### МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

А.В. Петров

### УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

### К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ ПО КУРСУ

### «МЕТОДЫ ИСПЫТАНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ИЗОЛЯЦИИ»

Томск 2004 г.

УДК 621.315.2/3: 621.317.333

Петров А.В. Методы испытаний электрической изоляции. Учебное пособие к практическим занятиям. – Томск: Изд. ТПУ, 2004. – 121 с.

В учебном пособии рассмотрены основные методы электрических испытаний электроизоляционных материалов и кабельных изделий.

Даны способы оценки погрешности измерений и обработки результатов испытаний.

Пособие предназначено для студентов направления «Электротехника, электромеханика и электротехнологии» специальности 180300.

Рецензент: К.т.н., доцент каф. ТЭВН

Куртенков Г.Е.

Томский политехнический университет, 2004

#### ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие к практическим занятиям по курсу «Методы испытаний электрической изоляции» составлено в соответствии с типовой учебной программой и предназначено для студентов специальности «Электроизоляционная, кабельная и конденсаторная техника» Томского политехнического университета. Оно содержит типовые задачи и указания по их решению по основным разделам курса:

- 1. Погрешность измерения, обработка результатов, выбор электродов для испытаний
- 2. Измерение емкости и тангенса угла диэлектрических потерь
- 3. Измерение электропроводности
- 4. Испытание диэлектриков высоким напряжением
- 5. Справочные данные для решения задач

Для решения приведенных задач требуется знание вопросов электротехники, радиотехники, физики твердого тела, физики диэлектриков, математической статистики. Вследствие указанного, на практических занятиях целесообразно рассмотрение ряда комплексных задач, связывающих одновременно специфические вопросы испытаний материалов и конструкций с физическими свойствами электрической изоляции.

Целью данного учебного пособия является:

- более глубокое усвоение лекционного материала, изучение физических основ различных методов испытаний;
- приобретение практических навыков обработки результатов испытаний и обоснование выбора метода испытаний;
- развитие творческих навыков у студентов, необходимых при самостоятельном решении исследовательских и инженерных задач.

Для наиболее характерных задач курса приведены методические указания по их решению, что в значительной степени облегчает проведение практических занятий.

## Глава 1. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ

### 1.1. Вычисление среднего арифметического и оценка среднего квадратического отклонения

Повторив несколько раз измерения одной и той же величины, получим ряд численных значений, которые, как правило, отличаются одно от другого, но если измерения производились в одинаковых условиях и с одинаковой тщательностью, заслуживают одинакового доверия. Если результаты измерений свободны от систематических погрешностей, то в качестве оценки истинного значения измеряемой величины принято считать среднее арифметическое полученных результатов

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{n=1}^{n} x_i}{n},$$
(1.1)

где  $\bar{x}$  - среднее значение измеряемой величины;

 $x_i$  - результат *i* -го измерения;

*n* - число измерений.

При бесконечном числе измерений  $\bar{x}$  приближается к истинному значению измеряемой величины. Поскольку бесконечного числа измерений практически осуществить невозможно, то  $\bar{x}$  вычисляют при том числе измерений, которое можно было провести в данных условиях.

Точно также невозможно вычислить по данным эксперимента истинное значение среднего квадратического отклонения  $\sigma$ . Здесь можно говорить только о некотором приближении или об оценке S среднего квадратического отклонения  $\sigma$ . Если параметр  $\sigma$  неизвестен, то эмпирический стандарт среднего квадратического отклонения вычисляется по формуле

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$
(1.2)

И лишь при достаточно большом числе опытов (n > 40) величина среднего квадратического отклонения может быть оценена как

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$
(1.3)

### 1.2. Построение гистограммы, полигона и интегральной кривой распределения

При обработке результатов эксперимента исключительно важную роль играет проверка закона распределения. Эта задача представляет собой частный случай более общей проблемы, заключающейся в подборе теоретической функции распределения, которая наилучшим образом согласуется с опытными данными.

При достаточно большом числе измерений данная задача решается в следующем порядке.

Весь диапазон полученных результатов измерений  $(x_{\text{max}} - x_{\text{min}})$  разделяют на *r* интервалов шириной

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{r} \tag{1.4}$$

и подсчитывают частоты  $m_i$ , равные числу результатов, лежащих в каждом i-м интервале. Число интервалов выбирается в зависимости от числа измерений согласно следующим данным

п	r
40-100	7-9
100-500	8-12
500-1000	10-16
1000-10000	12-22

Затем рассчитывают отношения

$$P_i = \frac{m_i}{n} \tag{1.5}$$

которые называются частостями и представляют собой статистические оценки вероятностей попадания результата наблюдений в *i*-й интервал. Распределение частостей по интервалам образует статистическое распределение результатов наблюдений.

Разделив частость на длину интервала, получим величину, характеризующую среднюю плотность распределения в интервале

$$f_i = \frac{P_i}{\Delta x_i} = \frac{m_i}{n \cdot \Delta x} \tag{1.6}$$

Отложим на оси абсцисс интервалы  $\Delta x$  в порядке возрастания индекса *i* и на каждом интервале построим прямоугольник с высотой равной  $P_i$ . Полученный график называется гистограммой статистического распределения.

Площадь всей гистограммы равна объему совокупности, если построение велось для ряда частот  $(m_i)$  или равна единице, если построение велось для ряда частостей  $(P_i)$ .

При построении полигона распределения для дискретного ряда по оси абсцисс откладывают значения признака, а по оси ординат – соответствующие им частоты  $(n_i)$  или частости  $(F_i)$ . Нанесенные точки соединяют плавной кривой.

При построении полигона для интервального ряда, необходимо сначала перестроить его в дискретный, заменив каждый интервал средним значением признака. Крайние точки соединяют с серединами пустых интервалов, смежных с первым и последующими интервалами ряда.

Для построения интегральной кривой по горизонтальной оси откладывают значение признака, а по вертикальной – соответствующие им накопленные частоты или частости (вероятности).

Результаты испытаний кратковременной электрической прочности пленки полиэтилентерефталата. f=50 гц, d=40 мкм, t=20 <sup>0</sup>C.

						1	аолица т
N⁰	Е	N⁰	Е	N⁰	Е	N⁰	Е
п/п	кВ/мм	п/п	кВ/мм	п/п	кВ/мм	п/п	кВ/мм
1	153	26	170	51	119	76	145
2	122	27	130	52	112	77	130
3	136	28	98	53	147	78	126
4	110	29	104	54	113	79	134
5	146	30	149	55	119	80	123
6	139	31	131	56	143	81	125
7	103	32	175	57	86	82	110
8	140	33	106	58	122	83	117
9	148	34	100	59	131	84	130
10	127	35	120	60	129	85	103
11	132	36	98	61	90	86	146
12	72	37	124	62	118	87	132
13	146	38	179	63	71	88	115
14	136	39	136	64	154	89	137
15	122	40	117	65	106	90	140
16	112	41	131	66	121	91	162
17	120	42	113	67	140	92	181
18	147	43	148	68	126	93	89
19	144	44	104	69	95	94	125
20	169	45	165	70	151	95	138
21	144	46	151	71	126	96	117
22	103	47	107	72	161	97	138
23	124	48	133	73	120	98	122
24	111	49	137	74	131	99	151
25	115	50	166	75	121	100	115

*Пример*. По результатам определения кратковременной электрической прочности лавсановой пленки (Таблица1) составить статистический ряд и построить гистограмму, полигон распределения и интегральную кривую.

Решение: Для построения кривых распределения составляем статистический ряд значений электрической прочности лавсана в порядке его возрастания, находим крайние значения электрической прочности и рассчитываем шаг интервала. Согласно экспериментальным данным  $E_{min} = 71 \text{ kB/mm}$ , а  $E_{max} = 181 \text{ kB/mm}$ . Исходя из объема выборки n = 100, выбираем рекомендуемое число интервалов r = 10, следовательно шаг интервала  $\Delta x$  равен (1.4)

$$\Delta x = \frac{E_{\text{max}} - E_{\text{min}}}{r} = \frac{181 - 71}{10} = 11 \text{ kB/mm}$$

Разбиваем ряд экспериментальных данных на интервалы с шагом  $\Delta x = 11 \text{ kB/мм}$  и для каждого интервала находим число значений признака (E<sub>пр</sub>), т.е.частоту  $m_i$ .

Рассчитываем среднее значение для каждого интервала  $\Delta \overline{E}_i$ . Расчетные данные заносим в таблицу 2.

					Гаолица 2
Номер	Границы	Среднее	Частота	Частость	Накопленная
интер-	интервала	значение	$m_i$	$P_i$	частость
вала	кВ/мм	интервала	i	L	r
$r_i$		$\kappa B/MM \overline{E}_i$			$\sum P_i$
		ŀ			1
1	71-82	76,5	2	0,02	0,02
2	82-93	87,5	4	0,04	0,06
3	93-104	98,5	9	0,09	0,15
4	104-115	109,5	13	0,13	0,28
5	115-126	120,5	23	0,23	0,51
6	126-137	131,5	18	0,18	0,69
7	137-148	142,5	16	0,16	0,85
8	148-159	153,5	6	0,06	0,91
9	159-170	164,5	6	0,06	0,97
10	170-181	175,5	3	0,03	1,00
			$\sum_{1}^{r} m_i = 100$	$\sum_{1}^{r} P_i = 1$	



По полученным результатам строят кривые распределения. Рис.1.

Рис.1 А – полигон распределения; В – гистограмма; С – интегральная кривая.

# 1.3. Оценка расхождения между средними значениями а) *при неизвестном* σ

Если требуется установить, принадлежат ли две независимые частичные совокупности объемов  $n_1$  и  $n_2$  одной и той же нормально распределенной генеральной совокупности, то применяется статистика - t.

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$
(1.7)

где *S* - полная оценка дисперсии.

Число степеней свободы определяется как

$$K = n_1 + n_2 - 2 \tag{1.8}$$

Затем, используя таблицу IV приложения, по известным t и K, определяют значимо или нет расхождение между двумя экспериментальными рядами распределения.

Пример. Рассмотрим данные, полученные при наблюдении веса определенного объема азота при 15  $^{0}$ C и 760 мм. рт. ст. В первом ряду опытов взвешивался азот, приготовленный из азотистых соединений, во втором – азот, приготовленный из воздуха, таблица3. Средний вес азота в первом ряду опытов оказался равным  $\bar{x}_{1} = 2,29946$  г, во втором  $\bar{x}_{2} = 2,31016$  г. Таким образом, азот воз-

духа на 1/200 тяжелее азота, извлеченного из его соединений. Найти значимость этой разницы при P=0,999.

*Решение:* Находим полную дисперсию двух распределений веса азота (таблица 3).

$$S^{2} = \frac{(n_{1} - 1) \cdot S_{1}^{2} + (n_{2} - 1) \cdot S_{2}^{2}}{(n_{1} - 1) + (n_{2} - 1)} = \frac{0,000013315}{16} = 0,0000118534$$

откуда *S* = 0,00344

Статистика t равна

$$t = \frac{0,0107}{0,00344} \cdot \sqrt{\frac{80}{18}} = 6,55$$

при к = 16 таблица IV приложения дает для P = 0,999, t = 4,015. Таким образом, расчетное значение t = 6,56 значительно превосходит табличное  $t_{ra6}$ =4,015.

Следовательно, полученное различие является не случайным, а существенным. Поэтому предположение о том, что азот, приготовленный из воздуха, и азот из азотистых соединений ничем между собой не отличаются, должно быть отвергнуто. Действительно, вскоре было доказано, что азот, полученный из воздуха, содержит небольшое количество более тяжелого газа – аргона.

Вес азота при двух рядах опытов (г)

			Гаолица 3
$x_1$	<i>x</i> <sub>2</sub>	$(x_1 - \overline{x}_1)^2$	$(x_2 - \overline{x}_2)^2$
2,30143	2,31017	0,0000038417	0,000000001
2,29890	2,30986	03249	900
2,29816	2,31010	17161	036
2,30182	2,31010	55225	225
2,29869	2,31024	06084	064
2,29940	2,31010	0,0049	036
2,29840	2,31028	09604	144
2,29889	2,31035	03364	361
	2,31026		100
	2,31024		064
$\bar{x}_1 = 2,29947$	$\bar{x}_2 = 2,31016$	$\sum 0,0000133152 = S_1^2$	$\sum 0,0000001931 = S_2^2$

#### б) сравнение средних при известном $\sigma$

Если проведены две серии измерений, и при этом  $n_1$  измерений первой серии дали среднеквадратическое отклонение  $\sigma_1$ , а  $n_2$  измерений

второй серии -  $\sigma_2$ , то для оценки значимости расхождения между сериями этих измерений рассчитываем величину t

$$t = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_2} + \frac{\sigma_2^2}{n_1}}}$$
(1.9)

Затем по заданной вероятности P в таблице I «А» приложения находим критическое значение  $t_{\text{кр.}}$  Если абсолютная величина t, рассчитанная из опытных данных, превосходит табличное значение  $t_{\text{кр,}}$  то расхождение средних можно считать значимым с надежностью вывода P.

Так, например, при P = 0,99  $t_{\kappa p} = 2,576$ , при  $n_1 + n_2 \rightarrow \infty$  и если расчетное значение t превосходит  $t_{\kappa p}$ , то расхождение средних значимо.

#### 1.4. Сравнение двух дисперсий

Если по результатам двух рядов измерений получены эмпирические дисперсии  $S_1^2$  при числе опытов  $n_1$  и  $S_2^2$  при числе опытов  $n_2$ . При условии, если  $S_1 > S_2$ , определяют отношение

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} = t(P) > 1 \tag{1.10}$$

Задавая желаемую надежность вывода P, по таблице II приложения находят критическое значение t(P), соответствующее данному числу приемлемых результатов опыта  $\kappa_1 = n_1 - 1$ ;  $\kappa_2 = n_2 - 1$ 

Если рассчитанное таким образом значение t (P) оказывается большим, чем приведенное в таблице II приложения, то расхождение дисперсий считают значимым с надежностью P.

Пример. Пусть старый измерительный прибор, на котором произведено 200 измерений имеет точность, определяемую эмпирической дисперсией  $S_1^2 = 3,82$  (кв. единиц). Новый измерительный прибор при первых пятнадцати измерениях дал эмпирическую дисперсию  $S_2^2 = 2,0$  (кв. единиц). Можно ли считать, что новый прибор дает существенно лучшую точность, чем старый ? *Решение:* Рассчитываем отношение *t* (*P*)

$$t(P) = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{3,82}{2,0} = 1,91,$$

при этом  $\kappa_1 = 199$  и  $\kappa_2 = 14$ .

По таблице II приложения при P = 0,95 и известных  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$  находим  $t_{\kappa p}(P) > 2,13$ . Поскольку расчетное значение t(P) оказалось

меньше критического, то расхождение в показаниях приборов можно считать не значимым, и точность обоих приборов одинакова.

#### 1.5. Критерий принадлежности двух выборок одной и той же генеральной совокупности (критерий Вилькоксона)

Часто приходится сравнивать две выборки или две серии независимых наблюдений однородных величин x и y, причем наблюдаемые значения x и y дают различные значения средних ( $\overline{x} \neq \overline{y}$ ) или обнаруживают различные рассеивания. Возникает вопрос о том, можно ли считать эти расхождения существенными (значимыми) или их следует приписать случайности выборок. Для ответа на поставленный вопрос можно использовать критерий Вилькоксона, основанный на числе инверсий, под которыми понимается следующее: наблюдения, полученные в двух выборках, располагаются в общую последовательность в порядке возрастания их значений, например, в виде:

$$y_1 x_1 x_2 y_2 y_3 y_4 x_3 y_5 y_6 x_4$$

где  $x_1...x_4$  – члены, принадлежащие первой выборке;

*у*<sub>1</sub>...*у*<sub>6</sub> – члены второй выборки.

Если какому-либо значению x предшествует некоторый y, то мы говорим, что эта пара дает инверсию. Так, например, в нашей последовательности  $x_1$  и  $x_2$  дают по одной инверсии с  $y_1$ , стоящим на первом месте,  $x_3$  дает четыре инверсии (с  $y_4 y_3 y_2 y_1$ ) и  $x_4$  дает шесть инверсий (с  $y_6 y_5 y_4 y_3 y_2 y_1$ ), а всего инверсий в этой последовательности будет:

U = 1 + 1 + 4 + 6 = 12

Вывод о не существенности различия между этими рядами отвергается, если число U (число инверсий) превосходит выбранную в соответствии с уровнем значимости границу, определяемую из того расчета, что при объемах  $n_x>10$ , и  $m_y>10$  выборок число инверсий распределено приблизительно нормально с центром

$$M_{\rm U} = \frac{m \cdot n}{2} \tag{1.11}$$

дисперсией

$$\mathcal{A}_{\rm U} = \frac{m \cdot n}{12} (m + n + 1) \tag{1.12}$$

и средним квадратическим отклонением  $\sigma_U = \sqrt{\mathcal{A}_U}$  (1.13)

Расхождение между этими двумя рядами можно считать несущественными, если выполняется условие

 $M_{\rm U}$  -  $\sigma_U \cdot t_{\rm P} \leq U \leq M_{\rm U} + \sigma_U \cdot t_{\rm P}$  (1.14) Значение  $t_{\rm p}$  определяют из таблицы IV приложения, по заданному значению уровня значимости при числе испытаний  $m + n - 1 = \kappa$ 

#### 1.6. Определение доверительных границ при нормальном распределении результатов эксперимента

Поскольку  $\bar{x}$  величина случайная, то для оценки точности метода ее определения необходимо знать интервал, в котором она может находиться с заданной вероятностью  $P_x$ , которую называют двусторонней доверительной вероятностью и рассчитывают нижнюю  $a_{\mu}$  и верхнюю  $a_{g}$ доверительные границы, а соответствующие им вероятности называют односторонними доверительными вероятностями  $P_1$  и  $P_2$ .

Определение нижней доверительной границы  $a_{H}$  для  $\bar{x}$  осуществляется следующим способом:

а) по результатам измерений вычисляют среднее арифметическое и оценивают среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  или *S*;

б) задают значение двухсторонней доверительной вероятности  $P_i$ ;

в) по заданным значениям  $P_1$  и к = n - 1, где n - число измерений, находят значение  $t_{P1}$ , по таблице IV приложения распределения Стьюдента для двухсторонней доверительной вероятности  $P_1$  (или уровня значимости  $q_1=1-P_1$ );

г) вычисляют нижнюю доверительную границу  $(a_n)$  по формуле

$$a_{\mu} = \bar{x} - \frac{t_{P1} \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \tag{1.15}$$

Определение верхней доверительной границы  $a_{s}$  для  $\bar{x}$  осуществляется следующим образом:

а) по заданным значениям  $P_2$  и к = n - 1 по таблице IV приложения находят значение  $t_{P2}$ ;

б) вычисляют верхнюю доверительную границу *a*<sub>в</sub> по формуле

$$a_{e} = \bar{x} + \frac{t_{P2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \tag{1.16}$$

Нижняя и верхняя доверительные границы  $a_{\mu}$  и  $a_{e}$ , полученные по формулам (1.15) и (1.16), образуют доверительный интервал для  $\bar{x}$  при двусторонней доверительной вероятности  $P_x$ , которая для заданных односторонних доверительных вероятностей  $P_1$  и  $P_2$  может быть вычислена по формуле:

$$P_x = P_1 + P_2 - 1 \tag{1.17}$$

Если задана двусторонняя доверительная вероятность  $P_x$  и сказано, что односторонние доверительные вероятности  $P_1$  и  $P_2$  равны, то они могут быть вычислены по формуле:

$$P_1 = P_2 = P = \frac{1 + P_x}{2} \tag{1.18}$$

В этом случае нижняя *a<sub>н</sub>* и верхняя *a<sub>в</sub>* доверительные границы образуют симметричный интервал

$$a_{\mu} = \bar{x} - \varepsilon$$

$$a_{e} = \bar{x} + \varepsilon \qquad (1.19)$$

где  $\varepsilon = \Delta = \frac{t_{px} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$ 

Значение  $t_{px}$  находят по таблице I «А» приложения по заданным значениям  $P_x$  и к = n - 1.

## 1.7. Определение доверительных границ при малом числе измерений

Поскольку вычисленные по результатам измерения значения  $\bar{x}$  и *S* являются лишь некоторым приближением к действительным значениям, то определение доверительных интервалов при заданных доверительных вероятностях оказывается тем менее надежным, чем меньше число измерений.

При числе измерений менее 21 (n < 21) формулами для нормального распределения можно пользоваться только в том случае, если для данного метода предварительно с помощью большого числа измерений была доказана норальность распределения и определена оценка среднего квадратического отклонения -  $\sigma$ .

При числе измерений менее 21 и неизвестной  $\sigma$  пользуются распределением Стьюдента. Таблица IV приложения.

Порядок обработки результатов эксперимента при малом числе измерений следующий:

а) определяем среднее арифметическое из *n* измерений

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1.20}$$

б) определяем стандарт среднего квадратического отклонения

$$S = \sqrt{\sum_{1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$
(1.21)

в) задаем доверительную вероятность  $P_c$  и по таблице IV приложения находим значение коэффициента  $t_c$  для данного числа измерений n;

г) вычисляем доверительную погрешность по формуле:

$$\Delta = t_c \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \tag{1.22}$$

д) определяют границы доверительного интервала  $x = \overline{x} \pm \Delta$ 

*Пример*. По результатам десяти измерений некоторой величины x было получено, что  $\bar{x}$ = 24, а эмпирический стандарт S = 0,25. Требуется оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью P = 0,95.

*Решение:* По заданной надежности P = 0,95 и числу измерений n=10 находим по таблице IV приложения множитель t(0,95;9)=2,262 и получаем доверительную оценку истинного значения *x* в виде

$$|x_i - \bar{x}| = |x_i - 24| < 2,262 \frac{0,25}{\sqrt{9}} = 0,188$$
  
 $|24 - 0,188| < \bar{x} < |24 + 0,188|$ 

таким образом,  $|24-0,188| < \bar{x} < |24+0,188|$ Пример. Случайная величина x распределена нормально с  $\sigma = 2$ ,  $\bar{x} = 14$  при n = 40. Найти доверительный интервал  $\Delta x$  по данным выборки при вероятности P = 0,95.

Решение: 
$$P(t) = 0,95 = 2\Phi\left(\frac{\sqrt{n}}{\sigma} \cdot \varepsilon\right)$$

По таблице I «А» приложения для P(t) = 0,95 величина  $t_p = 1,96$ ,

следовательно 
$$\Delta x = \frac{t_p \cdot \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,96 \cdot 2}{\sqrt{40}} = 0,62$$

При P = 0,99значения величины xлежат в пределах 14 – 0,62<<br/>x < 14+0,62

Пример. Для десяти измерений известно, что  $\sigma = 0.28$ ,  $\bar{x} = 36.06$ . Требуется оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью P=0.99.

Решение: По таблице I «А» приложения для P = 0,99 величина

$$t_p=2,576$$
, следовательно  $\Delta x = t(P) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$   
 $\Delta x = 2,576 \cdot \frac{0,28}{\sqrt{10}} = 0,23$  т.е.  $36,06 - 0,23 < x < 36,06 + 0,23$ 

#### 1.8. Исключение грубых погрешностей

При проведении ряда измерений одной и той же величины всегда будет некоторый разброс результатов. При этом могут встретиться измерения с большими случайными ошибками, которые являются резуль-

татом естественного статистического отклонения. Их незаконное исключение из результатов измерений может необоснованно повысить точность и сделать фиктивным весь ряд измерений.

С другой стороны, измерения с большими случайными ошибками могут оказаться и промахами (x'). Наличие промахов в серии из небольшого числа измерений может исказить как среднее значение измеряемой величины, так и границы доверительного интервала. Поэтому в процессе обработки результатов наблюдения промахи надо обнаруживать и исключать из дальнейшего анализа.

Наиболее простой способ исключения грубых ошибок основан на том, что вероятность появления значения, отклоняющегося от среднего арифметического  $\bar{x}$  более чем на 3 *S* равна 0,003 и поэтому результаты, вероятность получения которых меньше 0,003, можно счтать промахами. Таким образом, если результат x' из серии измерений удовлетворяет соотношению

$$x' - \bar{x}| > 3 S \tag{1.23}$$

то x'является промахом и подлежит исключению из серии измерений. После отбрасывания промаха (x'),  $\bar{x}$  и S вычисляют заново.

Более надежным является метод исключения грубых ошибок при известном *σ*, который заключается в определении величины

$$t = \frac{|\bar{x} - x'|}{\sigma \cdot \sqrt{\frac{n+1}{n}}} , \qquad (1.24)$$

по табличным значениям которой, подсчитывается вероятность  $1-2\Phi(t)$  с помощью таблицы  $t = \varphi[\Phi(t)]$ . Таблица III приложения.

При заданном уровне значимости  $\alpha = 1 - P$  «выскакивающее» значение x' считают содержащим грубую ошибку, если для соответствующего значения величины t вероятность  $1 - 2\Phi(t) < \alpha$ .

Чтобы подчеркнуть вероятностный характер этого заключения, говорят, что значение x' содержит грубую ошибку с надежностью вывода  $P = 1 - \alpha$ .

Значение t = t(P), для которого  $1 - 2\Phi(t) = \alpha$  и, значит,  $2\Phi(t) = P$  называется критическим значением отношения (1.24) при надежности *P*.

Так, если  $\alpha$ . = 0,01, то P = 0,99, критическое значение t=t(P)=2,576, и как только отношение (1.24) превзойдет это критическое значение, можно отбраковывать «выскакивающее» значение x' с надежностью вывода P = 0,99.

Пример. Среди 41 результата независимых наблюдений, проведенных с величиной  $\sigma = 0,133$  обнаружено одно выскакивающее значение x' = 6,866, в то время как среднее из остальных 40 измерений дают  $\bar{x} = 6,5$ . Содержит ли x' грубую ошибку?

Решение: 
$$t(P) = \frac{|x' - \overline{x}|}{\sigma \cdot \sqrt{\frac{n+1}{n}}} = \frac{0,366}{0,133\sqrt{\frac{41}{40}}} = 2,72$$

По таблице III приложения для P = 0,99 и n = 40 находим значение t(P)=2,742, которое оказалось больше расчетного t(P) = 2,72. Следовательно с надежностью  $P \ge 0,99$  можно считать, что данное значение x' не содержит грубой ошибки, т.е. принадлежит данному ряду. И лишь при P > 0,993 величина x' содержит грубую ошибку. Таблица IA приложения.

Пример. Для *n* результатов равноточных независимых измерений x' = 6,5, а S = 0,133 и пусть (n + 1) измерение дало результат x' = 6,866. Содержит ли этот результат грубую ошибку?

Решение: 
$$t(P) = \frac{|x' - \overline{x}|}{S} = \frac{0,366}{0,133} = 2,75$$

Из таблицы III приложения следует, что если n = 40, то полученное значение t(P) = 2,742 при P = 0,99, и значение x' можно исключить с вероятностью  $P \ge 0,99$ .

Если n = 6, то полученное отношение меньше критического  $t_{\kappa p}(P) = 2,78$  даже при P = 0,95 и значение x' исключать не следует.

#### 1.9. Необходимое количество измерений

Необходимое количество измерений для достижения необходимой точности є и надежности Р можно определить заранее только в том случае, когда известна средняя квадратическая ошибка измерений. В этом случае количество измерений для получения доверительной точности

$$|x - \bar{x}| < \Delta x = \varepsilon \cdot \bar{x} \tag{1.25}$$

с заданной надежностью Р определяется по уравнению

$$n \ge \left[\frac{t(P)}{2\varepsilon}\right]^2 \cdot \left(\frac{\sigma}{\overline{x}}\right)^2 \tag{1.26}$$

где t = t (*P*) находится по таблицам из равенства  $2\Phi(t) = P$ . (Таблицы I и II приложения).

