемые теоремы разложения будут также комплексно-сопряженными, т. е.:

$$\frac{A(p_1)}{B'(p_1)} \cdot e^{p_1 t} + \frac{A(p_2)}{B'(p_2)} \cdot e^{p_2 t} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{A(p_1)}{B'(p_1)} \cdot e^{p_1 t} \right\} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{A(p_2)}{B'(p_2)} \cdot e^{p_2 t} \right\} \quad (3.6, б)$$

Порядок расчёта переходных процессов операторным методом

1. По законам коммутации определяют независимые начальные условия $u_C(0)$ и $i_L(0)$.
2. Составляют операторную схему замещения.
3. Находят любым методом изображения искомых величин.
4. Определяют оригиналы искомых величин.

Пример 4.

В цепи на рис. 3.11, а в момент времени $t = 0$ срабатывает ключ **К** и подключается источник ЭДС $e(t)$ изменяющийся по экспоненциальному закону: $e(t) = E_0 \cdot e^{-at}$. Определить $u_C(t)$ операторным методом при заданных параметрах цепи:

$$E_0 = 150 \text{ В}, \quad R = 50 \text{ Ом}, \quad C = 100 \text{ мкФ}, \quad a \cdot \tau = 2.$$

Решение.

1. Определяем ННУ $u_C(0) = 0$.
2. Составляем операторную схему замещения для цепи после коммутации (рис 3.17):

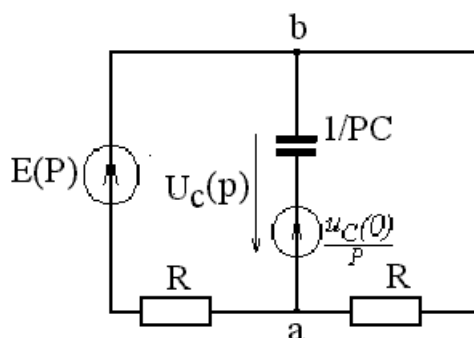


Рис. 3.17

Здесь $E(p) = \frac{E_0}{p+a} = \frac{150}{p+800}$, $\tau = \frac{RC}{2} = 25 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ (из примера 1),

$$a = \frac{2}{\tau} = 800 \frac{1}{\text{с}}.$$

3. Рассчитываем $u_C(p)$ методом узловых потенциалов. Принимаем $\varphi_a = 0$, для узла b составляем уравнение:

$\varphi_b \cdot \left(\frac{2}{R} + pC \right) = \frac{E}{(p+\alpha) \cdot R} + \frac{U_C(0) \cdot pC}{p}$, с учетом того, что $U_C(0) = 0$ получаем:

$$\begin{aligned} U_C(p) = \varphi_b &= \frac{E}{(p+\alpha) \cdot (2 + pRC)} = \frac{E}{p^2 RC + p(2 + \alpha RC) + 2\alpha} = \\ &= \frac{150}{0,005 \cdot p^2 + 6 \cdot p + 1600} = \frac{A(p)}{B(p)} \end{aligned}$$

4. Определяем оригинал $u_C(t)$ при помощи теоремы разложения:

- приравниваем $B(p) = 0$, отсюда получаем:

$$p_1 = -800 \frac{1}{\text{с}}; \quad p_2 = -400 \frac{1}{\text{с}};$$

- берем производную $B'(p) = 2pRC + 2 + \alpha RC = 0,01 \cdot p + 6$;

- находим оригинал:

$$u_C(t) = \frac{A(p_1)}{B'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{A(p_2)}{B'(p_2)} e^{p_2 t} = \frac{150}{0,01 \cdot (-800) + 6} e^{-800t} +$$

$$+ \frac{150}{0,01 \cdot (-400) + 6} e^{-400t} = -75 \cdot e^{-800t} + 75 \cdot e^{-400t}, B$$

постоянные времени: $\tau_1 = \frac{1}{800} = 1,25 \cdot 10^{-3} c$, $\tau_2 = \frac{1}{400} = 2,5 \cdot 10^{-3} c$.

Расчет графика сводим в таблицу:

t	0	τ	2τ	3τ	4τ
$75 \cdot e^{-t/\tau}$	75	27,6	10,15	3,73	1,37

График напряжения $u_C(t)$ переходного процесса показан на рис. 3.18:

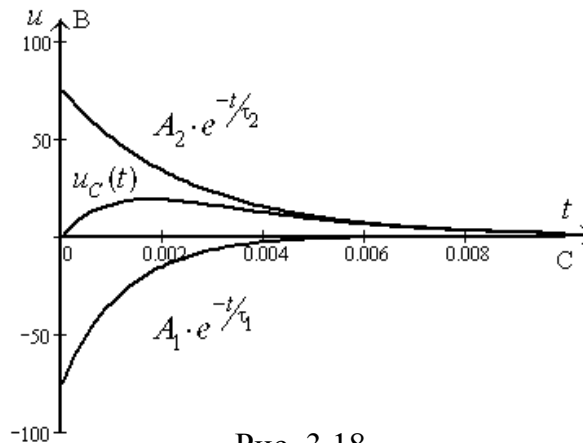


Рис. 3.18

4.3.2. Теоретические сведения и методические указания к решению задачи 3.3

Установившиеся гармонические процессы в линиях с распределёнными параметрами рассмотрены в [1]: §. 11.1–11.25; [2]: 20.1–20.13; [3]: 8.1–8.3.

1. Электрическую цепь, линейные размеры которой сопоставимы с длиной волны передаваемого сигнала называют цепью с распределёнными параметрами. Если поперечные размеры цепи по сравнению с длиной пренебрежимо малы, ее называют длинной линией. В таких линиях токи и напряжения непрерывно изменяются, являясь функцией двух переменных: длины x и времени t . Примерами линий с распределёнными параметрами могут служить протяженные высоковольтные линии электропередач, антенно-фидерные устройства, а также линии связи.

Напряжение и ток в линии с потерями в установившемся гармоническом режиме удовлетворяют уравнениям с гиперболическими функциями:

$$\begin{aligned}\underline{U}(x) &= \underline{U}_2 \operatorname{ch} \underline{\gamma} x + \underline{I}_2 \underline{Z}_B \operatorname{sh} \underline{\gamma} x; \\ \underline{I}(x) &= \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_B} \operatorname{sh} \underline{\gamma} x + \underline{I}_2 \operatorname{ch} \underline{\gamma} x\end{aligned}\quad (3.7)$$

где x – расстояние, отсчитываемое от конца линии (нагрузки);

$\underline{U}(x); \underline{U}_2; \underline{I}(x); \underline{I}_2$ – комплексные напряжения и токи;

$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$ – коэффициент распространения, 1/км;

α – коэффициент затухания (ослабления), Нп/км;

β – коэффициент фазы, рад/с;

$\underline{Z}_B$ – волновое (характеристическое) сопротивление.

Коэффициент распространения и волновое сопротивление определяются:

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)}; \quad \underline{Z}_B = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}, \quad (3.8)$$

где величины R_0, L_0, G_0, C_0 – **первичные параметры** линии, отнесенные к единице длины:

R_0 – сопротивление прямого и обратного проводов, Ом/км;

L_0 – индуктивность петли, образованной прямым и обратным проводами, Гн/км;

C_0 – емкость между проводами, Ф/км;

G_0 – проводимость между проводами, См/км.

Первичные параметры определяются конструкцией линии и материалами, из которых она изготовлена. Если параметры вдоль линии не изменяются, линию называют однородной.

Параметры $\underline{Z}_B$ и $\underline{\gamma}$ называют вторичными.

Пример 5.

Линии связи длиной $\ell = 100 \text{ км}$, работает на частоте $f = 800 \text{ Гц}$, заданы первичные параметры линии: $R_0 = 10 \text{ Ом/км}$; $L_0 = 3,44 \cdot 10^{-3} \text{ Гн/км}$; $G_0 = 9,65 \cdot 10^{-6} \text{ См/км}$; $C_0 = 10,88 \cdot 10^{-9} \text{ Ф/км}$. Напряжение и ток в конце линии: $\underline{U}_2 = 80 \text{ В}$; $\underline{I}_2 = 0,053 \cdot e^{j8^\circ} \text{ А}$.

1. Рассчитать напряжение $\underline{U}_1$ и ток $\underline{I}_1$ в начале линии, активную P и полную S мощности в начале и в конце линии, а также КПД линии.

2. Полагая, что линия п. 1 стала линией без потерь ($R_0 = G_0 = 0$), а нагрузка на конце линии стала активной и равной модулю комплексной нагрузки в п. 1, определить напряжение $\underline{U}_1$ и ток $\underline{I}_1$ в начале линии, а также длину электромагнитной волны λ .

