Цели и задачи методических указаний

Ввиду сокращения объёма лекционного курса теоретической механики, тема «Расчёт плоских ферм» выносится на самостоятельное изучение.

В существующих учебниках по теоретической механике расчёт ферм дан только на конкретных примерах, не учтено многообразие частных случаев, не приведены общий теоретический подход к способам расчёта, анализ и сравнение эффективности предложенных способов.

В методических указаниях «Расчёт плоских ферм» использован и обобщён опыт кафедры теоретической и прикладной механики ТПУ по указанной теме. Разработка снабжена примерами расчёта ферм, тридцатью индивидуальными заданиями, десятью вариантами числовых заданий, списком литературы и предназначена для самостоятельной работы студентов.

Расчёт плоских ферм

При перекрытии больших пролётов в крупных строительных сооружениях: нефтяных вышках, подъемных кранах мостах, каркасах энергетических котлов и.т.п. часто применяются сквозные стержневые конструкции – фермы.

Фермой называется жёсткая конструкция из стержней, соединённых между собой на концах.

Если все стержни фермы лежат в одной плоскости, ферму называют плоской. Места соединения стержней фермы называют узлами (рис. 1).

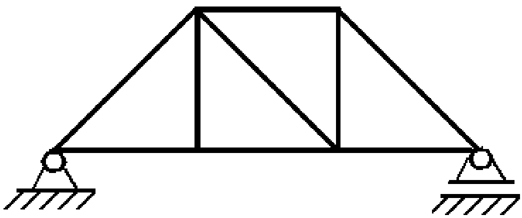


Рис. 1.

При определении внутренних усилий, возникающих в стержнях под действием заданной нагрузки исходят обычно из следующих предположений:

1) внешние силы приложены только в узлах фермы;

2) все стержни фермы прямолинейные и абсолютно твёрдые;

3) весом стержней (малым по сравнению с внешними нагрузками) пренебрегают.

4) узлы представляют собой идеальные шарниры (без трения).

При таких допущениях на каждый из стержней будет действовать только две силы (по концам стержня), которые при равновесии могут быть направлены только вдоль стержня. Поэтому стержни фермы либо растягиваются, либо сжимаются этими силами (без изгиба).

Конечно, такие предположения не вполне соответствуют действительности (в реальных фермах стержни соединены не идеальными шарнирами, а посредством сварки или заклёпок), однако такие допущения облегчают вычисление усилий в стержнях фермы, а результаты вычислений при этом вполне пригодны для практики.

Структура ферм

Ограничимся рассмотрением плоских простых ферм. Фермы являются простыми, если имеют наименьшее возможное количество стержней при заданном количестве шарниров. В таких фермах число стержней k и число узлов n связаны соотношением

$$k = 2n - 3 \qquad (1)$$

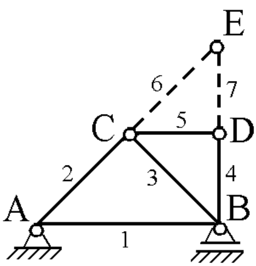


Рис. 2.

При меньшем числе стержней ферма не будет жёсткой, а при большем числе она будет статически неразрешимой.

Статически неразрешимые пространственные сварные фермы не рассчитываются в курсе теоретической механики.

Если обнаружится, что условие «простоты фермы» не выполняется, необходимо принять решение об исключении «лишних» стержней, согласовав его с преподавателем.

Пример:

На ферму, представленную на рис. 3, действуют заданные силы $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_2$. Исследовать ферму на «простоту» и подсчитать реакции внешних связей, наложенных на ферму, если $F_1 = 2\,кН$, $F_2 = 1\,кН$, угол $\alpha = 30^\circ$.

Решение

Ферма *ABCD* простая, т.к. выполняется условие (1). Здесь число стержней к =11 (*опорный стержень BE к ферме не относится)*, число узлов n=7, значит,

$$11 = 2 \cdot 7 - 3.$$

Для определения реакций внешних связей применим к ферме *ABCD* принцип освобождаемости от связей (аксиому связей). Неподвижный шарнир заменяем двумя составляющими $\bar{X}_A$ и $\bar{Y}_A$, опорный стержень BE реакцией $\bar{R}_B$.

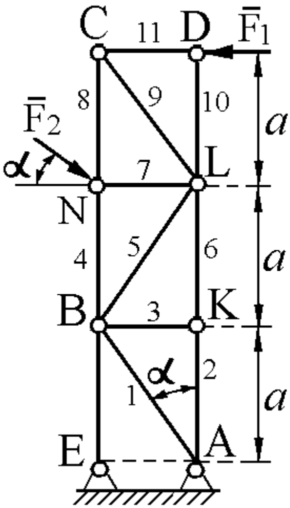


Рис. 3

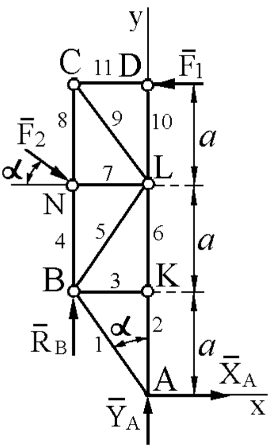


Рис. 4.