*Пример*. Определить объем выборки для определения электрической прочности резины с доверительной надежностью P = 0,96 и точностью  $\varepsilon = \frac{\Delta x}{\overline{x}} = 0,05$  при коэффициенте вариации

$$K_{\rm B} = \frac{\sigma}{\overline{x}} = 0.5$$

Решение: По таблице I приложения для  $\Phi(t) = \frac{P}{2} = 0,48$  находим t = t (P) = 2,054 $n \ge \left[\frac{2,054}{2 \cdot 0,05}\right]^2 \cdot (0,5)^2 = 105$ 

Если ранее были проведены испытания в аналогичных условиях на достаточно большом числе образцов генеральной совокупности N с точностью  $\Delta x$  и надежностью *P*, то мы можем определить объем выборки *n*, которая даст нам возможность найти  $\bar{x}$  с заданной точностью  $\varepsilon$  и надежности *P* из уравнения

$$n \ge \frac{1}{\frac{4\varepsilon^2}{t(P)^2} + \frac{1}{N}}$$
(1.27)

Пример. Зададим 
$$P = 0.95$$
;  $\varepsilon = 0.05$ ; N = 1000.  
По таблице I приложения находим для  $P = 0.95$ ,  
 $t = t (P) = 1.96$ 

отсюда

$$n \ge \frac{1}{\frac{4 \cdot (0,05)^2}{(1,96)^2} + \frac{1}{1000}} = \frac{1}{0,0036} = 277,8$$

Следовательно, если мы возьмем случайную выборку объема 278 или более, то получим относительную погрешность не более чем 0,05 с надежностью P=0,95.

Примечание: В случае очень большого объема генеральной совокупности в сравнении со случайной выборкой последнее уравнение можно упростить, тогда

$$n \ge \frac{\left[t(P)\right]^2}{4\varepsilon^2}$$

Если средняя квадратическая ошибка измерений заранее неизвестна, а известен лишь ее порядок *S* ( стандарт среднего квадратиче-

ского отклонения), то по известной величине доверительной ошибки  $\Delta x$  объем случайной выборки можно рассчитать по формуле

$$n = \frac{\left[t(P)\right]^2 \cdot S^2 + \Delta x^2}{\Delta x^2} \tag{1.28}$$

В эту формулу входят две величины t и S, которые зависят от искомого n. Для устранения этого явления применяют следующий вариант расчета. Берут предварительную выборку малого объема  $n' \leq 10$  и находят для нее S. Далее для выбранной вероятности P определяют

$$\Phi(t) = \frac{P+1}{2}$$
(1.29)

Зная  $\Phi(t)$  и n' по таблице I и II приложения находят t.

Пример. Сколько необходимо выбрать образцов стеклотекстолита для механических испытаний на одноосное растяжение, чтобы при доверительной вероятности P=0,954 ошибка не превышала по абсолютной величине  $\Delta x = 3$  кг/мм<sup>2</sup>. Из предварительной выборки объемом n' = 9 было определено S = 5,7 кг/мм<sup>2</sup>.

$$\Phi(t) = \frac{0,954 + 1}{2} = 0,977$$

Из таблицы I приложения находим для  $\Phi(t) = 0,977$  и n = 9 величина t=2,27.

Подставив эти значения в приведенное выше уравнение (1.26) получим

$$n = \frac{(2,27)^2 \cdot (5,7)^2 + (3)^2}{(3)^2} = 19,6$$

Следовательно, для определения среней механической прочности материала при растяжении необходимо делать выборку порядка 20 образцов.

#### 1.10. Оценка погрешности результатов измерений

Целью каждого измерения является определение значения некоторой величины *x*. При практическом осуществлении процесса измерения независимо от точности измерительного прибора и правильности методики измеренная величина отличается от действительной.

Ошибкой измерения  $\Delta x$  называется разность (x - A) между результатом измерения x и истинным значением A измеряемой величины. По способу числового выражения погрешности различают на:

а) абсолютную погрешность  $\Delta x$ , выраженную в единицах измеряемой величины

$$\Delta x = x - \mathbf{A},\tag{1.30}$$

где А - действительное (истинное) значение измеряемой величины; *x* - измеренное значение величины;

б) относительную погрешность  $\mathcal{E}_{omh}$ , выраженную в долях или в процентах от действительного значения

$$\varepsilon_{omh.} = \frac{x - A}{A} = \frac{\Delta x}{A}; \qquad \varepsilon_{omh.} = \frac{x - A}{A} \cdot 100\% = \frac{\Delta x}{A} \cdot 100\% \qquad (1.31)$$

Относительная погрешность характеризует точность измерения, но для определения относительной погрешности нужно знать абсолютную погрешность.

Измерения бывают прямые и косвенные. Под прямым измерением понимают такое, при котором искомое значение физической величины определяют по показаниям измерительного прибора.

При косвенном измерении измеряется, как правило, несколько величин. Между этими величинами, полученными путем прямых измерений и искомой величиной, существует известная функциональная зависимость, которая и используется для определения значения искомой величины. Например, если искомая величина *х* представляет собой функцию двух переменных ( $\alpha$  и  $\beta$ ) и связана с ними зависимостью  $y=f(\alpha,\beta)$ то погрешность  $\Delta y$ , в результате наличия погрешностей  $\Delta \alpha$  и  $\Delta \beta$  в значениях  $\alpha$  и  $\beta$  может быть вычислена следующим образом.

Погрешности  $\Delta y$ ,  $\Delta \alpha$  и  $\Delta \beta$  практически очень малы, по сравнению с *y*,  $\alpha$ ,  $\beta$ . Поэтому их можно отождествить с дифференциалами *dy*,  $d\alpha$  и  $d\beta$ ; при этом *dy* будет представлять дифференциал функции *y* при дифференциалах  $d\alpha$  и  $d\beta$  величин  $\alpha$  и  $\beta$ . Применяя к поставленной задаче дифференциальное исчисление, можно записать

$$dy = f'_{\alpha}(\alpha, \beta) \cdot d\alpha + f'_{\beta}(\alpha, \beta) \cdot d\beta, \qquad (1.32)$$

где  $f'_{\alpha}(\alpha,\beta)$ - частная производная функции  $f(\alpha,\beta)$  по  $\alpha$ , где  $\alpha$  рассматривается как единственная переменная;  $f'_{\beta}(\alpha,\beta)$ - такая же частная производная  $f(\alpha,\beta)$  по  $\beta$ .

Тогда для относительной погрешности  $\frac{dy}{y}$ , равной отношению

абсолютной погрешности к самой величине у, можно записать

$$\frac{dy}{y} = \frac{f'_{\alpha}(\alpha,\beta) \cdot d\alpha}{f(\alpha,\beta)} + \frac{f'_{\beta}(\alpha,\beta) \cdot d\beta}{f(\alpha,\beta)}$$
(1.33)

Решая это уравнение, получим

$$d(\ln y) = d(\ln f(\alpha, \beta)) \tag{1.34}$$

Полученный результат можно сформулировать в виде следующего правила:

для вычисления относительной погрешности косвенного измере-

ния  $\left(\frac{\Delta y}{y}\right)$  надо взять натуральный логарифм это величины (lny) и про-

дифференцировать этот логарифм по измеренным величинам, рассматривая их как переменные.

*Пример.* Рассчитать абсолютную и относительную погрешности определениядиэлектрической проницаемости диэлектрика кон-

денсатора, если 
$$C_x = 100\pi F$$
,  $\frac{\Delta C}{C} = 2\%$ , диаметр электрода

D= (25 $\pm$ 0,05)мм, а толщина образца h = (1 $\pm$ 0,005)мм.

Из формулы плоского конденсатора находим

$$\varepsilon_p = \frac{4 \cdot C_x \cdot h}{\varepsilon_0 \cdot \pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 100 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3,14 \cdot 6,25 \cdot 10^{-4}} = 23$$

Логарифмирование этой функциональной зависимости дает:

$$\ln \varepsilon = \ln 4 + \ln C_x + \ln h - \ln \varepsilon_0 - 2 \ln D - \ln \pi$$

дифференцируем это выражение

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{dC_x}{C_x} + \frac{dh}{h} - 2\frac{dD}{D}$$

Так как нам неизвестны знаки отдельных погрешностей, то принимаем, что все они имеют одинаковый знак, тогда окончательно:

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{dC_x}{C_x} + \frac{dh}{h} + 2\frac{dD}{D}$$

Полученная относительная погрешность будет *максимальной*, т.е. дает верхний предел погрешности

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = 0,02 + 0,002 + 0,005 = 0,027; \qquad \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \cdot 100\% = 2,7\%$$

Абсолютная погрешность определения є равна:

$$d\varepsilon = \varepsilon \cdot \left(\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}\right) = 23,0 \cdot 0,027 = \pm 0,62$$

следовательно  $\varepsilon = \varepsilon_p \pm d\varepsilon = 23,0 \pm 0,62$ 

Формулы для вычисления относительной погрешности для некоторых функциональных зависимостей

T	
Функция	Относительная погрешность

y = a + b	$\pm \frac{\Delta a + \Delta b}{a + b}$
v = a - b	$\pm \frac{\Delta a + \Delta b}{a - b}$
$y = \ln a$	$\pm \frac{\Delta a}{a \cdot \ln a}$
$y = \ln \frac{a}{b}$	$\pm \frac{1}{\ln a / b} \cdot \left( \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \right)$
$y = a^b$	$\pm \ln a \cdot \Delta b + b \cdot \frac{\Delta a}{\Delta a}$
$y = \sqrt[n]{a}^{b}$	$a \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta a}{\Delta a}$
	n a

#### 1.11. Построение графиков. Выбор масштаба

Графическое изображение экспериментальных и расчетных данных облегчает сравнение величин, позволяет легко обнаружить наличие максимумов, минимумов, точек перегиба. В таблицах эти особенности проявляются менее отчетливо.

При построении графиков необходимо соблюдать несколько основных правил.

- 1. Значение независимой переменной (аргумента) откладывают, как правило, по оси абсцисс, функции по оси ординат.
- 2. Кривая должна быть плавной, с малым числом перегибов.
- 3. Кривая должна проходить насколько возможно близко ко всем нанесенным точкам, однако она не обязательно должна проходить через каждую отдельную точку.
- 4. При построении кривой (прямой) по экспериментальным точкам необходимо иметь в виду, что число точек лежащих выше кривой должно быть примерно равно числу точек лежащих ниже кривой.

С использованием современных методов математического описания зависимости (прямой) используется метод наименьших квадратов, и используются правила нахождения уравнений регрессии. (Программа Origin-6 и др.)

Построение кривой по точкам возможно при использовании программ ЭВМ. (Graph, Mathcad, Origin и др.)

5. Если кривая предназначена для точного определения соответствующих значений координат или для точного определения производных, то провести ее следует в виде возможно более тонкой линии.

При выборе масштаба необходимо учитывать следующее:

- 1. Если функция или аргумент изменяются более чем на два порядка, то в этом случае следует выбирать логарифмический масштаб.
- Масштаб следует выбирать таким, чтобы координаты любой точки графика могли быть определены быстро и легко. Как правило, масштаб (число единиц измерения, приходящиеся на один сантиметр координаты) выбирают с таким расчетом, чтобы абсолютная погрешность измерений соответствовала примерно одной десятой – одной двадцатой цены деления масштаба.
- 3. Масштабы должны быть выбраны так, чтобы расстояние между главными соседними линиями (один сантиметр) соответствовало одной, двум, пяти или десяти единицам измерения или этим значениям, умноженным на 10<sup>±n</sup>, где n – целое число. Масштаб, при котором чтение графика затруднено, не может считаться приемлемым. Не все линии координатной сетки должны быть подписаны: часто для чтения графика оказывается удобным подписывать линии через

одну или несколько.

*Пример.* Выберете вид масштаба и его величину для построения зависимости  $U_{np} = f(T^{0}C)$ , если предел изменения пробивного напряжения составляет от 40 кВ до 20 кВ при повышении температуры от 20<sup>0</sup>C до 200<sup>0</sup>C. Погрешность измерения пробивного напряженя ±2%, а температуры ±1%.

*Решение*. Поскольку и аргумент, и функция изменяются менее чем на два порядка, то выбираем по обеим осям линейные масштабы (согласно п.6. раздел 1.11). Рассчитаем максимальные значения абсолютных погрешностей измеряемых величин

$$\Delta U_{np} = \varepsilon_{np} \cdot U_{np} = 0,02 \cdot 40 = 0,8 \text{ kB}$$
  
$$\Delta T^{0}C = \varepsilon_{T} \cdot T^{0}C = 0,01 \cdot 200 = 2 {}^{0}C$$

Учитывая требования к выбору масштаба (п.7. и п. 8. Раздел 1.11) (он должен в 10 и более раз превышать абсолютную погрешность измерения), принимаем масштаб по оси ординат  $M_{\mu}$ =10 кB, а по оси абсцисс  $M_{r}$ =20<sup>0</sup>C.

# 1.12. Задачи по статистической обработке результатов испытаний и погрешности измерений

- 1.1. На основании экспериментальных значений, приведенных в таблице1, составьте ряд распределения. По полученным результатам постройте
  - а) гистограмму распределения,
  - б) полигон распределения.

- 1.2. По результатам испытаний, приведенных в таблице1, постройте интегральную кривую распределения кратковременной электрической прочности полиэтилентерефталата.
- 1.3. Рассчитайте среднее значение и среднее квадратическое отклонение величины кратковременной электрической прочности лавсана (таблица1).
- 1.4. Можно ли считать, что минимальное и максимальное значения электрической прочности лавсана (таблица1) содержат грубую ошибку, и исключить их из дальнейшей обработки?
- 1.5. Пусть для n = 40 результатов независимых равноточных измерений некоторой величины среднее значение равно  $\bar{x}=6,5$ , а эмпирический стандарт S = 0,133, и пусть (n + 1)измерение дало результат x=6,866. Можно ли исключить этот результат из дальнейшей обработки? Покажите, при каком значении n полученный результат x=6,866 не следует исключать при надежности P=0,95.

	Таблица 4
$X_i$	n <sub>i</sub>
35,6	1
35,9	3
36,1	3
36,2	2
36,6	1
Σ	10

- 1.6. Для десяти измерений, результаты которых приведены в таблице 4, рассчитайте среднее квадратическое отклонение и оцените истинное значение измеряемой величины x с надежностью P = 0,9.
- Пусть для десяти измерений, результаты которых приведены в таблице 4, величина среднего квадратического отклонения неизвестна.
   Требуется оценить истинное значение измеряемой величи-

Греоуется оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью P = 0,99.

- 1.8. По приведенным испытаниям, представленным в таблице 4, определите границы, между которыми лежит среднее значение общей совокупности при 5%-ном уровне значимости.
- 1.9. Случайная величина *x*, распределенная по нормальному закону, представляет собой ошибку измерения некоторого расстояния. Среднеквадратическое отклонение ошибки равно 0,8 м<sup>2</sup>. Найти вероятность того, что отклонение измерен-

ного значения от истинного не превзойдет по абсолютной величине 1,6 м.

- 1.10. Для десяти измерений, результаты которых приведены в таблице 5, величина среднего квадратического отклонения σ = 0,25. Оцените истинное значение измеряемой величины с надежностью P = 0,99. Какое количество измерений необ-ходимо произвести, чтобы при данной надежности получить результат с точностью до 0,1.
- 1.11. Используя результаты пробивного напряжения образцов резины (таблица 4), определите вероятность появления образца с пробивным напряжением:
  - а) x = 35,6 кв
  - б) x = 36,6 кв
  - в) *x* = 36,0 кв
- 1.12. Пусть в шести сериях опытов произведено по девять измерений, которые дали эмпирические дисперсии

 $S_1^2 = 3,82;$   $S_2^2 = 1,70;$   $S_3^2 = 1,30;$   $S_4^2 = 0,92;$  $S_5^2 = 0,78;$   $S_6^2 = 0,81.$ 

Относятся ли полученные дисперсии к выборкам из совокупности с одной и той же теоретической дисперсией.

Примечание: При решении данной задачи воспользоваться таблицей критических отношений G. Таблица V приложения

- 1.13. Пусть две серии в 25 и 50 равноточных измерений дали средние значения соответственно  $\bar{x}_1 = 23,56$  и  $\bar{x}_2 = 22,80$  и стандарт среднего квадратического отклонения от них  $S_1=1,10$  и  $S_2 = 1,25$ . Требуется сравнить средние значения и решить вопрос о значимости их расхождения с надежностью P=0,99.
- 1.14. Две серии в 25 и 50 измерений, произведенных со средней квадратической ошибкой  $\sigma = 1,20$ , дали средние значения  $\bar{x}_1 = 23,56$  и  $\bar{x}_2 = 22,80$ . Требуется сравнить эти средние и решить вопрос о значимости их расхождения.

Результаты испытания ударной вязкости электротехнической стали (кг/см<sup>2</sup>)

Таблица 5

N	x	$x-\overline{x}$	$(x-\overline{x})^2$	
1	5,4	+0,37	0,1369	
2	5,7	+0,67	0,4489	
3	5,5	+0,47	0,2209	
4	5,0	-0,03	0,0009	
5	4,8	-0,23	0,0529	
6	5,3	+0,27	0,0729	
7	5,0	-0,03	0,0009	
8	4,4	-0,63	0,3969	
9	4,2	-0,83	0,6889	
10	5,0	-0,03	0,0009	
	Σ50,3		2,0210	
		+1,78		

- 1.15. Систематические ошибки измерительного прибора практически равны нулю, а случайные распределены нормально со среднеквадратическим отклонением σ = 20ед. Необходимо, чтобы абсолютное значение разности между оценкой измеряемой величины и истинным ее значением не превосходило 10ед. Определить, с какой вероятностью будет выполнено это условие, если число наблюдений 3,5,10,25. (Построить график).
- 1.16. Определить число испытаний, которые нужно провести, чтобы отклонение измеряемой величины от его среднего значения не превышало по абсолютной величине 0,02 с вероятностью 0,99, если σ= 0,2.
- 1.17. Сколько должно быть произведено независимых измерений диаметров провода, чтобы с вероятностью не меньшей чем 0,98, можно было утверждать, что среднее арифметическое результатов измерений отличается от истинного значения по абсолютной величине меньше, чем на 0,01мм, если дисперсия отдельного результата измерения не превосходит 1мм<sup>2</sup>.
- 1.18. Рассчитать относительную и абсолютную погрешность измерения  $\rho_V$  плоского образца гальванометрическим методом непосредственного отклонения, если погрешности прямых измерений составляют: диаметра электродов D=50±0,05мм, толщины образца h=1мм±0,005мм, напряжения U = 200B ± 1%, тока I =1.10<sup>-10</sup>A±0,5%.

- 1.19. Рассчитайте относительную и абсолютную погрешность измерения диэлектрической проницаемости плоского образца диаметром D=5см, толщиной h = 0,2см, емкости  $C_x = 50\pi F$ ,если прямые измерения были проведены с погрешностью  $\frac{\Delta C_x}{C_x} = 0,4\%$ ,  $\Delta h = 0,0005$ см,  $\Delta D = 0,01$ см.
- 1.20. Расчитайте абсолютную и относительную погрешность  $\rho_s$  плоского образца с наклеенными параллельными электродами, измеренную зеркальным гальванометром методом заряда конденсатора. Исходные данные: U =  $(200 \pm 2)$ B, t= $(300\pm 1)$  <sup>0</sup>C,  $a = (5 \pm 0.05)$ см, b= $(0.2\pm 0.005)$ см,  $\alpha = (10\pm 0.5) \partial en$ .,  $C_{\rm E} = (1\cdot 10^{-9}\pm 2\%) \frac{Kn}{\partial en}$ , n = const=1.
- 1.21. Рассчитайте абсолютную и относительную погрешности измерения *ρ<sub>s</sub>* с помощью тераомметра для плоского образца с концентрическими электродами, если прямые измерения дали следующие результаты: R<sub>S</sub>=(10<sup>11</sup>±6%)Ом, D<sub>эл</sub>=(50±0,05)мм, D<sub>охр.к.</sub>= (54±0,05)мм.
- 1.22. Рассчитайте абсолютную и относительную погрешности измерения диэлектрической проницаемости трубчатого образца, если прямые измерения дали следующие результаты:  $C_x = 100 \pi F \pm 2\%$ ,  $l = (100 \pm 0.05)$ мм, кольцевой зазор b =  $(2 \pm 0.005)$ мм, наружный и внутренний диаметры соответственно равны D =  $(50 \pm 0.05)$ мм и d= $(40 \pm 0.05)$ мм.
- 1.23. Определите абсолютную и относительную погрешности оценки электрической прочности плоских образцов толщиной h=(0,6±0,005)мм, если среднее значение пробивного напряжения составило U<sub>пp</sub> = 20 ± 1 кВ.
- Рассчитайте относительную и абсолютную погрешности измерения ρ<sub>ν</sub> трубчатого образца с помощью зеркального гальванометра методом непосредственного отклонения, если прямые измерения дали следующие результаты: I=(1·10<sup>-8</sup>±1·10<sup>-10</sup>)А, напряжение U=(100±1)В, внешний и внутренний диаметры образца соответственно D=(50±0,05)мм, d=(40±0,05)мм, длина *l*=(100±0,05)мм, зазор между электро-
- дом и охранным кольцом b=(2±0,005)мм. 1.25. Рассчитайте относительную и абсолютную погрешности измерения  $\rho_v$  плоского образца электростатическим электрометром методом прямого отклонения, если прямые из-

мерения дали следующие результаты: напряжение на образце  $U_x = 500 \pm 1\%$ , напряжение на электромере  $U_3=0,01\pm1\%$ , эталонное сопротивление  $R_0=1\cdot10^{12}$ Ом $\pm2\%$ , диаметр измерительного электрода D=(75 $\pm0,05$ )мм, толщина образца h=  $(1\pm0,005)$ мм.

- 1.26. Рассчитать относительную и абсолютную погрешности измерения  $\rho_v$  методом сравнения с помощью зеркального гальванометра, если известно, что диаметр измерительного электрода D =  $(100\pm0.05)$ мм, толщина образца h= $(2\pm0.005)$ мм, эталонное сопротивление R<sub>0</sub>=1·10<sup>6</sup>OM ±1%, отклонения гальванометра  $\alpha_l$  =  $(100 \pm 0.5)$ дел.,  $\alpha_2$ = $(75\pm0.5)$ дел., отклонение шунтовых чисел  $n_1$  = 1,  $n_2$  =  $100, \frac{\Delta n_1}{n_1} = \frac{\Delta n_2}{n_2} = 2\%$ .
- 1.27. Выберите вид масштаба и его величину для построения зависимости  $C_x = \varphi(f \ \Gamma \mu)$  при условии, что  $\frac{\Delta f}{f} = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\frac{\Delta C}{C} \cdot 100 = 1\%$ . Диапазон частот от 20 Гц до 1 · 10<sup>4</sup>. Измене-

ние емкости от 50 до  $70\pi F$ .

- 1.28. Выберите вид масштаба и его величину для построения зависимости I = f(t),если относительная погрешность измерения тока составляет 2%, а абсолютная погрешность определения времени не превышает  $\pm 1$ с. Спадание тока происходит в пределах от  $1 \cdot 10^{-7}$  A до  $1 \cdot 10^{-10}$  A за время t =90c.
- 1.29. Выберите вид масштаба и его величину для построения зависимости  $tg\delta = f(T \ ^{0}C)$ , если относительная погрешность измерения  $tg\delta$  составляет  $\pm 3\%$ , а абсолютная погрешность измерения температуры  $\pm 1 \ ^{0}C$ . Предел изменения  $tg\delta$  от  $1.10^{-3}$  до  $5.10^{-2}$ , а температуры от  $20^{0}C$  до  $120 \ ^{0}C$ .
- 1.30. Выберите вид масштаба и его величину для построения зависимости  $\gamma = f(T^{0}C)$ , если относительная погрешность измерения электропроводности составляет ± 1%, а абсолютная погрешность измерения температуры ± 2 <sup>0</sup>C. Электропроводность возрастает от 1.10<sup>-14</sup>Om<sup>-1</sup>·M<sup>-1</sup> до

 $<sup>1 \</sup>cdot 10^{-10}$  См<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup> при повышении температуры от 20 <sup>0</sup> С до 150<sup>0</sup> С.

- 1.31. Выберите вид масштаба и его величину для построения зависимости  $\gamma = f\left(\frac{1}{T^0K}\right)$ . (Исходные данные приведены в предыдущей задаче).
- 1.32. Выберите вид масштабов и рассчитайте их значения для построения зависимости  $\rho_v = f\left(\frac{1}{T^0 K}\right)$  полагая, что она описы-

вается уравнением  $\rho_v = \rho_0 \cdot \ell^{\frac{W}{KT}}$ . Можно считать, что инструментальная погрешность определения  $\rho_0$  составляет ±3%, величина  $\frac{W}{K} = 1.10^4$ град. При T = 293 К  $\rho_0 = 5.10^{13}$ Ом·м.

1.33. Выберите вид масштаба и его величину для зависимости U<sub>пp</sub>= f (h), если известно, что относительная погрешность измерения пробивного напряжения составляла ± 3%, а абсолютная погрешность измерения толщины образцов ±0,005мм. С увеличением толщины образцов от 1 до 5мм пробивное напряжение возросло от 30кВ до 120кВ.

#### Глава 2. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ И ЕМКОСТЬ

#### 2.1. Общие положения

В электроизоляционной технике часто встречается необходимость вывода формул для расчета диэлектрических потерь. В таких случаях диэлектрик можно рассматривать как двухполюсник, составленный из элементов цепи с сосредоточенными параметрами. Множество комбинаций элементов схемы и их параметров дает возможность определить поведение диэлектрика в электрическом поле.

В простейшем случае рассмотрим последовательную и параллельную эквивалентные схемы диэлектрика и их векторные диаграммы. Puc.2.1.



Рис.2.1. Векторные диаграммы и эквивалентные схемы диэлектрика с потерями: *а* – последовательная, *б* – параллельная.

Обе схемы эквивалентны друг другу, если при равенстве полных сопротивлений  $Z_S = Z_{\Pi} = Z$  будут равны их активные составляющие. Это условие соблюдается, если углы сдвига тока относительно напряжения равны и значения активной мощности одинаковы.

Для последовательной схемы замещения имеем:

$$\operatorname{tg} \delta_{s} = \frac{U_{a}}{U_{c}} = \frac{J \cdot r \cdot \omega \cdot C_{s}}{J} = \omega \cdot r \cdot C_{s}$$
(2.1)

Активная мощность потерь P<sub>s</sub> равна:

$$\mathbf{P}_s = J \cdot U_a = J \cdot U \cdot \sin \delta \tag{2.2}$$

Из рис.2.1.а найдем:

$$J = J_c = U_c \cdot \omega \cdot C_s = U \cdot \omega \cdot C_s \cdot \cos \delta$$
(2.3)

Следовательно:

$$\mathbf{P}_{s} = U^{2} \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot C_{s} \cdot \sin \delta \cdot \cos \delta = U^{2} \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot C_{s} \cdot \frac{tg\delta}{1 + tg^{2}\delta}$$
(2.4)

Для параллельной схемы имеем из рис.2.1.6:

$$tg\delta = \frac{J_a}{J_c} = \frac{U}{R \cdot U \cdot \omega \cdot C_p} = \frac{1}{R \cdot \omega \cdot C_p}$$
(2.5)

Активная мощность в этом случае равна:

$$\mathbf{P}_{p} = U \cdot J_{a} = U \cdot J_{c} \cdot tg\delta = U^{2} \cdot \omega \cdot C_{p} \cdot tg\delta$$
(2.6)

Если у диэлектрика  $tg\delta < 0,1$ , то величиной  $tg^2\delta$  в формуле (2.4) можно пренебреч в сравнении с единицей, и тогда для обеих эквивалентных схем получаются одинаковые выражения:

$$\mathbf{P} = U^2 \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{tg}\delta \tag{2.7}$$

Ранее указывалось, если обе схемы эквивалентны друг другу, тогда  $P_s=P_p = P$  и  $tg\delta_s = tg\delta_p$ . Эти равенства дают возможность получить формулы пересчета при переходе от параллельной схемы замещения к последовательной и наоборот.

Приравняв уравнения (2.4) и (2.6), получим:

$$C_p = \frac{C_s}{1 + tg^2 \delta}$$
(2.8)

Для доброкачественных диэлектриков  $C_p \approx C_s \approx C$ .