3. Для линии без потерь п. 2 построить график распределения действующего значения напряжения вдоль линии в функции координаты x , отсчитываемой от конца линии.

Решение.

1. Волновое сопротивление линии:

$$\begin{aligned} Z_B &= \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{10 + j5024 \cdot 3,44 \cdot 10^{-3}}{9,65 \cdot 10^{-6} + j5024 \cdot 10,88 \cdot 10^{-9}}} = \\ &= \sqrt{\frac{10 + j17,3}{(9,65 + j54,71) \cdot 10^{-6}}} = 600 \cdot e^{-j10^0} \text{ Ом}, \end{aligned}$$

где $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 6,28 \cdot 800 = 5024 \text{ рад/с}$ – угловая частота.

2. Коэффициент распространения линии:

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \sqrt{(10 + j17,3) \cdot (9,65 + j54,71) \cdot 10^{-6}} = 33,33 \cdot 10^{-3} e^{j70^0} \text{ 1/км}$$

при этом $\alpha = \text{Re } \underline{\gamma} = 11,4 \cdot 10^{-3} \text{ Нп/км}$; $\beta = \text{Im } \underline{\gamma} = 31,32 \cdot 10^{-3} \text{ рад/км}$.

Для определения входных напряжения и тока необходимо найти гиперболические функции. Для нахождения гиперболических функций используем формулы Эйлера:

$$\text{ch } \underline{\gamma} x = \frac{e^{\underline{\gamma} x} + e^{-\underline{\gamma} x}}{2}; \quad \text{sh } \underline{\gamma} x = \frac{e^{\underline{\gamma} x} - e^{-\underline{\gamma} x}}{2}, \quad (3.9)$$

где $e^{\underline{\gamma} x} = e^{\alpha x} e^{j\beta x}$, $e^{-\underline{\gamma} x} = 1/e^{\underline{\gamma} x}$.

Для найденного выше коэффициента $\underline{\gamma}$ и длине линии $x = \ell = 100 \text{ км}$, $\alpha \cdot \ell = 1,14 \text{ Нп}$, $\beta \cdot \ell = 3,13 \text{ рад}$, будем иметь:

$$\begin{aligned} \text{ch } \underline{\gamma} \ell &= \frac{e^{1,14} \cdot e^{j3,13} + e^{-1,14} \cdot e^{-j3,13}}{2} = -1,724 + j0,017 \\ \text{sh } \underline{\gamma} \ell &= \frac{e^{1,14} \cdot e^{j3,13} - e^{-1,14} \cdot e^{-j3,13}}{2} = -1,404 + j0,021 \end{aligned}$$

далее получим:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U_2}{Z_B} \text{sh } \underline{\gamma} \ell + I_2 \text{ch } \underline{\gamma} \ell = \frac{80}{600 e^{-j10^0}} \cdot (-1,404 + j0,021) + \\ &+ 0,053 \cdot e^{j8^0} \cdot (-1,724 + j0,017) = 0,279 \cdot e^{-j171^0} \text{ А}. \end{aligned}$$

По найденным гиперболическим функциям определение входных напряжения и тока труда не составляет.

Мощности в линии подсчитываются по известным формулам:

$$P_i = U_i I_i \cdot \cos(\psi_{u_i} - \psi_{I_i}); \quad \underline{S} = \underline{U}_i \underline{I}_i^*, \quad (3.10)$$

где $\underline{I}$ – сопряжённый комплекс тока, $i = 1, 2$ – признак начала или конца линии. КПД линии $\eta = P_2 / P_1$. В нашем случае:

$$\eta = 4,198 / 50,226 = 0,0835$$

$$P_1 = 182,8 \cdot 0,279 \cdot \cos(179^\circ - (-171^\circ)) = 50,226 \text{ Вт}$$

$$P_2 = 80 \cdot 0,053 \cdot \cos(0^\circ - 8^\circ) = 4,198 \text{ Вт}$$

$$S_1 = 182,8 \cdot e^{j179^\circ} \cdot 0,279 \cdot e^{j171^\circ} = 51 \cdot e^{j350^\circ} = 50,226 - j8,856 \text{ ВА}$$

$$S_2 = 80 \cdot 0,053 \cdot e^{-j8^\circ} = 4,24 \cdot e^{-j8^\circ} = 4,198 - j0,59 \text{ ВА}$$

Для линии без потерь расчеты ведутся по тем же соотношениям, что и для линии с потерями, только при $R_0 = G_0 = 0$; $\underline{Z}_B = \sqrt{L_0 / C_0}$; $\underline{\gamma} = j\beta$; $ch j\beta x = \cos \beta x$; $sh j\beta x = j \sin \beta x$, так что:

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cos \beta x + j \underline{I}_2 \underline{Z}_B \sin \beta x; \quad (3.11)$$

$$\underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cos \beta x + j \underline{U}_2 / \underline{Z}_B \sin \beta x,$$

Длина электромагнитной волны в линии $\lambda = 2\pi / \beta$ определяется коэффициентом фазы, который можно определить через фазовую скорость:

$$\beta = \omega / V_\Phi; \quad V_\Phi = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (3.12)$$

в нашем случае: $I_2 = 0,053 \text{ А}$, т. к. нагрузка стала активной;

$$Z_B = \sqrt{3,44 \cdot 10^{-3} / 10,88 \cdot 10^{-9}} = 562,3 \text{ Ом}$$

$$V_\Phi = \frac{1}{\sqrt{3,44 \cdot 10^{-3} \cdot 10,88 \cdot 10^{-9}}} = 1,635 \cdot 10^5 \text{ км/с}$$

$$\beta = \frac{5024}{1,635 \cdot 10^5} = 0,031 \text{ рад/км}; \lambda = \frac{6,28}{0,031} = 202,58 \text{ км}$$

определим напряжение и ток в начале линии при $x = \ell = 100 \text{ км}$:

$$\underline{U}_1 = 80 \cdot \cos(0,031 \cdot 100) + j0,053 \cdot 562,3 \cdot \sin(0,031 \cdot 100) = 79,94 \cdot e^{j179^\circ} \text{ В}$$

$$\underline{I}_1 = 0,053 \cdot \cos(0,031 \cdot 100) + j \frac{80}{562,3} \cdot \sin(0,031 \cdot 100) = 0,0532 \cdot e^{j173,6^\circ} \text{ А}$$

Задаваясь несколькими значениями координаты x , отсчитываемой от конца линии, построим график распределения действующего значения напряжения вдоль линии (рис. 3.19), расчет сводим в таблицу:

$x, \text{км}$	0	20	40	50	60	80	100
$U, \text{В}$	80	67,37	38,3	29,83	36,5	65,7	79,94

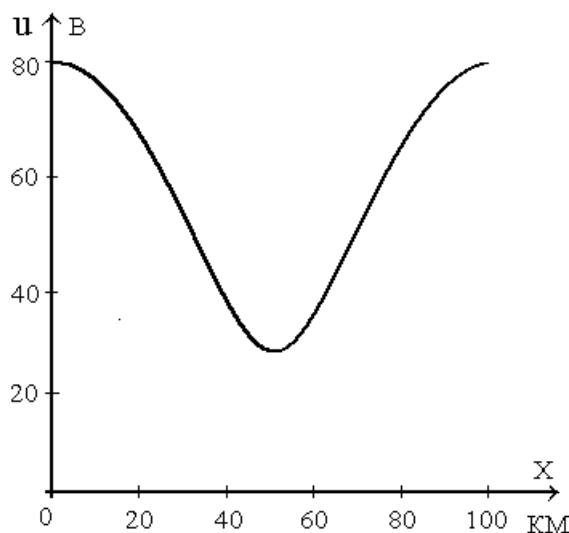


Рис. 3.19

4.4. Контрольное задание № 4.

«Нелинейные магнитные и электрические цепи»

Задание состоит из трех задач: 4.1 – расчёт магнитной цепи; 4.2 – расчет нелинейной электрической цепи постоянного тока графоаналитическим методом; 4.3 – расчет нелинейной электрической цепи переменного тока по характеристикам для действующих значений.

Задача 4.1

Для магнитной цепи, схематически изображенной на рис. 4.1, с учетом данных табл. 4.1 и 4.2 рассчитать:

1. Магнитные потоки в ветвях и намагничивающие токи обмоток, если числа витков $W_1=400$, $W_2=500$, $W_3 = 1000$.