Для плоской системы внешних сил, приложенных к ферме, составляем три уравнения равновесия:

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0; \qquad X_A - F_1 + F_2 \cdot cos\alpha = 0;$$

$$\sum_{k=1}^{n} F_{ky} = 0; \qquad Y_A + R_B - F_2 \cdot sin\alpha = 0;$$

$$\sum_{k=1}^{n} m_A(\bar{F}_k) = 0; \; -R_B \cdot a \cdot tg\,\alpha + F_1 \cdot 3a -$$

$$-F_2 \cdot cos\alpha \cdot 2a + F_2 \cdot sin\alpha \cdot a \cdot tg\alpha = 0.$$

Решая эту систему уравнений, получим:

$$X_A = F_1 - F_2 \cdot cos\alpha;$$

$$R_B = \frac{3F_1 - 2F_2 cos\alpha + \ \ +F_2 \sin\alpha \cdot \mathrm{tg}\alpha}{tg\alpha}$$

$$Y_A = F_2 \cdot sin\alpha - R_B.$$

При заданных величинах сил и угла

$$X_A = 1{,}135\ кН, Y_A = -7{,}4\ кН,$$

$$R_B = 7{,}9\ кН.$$

Чтобы убедиться в правильности подсчёта реакций внешних связей, нужно составить проверочное уравнение равновесия для фермы, (обычно составляется уравнение моментов относительно какой-либо другой точки) например,

$$\sum_{k=1}^{n} m_N(\bar{F}_k) = 0;$$

$$F_1 \cdot a + X_A \cdot 2a + Y_A \cdot a \cdot tg\alpha = 0. \qquad (2)$$

Если при подстановке найденных значений X_A и Y_A равенство (2) будет справедливо, то эти реакции найдены верно. Проверим:

$$2 + 1{,}135 \cdot 2 - 7{,}4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 0, \qquad \text{или}$$

$$2 + 2{,}27 - 4{,}27 \equiv 0.$$

Убедившись в правильности подсчёта реакций связей, можно приступить к определению внутренних усилий в стержнях фермы (расчёту фермы).

Рассмотрим два метода расчёта ферм:

1) метод вырезания узлов (аналитический и графический способы);

2) метод сквозных сечений (метод Риттера).

Метод вырезания узлов

Методом вырезания узлов удобно пользоваться, когда надо найти усилия во всех стержнях фермы.

Этот способ состоит в том, что мысленно вырезают по очереди узлы фермы, прикладывают к ним соответствующие внешние силы и реакции разрезанных стержней и из условий равновесия узлов находят эти реакции.

Найденные реакции стержней равны по модулю <u>внутренним усилиям</u> в стержнях фермы, в дальнейшем мы их так и будем называть.

Так как в начале расчёта неизвестно, какие стержни фермы растянуты, а какие сжаты, то условно предполагают, что все стержни растянуты (реакции стержней направляют от узлов). Тогда растягивающие усилия получаются со знаком «плюс», а сжимающие со знаком «минус».

При применении метода вырезания узлов можно выбирать как аналитический, так и графический способы решения задачи, т.е. условия равновесия каждого узла можно использовать или в виде двух уравнений

$$\sum F_{kx} = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0,$$

или в виде замкнутых силовых многоугольников, то есть применять условия равновесия сходящейся системы сил.

а) <u>Аналитический способ расчёта.</u>

Расчёт ферм (вычисление внутренних усилий в стержнях) с помощью метода вырезания узлов аналитическим способом

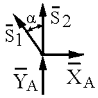
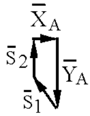
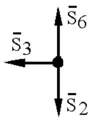
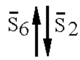
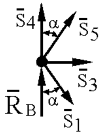
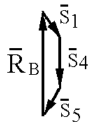
проведём на примере. Возьмём ферму, представленную на рис. 3., с теми же условиями нагружения: силы $F_1 = 2\,кН$, $F_2 = 1\,кН$ и уже найденные ранее реакции внешних связей $X_A = 1{,}135\,кН$,
$Y_A = -7{,}4\,кН$, $R_B = 7{,}9\,кН$.

Для наглядности расчёт представим в виде таблицы 1.

Вырезание узлов следует начинать с узла, в котором сходится только два стержня. В рассматриваемой ферме таких узлов два: узел *A* и узел *D*.
Начнём с рассмотрения узла *A*. Мысленно вырезаем выбранный узел и вычерчиваем его в таблице 1 вместе с внешними силами $\bar{X}_A$ и $\bar{Y}_A$. Заменяем рассеченные стержни 1 и 2 усилиями в соответствующих стержнях $\bar{S}_1$ и $\bar{S}_2$,

По ранее принятому условию стержни считаем растянутыми, поэтому усилия $\bar{S}_1$ и $\bar{S}_2$ направляем от узла.

