$$N = P\cos\alpha + F\sin\beta = P\cos 30^{\circ} + 0{,}8P\sin 30^{\circ} = 1{,}27P\,. \quad (4.8)$$

Значение $F_{\text{тр}}$ проще всего найти из уравнения (4.4), заменив в нём $\ddot{x}_C$ его значением (4.5). Получим

$$0{,}3mg = F - F_{\text{тр}} - \frac{M}{R}\,.$$

Отсюда, так как $mg = P$,

$$F_{\text{тр}} = F - \frac{M}{R} - 0{,}3P = 0{,}8P - 1{,}1P - 0{,}3P = -0{,}6P\,. \qquad (4.9)$$

Знак указывает, что сила $F_{\text{тр}}$ имеет направление, противоположное показанному на рис. 8.

Подставляя значения $F_{\text{тр}}$ и N из равенств (4.8) и (4.9) в неравенство (4.7), получим $0{,}6P \le 1{,}27Pf$, откуда $f \ge 0{,}47$. Следовательно, наименьшим коэффициентом трения, при котором возможно качение барабана без скольжения, будет $f_{\min} = 0{,}47$.

2.5. Задача Д5

Вертикальный вал *AK* (рис. Д5.0–Д5.9, табл. Д5), вращающийся с постоянной угловой скоростью $\omega = 10\ \text{с}^{-1}$, закреплён подпятником в точке *A* и цилиндрическим подшипником в точке, указанной в табл. Д6 в столбце 2 (*AB* = *BD* = *DE* = *EK* = *b*). К валу жёстко прикреплены невесомый стержень *1* длиной $l_1 = 0{,}4$ м с точечной массой $m_1 = 6$ кг на конце и однородный стержень *2* длиной $l_2 = 0{,}6$ м, имеющий массу $m_2 = 4$ кг. Оба стержня лежат в одной плоскости. Точки крепления стержней к валу указаны в табл. Д5 в столбцах 3 и 4, а углы α и β – в столбцах 5 и 6.

Пренебрегая весом вала, определить реакции подпятника и подшипника. При подсчетах принять $b = 0{,}4$ м .

Указания. Задача Д5 – это задача на применение к изучению движения системы принципа Даламбера. При решении задачи учесть, что когда силы инерции частиц тела (в данной задаче стержня 2) имеют равнодействующую $\overline{\Phi}$, то численно $\Phi = ma_C$, где a_C – ускорение центра масс *C* стержня, но линия действия силы $\overline{\Phi}$ в общем случае не проходит через точку *C*.

Таблица Д5

Номер условия	Подшипник в точке	Крепление стержня *1* в точке	Крепление стержня *2* в точке	α°	β°
1	2	3	4	5	6
0	*B*	*D*	*K*	30	45
1	*D*	*B*	*E*	45	60
2	*E*	*D*	*B*	60	75
3	*K*	*D*	*E*	75	30
4	*B*	*E*	*D*	90	60
5	*D*	*K*	*B*	30	45
6	*E*	*B*	*K*	45	30
7	*K*	*E*	*B*	60	75
8	*D*	*E*	*K*	75	60
9	*E*	*K*	*D*	90	45