Равенство формул (2.1) и (2.5) дает:

$$R = r \cdot \left(1 + \frac{1}{tg^2 \delta}\right) \tag{2.9}$$

## 2.2. Расчет диэлектрических характеристик неоднородных диэлектриков

Технические диэлектрические материалы в большинстве случаев являются неоднородными диэлектриками, состоящими из разнородных по электрическим свойствам частиц или слоев (миканиты, гетинакс, текстолит, лакоткань, пенопласты и т.д.).

Для расчета диэлектрических потерь и диэлектрической проницаемости сложной изоляции по характеристикам компонент пользуются

эквивалентными схемами замещения, как отдельных компонент, так и всего неоднородного диэлектрика. Предельно возможные варианты упорядоченного расположения компонентов могут быть представлены в виде их параллельного и последовательного включения.

При параллельном включении компонентов плоскость раздела компонентов параллельна вектору напряженности электрического поля. Рис.2.2.



Рис.2.2. Плоский конденсатор с двумя параллельно включенными диэлектриками.

Емкость конденсатора:

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1 \cdot S_1}{h} + \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot S_2}{h} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S}{h}$$
(2.10)

где  $S = S_1 + S_2$  – площадь электродов конденсатора (м<sup>2</sup>);

 $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – диэлектрические проницаемости компонентов;

 $C_1$  и  $C_2$  – емкости компонентов,  $\Phi$ ;

 $\varepsilon$  - эффективная диэлектрическая проницаемость;  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \, \Phi/M$  – электрическая постоянная;

*h* – толщина диэлектрика (м).

При одинаковой толщине диэлектриков их объемные концентрации  $\theta$  составляют соответственно для первого  $\theta_1$  и второго  $\theta_2$  диэлектрика

$$\theta_1 = \frac{S_1}{S_1 + S_2}; \qquad \theta_2 = \frac{S_2}{S_1 + S_2}; \qquad \theta_1 + \theta_2 = 1$$
(2.11)

Подставив уравнение (2.11) в (2.10), получим:

$$\frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1 \cdot \theta_1 \cdot (S_1 + S_2)}{h} + \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot \theta_2 \cdot (S_1 + S_2)}{h} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot (S_1 + S_2)}{h}, \quad (2.12)$$

следовательно,  $\varepsilon = \varepsilon_1 \cdot \theta_1 + \varepsilon_2 \cdot \theta_2$ (2.13)

Если неоднородный диэлектрик состоит не из двух, а из нескольких компонентов, то уравнение (2.13) имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \theta_i = 1; \qquad \varepsilon = \sum_{i=1}^{i=n} \varepsilon_i \cdot \theta_i \qquad (2.14)$$

Диэлектрические потери в таком неоднородном диэлектрике складываются из потерь в компонентах

 $\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 = U^2 \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot C \cdot tg \,\delta,$ (2.15)

где Р – активная мощность, рассеиваемая во всем диэлектрике (Вт);

Р<sub>1</sub> и Р<sub>2</sub> – активная мощность, рассеиваемая в компонентах (Вт);

ω - круговая частота, рад/с;

C – емкость конденсатора,  $\Phi$ ;

tg  $\delta$  - тангенс угла диэлектрических потерь неоднородного диэлектрика;

U – напряжение на электродах, В.

При параллельном включении диэлектриков (рис.2.2.) к каждому компоненту приложено одинаковое напряжение, поэтому

 $\mathbf{P}_1 = U^2 \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot C_1 \cdot tg \, \boldsymbol{\delta}_1 \quad \mathbf{и} \quad \mathbf{P}_2 = U^2 \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot C_2 \cdot tg \, \boldsymbol{\delta}_2$ (2.16)где  $tg \delta_1$  и  $tg \delta_2$  – тангенсы углов диэлектрических потерь компонентов.

Из уравнений (2.15) и (2.16) следует, что тангенс угла диэлектрических потерь двухкомпонентного диэлектрика при параллельном соединении равен

$$tg\delta = \frac{C_1 \cdot tg\delta_1 + C_2 \cdot tg\delta_2}{C}$$
(2.17)

Полагая, что

$$C_{1} = \frac{\varepsilon_{0} \cdot \varepsilon_{1} \cdot S_{1}}{h} = \theta_{1} \cdot S \cdot \frac{\varepsilon_{0} \cdot \varepsilon_{1}}{h};$$

$$C_{2} = \frac{\varepsilon_{0} \cdot \varepsilon_{2} \cdot S_{2}}{h} = \theta_{2} \cdot S \cdot \frac{\varepsilon_{0} \cdot \varepsilon_{2}}{h}.$$
(2.18)

Уравнение (2.17) можно привести к виду

h

$$tg\delta = \frac{\theta_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot tg\delta_1 + \theta_2 \cdot \varepsilon_2 \cdot tg\delta_2}{\theta_1 \cdot \varepsilon_1 + \theta_2 \cdot \varepsilon_2}$$
(2.19)

Если неоднородный диэлектрик состоит из нескольких параллельно соединенных слоев, тогда уравнение (2.19) может быть записано в виде

$$tg\delta = \frac{\sum_{i=1}^{n} \theta_{i} \cdot \varepsilon_{i} \cdot tg\delta_{i}}{\sum_{i=1}^{n} \theta_{i} \cdot \varepsilon_{i}}$$
(2.20)

При последовательном соединении компонентов плоскость раздела их перпендикулярна вектору напряженности электрического поля. Рис.2.3.



Рис. 2.3. Плоский конденсатор с двумя последовательно соединенными диэлектриками.

Объемные концентрации компонентов будут пропорциональны их толщинам

$$\theta_1 = \frac{h_1}{h_1 + h_2}; \quad \theta_2 = \frac{h_2}{h_1 + h_2}; \quad \theta_1 + \theta_2 = 1$$
(2.21a)

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{\theta_1}{\varepsilon_1} + \frac{\theta_2}{\varepsilon_2}; \qquad \varepsilon = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}{\theta_1 \cdot \varepsilon_2 + \theta_2 \cdot \varepsilon_1}$$
(2.216)

Формулы (2.13) и (2.21б) являются частными случаями формулы Лихтенеккера

$$\varepsilon^{x} = \theta_{1} \cdot \varepsilon_{1}^{x} + \theta_{2} \cdot \varepsilon_{2}^{x}$$
(2.22)

где x – константа, характеризующая пространственное расположение компонентов и принимающая значение от x = +1 (для параллельного включения компонентов) до x = -1 (последовательное расположение компонентов).

Формула Лихтенеккера (2.22) широко применяется для расчета диэлектрической проницаемости мелкодисперсных смесей. Она дает ре-

зультаты расчета, достаточно хорошо совпадающие с измеренными величинами, если  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  не очень сильно отличаются друг от друга.

Большое практическое применение находят мелкодисперсные хаотические смеси (пластмассы, пенопласты, керамика и др.), имеющие предельно разупорядоченное строение. Для них можно принять, что константа x, в формуле (2.22) стремится к нулю. Чтобы избавиться от неопределенности, продифференцируем это уравнение по x

$$\frac{d(\varepsilon^x)}{dx} = \varepsilon^x \cdot \ln \varepsilon = \theta_1 \cdot \varepsilon_1^x \cdot \ln \varepsilon_1 + \theta_2 \cdot \varepsilon_2^x \cdot \ln \varepsilon_2$$

Примем x = 0 и тогда получится

$$\ln \varepsilon = \theta_1 \cdot \ln \varepsilon_1 + \theta_2 \cdot \ln \varepsilon_2 \tag{2.23}$$

Это так называемый логарифмический закон смешения.

Если неоднородный диэлектрик состоит из более чем двух компонентов, то формулы (2.22) и (2.23) приводятся к виду:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \theta_i = 1; \qquad \varepsilon^x = \sum_{i=1}^{i=n} \theta_i \cdot \varepsilon_i^x; \qquad \ln \varepsilon = \sum_{i=1}^{n} \theta_i \cdot \ln \varepsilon_i \qquad (2.24)$$

Для смесей типа пенопластов, поропластов, пенокерамики и других пористых материалов, состоящих из твердого и газообразного диэлектрика, удобнее пользоваться не объемными концентрациями компонентов, а их массовым содержанием в смеси. Плотность смеси можно рассчитать на основании арифметического закона смешения:

$$\rho = \theta_1 \cdot \rho_1 + \theta_2 \cdot \rho_2 \tag{2.25}$$

где  $\rho$  - плотность смеси кг/м<sup>3</sup>;

 $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности компонентов кг/м<sup>3</sup>. Для газов можно считать  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $\rho_2 = 0$ . Тогда из формул (2.23) и (2.25) следует:

$$\theta_1 = \frac{\rho}{\rho_1}, \quad \ln \varepsilon = \frac{\rho}{\rho_1} \cdot \ln \varepsilon_1, \quad tg\delta = \sum_{i=1}^n \theta_i \cdot tg\delta_i$$
(2.26)

где  $\rho_1$  – плотность монолитного (сплошного) диэлектрика;

 $\rho$  – плотность смеси (пенопласта и т.д.).

*Диэлектрические потери* в многослойном неоднородном диэлектрике складываются из потерь в каждом из последовательно соединенных компонентов диэлектрика согласно уравнению (2.15)

 $P = P_1 + P_2 = U^2 \cdot \omega \cdot C \cdot tg\delta = U_1^2 \cdot \omega \cdot C_1 \cdot tg\delta_1 + U_2^2 \cdot \omega \cdot C_2 \cdot tg\delta_2$  (2.27) где  $U_1$  и  $U_2$  – падение напряжения на конденсаторах,  $C_1$  и  $C_2$  – соответственно. Рис.2.3.

Учитывая, что 
$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}; \quad \frac{U_1}{U} = \frac{C}{C_1}; \quad \frac{U_2}{U} = \frac{C}{C_2}$$
 (2.28)

Уравнение (2.27) можно записать в виде:

$$tg\delta = \frac{C_2 \cdot tg\delta_1 + C_1 \cdot tg\delta_2}{C_1 + C_2}$$
(2.29)

Принимая во внимание уравнения (2.21) и (2.28), в окончательном виде запишем:

$$tg\delta = \frac{\varepsilon_1 \cdot \theta_2 \cdot tg\delta_2 + \varepsilon_2 \cdot \theta_1 \cdot tg\delta_1}{\varepsilon_1 \cdot \theta_2 + \varepsilon_2 \cdot \theta_1}$$
(2.30)

При числе слоев более двух получим:

$$tg\delta = \varepsilon \cdot \sum_{1}^{n} \frac{\theta_i \cdot tg\delta_i}{\varepsilon_i}$$
(2.30a)

Пример: Рассчитать тангенс угла диэлектрических потерь и диэлектрическую проницаемость материала диэлектрика плоского конденсатора, состоящего из двух последовательно соединенных подклеивающих фольгу слоев вазелина ( $tg\delta_2=2 \cdot 10^{-2}$ ;  $\varepsilon_2=2,0$ ;  $h_2=2\cdot10^{-3}$  см) и слоя диэлектрика ( $tg\delta_1=5\cdot10^{-4}$ ;  $\varepsilon_1=2,5$ ;  $h_1=0,2$  см). Рис.2.4.

Принимая во внимание удвоенную толщину подклеивающего слоя и уравнение (2.21а), формулу (2.29) можно записать в виде:

$$tg\delta_{u_{3M}} = \frac{tg\delta_1 \cdot h_1 \cdot \varepsilon_2 + tg\delta_2 \cdot 2 \cdot h_2 \cdot \varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot 2 \cdot h_2 + \varepsilon_2 \cdot h_1}$$

Подставляя в это уравнение численные значения параметров слоев, получим:

$$tg\delta_{u_{3M}} = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 0, 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2, 0 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot 2, 5}{2,5 \cdot 4 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 0, 2 \cdot 10^{-2}} = 9,8 \cdot 10^{-4}$$

Измеренное значение диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{u_{3M}}$  с учетом уравнений (2.21а) и (2.21б) можно рассчитать по формуле для последовательного соединения слоев:

$$\varepsilon_{u_{3M}} = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot (h_1 + 2 \cdot h_2)}{h_1 \cdot \varepsilon_2 + 2 \cdot h_2 \cdot \varepsilon_1} = \frac{2.5 \cdot 2 \cdot (0.2 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-5})}{0.2 \cdot 10^{-2} \cdot 2 + 4 \cdot 10^{-5} \cdot 2.5} = 2.49$$

#### 2.3. Влияние способов нанесения электродов на величину погрешности измерения тангенса угла диэлектрических потерь и диэлектрической проницаемости

Из практики измерения диэлектрических свойств известно, какое большое значение имеют контактные явления на поверхности раздела металлический электрод – диэлектрик. Принято считать, что наилучшим контактом на молекулярном уровне обладают электроды, нанесенные в вакууме методом испарения металла или катодным напылением. Хороший контакт с поверхностью диэлектрика имеют и электроды, нанесенные методом вжигания серебра на неорганические диэлектрики. Такие электроды не дают дополнительной погрешности при измерении диэлектрических характеристик.

Электроды, нанесенные на поверхность диэлектрика с помощью подклеивающих веществ (алюминиевая фольга, подклеенная вазелиновым маслом, кремний органической жидкостью и т.д.), и прижимные электроды всегда вносят дополнительную погрешность в измерения за счет влияния подклеивающего слоя или воздушного зазора. В этом случае, при возможности, следует отдавать предпочтение припрессованным электродам.

На рис.2.4. приведена конструкция образца с наклеенными электродами. Дана его последовательная эквивалентная схема замещения и векторная диаграмма. Причем в последней, для упрощения, оба подклеивающих слоя заменены одной емкостью.

Рассмотрим влияние контактных слоев на погрешность измерения тангенса угла диэлектрических потерь и диэлектрической проницаемости. В данном случае рассматриваемый диэлектрик можно считать неоднородным, с последовательным соединением слоев, для которого применимы уравнения (2.21а,б) и (2.29). (Пример в разделе 2.2.).

Пример: Рассчитать относительную погрешность определения  $tg\delta$  и  $\varepsilon$  для образца с наклеенными фольговыми электродами при следующем значении параметров слоев: диэлектрик -  $tg\delta_1 = 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $\varepsilon_1 = 2,5, d_1 = 0,2$  см. Подклеивающий слой -  $tg\delta_2 = 2 \cdot 10^{-2}, \varepsilon_2 = 2,0, d_2 = 0,002$  см.


Рисунок 2.4 Конструкция образца с наклеенными фольговыми электродами(а),его эквивалентная последовательная схема замещения (б) и векторная диаграмма (в).

Используя расчеты, приведенные для этой задачи в примере раздела 2.2., найдем абсолютную  $\Delta tg\delta$  и относительную  $\Delta tg\delta / tg\delta$  погрешности измерения тангенса угла диэлектрических потерь, обусловленных влиянием контактного слоя  $h_2$ .

$$\Delta tg \delta = tg \delta_{u_{3M}} - tg \delta_1 = 9.8 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-4} = 4.8 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{\Delta tg\delta}{tg\delta_1} = \frac{4.8 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4}} = 0,96$$
или  $\frac{\Delta tg\delta}{tg\delta_1} \cdot 100\% = 96\%$   
$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_{u_{3M}} - \varepsilon_1 = 2,49 - 2,5 = -0,01$$
  
$$\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{0,01}{2,5} \cdot 100\% = 0,4\%$$

Таким образом, наличие подклеивающего слоя увеличивает инструментальную погрешность, в данном случае по тангенсу угла диэлектрических потерь почти на 100%, а по диэлектрической проницаемости – на 0,4%.

К увеличению погрешности приводит и наличие неплотного контакта между диэлектриком и прижимными электродами. В рассмотренном выше примере заменим подклеивающий слой воздушным зазором, обусловленным неплотным прилеганием электродов к поверхности диэлектрика. Пусть  $d_2=0,002$  см,  $\varepsilon_2 = 1, tg\delta_2 = 1 \cdot 10^{-5}$ . По аналогии с проведенными ранее расчетами получим:

$$tg\delta_{u_{3M}} = \frac{5\cdot10^{-4}\cdot0, 2\cdot10^{-2}\cdot1+1\cdot10^{-5}\cdot4\cdot10^{-5}\cdot2, 5}{2,5\cdot4\cdot10^{-5}+1\cdot0, 2\cdot10^{-2}} = 4,76\cdot10^{-4};$$

$$\Delta tg \delta = 4,76 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-4} = -0,24 \cdot 10^{-4};$$
  

$$\frac{\Delta tg \delta}{tg \delta} = -\frac{0,24 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4}} \cdot 100 = -4,8\%;$$
  

$$\varepsilon_{u_{3M}} = \frac{2,5 \cdot 1 \cdot (0,2 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-5})}{0,2 \cdot 10^{-2} \cdot 1 + 4 \cdot 10^{-5} \cdot 2,5} = 2.38;$$
  

$$\Delta \varepsilon = 2,38 - 2,5 = -0,12; \qquad \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_1} \cdot 100\% = -\frac{0,12}{2,5} \cdot 100 = -4,8\%$$

Таким образом, наличие воздушной прослойки между прижимным электродом и диэлектриком также увеличивает инструментальную погрешность измерения, занижая значения тангенса угла диэлектрических потерь и уменьшая диэлектрическую проницаемость.

# 2.4. Расчет температурного коэффициента диэлектрической проницаемости неоднородных диэлектриков

У всех диэлектриков величина диэлектрической проницаемости в большей или меньшей степени зависит от температуры. Подбирая два или несколько диэлектриков с различными  $TK\varepsilon$ , можно создать неоднородные диэлектрики с заранее заданными значениями  $TK\varepsilon$  при определенной температуре.

 $TK\varepsilon$  так же, как и  $\varepsilon$  смесей, зависит не только от свойств и объемной концентрации компонентов смеси, но и от их взаимного пространственного расположения в электрическом поле.

Согласно определению, температурный коэффициент диэлектрической проницаемости равен:

$$TK\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dT} \quad rpad^{-1}$$
(2.31)

где *с*-относительная диэлектрическая проницаемость;

Т - температура, град.

Для *мелкодисперсной хаотической* смеси формула для расчета ТК*є* получается дифференцированием уравнения (2.23) по температуре

$$\frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dT} = \theta_1 \cdot \frac{1}{\varepsilon_1} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{dT} + \theta_2 \cdot \frac{1}{\varepsilon_2} \cdot \frac{d\varepsilon_2}{dT} = \theta_1 \cdot TK\varepsilon_1 + \theta_2 \cdot TK\varepsilon_2 \quad (2.32)$$

Таким образом, для мелкодисперсной хаотической смеси справедлив арифметический закон смешения.

При *параллельном* включении компонентов дифференцируем по температуре уравнение (2.13)

$$\frac{d\varepsilon}{dT} = \theta_1 \cdot \frac{d\varepsilon_1}{dT} + \theta_2 \cdot \frac{d\varepsilon_2}{dT} = \varepsilon_1 \cdot \theta_1 \cdot \frac{1}{\varepsilon_1} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{dT} + \varepsilon_2 \cdot \theta_2 \cdot \frac{1}{\varepsilon_2} \cdot \frac{d\varepsilon_2}{dT}$$

Разделив левую и правую части этого уравнения на  $\varepsilon$ , получим

$$TK\varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \cdot \theta_1 \cdot TK\varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} \cdot \theta_2 \cdot TK\varepsilon_2$$
(2.33)

При последовательном включении компонентов после дифференцирования по температуре уравнения (2.21б) и умножения на  $\varepsilon$  смеси правой и левой частей уравнения получим

$$\frac{1}{\varepsilon^{2}} \cdot \frac{d\varepsilon}{d\Gamma} = \theta_{1} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{1}^{2}} \cdot \frac{d\varepsilon_{1}}{d\Gamma} + \theta_{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{2}^{2}} \cdot \frac{d\varepsilon_{2}}{d\Gamma} ;$$
  
$$TK\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{d\Gamma} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{1}} \cdot \theta_{1} \cdot TK\varepsilon_{1} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{2}} \cdot \theta_{2} \cdot TK\varepsilon_{2}$$
(2.34)

Для *пенопластов* и других пористых материалов после дифференцирования уравнения (2.26) получим

$$TK\varepsilon = \frac{\rho}{\rho_1} \cdot TK\varepsilon_1 \tag{2.35}$$

В ряде технических задач необходимо рассчитать емкость деталей заданной формы. В этом случае зависимость емкости от температуры будет обусловлена не только изменением диэлектрической проницаемости, но также изменением размеров диэлектрика и его электродов. Например, для плоского конденсатора, имеющего электроды в форме квадрата со стороной, равной  $\ell$ , емкость равна

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \ell^2}{h} \quad , \tag{2.36}$$

где *h* – толщина диэлектрика, м.

Продифференцируем это уравнение по температуре, затем разделим правую и левую части на емкость *С*. В результате получим выражение для температурного коэффициента емкости:

$$\mathsf{TK}C = \mathsf{TK}\varepsilon + 2\mathsf{TK}\ell - \mathsf{TK}h, \qquad (2.37)$$

где ТКC – температурный коэффициент емкости, град<sup>-1</sup>;

ТК $\ell$  и ТКh – температурные коэффициенты линейного расширения металла электродов и диэлектрика соответственно, град<sup>-1</sup>.

Если электроды напылены на поверхности диэлектрика или нанесены методом вжигания, тогда  $TK\ell = TKh$  и выражение для температурного коэффициента емкости принимает вид:

$$TKC = TK\varepsilon + TKh$$
(2.38)

В большинстве случаев (полярные диэлектрики) ТК $\varepsilon >>$  ТКh и можно считать

$$\mathsf{TK}C = \mathsf{TK}\varepsilon \tag{2.39}$$

Пример: Смесь состоит из тиконда Т-20 ( $\varepsilon = 20$ , ТК $\varepsilon = -0,5 \cdot 10^{-4}$  град<sup>-1</sup>) и ультрафарфора ( $\varepsilon = 8$ , ТК $\varepsilon = 1,5 \cdot 10^{-4}$  град<sup>-1</sup>). Какими должны быть объемные концентрации компонент, чтобы ТК $\varepsilon$  смеси был равен нулю? Рассчитайте диэлектрическую проницаемость неоднородного диэлектрика.

При расчете объемной доли тиконда -  $\theta_1$  и объемной доли ультрафарфора-  $\theta_2$  воспользуемся уравнением (2.32) для мелкодисперсной смеси, которое запишем в виде:

 $\theta_1 \cdot TK\varepsilon_1 + \theta_2 \cdot TK\varepsilon_2 = 0$ Подставив численные значения  $TK\varepsilon_1$  и  $TK\varepsilon_2$ , найдем  $-\theta_1 \cdot TK\varepsilon_1 = \theta_2 \cdot TK\varepsilon_2$ ;

$$\left|\frac{\theta_1}{\theta_2}\right| = \frac{\mathrm{TK}\varepsilon_2}{\mathrm{TK}\varepsilon_1} = \frac{1.5 \cdot 10^{-4}}{0.5 \cdot 10^{-4}} = 3$$

Учитывая, что  $\theta_1 + \theta_2 = 1$ , получим  $3 \cdot \theta_2 + \theta_2 = 1$  отсюда  $\theta_2 = 0,25$ , а  $\theta_1 = 0,75$ .

Диэлектрическую проницаемость неоднородной смеси рассчитываем по формуле (2.23).

$$\ln \varepsilon = 0,75 \cdot \ln 20 + 0,25 \cdot \ln 8 = 2,766$$

Следовательно, для смеси  $\varepsilon = 15,89$ .

# 2.5. Расчет тангенса угла диэлектрических потерь и емкости через параметры плеч моста переменного тока

Определение тангенса угла диэлектрических потерь и диэлектрической проницаемости материалов производят, как правило, с помощью мостовых методов. С этой целью используют различные конструкции мостов переменного тока. На рис.2.5.,в качестве примера, приведена принципиальная электрическая схема высоковольтного моста для измерения при частоте 50 Гц.

Переменное напряжение, регулируемое в пределах от 500 В до 10кВ, поступает на «высоковольтную» вершину (D) моста, к которой примыкают два плеча, содержащие испытуемый конденсатор  $C_x$  и эталонный высоковольтный конденсатор  $C_0 \approx 100\pi\Phi$ . В два других плеча включены переменное сопротивление R<sub>3</sub> и постоянное R<sub>4</sub>, шунтированное переменной емкостью  $C_4$ . В такой схеме все напряжение практически падает на емкостных плечах ( $C_x$  и  $C_0$ ), так как их сопротивление переменному току много больше сопротивлений, включенных в другие плечи. Поэтому, несмотря на наличие высокого напряжения, можно безопасно производить уравновешивание моста изменением R<sub>3</sub> и  $C_4$ .

Равновесие моста наступает при условии равенства произведений полных сопротивлений (Z) противоположных плеч.

$$Z_x \cdot Z_4 = Z_0 \cdot Z_3 \tag{2.40}$$



Рис.2.5 Принципиальная схема высоковольтного моста для измерения C<sub>x</sub> и tgδ. 1÷4 – плечи моста; 5 – регулировка защитного напряжения.

Путем ряда следующих друг за другом регулировок R<sub>3</sub> и C<sub>4</sub> добиваются, чтобы активная и реактивная составляющие напряжения в диагонали моста (AB) приближались к нулю.

Представим испытуемый образец C<sub>x</sub> последовательной эквивалентной схемой замещения (рис.2.1а) и представим сопротивления плеч моста в комплексной форме:

$$Z_{x} = R_{x} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_{x}};$$

$$Z_{0} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_{0}};$$

$$Z_{3} = R_{3};$$

$$Z_{4} = \frac{1}{\frac{1}{R_{4}} + j \cdot \omega \cdot C_{4}} = \frac{R_{4}}{1 + j \cdot \omega \cdot C \cdot R_{4}}.$$
(2.41)

Подстановка в (2.40) выражений (2.41) комплексных сопротивлений дает:

$$\begin{split} & \left(R_x + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_x}\right) \cdot \left(\frac{R_4}{1 + j \cdot \omega \cdot C_4 \cdot R_4}\right) = \frac{R_3}{j \cdot \omega \cdot C_0} ; \\ & \left(\frac{j \cdot \omega \cdot C_x \cdot R_x + 1}{j \cdot \omega \cdot C_x}\right) \cdot R_4 = \frac{R_3 \cdot (1 + j \cdot \omega \cdot C_4 \cdot R_4)}{j \cdot \omega \cdot C_0} ; \\ & \left(j \cdot \omega \cdot C_x \cdot R_x + 1\right) \cdot R_4 \cdot C_0 = R_3 \cdot C_x \cdot (1 + j \cdot \omega \cdot C_4 \cdot R_4). \end{split}$$

Приравнивая вещественные части, имеем:

$$R_4 \cdot C_0 = R_3 \cdot C_x$$

Следовательно,

$$C_x = C_0 \cdot \frac{R_4}{R_3} \ . \tag{2.42}$$

Сравнение мнимых частей дает:

$$\omega \cdot C_x \cdot R_x \cdot R_4 \cdot C_0 = \omega \cdot C_4 \cdot R_4 \cdot R_3 \cdot C_x .$$

Принимая во внимание, что для последовательной эквивалентной схемы замещения образца

$$tg\delta_x = \omega \cdot C_x \cdot R_x$$
  
и учитывая уравнение (2.42), получим:  
 $tg\delta_x = \omega \cdot C_4 \cdot R_4$  (2.43)

В высоковольтных мостах обычно выбирают сопротивление  $R_4 = \frac{10000}{\pi}$  (или  $\frac{1000}{\pi}$ ). Учитывая, что  $\omega = 2\pi f$ , выражение (2.43) для тангенса угла диэлектрических потерь можно представить в виде:

$$tg\delta = \mathbf{K} \cdot C_4, \tag{2.44}$$

где К =  $100 \cdot \pi \cdot \frac{10000}{\pi} = 10^6 F^{-1}$ .

Если емкость  $C_4$  выражать в микрофарадах, то шкалу переменного конденсатора  $C_4$  можно отградуировать в значениях  $tg\delta_x$ .

В формуле (2.42) величины  $R_4$  и  $C_0$  постоянны, поэтому шкалу магазина сопротивлений  $R_3$  можно отградуировать в единицах емкости  $C_x$ .