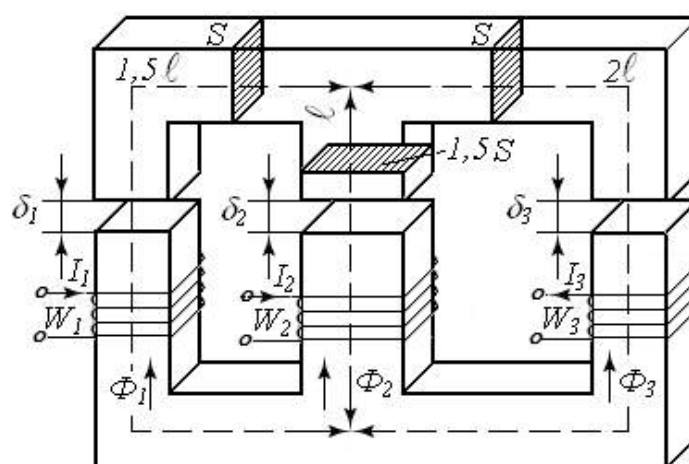
2. Энергию W_δ магнитного поля в воздушном зазоре и силу f , стремящуюся уменьшить воздушный зазор. Исходные данные для расчета приведены в табл. 4.2, там же знаком вопроса обозначены искомые величины.

Пояснения к выбору варианта

В табл. 4.2 приняты следующие обозначения: ℓ – длина средней магнитной линии одной ветви магнитной цепи; δ – длина воздушного зазора (его положение указано в табл. 4.2 номером ветви); S – сечение участков магнитопровода; W – число витков катушек; I – постоянный ток в катушке, направление которого для положительных величин совпадает с указанным на рис. 4.1.

Обозначения величин даются с индексами, которые указывают, к какой ветви магнитной цепи относится та или иная величина; индекс 1 – к левой магнитной ветви, 2 – к средней ветви, 3 – к правой ветви.

Схема магнитной цепи



Основные кривые намагничивания электротехнических сталей

Таблица 4.1

$B, \frac{Вб}{м^2}$	$H, \frac{А}{см}$ для стали			
	Э11	Э41	литая сталь	Э31
0	0	0	0	0
0,5	1,7	0,85	4	2
0,7	2,6	1,45	5,8	2,5
0,9	4	2,35	8	3,5
1	5	3	9,2	4
1,1	6,5	4	10,9	4,5
1,2	8,4	5,4	12,9	5
1,3	11,4	7,7	15,9	7,5
1,4	15,8	13	20,9	11
1,45	19,5	18,3	24,4	14
1,5	25	27,5	28,9	18
1,53	32,8	38,5	34,3	28
1,6	43,7	51,5	41	43
1,65	58,8	69,5	48,7	60
1,7	77,8	89	57,5	85
1,8	125	140	95	135

Исходные данные расчета

Таблица 4.2

Вариант	Сталь	ℓ см	S см ²	F_1 А	F_2 А	F_3 А	Φ_1 мВб	Φ_2 мВб	Φ_3 мВб	δ_1 мм	δ_2 мм	δ_3 мм
1	Э31	22	7	?	2000	0	0,9	?	?	0	1	0
2	Э11	20	6	2000	1000	0	?	?	?	0	0	1
3	литая	28	7	0	1200	2000	?	?	?	0	1	0
4	Э11	26	9	2000	0	2400	?	?	?	1	0	0
5	литая	24	8	2600	1000	0	?	?	?	0	1	0
6	Э41	22	9	0	2800	1000	?	?	?	0	0	1
7	Э31	30	6	2000	0	3000	?	?	?	0	1	0
8	Э41	28	10	?	2000	0	1,0	?	?	1	0	0
9	Э31	30	8	0	?	2000	?	1,0	?	0	1	0
10	Э11	20	10	0	3000	?	?	?	0,8	0	0	1
11	Э31	26	9	?	2000	0	0,9	?	?	0	1	0
12	Э11	24	8	2000	1000	0	?	?	?	0	0	1
13	литая	22	9	0	1200	2000	?	?	?	0	1	0
14	Э11	30	6	2000	0	2400	?	?	?	0	1	0
15	литая	28	10	2600	1000	0	?	?	?	0	1	0
16	Э41	30	8	0	2800	1000	?	?	?	0	0	1
17	Э31	20	10	2000	0	3000	?	?	?	0	1	0
18	Э41	22	7	?	2000	0	1,0	?	?	1	0	0
19	Э31	20	6	0	?	2000	?	1,0	?	0	1	0
20	Э11	28	7	0	3000	?	?	?	0,8	0	0	1
21	Э31	30	6	?	2000	0	0,9	?	?	0	1	0
22	Э11	28	10	2000	1000	0	?	?	?	0	0	1
23	литая	30	8	0	1200	2000	?	?	?	0	1	0
24	Э11	20	10	2000	0	2400	?	?	?	1	0	0
25	литая	22	7	2600	1000	0	?	?	?	0	1	0

4.4.1. Методические указания к задаче 4.1

Одним из основных законов магнетизма является закон полного тока:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum I \quad (4.1)$$

Линейный интеграл, называемый в математике циркуляцией вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$, в электротехнике носит название намагничивающей силы (НС) или магнитодвижущей силы F (МДС). $\sum I$ – полный ток т. е. суммарный ток, охваченный контуром интегрирования ℓ , за который при расчете магнитных цепей принимается средняя силовая линия. Для обмотки с числом витков W и током I МДС

$F = I \cdot W$. Таким образом, выражение (4.1) может быть истолковано как второй закон Кирхгофа для магнитной цепи:

$$F = I \cdot W = \sum_{k=1}^n H_k \cdot \ell_k = \sum_{k=1}^n U_{mk}, \quad (4.2)$$

где n – число участков с различающимися по величине напряженностями H при общем магнитном потоке Φ (следовательно, количество участков n для каждой ветви магнитной цепи определяется числом различающихся поперечных сечений и материалов ветви). В этой задаче весь магнитопровод изготовлен из одной и той же стали, а поперечное сечение каждой ветви также одно и то же. Поэтому ферромагнитный участок каждой ветви будет представлен на схеме замещения одним магнитным сопротивлением R_{mk} , нелинейным, потому что магнитная проницаемость μ ферромагнетика нелинейно зависит от напряженности H . Если в ветви есть воздушный зазор δ , то его магнитное сопротивление $R_{m\delta}$ – линейно, т.к. для неферромагнетиков μ не зависит от H и принимается при расчетах равной магнитной проницаемости вакуума $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Г/м}$. На схеме замещения сопротивления R_{mk} и $R_{m\delta}$ соединены последовательно.

Таким образом, формальная (математическая) аналогия между нелинейной электрической и магнитной цепями позволяет использовать схему замещения магнитной цепи, выполненную в привычных символах и делающую расчет более прозрачным. Магнитными аналогами тока I , э.д.с. E , сопротивления R и падения напряжения U являются соответственно поток Φ , м.д.с. F , магнитное сопротивление R_m и магнитное падение напряжения $U_{mk} = H_k \cdot \ell_k$. Направление магнитных потоков Φ задано схемой рис. 4.1; направления МДС определяются по правилу буравчика.

Все многообразие вариантов задачи сводится к двум типам:

1. Заданы все МДС и требуется определить все потоки.
2. Задан поток одной из ветвей, а неизвестна МДС в ней, и требуется рассчитать ее и остальные потоки.

В обоих случаях при решении целесообразно использовать метод двух узлов (МДУ), применение которого и порядок расчета рассмотрим на примерах.

Пример 6.

$F_1 = W_1 \cdot I_1 = 200 \text{ А}$; $F_2 = W_2 \cdot I_2 = 0$; $F_3 = W_3 \cdot I_3 = 3000 \text{ А}$; $\delta_1 = 0$; $\delta_2 = 1 \text{ мм}$; $\delta_3 = 0$; $\ell = 30 \text{ см}$; $S = 6 \text{ см}^2$; $W_1 = 400$; $W_2 = 500$; $W_3 = 1000$, материал магнитопровода – электротехническая сталь Э31. Определить магнитные потоки Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 , энергию в воздушном зазоре W_δ и силу f , стягивающую воздушный зазор.

Решение.

1. Составляем расчетную схему замещения (рис. 4.2). Индексы величин выбираем в соответствии со схемой рис. 4.1: 1 – для левого стержня магнитопровода; 2 – для среднего стержня; 3 – для правого стержня. $\ell_1=1,5\ell$; $\ell_2=\ell$; $\ell_3=2\ell$; $\ell_\delta=\delta_2$; $S_1=S_3=S$; $S_2=1,5S$. Узлы обозначаем буквами a и b , магнитное напряжение двух узлов – U_{mab} .