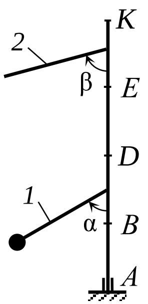

Рис. Д5.0

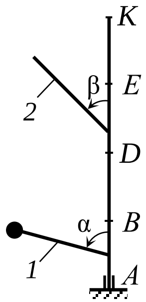

Рис. Д5.1

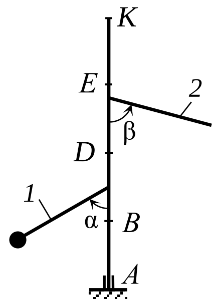

Рис. Д5.2

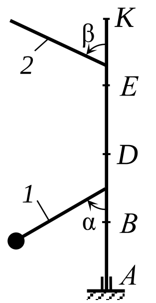

Рис. Д5.3

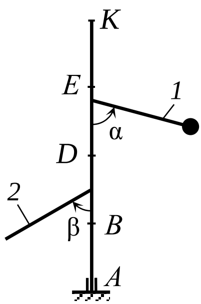

Рис. Д5.4

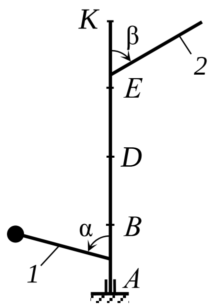

Рис. Д5.5

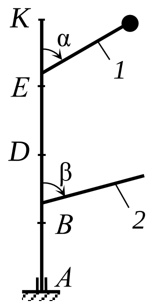

Рис. Д5.6

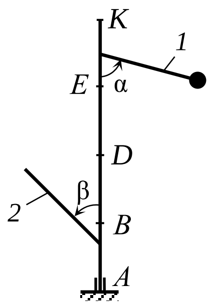

Рис. Д5.7

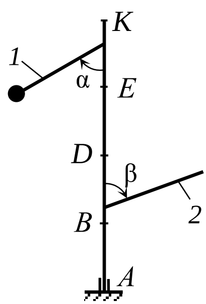

Рис. Д5.8

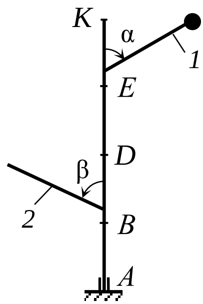

Рис. Д5.9

2.5.1. Основная теория к задаче Д5

Принцип Даламбера для материальной точки

Пусть к материальной точке с массой m приложена некоторая система сил, равнодействующую которых обозначим $\overline{F}$, реакцию связи – $\overline{N}$, тогда основной закон динамики для этой точки запишется так:

$$m\overline{a} = \overline{F} + \overline{N} .$$

Это равенство можно переписать так:

$$\overline{F} + \overline{N} + \left(-m\overline{a}\right) = 0 .$$

Введём обозначение $\overline{\Phi} = -m\overline{a}$ и назовём величину $\overline{\Phi}$ силой инерции материальной точки. Следовательно, *сила инерции материальной точки равна произведению её массы на ускорение и направлена противоположно ускорению.* Тогда последнее равенство перепишется следующим образом:

$$\overline{F} + \overline{N} + \overline{\Phi} = 0 .$$

Таким образом, можно сформулировать принцип Даламбера для материальной точки: *в любой момент времени геометрическая сумма всех приложенных к точке активных сил, реакции связи и силы инерции равна нулю.*

Сила инерции материальной точки
при её криволинейном движении

Если материальная точка совершает криволинейное движение, то её ускорение раскладывается на касательное и нормальное, а следовательно, и сила инерции материальной точки будет иметь соответственно вращательную и центробежную составляющие. Действительно

$$\overline{\Phi} = -m\,\overline{a} = -m\left(\overline{a}_\tau + \overline{a}_n\right) = -m\frac{dV}{d\,t}\,\overline{\tau} - m\frac{V^2}{\rho}\,\overline{n} = \overline{\Phi}_\tau + \overline{\Phi}_n\,,$$

где вращательная составляющая равна:

$$\overline{\Phi}_\tau = -m\frac{dV}{d\,t}\,\overline{\tau}\,,$$

а центробежная составляющая равна:

$$\overline{\Phi}_n = -m\frac{V^2}{\rho}\,\overline{n}\,.$$

Здесь V – модуль скорости точки; ρ – радиус кривизны траектории.

Соответствующие им модули равны:

$$\left|\overline{\Phi}_\tau\right| = m\left|\frac{dV}{d\,t}\right|; \quad \left|\overline{\Phi}_n\right| = m\frac{V^2}{\rho}\,.$$

Если материальная точка принадлежит вращающемуся телу и движется по окружности, то модули вращательной и центробежной сил инерции равны:

$$\left|\overline{\Phi}_\tau\right| = mR|\varepsilon|; \qquad \left|\overline{\Phi}_n\right| = mR\omega^2\,,$$

где R – расстояние точки до оси вращения; ω – угловая скорость вращения тела; ε – угловое ускорение.