Таблица 1

Узел	Схема нагружения узла	Уравнения равновесия для узла	Усилия в кН	Геометри-ческая проверка
A		$\sum F_{kx} = 0$; $X_A - S_1 \sin\alpha = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $Y_A + S_1 \cos\alpha + S_2 = 0$	$S_1 = 2{,}27$ $S_2 = 5{,}44$	
K		$\sum F_{kx} = 0$; $-S_3 = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $S_6 - S_2 = 0$;	$S_3 = 0$ $S_6 = 5{,}44$	
B		$\sum F_{kx} = 0$; $S_3 + (S_5 + S_1)\sin\alpha = 0$ $\sum F_{ky} = 0$; $R_B + S_4 +$ $+(S_5 - S_1) \cdot cos\,\alpha = 0$; и так далее	$S_5 = -2{,}27$ $S_4 = -3{,}97$	

Так как к узлу приложена плоская сходящаяся система сил, то для неё можно составить два уравнения равновесия (см. табл.1), откуда, учитывая известные значения X_A, Y_A, α, можно определить искомые величины $S_1 = 2{,}27\ кН$, $S_2 = 5{,}44\ кН$. Положительные знаки усилий S_1 и S_2 говорят о том, что векторы $\bar{S}_1$ и $\bar{S}_2$ направлены верно, стержни 1 и 2 действительно растянуты, как и предполагалось.

Для проверки полученных результатов можно построить для сил $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$ замкнутый силовой многоугольник, т.е. сделать геометрическую проверку (см. табл. 1). При построении силового многоугольника нужно обратить внимание на знаки алгебраических значений сил. Так как значение силы $\bar{Y}_A$ имеет отрицательный знак ($Y_A = -7{,}4\ кН$), то в силовом многоугольнике этот вектор нужно направить в сторону, противоположную предполагаемой на схеме нагружения узла, т.е. вниз. Силы $\bar{X}_A$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$ с положительными знаками направляются в ту же сторону, что и на рисунке. При любом масштабе геометрия силового многоугольника в табл. 1 подтверждает справедливость полученных результатов.

Нужно заметить, что построение *силового многоугольника лучше начинать с известных ранее сил,* откладывая их в любом порядке. Векторы искомых усилий должны замкнуть многоугольник.

Рассмотрим теперь следующий узел. Его нужно выбрать так, чтобы в нём сходилось не более двух стержней с неизвестными усилиями. Одним из таких узлов является узел *K*. Как показывает схема его нагружения в табл. 1, к нему приложены три реакции стержней 2, 3, 6, направленные условно от узла независимо от знака. Усилие S_2 уже ранее найдено, а S_3 и S_6 искомые.

Из двух уравнений равновесия узла *K* находятся значения усилий S_3 и S_6. Так как $S_3 = 0$, геометрическая проверка имеет простейший вид.

Следующим в расчёте можно взять узел B, на который действует пять сил: известные $\bar{R}_B$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_3$ и две искомые $\bar{S}_4$ и $\bar{S}_5$, направленные от узла по ранее принятому условию. В таблице 1 составлены два уравнения равновесия узла B, из которых определяются значения S_4 и S_5. Знаки минус у этих значений говорят о том, что векторы $\bar{S}_4$ и $\bar{S}_5$ направлены в действительности к узлу, т.е. стержни 4 и 5 сжаты. Этот факт подтверждается и геометрической проверкой.

Многоугольник начинаем строить с ранее известных сил $\bar{R}_B$, $\bar{S}_1$ и $\bar{S}_3$, направляя их так же, как на схеме нагружения узла B (в силу положительности их значений). Силы $\bar{S}_4$ и $\bar{S}_5$, замыкающие многоугольник, получаются направленными в стороны, обратные предполагаемым (их значения отрицательны). Перебрав подобным образом все узлы, заметим, что последний узел фермы содержит только известные силы. Уравнения, составленные для этого узла, будут проверочными.

Масштаб для построения силовых многоугольников разных узлов можно брать произвольно.

Метод вырезания узлов отличается простотой расчёта, но при значительном числе узлов и стержней он оказывается довольно громоздким. Кроме того, ошибки, допущенные в процессе вычислений, накапливаются и выявляются только в конце расчёта.

б) <u>Графический способ расчёта (диаграмма Максвелла–Кремоны)</u>.

Геометрическая проверка точности аналитического расчёта фермы является графическим способом расчёта, но, как видно из примера (таблица 1), приходится вектор каждого усилия строить дважды (вектор $\bar{S}_1$ участвует в построении силовых многоугольников для узлов A и B, вектор $\bar{S}_2$ – для узлов A и K и т.д.). Поэтому значительно возрастает количество операций, а точность построения снижается за счёт изменения масштаба сил, неточности соблюдения параллельности сторон многоугольников соответствующим стержням.

Эти недочёты устраняются в графическом построении, называемом диаграммой Максвелла–Кремоны, где замкнутые силовые многоугольники сводятся в одну фигуру и каждое усилие в стержнях фермы строится только один раз.

Этот способ был разработан английским учёным-физиком Максвеллом в 1864 году и независимо от него итальянским математиком Кремоной в 1872 году.

