

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
“ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ”

С. Н. Ливенцов, Н. В. Ливенцова

ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

**Учебно-методическое пособие к выполнению лабораторных работ
для студентов ФТФ специальности 140306**

Томск 2009

УДК 681.51:681.3 (076.5)

ББК 32973.2 – 018.2я73

Л554

Ливенцов С. Н. Ливенцова Н. В. Цифровые системы управления: учебно-методическое пособие/ – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 45 с.

Учебно-методическое пособие посвящено вопросам цифровых систем управления, содержит основные понятия, методы получения рекуррентных соотношений для реализации цифровых алгоритмов на ЭВМ, рассмотрен вопрос влияния дискретизации по времени и уровню на качество и устойчивость цифровых систем управления, а также разработки цифровых систем управления и использования аппарата Z – преобразования для описания цифровых систем.

Пособие состоит из трех глав. В первой главе рассмотрены особенности цифрового управления, во второй – моделирование ЦСУ, а в третьей представлены методические указания к четырем лабораторным работам.

Пособие подготовлено на кафедре «Электроника и автоматика физических установок» ТПУ и предназначена для студентов очного обучения специальности 140306.

УДК 681. 51:681.3 (076.5)

Оглавление

Введение	5
1. Особенности систем цифрового управления	6
2. Цифровое моделирование непрерывных процессов	8
2.1. Процессы преобразования сигналов.	8
2.2. Выбор цикла дискретизации по времени	11
2.3. Z -преобразование	13
3. Лабораторные работы по дисциплине “цифровые системы управления”	16
3.1. Лабораторная работа №1	16
3.2. Лабораторная работа №2	20
3.3. Лабораторная работа №3	30
3.4. Лабораторная работа №4	38
Список используемых источников	42
Приложение 1 Таблица z-преобразования некоторых функций	43
Приложение 2 Пример цифрового моделирования объекта с разным циклом дискретизации	44

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

АЛУ – арифметико-логическое устройство;
АЦП – аналого-цифровой преобразователь;
ИМ – исполнительный механизм;
НСИ – нормативно-справочная информация;
ОС – операционная система;
ПИД – пропорционально – интегрально – дифференциальный
ПК – персональный компьютер
ПЦУ – прямое цифровое управление;
РВ – реальное время
РО – регулирующий орган;
САУ – система автоматизированного регулирования;
ТОУ – технологический объект управления;
ТП – технологический процесс;
УВ – управляющее воздействие;
УПВУ – устройство программно – временного управления
УСО – устройство связи с объектом;
ЦАП – цифро-аналоговый преобразователь;
ЦСУ – цифровая система управления.

ВВЕДЕНИЕ

Внедрению цифровых систем управления в значительной степени способствовало создание микропроцессоров и построенных на их основе микро-ЭВМ. Методы проектирования подобных систем существенно отличаются от классических методов, применяемых при анализе и расчете систем непрерывного типа. Соответственно методы, связанные с использованием обычного преобразования Лапласа, заменяются различными формами z-преобразования, а алгоритмы, применяемые при расчете цифровых систем, в частности построение дискретных моделей, могут быть реализованы только с помощью ЭВМ.

Цифровые системы управления – очень широкое понятие и его интерпретация зависит от контекста. В данном курсе рассматривается очень ограниченный круг вопросов, включающих математическую теорию и некоторые приемы практического моделирования. Проводится сравнительное исследование цифровых и непрерывных систем с целью анализа эффектов, вносимых квантованием сигналов по времени и по уровню. Значительная часть посвящена получению цифровых управляющих алгоритмов с параметрической оптимизацией, с использованием метода z-преобразования.

1. Особенности систем цифрового управления

Примеры цифрового управления встречаются везде, начиная от товаров массового спроса и до высокотехнологичной продукции. Сегодня в самом обычном автомобиле компьютеры применяются для управления как зажиганием и составом бензиновой смеси, так и температурой в пассажирском салоне. Даже настройка приемника не доверяется водителю, а управляется микропроцессором.

На первый взгляд может показаться, что системы управления химическим производством или движением на крупной железнодорожной станции имеют мало общего с роботами для окраски автомобилей или с бортовым компьютером космического корабля. Однако во всех этих системах имеются одинаковые функциональные блоки — сбор данных, управляемые таймером или прерываниями функции, контур обратной связи, обмен данными с другими компьютерами и взаимодействие с человеком-оператором [1].

В общем случае система цифрового управления физическим/техническим процессом состоит из следующих компонентов (рис. 1.1):

- управляющей ЭВМ;
- каналов обмена информацией;
- АЦП и ЦАП;
- датчиков, РО и ИМ;
- собственно физического/технического процесса.

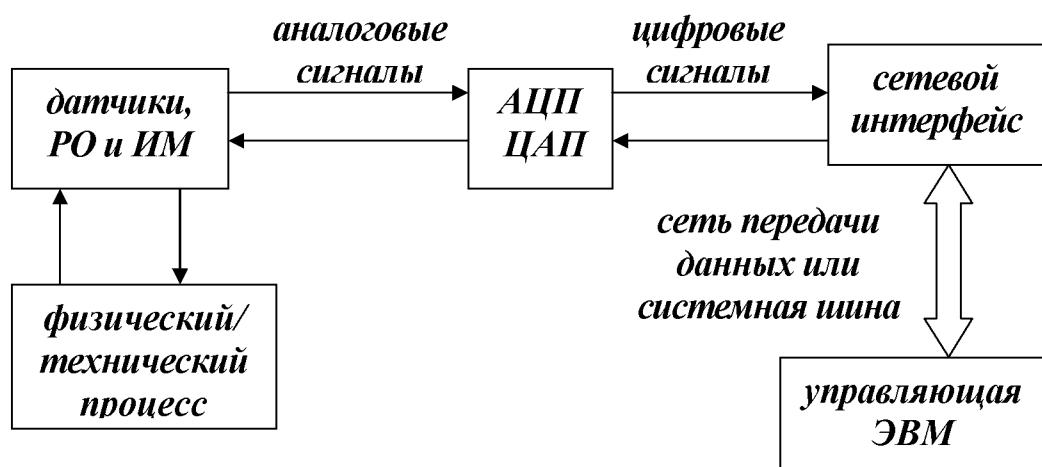


Рис. 1.1 Основная структура системы цифрового управления процессом

Отметим некоторые особенности систем с управляющими ЭВМ, отличающие их от аналоговых систем:

- законы управления с прямыми или обратными связями реализуются в форме алгоритмов, запрограммированных с помощью программных средств;
- обрабатываются квантованные (дискретные во времени) сигналы;
- сигналы могут принимать только определенные дискретные значения вследствие квантования по амплитуде в аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразователях и в центральном процессоре;
- благодаря гибкости средств программного обеспечения возможности построения управляющих алгоритмов не ограничиваются;
- выбор способа описания объекта управления и степень адекватности его математической модели,
- вычислительная трудоемкость методов проектирования,
- свойства получаемых алгоритмов, в том числе соотношение между качеством процессов и затратами на управление,
- вариации характеристик алгоритмов при переходе от объекта к объекту и при наличии разного рода возмущений,
- чувствительность к изменениям динамики объектов.
- программное обеспечение подобных систем можно без труда корректировать как в предпусковой период, так и в процессе их эксплуатации.
- цифровые регуляторы позволяют изменять их параметры в весьма широких диапазонах и способны работать с практически любыми тaktами квантования.

Цифровые регуляторы не только заменяют по нескольку аналоговых, но они могут реализовать также дополнительные функции, выполнявшиеся ранее другими устройствами, или совершенно новые функции. На основе цифровых регуляторов могут быть построены системы управления любых типов, включая системы с последовательным управлением, многомерные системы с перекрестными связями, системы с прямыми связями [9].

2. Цифровое моделирование непрерывных процессов

В результате создания мощных управляющих вычислительных машин и необходимого математического обеспечения их применение для управления объектами существенно расширилось. В настоящее время цифровые вычислительные машины являются неотъемлемой частью автоматизированных систем управления, что позволяет решать широкий спектр задач. Поэтому для цифрового управления объектами можно разработать много новых методов, которые на нижних уровнях могут быть использованы в виде запрограммированных алгоритмов, а на верхних уровнях – в виде программ для реализации проблемно-ориентированных вычислительных методов. При создании системы управления опасного технологического производства необходимо предварительно убедиться в её работоспособности, надежности, устойчивости, и требуемой точности, поэтому необходимой и обязательной процедурой перед началом внедрения является компьютерное моделирование.

Для моделирования и управления с использованием УВМ необходимо применять специальные цифровые методы, основанные на дискретном представлении непрерывных функций и рекуррентных соотношениях позволяющих производить вычисления управляющих воздействий в реальном масштабе времени. Рекуррентные соотношения позволяют упрощать вычисление последовательности значений, где каждое новое текущее значение функции вычисляется на базе текущего и предыдущих значений аргумента и предыдущих значений функции.

2.1. Процессы преобразования сигналов.

Преобразование сигналов - это термин, который применяется в теории дискретных систем и относится к преобразованию сигнала из дискретного вида в непрерывный. Данное преобразование необходимо для описания предположения (экстраполяции) о поведении непрерывного сигнала представленного дискретной последовательностью в промежутках между моментами дискретизации, когда его значение неизвестно. Практическая реализация преобразователей дискретных сигналов приводит к новым непрерывным сигналам, которые отличаются от исходных, но в то же время достаточно близки к ним по своим параметрам для решения большинства инженерных задач.

При преобразовании мы имеем дело с тремя видами сигналов: непрерывным исходным сигналом на входе, дискретным сигналом, представленным отдельными точечными данными входного и ступенчатым или кусочно-линейным непрерывным результирующим сигналом на выходе. Структурная схема процесса преобразования с экстраполятором приведена на рис. 2.1.