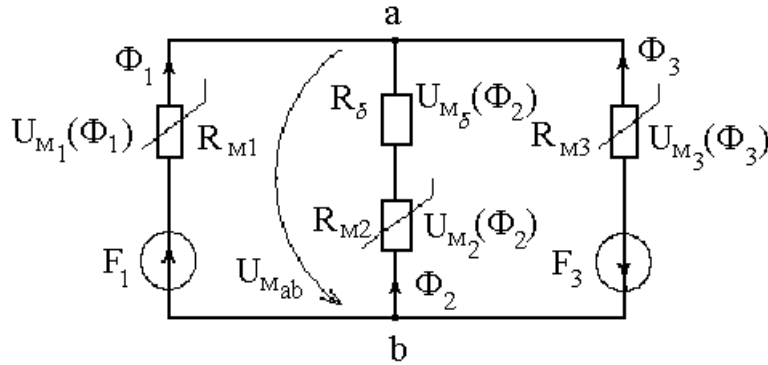


Рис. 4.2

2. Рассчитаем веберамперные характеристики (ВБАХ) магнитных сопротивлений $\Phi_1(U_{m1})$, $\Phi_2(U_{m2})$, $\Phi_2(U_{m\delta})$, $\Phi_3(U_{m3})$. Расчеты каждой точки на характеристиках однотипны, поэтому в отчете достаточно привести расчет по одной точке на каждой характеристике, а все результаты свести в таблицу типа 4.3.

Для примера приведем расчет по одной точке на ВБАХ $\Phi_2(U_{m2})$, $\Phi_2(U_{m\delta})$. Задаемся величиной индукции $B_2=B_\delta=B=0,9$ Тл, тогда магнитный поток $\Phi_2=B_2 \cdot S_2=B \cdot 1,5S=0,9 \cdot 1,5 \cdot 6 \cdot 10^{-4}=8 \cdot 10^{-4}$ Вб. Напряженность H_2 в стальном участке средней ветви определяем по основной кривой намагничивания для стали Э31 $H_2=3,5 \text{ А/см}$; напряженность поля в воздушном зазоре $H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{B}{4\pi \cdot 10^{-7}}, \text{ А/м}$, или $H_\delta = \frac{B}{4\pi \cdot 10^{-4}}, \text{ А/мм}$.

Магнитные напряжения на сопротивлениях зазора и стали:

$$U_{m\delta} = H_\delta \cdot \delta_2 = \frac{B_\delta \cdot \delta_2}{4\pi \cdot 10^{-4}} = 795 \cdot B_\delta \cdot \delta_2 = 795 \cdot 0,9 \cdot 1 = 716 \text{ А};$$

$$U_{m2} = H_2 \cdot l_2 = 3,5 \cdot 30 = 105 \text{ А};$$

Для получения ответов построение характеристик сопротивлений необязательно, однако, следует помнить, что для стальных участков в диапазоне значений индукции $B=(0 \div 1,5)$ Тл для стали горячего проката ВБАХ обладают явно выраженной нелинейностью и имеют вид кривой 1 (характеристика $\Phi_1=(U_{m1})$) на рис. 4.3. Характеристика воздушного зазора – прямая линия, проходящая через начало координат.

3. Для схемы замещения по второму закону Кирхгофа записываем уравнения ВБАХ ветвей магнитной цепи:

$$U_{mab}(\Phi_1) = U_{m1}(\Phi_1) - F_1 \quad (4.3)$$

$$U_{mab}(\Phi_2) = U_{m2}(\Phi_2) + U_{m\delta}(\Phi_2) \quad (4.4)$$

$$U_{mab}(\Phi_3) = U_{m3}(\Phi_3) + F_3 \quad (4.5)$$

По этим уравнениям определяются напряжения двух узлов U_{mab} для каждого значения потока. Например, при $\Phi_1 = \Phi_3 = 5,4 \cdot 10^{-4}$ Вб, $U_{mab}(\Phi_1) = 158 - 200 = -42$ А; $U_{mab}(\Phi_3) = 210 + 3000 = 3210$ А; при $\Phi_2 = 8,1 \cdot 10^{-4}$ Вб, $U_{mab}(\Phi_2) = 105 + 716 = 821$ А и т. д. Результаты расчета также сводятся в табл. 4.3.

Таблица 4.3

B $Tл$	$H_1 =$ $= H_2 =$ $= H_3$ $A/см$	$\Phi_1 =$ $= \Phi_3$ 10^{-4} $Вб$	Φ_2 10^{-4} $Вб$	U_{m1} A	U_{m2} A	$U_{m\delta}$ A	U_{m3} A	$U_{mab}(\Phi_1)$ A	$U_{mab}(\Phi_2)$ A	$U_{mab}(\Phi_3)$ A
0	0	0	0	0	0	0	0	-200	0	3000
0,5	2	3	4,5	90	60	398	120	-110	458	3120
0,7	2,5	4,2	6,3	112,5	75	557	150	-87,5	632	3150
0,9	3,5	5,4	8,1	157,5	105	716	210	-42,5	821	3210
1	4	6	9	180	120	796	240	-20	916	3240
1,1	4,5	6,6	9,9	202,5	135	875	270	2,5	1010	3270
1,2	5	7,2	10,8	225	150	955	300	25	1105	3300
1,3	7,5	7,8	11,7	337,5	225	1035	450	137,5	1260	3450
1,4	11	8,4	12,6	495	330	1114	660	295	1444	3660
1,45	14	8,7	13,1	630	420	1154	840	430	1574	3840
1,5	18	9	13,5	810	540	1194	1080	610	1734	4080
1,55	28	9,3	14	1260	840	1233	1680	1060	2073	4680
1,6	43	9,6	14,4	1935	1290	1273	2580	1735	2563	5580
1,65	60	9,9	14,9	2700	1800	1313	3600	2500	3113	6600
1,7	85	10,2	15,3	3825	2550	1353	5100	3625	3903	8100
1,8	135	10,8	16,2	6075	4050	1432	8100	5875	5483	11100

На рис.4.3 построены графики всех трех ВБАХ ветвей.

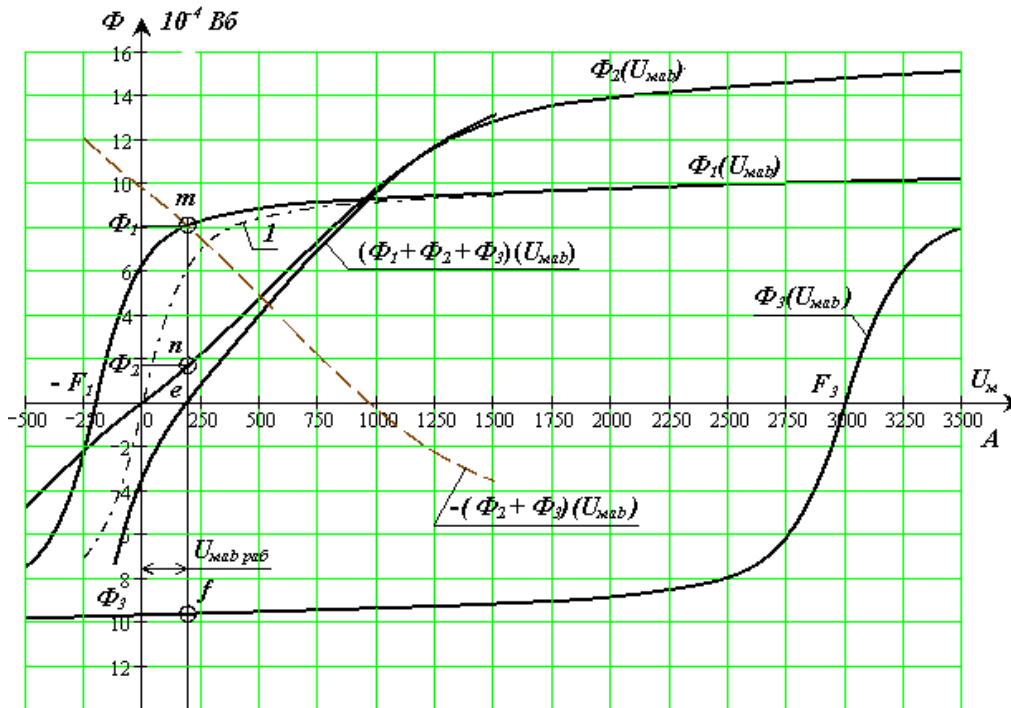


Рис. 4.3

4. Составляем функциональное уравнение по первому закону Кирхгофа $\Phi_1(U_{mab}) + \Phi_2(U_{mab}) + \Phi_3(U_{mab}) = 0$, и, решив его графически, определяем рабочее значение магнитного напряжения $U_{mab.раб.}$. Точка e пересечения суммарной характеристики $(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3)(U_{mab})$ с осью магнитных напряжений U_m и определяет режим работы цепи (рис. 4.3), $U_{mab.раб.} = 188 A$.