Для построения диаграммы Максвелла–Кремоны нужно осуществить следующие операции:

1) Подсчитать аналитически реакции внешних связей фермы.

2) Построить строго в масштабе ферму, точно откладывая углы.

3) Расставить внешние силы вне контура фермы.

4) Обозначить заглавными буквами внешние области фермы, заключённые

между линиями действия внешних сил и внешним контуром фермы.

5) Обозначить заглавными буквами внутренние области, заключённые между стержнями фермы.

6) Построить в масштабе многоугольник внешних сил, откладывая силы в том порядке, в каком они встречаются при обходе фермы против хода часовой стрелки (можно и по ходу часовой стрелки, но тогда следует придерживаться этого правила до конца построения диаграммы). При этом каждый вектор силы обозначается по концам малыми буквами, соответствующими обозначениям областей, между которыми лежит эта сила (стрелки не изображаются).

7) Вырезать по очереди узлы в том порядке, какой был принят в аналитическом способе (а), и на базе многоугольника внешних сил строить многоугольники сил каждого узла в той последовательности, в какой встречаются силы при обходе узла против хода часовой стрелки.

8) С готовой диаграммы снимаются величины усилий в соответствующих стержнях фермы.

В качестве примера построим диаграмму Максвелла–Кремоны для рассмотренной раньше фермы (рис. 3, 4). Проделаем все 8 перечисленных операций.

1) Реакции внешних связей фермы уже найдены ранее:

$X_A = 1{,}135\ кН$, $Y_A = -7{,}4\ кН$, $R_B = 7{,}9\ кН$.

Активные силы

$F_1 = 2\ кН$, $F_2 = 1\ кН$, угол $\alpha = 30°$.

2) Ферма построена в масштабе длин (рис. 5).

3) Внешние силы $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$, $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$, $\bar{R}_B$ построены вне контура фермы.

4) Внешние области фермы обозначены заглавными буквами *C, J, L, M, O*.

5) Внутренние области фермы – *P, R, Q, T, S*.

6) Построение многоугольника внешних сил можно начать с любой силы, например, с $\bar{F}_1$. Из любой точки плоскости строим отрезок, параллельный вектору $\bar{F}_1$,

в масштабе 1 кН/см. Этот отрезок обозначаем lm в соответствии с обозначениями граничащих с силой $\bar{F}_1$ областей L и M (при обходе фермы против часовой стрелки силу $\bar{F}_1$ пересекаем, выходя из области L в область M, поэтому начало вектора l, а конец m; стрелки не изображаются). Обходя ферму против часовой стрелки, встречаем силу $\bar{F}_2$, лежащую между областями M и O. На рис. 6 из точки m строим отрезок $m\ o$, равный 1 см (в принятом масштабе) и параллельный $\bar{F}_2$ (начало вектора в m, конец в o). Затем выстраиваем отрезок oc, соответствующий силе $\bar{R}_B$, за ним – отрезок ci, соответствующий силе $\bar{Y}_A$ (направляем вниз из c в i, т.к. величина Y_A отрицательна) и отрезок il, соответствующий силе $\bar{X}_A$.

Силовой многоугольник $lmocil$ должен быть замкнут, т.е. конец последнего отрезка il должен прийти в точку l, с которой начиналось построение

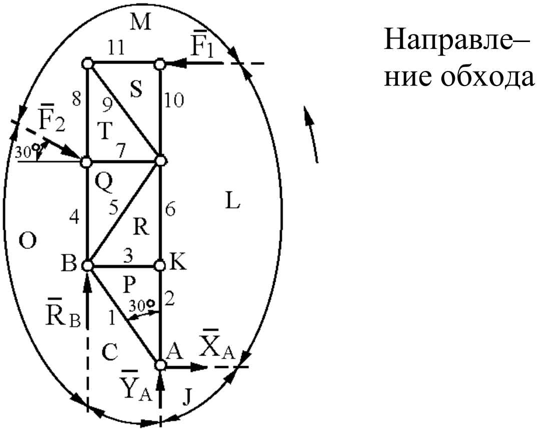


Рис. 5.

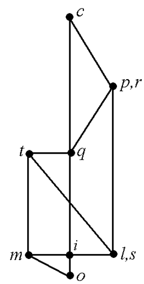


Рис. 6.

7) Вырезаем первый узел, содержащий только два стержня, например, А (см. табл. 1) и строим многоугольник сил $\bar{Y}_A$, $\bar{X}_A$, $\bar{S}_2$, $\bar{S}_1$ в порядке, как они встречаются при обходе узла против хода часовой стрелки.

Отрезки ci и il для сил $\bar{Y}_A$ и $\bar{X}_A$ уже построены. Искомым силам $\bar{S}_2$ и $\bar{S}_1$ должны соответствовать отрезки lp и pc, т.к. при обходе узла переходим через стержень 2 из внешней области L во внутреннюю область P, а через стержень 1 – из области P во внешнюю область C. Точки l и c на диаграмме есть, ищем точку p. Если отрезкам lp и pc мысленно поставить стрелки (от l к p, от p к c) и приложить эти векторы к узлу A, то они будут направлены от узла; значит, усилия в стержне растягивающие, и имеют положительные знаки (см. табл. 1). Стрелки у отрезков не ставятся, т.к. вектор $\bar{S}_1$ из узла B будет изображён уже отрезком cp (от c к p). Аналогично и другие векторы усилий.