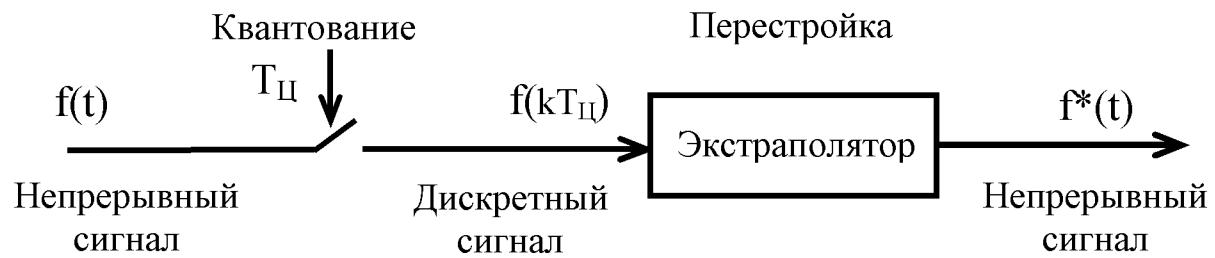


Рис. 2.1 Структурная схема процесса преобразования с экстраполятором

Простейшим типом преобразователя является **экстраполятор нулевого порядка**, который с помощью многочлена нулевого порядка перестраивает последовательность дискретных значений решетчатой функции на входе в ступенчатую непрерывную функцию на выходе [1]. Вид сигналов при перестройке с экстраполятором нулевого порядка приведен на рис. 2.2

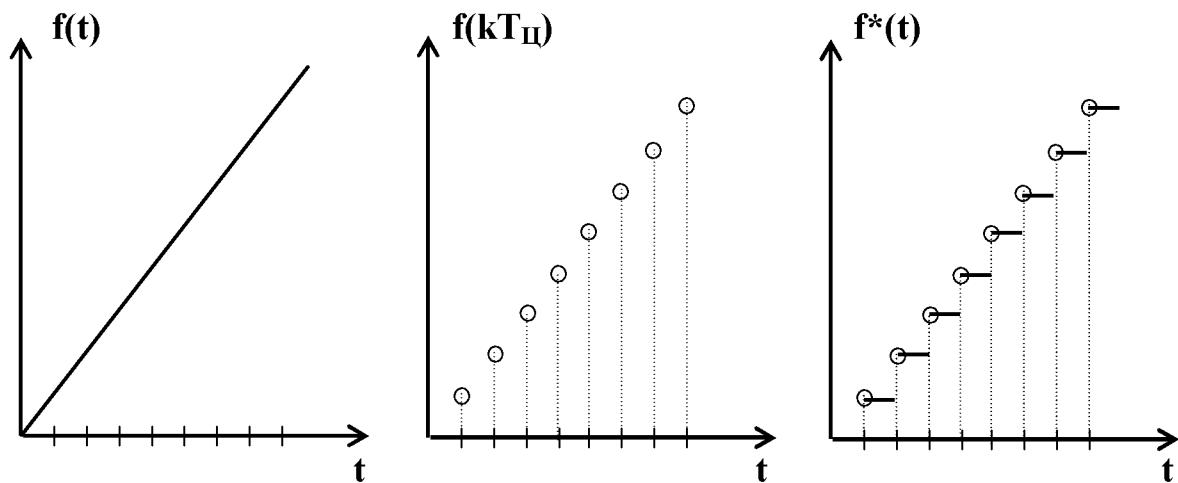


Рис. 2.2 Вид сигналов при перестройке с экстраполятором нулевого порядка

Передаточная функция экстраполатора нулевого порядка:

$$H(s) = \frac{1 - e^{-T_{II} \cdot s}}{s}; \quad (2.1)$$

Формула экстраполяции:

$$f^*(t) = f_n, \quad (2.2)$$

на интервале $nT_{II} < t < (n+1)T_{II}$.

Существует **экстраполатор первого порядка**, который осуществляет экстраполяцию с помощью последовательности линейных функций, образующих зубчатообразное приближение к непрерывной функции.

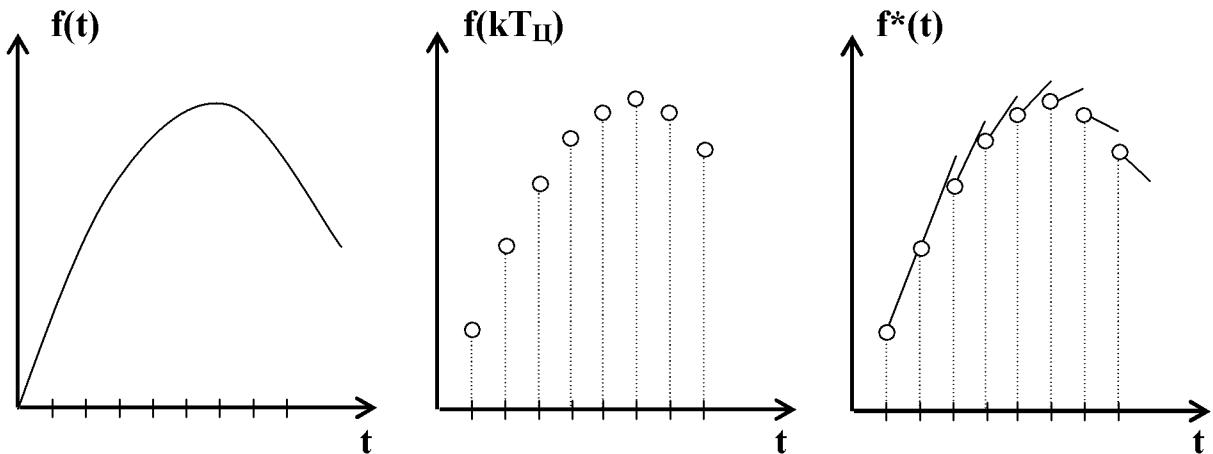


Рис. 2.3 Вид сигналов при перестройке с экстраполатором первого порядка

Передаточная функция:

$$H(S) = \left(\frac{1 - e^{-T_{II} \cdot S}}{S} \right)^2 \frac{(1 + T_{II}S)}{T_{II}}; \quad (2.3)$$

Формула экстраполяции:

$$f^*(t) = f_n + \frac{f_n - f_{n-1}}{T_{II}} \cdot (t - nT_{II}), \quad (2.4)$$

на интервале $nT_0 < t < (n+1)T_{II}$.

Экстраполатор треугольного типа (осуществляет интерполяцию) не содержит запаздывания, в отличие от двух предыдущих. С точки зрения физического смысла является нереализуемым, т. к. его

передаточная функция должна располагать нереализуемой аппаратурно величиной функции, опережающей на период (т. е. значением f_{n+1} , до того как оно вычислено). В этом случае невозможно получить рекуррентное соотношение для функций содержащих дифференцирование, но для остальных функций применение экстраполятора треугольного типа дает минимальную ошибку.

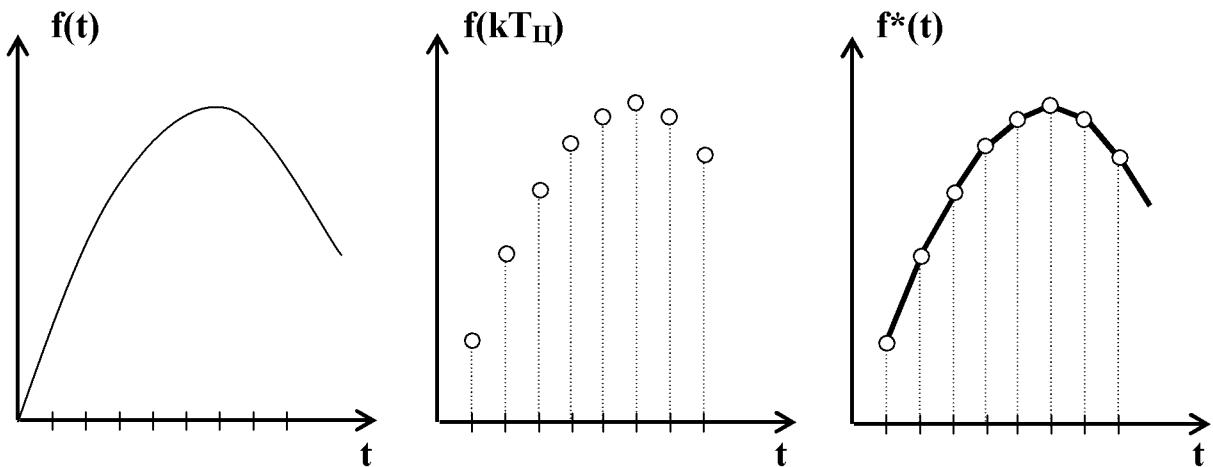


Рис. 2.4 Вид сигналов при перестройке с экстраполятором треугольного типа

Передаточная функция:

$$H(S) = \frac{e^{T_{II}S}}{T_{II}} \frac{(1 - e^{-T_{II}S})}{S^2}; \quad (2.5)$$

Формула интерполяции:

$$f^*(t) = f_n + \frac{f_{n+1} - f_n}{T_{II}} \cdot (t - nT_{II}), \quad (2.6)$$

на интервале $nT_{II} < t < (n+1)T_{II}$.

2.2. Выбор цикла дискретизации по времени

Дискретизация (sampling) – выборка, оцифровка, квантование – представляет собой считывание сигнала только в определённые моменты времени.

Дискретный управляющий сигнал несет в себе несоизмеримо меньшее количество информации, чем непрерывный, имеет существенно отличающийся от непрерывного частотный спектр, имеет

аппроксимационное запаздывание по фазе в среднем на половину периода квантования, что ухудшает качество управляемой системы [2]. Поэтому выбор периода квантования играет очень важную роль и зависит от многих факторов, связанных с сигналом и с характеристиками системы управления.

С одной стороны, минимальный период квантования ограничен временем аналого-цифрового преобразования и задержками сигнала в УВХ. Но, кроме этих устройств, есть еще и другие компоненты системы. Если в составе цифровой системы есть мультиплексор, то есть осуществляется передача параллельно представленной информации в последовательные моменты времени, или если сигнал обрабатывается микропроцессором, который является относительно медленным цифровым устройством, то это также накладывает существенные ограничения на максимальную скорость обработки сигнала. Таким образом, в цифровых системах максимальная частота квантования редко ограничивается лишь характеристиками УВХ и АЦП.

С другой стороны, существуют ограничения снизу на частоту квантования. УВХ и АЦП должны работать достаточно быстро, чтобы информация, содержащаяся в сигнале, не была потеряна в течение операции оцифровки или выборки и хранения. Ограничения с этой стороны задаются условиями теоремы Шеннона [1]:

$$T_0 \leq \frac{\pi}{\omega_{\max}} ; \quad (2.7)$$

Формулу (2.7) можно использовать для определения частоты квантования в том случае, когда известно собственное значение системы с наибольшей собственной частотой ω_{\max} .