5. Определяем рабочие точки на характеристиках ветвей и получаем соответствующие им значения потоков Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 . Для определения рабочих точек m , n , f достаточно спроектировать точку e на характеристики $\Phi_1(U_{mab})$, $\Phi_2(U_{mab})$, $\Phi_3(U_{mab})$ соответственно.

$$\Phi_1 = 8,05 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}, \Phi_2 = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}, \Phi_3 = -9,67 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$$

Примечание.

Т. к. все три потока Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 направлены к одному узлу «b», что физически невозможно, то следует ожидать отрицательных значений одного или двух потоков. Значит, для построения суммарной кривой могут понадобиться отрицательные ветви кривых $\Phi_k(U_{mab})$. Они строятся без дополнительных расчетов, поскольку все ВБАХ магнитных сопротивлений $\Phi_k(U_{mk})$ симметричны и удовлетворяют условию $\Phi_k(U_{mk}) = -\Phi_k(-U_{mk})$.

Пример 7.

Задан поток $\Phi_1 = 8,05 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$.

Требуется определить Φ_2 , Φ_3 и F_1 при всех прочих исходных данных примера 6.

Первые три пункта являются общими кроме построения кривой $\Phi_1(U_{mab})$, которую построить невозможно, т. к. неизвестна МДС F_1 .

4. Функциональное уравнение первого закона Кирхгофа в этом случае следует записать в двухсторонней форме:

$$\Phi_1(U_{mab}) = -\Phi_2(U_{mab}) - \Phi_3(U_{mab}) = -(\Phi_2 + \Phi_3)(U_{mab}) \quad (4.6)$$

Характеристика $-(\Phi_2 + \Phi_3)(U_{mab})$ строится путем графического сложения характеристик ветвей $\Phi_2(U_{mab})$ и $\Phi_3(U_{mab})$ в направлении оси потоков с последующим зеркальным отображением суммарной характеристики относительно оси абсцисс (пунктирная кривая на рис. 4.3).

Согласно уравнению 4.6, режим работы магнитной цепи определяется точкой «*m*» пересечения характеристик $\Phi_1(U_{mab})$ и $-(\Phi_2 + \Phi_3)(U_{mab})$, но кривой $\Phi_1(U_{mab})$ у нас нет, зато известна рабочая величина потока Φ_1 .

5. На оси потоков находим точку $\Phi_1 = 8,05 \cdot 10^{-4}$ Вб и проводим из нее прямую, параллельную оси абсцисс, до пересечения с кривой $-(\Phi_2 + \Phi_3)(U_{mab})$ в рабочей точке «*m*», из которой опускаем перпендикуляр до пересечения с характеристиками $\Phi_2(U_{mab})$ и $\Phi_3(U_{mab})$ в рабочих точках «*n*» и «*f*» и записываем ответы: $\Phi_2 = 1,6 \cdot 10^{-4}$ Вб, $\Phi_3 = -9,67 \cdot 10^{-4}$ Вб, $U_{mabраб.} = 188$ А.

6. Определим F_1 . Т. к. $U_{mabраб.}$ известно, то F_1 можно рассчитать из уравнения 4.3: $F_1 = U_{m1}(8,05 \cdot 10^{-4}) - U_{mabраб.}$

Неизвестную величину магнитного напряжения U_{m1} , соответствующую рабочему значению потока Φ_1 , определим следующим образом:

$$\text{зом: } B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{8,05 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 1,342 \text{ Тл.}$$

Поскольку в таблице 4.1. нет значения $B = 1,342$ Тл, то строим график основной кривой намагничивания для стали Э31 и по нему определяем напряженность магнитного поля в первом стержне $H_1 = 8,3 \text{ А/см}$ (рис. 4.4).

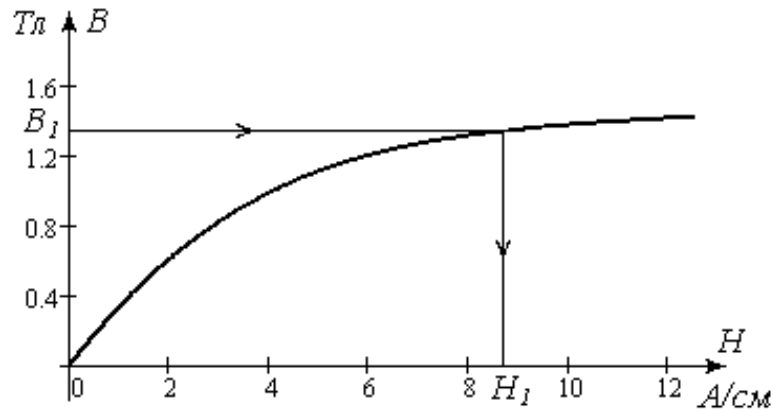


Рис. 4.4.

Далее определяем:

$$U_{MI}(8,05 \cdot 10^{-4}) = H_I \cdot \ell_1 = 8,3 \cdot 45 = 374 \text{ А}; \quad F_1 = 374 - 188 = 186 \text{ А.}$$

Энергия поля в воздушном зазоре находится через объемную плотность энергии $W_o = \frac{B_\delta \cdot H_\delta}{2}$: $W_\delta = W_o \cdot V_\delta = \frac{B_\delta \cdot H_\delta}{2} \cdot \delta \cdot S_\delta$; причем

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_o}; \text{ и } B_\delta = \frac{\Phi_\delta}{S_\delta}, \text{ следовательно,}$$

$$W_\delta = \frac{\Phi_\delta^2 \cdot \delta}{2\mu_o \cdot S_\delta} = \frac{1,6^2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,5 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = 0,01132 \text{ Дж,}$$

где V – объем воздушного зазора.

В нашем случае $\Phi_\delta = \Phi_2$; $S_\delta = S_2 = 1,5 \cdot S$; $\delta = \delta_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

8. Сила, стягивающая воздушный зазор, рассчитывается как производная от энергии по координате, которой в данном случае является δ :

$$f = \frac{W_\delta}{\delta} = \frac{0,01132}{1 \cdot 10^{-3}} = 11,32 \text{ Н.}$$

Задача 4.2

1. Согласно номеру своего варианта и заданным в таблице 4.4 параметрам требуется изобразить схему нелинейной цепи постоянного тока, для чего необходимо подключить к зажимам ab источника (рис. 4.5) соответствующую часть схемы, состоящую из двух нелинейных элементов и линейного резистора (рис. 4.6). Вольтамперные характеристики нелинейных элементов **1** и **2** заданы на рис. 4.7;

2. Для полученной схемы необходимо рассчитать токи в ветвях и напряжения на нелинейных элементах;

3. По найденным рабочим точкам заменить нелинейные элементы статическими сопротивлениями и рассчитать баланс активных мощностей. Погрешность расчета для графического решения не должна превышать 3 %.