Принцип Даламбера для механической системы

Для любой i-й материальной точки механической системы, состоящей из n материальных точек, можно записать принцип Даламбера:

$$\overline{F}_i^{\,E} + \overline{F}_i^{\,J} + \overline{N}_i + \overline{\Phi}_i = 0\,,$$

где $\overline{F}_i^E$ – равнодействующая всех внешних сил, приложенных к материальной точке; $\overline{F}_i^J$ – равнодействующая внутренних сил; $\overline{N}_i$ – реакция связи; $\overline{\Phi}_i$ – сила инерции материальной точки.

Из статики известно, что для сил, находящихся в равновесии, геометрическая сумма их моментов относительно любого центра *O* равна нулю:

$$\overline{m}_O\left(\overline{F}_i^E\right)+\overline{m}_O\left(\overline{F}_i^J\right)+\overline{m}_O\left(\overline{N}_i\right)+m_O\left(\overline{\Phi}_i\right)=0\,.$$

Просуммируем полученные равенства для всех *n* точек системы, получим

$$\sum\overline{F}_i^E+\sum\overline{F}_i^J+\sum\overline{N}_i+\sum\overline{\Phi}_i=0,$$
$$\sum\overline{m}_O\left(\overline{F}_i^E\right)+\sum\overline{m}_O\left(\overline{F}_i^J\right)+\sum\overline{m}_O\left(\overline{N}_i\right)+\sum m_O\left(\overline{\Phi}_i\right)=0.$$

Введём обозначения: $\sum\overline{F}_i^E=\overline{F}^E$ – главный вектор внешних сил, приложенных к механической системе; $\sum\overline{F}_i^J=0$, $\sum\overline{m}_O\left(\overline{F}_i^J\right)=0$, т. е. главный вектор и главный момент внутренних сил системы равны нулю; $\sum\overline{N}_i=\overline{N}$ – главный вектор реакций связей; $\sum\overline{\Phi}_i=\overline{\Phi}$ – главный вектор сил инерции точек системы; $\sum\overline{m}_O\left(\overline{F}_i^E\right)=\overline{M}_O^E$ – главный момент внешних сил относительно центра *O*; $\sum\overline{m}_O\left(\overline{N}_i\right)=\overline{M}_O^N$ – главный момент реакций связей; $\sum\overline{m}_O\left(\overline{\Phi}_i\right)=\overline{M}_O^\Phi$ – главный момент сил инерции точек системы относительно центра *O*. Тогда уравнения можем записать:

$$\begin{cases}\overline{F}^E+\overline{N}+\overline{\Phi}=0,\\ \overline{M}_O^E+\overline{M}_O^N+\overline{M}_O^\Phi=0.\end{cases}$$

Полученные уравнения описывают принцип Даламбера для механической системы: *в любой момент времени для всякой* *механической системы геометрическая сумма главных векторов и главных моментов заданных сил, реакций связей и сил инерции точек системы относительно центра О равны нулю.*

Данные уравнения представляют собой уравнения кинетостатики в векторной форме. Проектируя эти уравнения на декартовы оси координат, получим скалярные уравнения кинетостатики, которые будем использовать при решении задач:

$$\begin{cases} \sum F_{ix}^{E} + \sum N_{ix} + \sum \Phi_{ix} = 0, \\ \sum F_{iy}^{E} + \sum N_{iy} + \sum \Phi_{iy} = 0, \\ \sum F_{iz}^{E} + \sum N_{iz} + \sum \Phi_{iz} = 0, \\ \sum m_x\left(\overline{F}_i^{E}\right) + \sum m_x\left(\overline{N}_i\right) + \sum m_x\left(\overline{\Phi}_i\right) = 0, \\ \sum m_y\left(\overline{F}_i^{E}\right) + \sum m_y\left(\overline{N}_i\right) + \sum m_y\left(\overline{\Phi}_i\right) = 0, \\ \sum m_z\left(\overline{F}_i^{E}\right) + \sum m_z\left(\overline{N}_i\right) + \sum m_z\left(\overline{\Phi}_i\right) = 0. \end{cases}$$

Если силы расположены в одной плоскости, то уравнений кинетостатики будет три.