Обращаясь к узлу K, обходим его также против хода часовой стрелки в порядке L, R, P. Искомые силы $\bar{S}_3$ и $\bar{S}_6$. Используя уже имеющиеся на диаграмме точки l и p, ищем точку r. Для этого из l проводим линию, параллельную стержню 6, а из p – линию, параллельную стержню 3, они пересекаются в точке p. Значит здесь же будет и искомая точка r, а длина отрезка pr, соответствующего силе $\bar{S}_3$, равна нулю ($S_3 = 0$).

Вырезаем узел B и обходим его в порядке C, P, R, Q, O. Искомые силы $\bar{S}_4$ и $\bar{S}_5$. Точки c, p, r, o на рис. 6 уже есть, ищем точку q. Для этого из точек r и o проводим линии, параллельные искомым стержням 5 и 4, до взаимного пересечения. Это и будет точка q. Отрезок rq соответствует силе $\bar{S}_5$, а qo – $\bar{S}_4$. Причём, мысленные направления стрелок этих отрезков – к узлу B, значит, усилия в этих стержнях сжимающие (отрицательные).

Продолжая такое построение для всех узлов фермы, мы должны получить замкнутую диаграмму Максвелла–Кремоны (рис. 6).

8) Замеряя отрезки на диаграмме и учитывая принятый масштаб сил, можно найти значения всех усилий в соответствующих стержнях фермы и свести их в таблицу 2.

Если сравнить полученные результаты с результатами аналитического решения (таблица 1), то можно заметить их близкое сходство по величине и полное сходство знаков.

Таблица 2

Усилия	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}
Отрезки на диаграмме	pc (cp)	lp (pl)	rp (pr)	qo (oq)	ro (or)	lr (rl)	qt (tq)	tm (mt)	st (ts)	ls (sl)	ms (ms)
Значения усилий в кН	+2,25	+5,45	0	-4,0	-2,27	+5,5	-0,85	-3,47	+4,0	0	-2,0

Метод сквозных сечений (метод Риттера)

Метод сквозных сечений – аналити–ческий метод. Применение этого метода позволяет найти усилие в любом стержне фермы независимо от усилий в остальных стержнях. Для этого нужно суметь составить такое уравнение равновесия, чтобы в нём содержалось, кроме внешних известных сил, только **одно усилие** в стержне, именно **искомое**.

Чтобы достичь этой цели, нужно проделать следующие операции:

1) Определить реакции внешних связей для всей фермы.

2) Мысленно рассечь ферму на две части так, чтобы был разрезан исследуемый стержень, и чтобы по обе стороны сечения было не менее двух узлов (иначе операция сведётся к вырезанию узла).

3) Одну часть фермы нужно отбросить, а другую (менее громоздкую) оставить для рассмотрения.

4) Действие отброшенной части фермы заменить реакциями рассеченных стержней, направленными от рассматриваемой части (считаем условно все усилия в стержнях растягивающими).

5) Составить такое уравнение равновесия для рассматриваемой части, чтобы в него входило **только одно искомое** усилие. Поэтому в большинстве случаев составляются моментные уравнения равновесия. В качестве центров моментов сил выбираются так называемые точки Риттера. *Точка Риттера – это точка пересечения осей всех рассечённых данным сечением стержней, кроме одного, исследуемого.*

Если рассечены только 3 стержня, то можно составить уравнения равновесия в 3–ей форме записи: $\sum m_E(\overline{F}_k) = 0$; $\sum m_M(\overline{F}_k) = 0$; $\sum m_N(\overline{F}_k) = 0$, где точки Риттера *E, M, N* не лежат на одной прямой. Тогда можно определить усилия во всех 3-х рассечённых стержнях.

В частном случае, когда из 3-х рассечённых стержней два взаимно параллельны, составляются уравнения равновесия во 2-ой форме записи: $\sum m_E(\overline{F}_k) = 0$; $\sum m_M(\overline{F}_k) = 0$; $\sum \overline{F}_{kz} = 0$, где ось z должна быть перпендикулярна к двум параллельным стержням.

6) Из составленных уравнений определить искомые усилия в исследуемых стержнях.

Замечание: если рассечено более 3-х стержней, то возможны следующие случаи:

а) можно найти только одну точку Риттера и составить только одно уравнение равновесия, соответствующее требованиям метода сквозных сечений;

б) ни одной (такое сечение не годится).

7) Для определения усилий в других стержнях фермы требуется проводить новые сечения и осуществлять перечисленные операции 1–6.

Пример:

Рассчитать методом сквозных сечений ферму, представленную на рис. 3, с теми же условиями.

1) Реакции внешних усилий найдены ранее: $R_B = 7{,}9\ кН$, $X_A = 1{,}135\ кН$, $Y_A = -7{,}4\ кН$.

