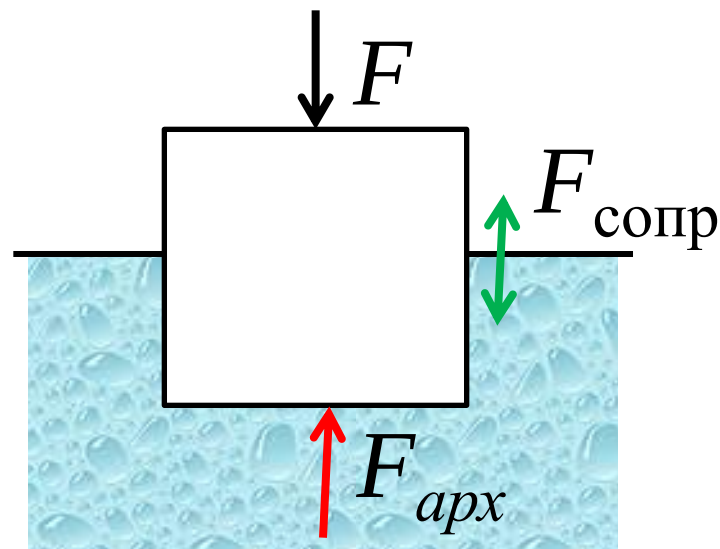
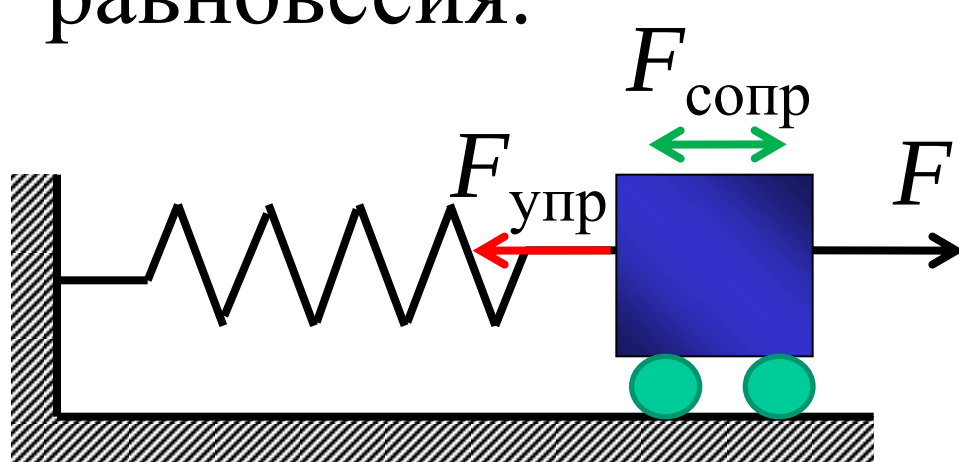


Колебания материальной точки

Введение

Восстанавливающие силы – силы, стремящиеся вернуть точку в положение равновесия.

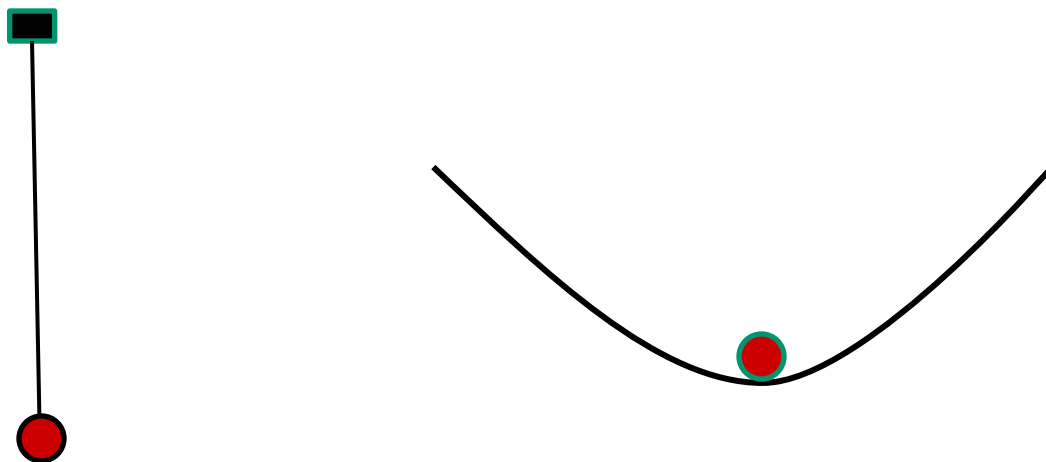


F – возмущающая сила, $F_{\text{упр}}$, $F_{\text{арх}}$ – восстанавливающие силы, $F_{\text{сопр}}$ – сила сопротивления.