#### 2.6. Учет краевой емкости электродов

Измерение диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь на технической частоте производят с помощью трехэлектродной системы, рис.2.7., рис.2.8. В этом случае емкость *плоского* образца рассчитывается следующим образом:

$$C_{x} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_{0} \cdot S}{h} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_{0} \cdot \pi \cdot (d_{cp})^{2}}{4 \cdot h} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_{0} \cdot \pi \cdot (d_{1} + d_{2})^{2}}{16 \cdot h}$$
(F), (2.45)

где S – эффективная площадь электрода, м<sup>2</sup>;

 $d_1$  – диаметр измерительного электрода, м;

*d*<sub>2</sub> – внутренний диаметр охранного кольца, м;

$$S = \frac{\pi \cdot d_{cp}^2}{4} = \frac{\pi \cdot (d_1 + d_2)^2}{16} .$$
 (2.46)

Учет соотношений (2.45) и (2.46) дает формулу диэлектрической проницаемости, находимой по емкости плоского образца:

$$\varepsilon = 0,144 \cdot \frac{h}{d_{cp}^2} \cdot C_x \quad ; \tag{2.47}$$

Емкость *трубчатого* образца (в пF) (рис.2.6г) определяется по формуле:

$$C_x = \frac{2\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot (\ell + b)}{\ln \frac{D_2}{D_1}} = \frac{55.6 \cdot \varepsilon \cdot (\ell + b) \cdot D_{cp}}{2 \cdot h} .$$
(2.48)

При использовании трубчатых образцов также необходимо учитывать влияние охранных электродов. Поэтому вместо длины измерительного электрода  $\ell$  в расчет вводят сумму ( $\ell + b$ ), где b – зазор между измерительным и охранным электродами (м). Диэлектрическую проницаемость по емкости трубчатого образца рассчитывают по уравнению:

$$\varepsilon = \frac{C_x}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot (\ell+b)} \cdot \ln \frac{D_2}{D_1} = 0,018 \cdot \frac{C_x}{\ell+b} \cdot \ln \frac{D_2}{D_1} = \frac{C_x \cdot h}{27,8 \cdot D_{cp} \cdot (\ell+b)} , \quad (2.49)$$

где 
$$h = \frac{D_2 - D_1}{2}$$
 - толщина стенки трубчатого образца, му $D_{cp} = \frac{D_1 + D_2}{2}$  - средний диаметр трубки, м;  
 $C_x$  - емкость образца в пикофарадах (пF).

В приведенных выше уравнениях (2.47) и (2.49) не учитывается искажение поля у краев электродов, обусловленное наличием твердого диэлектрика, пустот и емкости электродов. Для учета этого искажения в трехэлектродной системе вводят поправочный коэффициент (В), при этом формулы (2.45) и (2.48) принимают вид соответственно:

$$C_x = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \pi \cdot (d_1 + \mathbf{B} \cdot b)^2}{4 \cdot h} = 6,95 \cdot \frac{\varepsilon \cdot (d_1 + \mathbf{B} \cdot b)^2}{h} \quad (F), \qquad (2.50)$$

$$C_x = 0,2416 \cdot \varepsilon \cdot \frac{\ell + \mathbf{B} \cdot b}{\ln \frac{D_1}{D_2}} = \frac{55,6 \cdot \varepsilon \cdot (\ell + \mathbf{B} \cdot b) \cdot D_{cp}}{2 \cdot h} \quad (\mathbf{nF}).$$
(2.51)

Значение поправочного коэффициента (В) зависит от соотношения зазора (b) между измерительным и охранным электродами, расстояния (h) между измерительным и высоковольтным электродами, толщины электрода (a). При  $a \ll h$  значение поправочного коэффициента может быть найдено из графика на рис.2.9 или по формуле:

$$\mathbf{B} = 1 - 2,932 \cdot \frac{h}{b} \cdot \lg ch \left( 0,7854 \cdot \frac{b}{h} \right). \tag{2.52}$$

В тех случаях, когда b >> h, искажением поля у краев электрода можно пренебреч, т.е. B = 1.

На частотах 1000 Гц и выше охранные электроды на образцах уже не дают требуемого эффекта, и поэтому при испытаниях твердых диэлектриков применяют образцы без охранных электродов (рис.2.6). В этом случае при измерении емкости образцов твердых диэлектриков вводят поправку на краевую емкость. Истинная емкость образца выражается следующим образом:

$$C_x = C_{u_{3M}} - C_{\kappa p} - C_{_{3\pi}} , \qquad (2.53)$$

где *С*<sub>изм</sub> - измеренная емкость образца, пF;

 $C_{\kappa p}$  - краевая емкость, пF;

 $C_{3n}$  - емкость измерительного электрода относительно земли, пF. Значение емкости  $C_{3n}$  по отношению к земле определяется путем непосредственных измерений или приближенно, для плоского круглого электрода диаметром (*D*), оно может быть рассчитано по формуле:

$$C_{2n} = 17.7 \cdot 10^{-12} \cdot D \quad ; \ (F) \tag{2.54}$$

Относительную диэлектрическую проницаемость материала определяют как отношение емкости  $C_x$  конденсатора, в котором пространство между электродами заполнено испытуемым диэлектриком, к емкости  $C_0$  при таким же образом расположенных электродах в вакууме (воздухе).

$$\varepsilon = \frac{C_x}{C_0} \tag{2.55}$$

Если диаметр образца (D) и электродов одинаковы, то электрическое поле в образце практически однородно. При этом обязательным должно быть условие D >> h. (Рис.2.6.а). При достаточно малой толщине электродов (a) по сравнению с толщиной образца (h) краевая емкость в них рассчитывается по формуле

$$C_{\kappa p} = \pi \cdot D \cdot 2,9 \cdot (-3 - 2 \lg h)$$
(2.56)

Если толщина электродов соизмерима с толщиной образца, то

$$C_{\kappa p} = \pi \cdot D \cdot \left(3,26 \cdot \lg \frac{D}{h} + Z + 0,31\right)$$
 (2.57)

где Z = 3,26 
$$\cdot \left[ \left( 1 + \frac{a}{h} \right) \cdot lg \left( 1 + \frac{a}{h} \right) - \frac{a}{h} \cdot lg \frac{a}{h} \right]$$
 (2.57a)

В случае, когда диаметр верхнего и нижнего электродов одинаковы, но меньше размеров образца (рис.2.6.б,г.) при *a* << *h*,

$$C_{\kappa p} = \pi \cdot D \cdot 1,9 \cdot (\varepsilon' - 3 \lg h - 5,474).$$
(2.58)

При разных диаметрах электродов (рис.2.6.в.)

$$C_{\kappa p} = \pi \cdot D \cdot (4, 1 \cdot \varepsilon' - 7, 7 \lg h - 10, 9), \qquad (2.59)$$

где *D* - диаметр измерительного электрода, м;

 $\varepsilon'$  - ориентировочная диэлектрическая проницаемость образца.

При испытании образцов трубчатой формы (рис.2.6.г.) толщина образца h должна быть меньше  $0, 1 \cdot D_1$ . В этом случае

$$C_{\kappa\rho} = \pi \cdot (D_1 + h) \cdot (1.9 \cdot \varepsilon' - 5.8 \lg h - 10.6).$$
(2.60)

При испытании жидких электроизоляционных материалов краевую емкость можно учесть с помощью калибровочной жидкости, для которой точно известна величина диэлектрической проницаемости, а величина  $tg \ \delta < 0,01$ . (Криоскопический бензол при T = 20 <sup>0</sup>C имеет  $\varepsilon_{\kappa} = 2,29$ , а  $tg\delta \le 5 \cdot 10^{-3}$ ).

Пусть диэлектрическая проницаемость калибровочной жидкости  $\varepsilon_{\kappa}$ , а емкость системы электродов при заполнении ее калибровочной жидкостью -  $C_{\kappa}$ . При заполнении системы электродов испытуемым жидким диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  емкость равна  $C_x$ , а при заполнении той же системы воздухом  $\varepsilon_{e} = 1$  емкость будет  $C_{e}$ . Емкости  $C_{\kappa}$ ,  $C_x$ ,  $C_e$  связаны с  $\varepsilon_{\kappa}$ ,  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_e$  следующим соотношением [2]:

$$\frac{C_{\kappa} - C_{\theta}}{\varepsilon_{\kappa} - 1} = \frac{C_{\chi} - C_{\theta}}{\varepsilon - 1} .$$
(2.61)

Левую часть уравнения условились называть постоянной электродов Со.

$$C_0 = \frac{C_{\kappa} - C_{\theta}}{\varepsilon_{\kappa} - 1} . \tag{2.62}$$

Величина  $C_0$  учитывает дополнительную емкость за счет изменения распределения поля у краев электродов при замене воздушного диэлектрика жидким. Учитывая уравнения (2.50) и (2.51), получим уточненную формулу для расчета диэлектрической проницаемости жидкости с учетом краевой емкости:



Рис. 2.9 Поправочный коэффициент В для учета искажения поля у краёв электродов



Рис. 2.6 Расположение электродов на образце: а – электроды, площади которых равны площади образца; б,в – электроды площади которых больше площади образца; г – цилиндрические электроды на трубчатом образце.



Рис. 2.7 Схема из трёх электродов и плоского образца (а) – при определении ρ<sub>v</sub> 1-

(а) при определении ру 1измерительный электрод; 2охранное кольцо; 3высоковольтный электрод; 4образец.

(б) – при определении р<sub>s</sub> 1 измерительный электрод; 2-; высо ковольтный электрод; 3-нижний
 свободный электрод; 4-образец.



Рис.2.8. Система из электродов и образца (а) – трубчатого, (б) – стержневого.

- 1. образец
- 2. измерительный электрод
- 3. охранное кольцо

Пример 1. Рассчитать диэлектрическую проницаемость вещества для случая, когда измерения производились на плоских образцах диаметром 50 мм, толщиной 1 мм. Высота прижимных металлических электродов составляла 0,9см. Измеренная емкость равна С = 90 пф. Диаметр электродов и образца одинаковы. Рис.2.6.а.

При использовании электродов без охранных колец истинная емкость образца рессчитывается по формуле (2.53)

$$C_x = C_{u_{3M}} - C_{\kappa p} - C_{\mathfrak{I}} .$$

Величина краевой емкости в данном случае может быть рассчитана по формуле (2.57), а емкость электрода по отношению к земле по формуле (2.54).

Для расчета поправочного коэффициента Z используем приведенную ранее формулу (2.57.a)

$$Z = 3,26 \cdot \left[ \left( 1 + \frac{0,9 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \lg \left( 1 + \frac{0,9 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-3}} \right) - \frac{0,9 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-3}} \cdot \lg \frac{0,9 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-3}} \right] = 4,60$$

$$C_{\kappa p} = 3,14 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot \left(3,26 \cdot \lg \frac{50 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} + 4,6 + 0,31\right) = 1,64\pi \text{ F}.$$

$$C_{_{\mathfrak{I}}\pi} = 17,7 \cdot 10^{-12} \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 0,88\pi$$
 F.

Следовательно,  $C_x = 90 \pi F - 1,64 \pi F - 0,88 \pi F = 87,48 \pi F.$ 

Согласно (2.55) диэлектрическая проницаемость вещества плоского конденсатора равна:

$$\varepsilon = \frac{4 \cdot C_x \cdot h}{\varepsilon_0 \cdot \pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 87,48 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3,14 \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = 5,037$$

Пример 2. Найти диэлектрическую проницаемость материала на технической частоте, если измерения производились в трехэлектродной ячейке на плоском образце диаметром 50 мм и толщиной 0,5 мм с прижимными электродами из фольги. Измеренная емкость составляет  $C_x = 140$  пф, зазор между электродом и охранным кольцом 2мм. Рис.2.7.

При наличии охранного кольца диэлектрическая проницаемость может быть рассчитана по формуле (2.50) с учетом поправочного коэффициента (В) на краевую емкость (2.52)

$$B = 1 - 2,932 \cdot \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot \lg ch \left( 0,785 \cdot \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} \right) = 1 - 0,733 \cdot \lg ch0,196$$
  
Учитывая, что  $chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{e^{0,196} + e^{-0,196}}{2} = 1,02$   
B = 1 - 0,733 · lg 1,02 ≈ 1  
тогда из (2.50) получим:  
 $\varepsilon = \frac{C_x \cdot h}{6,45 \cdot (d_1 + B \cdot b)^2} = \frac{140 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}}{6,95 \cdot (50 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3})^2} = 3,73$ 

# 2.7. Задачи по расчету емкости и тангенса угла диэлектрических потерь

- 2.1. Как выражается тангенс угла диэлектрических потерь через параметры эквивалентных схем?
- 2.2. Рассчитать тангенс угла диэлектрических потерь на технической частоте для последовательных эквивалентных цепочек замещения (рис.2.10.) с параметрами:

a) $C_0 = 100 \text{ mF}$	б) $C_0 = 100 \text{ пF}$
$R_0 = 1 \cdot 10^5 \text{ Om}$	$R_0 = 5 \cdot 10^6 \text{ Om}$
в) $C_0 = 450 \ \text{пF}$	$\Gamma$ ) $C_0 = 20 \ \Pi F$
$R_0 = 2 \cdot 10^4 \ \text{Ом}$	$R_0 = 2 \cdot 10^4 \ Ombox{Om}$

- 2.3. Рассчитайте тангенс угла диэлектрических потерь на технической частоте для параллельных эквивалентных цепочек замещения (рис.2.11.) с параметрами:
  - a)  $C_0 = 100 \text{ nF}$   $R_0 = 1 \cdot 10^9 \text{ OM}$ b)  $C_0 = 800 \text{ nF}$   $R_0 = 5 \cdot 10^9 \text{ OM}$ c)  $C_0 = 60 \text{ nF}$   $R_0 = 5 \cdot 10^9 \text{ OM}$ c)  $C_0 = 60 \text{ nF}$   $R_0 = 5 \cdot 10^9 \text{ OM}$ c)  $C_0 = 60 \text{ nF}$  $R_0 = 5 \cdot 10^9 \text{ OM}$
- 2.4. Рассчитайте зависимость тангенса угла диэлектрических потерь от частоты в диапазоне 20 гц + 2000 гц для последовательных цепочек замещения диэлектрика (рис.2.10.) с параметрами:

a) 
$$C_0 = 90 \text{ nF}$$
  
 $R_0 = 3 \cdot 10^4 \text{ Om}$ 
  
b)  $C_0 = 500 \text{ nF}$   
 $R_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ Om}$ 

2.5. Рассчитайте зависимость тангенса угла диэлектрических потерь от частоты, в диапазоне частот 20 гц ÷ 2000 гц для параллельных эквивалентных цепочек замещения диэлектрика (рис.2.11.) с параметрами:

a) 
$$C_0 = 90 \text{ nF}$$
  
 $R_0 = 3 \cdot 10^9 \text{ Om}$ 
  
b)  $C_0 = 8000 \text{ nF}$   
 $R_0 = 314 \cdot 10^7 \text{ Om}$ 

- 2.6. Выразить тангенс угла диэлектрических потерь комбинированной схемы замещения диэлектрика через ее параметры (рис.2.12 а,б).
- 2.7. Рассчитать зависимость тангенса угла диэлектрических потерь от частоты, в диапазоне частот 5 гц ÷ 5000 гц для эквивалентных схем замещения, представленных на (рис.2.12 а,б). Параметры схем замещения:

a) $C_0 = 300 \text{ nF}$	б) <i>C</i> <sub>0</sub> = 10000 пF
$R_0 = 1 \cdot 10^9  \mathrm{Om}$	$R_0 = 1 \cdot 10^8 \text{ Om}$
$R = 1 \cdot 10^4 \text{ Om}$	С = 3000 пф



Рис. 2.10 Последовательная схема замещения диэлектрика



Рис. 2.11 Параллельная схема замещения диэлектрика



Рис. 2.12 Последовательно-параллельные схемы замещения диэлектрика

2.8. Составить условие равновесия высоковольтного моста для измерения емкости  $C_x$  и тангенса угла диэлектрических потерь  $tg \delta$  и получить уравнение, связывающее значения  $tg \delta$  и  $C_x$  с параметрами схемы высоковольтного моста (рис.2.13):

а) при последовательной схеме замещения диэлектрика;

б) при параллельной схеме замещения диэлектрика.



- Рис. 2.13. Принципиальная схема высоковольтного моста для измерения  $C_x$  и tg\delta
- 2.9. Каково назначение элементов высоковольтного моста рис.2.13. и в чем состоят их особенности?
- 2.10. Какие допускаются погрешности при измерении высоковольтным мостом диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь на технической частоте?
- 2.11. Как можно определить диэлектрическую проницаемость жидкого диэлектрика, не прибегая к измерению геометрических величин конденсатора?
- 2.12. Выведите уравнение постоянной электродов для уточненных испытаний диэлектрической проницаемости жидких диэлектриков.
- 2.13. Каким образом можно исключить погрешность от влияния паразитных емкостей при измерении  $C_x$  и  $tg\delta$  на высоковольтном мосте?
- 2.14. Выразить  $C_x$  и  $tg\delta$  через параметры плеч безиндуктивного моста рис.2.14а.
- 2.15. Каким образом компенсируют влияние паразитных емкостей и индуктивностей в схеме моста рис.2.14. при измерениях на частотах порядка 1000 Гц?
- 2.16. Каково назначение разрядников в схеме моста Р-525?
- 2.17. Для чего между нижней вершиной и экраном моста P-525 вводится защитное напряжение? Рис.2.5.
- 2.18. Какова погрешность измерения диэлектрической проницаемости с помощью моста P-525, если измерения произ-

водятся на трубчатом образце? Погрешность при определении размеров образца не более 0,5%.

- 2.19. При определении емкости образца  $C_x$  он был представлен эквивалентной последовательной схемой замещения и была измерена величина  $C_0$ . На сколько увеличится погрешность измерения емкости, если  $tg\delta = 0,27$ .
- 2.20. В каких случаях применяют перевернутую схему высоковольтного моста?
- 2.21. Скакой целью в процессе уравновешивания моста МДП начинают измерения *tg S* и *C*<sub>x</sub> при минимальной чувствительности гальванометра? Какие элементы предусмотрены в схеме гальванометра для регулирования его чувствительности?
- 2.22. Как определяют краевую емкость образца?
- 2.23. Образец имеет диаметр d<sub>1</sub> = 50 мм, совпадающий с диаметром массивного прижимного электрода высотой a=15мм. Толщина диэлектрика h =1 мм. Измеренная емкость C<sub>изм</sub> = 90 пF. Найти диэлектрическую проницаемость материала диэлектрика.
- 2.24. Найти диэлектрическую проницаемость материала диэлектрика, если измерения производились на плоском образце толщиной *h*=0,6 мм, диаметр измерительного электрода *d*<sub>1</sub> = 50 мм, внутренний диаметр охранного кольца *d*<sub>2</sub>= 54 мм, *C<sub>изм</sub>* = 200пF.
- 2.25. Диэлектрик конденсатора состоит из трех параллельно включенных слоев (1,2,3), параметры которых известны. Таблица 2.1. Толщина диэлектриков  $h = 2 \cdot 10^{-2}$  м. Определить тангенс угла диэлектрических потерь конденсатора.
- 2.26. Диэлектрик конденсатора состоит из четырех параллельно включенных слоев, параметры которых известны. Таблица 2.1. Толщина диэлектриков *h* =2 · 10<sup>-2</sup> м. Определить тангенс угла диэлектрических потерь конденсатора.
- 2.27. Диэлектрик конденсатора состоит из трех параллельно включенных слоев (1,2,3), параметры которых известны. Таблица 2.1. Толщина диэлектриков  $h = 2 \cdot 10^{-2}$  м. Определить диэлектрическую проницаемость неоднородного диэлектрика.
- 2.28. Диэлектрик конденсатора состоит из четырех параллельно включенных слоев, параметры которых известны. Таблица

2.1. Толщина диэлектриков  $h = 2 \cdot 10^{-2}$  м. Определить диэлектрическую проницаемость неоднородного диэлектрика.

			Таблица 2.1
№ номера	3	$tg\delta$	Sм <sup>2</sup>
слоев			
1	2	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$
2	2,5	$2 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$
3	2,2	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$
4	2,4	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$

2.29. Диэлектрик конденсатора состоит из трех (1÷3) последовательно включенных слоев, параметры которых известны. Таблица 2.2. Площадь обкладок конденсатора S = 1,2 м<sup>2</sup>. Определить:

а) тангенс угла диэлектрических потерь конденсатора;

б) диэлектрическую проницаемость неоднородного диэлектрика.

2.30. Диэлектрик конденсатора состоит из четырех последовательно включенных слоев, параметры которых известны. Таблица 2.2. Площадь обкладок конденсатора S = 1,2 м<sup>2</sup>. Определить:

а) тангенс угла диэлектрических потерь конденсатора;

б) диэлектрическую проницаемость неоднородного диэлектрика.

Таблица 2.2.

№ номера	<i>h</i> , м	3	$tg\delta$
слоев			
1	$0,4 \cdot 10^{-2}$	2,5	$1,5 \cdot 10^{-4}$
2	$0.6 \cdot 10^{-2}$	2,4	$1,2 \cdot 10^{-4}$
3	$0.5 \cdot 10^{-2}$	2,2	$2 \cdot 10^{-4}$
4	$0,5 \cdot 10^{-2}$	2,3	$1 \cdot 10^{-4}$

2.31. Рассчитать относительную погрешность определения тангенса угла диэлектрических потерь для образца с наклеенными фольговыми электродами (рис.2.4.) при следующих значениях параметров образца:

a) 
$$tg\delta_1 = 1 \cdot 10^{-3}$$
,  $\epsilon_1 = 2,5$ ,  $h_1 = 0,2$  cm  
 $tg\delta_2 = 5 \cdot 10^{-2}$ ,  $\epsilon_2 = 2,1$ ,  $h_2 = 0,002$  cm

- б)  $tg\delta_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $\epsilon_1 = 2,5$ ,  $h_1 = 0,2$  см  $tg\delta_2 = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\epsilon_2 = 2,1$ ,  $h_2 = 0,002$  см
- 2.32. Постройте график зависимости диэлектрической проницаемости ε (пенополиуритана) от его объемной доли Q<sub>1</sub> в вспененном полиуретане, если диэлектрическая проницаемость сплошного полиуретана равна 3,6, а его плотность 1200 кг/см<sup>3</sup>.
- 2.33. Постройте график зависимости диэлектрической проницаемости от плотности для пенополитетрафторэтилена, если для сплошного пенополитетрафторэтилена плотность равна 2,3 ·10<sup>3</sup> кг/м<sup>3</sup>, а его диэлектрическая проницаемость равна 2,0.
- 2.34. Какое соотношение связующего и наполнителя в пластмассе, состоящей из рутила с диэлектрической проницаемостью равной 114 и полистирола с диэлектрической проницаемостью 2,6, должно быть взято, чтобы диэлектрическая проницаемость пластмассы была в два раза больше диэлектрической проницаемости полистирола.
- 2.35. Определите тангенс угла диэлектрических потерь и диэлектрическую проницаемость капроновой лакоткани, приняв в ней соотношение объема капрона и пропитывающей смолы 1:1. Тангенс угла диэлектрических потерь капрона 0,02, а смолы - 0,06. Диэлектрическая проницаемость капрона 4, смолы - 6.
- 2.36. Слоистый диэлектрик состоит из 5 слоев бумаги, пропитанной маслом и 4 слоев полистирольной пленки. Рассчитать диэлектрическую проницаемость и тангенс угла диэлектрических потерь такого диэлектрика, если промасленная бумага имеет толщину слоя  $h_1 = 1,5 \cdot 10^{-4}$  м,  $\varepsilon_1 = 3,6$ ,  $tg \delta_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ , а полистирольная пленка толщиной  $h_2 = 1 \cdot 10^{-4}$ м имеет  $\varepsilon_2 = 2,5$ ,  $tg \delta_2 = 2 \cdot 10^{-4}$ .
- 2.37. Определить емкость двухслойного цилиндрического конденсатора с радиусом внутреннего цилиндра 2·10<sup>-2</sup> м и внешнего – 5 ·10<sup>-2</sup> м. Радиус жилы 0,2 ·10<sup>-2</sup> м. Длина цилиндров 1 м. Диэлектрическая проницаемость внутреннего слоя ε<sub>1</sub>= 3,5, а внешнего ε<sub>2</sub>= 2,5.
- 2.38. Определите температурный коэффициент диэлектрической проницаемости плоского двухслойного конденсатора состоящего из: полистирола ( $\epsilon_1 = 2,5$ , TK $\epsilon_1 = -1,51 \cdot 10^{-4} \, {}^{0}C^{-1}$ ,

толщина 20 мкм) и лавсана ( $\varepsilon_2$ = 3,4, ТК $\varepsilon_2$  = 4 ·10<sup>-4</sup> <sup>0</sup>C<sup>-1</sup>, толщина 15 мкм).

- 2.39. У сплошного полиэтилена диэлектрическая проницаемость равна 2,3, а его плотность 930 кг/м<sup>3</sup>. Рассчитайте диэлектрическую проницаемость пенополиэтилена, если его плотность равна 420кг/м<sup>3</sup>.
- 2.40. Сколько (% по объему) необходимо взять полистирола с  $\varepsilon_1 = 2,5$  чтобы получить пластмассу с  $\varepsilon = 7,5$  наполненную тикондом T-150 с  $\varepsilon_2 = 150$ ?
- 2.41. Смесь состоит из тиконда Т-20 ( $\epsilon_1$ =20, ТК $\epsilon_1$ = -0,5·10<sup>-40</sup>C<sup>-1</sup>) и ультрафарфора ( $\epsilon_2$ = 8, ТК $\epsilon_2$  = 1,5 ·10<sup>-4 0</sup>C<sup>-1</sup>). Температурный коэффициент диэлектрической проницаемости смеси равен 0,86·10<sup>-4 0</sup>C<sup>-1</sup>. Чему равна диэлектрическая проницаемость смеси?
- 2.42. При нагревании образца от 20 до 70 <sup>0</sup>С его емкость изменилась от 100,5 пF до 99,6 пF. Определить величину ТКє.
- 2.43. Найти диэлектрическую проницаемость аргона при  $T=100^{0}$ С, если при  $T=20^{0}$ С она составляет  $\varepsilon =1,00043$ , полагая при этом, что температурный коэффициент емкости равен TKE =  $-\frac{\varepsilon 1}{T}$ .
- 2.44. Полагая, что в полярном диэлектрике диэлектрическая проницаемость зависит от температуры согласно уравнению  $\varepsilon = \varepsilon_{\infty} + \frac{A \cdot \tau_0 \cdot \exp(B/T)}{1 + C \cdot \tau_0 \cdot \exp(B/T)}$ , приведите уравнение температурной зависимости ТКЕ для данного диэлектрика,

считая ε<sub>∞</sub>, A, τ<sub>0</sub>, B, C коэффициентами, не зависящими от температуры.
5. Полагая, что изменение диэлектрической проницаемости

2.45. Полагая, что изменение диэлектрической проницаемости вещества при нагревании происходит лишь за счет уменьшений числа частиц в единице объема диэлектрика и под-

чиняется уравнению  $\varepsilon_{\rm T} = \frac{\varepsilon_1}{1 + \beta \cdot ({\rm T} - {\rm T}_1)}$ , рассчитайте температурную зависимость ТКЕ в области от 20 до 100°C,

если  $\varepsilon_1 = 2,2$  при T = T<sub>1</sub> = 20 °C,  $\beta$ =180 ·10<sup>-6</sup> 1/град.

2.46. Рассчитайте величину относительного изменения емкости силового конденсатора, состоящего из комбинированного диэлектрика (полистирол+поликарбонат) при изменении температуры от – 20°C до +65 °C, если номинальная ем-

кость этого конденсатора при 20<sup>0</sup>С составляет 0,01 мкф. Полагая, что температурный коэффициент емкости в области рабочих температур остается неизменным и равен (-5 ·10<sup>-3</sup> 1/град.)