2) Пусть требуется найти усилия в стержнях 1, 3 и 6. Проводим сечение 1–1, рассекающее эти стержни (рис. 7).

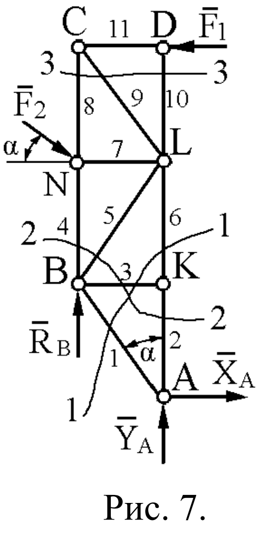


Рис. 7.

3) Отбрасываем мысленно верхнюю часть фермы, а нижнюю, более простую, вычерчиваем вместе с внешними силами

$\bar{X}_A$ и $\bar{Y}_A$.

Для удобства и наглядности заполним таблицу 3,опустив промежуточные расчёты.

4) Рассеченные стержни 1, 3 и 6 заменим их реакциями $\overline{S}_1$, $\overline{S}_3$ и $\overline{S}_6$, направленными от узлов *A* и *K*.

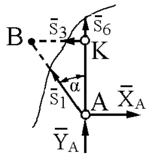
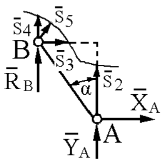
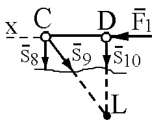
5) Так как рассечено только 3 стержня и все стержни взаимно не параллельны, то можно составить 3 моментных уравнения равновесия (в 3-ей форме). Точками Риттера будут точки *A* (пересечение $\overline{S}_1$ и $\overline{S}_6$), *K* (пересечение $\overline{S}_3$ и $\overline{S}_6$), *B* (пересече–ние $\overline{S}_1$ и $\overline{S}_3$).

Если провести сечение 2–2, т.е. рассечь 4 стержня (2, 3, 4 и 5), то можно обнаружить только одну точку Риттера – *B* (пересечение стержней 3, 4 и 5). Значит можно составить только одно уравнение равновесия и найти одно усилие S_2 (см. замечание к п. 6 и таблицу 3).

Для определения усилий S_8, S_9 и S_{10} проведём сечение 3–3 (см. рис. 7), пересекающее три стержня 8, 9 и 10. Заметим, что стержни 8 и 10 взаимно параллельны. Учитывая рекомендации п.5, составляем 3 уравнения равновесия во 2-ой форме (см. табл. 3).

Чтобы найти усилие S_7, можно рассечь стержни 4, 7, 9 и 11. Единственной точкой Риттера будет точка *C* пересечения всех рассечённых стержней, кроме стержня 7.

Таблица 3.

Сечение	Схема нагружения рассматр. части фермы	Уравнения равновесия для рассматриваемой части фермы	Значения усилий в кН
1–1		$\sum m_A(\bar{F}_k)=0;\ S_3\cdot a=0.$ $\sum m_K(\bar{F}_k)=0;$ $X_A a - S_1 a\sin\alpha = 0$ $\sum m_B(\bar{F}_k)=0;$ $(Y_A+S_6)atg\alpha + X_A a = 0$	$S_3=0$ $S_1=2,27$ $S_6=5,44$
2–2		$\sum m_B(\bar{F}_k)=0;$ $(Y_A+S_2)atg\alpha + X_A a = 0$	$S_2=5,44$
3–3		$\sum F_{kx}=0;$ $F_1 - S_9\sin\alpha = 0;$ $\sum m_C(\bar{F}_k)=0;$ $-S_{10}atg\alpha = 0;$ $\sum m_L(\bar{F}_k)=0;$ $F_1 a + S_8 atg\alpha = 0.$	$S_9=4,0$ $S_{10}=0$ $S_8=-3,47$

Сечение, пересекающее стержни 1, 3, 5, 7, 9 и 11 не годится, т.к. нет ни одной точки Риттера.

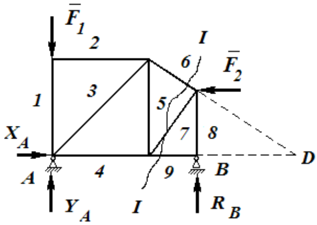


Рис.7

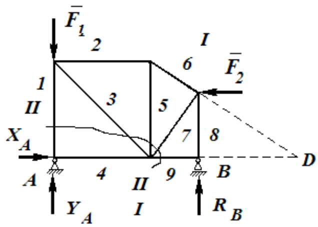


Рис.8

Точка Риттера не всегда является узлом фермы (Рис.7), но всегда точкой пересечения всех рассеченных сткржней, кроме искомого(Рис.8).

Действуя по предложенной схеме, можно подсчитать усилия во всех стержнях рассматриваемой фермы.

Основным преимуществом метода Риттера является возможность автономного определения усилий. В отличие от ранее рассмотренных методов этот метод не приводит к накоплению ошибок.

Однако, есть фермы, в которых не все стержни могут быть рассчитаны методом Риттера.