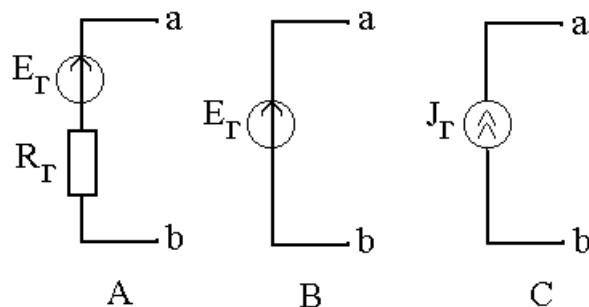


Рис. 4.5

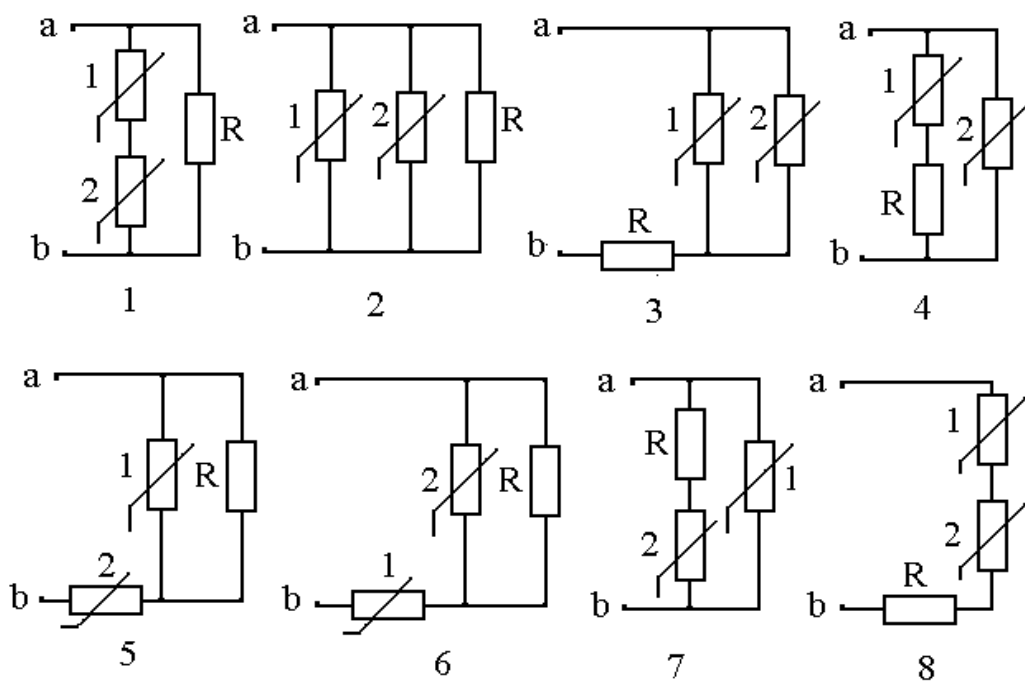


Рис. 4.6

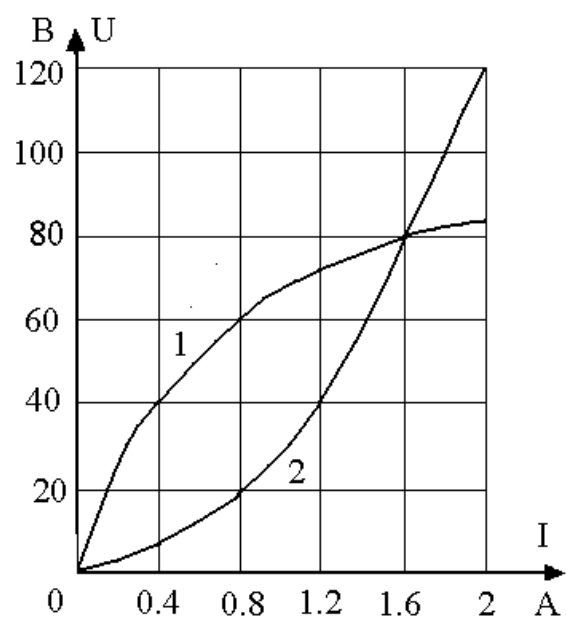


Рис. 4.7

Таблица 4.4

№	$E_T(B)$	$R_T(Ом)$	$J_T(A)$	$R(Ом)$	Схема источника	Схема нелин. цепи
1	100	50	—	50	A	1
2	80	40	—	50	A	2
3	60	—	—	50	B	3
4	—	—	1,6	50	C	4
5	100	—	—	50	B	5
6	—	—	1,2	50	C	6
7	120	60	—	50	A	7
8	120	60	—	25	A	8
9	—	—	1,2	200	C	1
10	—	—	1,6	200	C	2
11	40	—	—	25	B	3
12	100	50	—	25	A	4
13	80	40	—	200	A	5
14	80	—	—	100	B	6
15	—	—	0,8	25	C	7
16	100	50	—	30	A	8
17	120	60	—	200	A	1
18	100	50	—	100	A	2
19	100	62,5	—	30	A	3
20	80	40	—	30	A	4
21	100	50	—	100	A	5
22	120	60	—	200	A	6
23	80	40	—	30	A	7
24	80	40	—	50	A	8
25	100	50	—	100	A	1

4.4.2. Методические указания к решению задачи 4.2

Расчет нелинейных цепей постоянного тока рассмотрен в [2]: §23.1.

При расчете цепей постоянного тока, содержащих нелинейные элементы применяются графоаналитические методы сложения вольтамперных характеристик (ВАХ), основанные на законах Кирхгофа. Для этого нелинейные элементы задаются в виде статических вольтамперных характеристик $U(I)$ или $I(U)$.

Сложение ВАХ при последовательном соединении нелинейных элементов производится вдоль оси напряжения при одинаковых значениях тока на основании второго закона Кирхгофа:

$$U(I) = \sum_{k=1}^n U_k(I),$$

и соответственно при параллельном соединении – вдоль оси тока при одинаковых значениях напряжения:

$$I(U) = \sum_{k=1}^n I_k(U).$$

Для проверки правильности расчета, нелинейный элемент в окрестности рабочей точки заменяется статическим сопротивлением или дифференциальными параметрами, осуществляется расчет линейной части схемы и составляется баланс мощности.

Пример 8.

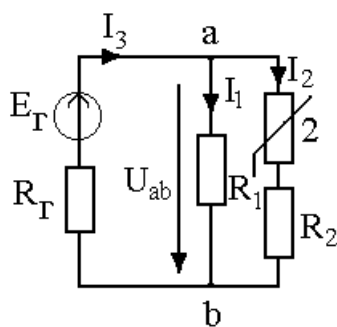


Рис. 4.8

Для схемы, изображенной на рис. 4.8 определить токи в ветвях, напряжения на резистивных элементах, заменить нелинейный элемент статическим сопротивлением и рассчитать баланс мощности. Вольтамперная характеристика нелинейного элемента 2 – $U_2(I_2)$ задана на рис. 4.7. Параметры схемы: $E_T = 100В$, $R_T = 50Ом$, $R_1 = 75Ом$, $R_2 = 16,66Ом$.

Решение.

Графическое решение задачи показано на рис.4.9.

Используя закон Ома $U = I \cdot R$ и задавая два значения тока I , строим вольтамперные характеристики для линейных резисторов R_1 и R_2 – $U_{R1}(I_1)$ и $U_{R2}(I_2)$;

Задаваясь несколькими значениями тока, складываем ВАХ $U_2(I_2)$ и $U_{R2}(I_2)$ вдоль оси напряжения по второму закону Кирхгофа и получаем ВАХ $U_{ab}(I_2) = U_2(I_2) + U_{R2}(I_2)$;

Задаваясь несколькими значениями напряжения, складываем ВАХ $I_1(U_{R1})$ и $I_2(U_{ab})$ вдоль оси тока и получаем ВАХ $I_3(U_{ab}) = I_1(U_{R1}) + I_2(U_{ab})$;

Строим линейную внешнюю характеристику генератора $U_{ab}(I_3) = E_{\Gamma} - I_3 \cdot R_{\Gamma}$;

На пересечении внешней характеристики генератора и ВАХ $I_3(U_{ab})$ получаем рабочую точку n , которая дает величину тока $I_3 = 1,3A$, а также значение напряжения $U_{ab} = 32B$;

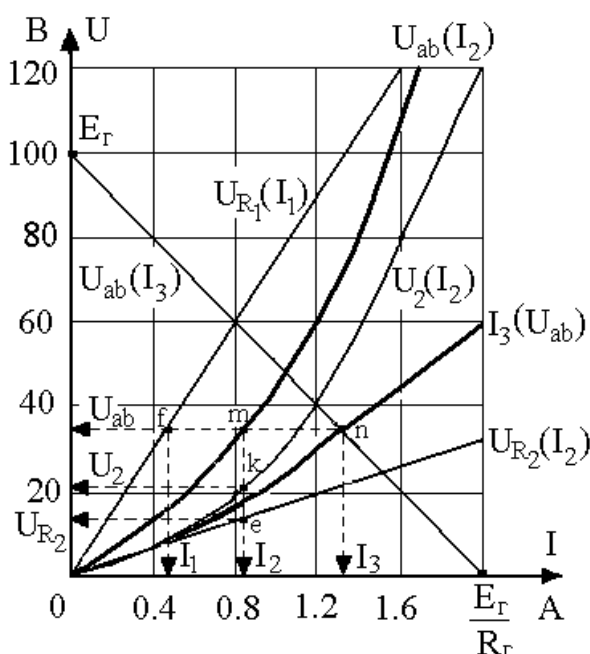


Рис. 4.9

Напряжение U_{ab} на пересечении с ВАХ $U_{ab}(I_2)$ определяет рабочую точку m , откуда определяем величину тока $I_2 = 0,83A$, а в рабочей точке f на пересечении с ВАХ $U_{R1}(I_1)$ – величину $I_1 = 0,47A$.

Ток I_2 на пересечении с ВАХ $U_2(I_2)$ дает значение $U_2 = 22B$ в точке k , а на пересечении с $U_{R2}(I_2)$ в точке e – значение напряжения $U_{R2} = 13,8B$.

Определяем статическое сопротивление нелинейного элемента **2** для рабочей точки k : $R_{CT2} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{22}{0,83} = 26,5 \text{ Ом}$.