Отличительные особенности колебаний:

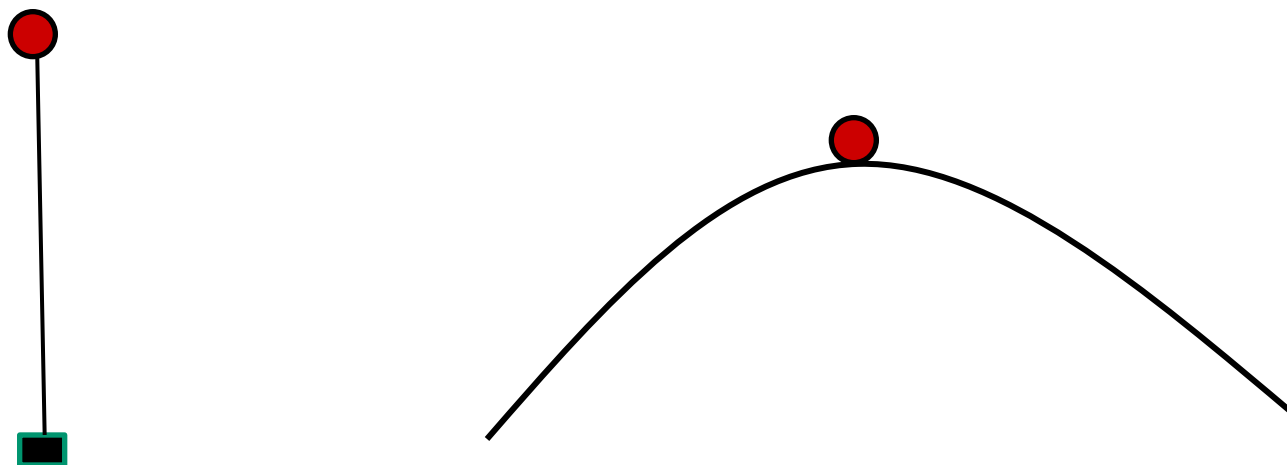
- возвратно-поступательный (возвратно-вращательный) характер движения;
- периодичность (почти периодичность);
- многократная повторяемость движения