Расчёт фермы с помощью метода вырезания узлов может быть реализован на ЭВМ. При отсутствии такой возможности наиболее эффективной является методика объединения предложенных методов, при которой все усилия в стержнях фермы определяются из диаграммы Максвелла–Кремоны, а некоторые из них проверяются другими методами.

Литература

1. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики, том 1, Наука, М. 2001: гл. V, § 5.8. Приложение методов статики к определению усилий в стержнях фермы.
2. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики, часть 1, Высшая школа, М. 2007: § 11,§ 26
3. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в приме–рах и задачах. Том 1, Наука, 2000. §§ 5.3.; 5.4.; 5.5. Задачи 57, 58, 59.

Задание «Расчёт плоских ферм»

Определить усилия в стержнях простой плоской фермы методом вырезания узлов в аналитической и графической формах.

Проверить расчёт в 4–5 стержнях фермы методом сквозных сечений.

Схемы ферм даны на рис. 9 – 12.

Числовые значения нагрузок, линейных и угловых размеров содержатся в таблице 4.

Номер чертежа фермы и вариант числовых значений в таблице 4 каждому студенту задаёт преподаватель.

Таблица 4

Нагрузки	Размерность	Варианты									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_1	кН	20	60	0	80	100	0	50	50	0	70
F_2	кН	0	10	60	0	50	20	0	-30	80	0
F_3	кН	50	0	20	30	0	50	60	0	30	40
α	градус	30	60	30	30	60	30	60	60	30	60
a	м	0,6	0,8	1,0	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	0,4	0,6

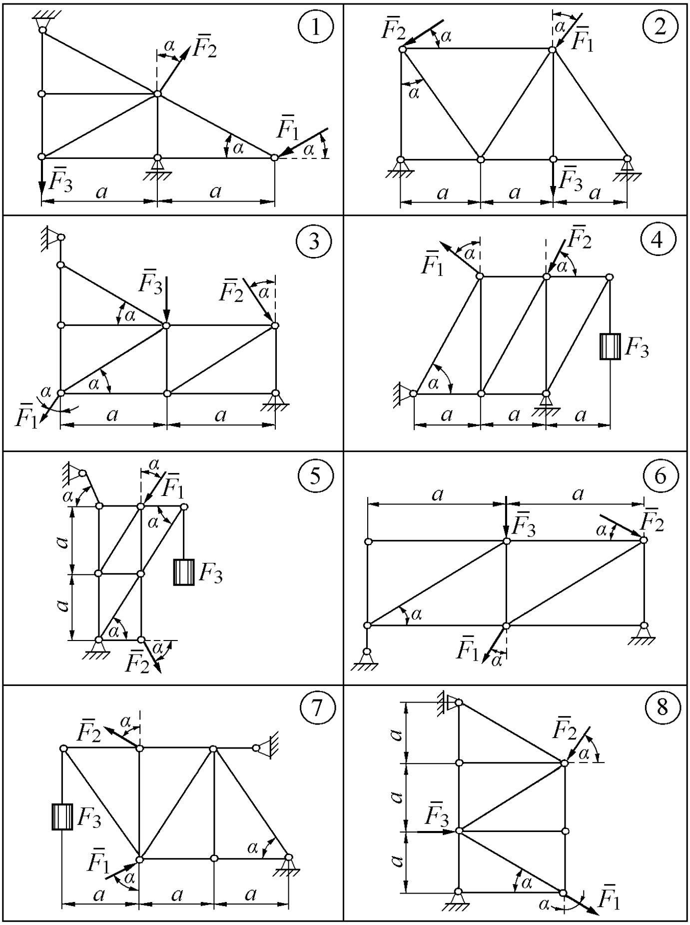


Рис. 9.