- 2.47. Рассчитайте температурный коэффициент диэлектрической проницаемости силового конденсатора с комбинированным диэлектриком, состоящим из слоя поликарбонатной пленки толщиной  $h_1$ =20мкм,  $\varepsilon_1$  = 3,0, ТК $\varepsilon_1$ =-50·10<sup>-6</sup>1/град. и слоя полиэтилентерефталата толщиной  $h_2$  = 1,0 мкм,  $\varepsilon_1$ =3,3, ТК $\varepsilon_2$  = +200 ·10<sup>-6</sup> 1/град. Номинальная емкость конденсатора при комнатной температуре составляет 0,01мкF.
- 2.48. Диэлектрик конденсатора представляет собой смесь двух типов керамических материалов титаната циркония T-20 и ультрафарфора. Каково должно быть соотношение составных частей, чтобы температурный коэффициент диэлектрической проницаемости смеси был равен нулю? Чему равна диэлектрическая проницаемость такой смеси? Примите для термотиконда T-20: ε<sub>1</sub> =20, TKε<sub>1</sub>= -0,5·10<sup>-4</sup> 1/град, для ультрафарфора ε<sub>2</sub> = 8, TKε<sub>2</sub> = +1,0·10<sup>-4</sup> 1/град.
- 2.49. Рассчитать диэлектрическую проницаемость веществ для случая, когда измерения производились на плоских образцах рис.2.6.в, с размерами:

a) $d_1 = 50 \text{ MM}$	б) <i>d</i> <sub>1</sub> = 75 мм	в) $d_1 = 100$ мм
а = 0,05 мм	a = 1   mm	<i>а</i> = 10 мм
h = 0,5  MM	h = 0,02 мм	h = 2  MM
$C_{u_{3M}} = 100 \text{ mF}$	$C_{_{U3M}} = 5000 \text{ mF}$	$C_{_{U3M}} = 300 \; \mathrm{nF}$

- 2.50. Чем отличается прямой метод измерения *tgδ* от метода замещения при использовании моста МЛЕ-1? Рис.2.14.
- 2.51. Почему при измерении є и  $tg\delta$  на частотах  $10^3 \div 10^5$  Гц не применяют электродов с охранными кольцами?
- 2.52. Если необходимо исключить погрешность из-за влияния краевой емкости при испытаниях твердых диэлектриков, то какие образцы и электроды следует применять? Каков порядок измерения?
- 2.53. Каким образом исключается погрешность, вызванная краевой емкостью при испытаниях жидкихиэлектриков?



Рис. 2.14. Принципиальная схема емкостного моста с переменными емкостями: а – при прямом методе; б – при методе замещения

- 2.54. Составить условие равновесия моста переменного тока с раздельным отсчетом  $R_1$ ,  $C_1$  и  $L_1$ ,  $R_1$ . (Рис.2.15). Выразить  $R_1$ ,  $C_1$  и  $L_1$  через параметры плеч моста. (Варианты  $a \div u$ ).
- 2.55. Составить условие равновесия моста переменного тока с раздельным отсчетом  $C_1$ ,  $tg\delta_1$  и  $L_1$ ,  $Q_1$ . Выразить  $C_1$ ,  $tg\delta_1$  и  $L_1$ ,  $Q_1$  через параметры плеч моста. (Варианты  $a \div u'$  рис.2.16).
- 2.56. При температуре  $T_1 = 20$  <sup>0</sup>C резонансная частота колебательного контура  $f_1 = 40$  кГц. Емкость контура C = 2,5 мкF, среднее значение температурного коэффициента емкости равно  $3 \cdot 10^{-3} \, {}^{0}\text{C}^{-1}$ , ТКL  $\approx 0$ . Во сколько раз изменится резонансная частота колебательного контура, если его температура станет равной  $T_2 = 90 \, {}^{0}\text{C}$ ?
- 2.57. Добротность контура измерителя добротности при частоте  $10^6$  Гц составляет в условиях резонанса  $Q_1 = 600$ , а емкость  $C_1 = 225$  пF. Оценить ожидаемую добротность  $Q_2$  при резонансе с образцом емкостью  $C_x = 100$  пF и  $tg\delta = 1.10^{-3}$ .
- 2.58. Добротность катушки индуктивности в измерителе добротности определена равной Q = 600, тангенс угла диэлектрических потерь электроизоляционного материала составляет 8 ·10<sup>-2</sup>. На сколько процентов изменится резонансная частота контура с указанной катушкой и образцом по сравнению с частотой контура без потерь, определяе-

мой значением 
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}?$$



Рис. 2.15 Пример схем мостов с раздельным отсчетом по  $R_{1,}C_{1}$  и  $L_{1},\,R_{1}$ 

Основные соотношения: для схем а и д: 
$$R_1 = \frac{R_2}{R_3} R_4$$
,  $C_1 = \frac{R_3}{R_2} C_4$ ; для б и е:  $R_1 = \frac{C_3}{C_2} R_4$ ,  $C_1 = \frac{C_2}{C_3} C_4$ ; для б и е:  $R_1 = \frac{C_3}{C_2} R_4$ ,  $R_1 = \frac{R_2}{R_3} R_4$ ,  $L_1 = \frac{R_2}{R_3} L_4$ ; для г:  $R_1 = \frac{C_3}{C_2} R_4$ ,  $L_1 = \frac{C_3}{C_2} L_4$ ; для ж:  $R_1 = \frac{R_2}{C_4} C_3$ ,  $C_1 = \frac{C_4}{R_2} R_3$ ; для з и и:  $R_1 = R_2 R_4 \frac{1}{R_3}$ ,  $L_1 = R_2 R_4 C_3$ 





Рис.2.16. Примеры схем мостов с раздельным отсчетом по  $C_1$ , tg  $\delta_1$  и  $L_1$ ,  $Q_1$ . Основные соотношения: для схем а и а':  $C_1 = \frac{C_4}{R_2}R_3$ , tg  $\delta_1 = \omega C_4R_4$ ; для а'':  $C_{xr} = \frac{R_3}{R_2}C_4$ , tg  $\delta_x = \text{tg}\delta_4 + \omega C_4 \left(R_4 - R_1\frac{R_3}{R_2}\right)$ ; для б и б':  $C_1 = \frac{C_4}{C_3}C_2$ , tg  $\delta_1 = \omega C_4R_4$ ; для в, в':  $L_1 = \frac{L_4}{R_3}R_2$ ,  $Q = \omega L_4\frac{1}{R_4}$ ; для г, г':  $L_1 = \frac{R_4}{C_2}C_3$ ,  $Q_1 = \omega L_4\frac{1}{R_4}$ ; для д, д':,  $C_1 = \frac{C_4}{R_2}R_3$ , tg  $\delta_1 = \frac{1}{\omega C_4R_4}$ ; для е, е':  $C_1 = \frac{C_4}{C_3}C_2$ , tg  $\delta_1 = \frac{1}{\omega C_4R_4}$ ; для ж, ж':  $C_1 = \frac{R_3}{R_2}C_4$ , tg  $\delta_1 = \omega C_3R_3$ ; для з, з':  $L_1 = R_2R_4C_3$ ,  $Q = \omega C_3R_3$ ; tg  $\delta_1 = \omega C_3R_3$ ; для з, з':  $L_1 = R_2R_4C_3$ ,

2.59. Найти погрешность измерения тангенса угла диэлектрических потерь при использовании куметра Е9-3, если погрешности составляют: ±2 % - при определении C<sub>1</sub> и C<sub>2</sub>; ±10 % при определении Q<sub>1</sub> и Q<sub>2</sub>?





Рис. 2.17. Принципиальная схема (а), резонансные кривые (б) и эквивалентные схемы контура без образца (в) и с образцом (г), поясняющие методы вариации частоты. 1 – кривая для контура без образца, 2 – то же с образцом.

Г – генератор высокой частоты, В – частотомер.

2.60. В колебательном контуре использован полистирольный пленочный конденсатор. Рабочая температура 20 °C. резонансная частота 1 МГц. При понижении температуры до минус 20 °C резонансная частота только за счет температурной зависимости диэлектрической проницаемости полистирола уменьшается. В тех же условиях у контура с воздушным конденсатором резонансная частота также уменьшается. Определить, на сколько изменятся резонансные частоты контуров с этими конденсаторами, если для полистирола ε<sub>1</sub>=2,55, а

ТК $\epsilon_1$ =-0,5·10<sup>-3</sup>1/<sup>0</sup>С. Диэлектрическая проницаемость воздуха при 20 <sup>0</sup>С равна 1,00058, а ТК $\epsilon$  воздуха равен минус 2,15·10<sup>-6</sup>1/<sup>0</sup>С.



- Рис. 2.18. Резонансные кривые (а) и эквивалентные схемы контура без образца (б) и с образцом (в), поясняющие метод вариации реактивной проводимости 1 кривая для контура без образца, 2 то же с образцом.
  - 2.61. Емкость колебательного контура при температуре  $20^{\circ}$ С равна 2,5мкФ, а индуктивность  $1 \cdot 10^{-3}$  Гн. У керамического диэлектрика этого конденсатора среднее значение ТК $\varepsilon$ = $2 \cdot 10^{-3} \, {}^{\circ}$ С<sup>-1</sup>, температурный коэффициент линейного расширения ТК $\ell$  = 7  $\cdot 10^{-6} \, {}^{\circ}$ С<sup>-1</sup>. Толщина диэлектрика 1мм. Электроды серебрянные, вожженные. Температурный коэффициент индуктивности можно принять равным нулю. Чему равно отношение резонансной частоты контура при  $20^{\circ}$ С к резонансной частоте при 100  ${}^{\circ}$ С?
  - 2.62. Выберите конструкцию электродов, способ их нанесения и тип установки для измерения тангенса угла диэлектрических потерь и диэлектрической проницаемости на частоте 1000 Гц пленочных электроизоляционных материалов толщиной 0,02 мм при комнатной температуре:
    - а) полиэтилен;
    - б) фторопласт-4;
    - в) непропитанная конденсаторная бумага;
    - г) полиимид.

# Глава 3. ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ 3.1. Зеркальный гальванометр и его основные характеристики

Принцип работы зеркального гальванометра, как и любого магнитоэлектрического прибора, заключается во взаимодействии поля постоянного магнита с катушкой (рамкой), по которой протекает измеряемый ток. При этом возникает пара сил, создающая вращающий момент. Гальванометры являются особо чувствительными магнитоэлектрическими приборами и предназначены для измерения токов, напряжений и количества электричества. Легкая катушка и малый удельный противодействующий момент создают условия для возникновения механических затухающих колебаний подвижной части гальванометра. Для убыстрения прекращения колебаний применяют воздушное и электромагнитное успокоение. Поэтому одной из важных характеристик гальванометра является время его успокоения, т.е. время, в течение которого подвижная часть устанавливается в положение, соответствующее измеряемому току. Время успокоения зависит от периода собственных колебаний подвижной части (Т<sub>0</sub>), который может быть определен экспериментально, и от степени успокоения (В). Степень успокоения может быть рассчитана по формуле:

$$\beta = \frac{r_{\kappa.n.}}{r_{2} + r_{_{6H.}}} = \frac{r_{_{2}} + r_{_{6H.}\kappa p}}{r_{_{2}} + r_{_{6H}}}$$
(3.1)

В этой формуле  $r_{e}$  - внутреннее сопротивление гальванометра,  $r_{eh.}$  - сопротивление внешней цепи гальванометра, равное сопротивлению схемы, измеренному со стороны гальванометра,  $r_{\kappa.n.}$  – полное критическое сопротивление гальванометра, которое складывается из  $r_{e}$  и внешнего критического сопротивления  $r_{eh.\kappap.}$ , которым следует закоротить гальванометр, чтобы его степень успокоения  $\beta$  стала равной единице.

На рис.3.1. показан характер движения подвижной части гальванометра, на который скачкообразно в момент времени t = 0 подан ток *J* при разных степенях успокоения. Из рисунка видно, что степень успокоения определяет характер движения рамки гальванометра.

При β>1- режим апериодический, гальванометр переуспокоен и его указатель достигает положения равновесия монотонно.

При β<1- гальванометр недоуспокоен, режим колебательный и подвижная часть гальванометра устанавливается в новое положение через несколько затухающих колебаний.

При β=1- имеет место режим критического успокоения.





Рис. 3.1. Графики различных режимов движения подвижной части гальванометра

Рис.3.2.Зависимость времени успокоения от степени успокоения

За время успокоения  $t_y$  принимается время от момента включения прибора на ток, вызывающий отклонение его указателя на середину шкалы, до момента, когда подвижная часть установится в положение равновесия с точностью  $\pm 1\%$  от всей длины шкалы, т.е. относительная точность установки  $\pm 2\%$ . Время успокоения можно определить из графика рис.3.2. или рассчитать по приближенным формулам:

при β>1,5	$\mathbf{t}_{\mathrm{y}} = 1, 2 \cdot \mathbf{\beta} \cdot \mathbf{T}_{\mathrm{0}} ;$	(3.2)
0.0.0.1.7	(17)(0045) T	(2,2)

при 0,8<  $\beta$ < 1,5  $t_y = 1,7 \cdot (\beta - 0,45) \cdot T_0$ ; (3.3)

при β< 0,8 
$$t_y = 0.62 \cdot \frac{I_0}{\beta}$$
. (3.4)

На практике все гальванометры с встроенной шкалой характеризуются также ценой деления, которая численно равна току, вызывающему перемещение указателя на одно деление и выражается в амперах на деление (А/дел.).

В гальванометрах с отдельной шкалой цена деления зависит от расстояния до шкалы. Поэтому цена деления таких приборов определяется по шкале, отнесенной на 1м. Это значение называется *постоянной гальванометра* и выражается в амперах на миллиметр при расстоянии 1м (А·м/мм).

Иногда гальванометры характеризуются чувствительностью, которая представляет собой величину обратную цене деления или постоянной гальванометра. Чувствительность гальванометров выражают в

делениях на ампер (дел/A) или в миллиметрах на ампер при расстоянии  $1 \text{ M} (\text{MM/A} \cdot \text{M})$ .

*Пример*. Определить время успокоения гальванометра, период собственных колебаний которого  $T_0 = 5c$ , сопротивление  $r_{e}=500$  См,  $r_{eH,KP}=19500$  См при двух значениях сопротивления внешней цепи  $r_{1eH}=14500$  См и  $r_{2eH}=59500$  См. [5].

По формуле (3.1) находим:

$$\beta_1 = \frac{500 + 19500}{500 + 14500} = 1,33; \quad \beta_2 = \frac{500 + 19500}{500 + 59500} = 0,33$$

Из графика рис.3.2. находим соответствующее значения  $t_{1y}/T_0$  =1,4 и  $t_{2y}/T_0$  = 2,0

Отсюда время успокоения  $t_{1y} = T_0 \cdot 1, 4 = 5 \cdot 1, 4 = 7c$  и  $t_{2y} = 5 \cdot 2, 0 = 10c$ .

Уменьшить время успокоения гальванометров можно, в первом случае, включением последовательно с гальванометром добавочного сопротивления, а во втором случае – шунтированием гальванометра. Если , например, поставить добавочное сопротивление  $r_d = 10000$  Ом, тогда  $\beta_1 = 0.8$  и  $t_{1y} = 3c$ . Во втором случае, шунтируя гальванометр сопротивлением r = 42000 Ом, получим

$$\mathbf{r}_{_{GH}} = \frac{42000 \cdot 59500}{42000 + 59500} = 24600 \,\mathrm{Om}; \ \beta_2{'} = \frac{500 + 19500}{500 + 24600} = 0.8$$

тогда  $t_{2y} = 3c$ .

Наименьшее время успокоения гальванометров обеспечивается при β =0,8. Такую степень успокоения удается обеспечить не всегда, однако удовлетворительные результаты достигаются при 0,5 < β< 1,2.

# 3.2. Шунтирование гальванометров

Шунтирование зеркальных гальванометров предназначено для уменьшения их чувствительности и, как следствие этого, для измерения токов, превышающих предельную нагрузку прибора.

В практике измерения слабых токов используют шунты, позволяющие расширить пределы измерения на 5÷6 порядков. Однако, обычное шунтирование зеркального гальванометра рис.3.4. требует отдельной его градуировки вместе с шунтом, так как постоянная гальванометра зависит от сопротивления его внешней цепи. Поэтому во многих случаях предпочитают специальную схему шунта. Рис.3.3. При этом схему и сопротивление шунта нужно выбрать так, чтобы они удовлетворяли следующим требованиям:

1. чувствительность гальванометра должна быть уменьшена в определенное число раз (n);

- 2. сопротивление, на которое замкнут гальванометр, независимо от степени шунтирования, должно оставаться постоянным и равным тому, которое имело место до его шунтирования;
- 3. общее сопротивление гальванометра и присоединенного к нему шунта, независимо от степени шунтирования (n), должно оставаться постоянным и равным сопротивлению самого гальванометра до его шунтирования.

Принципиальная схема шунта, удовлетворяющая поставленным требованиям, приведена на рис.3.3.

Пример. Для зеркального гальванометра с внутренним сопротивлением  $R_r=500$  Ом и внешним критическим сопротивлением  $R_{GH,KP}=1500$  Ом рассчитать сопротивление пяти ступеней шунта со штепсельным переключателем для изменения чувствительности по каждой ступени в 1, 5, 10, 100 и 1000 раз соответственно. Рис.3.3.



Рис. 3.3.Схема шунта на пять ступеней чувствительности



Рис. 3.4. Универсальный шунт

Полагая, что в гальванометр ответвляется только  $\frac{1}{n}$  общего тока, тогда

$$\frac{J}{J_{z}} = n,$$

$$\frac{J}{J_{z}} = \frac{J_{z} + J_{1}}{J_{z}} = 1 + \frac{J_{1}}{J_{z}} = n;$$
(3.5)

отсюда, по закону Кирхгофа

$$\frac{J}{J_{z}} = n = 1 + \frac{R_{z} + R_{2}}{R_{1}}.$$
(3.6)

Первое условие шунтирования будет иметь вид:

$$n = \frac{R_1 + R_2 + R_2}{R_1} \tag{3.7}$$

Второе условие может быть выполнено, если принять во внимание, что до шунтирования гальванометр был замкнут только на сопротивление  $R = R_{_{6H,Kp.}}$  Поэтому сопротивление шунта должно удовлетворять уравнению:

$$R = R_{_{GH,KP.}} = \frac{R_1 \cdot (R + R_3)}{R + R_1 + R_3}$$
(3.8)

Третье условие сводится к тому, чтобы полное сопротивление между точками 1и 2, состоящее из сопротивления гальванометра и шунта, оставалось прежним, равным  $R_2$ . Следовательно:

$$\frac{R_1 \cdot (R_2 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_2} + R_3 = R_2$$
(3.9)

Решая эти уравнения (3.7), (3.8), (3.9), получим величины сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , удовлетворяющие вышеуказанным требованиям шунтирования зеркального гальванометра

$$R_1 = \frac{n \cdot (R + R_2)}{n^2 - 1}; \quad R_2 = \frac{R \cdot n - R_2}{n + 1}; \quad R_3 = \frac{R_2 \cdot n - R}{n + 1}.$$
 (3.10)

Рассчитанные значения указанных сопротивлений шунта приведены на рис.3.3.

Требования, предъявляемые к гальванометрам, определяются конкретной схемой их включения и могут сильно отличаться от случая к случаю. Так, например, при измерении электрического сопротивления диэлектрических материалов сопротивление источника тока много больше суммарного сопротивления шунта и гальванометра, что обеспечивает хорошее успокоение на всех пределах измерения [5]. На практике наибольшее распространение получила более простая схема регулировки чувствительности гальванометра с помощью универсального шунта. (Рис.3.4.).

Универсальный шунт образуется сопротивлениями  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  и  $r_4$ , шунтирующими гальванометр. Переключение чувствительности осуществляется переключением П. Между током  $J_0$ , протекающим в общей цепи, током  $J_r$ , протекающим через гальванометр и током  $J_{\rm m}$  шунта существует следующая связь:

$$J_{\rm III} = J_0 - J_{\rm F} \tag{3.11}$$

В изображенном на данном рисунке положении переключателя П значение  $r_{\rm III}$  будет составлять:  $r_{\rm III} = r_1 + r_2$  (3.12) тогда  $J_{\rm III} \cdot r_{\rm III} = J_{\Gamma} \cdot (r_3 + r_4 + r_{\Gamma})$  (3.13)

или  $(J_0 - J_{\Gamma}) \cdot (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) = J_{\Gamma} \cdot (\mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_{\Gamma});$  $J_0 \cdot (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) = J_{\Gamma} \cdot (\mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_{\Gamma}) + J_{\Gamma} \cdot (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) = J_{\Gamma} \cdot (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_{\Gamma}).$ 

Шунтовое число *n* является величиной, определяемой положением переключателя, и для данного случая равно:

$$n = \frac{J_0}{J_c} = \frac{r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_c}{r_1 + r_2} = \frac{const}{r_u}$$

Шунтовое число показывает — во сколько раз ток, протекающий через гальванометр ( $J_r$ ), меньше общего тока ( $J_0$ ), прошедшего через образец.

Для удобства пересчета шунтовые числа вибирают обычно таким образом, чтобы обеспечить загрубление гальванометра в 1, 5, 10, 100, 1000, 10000 раз.

Суммарное сопротивление универсального шунта и гальванометра выбирается примерно на 40-50% выше полного критического сопротивления гальванометра [5].

*Пример.* Рассчитать сопротивление ступеней универсального шунта (рис.3.4.) зеркального гальванометра М17/4 (таблица 3.1) для значений шунтовых чисел  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 10$ ,  $n_3 = 100$  и  $n_4 = 1000$ .

Как следует из (рис.3.4.) общий ток  $J_0$  равен  $J_0 = J_{\mu} + J_{\Gamma}$ . Отсюда  $J_{\mu} = J_0 - J_{\Gamma}$ , где  $J_{\mu}$  - ток проходящий по сопротивлению шунта,  $r_{\mu} = r_1 + r_2$ ;

 $J_{r}$  - ток проходящий по верхней ветви сопротивления шунта,  $R_{n}=r_{3}+r_{4}$  и внутреннему сопротивлению гальванометра  $r_{r_{2}}$ 

 $J_{\mathrm{III}} \cdot \mathbf{r}_{\mathrm{III}} = J_{\mathrm{\Gamma}} \cdot (\mathbf{r}_{3} + \mathbf{r}_{4} + \mathbf{r}_{\mathrm{\Gamma}})$  $(J_{0} - J_{\mathrm{\Gamma}}) \cdot (\mathbf{r}_{1} + \mathbf{r}_{2}) = J_{\mathrm{\Gamma}} \cdot (\mathbf{r}_{3} + \mathbf{r}_{4} + \mathbf{r}_{\mathrm{\Gamma}})$ 

Разделим обе части этого уравнения на  $J_{\Gamma}$ .

$$\left(\frac{J_0}{J_c} - 1\right) \cdot \mathbf{r}_{\text{III}} = \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_{\text{г}}$$
учитывая, что  $\frac{J_0}{J_c} = n$ , получим:  
 $\mathbf{r}_{\text{III}} = \frac{r_3 + r_4 + r_{\text{г}}}{n-1} = \frac{R_n + r_{\text{г}}}{n-1}.$ 

Из полученного уравнения следует, что при  $n_1 = 1$  полное сопротивление всех ступеней шунта равно бесконечно большой величине, что не может быть реализовано в данной схеме. Используя приведенную выше рекомендацию по выбору полного сопротивления шунта, рассчитаем полное критическое сопротивление гальванометра М17/4. Таблица 3.1.

$$R_{n \kappa p} = r_{\Gamma} + R_{e H \kappa p} = 35 \text{ Om} + 630 \text{ Om} = 665 \text{ Om}.$$

Если принять полное сопротивление шунта равным

 $R_{uu} = 1.5 \cdot R_{n.kp.} = 1.5 \cdot 665 \text{ Om} \approx 1000 \text{ Om}$ .

Зеркальные гальванометры, используемые для измерения слабых токов

Таблица 3.1

					14051111	4a 2.1
Тип прибора	<i>r</i> <sub>Γ</sub> ,	$r_{\kappa}$ , Ом	CI,	CU,	CQ,	$T_{\theta}$ ,
	Ом		( <i>а ·м/мм</i> ) ·10 9	(в·м/мм)·10°	( <i>к</i> ·м/мм)·10 <sup>9</sup>	сек
M17/2	20	100	2,4	0,3		4
		0	7,5	0,2		
M17/3	25	250	0,5	0,1		10
		10	1,5	0,04		
M17/4	35	630	2	1,2		4
		60	5,5	0,5		
M17/5	70	1600	1,2	2		4
		200	7			
M17/6	150	4000	0,8	3,3		4
		500	4	2,6		
M17/7	350	10000	0,5	5		4
		1300	3			
M17/8	850	25000	0,3	7,8		4
	1000	3500	1,8			
M17/9	1300	60000	0,1	6		6
	2500	8000	0,6	2		10
M17/10	2500	16000	0,02	3		13
			0,15			
N(17/11	15	20000	1.0	0.7		20
M1//11,	15	40	1,8	0,7		20
оомотка		- 0	0			
	200	1600	0.2		2	
2 00M01Ka	500	1000	0,5		5	
 M17/12	20	250	0.4	0.1		18
111//12	20	230	0,4	0,03		10
M25/7	2500	20000	0.5	7		10
112.577	2300	20000	0,5	/		10
M25/11	35	70	4 5		35	15
1,120,111	50	10	1,0		50	10
M25/12	400	1400	1.3		10	15
1120/12		1.00	-,0		10	10
M25/13	3500	15000	0.4		3	15
_			,			
M107/1	1000	15000	0,02	3		11
		0				
M107/2	20	250	0,4	0,1		21
		0	1,4	0,03		

Продолжение табл.3.1
M107/4	25	250	0,6	0,17	8
		0	1,8	0,045	
M107/5	25	150	1	0,18	6
		3	3,5	0,09	
ГЗС-47	500	20000	0,1		13
ГЗС-47/1	500	10000	0,3		7
ГЗС-47/2	500	7000	0,5		6
ГЗС-47/3	500	5000	1		4
ГЗС-47/4	500	2500	3		3
ГЗС-47/5	40	350	5		4
ГЗС-47/6	500	2000	8		1,5
ГЗБ-47/1	80	1500	5		25

При таком сопротивлении шунта на самом чувствительном пределе измерения тока (n = 1) погрешность по току составит

$$\frac{J_{uu}}{J_{\Gamma}} = \frac{r_{\Gamma}}{R_{uu}} = \frac{35}{1000} = 0,035 \text{ T.e. } 3,5\%$$

Допустимая погрешность измерения сопротивления в пределах  $10^8 \div 10^{11}$  Ом не должна превышать ± 4% [1]. Поэтому, ограничиваясь максимально допустимой погрешностью измерения тока 1 %, получим, что полное сопротивление шунта должно составлять:

$$R_{uu} = \frac{r_{\Gamma}}{0.01} = \frac{350M}{0.01} = 35000M$$

Рассчитаем сопротивление нижней ступени шунта

$$r_1 = \frac{R_u - r_1 + r_{\Gamma}}{n_4 - 1} = \frac{3500 - r_1 + 35}{10^3 - 1};$$
 отсюда  $r_1 = 3,5$  Ом.

Для сопротивления третьей ступени запишем:

$$r_1 + r_2 = \frac{R_u - r_1 - r_2 + r_{\Gamma}}{n_3 - 1} = \frac{3500 - r_2 - 3.5 + 35}{10^2 - 1}$$
;  $r_2 = 31,85$  OM.

Для сопротивления второй ступени:

$$r_{uu} = r_3 + r_2 + r_1 = \frac{R_{uu} - r_{uu} + r_{\Gamma}}{n_2 - 1} = \frac{3500 - 3.5 - 31.85 - r_2 + 35}{10 - 1}$$
;  $r_3 = 318,10$  M.

Для первой ступени шунта (n = 1) получим:  $r_4 = R_u - (r_3 + r_2 + r_1 + r_{\Gamma}) = 3500 - (318, 1 + 31, 85 + 3, 5) + 35 = 3146$  Ом.

## 3.3. Емкостные вибрационные преобразователи

#### (Динамические конденсаторы)

Емкостные вибрационные преобразователи применяются при измерении постоянных или мало меняющихся со временем слабых токов или напряжений от источников с большим внутренним сопротивлением. Схематическая конструкция динамического конденсатора мембранного типа с электростатическим возбуждением приведена на рис.3.5.