Кроме того, квантование с малой частотой чревато ухудшением качества управления и даже потерей устойчивости системы в целом.

Другим критерием выбора периода квантования может быть величина рассогласования между исходным сигналом и восстановленным. Предположим, что сигнал синусоидальная волна с частотой без возмущений. Максимальные ошибки полного размаха амплитуды для восстановления методами приближения нулевого и первого порядка вычисляются по формулам (2.8), (2.9) соответственно.

$$e_0 = \frac{\omega \cdot T_0}{2} = \frac{\pi}{N}, \quad (2.8)$$

$$e_1 = \frac{(\omega \cdot T_{\Pi})^2}{2} = \frac{2\pi^2}{N^2}, \quad (2.9)$$

где N - количество дискрет за период.

Некоторые значения ошибок представлены в табл.1. [2]

Таблица 1. Значения относительной ошибки при различном квантовании

число квантований за период, N	Максимальная относительная ошибка %	
	приближение нулевого порядка	приближение первого порядка
2	150	250
5	60	80
10	30	19
20	15	5
50	6	0,8
100	3	0,2
200	1,5	0,05
500	0,6	0,008

Из таблицы следует, что эффект применения приближения первого порядка значительно выше, если N больше 20. Приведенный пример свидетельствует о том, что квантование со скоростью нескольких сотен импульсов за период хорошо оправдывает себя в системах обработки сигналов.

Рациональный выбор частоты квантования в системах с замкнутым контуром управления производится исходя из ширины полосы пропускания или из времени разгона системы. При управлении могут использоваться относительно низкие частоты квантования, т.к. динамические характеристики многих объектов невелики, а их постоянные времени обычно больше времени разгона замкнутой системы в 3 - 5 раз.

$$T_{\Pi} \approx \frac{\sum T_i}{15 \div 50}; \quad (2.10)$$

где T_i - постоянные времени моделируемого объекта управления.

2.3. Z -ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Удобным средством изучения линейных разностных уравнений с

начальными условиями и без них является дискретный аналог преобразования Лапласа или z-преобразование. Такое преобразование отображает *полубесконечную последовательность дискретных значений* на комплексную плоскость.

Определение Z - преобразования

Определив новую переменную

$$z = e^{T_0 s} = e^{T_0(\sigma + i\omega)} = e^{T_0 \sigma} \cdot [\cos T_0 \omega + i \cdot \sin T_0 \omega] \quad (2.11)$$

и подставив ее в уравнение преобразования Лапласа дискретной функции времени:

$$L\{x^*(t)\} = x^*(s) + \sum_{k=0}^{\infty} x(kT_0) \cdot e^{-kT_0 \cdot s} \quad (2.12)$$

получаем z-преобразование импульсного сигнала $x^*(1)$:

$$x(z) = \{x(kT_0)\} = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT_0) \cdot z^{-k} = x(0) + x(1) \cdot z^{-1} + x(2) \cdot z^{-2} + \dots \quad (2.13)$$

Этот бесконечный ряд сходится, если все его члены $|x(kT_0)|$ ограничены и если справедливо условие $|z| > 1$. Поскольку величина z может выбираться произвольно, сходимость имеет место для широкого класса функций $x(kT_0)$. Следует иметь в виду, что метод z-преобразования основывается на тех же предположениях, что и преобразование Лапласа, причем особенно важно выполнение условия $x(kT_0) = 0$ при $k < 0$.

Ниже приведены некоторые важнейшие теоремы, используемые при вычислении z-преобразований.

a) Линейность

$$\{a \cdot x_1(kT_0) + b \cdot x_2(kT_0)\} = a \cdot \{x_1(kT_0)\} + b \cdot \{x_2(kT_0)\} \quad (2.14)$$

б) Сдвиг по времени вправо

$$\square \{x(kT_0 - dT_0)\} = z^{-d} \cdot x(z), \quad d \geq 0 \quad (2.15)$$

в) Сдвиг по времени влево

$$\square \{x(kT_0 + dT_0)\} = z^d \cdot \left[x(z) - \sum_{q=0}^{d-1} x(qT_0) z^{-q} \right], \quad d \geq 0 \quad (2.16)$$

г) Изменение масштаба по переменной z

$$\square \{x(k) \cdot e^{-akT_0}\} = x\left(z \cdot e^{aT_0}\right) \quad (2.17)$$

д) Начальное значение

$$x(+0) = \lim_{z \rightarrow \infty} x(z) \quad (2.18)$$

е) Конечное значение

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(kT_0) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} x(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \cdot x(z) \quad (2.19)$$

е) Свертка

$$\square \{f \cdot g\} = \square \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} f(n) \cdot g(k-n) \right\} = \square \{f\} \cdot \square \{g\} \quad (2.20)$$

Обратное z-преобразование

В отличие от преобразования Лапласа, для которого прямой и обратный переходы $x(t) \rightarrow x(s)$ и $x(s) \rightarrow x(t)$ выполняются однозначно, z-преобразование $x(t) \rightarrow x(z)$ и обратное z-преобразование $x(z) \rightarrow *x(t)$ не обладают этим свойством. Объясняется это тем, что они не учитывают поведения функции $x(t)$ в промежутках между моментами срабатывания квантователя. В то же время преобразование $x(kT_0) \rightarrow x(z)$ и обратное преобразование $x(z) \rightarrow x(kT_0)$ взаимно однозначны.

На практике обратное z-преобразование вычисляют, записывая функцию $x(z)$ как сумму элементарных членов, содержащихся в таблицах z-преобразований, или просто поделив числитель $x(z)$ на ее знаменатель. В последнем случае получается ряд вида

$$x(z) = c_0 + c_1 \cdot z^{-1} + c_2 \cdot z^{-2} + \dots \quad (2.21)$$

Из уравнения (2.21) следует, что $x(0) = c_0$; $x(1) = c_1$; $x(2) = c_2$ и т.д.

3. Лабораторные работы по дисциплине “Цифровые системы управления”

3.1. Лабораторная работа №1

“ЦИФРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ДИСКРЕТНО-АНАЛОГОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ”

Цель работы – изучить методику и получить практические навыки компьютерного моделирования динамических объектов. Провести сравнительный анализ реакций объекта на единичное скачкообразное воздействие полученных с помощью вычислительного эксперимента аналитическим решением дифференциального уравнения звена и цифровым моделированием с помощью полученных рекуррентных соотношений с разным циклом дискретизации.

Получение рекуррентных соотношений

Рассмотрим дискретно – аналоговый метод использующий перестройку сигнала с помощью экстраполятора и Z-преобразование. Для цифровых систем управления этот метод является предпочтительным. Он позволяет получить рекуррентные соотношения строгим математическим путем и производить оценку устойчивости систем. Причем полюса дискретной системы будут являться полюсами непрерывной [1]. Данный метод дает точные значения выходной переменной в момент квантования, если сигнал на входе постоянен на протяжении всего периода квантования, а также, если изменения на протяжении всего периода малы [2].

Алгоритм составления рекуррентного соотношения:

1. Определение передаточной функции закона $W(s)$.
2. Выбор периода дискретизации (квантования).
3. Выбор типа экстраполятора с передаточной функцией $H(s)$.
4. В зависимости от $H(s)$ получаем функцию дискретной системы, используя Z - преобразование. Получаем:

$$W(z) = Z\{H(s) \cdot C(s) \cdot W(s)\}$$

5. $W(z)$ преобразовываем следующим способом:

$$W(z) = \frac{(a_0 z^0 + a_1 z^1 + \dots + a_m z^m) \cdot z^{-n}}{(b_0 z^0 + b_1 z^1 + \dots + b_n z^n) \cdot z^{-n}} = \frac{a_0 z^{-n} + a_1 z^{1-n} + \dots + a_m z^{m-n}}{b_0 z^{-n} + b_1 z^{1-n} + \dots + b_n z^0} =$$

(3.1)

$$= \frac{\frac{a_0}{b_n} z^{-n} + \frac{a_1}{b_n} z^{1-n} + \dots + \frac{a_m}{b_n} z^{m-n}}{\frac{b_0}{b_n} z^{-n} + \frac{b_1}{b_n} z^{1-n} + \dots + z^0} = \frac{Y(z)}{X(z)},$$

6. Применяем обратное Z-преобразование. С использованием теоремы запаздывания $Z^{-1} = e^{-T_{\Pi}S}$, что соответствует запаздыванию на один цикл и предыдущему значению искомой функции, получим рекуррентное соотношение.

В общем виде запишется:

$$y_i = -\frac{b_0}{b_n} y_{i-1} - \frac{b_1}{b_n} y_{i-2} - \dots - y_{i-n} + \frac{a_m}{b_n} x_{i-n+m} + \dots + \frac{a_{m-1}}{b_n} x_{i-n}. \quad (3.2)$$

Решение разностных уравнений в дискретно-аналоговом методе для линейных стационарных систем включает осуществление Z-преобразования произведения управляемой $W(s)$, компенсирующей $C(s)$ и передаточных функций непрерывного процесса $H(s)$.

Часто возникают трудности, если $W(s)$, $C(s)$ и $H(s)$ хотя бы отчасти комплексны.

Например, при использовании дискретных преобразователей решение передаточной функции примет формы:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = Z\{H(s) \cdot C(s) \cdot W(s)\}. \quad (3.3)$$

При использовании преобразователя нулевого порядка обычно принимают $C(s) = e^{T_{\Pi} \cdot s}$. Тогда:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z-1}{z} \cdot Z\left\{ \frac{C(s) \cdot W(s)}{s} \right\}. \quad (3.4)$$

Преобразователь первого порядка также дает $C(s) = e^{T_{\Pi} \cdot s}$.

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \left(\frac{z-1}{z} \right)^2 Z\left\{ \frac{C(s) \cdot W(s) \cdot (1 + T_{\Pi} s)}{T_{\Pi} s^2} \right\}. \quad (3.5)$$

Преобразователь треугольного типа не вносит запаздывания, поэтому обычно $C(s) = 1$.

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{(z-1)^2}{z} Z\left(\frac{C(s) \cdot W(s)}{T_{\Pi} s^2} \right). \quad (3.6)$$

Решение упрощенного разностного уравнения приводит к табличному методу поиска простого Z-преобразования для определения рекуррентных соотношений для всех передаточных функций.