Устойчивость равновесия



Устойчивое равновесие

Устойчивость равновесия



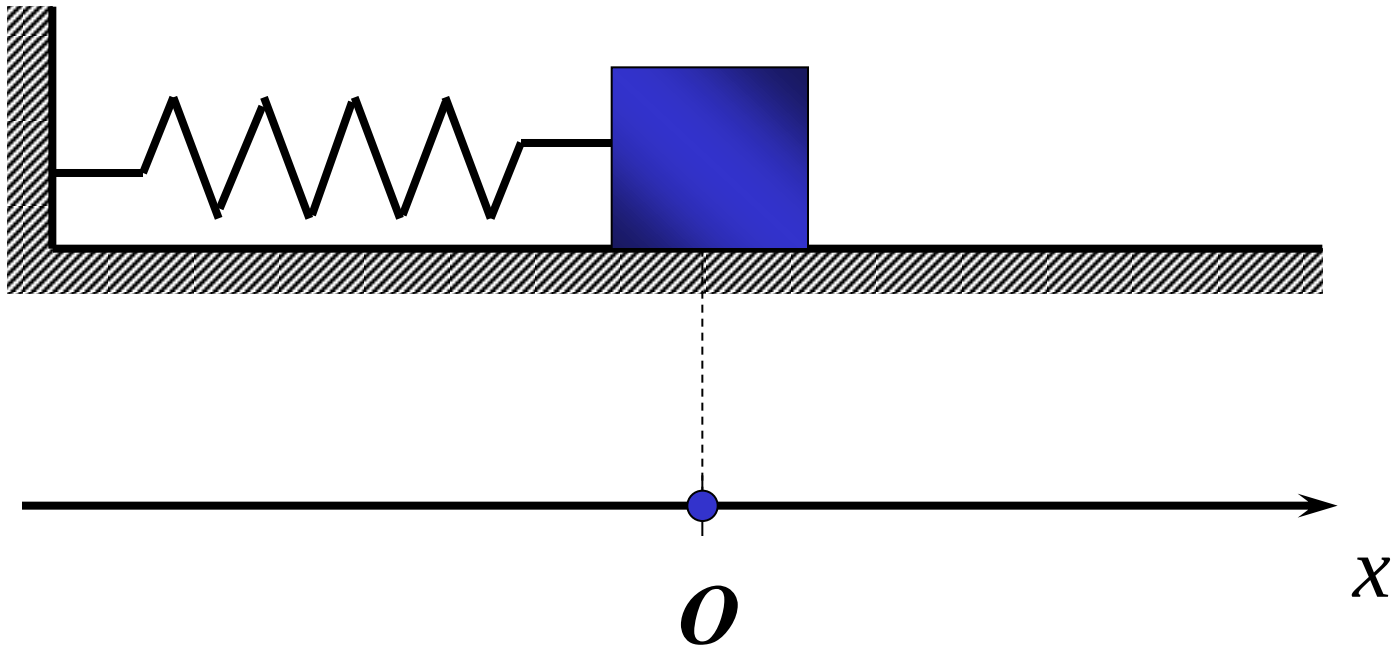
Неустойчивое равновесие

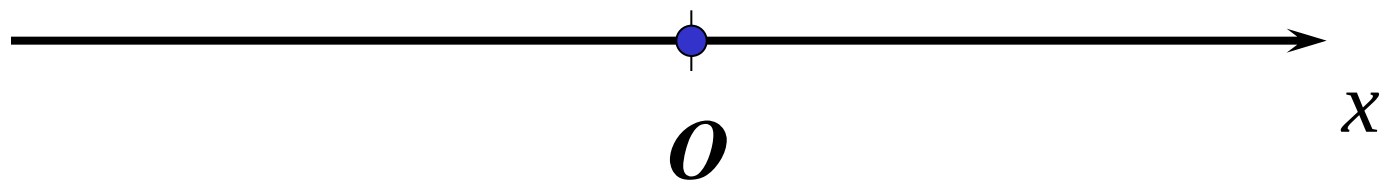
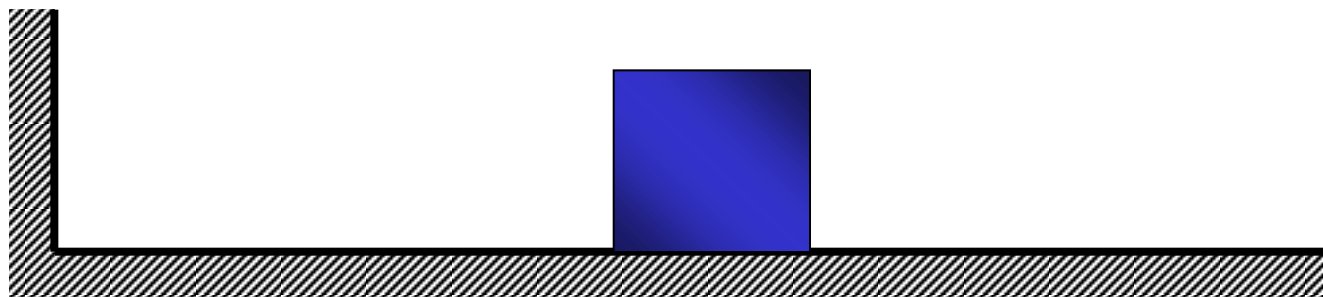
Устойчивость равновесия