Рис. 3.5. Схема динамического конденсатора

Неподвижные электроды 1 и 2 укреплены на изоляторах 3. Мембрана 4 служит подвижным электродом. К электроду 1 через резистор R подводится измеряемое напряжение  $U_x$ . К электроду 2 подводится возбуждающее переменное напряжение  $U \sim = U_m \cdot \sin \omega t$ , под действием которого между электродом 2 и мембраной 4 возникает электростатическая сила, вызывающая постоянное смещение мембраны и ее вибрацию с частотой 2 $\omega$ . Таким образом, зазор между электродом 1 и мембраной 4 также изменяется с частотой 2 $\omega$  и может быть определен формулой

$$\delta_1 = \delta_0 + \delta_m \cdot \cos 2 \,\omega t, \tag{3.15}$$

где  $\delta_0$  - средний зазор;

δ<sub>m</sub>- амплитуда вибрации подвижного электрода 4.

Емкость конденсатора  $C_0$ , образованного электродом 1 и мембраной 4 меняется как

$$C_1 = \frac{C_0}{1 + \frac{\delta_m}{\delta_0} \cdot \cos 2\omega t}$$
(3.16)

Если выполняется условие

$$\frac{\omega \cdot R \quad \cdot R_{_{H}} \cdot C_{_{0}}}{R \quad + R_{_{H}}} >> 1, \qquad (3.17)$$

то напряжение на обкладках конденсатора меняется по закону

$$U_{c1} = U_x \cdot \frac{C_0}{C_1} = U_x \cdot \left(1 + \frac{\delta_m}{\delta_0} \cdot \cos 2\omega t\right)$$
(3.18)

Конденсатор C отфильтровывает постоянную составляющую, и выходное напряжение динамического конденсатора пропорционально  $U_x$  и изменяется с частотой 2 $\omega$ .

$$U_{Bblx} = \mathbf{K} \cdot U_x \cdot \cos 2 \,\omega t \tag{3.19}$$

Коэффициент преобразования  $K = \frac{U_{m.sbix}}{U_x}$  составляет 0,1÷0,2. [4].

В качестве примера приведем технические характеристики преобразователя типа ДРК -3; C<sub>0</sub> = (15± 5) пF; K=0,2;  $f_p$  = 285 Гц; P<sub>возб.</sub>=15 тВт.

Пример. Определите постоянную электродинамического электрометра  $C_{d}$ , входное сопротивление которого равно  $R_{h}$ , коэффициент усиления по напряжению  $\mu$ , постоянная индикатора напряжения  $C_{u}$ . В качестве преобразователя напряжения использован ДРК-3.

*Решение:* При измерениии сопротивления изоляции, как правило выполняется условие  $R >> R_{\rm H}$  и, следовательно  $\frac{2\omega R \cdot R_{_{H}} \cdot C_{_{1}}}{(R_{_{H}} + R_{_{H}})} >> 1$ 

тогда мгновенное значение напряжения на динамическом конденсаторе  $C_1$  будет подчиняться уравнению (3.19).

Коэффициент преобразования напряжения можно записать в виде:

$$\mathbf{K} = \frac{U_{\partial.Gbix}}{U_x} = \frac{C_0}{\sqrt{2} \cdot C_1} = \frac{\delta_m}{\sqrt{2} \cdot \delta_0}$$

Наибольшего своего значения K = 0,7 коэффициент преобразования достигает при  $\delta_m = \delta_0$ .

При приложении к диэлектрику R постоянного напряжения через него будет протекать ток J<sub>x</sub>, который создает на R<sub>н</sub> падение напряжения, и после преобразования в переменное оно будет равно:

$$U_{\partial.6blx} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{J}_{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{H}}$$

После усиления в µ раз индикаторный прибор электромера покажет отклонение n делений. Следовательно, можно записать

 $\mathbf{K} \cdot \mathbf{J}_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{H}} \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{C}_{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{n}$ Отсюда  $C_{\partial} = \frac{J_x}{n} = \frac{C_u}{\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{H}} \cdot \boldsymbol{\mu}}$ .

#### 3.4. Определение сопротивления диэлектриков

#### с помощью ламповых электромеров и мостов постоянного тока

При испытании материалов с удельным объемным сопротивлением свыше  $1 \cdot 10^{13}$  Ом·м используют в основном либо электростатический либо ламповый электрометр. По сравнению с электростатическими электрометрами вольтметры с электрометрическими усилителями имеют меньшую входную емкость и меньшее время успокоения [2]. Основной особенностью ламповых электрометров является то, что в них измеряемый слабый ток первоначально усиливается, а уже потом измеряется. Рис.3.5. [2].

Принцип измерения слабых токов с помощью лампового электрометра основан на том, что ток  $J_x$ , проходящий через сопротивление образца  $R_x$ , создает падение напряжения  $\Delta U$  на известном эталонном сопротивлении  $R_0$ .

$$\Delta U = J_x \cdot R_0 \tag{3.20}$$

Изменение анодного тока на линейном участке характеристики лампы

$$\Delta \mathbf{J}_a = \mathbf{S} \cdot \Delta \mathbf{U} = \mathbf{J}_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{R}_0 \cdot \mathbf{S} \tag{3.21}$$

Отсюда коэффициент усиления по току

$$\mu = \frac{\Delta J_a}{J_x} = S \cdot R_0, \qquad (3.22)$$

где *S* - крутизна характеристики лампы (мкА/В).

Даже при одной электрометрической лампе можно измерять достаточно большое сопротивление изоляции.

Так, например, при  $R_0 = 10^{11}$  Ом, S = 25 мкА/В коэффициент усиления составит

 $\mu = 25 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{11} = 2.5 \cdot 10^{6}.$ 

Если в качестве индикаторного прибора поставить микроамперметр с постоянной  $C_{\pi} = 10^{-6}$  А/мм, то при напряжении U = 500B, приложенном к образцу, максимальное сопротивление которое может быть замерено таким прибором составит

$$R_x \le \frac{U}{J_x} = \frac{U \cdot \mu}{\Delta J_a} = \frac{500 \cdot 2,5 \cdot 10^6}{10^{-6}} = 1,2 \cdot 10^{15}$$
 Om

При измерениях должно выполнятся соотношение

$$R_0 = (10^{-2} \div 10^{-5}) \cdot R_x$$

Обычно первый каскад усилителей постоянного напряжения выполняется с применением электрометрических ламп (2Э2П, ЭМ-5, ЭМ-6). Последующие каскады усиления выполняются транзисторами. Для стабилизации коэффициента усиления и работы всего прибора в целом при-

меняют схемы с отрицательной обратной связью. Рис.3.6.,3.7. Сопротивление образца расчитывается по формуле

$$R_x = R_0 \cdot \frac{U}{U_{\scriptscriptstyle Gbix}} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} \tag{3.23}$$

По этой схеме выполнены тераомметры, приведенные в таблице 3.2.



Рис.3.6. Схема измерения электрического сопротивления с применением электрометрического усилителя с отрицательной обратной связью. В – высоковольтный электрод образца, И – измерительный электрод.



Рис.3.7. Принципиальная схема двухкаскадного электрометра на лампах 2Э2П и 6Н15П.

Параметры тераомметров [1]

Таблица 3.2

Тип прибора	Диапазон измерения	Пгрешность измере-	Напряжение при
	сопротивлений, Ом	ний, %	измерениях, В
ЕК6-11	$3 \cdot 10^7 - 10^{15}$	6 - 10	2,5 - 500
ЕК6-7	$10^7 - 10^{17}$	4 - 10	1 - 1000
E6-14	$10^7 - 10^{17}$	2,5 - 10	100
E6-13	$10 - 10^{14}$	2,5 - 15	10,100
E6-13A	$10 - 10^{14}$	2,5 - 10	10,100
Щ404 — М1	$10^6 - 10^{15}$	1 – 5	1,5 – 1500

#### МОСТОВЫЕ МЕТОДЫ [6]

Среди существующих способов измерения больших сопротивлений мостовые методы отличаются большой точностью и широким диапазоном. Достоинством мостовых схем является их универсальность. С помощью мостовых схем непосредственно сравнивают измеряемое сопротивление R<sub>x</sub> с образцовой мерой R<sub>2</sub>. Рис.3.8., 3.9.

Наиболее широкое распространение получили четырехплечные мосты, которые позволяют измерять сопротивление до  $10^7$ OM. Расширение пределов измерения мостов до  $10^{17}$ OM достигается изменением их конструкции и введением экранировок. В качестве нулевых индикаторов применяются гальванометры или электрометры. Гальванометры используются для измерения сопротивления до  $10^{10}$ OM, а электрометры – для измерения сопротивления до  $10^{17}$ OM. При равновесии моста выполняется соотношение (рис.3.8.).

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}} = \mathbf{R}_1 \cdot \frac{R_3}{R_2} \tag{3.24}$$

Существенным недостатком мостовых схем является их низкая производительность из-за длительного процесса уравновешивания моста. Основные характеристики мостов постоянного тока приведены в таблице 3.3.



Рис.3.8. Принципиальная схема моста постоянного тока P-4053. R<sub>1</sub>,R<sub>2</sub>,R<sub>3</sub>,R<sub>x</sub> – сопротивление плеч моста; П – переключатель рода работы; У – усилитель напряжения небаланса моста; µА – индикатор равновесия моста; Б – источник питания моста.



Рис.3.9. Электрическая схема двойного моста постоянного тока.



Рис.3.10. Электрическая схема одинарного моста постоянного тока.

Измерение электрического сопротивления металлических элементов конструкции кабеля (токопроводящая жила, оболочка, экран) производят, как правило, с помощью мостов постоянного тока. При этом измерение многоомных сопротивлений ( $R \ge 10$ м) производят на одинарных мостах. Рис.3.10. Если сопротивление образца менее 0,10м то применяют только двойные мосты [1] (рис.3.9.). Для повышения точности производимых измерений необходимо пользоваться четырехзажимной схемой присоединения образца, особенно при измерении малоомных сопротивлений.

На рис.3.9 и 3.10 показан четырехзажимный способ присоединения испытуемого сопротивления  $R_x$ , что позволяет учитывать ряд побочных сопротивлений, таких как: сопротивление подводящих проводников –  $r_n$ , сопротивление щеток переключателей –  $r_{\mu}$ , сопротивление соединительных (монтажных) проводников схемы моста –  $r_{Mu}$  переходное сопротивление контактов.

Параметры мостов для измерения электрических сопротивлений металлических элементов конструкции кабеля при постоянном токе приведены в таблице 3.4.

Характеристика п	риборов для	измерения	сопротивления
изо	эляции конде	енсаторов.	

Таблица З	5.2
-----------	-----

Тип	Пределы	Погрешность	Диапазон	Напряжение	Максимальная
прибора	измерения,	измерения,%	емкостей,	на	постоянная
	Ом		мкГ	конденсаторе,	времени, сек
				В	
TO-1	$10^6 - 10^{12}$	10 - 30	До 0,1	100	$2 \cdot 10^2$
TO-2	$3(10^6 - 10^{12})$	20	До 30	100	$12 \cdot 10^{3}$
TO-2a	$10^5 - 10^{11}$	20	До 30	1 - 10	$3 \cdot 10^3$
ТО-2б	$10^7 - 10^{12}$	20	До 30	10 - 50	$3 \cdot 10^4$
TO-3	$3(10^6 - 10^{13})$	20	До 30	100 - 1000	$2 \cdot 10^2$
TO-4	$3(10^6 - 10^{12})$	20	До 100	100	$\frac{2}{4} \cdot 10^{4}$
TO-5	$5(10^2 - 10^7)$	10	До 10	0,5 - 50	
TO-6M	$3(10^5 - 10^{13})$	20	До 200	10 - 500	$6 \cdot 10^4$
MOM-3	$10^2 - 10^{11}$	1,5 – 2,5	_	150	0 · 10
E6-3	$2 \cdot 10^3 - 10^{14}$	1,5-20	_	105	—
(MOM-4)					—
ИК-64	$10^8 - 10^{16}$	2 - 50	До 10 <sup>-4</sup>	10 - 1000	—
ИСА	$10^6 - 10^{12}$	20	_	100	—
ИТУК-1	$10^8 - 10^{17}$	30	До 10 <sup>-4</sup>	100 - 1000	

Основная характеристика мостов постоянного тока для измерения высоких сопротивлений

				таозпіца 5.5
Тип	Пределы	Основная	Напоряжение	Изготовитель
прибора	измерения, Ом	погрешность,	питания	
	1 ,	%	моста. В	
		, ,		
P39	$10^{-4} - 10^{8}$	0,2 - 1	100	«ЗИП», г.Краснодар
MO-64	$10^{-1} - 10^{8}$	0,01	10	«ЛЗЭИП», г.Львов
УПМС-3	$10^5 - 10^{10}$	0,03 - 0,2	10 - 100	Завод «Эталон»,
				Ленинград
УПМС-5	$10^5 - 10^{10}$	0,02 - 1	10 - 100	То же
P4054	$10^{-2} - 10^{10}$	0,01 - 0,1	100	Завод «Микропровод»,
				г.Кишинев
P4060	$10^{-2} - 10^{12}$	0,05 - 10	40	То же
P4050	$10^5 - 10^{14}$	0,05 - 2	100	
P4052	$1 - 10^{14}$	0,05 - 10	100	
P4053	$10^{-2} - 10^{16}$	0,1 – 10	100	Завод «Микропровод»,
				г.Кишинев
ИСТ-3	$10^5 - 10^{17}$	0,5 - 10	1 - 1000	«ВНИИНаучприбор»,
				Ленинград
PM355	$10^6 - 10^9$	0,03 - 0,5	100	«Норма», Австрия
5577	$10^4 - 10^9$	0,01 - 0,1	100	«Тинслей», Англия
1683	$5 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^{13}$	2 - 4	50 - 500	«Дженерал Электрик»,
				США
1684	$5 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^{14}$	2 - 5	10 - 1090	То же
1644A	$10^3 - 10^{15}$	1 - 10	10 - 1000	
515A	$10^5 - 10^{15}$	0,05 – 1	5 - 110	«Кейтли», США
Norman	$10^4 - 10^{16}$	1 – 2	1000	«Норман», США

## Таблица 3.3

		таблица 5.
Тип прибора	Диапазон измеряемых	Класс точно-
	сопротивлений, Ом	сти
Автоматический цифровой Щ34	$10^{-3} - 10^{9}$	0,05 - 0,5
Одинарный двух- или четырехзажимный	$10^{-4} - 10^{10}$	0,05 - 2
мост РЗ69		
Одинарный или двойной мост Р3009	$10^{-8} - 10^{10}$	0,01 – 1
Одинарный мост Р4056 <sup>*</sup>	$10^{-2} - 10^{15}$	0,01 – 10
Мост кабельный КМ-61 С**	$0,1-10^5$	1
Мост кабельный Р333	$5 \times 10^{-3} - 10^{5}$	0,5; 1; 5

## Параметры мостов [1]

Таблица 3.4

\*Напряжение при измерениях 20 – 1000 В.

\*\*Предусмотрена схема для измерения расстояния до места повреждения.

Величина электрического сопротивления ТПЖ и проводников должна быть измерена с инструментальной погрешностью не более 0,2%.ГОСТ 7229-76

Общие требования при определении электрического сопротивления изоляции кабельных изделий регламентированы ГОСТ 3345-76. Напряжение при измерениях от 100 до 1000 В. Погрешность должна быть не более 10% при измерении сопротивлений  $10^5 \div 10^{10}$ Ом, не более 20% измеряемых значений для  $10^{10} \div 10^{14}$ Ом и не более 25% свыше  $10^{14}$ Ом.

Сопротивление изоляции должно быть измерено:

для изделий без металлической оболочки, экрана и брони

 между жилой и металлическим цилиндром, на который навивается изделие, между жилой и водой, между жилой и другими жилами, соединенными между собой и с водой;

для изделий с металлической оболочкой, экраном и броней

 между каждой жилой и остальными, соединенными между собой и с оболочкой, экраном или броней; в этом случае измерения можно проводить и по трехэлектродной схеме. Рис.3.11.



Рис. 3.11. Схемы измерения электрического сопротивления изоляции кабелей а,б – с металлической оболочкой; в – без маталлической оболочки; ИН – источник напряжения; ИИ – испытуемое изделие; Γ – гальванометр; В – бак с водой.

Электрическое сопротивление изоляции силовых кабелей с пластмассовой изоляцией, пресчитанное на 1 км длины и температуру 20 <sup>0</sup>С, должно соответствовать значениям, приведенным в таблице 3.5.

		T	<u>аблица 3.5</u>
N⁰	Кабель с изоляцией из ПВХ пласти-	Электрическое сопро-	Емкость
п/п	ката ВВГ, АВВГ	тивление изоляции,	πF/м
		МОм км не менее	
1.	На напряжение 0,66 и 1 кВ с номи-		
	нальным сечением жилы,мм <sup>2</sup> :		
	- 1,0 и 1,5	12	65÷70
	- 2,5 и 4	10	80÷85
	- 6	9	85÷90
	- 10÷240	7	110÷115
2.	На напряжение		
	- 3 кВ	12	65÷70
	- 6 кВ	50	14÷18
3.	С изоляцией из полиэтилена и вулка-	150	50÷55
	низованного полиэтилена П <sub>В</sub> ВГ,		
	$A\Pi_{B}B\Gamma$		

Электрическое сопротивление изоляции контрольных кабелей с резиновой и пластмассовой изоляцией, пресчитанное на 1 км длины и температуру 20  $^{0}$ С, должно соответствовать таблице 3.6.

Таблица 3.6.

		14	олица 5.0
N⁰	Изоляция контрольного кабеля	Электрическое сопро-	Емкость
п/п	$U_{H} = 660B$	тивление изоляции,	$\pi F/M$
	КРВГ, КПВГ, КВВГ	МОм км не менее	
1.	Резиновая	60	
2.	Полиэтиленовая	300	25÷30
3.	ПВХ пластикат с номинальным сече-		
	нием жилы, мм <sup>2</sup> :		
	- 0,75÷1,5	10	80÷85
	- 2,5÷4	9	85÷90
	- 6÷10	6	105÷110

# 3.5. Задачи по выбору оборудования и расчету

#### электрического сопротивления

- 3.1. Рассчитайте динамическую постоянную гальванометра, если по результатам измерения тока при напряжении 100 и 200 в его показания составляют соответственно 52 и 106 мм. Шунтовое число в обоих случаях равно 100, эталонное сопротивление 3 · 10<sup>6</sup>Ом.
- 3.2. Расчитайте баллистическую постоянную гальванометра, если по результатам двух измерений при напряжениях 100 и 200 вольт отброс «зайчика» гальванометра составлял соответственно 74 и 151 мм. Шунтовое число в обоих случаях было равно 100. Время зарядки конденсатора 300 сек. Эталонное сопротивление 1 · 10<sup>6</sup>см.
- 3.3. Рассчитайте величину наименьшего сопротивления образца, которую можно измерить ламповым электрометром с коэффициентом усиления 40 · 10<sup>6</sup> и постоянной микроамперметра 2 · 10<sup>-6</sup> а/дел, если напряжение,приложенное к образцу 500 В, шунтовое число 10000, а шкала микроамперметра имеет 50 делений.
- 3.4. Рассчитайте величину наибольшего сопротивления образца, которую можно измерить, используя ламповый электрометр с коэффициентом усиления 40 · 10<sup>6</sup> и постоянной микроамперметра 2 · 10<sup>-6</sup> а/дел, если напряжение на образце составляет 500 вольт.
- 3.5. Рассчитайте минимальное сопротивление, которое можно измерить с помощью зеркального гальванометра с динамической постоянной 1.10<sup>-11</sup> а/дел при напряжении, приложенном к измеряемому образцу 1000 вольт, шунтовое число 10000, шкала гальванометра имеет 200 делений.
- 3.6. Рассчитайте максимальное значение сопротивления, которое можно измерить с помощью зеркального гальванометра с постоянной 1.10<sup>-11</sup> а/мм при напряжении, приложенном к сопротивлению 1000 вольт.
- 3.7. Рассчитайте величину максимального сопротивления диэлектрика, которое можно измерить с помощью электродинамического электрометра с коэффициентом модуляции (преобразования) К = 0,5, усилением по напряжению µ=500. Постоянная индикаторного прибора G<sub>н</sub> = 5 mv/дел., напряжение, приложенное к диэлектрику U=1000B.

Расчет сопротивления произвести для значений эталонного сопротивления

a)  $\vec{R_0} = 1 \cdot 10^7 \text{ Om}$  6)  $R_0 = 1 \cdot 10^8 \text{ Om}$  B)  $R_0 = 1 \cdot 10^9 \text{ Om}$  $r) R_0 = 1 \cdot 10^{10} \text{ Om}$   $d) R_0 = 1 \cdot 10^{11} \text{ Om}$ 

- 3.8. Рассчитайте погрешность измерения удельного объемного сопротивления плоского образца при использовании зеркального гальванометра (метод непосредственного отклонения), если погрешности измерения определяющих величин составляют:
  - 1) постоянной гальванометра ±1%,
  - 2) отклонения гальванометра ±0,5%,
  - 3) шунтового числа ±0,05%,
  - 4) диаметра образца ±0,2%,
  - 5) толщины образца ±0,5%,
  - 6) измерение напряжения производится вольтметром класса точности 1,5.
- 3.9. Определить погрешность измерения удельного объемного сопротивления плоского образца при использовании метода непосредственного отклонения гальванометра. Измерение напряжения производится вольтметром класса 1,5; толщина образца h = 0,6мм была измерена микрометром, цена деления шкалы которого равна 0,01мм; диаметр измерительного электрода d = 50мм измерялся штангенциркулем, цена деления шкалы которого составляет 0,1мм; погрешность шунтового числа не превышает ±2,5%, а погрешность измерения линамической постоянной гальванометра не более  $\Delta G/G=\pm 1\%$ .
- 3.10. Определить погрешность измерения удельного объемного сопротивления плоского образца, при использовании метода зарядки конденсатора, если ΔG/G · 100= 1%; Δt/t · 100=0,5%. Остальные данные те же, что и в предыдющей задаче.
- 3.11. При испытании образца с большой электропроводностью (R<sub>x</sub>≈10<sup>6</sup>Oм) необходимо учитывать величину эталонного сопротивления R<sub>0</sub>. Выведите для указанного случая расчетную формулу для удельного объемного сопротивления.
- 3.12. Рассчитать сопротивления декад шунта на пять ступеней чувствительности (рис.3.3.) от n = 1 до n = 10000 для динамического гальванометра типа M17/7 (таблица 3.1).

- 3.13. Рассчитайте сопротивления пяти ступеней от n = 1 до n=10000 универсального шунта (рис.3.4.) для динамического гальванометра M17/5 (таблица 3.1).
- 3.14. Как можно определить удельное объемное сопротивление диэлектрика, не зная размеров образца?
- 3.15. Плоский керамический конденсатор с диэлектрической проницаемостью ε = 6 был заряжен до напряжения U=1000B, после чего источник напряжения был отключен и конденсатор оставлен разомкнутым. Через τ = 10 мин была измерена разность потенциалов между обкладками конденсатора, она оказалась равной U<sub>1</sub> = 200B.

Определить удельное объемное сопротивление  $\rho_v$  диэлектрика и постоянную саморазряда конденсатора. Поверхностной утечкой пренебречь.

- 3.16. Радиочастотный кабель со сплошной изоляцией из полиэтилена имеет диаметр токоведущей жилы 1мм, а внутренний диаметр экрана 10мм, удельное объемное сопротивление полиэтилена 10<sup>17</sup>Ом см. Определить величину сопротивления изоляции кабеля, если длина его составляет 800м.
- 3.17. Выберите конструкцию электродов, способ их нанесения на диэлектрик и тип установки для измерения удельного объемного сопротивления пленочных электроизоляционных материалов толщиной 0,02мм при комнатной температуре: а) полиэтилен,
  - б) фторопласт-4,
  - в) непропитанная конденсаторная бумага,
  - г) полиимид.
- 3.18. Выберите конструкцию электродов, способ их нанесения и тип установки для измерения удельного объемного сопротивления диэлектриков, изготовленных в виде дисков толщиной 3÷5мм:
  - а) полиэтилен,
  - б) фторопласт-4
  - в) текстолит,
  - г) эпоксидный компаунд.
- 3.19. Рассчитайте погрешность определения удельной электропроводности  $\gamma$  при 100 °C, обусловленную неточностью отсчета температуры, которая составляет  $\Delta T = \pm 2$  °C. Полагая,

TO 
$$\gamma = \gamma_0 \cdot \exp\left(-\frac{W}{kT}\right)$$

К = 1,98 кал/моль-град W = 5,4 ккал/моль  $\gamma_0 = 1 \cdot 10^{-13} \, \text{Om}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ 

- 3.20. Какое назначение имеет охранное кольцо при измерении удельного объемного сопротивления твердых диэлектриков?
- 3.21. Определите, какими должны быть отношения внутреннего сопротивления амперметра, включенного в цепь измерения тока, к ее выходному сопротивлению, чтобы относительные методические погрешности измерения тока не превышали: 0,1; 1,0; 10%. (Рис 4.16.).
- 3.22. В цепи (рис.4.16.) U = 20B, выходное сопротивление цепи по отношению к зажимам амперметра r = 20 Ом. Из амперметров, параметры которых приведены в таблице 3.5, выберите такой, который позволяет произвести измерение тока без учета методической погрешности, т.е.  $\varepsilon_1 \le 0.2\varepsilon$ .

	Таолица 3.5
r <sub>a</sub> , Ом	$J_{H,}A$
1	1

ТИП	класс	r <sub>a</sub> , Ом	$J_{H,A}$
Д 57/2	0,2	1	1
Д 57/3	0,5	0,6	2,5
Э 316	1,0	0,16	5

- 3.23. Необходимо измерить ток J = 4 А. Имеются два амперметра: один класса точности 0,5 с верхним пределом измерения 20А, другой класса точности 1,5 имеет верхний предел 5 А. Определите, у какого прибора меньше предел допускаемой основной относительной погрешности и какой прибор лучше использовать для измерения тока 4А.
- 3.24. Чему должно быть равно сопротивление шунта, подключенного к миллиамперметру, имеющему 100 делений, с током полного отклонения 750 мА (рис.3.12.), если необходимо получить амперметр с пределом измерения 30 А. Сопротивление миллиамперметра  $r_0=0,50$ м. Определите показание амперметра, если стрелка остановилась на отметке 80 делений.
- 3.25. Определите сопротивление шунта к магнитоэлектрическому милливольтметру, имеющему сопротивление  $r_0 = 2,78$ Oм и ток полного отклонения  $J_0 = 26 \text{мA}$ , для получения амперметра на 25А. (Рис.3.12.).

- 3.26. Сопротивление магнитоэлектрического амперметра без шунта r<sub>0</sub>=1Ом. Прибор имеет 100 делений. Цена деления 0,001 А/дел. Определите предел измерения прибора при подключении шунта с сопротивлением r=52,6·10<sup>-3</sup>Ом и цену деления.
- 3.27. Ток полного отклонения в рамке измерительного механизма милливольтметра (рис.3.13.), имеющего предел измерения 15 мВ, равен J<sub>0</sub>=0,12 мА. Определите сопротивление шунта r<sub>1</sub> и r<sub>2</sub> для пределов измерения тока 5 и 0,15 мА.





Рис.3.12. Схема миллиамперметра с шунтом.

Рис.3.13.Схема милливольтметра.

## Глава 4. ИСПЫТАНИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ ВЫСОКИМ НАПРЯЖЕНИЕМ.

#### 4.1. Измерение высокого напряжения

Измерение высоких напряжений требует, как правило, применение специальных устройств.

Наиболее часто применяемые из них для измерения переменного, постоянного и импульсного высокого напряжения — шаровые измерительные разрядники, добавочные резисторы, измерительные конденсаторы и делители напряжения.

# а) Шаровые измерительные разрядники

Для измерения постоянных, переменных и импульсных напряжений с длительностью фронта не менее  $10^{-6}$  с используется зависимость пробивного напряжения воздушных промежутков от расстояния между электродами (рис.4.1.).