Таблица Z-преобразований некоторых функций представлена в приложении 1. Пример цифрового моделирования объекта с разным циклом дискретизации приведен в приложении 2.

Задание и порядок выполнения работы

1. Изучить методику получения рекуррентных соотношений для цифрового моделирования процессов.
2. Получить рекуррентное соотношение для объекта, представленного апериодическим звеном второго порядка с запаздыванием методом дискретно-аналогового преобразования с экстраполятором нулевого порядка.
3. Смоделировать реакцию цифрового объекта на единичное скачкообразное входное воздействие с периодом квантования $T_{\Pi}=1; 10; 20$ секунд.
4. Сравнить результаты расчета, полученные по рекуррентному соотношению с решением дифференциального уравнения второго порядка с запаздыванием и сделать выводы.
5. Сформулировать выводы по результатам работы.
6. Оформить отчет.

Контрольные вопросы

1. Чем отличается цифровой сигнал от непрерывного? В чем преимущество одного над другим.
2. Преимущество применения дискретно - аналогового моделирования.
3. Что такое квантование по времени?
4. Чем отличается сигнал на выходе экстраполятора нулевого порядка от сигнала на выходе экстраполятора треугольного типа.
5. Почему для моделирования объектов цифровых систем управления используется экстраполятор нулевого порядка.
6. Объяснить влияние дискретизации на форму сигнала.

Требования к отчету

Отчет оформляется в соответствии со стандартом и содержит:

- цель выполнения работы;
- описание хода проделанной работы;
- основные соотношения, используемые в работе;
- ответы на контрольные вопросы;

- выводы о проделанной работе.

Таблица 2. Задание параметров объекта для моделирования

№ варианта	K	τ	T1	T2
1	0,5	10	20	10
2	2	20	30	10
3	3	30	10	15
4	4	40	17	13
5	5	50	23	17
6	6	20	5	15
7	2	10	12	8
8	3	20	19	11
9	4	40	21	15
10	5	20	23	10
11	6	30	10	7
12	7	10	11	21
13	2	50	13	23
14	3	10	16	12
15	3	10	23	17
16	6	10	5	15
17	7	30	18	17
18	5	30	11	22
19	7	10	12	16
20	4	30	25	10
21	0,5	40	15	10

3.2. Лабораторная работа №2

“ЦИФРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ОПТИМИЗИРУЕМЫХ П, ПИ, ПИД-РЕГУЛЯТОРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ДИСКРЕТНО-АНАЛОГОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ”

Цель работы – получить практические навыки компьютерного моделирования стандартных законов управления в цифровом виде. Провести сравнительный анализ реакций ПИД-регулятора на единичное скачкообразное воздействие.

Цифровое моделирование параметрически оптимизируемых регуляторов

Регуляторы, структура которых, т.е. вид и порядок описывающих их уравнений, задана, а свободные параметры подстраиваются под управляемый объект с использованием критерия оптимизации или определенных правил настройки, называются параметрически оптимизируемыми [1].

Рассмотрим одноконтурную цифровую систему управления, приведенную на рис. 3.1.

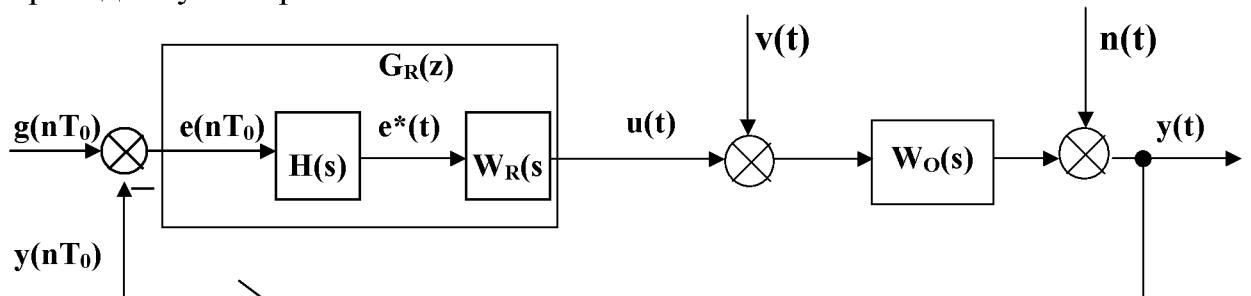


Рис. 3.1 Одноконтурная цифровая система управления

В общем виде дискретная передаточная функция объекта управления с экстраполатором нулевого порядка имеет вид:

$$G_R(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}} \cdot z^{-d} \quad (3.7)$$

Обобщенная дискретная передаточная функция регулятора:

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_v z^{-v}}{1 + p_1 z^{-1} + \dots + p_\mu z^{-\mu}} \quad (3.8)$$

В структурно оптимизируемых регуляторах порядки числителя и знаменателя передаточной функции μ и ν являются функциями соответствующих порядков модели объекта. Например, для апериодических регуляторов $\nu = m$ и $\mu = m + d$. В параметрически оптимизируемых регуляторах порядок регулятора может быть меньше порядка модели объекта. Следовательно, такие регуляторы требуют меньших затрат труда при синтезе и вычислительных ресурсов при реализации. Обычно используются ПИД – закон или одна из совокупностей его составляющих – П, И, ПИ, ПД и т. д.

При получении рекуррентного соотношения параметрически оптимизируемых регуляторов обычно необходимо, чтобы передаточная функция регулятора имела полюс $z=1$. Следовательно, простейшие алгоритмы управления ν -го порядка будут иметь следующую структуру:

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_\nu z^{-\nu}}{1 - z^{-1}} \quad (3.9)$$

Рекуррентное соотношение, описывающее регулятор с передаточной функцией (3.9), имеет вид:

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) + \dots + q_\nu e(k-\nu) \quad (3.10)$$

Рекуррентное соотношение для аналоговой функции можно получить методом дискретно-аналогового моделирования с использованием аппарата z -преобразования и различных экстраполаторов или с помощью численных методов. Рассмотрим подробнее некоторые из них.

1. Получение рекуррентного соотношения алгоритма управления нулевого порядка методом z -преобразования

Получим рекуррентное соотношение для П-регулятора с использованием экстраполатора нулевого порядка:

$$G_P(s) = K_R, \quad (3.11)$$

Передаточная функция экстраполатора нулевого порядка:

$$H(s) = \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s}. \quad (3.12)$$

При использовании экстраполатора нулевого порядка, применяют формулу (3.12), а из таблицы берут передаточную функцию, соответствующую $G(s)/s$.

$$G_{\Pi}(z) = Z\{H(s)G(s)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-T_0 s}}{s}G(s)\right\} = \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{G_{\Pi}(s)}{s}\right\}, \quad (3.13)$$

На основании выражения (3.13) получим передаточную функцию $G_{\Pi}(z)$ для регулятора с передаточной функцией (3.11):

$$G(z) = \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{K_R}{s}\right\} = K_R \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{1}{s}\right\}. \quad (3.14)$$

По таблице z-преобразований находим требуемое выражение:

$$G(z) = K_0 \frac{z-1}{z} \cdot \frac{z}{z-1}, \quad (3.15)$$

Если $G_R(z) = u(z)/e(z)$, то на основании теоремы запаздывания получим рекуррентное соотношение:

$$u_i = k_R e_i. \quad (3.16)$$

2. Получение рекуррентного соотношения алгоритма управления первого порядка методом z-преобразования

Получим рекуррентное соотношение для ПИ-регулятора с использованием экстраполятора нулевого порядка:

$$G_{\text{ПИ}}(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right), \quad (3.17)$$

Передаточная функция экстраполятора нулевого порядка:

$$H(s) = \frac{1 - e^{-T_i s}}{s}. \quad (3.18)$$

При использовании экстраполятора нулевого порядка, применяют формулу (3.18), а из таблицы берут передаточную функцию, соответствующую $G(s)/s$.

$$\begin{aligned} G_{\text{ПИ}}(z) &= Z\{H(s)G(s)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-T_0 s}}{s}G(s)\right\} = \\ &= (1-z^{-1})Z\left\{\frac{G_{\text{ПИ}}(s)}{s}\right\} = \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{G_{\text{ПИ}}(s)}{s}\right\}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

На основании выражения (3.19) получим передаточную функцию $G_{\text{ПИ}}(z)$ для регулятора с передаточной функцией (3.17):

$$G(z) = \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)}{s}\right\} = K_R \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{1 + \frac{1}{T_i s}}{s}\right\}. \quad (3.20)$$

По таблице z-преобразований находим требуемое выражение:

$$G(z) = K_0 \frac{z-1}{z} \left[\frac{1}{s} + \frac{1}{T_i s^2} \right], \quad (3.21)$$

После некоторых преобразований получим передаточную функцию:

$$G_{\text{пн}}(z) = K_R \frac{1 + \left(\frac{T_u}{T_i} - 1 \right) z^{-1}}{1 - z^{-1}}. \quad (3.22)$$

где T_u – период дискретизации.