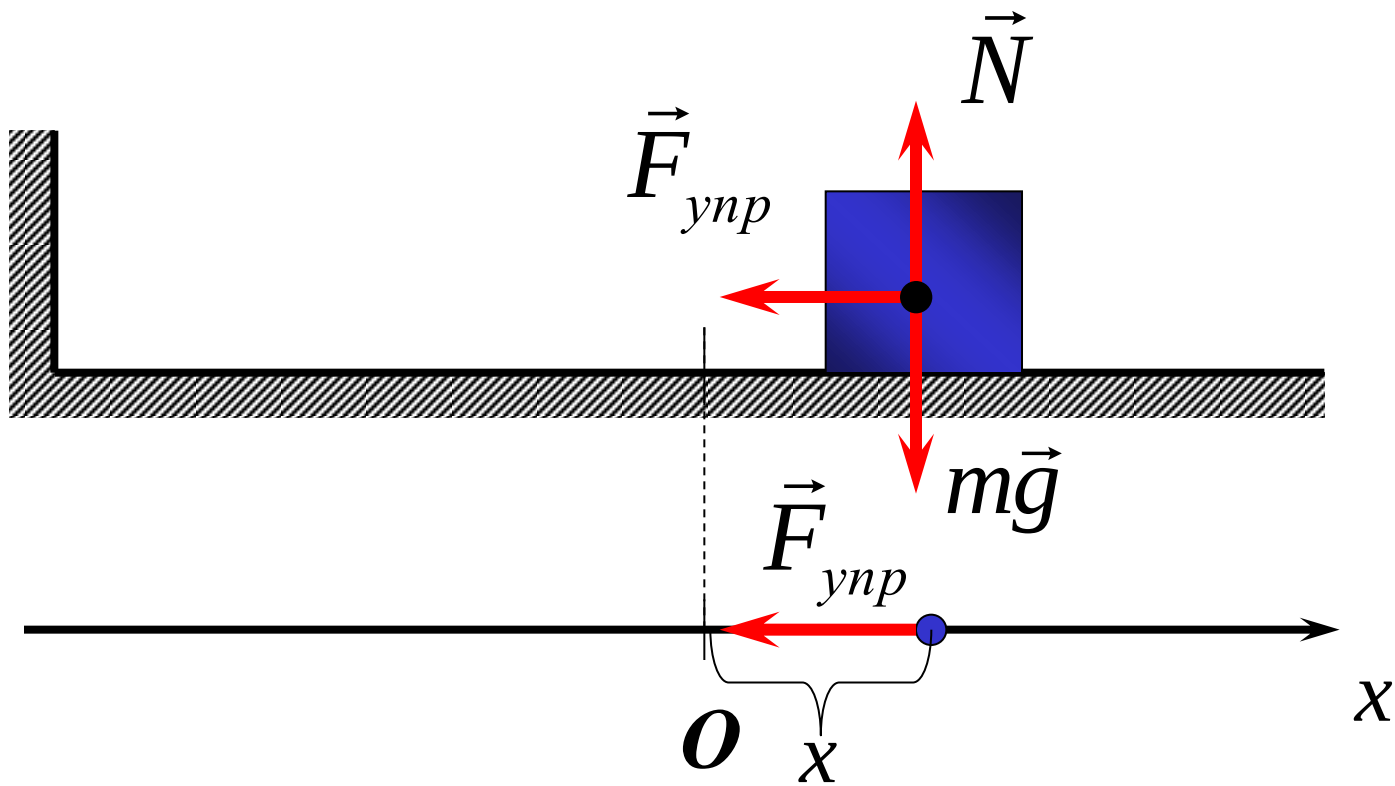


Безразличное равновесие

1. Свободные колебания

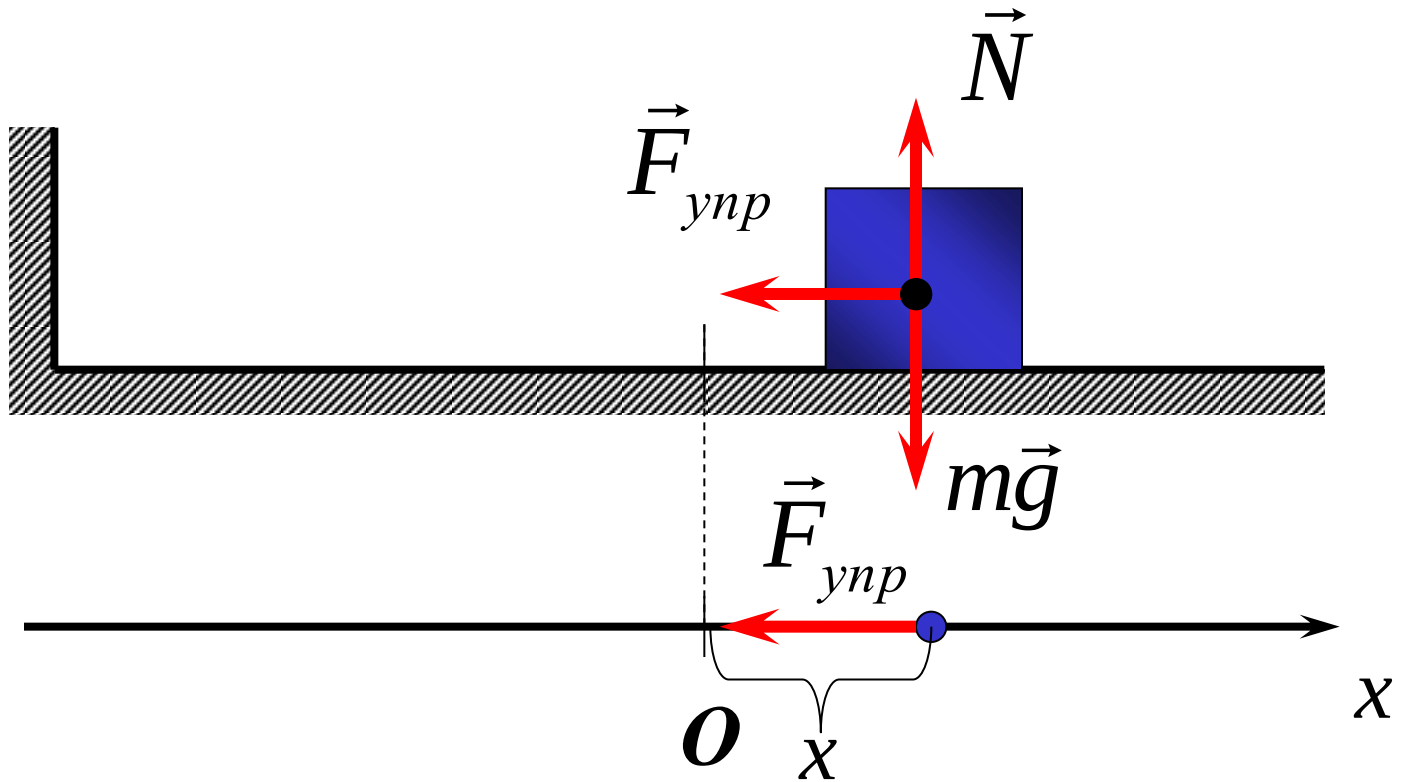


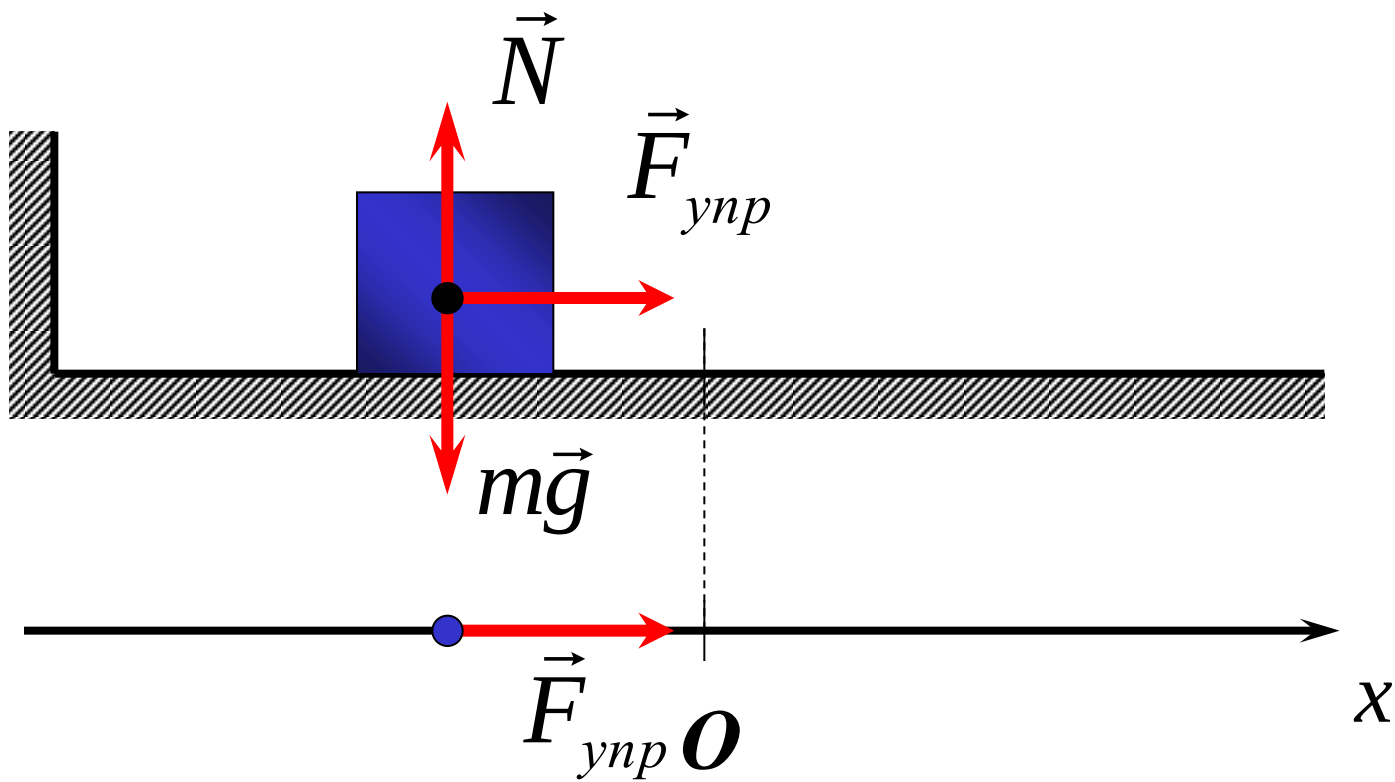




$$\boxed{F_{\text{упр}} = -CX} \text{ - закон Гюка} \quad (1)$$

C - жесткость пружины





Составим дифференциальное уравнение движения:

$$m\ddot{x} = F_{упр}$$

$$m\ddot{x} = -c x$$

$$\ddot{x} = -\frac{c}{m} x$$

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} x = 0$$

Обозначим $\frac{c}{m} = k^2$

$$\ddot{x} + k^2 x = 0 \quad (3)$$

где $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$ - круговая частота

Общее решение уравнения (3) имеет вид:

$$x = A \sin(kt + \alpha) \quad (4)$$

где A – амплитуда колебаний,

α - начальная фаза

Общее решение уравнения (3) имеет вид:

$$x = A \sin(kt + \alpha) \quad (4)$$

где A – амплитуда колебаний,

α - начальная фаза

Начальные условия движения:

$$x(0) = x_0; \quad \dot{x}(0) = V_0 \quad (5)$$

Используем начальные условия:

$$\begin{cases} x_0 = A \sin \alpha \\ V_0 = Ak \cos \alpha \end{cases}$$

Используем начальные условия:

$$\begin{cases} x_0 = A \sin \alpha \\ V_0 = Ak \cos \alpha \end{cases}$$

$$x_0^2 + \frac{V_0^2}{k^2} = A^2;$$

Используем начальные условия:

$$\begin{cases} x_0 = A \sin \alpha \\ V_0 = Ak \cos \alpha \end{cases}$$

$$x_0^2 + \frac{V_0^2}{k^2} = A^2;$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0^2}{k^2}};$$

Используем начальные условия:

$$\begin{cases} x_0 = A \sin \alpha \\ V_0 = Ak \cos \alpha \end{cases}$$

$$x_0^2 + \frac{V_0^2}{k^2} = A^2;$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0^2}{k^2}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x_0 k}{V_0};$$

Используем начальные условия:

$$\begin{cases} x_0 = A \sin \alpha \\ V_0 = Ak \cos \alpha \end{cases}$$

$$x_0^2 + \frac{V_0^2}{k^2} = A^2;$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0^2}{k^2}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x_0 k}{V_0};$$