При измерениях используют промежутки с электрическим полем, близким к однородному, чаще всего между электродами шар-шар. Для шаровых разрядников существуют градуированные таблицы (или графики), дающие связь расстояния между электродами и пробивного напряжения. Погрешность измерения переменных и импульсных напряжений не превышает 3%, а постоянных напряжений – 5%. Для предотвращения влияния на точность измерений окружающих предметов расстояние между шарами ( $\delta$ ) должно быть меньше диаметра шара ( $\delta \le 0,5D$ ).

При давлении и температуре, отличных от нормальных, вводится поправка

$$U_{np} = 0,289 \cdot \frac{P}{273 + t} \cdot U_{maon} \tag{4.1}$$

где  $U_{madn}$  – табличное значение пробивного напряжения или вычисленное из графиков на рис 4.1.;

Р – давление, Па; D – диаметр шаров разрядника, м;

t – температура, <sup>0</sup>C;  $\delta$  – расстояние между шарами, м.



Рис.4.1. Зависимость пробивной напряженности по оси шаровых промежутков от δ/D.

## *б) Измерение высокого напряжения стрелочными* приборами с добавочными резисторами

При измерениях постоянного высокого напряжения чаще всего используют стрелочные приборы (микро или миллиамперметры) с добавочными резисторами. Реже применяют омические делители напряжения в сочетании с электростатическими или электронными вольтметрами (рис.4.2.).

Точность измерения ограничена качеством добавочного резистора R или делителя  $R_1 - R_2$ . При напряжении до  $10^5$ В удается достигнуть высокой точности и свести погрешность до 0,01%.

При увеличении напряжения погрешность возрастает. Основными причинами этого являются влияние токов утечки по изоляционной конструкции резистора и их нелинейная зависимость от напряжения, возникновение короны на отдельных участках резистора, температурная зависимость сопротивления резистора.

Следовательно, для точных измерений добавочный резистор или делитель должны быть некоронирующими, их сопротивление должно быть на несколоко порядков меньше сопротивления утечки, а конструкция должна обеспечить отвод выделяющегося тепла в окружающую среду без заметного нагрева токопроводящих элементов.



Рис.4.2. Схемы измерения постоянного высокого напряжения стрелочными приборами с добавочным резистором (а) и с делителем напряжения (б).

При измерении постоянных напряжений не играют роли ни индуктивность, ни емкость отдельных элементов резистора между собой и относительно земли.

При измерениях пременного напряжения возникает дополнительная погрешность из-за влияния индуктивностей и емкостей. При частоте 50 Гц влиянием индуктивности резисторов можно пренебречь. Наличие конечных емкостей между элементами и относительно земли приводит к дополнительной амплитудной и фазовой погрешностям. Эффективным способом уменьшения фазового угла тока в резисторах является их экранирование.

## в) Измерение переменного напряжения с использованием прибора и измерительного конденсатора

При измерении переменных напряжений вместо добавочного резистора можно использовать конденсатор. При этом фазовый угол между током, протекающим через прибор, и напряжением приближается к  $\pi/2$  что ограничивает возможности таких схем лишь измерением амплитудных или действующих значений напряжения.



Рис.4.3. Схемы измерения переменного высокого напряжения стрелочными приборами. а - с добавочными конденсаторами; б - с делителем напряжения и выпрямителем.

Амплитуда или действующее значение тока через измерительный прибор (рис.4.3.) пропорциональны приложенному напряжению U~ лишь при строго синусоидальной форме напряжения. При отклонении от синусоиды возникает дополнительная погрешность из-за частотной зависимости сопротивления конденсатора. От этого недостатка свободна схема для измерения максимального значения напряжения с использованием измерительного конденсатора в качестве плеча высокого напряжения делителя (рис.4.3.). Напряжение, снимаемое с емкости  $C_2$ , выпрямляется и измеряется вольтметром V с большим входным сопротивлением. Для получения малой дополнительной погрешности нужно соблюдать условия [11]:

$$R_{M}C_{M} < 1c; R_{M}C_{M} >> 2\pi/\omega; R_{M} >> R_{2}; R_{2} >> 1/\omega C_{2}$$
 (4.1)

Пример. Вольтметром М1106, имеющим верхний предел измерения 150В и ток полного отклонения 3мА, измеряются падения напряжений на резисторах  $r_1 = 5$  кОм и  $r_2 = 10$  кОм, включенных последовательно к источнику напряжения U = 120В, имеющему нулевое внутреннее сопротивление (рис.4.2.б). Чему равны показания прибора и относительная методическая погрешность измерения напряжения. Погрешностями прибора пренебречь.

Решение: Сопротивление вольтметра равно

$$r_{e} = \frac{U_{n}}{J_{n}} = \frac{150}{3 \cdot 10^{-3}} = 50 \cdot 10^{3} \text{ Om}$$

Без подключенного вольтметра падения напряжения на сопротивлениях  $R_1$  и  $R_2$  соответственно равны:  $U_1 = \frac{U \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{120 \cdot 5 \cdot 10^3}{15 \cdot 10^3} = 40 \text{ B};$  $U_2 = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{120 \cdot 10 \cdot 10^3}{15 \cdot 10^3} = 80 \text{ B}.$ 

При подключении вольтметра к сопротивлению *R*<sub>2</sub> делителя, показываемое им напряжение будет равно:

$$U_{e} = \frac{U \cdot \frac{R_{2} \cdot r_{e}}{R_{2} + r_{e}}}{R_{1} + \frac{R_{2} \cdot r_{e}}{R_{2} + r_{e}}} = \frac{U}{1 + \frac{R_{1}(R_{2} + r_{e})}{R_{2} \cdot r_{e}}} = \frac{120}{1 + \frac{5 \cdot (10 + 50) \cdot 10^{6}}{500 \cdot 10^{6}}} = \frac{120}{1,6} = 75 \,\mathrm{B}.$$

Относительная методическая погрешность измерения напряжения составляет

$$\varepsilon = \frac{\Delta U}{U} = \frac{U_{e} - U_{2}}{U_{2}} = \frac{75 - 80}{80} \cdot 100\% = -6,25\%.$$

# 4.2. Методы и схемы измерения характеристик частичных разрядов

В электроизоляционной технике наиболее широкое применение получили схемы регистрации высокочастотных колебаний, возникающих при часичных разрядах в изоляции.

Основные варианты схем приведены на рис.4.4. В состав каждой из них входят: источник регулируемого высокого напряжения – испытательный трансформатор (ИТ); испытуемый объект  $C_x$ ; соединительный конденсатор  $C_0$ , служащий для создания пути замыкания импульсов тока ч.р.; измерительный элемент z; измерительное устройство (ИУ), подключаемое параллельно измерительному элементу. Между источником высокого напряжения и остальной частью схемы в большинстве случаев включается фильтр для подавления внешних помех  $z_{\phi}$  или защитное сопротивление.

Источник регулируемого высокого напряжения и соединительный конденсатор не должны иметь ч.р., мешающих измерениям характеристик ч.р. в испытуемом объекте. Измерительный элемент z может представлять собой резистор (активное сопротивление) или катушку индуктивности.



Рис.4.4. Схемы установок для измерения характеристик ч.р. Ф - фильтр верхних частот; У - усилитель; ЭО - электронный осцилограф; С<sub>ч</sub> - счетчик импульсов, z<sub>ф</sub> – защитное сопротивление, С<sub>х</sub> - испытуемый объект, ИУ – измерительное устройство, С<sub>0</sub> – эталонная емкость.

Измерения характеристик ч.р. в коротких отрезках кабелей. При регистрации ч.р. в образцах кабелей ограниченной длины (порядка нескольких метров) могут быть применены схемы регистрации, практически не отличающиеся от описанных выше. В этом случае кабель может рассматриваться как сосредоточенная емкость и может быть использована измерительная схема, привеенная на рис.4.5.



Рис.4.5. Схема измерения характеристик ч.р. в изоляции кабелей. С<sub>0</sub> - соединительная емкость; Z - измерительный элемент; У - усилитель; ИУ - измерительное устройство.

Для устранения помех в концевых муфтах, а также при отсутствии соединительной емкости на требуемое испытательное напряжение целесообразно использовать мостовую схему, изображенную на рис.4.6. На металлической оболочке кабеля делаются три разреза, при этом два средних (основных) участка оболочки кабеля соединяются в мостовую схему, а крайние участки оболочки вместе с корпусами концевых муфт заземляются.



Рис.4.6. Мостовая схема для измерения характеристик ч.р. в одножильных кабелях. z-измерительный элемент; У - усилитель; ИУ - измерительное устройство.

Испытание трехжильных кабелей может быть произведено по схеме рис.4.7. В этом случае испытывается междуфазная изоляция жил, причем используется мостовая схема. Измерять характеристики ч.р. в изоляции между фазой и землей можно по этой схеме при отключении одной из ветвей моста.

В трехжильных кабелях типа ОСБ или экранированных кабелях (типа H) для регистрации ч.р. рекомендуется схема рис.4.8., в которой высокое напряжение подается на металлические оболочки или экраны кабелей, одна из жил заземляется, а две другие включаются по мостовой схеме. В этом случае жилы, присоединяемые к измерительным элементам, полностью экранированы оболочкой, на которую подается высокое напряжение, что существенно уменьшает влияние посторонних помех и внешних разрядов. [11]



Рис.4.7. Мостовая схема для измерения характеристик ч.р. в трехжильных кабелях с поясной изоляцией. z - измерительный элемент.

Рис.4.8. Мостовая схема для измерения характеристик ч.р. в трехжильных экранированных кабелях.

z - измерительный элемент.

Пример. Определить чувствительность схемы для измерения характеристик частичных разрядов (рис.4.4.б), если емкость образца  $C_x = 1000\pi\Phi$ , а постоянная измерительного устройства (ИУ) составляет  $\Delta U = 1 \cdot 10^{-4}$  В/мм.

*Решение:* При возникновении в изоляции частичных разрядов напряжение на емкости испытуемого образца C<sub>x</sub> скачком падает, уменьшаясь на

$$\Delta U_x = \frac{q_{u.p.}}{C_c} \tag{I}$$

где  $C_c = C_x + \frac{C_0 \cdot C_{ex}}{C_0 + C_{ex}}$  - суммарная емкость образца и всех эле-

ментов схемы, подсоединенных параллельно образцу.

При  $C_{ex} << C_0$  изменение напряжения на образце  $\Delta U_x = \frac{q_{u.p.}}{C_x}$ .

В первый момент времени напряжение в схеме будет распределяться обратно пропорционально емкостям, и импульс напряжений, возникающий в первый момент на входе ИУ,

$$\Delta U_{ex} = \frac{\Delta U_x}{C_{ex}} \cdot \frac{C_{ex} \cdot C_0}{C_{ex} + C_0} = \frac{\Delta U_x \cdot C_0}{C_{ex} + C_0}$$
(II)

Подставим условие І в ІІ

$$\Delta U_{ex} = \frac{q_{u.p.} \cdot C_0}{(C_{ex} + C_0) \cdot \left(C_x + \frac{C_0 \cdot C_{ex}}{C_{ex} + C_0}\right)} = \frac{q_{u.p.} \cdot C_0}{C_x + C_{ex} + \frac{C_0 \cdot C_{ex}}{C_0 + C_{ex}}} = \frac{q_{u.p.}}{C_{cx}}$$

где  $C_{cx} = C_x + C_{ex} + \frac{C_0 \cdot C_{ex}}{C_0 + C_{ex}}$  - эквивалентная емкость схемы, ко-

торая участвует в распределении заряда  $q_{u.p.}$  Чтобы получить максимальное значение  $\Delta U_{ex}$ , необходимо входную емкость  $C_{ex}$  ИУ сделать возможно малой  $C_{ex} \ll C_0$ ;  $C_{ex} \ll C_x$ . При этом  $\Delta U_{ex} \approx \Delta U_x$ . Следовательно, при минимальном входном сигнале

 $\Delta U_x = \Delta U_{ex} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ B} \qquad q_{u.p.} = \Delta U_{ex} \cdot C_x = 1 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 10^{-9} = 1 \cdot 10^{-13} \text{ K} \text{ J}$  $= 0,1 \pi \text{ K} \text{ J}$ 

#### 4.3. Мощность испытательного трансформатора

Мощность оборудования испытательной установки определяется емкостью образцов. При испытании коротких образцов на пробой необходимо наиболее высокое напряжение, но емкость образцов при этом обычно невелика. При испытаниях строительных длин силовых кабелей напряжением емкость может достигать 0,1 мкF или более, при этом ток и реактивная мощность в образце достаточно велики.

$$J_x = U \cdot \omega \cdot C_x ; P_x = U^2 \cdot \omega \cdot C_x.$$
(4.2)

Например, для кабелей на напряжение 110 кВ испытательное напряжение составляет159 кВ. Тогда при  $C_x = 0,1$  мкF мощность установки составит 800 кВ·А. При такой большой мощности затруднено плавное и точное регулирование напряжения. Для снижения мощности регуляторов применяется индуктивная компенсация емкостного тока в образце. С этой целью используются резонансные схемы получения высокого напряжения с последовательным или параллельным соединением индуктивности и емкости. Пример такой компенсации с параллельным соединением индуктивности и емкости показан на рис.4.9.



Рис.4.9. Принципиальная схема компенсации реактивной мощности с параллельным соединением индуктивности и емкости.

Трансформатор  $T_1$  служит для получения испытательного напряжения, а  $T_2$  - для компенсации емкостных токов. Индуктивность  $T_1$  со стороны обмотки высокого напряжения  $w_4$ 

$$L_4 = L(w_4/w_3)^2. \tag{4.3}$$

Подключая набор индуктивностей *L*, можно добиться приближенной компенсации токов при условии

$$\omega L_4 = 1/(\omega C_x). \tag{4.4}$$

Тогда полная мощность трансформатора  $T_1$  может быть в пределе уменьшена до

$$\mathbf{P} = U^2 \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot C_x \cdot \operatorname{tg} \boldsymbol{\delta} \tag{4.5}$$

tg δ - тангенс угла диэлектрических потерь изоляции испытуемого кабеля.

Однако реактивная мощность  $T_2$  и индуктивности L остаются прежними и  $P_x$  вычисляется по (4.2). Таким образом, главное преимущество такой системы состоит в уменьшении мощности  $T_3$  и мощности, потребляемой установкой из сети. [1].

Резонансная установка с последовательным соединением индуктивности и емкоси на напряжение промышленной частоты до 1000 кВ и мощностью до 10000 кВ·А содержит реактор L с плавно регулируемой индуктивностью. Схема установки показана на рис.4.10. С помощью переключателя S производится ступенчатое регулирование напряжения, подаваемого на реактор L.

Плавная регулировка напряжения осуществляется с помощью трансформатора  $T_1$ . Напряжение на исследуемом объекте  $C_x$  измеряют с помощью емкостного делителя. Ток в обмотке реактора контролируют с помощью измерительного трансформатора тока и амперметра.

Плавная регулировка индуктивности реактора L для получения последовательного резонанса с  $C_x$  осуществляется изменением воздушного зазора в магнитопроводе реактора. Резонанс определяют по максимальному напряжению при регулировке индуктивности и максимальному току в реакторах.



Рис.4.10. Схема резонансной установки высокого напряжения с последовательным соединением индуктивности и емкости.

Уровень испытательного напряжения (U<sub>исп.</sub>) изоляции кабельных изделий зависит от номинального (рабочего) напряжения (U<sub>н</sub>) и для кабелей и проводов с пластмассовой изоляцией, предназначенных для стационарной прокладки расчитывается из соотношения

$$U_{\mu c \pi} = 2.5 \cdot U_{\mu} + 2000 B, \qquad (4.6)$$

для изделий на номинальное напряжение U<sub>н</sub> > 660 В. Для кабелей и проводов с U<sub>н</sub> ≤ 500 В испытательное напряжение рассчитывается из соотношения

$$U_{\mu c \pi} = 2 \cdot U_{\rm H} + 1000 \text{B}. \tag{4.7}$$



Рассчитанные значения испытательного напряжения округляются с точностью до 500 В в большую сторону.



- а) испытание диэлектриков на переменном напряжении;
- б) схема однополупериодного выпрямления напряжения;
- в) схема удвоения напряжения (симметричная);
- г) схема удвоения напряжения (несимметричная).

# 4.4. Задачи по испытанию диэлектриков высоким напряжением

- 4.1. Укажите основные типы конструкций электродов и способы их нане сения для определения пробивного напряжения твердых диэлектриков.
- 4.2. Какие меры прнимаются для устранения поверхностного перекрытия при пробое твердых диэлектриков?
- 4.3. Укажите основные способы регулирования высокого напряжения. Какие требования предъявляются к регуляторам напряжения?
- 4.4. Объясните назначение элементов и принцип действия установки для пробоя диэлектриков. Рис.4.11.(а,б,в).
- 4.5. Какие следует предусмотреть условия, чтобы обеспчить безопасность персонала при испытаниях на пробой?
- 4.6. Определение Е<sub>пр</sub> производится при постоянном токе с помощью схемы однополупериодного выпрямления. Образец диэлектрика имеет сравнительно низкое сопротивление изоляции R<sub>из</sub> =10 мОм. Определите емкость конденсатора для сглаживания пульсаций, так чтобы их величина не превышала 5%.

Считая выпрямитель идеальным, можно определить напряжение на конденсаторе в момент времени t по формуле:

$$\mathbf{U}_{\mathrm{t}} = \mathbf{U}_{\mathrm{m}} \cdot e^{-\frac{t}{R_{u3} \cdot C}},$$

где t = 0,02 сек.

- 4.7. Какие методы используются для определения кажущейся интенсивности ионизации.
- 4.8. Согласно экспериментальным данным частота импульсов ионизации  $n_{\mu} = 3 \cdot 10^3 1$ /сек, а их амплитуда  $\Delta U = 0,2$  В при емкости изоляции 2000 пF. Найти среднюю относительную интенсивность ионизации.
- 4.9. При градуировке схемы для измерения средней относительной интенсивности ионизации оценены погрешности измерения: амплитуды импульсов  $\frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \pm 1\%$ , число импульсов в секунду ±1%. Определить погрешность градуировки схемы со стрелочным прибором, если он имеет класс точности 2,0, а емкость С<sub>х</sub> измерена с точностью ±2%?
- 4.10. Определить погрешность градуировки схемы для изучения частичных разрядов, с использованием осциллографа и генератора импульсов. Амплитуда импульса определяется с

погрешностью до  $\pm 5\%$ , емкость C<sub>x</sub> и отклонение луча на экране осциллографа – с погрешностью до  $\pm 2\%$ .

4.11. При исследовании времени жизни лавсановой пленки установлено, что пробивная напряженность поля при короне  $E_{1 \text{кор.}} = 67,7 \text{кB/мм}$ , время действия короны  $t_{1 \text{ кор.}} = 10$  сек, а при  $E_{2 \text{ кор.}} = 32,6 \text{кB/мм}$ ,

t<sub>2 кор.</sub>=10<sup>4</sup>сек. Определить коэффициент короностойкости этой пленки.

- 4.12. В чем особенность конструкции электродов при испытании на короностойкость при частотах 3000÷5000 Гц?
- 4.13. По результатам определения пробивного напряжения установлено, что для изоляции электрических машин класса В срок службы составляет 20 дней при температуре 215 °C; один год при температуре 150 °C. Определить срок службы изоляции этих машин при температуре 90 °C.
- 4.14. Если напряжение U (вольты) со временем t (секунды) изменяется по закону U = 320·t, то электрический пробой происходит при 48 кВ. Если же напряжение растет по закону U=6·10<sup>10</sup>·t, диэлектрик пробивается при 57,6 кВ. Рассчитать время запаздывания разряда и коэффициент импульса пробивного напряжения.
- 4.15. При изготовлении пленочного конденсатора ( $\varepsilon = 2,4$ ;  $\rho = 2 \cdot 10^{14}$  Ом·м;  $E_{np} = 40$  МВ/м) между плоскими электродами образовался дефект воздушное включение (рис.4.12.). На частоте 50 Гц ионизационные процессы в этом включении начинаются при напряженности электрического поля в воздухе  $E_{B} = 7$  МВ/м. Рассчитать напряжение начала ионизации и пробивное напряжение этого конденсатора.



Рис.4.12.

4.16. Диэлектрик плоского конденсатора образован двумя слоями толщиной по 5мм стекла с ε = 5, между которыми имеется зазор в 1мм. К электродам конденсатора приложено напря-

жение частотой 50 Гц, постепенно повышающееся. При каком значении напряжения произойдет разряд в воздушном зазоре?

- 4.17. Потенциал ионизации атома кислорода равен 13.61 эв. Какую минимальную скорость должен иметь электрон, чтобы произвести ударную ионизацию атома кислорода при напряженности приложенного электрического поля 3 МВ/м? Какова при этом должна быть его длина свободного пробега?
- 4.18. Распределение напряженности электрического поля по толщине изоляции в момент пробоя E(h) = (7 – 0,77·h<sup>0,5</sup>) MB/м. Чему равно пробивное напряжение диэлектрика, если его толщина составляет 4мм?
- 4.19. На постоянном напряжении воздушный промежуток пробивается при U = 6 кВ. При пробое на фронте импульса, у которого напряжение возрастает линейно со скоростью 3.10°B/с, время запаздывания разряда равно 5.10<sup>-7</sup>c. Определить коэффициент импульса и пробивное напряжение.
- 4.20. Миканит состоит из 10 слоев слюды толщиной по 25 мкм каждый и 9 слоев лака толщиной по 5 мкм. Свойства этих материалов приведены в таблице 4.3. Определите пробивное напряжение листа миканита а) при постоянном напряжении; б) при частоте 50 Гц.

Считайте приближенно, что параметры слюды и лака от частоты не зависят.

Таблица 4.3

Материал	Удельное объемное сопротивление $\rho_v$ ,	Диэлектрическая проницаемость	Электрическая прочность Е <sub>пр</sub> ,
	Ом·м	3	MB/M
Слюда	$10^{14}$	8	75
Лак	$10^{11}$	4	50

4.21. Имеются два плоских конденсатора:

а)- воздушный, с расстоянием между электродами Змм;

б)- двухслойный, в котором изоляция состоит из слоя воздуха толщиной 2мм и пластины толщиной 1мм из керамического материала с диэлектрической проницаемостью 6 и электрической прочностью 8 MB/м.

Постройте графики распределения напряжения и напряженности электрического поля в этих конденсаторах при напряжении на обкладках 6 кВ, 50 Гц.

4.22. Для измерения э.д.с. Е (рис.4.13) использован вольтметр класса 0,2 с верхним пределом измерения 3 В и внутренним сопротивлением  $r_{\rm B} = 1000$  Ом. Определите относительную методическую погрешность измерения э.д.с., если внутреннее сопротивление источника r = 100 Ом. Определите предел допускаемой относительной погрешности прибора и сравните ее с относительной методической погрешностью измерения  $\frac{\Delta E}{E}$ , если E = 1,5 B.



Рис.4.13

Рис.4.14

- 4.23. Вольтметр с верхним пределом измерения 1,5 В измеряет напряжение на зажимах цепи АБ (рис.4.14). Ток полного отклонения 1,5мА, Е = 0,8В, г=60 Ом, г<sub>1</sub> = 500 Ом. Определите относительную методическую погрешность измерения напряжения и сопротивление вольтметра, использованного для измерения.
- 4.24. Определите, какими должны быть отношения внутреннего сопротивления вольтметра, подключенного к цепи, к ее выходному сопротивлению, чтобы относительные методические погрешности измерения выходного напряжения не превышали – 0,1; –1; и – 10%.



4.25. В схему, изображенную на рис.4.16, для измерения тока включается микроамперметр типа M95 класса точности 1,5, имеющий верхний предел измерения 1 мкА и внутреннее сопротивление  $r_B = 7300$  Ом. При U = 15mB и r=10000 Ом. Определите: а) относительную методическую погрешность измерения тока микроамперметром;

б) наибольшую относительную погрешность результата измерения тока.

- 4.26. Для измерения напряжения U =9,5В используются два вольтметра: типа M1214 класса точности 1,0, имеющего верхний предел измерения 50В и типа C70 класса точности 1,5, имеющего предел измерения 10В. Выберите прибор, который позволяет измерить данное напряжение с меньшей относительной погрешностью.
- 4.27. Определите входное сопротивление электростатического электрометра типа C53/1 на 75В при частотах: 50, 1000, 5000, 10000, 50000 и 100000Гц, если входная емкость его равна  $C_{BX} = 30\pi F$ .
- 4.28. Рассчитать мощность испытательного трансформатора для испытания высоким напряжением кабеля ВВГ на U<sub>н</sub> = 6кВ, длиной 400м.
- 4.29. Рассчитать максимальную длину кабеля АВВГ на U<sub>н</sub> = 3кВ, которую можно испытать высоким напряжением с помощью испытательного трасформатора мощностью 5,0 к⋅Ва.
- 4.30. Рассчитать мощность трансформатора для испытания силового кабеля высоким напряжением U<sub>исп.</sub>= 35кB, емкость кабеля C<sub>x</sub>=0,05мкF, tgδ =0,01.
- 4.31. Используется условие предыдущей задачи рассчитайте величину добавочной индуктивности (рис.4.10.) для компенсации емкостного тока кабеля и активную мощность трансформатора.
- 4.32. Рассчитать максимальную длину кабеля КВВГ 3×10, U<sub>н</sub>=660В, которую можно испытать высоким напряжением с использованием схемы компенсации емкостного тока, если мощность трансформатора 5 ВА.
- 4.33. Используя условие предыдущей задачи (4.32) рассчитайте индуктивность реактора L (рис.4.10.) и его сопротивление.
- 4.34. Электростатический вольтметр имеет верхний предел измерения напряжения 250В. Определите, с каким сопротивлением нужно поставить добавочный резистор для расшире-

ния верхнего предела измерения до 600В, если при постоянном напряжении U = 200В потребляемая им мощность равна 4Вт.

- 4.35. Определите ток полного отклонения и входное сопротивление электромагнитного вольтметра с верхним пределом измерения 150В, если при постоянном напряжении U<sub>н</sub> = 150В потребляемая им мощность составляет 3Вт.
- 4.36. Для электрмагнитного вольтметра, имеющего ток полного отклонения 3мА и внутреннее сопротивление 30кОм, определите верхний предел измерения и сопротивление добавочного резистора, необходимого для расширения верхнего предела измерения до 600В.
- 4.37. В электродинамическом вольтметре на 150В катушки соединены последовательно и имеют добавочный резистор г<sub>д</sub> = 4565Ом, а индуктивность и активное сопротивление катушки равны: L = 240мГн, r = 435Ом. Прибор проградуирован на постоянном токе. Определите относительную погрешность прибора при использовании его на частоте *f*=500Гц.
- 4.38. Для расширения верхнего предела измерения электростатического вольтметра типа C75, имеющего верхний предел измерения 300В и  $C_B = 30\pi F$ , до 3кВ используется емкостной делитель (рис.4.17.). Определите емкость  $C_1$ , если  $C_2=500\pi F$ .

#### Приложение

Таблица I

	Интеграл вероятностей $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{t} e^{-t^{2}/2dt}$ , $\Phi(-t) = -\Phi(t)$												
t	Сотые доли t												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			
0,0	0,000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359			
0,1	0	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0753			

0,2	0398	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	0793	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1179	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	1554	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	1915	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0,7	2257	2611	2642	2673	2703	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2580	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0,9	2881	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	3159	3437	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1,1	3413	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3643	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	3849	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4032	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4192	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4429	4441
1,6	4332	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4452	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4554	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1,9	4641	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2,0	4713	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2,1	4772	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2,2	4821	4864	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2,3	4861	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2,4	4893	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	4936
	4918									

Таблица допускает линейную интерполяцию с ошибкой до  $10^{-4}$ . *Пример*. Вычислить  $\Phi(1,614)$ .