Главный вектор и главный момент сил инерции

Систему сил инерции твёрдого тела, как и любую другую систему сил, можно преобразовать согласно методу Пуансо, рассмотренному в статике, и получить главный вектор и главный момент сил инерции относительно произвольного центра *O*.

Действительно, главный вектор сил инерции будет равен:

$$\overline{\Phi} = \sum \overline{\Phi}_i = \sum\left(-m_i \overline{a}_i\right) = -\sum m_i \frac{d^2 \overline{r}_i}{d\,t^2} = -\frac{d^2}{d\,t^2}\sum m_i \overline{r}_i =$$

$$= -\frac{d^2}{d\,t^2} M\,\overline{r}_i = -M\,\frac{d^2 \overline{r}_i}{d\,t^2} = -M\,\overline{a}_C\,.$$

Следовательно, *главный вектор сил инерции механической системы (твёрдого тела) равен произведению массы системы* *(тела) на ускорение её центра масс и направлен противоположно этому ускорению.*

Главный момент сил инерции точек твёрдого тела относительно произвольного центра *O* равен:

$$\overline{M}_O^{\Phi} = \sum \bar{r}_i \times \overline{\Phi}_i = -\sum \bar{r}_i \times m_i\, \bar{a}_i \ .$$

Рассмотрим некоторые виды движения твёрдого тела.

1. Поступательное движение. При поступательном движении твёрдого тела ускорения всех его точек одинаковы и равны ускорению центра масс $\bar{a}_C$. Тогда система сил будет приводиться к одной равнодействующей, равной главному вектору и проходящей через центр масс:

$$\overline{\Phi} = -M\, \bar{a}_C \,,$$

а главный момент

$$\overline{M}_O^{\Phi} = 0 \,.$$

2. Вращательное движение. В этом случае система сил инерции будет приводиться к силе, равной главному вектору $\overline{\Phi} = -M\, \bar{a}_C$, приложенной в точке, расположенной на оси вращения, например *Oz*, и к паре с моментом $\overline{M}_{Oz}^{\Phi} = -J_{Oz}\bar{\varepsilon}$, лежащей в плоскости симметрии тела.

Если тело вращается вокруг оси, проходящей через его центр масс, то главный вектор сил инерции точек твёрдого тела

$$\overline{\Phi} = -M\, \bar{a}_C = 0 \,,$$

и в этом случае система сил инерции приводится к одной только паре с моментом

$$M_{Oz}^{\Phi} = -J_{Oz}\varepsilon \,,$$

лежащей в плоскости симметрии тела.

2.5.2. Пример решения задачи Д5

Вертикальный вал, закреплённый подпятником *A* и подшипником *E* (рис. 9, *а*), вращается с постоянной угловой скоростью ω. Ломаный однородный стержень массой m и длиной $10a$, состоящий из частей *1, 2, 3*, прикреплён к валу шарниром *B* и невесомым стержнем *4*. Массы частей пропорциональны их длинам.

Дано: $m = 10$ кг, $\omega = 5$ с$^{-1}$, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 270^\circ$,
$\varphi = 135^\circ$, $a = 0{,}2$ м.

Определить: 1) реакции шарнира *B* и стержня *4*;
2) реакции подпятника *A* и подшипника *E*.

Решение. 1. Вал изображён на рис. 9, *а, в* в соответствии с заданными углами. Массы и веса частей *1*, *2*, *3* данного стержня посчитаем с учётом того, что они пропорциональны длинам частей, а длина всего стержня $10a$, в результате получим:

$$m_1 = 0{,}4m, \quad m_2 = 0{,}4m, \quad m_3 = 0{,}2m,$$
$$P_1 = 0{,}4mg, \; P_2 = 0{,}4mg, \; P_3 = 0{,}2mg.$$

2. Для определения искомых реакций воспользуемся принципом Даламбера для несвободной механической системы. Проведём вращающиеся вместе с валом *AE* (рис. 9, *б*) оси *Bxy* так, чтобы стержень лежал в плоскости *xBy* и изобразим все действующие на него заданные силы $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3$, составляющие реакции шарнира *B*: $\overline{X}_B, \overline{Y}_B$ и реакцию $\overline{N}$ стержня *4*. Присоединим к этим силам силы инерции частей ломаного стержня.