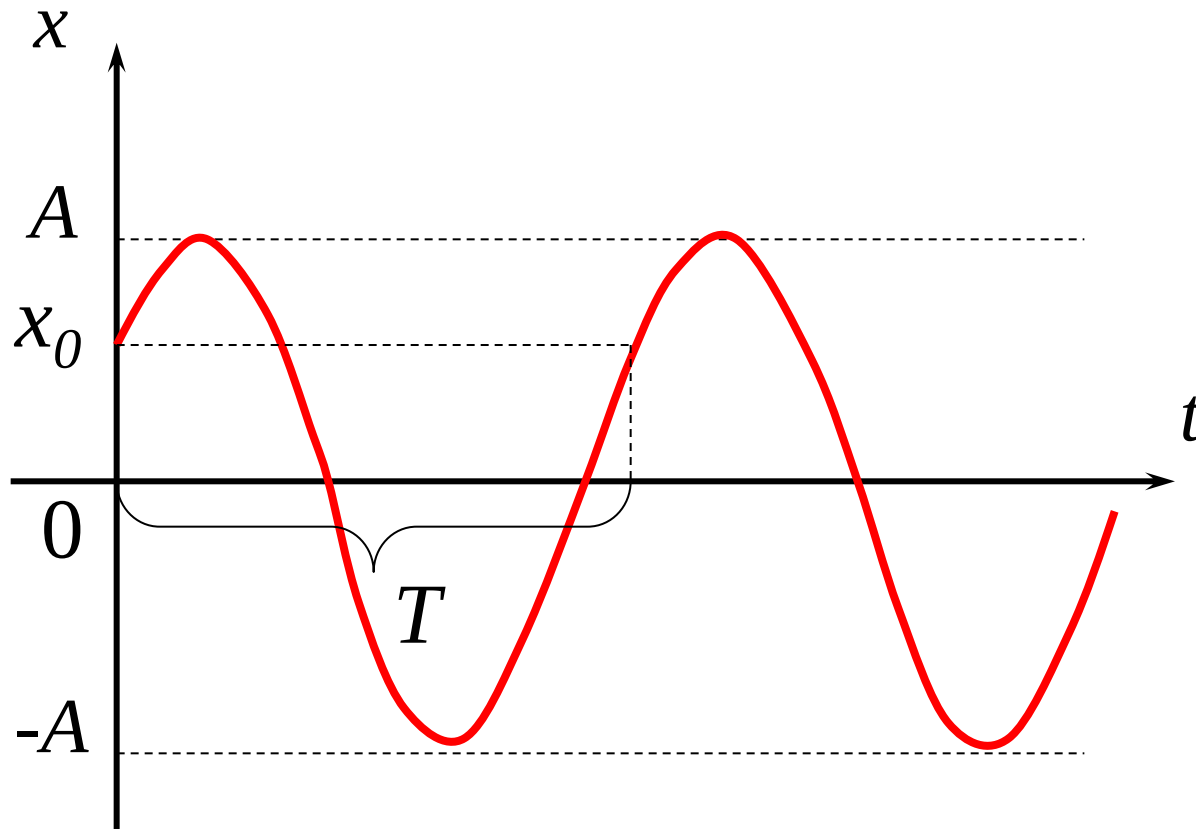
$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{x_0 k}{V_0}$$

(6)

График гармонических колебаний



График гармонических колебаний



$$T = \frac{2\pi}{k}$$

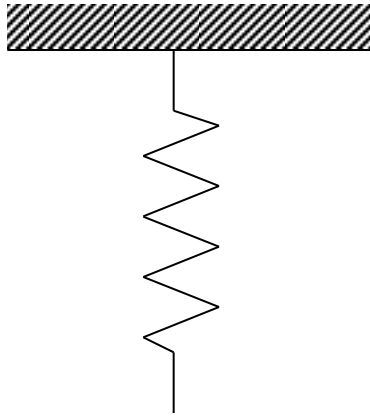
- период колебаний (7)