Приведем полученную передаточную функцию к более компактному виду:

$$G_{\text{пн}}(z) = K_R \frac{1 + q_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}}, \quad (3.23)$$

где:

$$q_1 = \frac{T_u}{T_i} - 1 \quad (3.24)$$

Если $G_R(z) = u(z)/e(z)$, то на основании теоремы запаздывания получим рекуррентное соотношение:

$$u_i = u_{i-1} + k_R (e_i + q_1 e_{i-1}). \quad (3.25)$$

3. Получение рекуррентного соотношения ПИД-закона управления с использованием экстраполятора нулевого порядка

Получим рекуррентное соотношение для ПИД-регулятора с использованием экстраполятора нулевого порядка:

$$G_{\text{пн}}(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \quad (3.26)$$

Передаточная функция экстраполятора нулевого порядка:

$$H(s) = \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s}. \quad (3.27)$$

При использовании экстраполятора нулевого порядка, применяют формулу (3.27), а из таблицы берут передаточную функцию, соответствующую $G(s)/s$.

$$\begin{aligned}
G_{\text{ПИД}}(z) &= Z\{H(s)G(s)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-T_0 s}}{s}G(s)\right\} = \\
&= (1-z^{-1})Z\left\{\frac{G_{\text{ПИД}}(s)}{s}\right\} = \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{G_{\text{ПИД}}(s)}{s}\right\}, \tag{3.28}
\end{aligned}$$

На основании выражения (3.28) получим передаточную функцию $G_{\text{ПИД}}(z)$ для регулятора с передаточной функцией (3.27):

$$G(z) = \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{K_R\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)}{s}\right\} = K_R \frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s}{s}\right\}. \tag{3.29}$$

По таблице z -преобразований находим требуемое выражение и после некоторых преобразований получим передаточную функцию:

$$G_{\text{ПИД}}(z) = K_R \left[\frac{\left(1 + T_d\right) + \left(\frac{T_u}{T_i} - 1 - 2T_d\right)z^{-1} + T_d z^{-2}}{1 - z^{-1}} \right]. \tag{3.30}$$

Приведем полученную передаточную функцию к более компактному виду:

$$G_{\text{ПИД}}(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}, \tag{3.31}$$

где:

$$q_0 = K_R (1 + T_d), \quad q_1 = K_R \left(\frac{T_u}{T_i} - 1 - 2T_d \right), \quad q_2 = K_R T_d. \tag{3.32}$$

Если $G_R(z) = u(z)/e(z)$, то на основании теоремы запаздывания получим рекуррентное соотношение:

$$u_i = u_{i-1} + q_0 e_i + q_1 e_{i-1} + q_2 e_{i-2}. \tag{3.33}$$

4. Получение рекуррентного соотношения алгоритма управления с использованием экстраполятора треугольного типа

Получим рекуррентное соотношение для ПИД-регулятора с использованием экстраполятора нулевого порядка:

$$G_{\text{ПИ}}(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \tag{3.34}$$

Передаточная функция экстраполятора треугольного типа:

$$H(s) = \frac{(1 - e^{-T_u s})^2 e^{T_u s}}{T_u s^2}. \quad (3.35)$$

Из таблицы берем передаточную функцию, соответствующую $G(s)/s^2$.

$$G_{\text{пид}}(z) = Z\{H(s)G(s)\} = \frac{(z-1)^2}{z} Z\left\{\frac{G_{\text{пид}}(s)}{T_u s^2}\right\}, \quad (3.36)$$

На основании выражения (3.35) получим передаточную функцию $G_{\text{пид}}(z)$ для регулятора с передаточной функцией (3.36):

$$G(z) = K_R \frac{(z-1)^2}{z} Z\left\{\frac{1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s}{T_u s^2}\right\}. \quad (3.37)$$

По таблице z -преобразований находим требуемое выражение и после некоторых преобразований получим передаточную функцию:

$$G_{\text{пид}}(z) = K_R \left[\frac{\frac{T_d}{T_u} z + \left(1 + \frac{T_u}{2T_i} - 2 \frac{T_d}{T_u}\right) z^0 + \left(\frac{T_d}{T_u} + \frac{T_u}{2T_i} - 1\right) z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right]. \quad (3.38)$$

Приведем полученную передаточную функцию к более удобному виду, т.е. выделим пропорциональную, интегральную и дифференциальную составляющую:

$$G_{\text{пид}}(z) = \frac{K_R (z^0 - z^{-1}) + K_R \frac{T_u}{2T_i} (z^0 + z^{-1}) + K_R \frac{T_d}{T_u} (z - 2z^0 + z^{-1})}{1 - z^{-1}} \quad (3.39)$$

Выражение (3.39) нереализуемо физически, поскольку в данном случае порядок числителя больше порядка знаменателя. Применим искусственный прием – сдвинем на один такт назад дифференциальную составляющую. Получим:

$$G_{\text{пид}}(z) = \frac{K_R (z^0 - z^{-1}) + K_R \frac{T_u}{2T_i} (z^0 + z^{-1}) + K_R \frac{T_d}{T_u} (z^0 - 2z^{-1} + z^{-2})}{1 - z^{-1}} \quad (3.40)$$

$$G_{\text{ПИД}}(z) = \frac{q_0 z^0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}, \quad (3.41)$$

где:

$$q_0 = K_R \left(1 + \frac{T_u}{2T_i} + \frac{T_d}{T_u} \right), \quad q_1 = K_R \left(\frac{T_u}{2T_i} - 1 - 2 \frac{T_d}{T_u} \right), \quad q_2 = K_R \frac{T_d}{T_u}. \quad (3.42)$$

Если $G_R(z) = u(z)/e(z)$, то на основании теоремы запаздывания получим рекуррентное соотношение:

$$u_i = u_{i-1} + q_0 e_i + q_1 e_{i-1} + q_2 e_{i-2}. \quad (3.43)$$

5. Получение рекуррентного соотношения для ПИД-закона управления с использованием метода прямоугольников

Идеализированное уравнение ПИД-регулятора имеет вид:

$$u(t) = K_R \cdot \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (3.44)$$

где введены следующие обозначения: K_R — коэффициент передачи регулятора, T_i — постоянная интегрирования; T_d — постоянная дифференцирования.

Для малых тактов квантования T_0 это уравнение можно преобразовать в разностное с помощью дискретизации, состоящей в замене производной разностью первого порядка, а интеграла — суммой. Непрерывное интегрирование может быть заменено интегрированием по методу прямоугольников или трапеций. При использовании *метода прямоугольников* получаем:

$$u(k) = K_R \left[e(k) + \frac{1}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i-1) + T_d (e(k) - e(k-1)) \right] \quad (3.45)$$

Таким образом, мы получили нерекуррентный алгоритм управления. В нем для формирования суммы необходимо помнить все предыдущие значения сигнала ошибки $e(t)$. Поскольку каждый раз значение управляющего сигнала $u(k)$ вычисляется заново, этот алгоритм называют «позиционным».

Однако для программирования на ЭВМ более удобны рекуррентные алгоритмы. Эти алгоритмы отличаются тем, что для вычисления текущего значения управляющей переменной $u(k)$ используются ее предыдущее значение $u(k-1)$ и поправочный член. Для получения

рекуррентного алгоритма достаточно вычесть из уравнения (3.46) следующее уравнение:

$$u(k-1) = K_R \left[e(k-1) + \frac{T_u}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i-1) + T_d(e(k-1) - e(k-2)) \right] \quad (3.47)$$

В результате получим

$$u(k) - u(k-1) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \quad (3.48)$$

Где:

$$\begin{aligned} q_0 &= k_R \cdot (1 + T_d) \\ q_1 &= -k_R \cdot (1 + 2T_d - \frac{T_u}{T_i}) \\ q_2 &= k_R T_d \end{aligned} \quad (3.49)$$

Теперь вычисляется только текущее приращение управляемой переменной:

$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$, и поэтому этот алгоритм называют «скоростным».

6. Получение рекуррентного соотношения для ПИД-закона управления с использованием метода трапеций

Если для аппроксимации интеграла использовать *метод трапеций*, то на основании уравнения (38) будет получено следующее соотношение:

$$u(k) = K_R \cdot \left[e(k) + \frac{T_u}{T_i} \left(\frac{e(0) + e(k)}{2} + \sum_{i=0}^k e(i) \right) + \frac{T_d}{T_u} (e(k) - e(k-1)) \right] \quad (3.50)$$

Вычитая из него соответствующее уравнение для $u(k-1)$, получим другое рекуррентное выражение, описывающее динамику дискретного закона управления:

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2), \quad (3.51)$$

$$q_{\Delta 0} = k_R \cdot \left(1 + \frac{T_d}{T_u} + \frac{T_u}{2T_i}\right)$$

$$q_{\Delta 1} = -k_R \cdot \left(1 + \frac{2T_d}{T_u} - \frac{T_u}{2T_i}\right) \quad (3.52)$$

$$q_{\Delta 2} = k_R \frac{T_d}{T_u}$$

где:
Для малых тактов квантования параметры q_0 , q_1 и q_2 можно вычислить, используя параметры K , T_i , и T_d аналогового ПИД-регулятора в соответствии с соотношениями (3.48) или (3.49).

Как известно, численный метод трапеции обладает большей точностью, чем метод прямоугольников. При сравнении результатов расчета ПИД-регулятора с использованием численных методов с результатами расчета по аналого-дискретному методу, а именно: с использованием экстраполяторов нулевого порядка и треугольного типа можно убедиться в том, что использование экстраполятора треугольного типа дает более точный результат, в отличие от экстраполятора нулевого порядка. Действительно, при одинаковых рекуррентных соотношениях (3.33), (3.41), (3.47), (3.50), их коэффициенты совпадают в случае использования метода прямоугольников (3.48) и экстраполятора нулевого порядка (3.30), а также при использовании метода трапеций (3.51) и экстраполятора треугольного типа (3.40).

Рассмотренные методы получения рекуррентного соотношения и его коэффициентов действительны только для малых тактов квантования. В этом случае, параметры рекуррентного соотношения можно вычислить, используя параметры K_R , T_i , T_d аналогового ПИД-регулятора в соответствии с соотношениями (3.30), (3.40), (3.48), (3.51).

При больших тактах квантования, рассмотренные выше способы дискретной аппроксимации непрерывных регуляторов, становятся несправедливыми, поскольку к тому же непосредственное использование z -преобразования невозможно из-за наличия дифференцирующих членов, т.к. в этом случае цифровой регулятор будет сильно искажать сигнал, который получен с аппроксимированного непрерывного регулятора.

Задание и порядок выполнения работы

1. Изучить методику цифрового моделирования параметрически оптимизируемых регуляторов.

2. Получить отклик на единичное скачкообразное воздействие П, ПИ и ПИД-регуляторов, рассчитанных по рекуррентным соотношениям, полученных в пункте 1 и 2. Параметры регулятора принять следующие: $K_R = 6$; $T_i = 20$; $T_D = 5$.
3. Отклик для ПИД-регулятора, полученного в пункте 4, реализовать в двух исполнениях приведенных в теоретической части с разным циклом дискретизации ($T_{ц} = 1; 5; 10$).
4. Провести анализ результатов расчета выходного воздействия для полученных регуляторов.
5. Сформулировать выводы по результатам работы.
6. Оформить отчет.

Контрольные вопросы

1. Какие регуляторы называются параметрически оптимизируемыми?
2. Для чего необходимо, чтобы передаточная функция параметрически оптимизируемого регулятора имела полюс $z=1$?
3. В чем отличие цифровых ПИД-регуляторов, полученных с использованием различных экстраполаторов?
4. Почему применение экстраполатора треугольного типа оказывается нереализуемым физически? Каким способом можно устранить этот недостаток?
5. Применение какого метода для получения рекуррентного соотношения дает наиболее точный результат и почему?
6. Для каких значений такта квантования применильны рассмотренные методы и почему?
7. Как влияет цикл дискретизации на дифференциальную, интегральную и пропорциональную составляющую при использовании разных экстраполаторов для ПИД-регулятора.