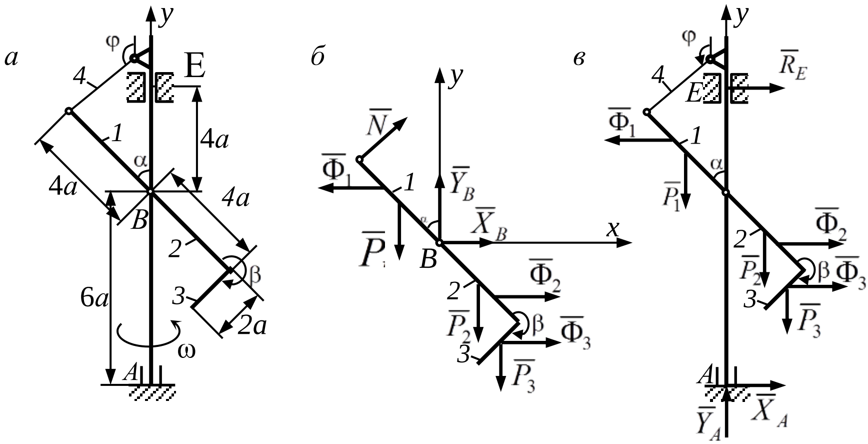

Рис. 9

3. Найдём эти силы. Для этого проделаем следующее: вырежем бесконечно малый элемент dx_2 стержня *2* (рис. 10, *а*). Масса этого элемента $dm_2 = \dfrac{m_2}{4a} dx_2$. Элемент удалён от оси вращения на расстояние $h_{k_2} = x_2 \cdot \sin\alpha$. Так как вал вращается равномерно, то элементы стержня имеют только нормальные ускорения a_{nk}, направленные к оси вращения, и численно равны:

$$a_{nk_2} = \omega^2 h_{k_2}.$$

Тогда сила инерции *k*-го элемента $d\Phi_2$ стержня *2* будет направлена от оси вращения противоположно нормальному ускорению элемента и численно равна:

$$d\Phi_2 = dm_2 \cdot a_{nk_2} = \frac{m_2}{4a}\omega^2 \cdot x_2 \cdot \sin\alpha \cdot dx_2.$$

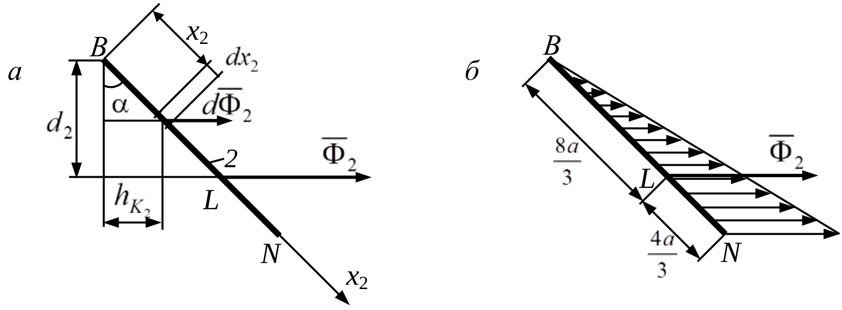

Рис. 10

Рассуждая аналогично, найдём силу инерции *k*-го элемента $d\Phi_3$ стержня *3* (рис. 11, *а*).