Связь между круговой (циклической)
частотой k и частотой ν

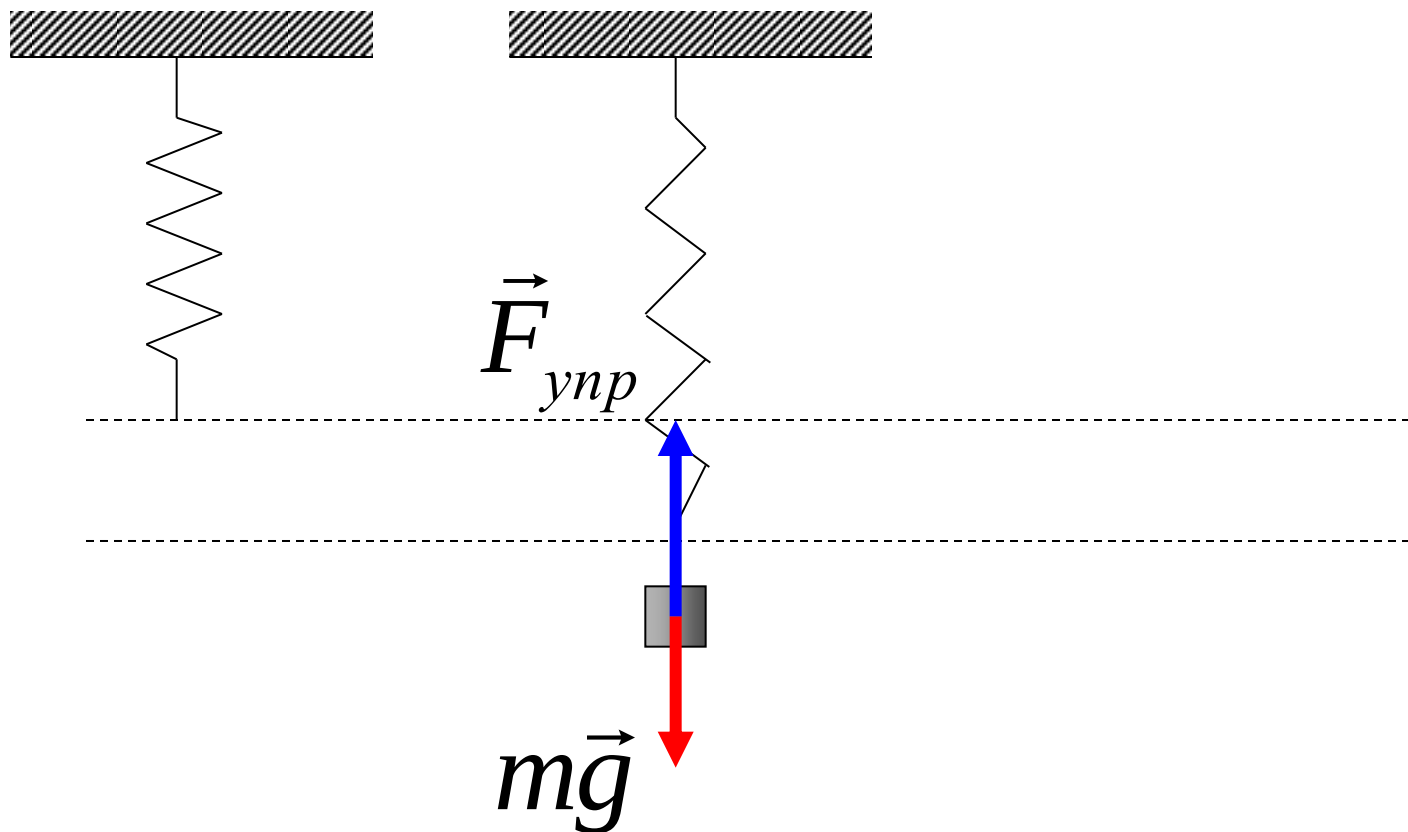
$$k = 2\pi\nu$$

Частота ν определяет количество
колебаний в секунду

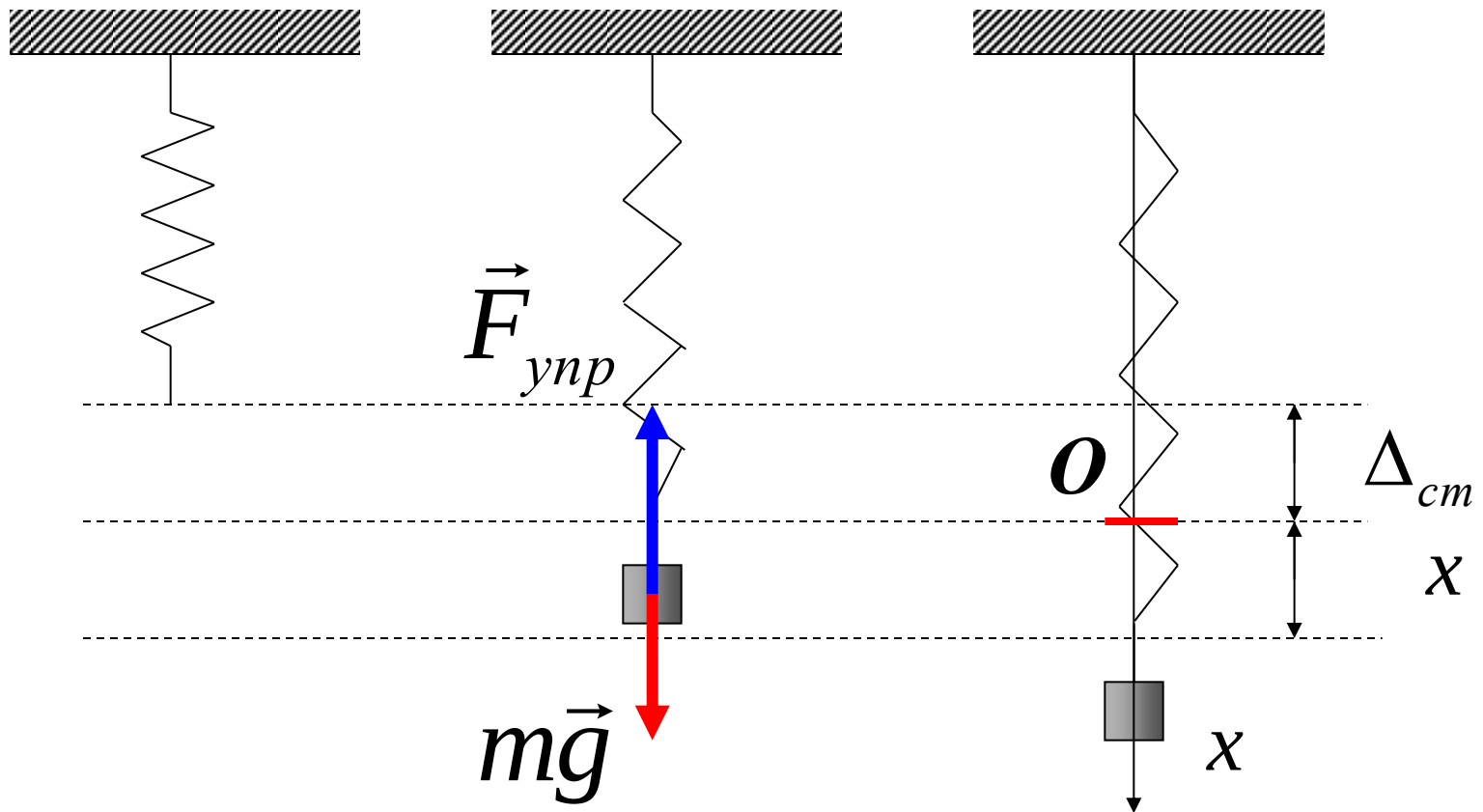
*Пример:
Вертикальные колебания груза на
пружине*