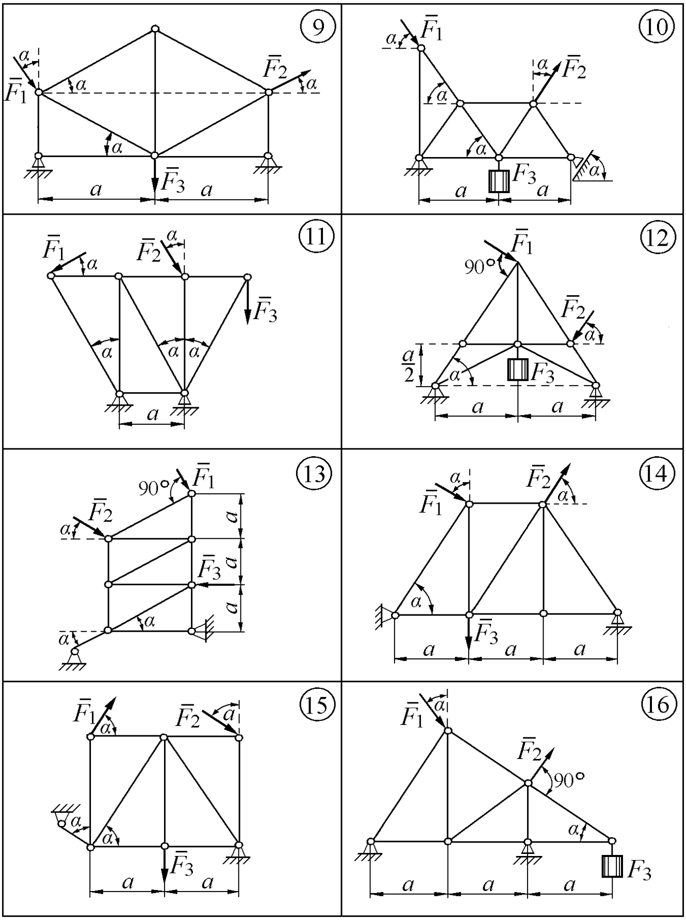


Рис. 10

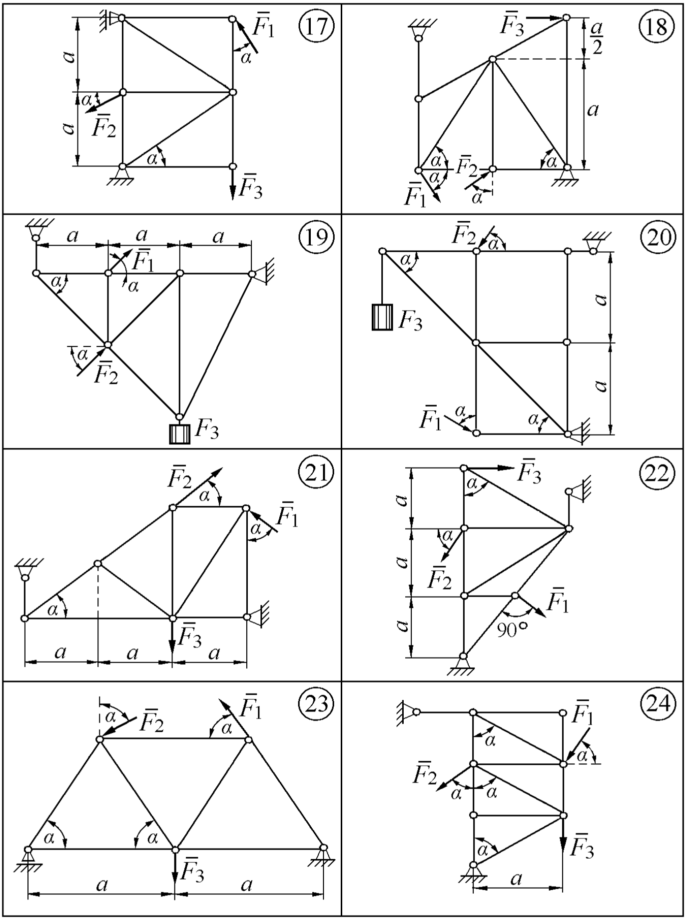


Рис. 11

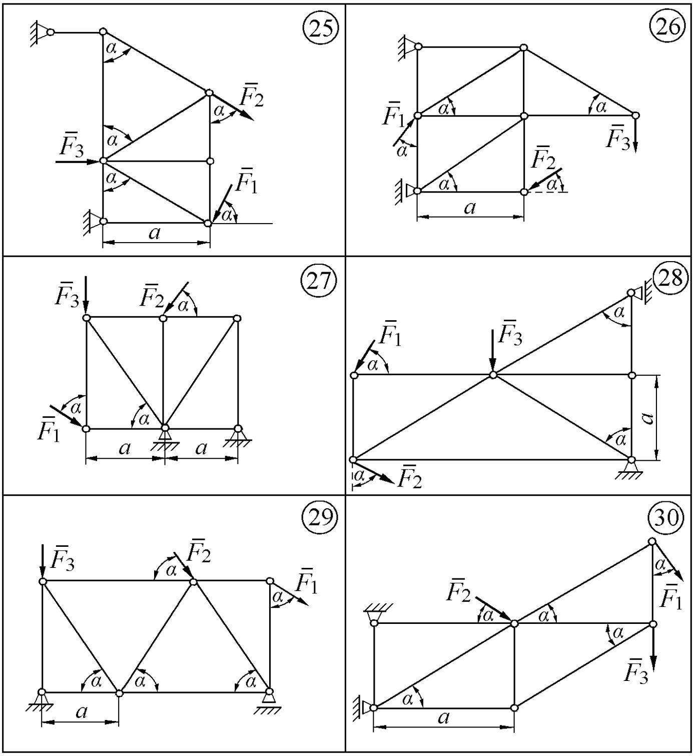

25
$\bar F_2$
$\bar F_3$
$\bar F_1$
α
a
26
$\bar F_1$
$\bar F_2$
$\bar F_3$
α
a
27
$\bar F_3$
$\bar F_2$
$\bar F_1$
α
a
a
28
$\bar F_1$
$\bar F_3$
$\bar F_2$
α
a
29
$\bar F_3$
$\bar F_2$
$\bar F_1$
α
a
30
$\bar F_2$
$\bar F_1$
$\bar F_3$
α
a

Рис. 12