Масса элемента $dm_3 = \dfrac{m_3}{2a} dx_3$. Элемент удалён от оси вращения на расстоянии h_{k_3}, равном

$$h_{k_3} = N_0 T + x_3 \cdot \sin\gamma = 4a \cdot \sin\alpha - 2a \cdot \sin\gamma + x_3 \cdot \sin\gamma \ .$$

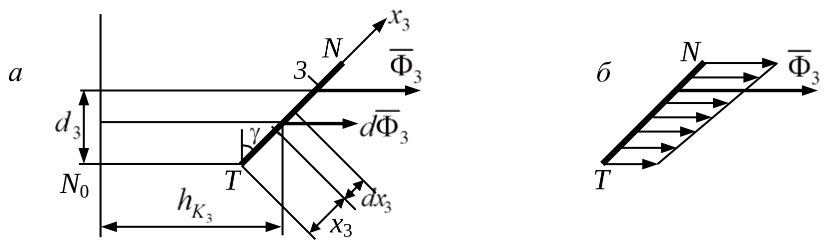

Рис. 11

Центробежная сила инерции, приложенная к элементу, определится таким образом:

$$d\Phi_3 = dm_3 \cdot a_{nk_3} = \frac{m_3}{2a}\omega^2\left(4a \cdot \sin\alpha - 2a \cdot \sin\gamma + x_3 \cdot \sin\gamma\right)dx_3 .$$

Полученные системы параллельных сил (рис. 10, *б;* 11, *б*) можно преобразовать методом Пуансо. В первом случае (рис. 10, *б*) за центр приведения возьмём точку B, во втором (рис. 11, *б*) – точку T, соответственно. Тогда модули главных векторов сил инерции стержней *2* и *3* будут равны:

$$\Phi_2 = \int_0^{4a} d\Phi_2 = \int_0^{4a} \frac{m_2}{4a}\omega^2 \cdot \sin\alpha \cdot x_2 \cdot dx_2 =$$

$$= \frac{m_2}{4a} \cdot \omega^2 \cdot \sin\alpha \cdot \left.\frac{x_2^2}{2}\right|_0^{4a} = \frac{m_2}{4a}\omega^2 \cdot \sin\alpha \cdot \frac{16a^2}{2} =$$

$$= 2m_2 \cdot \omega^2 \cdot a \cdot \sin\alpha,$$

$$\Phi_3 = \int_0^{2a} d\Phi_3 = \int_0^{2a} \frac{m_3}{2a}\omega^2 \left(4a \cdot \sin\alpha - 2a \cdot \sin\gamma + x_3 \cdot \sin\gamma\right) dx_3 =$$

$$= 2m_3\,\omega^2 \cdot \sin\alpha \cdot x_3\Big|_0^{2a} - m_3\,\omega^2 \cdot \sin\gamma \cdot x_3\Big|_0^{2a} + \frac{m_3}{2a}\omega^2 \cdot \sin\gamma \cdot \left.\frac{x_3^2}{2}\right|_0^{2a} =$$

$$= 4m_3 \cdot a \cdot \omega^2 \cdot \sin\alpha - 2m_3 \cdot a \cdot \omega^2 \cdot \sin\gamma + m_3 \cdot \omega^2 \cdot a \cdot \sin\gamma =$$

$$= m_3 \cdot \omega^2 \cdot a\left(4\sin\alpha - \sin\gamma\right).$$

Главный момент сил инерции стержня *2* относительно центра приведения будет равен:

$$M_2 = \int_0^{4a} dM_2,\ dM_2 = x_2 \cdot \cos\alpha \cdot d\Phi_2,$$

или

$$M_2 = \int_0^{4a} \frac{m_2}{4a}\omega^2 \cdot \sin\alpha \cdot x_2 \cdot dx_2 \cdot x_2 \cdot \cos\alpha =$$

$$= \frac{m_2}{8a}\,\omega^2 \cdot \sin 2\alpha \int_0^{4a} x_2^2 \cdot dx_2 = \frac{m_2}{8a}\omega^2 \cdot \sin 2\alpha \cdot \left.\frac{x_2^3}{3}\right|_0^{4a} =$$

$$= \frac{m_2}{8a}\omega^2 \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{64a^3}{3} = \frac{8}{3} m_2 \cdot a^2 \cdot \omega^2 \cdot \sin 2\alpha.$$

Используя теорему Вариньона о моменте равнодействующей плоской системы сил, которая утверждает, что момент равнодействующей силы относительно любой точки на плоскости равен алгебраической сумме моментов составляющих сил относительно той же точки, т. е. главному моменту плоской системы сил. Следовательно,

$$M_2 = \Phi_2 \cdot d_2,$$

где d_2 – расстояние от точки *B* до линии действия силы Φ_2 (рис. 11, *б*), равнодействующей данной системы сил:

$$d_2 = \frac{M_2}{\Phi_2} = \frac{8a}{3}\cos\alpha .$$

Как видим, линия действия равнодействующей сил инерции Φ_2 стержня *2* расположена на расстоянии от точки *B*, равном $\frac{2}{3} BN \cos\alpha$.