*Пример:
Вертикальные колебания груза на
пружине*



*Пример:
Вертикальные колебания груза на
пружине*



Составим дифференциальное уравнение
движения:

$$m\ddot{x} = mg - c(x + \Delta_{ct})$$

Составим дифференциальное уравнение движения:

$$m\ddot{x} = mg - c(x + \Delta_{cm})$$

Так как в положении статического равновесия

$$mg = c\Delta_{cm}$$

Составим дифференциальное уравнение движения:

$$m\ddot{x} = mg - c(x + \Delta_{cm})$$

Так как в положении статического равновесия

$$mg = c\Delta_{cm}$$

то

$$m\ddot{x} = -cx \quad \text{или} \quad \ddot{x} + k^2 x = 0,$$

где x отсчитывается от положения статического равновесия

Так как в положении статического равновесия

$$mg = F_{\text{упр}}$$

$$mg = c\Delta_{cm}$$

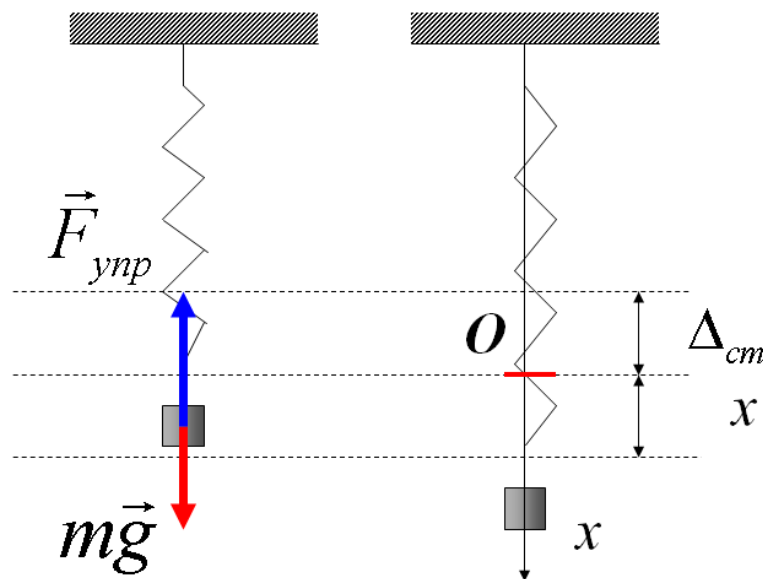
$$\frac{g}{\Delta_{cm}} = \frac{c}{m} = k^2$$

$$\frac{g}{\Delta_{cm}} = k^2$$

$$\sqrt{\frac{g}{\Delta_{cm}}} = k$$

$$T = \frac{2\pi}{k}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta_{cm}}{g}}$$



1. Дифференциальное уравнение колебаний груза массой $m = 0,5 \text{ кг}$, подвешенного на пружине, имеет вид $\ddot{y} + 60y = 0$. Определить коэффициент жесткости пружины.
2. Дифференциальное уравнение колебаний груза, подвешенного на пружине, имеет вид $\ddot{y} + 20y = 0$. Определить массу груза, если коэффициент жесткости пружины $c = 150 \text{ Н/м}$.
3. Определить период свободных вертикальных колебаний тела, подвешенного к пружине, если статическая деформация пружины $\lambda = 20 \text{ см}$.
4. Дифференциальное уравнение колебаний груза подвешенного на пружине, имеет вид $\ddot{y} + 9y = 0$. Определить угловую частоту колебаний.
5. Тело массой $m = 10 \text{ кг}$ подвешено к концу пружины совершает свободные колебания с периодом $T = 0.8 \text{ с}$. Определить коэффициент жесткости пружины
6. Тело подвешено к концу пружины совершает свободные колебания с периодом $T = 0.5 \text{ с}$. Определить массу тела, если коэффициент жесткости пружины $c = 200 \text{ Н/м}$