Требования к отчету

- цель выполнения работы;
- описание хода проделанной работы;
- основные соотношения, используемые в работе;
- анализ результатов моделирования;
- ответы на контрольные вопросы;
- выводы о проделанной работе.

3.3. Лабораторная работа №3

“ЦИФРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПИД-РЕГУЛЯТОРА”

Цель работы – создание и исследование компьютерной модели цифровой системы управления с целью анализа зависимости качества управления от параметров регулятора.

Компьютерное моделирование замкнутой системы управления

Компьютерное моделирование цифровых систем управления - одна из важнейших задач, без которой невозможно внедрение алгоритмов управления на производствах атомной отрасли. Эта задача является достаточно сложной, неоднозначной, требующей творческого подхода при ее решении. При моделировании необходимо учитывать особенности работы конкретных систем управления, их элементов, технические характеристики и т.п. Если многие важные задачи управления изучаются и другими науками, то задача компьютерного моделирования систем - это задача нашей специальности.

В настоящее время существуют большие возможности реализации сложных, эффективных и именно цифровых систем управления. Это обусловлено возможностями современных вычислительных устройств, предназначенных для АСУТП (УВМ), а именно: высокое быстродействие, большой объем ОЗУ и дискового пространства. Известны многие теоретические разработки прошлых лет, реализация которых была невозможна из-за отсутствия технических средств. Но, как оказалось, реализация систем управления в цифровом виде имеет ряд существенных особенностей, свой математический аппарат и специфические требования при промышленном исполнении. Если не учитывать особенности цифровых систем управления, то это может привести к их неработоспособности. Данная работа позволяет получить навыки компьютерного моделирования и увидеть своими глазами влияние различных факторов на качество управления.

При разработке проекта ЦСУ для технологического процесса необходима тщательная проработка всех деталей системы: физический/технический процесс – управляющая ЭВМ. Понятно, что в рамки одного курса это не укладывается, поэтому нами будет

рассмотрена лишь основная часть этой системы: передаточные функции регулятора $W_R(z)$ и объекта управления $W_o(z)$; ЦА и АЦ преобразователи и сигналы, имеющиеся в моделируемой системе с обратной связью.

Структурная схема цифровой системы управления приведена на рис. 3.2. Где: $y(t)$, $y'(nT_0)$, $u(t)$, $u'(nT_0)$ — соответственно аналоговая и дискретная выходная переменная и управляющая переменная; $g(nT_0)$ — заданное значение выходной переменной; $e(nT_0)$ — рассогласование между заданным и текущим значениями выходной переменной; $n(t)$ — сигнал шума; $v(t)$ — возмущающее воздействие; T_0 — период дискретизации.

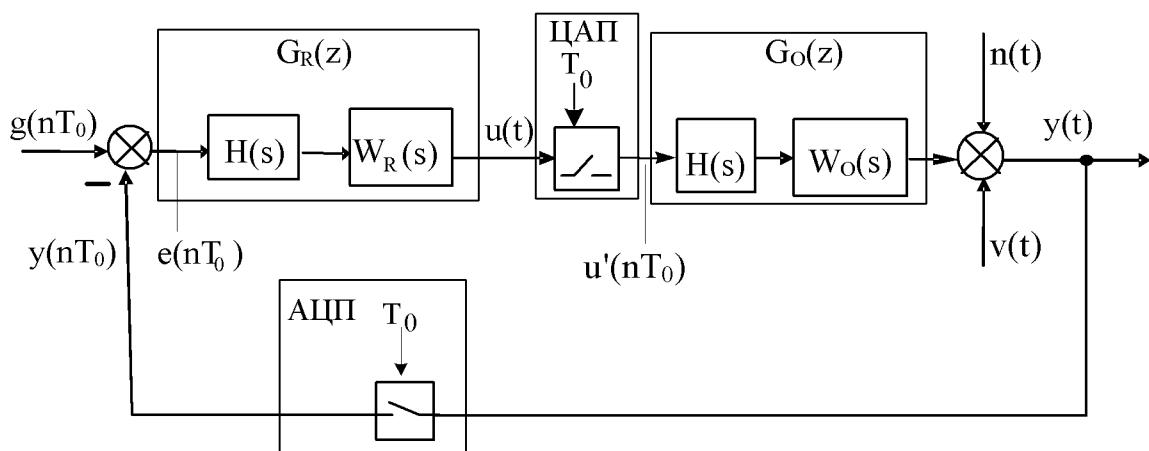


Рис. 3.2 Структурная схема цифровой системы управления

Рассмотрим основные особенности моделирования цифровых систем управления при задачах отработки воздействий по управлению (система программного управления) и по возмущению (система стабилизации).

Цифро-анalogовое преобразование.

Важным этапом в процессе цифрового управления является цифро-аналоговое преобразование – генерация аналогового сигнала с уровнем напряжения, соответствующим цифровому значению на входе. Эта процедура используется для передачи от компьютера управляющего сигнала исполнительному механизму или опорного значения для регулятора.

Идеальный ЦАП вырабатывает выходной аналоговый сигнал, линейно зависящий от n -битного цифрового входного сигнала. В наиболее распространенных схемах каждый бит входного слова управляет некоторой составляющей выходного напряжения, которое генерируется каскадом сопротивлений. Величины резисторов выбираются так, чтобы получать напряжения, равные $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, .., $\frac{1}{2^n}$

опорного значения, которое соответствуют позиции соответствующего бита в слове. Эти значения складываются под управлением входных бит и затем усиливаются. ЦАП можно также сконструировать и для получения токового выхода.

Аналого-цифровое преобразование.

Для компьютерной обработки аналоговые значения измеряемого сигнала необходимо представить в цифровой форме, т.е. выполнить аналого-цифровое преобразование. АЦП генерирует двоичное слово – цифровой выход – на основе входного аналогового сигнала. АЦП может работать в соответствии с различными методами преобразования, самые распространенные это параллельное сравнение и последовательное приближение. Поскольку АЦП является входным устройством и ошибки квантования прямо переходят в сигнал ошибки системы, то это влияние подлежит обязательному учету при моделировании.

Источники шума.

Всегда на производстве на каналы измерения действуют источники помех и шумов, но не всегда известны их характеристики. Искажение сигналов и сообщений шумом является не только проблемой организации интерфейса «процесс – компьютер», но проявляется при любых типах передачи информации [2]. Обычно, при моделировании ЦСУ необходимо задавать для сигнала с объекта самые жесткие условия, какими являются шумы с равномерным распределением.

Прежде чем оцифровать аналоговый сигнал, необходимо убедиться, что он содержит только частоты, непосредственно относящиеся к информационной полосе, и все посторонние или нежелательные частотные составляющие, например, высокочастотные шумы, исключены или подавлены аналоговыми фильтрами.

Изменение цикла дискретизации по времени, по уровню.

Частота выборки аналоговых сигналов является фундаментальным параметром обработки измерений в ЦСУ. По теории эта частота должна быть вдвое больше самой высокой составляющей исходного сигнала; на практике она должна быть еще выше для правильного восстановления сигнала за конечное время. К тому же если частота выборки мала и на исходный сигнал наложен высокочастотный шум, то в дискретном сигнале появляются псевдочастотные искажения – ложные частоты. После дискретизации уже невозможно отделить ложную информацию от исходной, «правильной» [2].

Кроме того, изменение времени цикла приводит к изменению спектра дополнительного шума и изменению аппроксимационного запаздывания, что также влияет на качество управления цифровых систем.

Наиболее логичная рекомендация по выбору временного цикла – 1/30 -1/50 желаемого времени регулирования системы.

При выборе дискретности по уровню для АЦП необходимо учитывать рабочий диапазон изменения сигнала ошибки в системе и обеспечить погрешность ее определения, приведенную к этому диапазону на уровне заданной ошибки системы в установившемся режиме приведенной к максимальному значению выходной переменной.

Настройка параметров регулятора

Ручная настройка

Ручная настройка предполагает последовательное изменение каждого из параметров регулятора, когда другие фиксированы до наилучшего вида переходной кривой системы.

Параметрическая настройка (метод оптимального модуля)

Критерий оптимального модуля обеспечивает выбор параметров регулятора на основании следующих требований:

- 1) полоса пропускания системы для полезного сигнала по возможности должна быть широкой;
- 2) амплитудная характеристика не должна иметь резонансного пика, а быть по возможности монотонной, убывающей. Следовательно, вид амплитудно-частотной характеристики должен быть таким, как показано на рис. 3.3

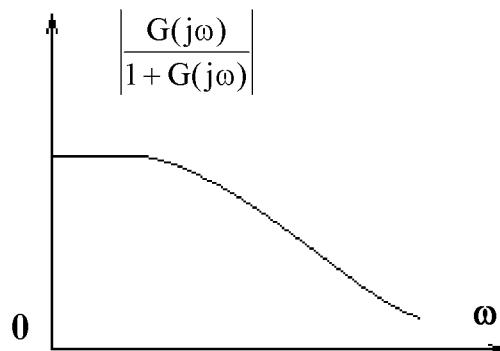


Рис. 3.3 Вид желаемой АЧХ замкнутой системы

$$\frac{d^k}{d\omega^k} \left[\frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)|} \right]_{\omega=0} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, 2\ell. \quad (3.53)$$

$$G(j\omega) = G_R(j\omega) G_0(j\omega),$$

где: ℓ – число настраиваемых параметров регулятора.

Переходные процессы систем автоматического регулирования, спроектированных с использованием критерия оптимального модуля, отличаются малым временем протекания и малым перерегулированием.

Условия (1), в силу некоторых выражений принимают следующий вид [3]:

$$\left[\frac{\sum_{k=0}^m (-1)^k C_k^m L^{(m-k)}(j\omega) L^{(k)}(j\omega)}{\sum_{k=0}^m (-1)^k C_k^m M^{(m-k)}(j\omega) M^{(k)}(j\omega)} \right]_{\omega=0} = \left[\frac{|L(j\omega)|^2}{|M(j\omega)|^2} \right]_{\omega=0} = 1. \quad (3.54)$$

Теперь на основании соотношения (2), можно найти оптимальные настройки регуляторов для систем с конкретным типом объекта.