Решение. Берем из таблицы два значения  $\Phi(1,61)=0,4463$  и  $\Phi(1,62)=0,4474$  с разностью 0,0011 и вводим поправку на относительное приращение аргумента (1,614-1,61)/0,01=0,4:

 $\Phi(1,614) = \Phi(1,61) + 0,0011 \cdot 0,4 = 0,4467.$
Таблица IA
(продолжение)

	Функция t=t (P) является обратной для $P=2\Phi$ (t)								
t	$\Phi(t)$	$1-2\Phi(t)$	1 – P	t=t (P)	Р				
2,5	0,49379	0,01242	0,05	1,960	0,95				
2,6	0,49534	0,00932	0,04	2,054	0,96				
2,7	0,49653	0,00693	0,03	2,170	0,97				
2,8	0,49744	0,00511	0,02	2,326	0,98				
2,9	0,49813	0,00373	0,01	2,576	0,99				
3,0	0,49865	0,00270	0,009	2,612	0,991				
3,1	0,49903	0,00194	0,008	2,652	0,992				
3,2	0,49931	0,00137	0,007	2,697	0,993				
3,3	0,49952	0,00097	0,006	2,748	0,994				
3,4	0,49966	0,00067	0,005	2,807	0,995				
3,5	0,499767	0,000465	0,004	2,878	0,996				
3,6	0,499841	0,000318	0,003	2,968	0,997				
3,7	0,499892	0,000216	0,002	3,090	0,998				
3,8	0,499927	0,000145	0,001	3,291	0,999				
3,9	0,499952	0,000096	0,0009	3,320	0,9991				
4,0	0,499968	0,000063	0,0008	3,353	0,9992				
4,1	0,499979	0,000041	0,0007	3,390	0,9993				
4,2	0,499987	0,000027	0,0006	3,432	0,9994				
4,3	0,499991	0,000017	0,0005	3,481	0,9995				
4,4	0,499995	0,000011	0,0004	3,540	0,9996				
4,5	0,4999966	0,000068	0,0003	3,615	0,9997				
4,6	0,4999979	0,0000041	0,0002	3,720	0,9998				
4,7	0,4999987	0,0000025	0,0001	3,891	0,9999				
4,8	0,4999992	0,0000016	$10^{-5}$	4,417	$1 - 10^{-5}$				
4,9	0,4999995	0,0000009	$10^{-6}$	4,892	$1 - 10^{-6}$				
5,0	0,4999997	0,0000006	$10^{-7}$	5,327	$1 - 10^{-7}$				

Величины, связанные с интегралом вероятностей  $\Phi(t)$ ;

В таблице значений  $\Phi(t)$  ошибка линейной интерполяции убывает с увеличением значений t; она не превосходит:  $10^{-4}$  – в интервале (2,5; 3,2);  $10^{-5}$  –в интервали (3,2; 3,9); 10<sup>-6</sup> - в интервале (3,9; 4,5);  $10^{-7}$  – в интервале (4,5; 5,0). В таблице значений t (Р) интерполяцию не производят.

# Таблица II

0,95 (обычный шрифт) и 0,99 (жирный шрифт).											
$k_1$	4	6	8	10	15	20	30	40	50	100	$\infty$
k <sub>2</sub>											
6	4,53	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,77	3,75	3,71	3,67
	9,15	8,47	8,10	7,87	7,56	7,39	7,23	7,14	7,09	6,99	6,88
7	4,12	3,87	3,73	3,63	3,50	3,44	3,38	3,34	3,32	3,28	3,23
	7,85	7,19	6,84	6,62	6,31	6,15	5,98	5,90	5,85	5,75	5,65
8	3,84	3,58	3,44	3,34	3,21	3,15	3,08	3,05	3,03	2,89	2,93
	7,01	6,37	6,03	5,82	5,52	5,36	5,20	5,11	5,06	4,96	4,86
9	3,63	3,37	3,23	3,13	3,00	2,93	2,86	2,82	2,80	2,76	2,71
	6,42	5,80	5,47	5,26	4,96	4,80	4,64	4,56	4,51	4,41	4,31
10	3,48	3,22	3,07	2,97	2,84	2,77	2,70	2,67	2,64	2,59	2,54
	5,99	5,39	5,06	4,85	4,56	4,41	4,25	4,17	4,12	4,01	3,91
12	3,26	3,00	2,85	2,76	2,62	2,54	2,46	2,42	2,40	2,35	2,30
	5,41	4,82	4,50	4,30	4,01	3,86	3,70	3,61	3,56	3,46	3,36
14	3,11	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,27	2,24	2,19	2,13
	5,03	4,46	4,14	3,94	3,66	3,51	3,34	3,26	3,21	3,11	3,00
16	3,01	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,20	2,16	2,13	2,07	2,01
	4,77	4,20	3,89	3,69	3,41	3,25	3,10	3,01	2,96	2,86	2,75
18	2,93	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	2,07	2,04	1,98	1,92
	4,58	4,01	3,71	3,51	3,23	3,07	2,91	2,83	2,78	2,68	2,57
20	2,87	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,99	1,96	1,90	1,84
	4,43	3,87	3,56	3,37	3,09	2,94	2,77	2,69	2,63	2,53	2,42
22	2,82	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,93	1,91	1,84	1,78
	4,31	3,76	3,45	3,26	2,98	2,83	2,67	2,58	2,53	2,42	2,31
24	2,78	2,51	2,36	2,26	2,11	2,02	1,94	1,89	1,86	1,80	1,73
	4,22	3,67	3,36	3,17	2,89	2,74	2,58	2,49	2,44	2,33	2,21
26	2,74	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,85	1,82	1,76	1,69
	4,14	3,59	3,29	3,09	2,81	2,66	2,50	2,41	2,36	2,25	2,13
30	2,69	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,79	1,76	1,69	1,62
	4,02	3,47	3,17	2,98	2,70	2,55	2,38	2,29	2,24	2,13	2,01
35	2,64	2,37	2,22	2,11	1,96	1,88	1,79	1,73	1,70	1,63	1,56
	3,91	3,36	3,06	2,87	2,60	2,45	2,28	2,19	2,13	2,02	1,89
40	2,61	2,34	2,18	2,07	1,92	1,84	1,74	1,69	1,66	1,59	1,51
	3,83	3,29	2,99	2,80	2,52	2,37	2,20	2,11	2,05	1,94	1,81
50	2,56	2,29	2,13	2,02	1,87	1,78	1,69	1,63	1,60	1,52	1,44
	3,72	3,18	2,88	2,70	2,42	2,26	2,10	2,00	1,94	1,82	1,68
100	2,46	2,19	2,03	1,92	1,77	1,68	1,57	1,51	1,48	1,39	1,28
	3,51	2,99	2,69	2,51	2,22	2,06	1,89	1,79	1,73	1,59	1,43
$\infty$	2,37	2,09	1,94	1,83	1,66	1,57	1,46	1,40	1,35	1,24	1,00
	3,32	2,80	2,51	2,32	2,03	1,87	1,69	1,59	1,52	1,36	1,00

Критические значения отношения t (Р) при доверительной вероятности 0,95 (обычный шрифт) и 0,99 (жирный шрифт).

Таблица допускает линейную интерполяцию по аргументу k<sub>2</sub> и квадратическую интерполяцию по аргументу k<sub>1</sub> с ошибкой до 0,01.

## Таблица III

	0 05					0.05	0 02		0 000
n r	0,95	0,90	0,99	0,777	n	0,95	0,90	0,99	0,999
5	3,04	4,11	5,04	9,43	20	2,145	2,602	2,932	3,979
6	2,78	3,64	4,36	7,41	25	2,105	2,541	2,852	3,819
7	2,62	3,36	3,96	6,37	30	2,079	2,503	2,802	3,719
8	2,51	3,18	3,71	5,73	35	2,061	2,476	2,768	3,652
9	2,43	3,05	3,54	5,31	40	2,048	2,456	2,742	3,602
10	2,37	2,96	3,41	5,01	45	2,038	2,441	2,722	3,565
11	2,33	2,89	3,31	4,79	50	2,030	2,429	2,707	3,532
12	2,29	2,83	3,23	4,62	60	2,018	2,411	2,683	3,492
13	2,26	2,78	3,17	4,48	70	2,009	2,399	2,667	3,462
14	2,24	2,74	3,12	4,37	80	2,003	2,389	2,655	3,439
15	2,22	2,71	3,08	4,28	90	1,998	2,382	2,646	3,423
16	2,20	2,68	3,04	4,20	100	1,994	2,377	2,639	3,409
17	2,18	2,66	3,01	4,13	$\infty$	1,960	2,326	2,576	3,291
18	2,17	2,64	2,98	4,07					

Критические значения t<sub>n</sub>(P) отношения (1.3-2) для браковки «выскакивающих» значений *x*<sub>\*</sub> (n - число приемлемых результатов, P - надежность вывода).

Линейная интерполяция по аргументу <br/>п может дать ошибку до  $10^{-2}$  пр<br/>и20 < n < 60и ошибку до  $10^{-3}$  пр<br/>и60 < n < 100.

При n > 100 критические значения t  $_{n}(P)$  с точностью до  $10^{-3}$  можно вычислить по формуле

$$t_n(P) = t_{\infty}(P) + \frac{t_{100}(P) - t_{\infty}(P)}{n} \cdot 100;$$

например, при P = 0,99 и n = 200 имеем:

$$t_{200}(0,99) = 2,576 + \frac{2,639 - 2,576}{200} \cdot 100 = 2,576 + 0,031 = 2,607$$

## Таблица IV

гаспределение Стьюдента. Значения t – t (r, к).								
Р	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999			
k								
4	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610			
5	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859			
6	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959			
7	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405			
8	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041			
9	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781			
10	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587			
11	1,796	2,201	2,718	3,106	4,487			
12	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318			
13	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221			
14	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140			
15	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073			
16	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015			
18	1,734	2,103	2,552	2,878	3,922			
20	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850			
25	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725			
30	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646			
35	1,689	2,030	2,437	2,724	3,591			
40	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551			
45	1,679	2,014	2,412	2,689	3,522			
50	1,676	2,008	2,403	2,677	3,497			
60	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460			
70	1,667	1,995	2,381	2,648	3,436			
80	1,664	1,990	2,374	3,639	3,416			
90	1,662	1,987	2,368	2,632	3,401			
100	1,660	1,984	2,364	2,626	3,391			
∞	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291			

### Распределение Стъюдента. Значения t = t (P; k).

Интерполяция значений t (P;k) допустима только по аргументу k. При 16 <k < 60 ошибка линейной интерполяции не превосходит  $7 \cdot 10^{-3}$  для P = 0,999,  $4 \cdot 10^{-3}$  для P = 0,999 и  $2 \cdot 10^{-3}$  для P ≤ 0,98. При 60 <k < 100 ошибка линейной интерполяции не превосходит  $10^{-3}$ .

При k > 100 с точностью до 10<sup>-3</sup> имеет место формула

$$t(P; k) = t(P; \infty) + \frac{100}{k} [t(P; 100) - t(P; \infty)].$$

Например, при P = 0,99 и k > 100 имеем

$$t(0,99;k) = 2,576 + \frac{100}{k} \cdot 0,050$$

# Таблица V

(обычнь	ый шрифт	г) и 0,99 (	(жирный	шрифт).					
k k	4	5	6	8	10	16	36	144	$\infty$
m									
5	0, 544	0,507	0,478	0,439	0,412	0, 365	0,307	0, 251	0,200
	0,633	0,588	0,553	0,504	0,470	0,409	0,335	0,264	0,200
6	0,480	0,445	0,418	0,382	0,357	0,314	0,261	0,212	0,167
	0,564	0,520	0,487	0,440	0,408	0,353	0,286	0,223	0,167
7	0,431	0,397	0,373	0,338	0,315	0,276	0,228	0,183	0,143
	0,508	0,466	0,435	0,391	0,362	0,311	0,249	0,193	0,143
8	0,391	0,360	0,336	0,304	0,283	0,246	0,202	0,162	0,125
	0,463	0,427	0,393	0,352	0,325	0,278	0,221	0,170	0,125
9	0,358	0,329	0,307	0,277	0,257	0,223	0,182	0,145	0,111
	0,425	0,387	0,359	0,321	0,295	0,251	0,199	0,152	0,111
10	0,331	0,303	0,282	0,254	0,235	0,203	0,166	0,131	0,100
	0,393	0,357	0,331	0,295	0,270	0,230	0,181	0,138	0,100
15	0,242	0,220	0,203	0,182	0,167	0,143	0,114	0,089	0,067
	0,288	0,259	0,239	0,210	0,192	0,161	0,125	0,093	0,067
20	0,192	0,174	0,160	0,142	0,130	0,111	0,088	0,068	0,050
	0,229	0,205	0,188	0,165	0,150	0,125	0,096	0,071	0,050
30	0,138	0,124	0,114	0,100	0,092	0,077	0,060	0,046	0,033
	0,164	0,145	0,133	0,116	0,105	0,087	0,066	0,048	0,033
40	0,108	0,097	0,089	0,078	0,071	0,060	0,046	0,035	0,025
	0,128	0,114	0,103	0,090	0,082	0,067	0,050	0,036	0,025
60	0,077	0,068	0,062	0,055	0,050	0,041	0,032	0,023	0,017
	0,090	0,080	0,072	0,063	0,057	0,046	0,034	0,025	0,017
120	0,042	0,037	0,034	0,029	0,027	0,022	0,017	0,012	0,008
	0,049	0,043	0,039	0,033	0,030	0,024	0,018	0,013	0,008

Критические значения отношения G при доверительной вероятности 0,95 (обычный шрифт) и 0,99 (жирный шрифт).

#### Ответы на задачи

#### Раздел I

Табл.1. n = 100;  $\Sigma x = 12816$ ;  $\Sigma x^2 = 1689492$ ;  $\overline{x} = 128,16$ ; S = 21,787;  $\sigma = 21,67797$ 1.4. t<sub>1</sub> = 2,64; t<sub>2</sub> = 2,44; при P = 0,95 обе исключить. 1.5. t = 2,718; n ≤ 6; при P = 0,99 исключить. 1.6.  $\overline{x} = 36,06$ ; S = 0,263;  $\sum x = 360,06$ ;  $\sum x^2 = 13003,86$ ;  $\Delta x = \pm 0,14$ ;  $t_p = 1,833$ . 1.7.  $\Delta x = \pm 0.26$ . 1.8.  $\Delta x = 0.18$ . 1.9. t = 2; P = 0.9544. 1.10. t = 3,25;  $\Delta x = 0,257$ . 1.11.  $P_1 = 0.12$ ;  $P_2 = 0.89$ ;  $P_3 = 0.98$ . 1.12. G = 0,41; t = 0,325; G > t. 1.13. Расхождение незначимо. 1.14. Расхождение значимо. 1.15.  $P_1 = 0,876$ ;  $P_2 = 0,96$ ;  $P_3 = 0,985$ ;  $P_4 = 0,994$ .  $1.16. n \ge 664.$  $1.17. n \ge 24860.$ 1.18.  $\Delta J/J = 2.2\%$ ;  $\Delta \rho = \pm 4.4 \cdot 10^{10} \text{Om} \cdot \text{M}$ . 1.19.  $\Delta \varepsilon / \varepsilon = 0.85\%$ ;  $\Delta \varepsilon = \pm 0.038$ . 1.20.  $\Delta \rho_s = 1,77 \cdot 10^{13} \text{Om}; \ \Delta \rho_s / \rho_s = 0,12.$ 1.21.  $\Delta \rho_s = 0.7 \cdot 10^{11} \text{Om}; \ \Delta \rho_s / \rho_s = 8.6\%.$ 1.22.  $\Delta \varepsilon = 0.16$ ;  $\Delta \varepsilon / \varepsilon = 3.9\%$ . 1.23.  $\Delta E = 1,93$  κB/mm;  $\Delta E/E = 5,8\%$ . 1.24.  $\Delta \rho_v = 0,078 \cdot 10^{10} \text{Om} \cdot \text{m}; \Delta \rho_v / \rho_v = 0,027.$ 1.25.  $\Delta \rho_v = 4.10^{14} \text{Om} \cdot \text{m}; \Delta \rho_v / \rho_v = 4.6\%$ . 1.26.  $\Delta \rho_v = 0.43 \cdot 10^8 \text{Om} \cdot \text{M}; \ \Delta \rho_v / \rho_v = 0.084.$ 

#### Раздел II

2.2. a) 
$$tg\delta = 3,14 \cdot 10^{-3}$$
.  
2.3. a)  $tg\delta = 0,032$ .  
2.4. a)  $tg\delta_{20} = 3,39 \cdot 10^{-4}$ .  
2.5. a)  $tg\delta_{20} = 0,295$ .  
2.6. a)  $tg\delta = \frac{\omega^2 \cdot C_0^2 \cdot r_0^2 \cdot r_1 + r_1 + r_2}{\omega \cdot C_0 \cdot r_0^2}$ ;  
2.8. a) Последовательная схема  
 $C_x = C_0 \cdot \frac{R_4}{R_2}$ ;

 $tg\delta = \omega \cdot C_4 \cdot R_4$ 

б) параллельная схема  

$$C_x = \frac{C_0 \cdot R_4}{R_3 \cdot (1 + tg\delta^2)};$$
tg $\delta = \omega \cdot C_4 \cdot R_4$ 

 $\mathbf{6} \mathbf{)} \operatorname{tg} \mathbf{\delta} = \frac{\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{C}_1 \cdot \boldsymbol{r}_0}{1 + \boldsymbol{\omega}^2 \cdot \boldsymbol{r}_0^2 \cdot \boldsymbol{C}_0 \cdot (\boldsymbol{C}_1 + \boldsymbol{C}_0)}.$ 

2.34. 
$$\varepsilon = 3,16$$
;  $tg\delta = 1,66 \cdot 10^{-4}$ .  
2.35.  $C_x = 45,4 \pi F$ .  
2.36.  $TK\varepsilon = 0,45 \cdot 10^{-4}$ .  
2.37.  $\varepsilon = 1,45$ .  
2.38.  $\theta_1 = 0,98 \%$ .  
2.39.  $\varepsilon = 10,68$ .  
2.40.  $TKC = -8,99 \cdot 10^{-3} \ ^0C^{-1}$ .  
2.41.  $\varepsilon = 1,0000858$ .  
2.46.  $\frac{\Delta C}{C} = -0,225$ .  
2.47.  $TK\varepsilon = 29,25 \cdot 10^{-6} \ ^0C^{-1}$ .  
2.48.  $\theta_1 = 0,17$ ;  $\theta_2 = 0,83$ ;  $\varepsilon = 9,3$ .

$$C_x = C_1 = C_4 \cdot \frac{C_2}{C_3};$$
  
$$tg\delta_1 = \omega \cdot C_4 \cdot R_4.$$

2.55. (а и а') 
$$C_x = C_1 = C_4 \cdot \frac{R_3}{R_2}$$
;  $tg\delta_1 = \omega \cdot C_4 \cdot R_4$ ;  
a'')  $C_{xr} = C_4 \cdot \frac{R_3}{R_2}$ ;  $tg\delta_x = tg\delta_4 + \omega \cdot C_4 \cdot \left(R_4 - R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2}\right)$ .  
(6 и б')  $C_x = C_1 = C_2 \cdot \frac{C_4}{C_3}$ ;  $tg\delta_1 = \omega \cdot C_4 \cdot R_4$ ;  
(В и В')  $L_x = L_1 = L_4 \cdot \frac{R_2}{R_3}$ ;  $tg\delta_1 = \frac{R_4}{\omega \cdot L_4}$ .  
(Г и Г')  $L_x = L_1 = C_3 \cdot \frac{R_4}{C_2}$ ;  $tg\delta_1 = \frac{R_4}{\omega \cdot L_4}$ .  
(Д и Д')  $C_x = C_1 = C_4 \cdot \frac{R_3}{R_2}$ ;  $tg\delta_1 = \frac{1}{\omega \cdot C_4 \cdot R_4}$ .  
(е и е')  $C_x = C_1 = C_2 \cdot \frac{C_4}{C_3}$ ;  $tg\delta_1 = \frac{1}{\omega \cdot C_4 \cdot R_4}$ .  
( $\kappa$  и  $\kappa'$ )  $C_x = C_1 = C_4 \cdot \frac{R_3}{R_2}$ ;  $tg\delta_1 = \omega \cdot R_3 \cdot C_3$ .  
( $3$  и 3')  $L_x = L_1 = C_3 \cdot L_2 \cdot L_4$ ;  $tg\delta_1 = \frac{1}{\omega \cdot C_3 \cdot R_3}$ .  
( $u$  и  $u'$ )  $L_x = L_1 = C_4 \cdot R_2 \cdot R_4$ ;  $tg\delta_1 = \omega \cdot C_3 \cdot R_3$ .  
( $2$  56. B 1, 1 раза.  
2.57. Q<sub>2</sub> = 475.  
2.58. Примерно на 0,3 %.  
2.59. Погрешность равна 24 %.  
2.60. В пленочном конденсаторе  $\Delta f = -4$  кГи; в воздушном  $\Delta f = -21$  Гц.

2.61. 
$$\frac{J_{20}}{f_{100}} = 1,077$$
.

# Раздел III

3.1. 6,3·10 <sup>-9</sup> А/мм. 3.2. 4,01·10 <sup>-6</sup> Кл/мм.	3.15. $\rho_v = 7 \cdot 10^{-12} \text{ OM} \cdot \text{M}; \ \tau = 373 \text{ c};$ 3.16. 4,58 \cdot 10^{-11} \text{ OM}. 3.19. $\Delta \alpha / \alpha^{9/4} = 4.9^{9/4}$
3.3. 2·10 <sup>16</sup> Ом. 3.4. 2·10 <sup>16</sup> Ом. 3.5. 5·10 <sup>7</sup> Ом.	$3.21. \frac{r_{_{GH}}}{r_{_{H}}} = 0,001; 0,01; 0,1.$
3.6. 1·10 <sup>14</sup> Ом. 3.7. От 5·10 <sup>14</sup> Ом до 5·10 <sup>18</sup> Ом.	7 <sub><i>вых</i></sub> 3.22. Амперметр Э 316.
3.8. 4,95 %. 3.9. 6,45 %.	3.23. Амперметр класса 1,5 $\frac{\Delta J}{J} = \pm 1,9\%$ .

3.24. *r<sub>ul</sub>* = 0,0128 Ом; *J<sub>a</sub>* = 24 А. 3.25. *r<sub>ul</sub>* = 2,89·10<sup>-3</sup> Ом. 3.26. *J* = 2 А; 0,02 А/дел. 3.27. *r*<sub>1</sub> = 15 Ом; *r*<sub>2</sub> = 485 Ом.

#### Раздел IV

4.6. 0,041 мкF. 4.8.  $J_{cp} = 1,2$  A. 4.9. Погрешность градуировки не превосходит ±10%. 4.10. Погрешность градуировки не превосходит ±9%. 4.11. n = 11,7.4.13. 38 лет. 4.14.  $\Delta t = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ c}; \text{ K}_u = 1,2.$ 4.15. U<sub>н</sub> = 12,48 кВ; U<sub>пр</sub> = 152 кВ. 4.16. U<sub>н</sub> = 12,9 кВ. 4.17.  $\delta = 4,5 \cdot 10^{-6}$  M;  $\nu = 2,18 \cdot 10^{6}$  M/c. 4.18. 24 кВ. 4.19.  $K_u = 1,25$ ;  $U_{np} = 7,5 \text{ kB}$ . 4.20. На постоянном напряжении U<sub>пр</sub>=18,75 кВ, на переменном пробой лака при U=8,5 кВ. ٨F

4.22. 
$$\mathcal{E}_{\rm E} = -9,1\%; \Delta {\rm E} = 0,006{\rm B}; \frac{\Delta {\rm E}}{{\rm E}} = 0,4\%.$$

- 4.23.  $\frac{\Delta V}{V} = -5,2\%$ ;  $r_e = 1$  кОм. 4.24. 1000; 100; 10. 4.25.  $\varepsilon_{\text{Met}} = -42,25\%$ ;  $\varepsilon_{\text{OTH}} = \pm 1,72\%$ . 4.26. Тип С 70. 4.27. 106; 5,3; 1,06; 0,53; 0,106; 0,053 MOM. 4.28. 3,26 кВт. 4.29. 1760 м. 4.30. 1,29 кВА. 4.31. 13 BA. 4.32. 7,5 км. 4.33. L = 12,3 Гн; *x*<sub>L</sub> =3860 Ом. 4.34. 14 кОм. 4.35. 7,5 кОм. 4.36. 170 кОм. 4.37. 1,13%.
- 4.38.4470πF.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Холодный С.Д. Методы испытаний и диагностики кабелей и проводов. М.: Энргоатомиздат, 1991 200 с.
- 2. Казарновский Д.М., Тареев Б.М. Испытание электроизоляционных материалов и изделий. Л.: Энергия, 1980 216 с.
- Кушнир Ф.В. Электрорадиоизмерения. Л.: Энргоатомиздат, 1983 320 с.
- 4. Левшина Е.С., Новицкий П.В. Электрические измерения физических величин. Л.: Энергоатомиздат, 1983 320 с.
- 5. Минц М.Б. Магнитоэлектрические гальванометры. М.– Л.: Госэнергоиздат, 1963 96 с.
- Состояние и тенденции развития приборов и установок для измерения больших сопротивлений. ЦНИИИ. Выпуск 1. Составитель ПрянишниковВ.А.: 1972 – 55 с.
- Демидова Панферова Р.М., Малиновский В.Н., Солодов Ю.С. Задачи и примеры расчетов по электроизмерительной технике.М.:Энергия,1977–177 с.
- Тареев Б.М. Физика диэлектрических материалов. М.: Энергия, 1973 328 с.
- 9. Трубицин А.М. Электрорадиоматериалы. Учебное пособие. Томск: ТАСУР, 1995 – 76 с.
- 10.Краткий справочник физико-химических величин под ред. Мищенко К.П., Равделя А.А. Л.: Химия, 1974 200 с.
- 11. Кучинский Г.С. Частичные разряды в высоковольтных конструкциях. Л.: Энергия, 1979 224 с.

# СОДЕРЖАНИЕ

Глава I. Статистическая обработка результатов испытаний.	
1.1. Вычисление среднего арифметического и оценка среднего	
квадратического отклонения	4
1.2. Построение гистограммы полигона и интегральной кривой	
распределения	5
1.3. Оценка расхождения между средними значениями	8
1.4. Сравнение двух дисперсий	10
1.5. Критерий принадлежности двух выборок одной и той же	
генеральной совокупности (критерий Вилькоксона)	11
1.6. Определение доверительных границ при нормальном	
распределении результатов эксперимента	12
1.7. Определение доверительных границ при малом числе	
измерений	13
1.8. Исключение грубых погрешностей	15
1.9. Необходимое количество измерений	16
1.10. Оценка погрешностей результатов измерений	18
1.11. Построение графиков. Выбор масштаба	21
1.12. Задачи по практической обработке результатов испытаний	23
Глава II. Диэлектрические потери и емкость.	•
2.1. Оощие положения	29
2.2. Расчет диэлектрических характеристик неоднородных	20
диэлектриков	30
2.5. Влияние способов нанесения электродов на величину	
погрешности измерения тангенса угла диэлектрических	26
10 герь и диэлектрической проницаемости	30
2.4. Расчет температурного коэффициента диэлектрической	20
проницаемости неоднородных диэлектриков	30
2.5. Гасчет тангенса угла диэлектрических потерь и емкости через	41
параметры плеч моста переменного тока 2.6. Унет краевой емкости электролов	41
2.0.5 чет красвои смкости электродов	++
	50
Глава Ш. Измерение электрического сопротивления мателов	50
3.1. Зеркальный гальванометр и его основные характеристики	65
3.2. Шунтирование гальванометров	67
3.3. Емкостные вибрационные преобразователи	07
3.4. Опрелеление сопротивления лиэлектриков с помощью	
ламповых электрометров и мостов постоянного тока	76
3.5. Задачи по выбору оборудования и расчету электрического	
сопротивления	85
Глава IV. Испытание диэлектриков высоким напряжением.	
4.1. Измерение высокого напряжения	90
4.2. Методы и схемы измерения характеристик частичных	
разрядов	94
4.3. Мощность испытательного трасформатора	98
4.4. Задачи по испытанию диэлектриков высоким	
напряжением	102
Приложение	108
Ответы на задачи	114
Список литературы	118

Подписано к печати 03.02.2003. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Печать RISO. Усл.печ.л. Уч.-изд.л. Тираж экз. Заказ . Цена свободная. Издательство ТПУ. Лицензия ЛТ №1 от 18.07.94. Типография ТПУ. 634034, Томск, пр. Ленина, 30.