Составляем баланс мощности. Мощность источника:

$$P_{II} = E_{\Gamma} \cdot I_3 = 100 \cdot 1,3 = 130 \text{ Вт}.$$

Потребляемая мощность:

$$P_{II} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot (R_2 + R_{CT_2}) + I_3^2 \cdot R_3 = 0,47^2 \cdot 75 + \\ + 0,83^2 \cdot (16,66 + 26,5) + 1,3^2 \cdot 50 = 130,8 \text{ Вт}.$$

Проверяем погрешность расчета:

$$\delta_P = \frac{|P_{II} - P_{II}|}{P_{II}} \cdot 100\% = \frac{|130 - 130,8|}{130} \cdot 100\% = 0,6\% \leq 3\%.$$

Задача 4.3

1. Для заданного графа электрической цепи (рис. 4.10) изобразить расчетную схему нелинейной цепи переменного тока в соответствии с номером своего варианта (табл. 4.5) и в соответствии с номерами ветвей изображенных на рис. 4.11;

2. Задавая пять значений тока через равные интервалы (исключая нулевое значение) по вольтамперной характеристике нелинейного элемента, снятой для действующих значений тока и напряжения (рис. 4.12), определить напряжение на нелинейном элементе, а при помощи фазоамперной характеристики (рис. 4.13) определить сдвиг фазы между напряжением и током;

3. Рассчитать и построить зависимость, указанную в табл. 4.5 для действующих значений напряжения U_{ab} (расчет вести в комплексной форме);

4. Для одного из значений тока нелинейного элемента по результатам расчета п. 3 построить векторную диаграмму токов, совмещенную с топографической диаграммой напряжений.

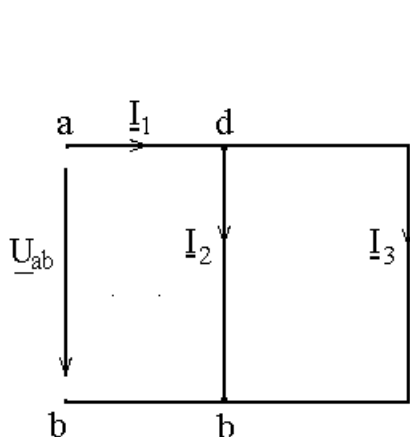


Рис. 4.10

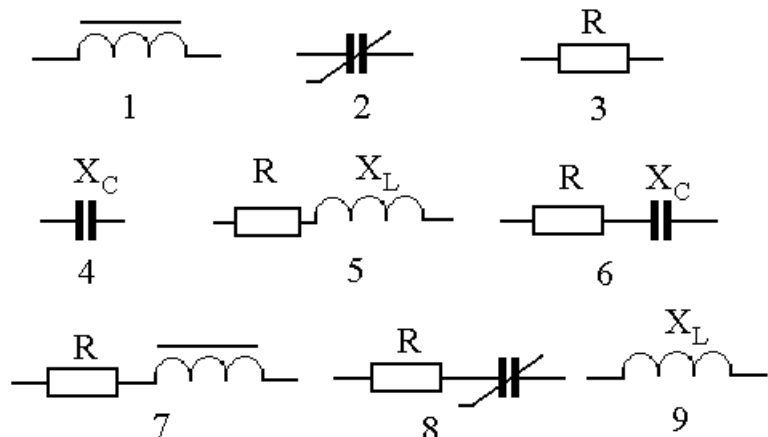


Рис. 4.11

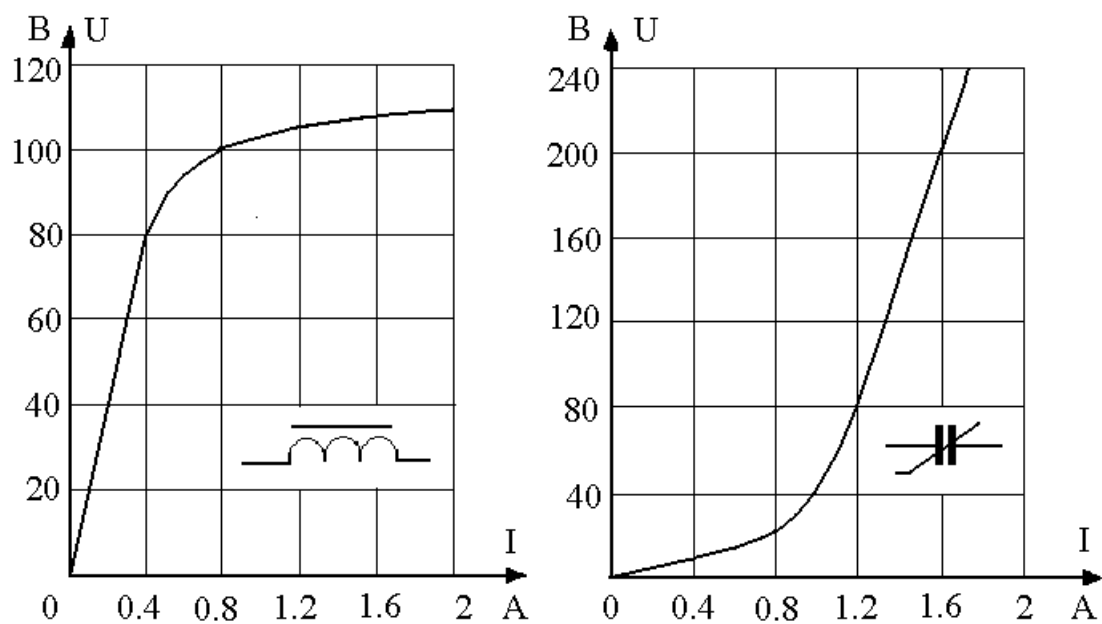


Рис. 4.12

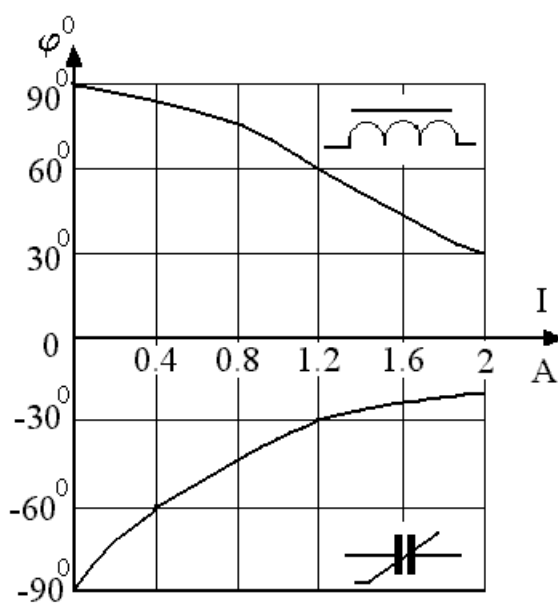


Рис. 4.13

Таблица 4.5

№	$bd(I_1)$	$ad(I_2)$	$ad(I_3)$	$R(\text{Ом})$	$X_L(\text{Ом})$	$X_C(\text{Ом})$	Построить
1	1	4	3	90	—	100	$U_{ab}(I_1)$
2	4	1	3	100	—	90	$U_{ab}(I_3)$
3	3	1	4	80	—	100	$U_{ab}(I_2)$
4	6	1	3	100	—	120	$U_{ab}(I_1)$
5	7	4	3	50	—	120	$U_{ab}(I_2)$

№	$bd(I_1)$	$ad(I_2)$	$ad(I_3)$	$R(\text{Ом})$	$X_L(\text{Ом})$	$X_C(\text{Ом})$	Построить
6	2	9	3	50	60	–	$U_{ab}(I_2)$
7	9	2	3	100	60	–	$U_{ab}(I_1)$
8	3	2	9	100	100	–	$U_{ab}(I_2)$
9	5	2	3	50	50	–	$U_{ab}(I_1)$
10	8	9	3	50	100	–	$U_{ab}(I_3)$
11	1	6	3	100	–	100	$U_{ab}(I_2)$
12	4	7	3	100	–	100	$U_{ab}(I_1)$
13	7	6	3	100	–	100	$U_{ab}(I_3)$
14	2	5	3	100	100	–	$U_{ab}(I_3)$
15	8	5	3	100	100	–	$U_{ab}(I_2)$
16	9	8	3	100	100	–	$U_{ab}(I_2)$
17	1	4	3	100	–	80	$U_{ab}(I_3)$
18	4	1	3	80	–	100	$U_{ab}(I_2)$
19	3	1	4	100	–	80	$U_{ab}(I_1)$
20	6	1	3	120	–	100	$U_{ab}(I_2)$
21	7	4	3	100	–	50	$U_{ab}(I_3)$
22	2	9	3	80	50	–	$U_{ab}(I_1)$
23	9	2	3	60	80	–	$U_{ab}(I_2)$
24	3	2	9	80	120	–	$U_{ab}(I_1)$
25	5	2	3	60	80	–	$U_{ab}(I_2)$

4.4.3. Методические указания к решению задачи 4.3

Теоретический материал к задаче 4.3 изложен в [1] §15.47–15.49; §15.57–15.63.