В нашем случае объект представлен передаточной функцией вида:

$$G_0(s) = \frac{K_0 e^{-rs}}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)}. \quad (3.55)$$

Передаточная функция ПИД-регулятора:

$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_i} + s T_d \right). \quad (3.56)$$

Для удобства рассмотрения введем относительные единицы, отнеся все величины ко времени запаздывания [3]:

$\theta = t/\tau$ – относительное время;

$r = st$ – оператор Лапласа;

$T = T_{01}/\tau$ – относительная постоянная времени;

$D = T_d/\tau$ – относительное время упреждения регулятора;

$I = T_i/\tau$ – относительное время изодрома;

$K = K_R K_0$ – коэффициент усиления разомкнутой системы.

Передаточная функция замкнутой системы, представленной на рис. 3.4, определяется по выражению:

$$G_z(r) = \frac{G_R(r) G_0(r)}{1 + G_R(r) G_0(r)} \quad (3.57)$$

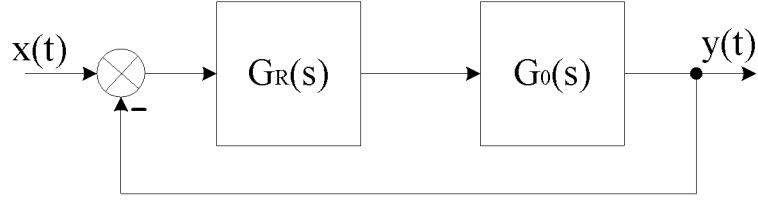


Рис. 3.4 Структурная схема системы управления.

На основании соотношения (5), получим передаточную функцию замкнутой системы:

$$G_z(r) = \frac{K(DIr^2 + Ir + 1)}{Ir(q + T_1r)e^r + K(DIr^2 + Ir + 1)}. \quad (3.58)$$

Для получения настроек регулятора реализующего пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) закон управления для объекта представленного передаточной функцией вида (3) воспользуемся выведенными в [3] для типового объекта выражениями.

Так как в нашем случае передаточная функция объекта представляется выражением (3), то параметры настройки регулятора:

$$K = \frac{1}{\frac{2}{I}(T+1)-2} \quad (3.59)$$

$$\frac{1}{I} = \frac{15 \cdot (2T+1) \cdot (6T^2 + 3T + 1)}{180T^4 + 240T^3 + 135T^2 + 42T + 7} \quad (3.60)$$

$$D = \frac{60T^4 + 60T^3 + 27T^2 + 7T + 1}{180T^4 + 240T^3 + 135T^2 + 42T + 7} \quad (3.61)$$

Выразим параметры настройки регулятора через параметры объекта:

$$K_{R1} = \frac{1}{K_{01}} \cdot \frac{180T_{01}^4 + 240T_{01}^3\tau_{01} + 135T_{01}^2\tau_{01}^2 + 42T_{01}\tau_{01}^3 + 7\tau_{01}^4}{240T_{01}^3\tau_{01} + 240T_{01}^2\tau_{01}^2 + 96T_{01}\tau_{01}^3 + 16\tau_{01}^4}, \quad (3.62)$$

$$T_{i1} = \frac{180T_{01}^4 + 240T_{01}^3\tau_{01} + 135T_{01}^2\tau_{01}^2 + 42T_{01}\tau_{01}^3 + 7\tau_{01}^4}{180T_{01}^3 + 180T_{01}^2\tau_{01} + 75T_{01}\tau_{01}^2 + 15\tau_{01}^3}, \quad (3.63)$$

$$T_{d1} = \frac{60T_{01}^4\tau_{01} + 60T_{01}^3\tau_{01}^2 + 27T_{01}^2\tau_{01}^3 + 7T_{01}\tau_{01}^4 + \tau_{01}^5}{180T_{01}^4 + 240T_{01}^3\tau_{01} + 135T_{01}^2\tau_{01}^2 + 42T_{01}\tau_{01}^3 + 7\tau_{01}^4}. \quad (3.64)$$

Параметрический оптимизируемые регуляторы позволяют использовать малый период дискретизации, что, возможно, реализовать в настоящее время, а также использовать критерий оптимального

модуля для определения параметров настройки регулятора, который себя зарекомендовал как наиболее приемлемый с точки зрения качества управления.

Компенсационный регулятор на примере регулятора Далина

Системы управления называются структурно оптимизированными, если и структура, и параметры регулятора оптимально подстраиваются под структуру и параметры модели объекта [1].

Структурно оптимизируемые регуляторы подразделяются на компенсационные регуляторы (“чисто” цифровые, такие как: Далина, Калмана, Острёма) и регуляторы с управлением по состоянию (регуляторы состояния). При использовании этого подхода в качестве эталона чаще всего задается желаемая переходная характеристика $h_o(1)$, а параметры регулятора выбираются из следующего условия: реальная переходная характеристика системы должна возможно меньше, в известном смысле, отличаться от эталонной $h_o(t)$ [1,4].

Определение передаточной функции цифрового регулятора Далина

Для получения передаточной функции цифрового регулятора рассмотрим основные зависимости, существующие в одномерной микропроцессорной (МП) автоматической системе (рис. 3.5) [4].

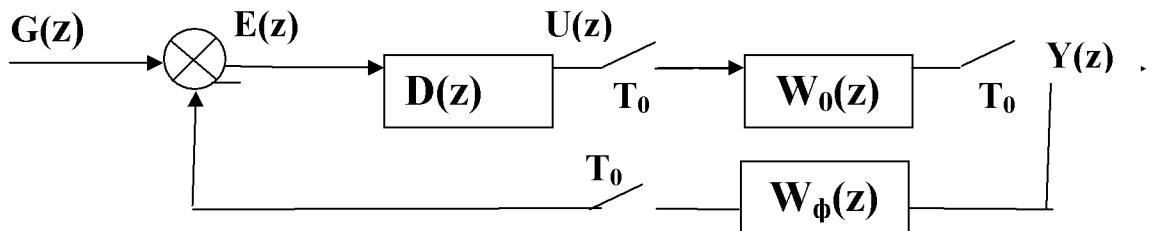


Рис. 3.5 Структурная схема одномерной микропроцессорной автоматической системы.

Здесь $D(z)$ — передаточная функция микропроцессорного регулятора (МПР); $W_0(z)$ — передаточная функция объекта управления; $W_\phi(z)$ — передаточная функция фильтра; $U(z)$, $Y(z)$, $G(z)$ и $E(z)$ — соответственно изображение управляющей переменной, выходной переменной, заданного значения выходной переменной в смысле z -преобразования и рассогласование между заданным и текущим значениями

выходной переменной ; T_0 — период дискретности системы. Исходя из рис. 6 (при $W_\phi(z)=1$), имеем:

$$Y(z) = W_0(z) D(z) [G(z) - Y(z)] \quad (3.65)$$

Следовательно, передаточная функция МПР в самом общем виде может быть определена следующим образом:

$$D(z) = \frac{1}{W_0(z)} \cdot \frac{W_K(z)}{1 - W_K(z)} \quad (3.66)$$

Подставляя выражение желаемой передаточной функции системы в уравнение (21), получим в общем виде передаточную функцию регулятора Далина:

$$D(z) = \frac{1}{W_0(z)} \cdot \frac{(1 - a_3) \cdot z^{-(k+1)}}{1 - a_3 \cdot z^{-1} - (1 - a_3) \cdot z^{-(k+1)}} \quad (3.67)$$

$$\text{где: } a_3 = e^{-\frac{T_0}{T_*}}.$$

Задание и порядок выполнения работы

1. Изучить методику моделирования цифровой системы управления и настройки параметров регулятора.
2. Объединить полученные в предыдущих работах регулятор и объект с целью получения замкнутой ЦСУ.
3. Реализовать ЦАП и АЦП, наложить на сигнал с объекта равномерный шум.
4. Произвести настройку регулятора вручную.
5. Рассчитать параметры ПИД-регулятора по методу оптимального модуля (воспользоваться программой САР-синтез)
6. Получить реакцию на единичный скачек по управлению и по возмущению полученной ЦСУ.
7. Провести анализ результатов расчета выходного воздействия ЦСУ.
8. Сформулировать выводы по результатам работы.
9. Оформить отчет.

Контрольные вопросы

1. Поясните принцип работы АЦП.

2. Почему моделирование объекта ведется с минимальным циклом дискретизации?
3. В чем суть параметрической оптимизации?
4. Каковы особенности компенсационных регуляторов?
5. Перечислите и поясните основные особенности ЦСУ.
6. Почему необходим анализ реакции системы на управление и на возмущение?
7. Чем отличается система стабилизации от системы программного управления?

Требования к отчету

Отчет должен быть оформлен в соответствии со стандартом и содержать:

- цель выполнения работы;
- описание хода проделанной работы;
- основные соотношения, используемые в работе;
- ответы на контрольные вопросы;
- выводы о проделанной работе.

3.4. Лабораторная работа №4

“ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ”

Цель работы – исследование компьютерной модели цифровой системы управления с целью анализа зависимости качества управления от внешних возмущений и изменения параметров объекта, а также разрядности АЦП.

Оценка качества цифровой системы управления, как и непрерывной, заключается в оценке переходных процессов и оценке ошибок.

Прямые показатели качества и оценка качества управления

Для оценки качества процесса управления, можно использовать прямые показатели качества.

Время регулирования характеризует быстродействие системы и определяется как интервал времени от момента подачи ступенчатого входного воздействия, до момента, когда отклонение от установленного

значения станет меньше величины Δ . Величина Δ обычно выбирается равной 5% от установившегося значения:

$$|C(t) - C(\infty)| \leq \Delta \longrightarrow T_{reg} \quad (3.68)$$

Перерегулирование характеризует максимальное отклонение выходной координаты от установившегося значения:

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h(\infty)}{h(\infty)} \quad (3.69)$$

Независимо от выбора критерия качества необходимо также задать качество системы в установившемся состоянии. К таким требованиям может относиться отсутствие статической ошибки регулирования при постоянном значении задающей переменной, а также при постоянных возмущающих сигналах, т.е. должно выполняться условие:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) \rightarrow 0 \quad (3.70)$$

Критерии и цели управления

При решении сложных инженерных задач общую задачу синтеза регуляторов часто рассматривают как совокупность частных задач, которые вытекают из проектируемой системы и степени сложности задачи синтеза регулятора. К частным можно отнести следующие задачи: стабилизация объекта управления и повышение запаса устойчивости, обеспечение необходимой точности воспроизведения воздействий в установившемся режиме; обеспечение заданного качества в переходном режиме. Для систем, работающих в установившемся режиме, информация о точности задается с помощью допустимых значений коэффициентов ошибок. Наиболее удобным и распространенным параметром в смысле критерия управления является среднее квадратичное отклонение от заданного значения.

Для оценки качества алгоритмов управления большую роль играет выбор критерия управления. Например, компенсационные регуляторы задают качество процессов по управляемым переменным либо на протяжении всего времени переходного процесса, либо после некоторого конечного интервала времени. Более полно учесть поведение систем управления позволяют прямые методы расчета, которые основаны на использовании различных критериев качества.

Для оценки качества дискретных систем управления используют следующие критерии [1]:

- а) сумма ошибок

$$I_1 = \sum_{k=0}^{\infty} e(k) \quad (3.71),$$

б) сумма квадратов ошибок

$$I_2 = \sum_{k=0}^{\infty} e^2(k) \quad (3.72),$$

в) сумма абсолютных значений ошибок

$$I_3 = \sum_{k=0}^{\infty} |e(k)| \quad (3.73),$$

г) сумма произведения абсолютных значений ошибок на время

$$I_4 = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot |e(k)| \quad (3.74).$$

Поскольку критерий I_1 неприменим в случаях, когда значения ошибки являются знакопеременными, наиболее часто при проектировании используют критерий I_2 . Однако использование второго критерия при оптимизации параметров регулятора приводит к значительным колебаниям переходного процесса, поэтому для обеспечения переходного процесса по управляемой переменной с большим демпфированием рекомендуется использовать критерии I_3 или I_4 .

Цели управления формулируются как минимизация или максимизация критерия (в зависимости от вида последнего).

Задание и порядок выполнения работы

1. Используя цифровую модель системы, полученную в 3 лабораторной работе, рассчитать прямые показатели качества системы.
2. Рассчитать ошибку системы, вносимую АЦП, при его разрядности равном 8; 12; 16. В этом случае, необходимо обнулить шумовую составляющую. Результаты свести в таблицу.
3. Определить максимально допустимое значение времени цикла регулятора, когда прямые показатели качества не превышают значений, полученных в пункте 1 на 20%. Рассчитать допустимый коэффициент отношения суммы постоянных времени объекта к полученному значению времени цикла.
4. Осуществить проверку системы на грубость, для этого задать изменения параметров объекта на $\pm 20\%$ и оценить качество системы, как в пункте 1. Время цикла регулятора принять равным 1 с. Результаты свести в таблицу.
5. Сформулировать выводы по результатам работы.

6. Оформить отчет.

Контрольные вопросы

1. Какие прямые показатели качества позволяют оценить быстродействие системы?
2. Почему критерий I_1 неприменим в случаях, когда значения ошибки являются знакопеременными?
3. Что является целью управления?

Требования к отчету

Отчет должен быть оформлен в соответствии со стандартом и содержать:

- цель выполнения работы;
- описание хода проделанной работы;
- основные соотношения, используемые в работе;
- все полученные в работе результаты и таблицы;
- ответы на контрольные вопросы;
- выводы о проделанной работе.

Список используемых источников

1. Изерман Р. Цифровые системы управления / Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 541с.
2. Гурецкий Х. "Анализ и синтез систем управления с запаздыванием". Перевод с польского А.Н. Дмитриева М: Машиностроение, 1974 – 328 с.
3. Смит Джон М. Математическое и цифровое моделирование для инженеров и исследователей/Пер. с англ. Н.П. Ильиной; Под ред. О.А. Чембровского. – М: Машиностроение, 1980. – 271 с.
4. Дроздов Н.В., Мирошник И.В., Скорубский И.В. Системы автоматического управления с микроЭВМ. – Л.: Машиностроение, 1989. – 284 с.
5. Бесекерский В.А., Ефимов Н.Б., Зиатдинов С.И. и др. Микропроцессорные системы автоматического управления. Под общей редакцией Бесекерского В.А. -Л.: Машинострение, 1988. – 219 с.
6. Б. Кую. "Теория и проектирование цифровых систем управления". М.: Машиностроение, 1986. – 268 с.
7. Острем К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ / Пер. с англ. А.Н. Николаева, Т.С. Чеботаревой – М.: Мир, 1987. – 480 с.
8. Трофимов А.И., Егупов Н.Д., Дмитриев А.Н.; Методы теории автоматического управления, ориентированные на применение ЭВМ. – М.: Энергоатомиздат. 1997.
9. Олссон Г., Пиани Дж. Цифровые системы автоматизации и управления. – СПб.: Невский Диалект, 2001. – 577с.

Приложение 1 Таблица Z-преобразования некоторых функций

$G(s)$	$G(z)$
$e^{-kT_u \cdot s}$	z^{-k}
1	z^0
$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{s^2}$	$\frac{T_u z}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{s^3}$	$\frac{T_u^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT_u}}$
$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{T_u \cdot z \cdot e^{-aT_u}}{(z-e^{-aT_u})^2}$
$\frac{1}{(s+a)^3}$	$\frac{T_u^2 \cdot z \cdot e^{-aT_u}}{2(z-e^{-aT_u})^2} + \frac{T_u^2 \cdot z \cdot e^{-2aT_u}}{(z-e^{-aT_u})^3}$
$\frac{a}{s(s+a)}$	$\frac{z(1-e^{-aT_u})}{(z-1)(z-e^{-aT_u})}$
$\frac{a \cdot b}{s \cdot (s+a) \cdot (s+b)}$	$\frac{z}{z-1} + \frac{bz}{(a-b)(z-e^{-aT_u})} - \frac{az}{(a-b)(z-e^{-bT_u})}$
$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$\frac{T_u z}{(z-1)^2} - \frac{z(1-e^{-aT_u})}{a(z-1)(z-e^{-aT_u})}$
$\frac{a}{s^3(s+a)}$	$\frac{T_u^2 z}{(z-1)^3} + \frac{T_u z(aT_u - 2)}{2a(z-1)^2} + \frac{z}{a^2(z-1)} - \frac{z}{a^2(z-e^{-aT_u})}$

Приложение 2 Пример цифрового моделирования объекта с разным циклом дискретизации

Объект: инерционное звено второго порядка $W = \frac{K \cdot e^{-\tau \cdot S}}{(T_1 \cdot S + 1) \cdot (T_2 \cdot S + 1)}$

Параметры объекта: $K = 4$; $\tau = 40$; $T_1 = 17$; $T_2 = 13$.

Время цикла: 1; 5; 10 с.

t	$x(t)$	$y(t)$	$y(nTo1)$	$y(nTo10)$	$y(nTo20)$
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
.....					
248	1	2,993825	2,993825	2,992219	2,992716
249	1	2,994025	2,994025	2,992219	2,992716
250	1	2,99422	2,99422	2,992219	2,992716

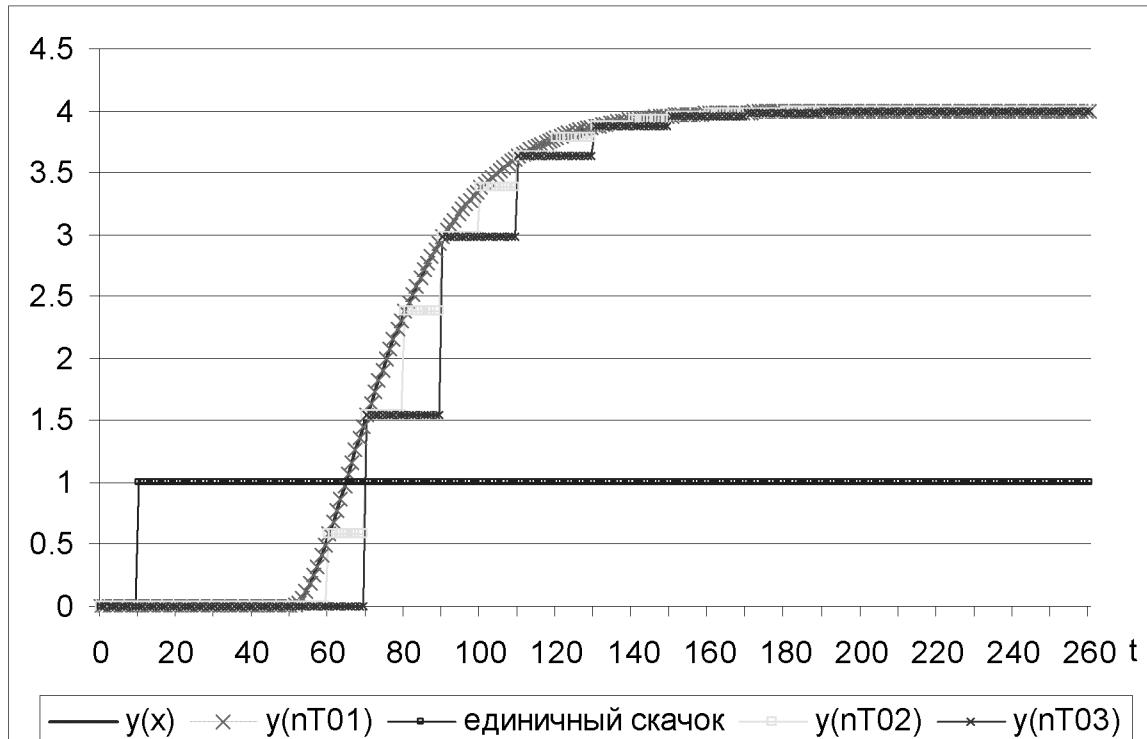


Рис. 1 Реакция объекта на единичное воздействие

Сергей Николаевич Ливенцов
Нина Владимировна Ливенцова

ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

Научный редактор
кандидат технических наук,
доцент А.А. Лысенок

Редактор

Подписано к печати _____
Формат 60x84/16. Бумага "Классика".
Печать RISO. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. .
Тираж экз. Заказ . Цена свободная.
Издательство ТПУ, 634050, Томск, пр. Ленина, 30.