В цепях переменного тока, содержащих безинерционные нелинейные элементы формы кривых тока и напряжения как правило несинусоидальны, поэтому при расчетах таких цепей реальные кривые $u(t)$ и $i(t)$ заменяются эквивалентными синусоидами с тем же периодом, теми же действующими значениями U, I и с таким углом сдвига фаз φ , который обеспечивает получение той же активной мощности, что и при несинусоидальном воздействии. При расчетах методом эквивалентных синусоид цепей может быть использован символический метод. Порядок расчета при этом следующий:

1. Произвольно задаются действующим значением тока нелинейного элемента;
2. По вольтамперной характеристике определяют напряжение, а по фазоамперной характеристике – сдвиг по фазе между эквивалентными синусоидами напряжения и тока нелинейного элемента;
3. Используя символический метод, производится расчет линейной части цепи и определяются остальные токи и напряжения.

Пример 9.

Для схемы, изображенной на рис. 4.14, содержащей нелинейную индуктивность, которая задана вольтамперная характеристикой для действующих значений (рис. 4.12), и фазоамперной характеристикой (рис. 4.13) с параметрами линейной части схемы:

$R_1 = 100 \text{ Ом}, R_2 = 50 \text{ Ом}, X_C = 100 \text{ Ом}$, выполнить следующее:

1. Построить зависимость $U_{ab}(I_2)$;
2. Для одного из значений тока I_2 построить векторную диаграмму токов, совмещенную с топографической диаграммой напряжений.

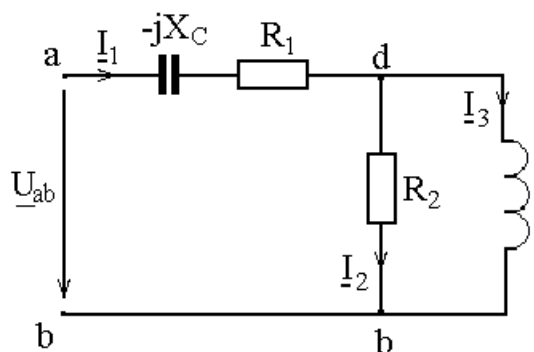


Рис. 4.14

Решение.

1. Задаем значение тока $I_3 = 0,4 \text{ А}$; по рис. 4.12 и рис. 4.13 определяем $U_3 = 80 \text{ В}, \varphi_3 = 85^\circ$ или в комплексной форме – $\underline{U}_3 = 80 \cdot e^{j85^\circ} = 6,97 + j79,7 \text{ В}$;

2. По закону Ома определяем

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_3}{R_2} = \frac{80 \cdot e^{j85^\circ}}{50} = 1,6 \cdot e^{j85^\circ} = 0,14 + j1,59 \text{ А};$$

3. По первому закону Кирхгофа определим

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0,14 + j1,59 + 0,4 = 0,54 + j1,59 = 1,68 \cdot e^{j71,3^\circ} \text{ А};$$

4. По закону Ома получим:

$$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_1 \cdot R_1 = 1,68 \cdot e^{j71,3^0} \cdot 100 = 168 \cdot e^{j71,3^0} = 53,86 + j159,1B;$$

$$\underline{U}_{C1} = \underline{I}_1 \cdot (-jX_{C1}) = 1,68 \cdot e^{j71,3^0} \cdot 100 \cdot e^{-j90^0} = 168 \cdot e^{-j18,7^0} = 159,1 - j53,86B;$$

5. По второму закону Кирхгофа определяем входное напряжение:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_3 + \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{C1} = 6,97 + j79,7 + 53,86 + j159,1 + 159,1 - j53,86 = 219,93 + j184,94 = 287,35 \cdot e^{j40^0} B,$$

аналогично ведется расчет для других значений тока нелинейного элемента I_3 , результаты расчета приведены в таблице:

I_3, A	0,4	0,8	1,2	1,6	2
I_2, A	1,6	2	2,1	2,16	2,2
U_{ab}, B	287,35	384,6	462	559,78	630,3

6. По полученным данным строим зависимость $U_{ab}(I_2)$ (рис. 4.15):

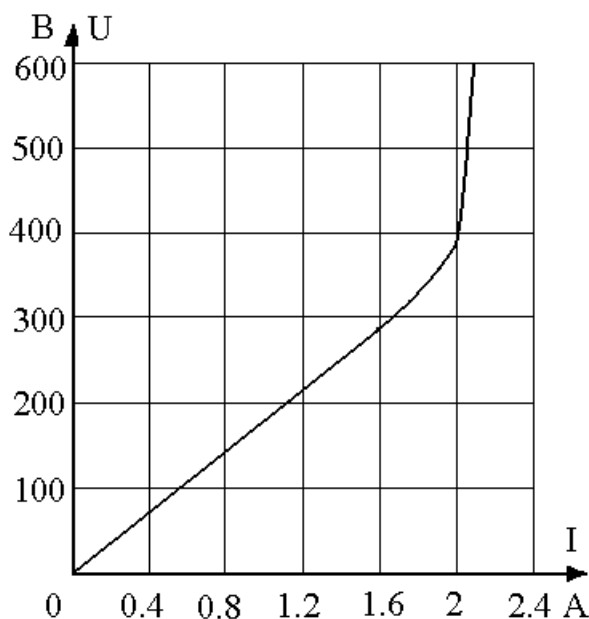


Рис. 4.15

7. Для построения векторной диаграммы обозначим на схеме точки и падения напряжений между ними (рис. 4.16):

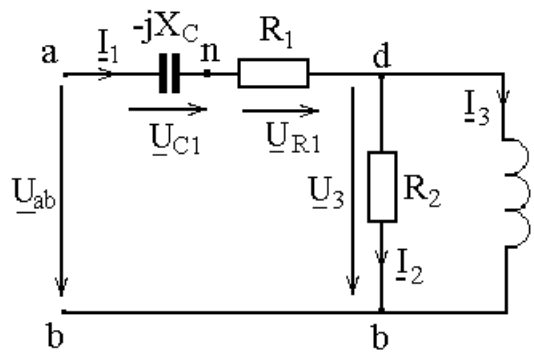


Рис. 4.16

На векторной диаграмме вектора напряжений направлены в точку высшего потенциала от которой течет ток, т. е. противоположно положительным направлениям напряжений на схеме: $\underline{U}_3$ – направлено из точки b в точку d ; $\underline{U}_{R1}$ – направлено из точки d в точку n ; $\underline{U}_{C1}$ – направлено из точки n в точку a ; $\underline{U}_{ab}$ – направлено из точки b в точку a . Качественная векторная диаграмма приведена на рис. 4.17.

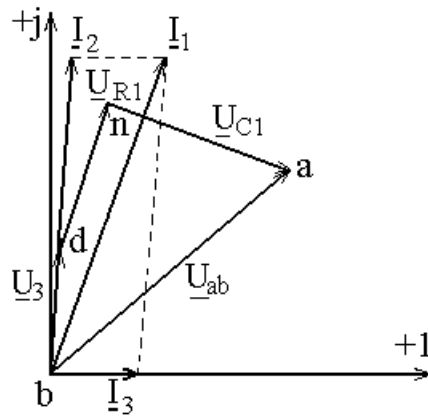


Рис. 4.17

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Литература обязательная

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высшая школа, 1990. – 559 с.
2. Зевеке Г. В. Ионкин П. А. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
3. Купцов А. М. Основы теории цепей. Часть 2, Переходные процессы. Цепи с распределёнными параметрами. Нелинейные цепи. – Томск: Изд. ТПУ, 2000. – 158 с.
4. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники / Под редакцией П. А. Ионкина. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 768 с.

5.2. Учебно-методические пособия

5. Эськов В. Д., Носов Г. В., Зорин В. А. Руководство к лабораторным работам по теоретическим основам электротехники на учебном лабораторном комплексе. Переходные процессы и нелинейные электрические цепи. Ч.2. – Томск: Изд. ТПУ, 2005. – 40 с.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Часть 2

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания

Составители: Сергей Владимирович Пустынников,
Владимир Александрович Зорин,
Ольга Павловна Шпильная

Рецензент: В. Д. Эськов, к.т.н., доцент каф. ТОЭ ЭЛТИ

Подписано к печати
Формат 60х84/16. Бумага офсетная.
Плоская печать. Усл.печ.л. 2,79. Уч.-изд.л. 2,53.
Тираж экз. Заказ . Цена свободная.
Издательство ТПУ. 634050, Томск, пр. Ленина, 30.