Расстояние $BL = \frac{2}{3} BN = \frac{8a}{3}$.

Аналогично найдём M_3 и d_3, учитывая, что точка *T* – центр приведения сил инерции стержня *3* (рис. 11, *б*).

$$M_3 = \int_0^{2a} dM_3,$$

где $dM_3 = -x_3 \cdot \cos\gamma \cdot d\Phi_3$,

$$M_3 = -\int_0^{2a} x_3 \cdot \cos\gamma \cdot d\Phi_3 = -\int_0^{2a} x_3 \cdot \cos\gamma \frac{m_3}{2a}\omega^2(4a \cdot \sin\alpha -$$

$$-2a \cdot \sin\gamma + x_3 \cdot \sin\gamma)\, dx_3 = -\int_0^{2a} \frac{m_3}{2a}\omega^2(4a \cdot \sin\alpha -$$

$$-2a\cdot\sin\gamma)\cos\gamma\cdot x_3\cdot dx_3-\int\limits_0^{2a}\frac{m_3}{2a}\omega^2\cdot\sin\gamma\cdot\cos\gamma\cdot x_3^2\cdot dx_3=$$

$$=-\frac{m_3}{2a}\omega^2\left(4a\cdot\sin\alpha-2a\cdot\sin\gamma\right)\cos\gamma\cdot\left.\frac{x_3^2}{2}\right|_0^{2a}-$$

$$-\frac{m_3}{4a}\omega^2\cdot\sin 2\gamma\cdot\left.\frac{x_3^3}{3}\right|_0^{2a}=-\frac{m_3}{4a}\omega^2(4a\cdot\sin\alpha-$$

$$-2a\cdot\sin\gamma)\,4a^2\cdot\cos\gamma-\frac{m_3}{4a}\omega^2\cdot\sin 2\gamma\cdot\frac{8a^3}{3}=$$

$$=-m_3\cdot\omega^2\cdot a\,(4a\cdot\sin\alpha-2a\cdot\sin\gamma)\cos\gamma-$$

$$-\frac{2}{3}m_3\cdot\omega^2\cdot a^2\cdot\sin 2\gamma=-m_3\cdot\omega^2\cdot a^2\cdot 4\sin\alpha\cdot\cos\gamma+$$

$$+m_3\cdot\omega^2\cdot a^2\cdot 2\sin\gamma\cdot\cos\gamma-\frac{2}{3}m_3\cdot\omega^2\cdot a^2\cdot\sin 2\gamma=$$

$$=-4m_3\cdot\omega^2\cdot a^2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\gamma+\frac{1}{3}m_3\cdot\omega^2\cdot a^2\cdot\sin 2\gamma=$$

$$=-m_3\cdot\omega^2\cdot a^2\left(4\sin\alpha\cdot\cos\gamma-\frac{1}{3}\sin 2\gamma\right).$$

С другой стороны (рис. 11, *а*),

$$M_3=-d_3\cdot\Phi_3\,.$$

Тогда

$$d_3=-\frac{M_3}{\Phi_3}=\frac{m_3\cdot\omega^2\cdot a^2\left(4\sin\alpha\cdot\cos\gamma-\frac{1}{3}\sin 2\gamma\right)}{m_3\cdot\omega^2\cdot a\left(4\sin\alpha-\sin\gamma\right)}=$$

$$=\frac{a\left(4\sin\alpha\cdot\cos\gamma-\frac{1}{3}\sin 2\gamma\right)}{4\sin\alpha-\sin\gamma}.$$

Полученные результаты используем для нахождения равнодействующей сил инерции Φ_1 стержня *1* и расстояния d_1 до линии её действия (рис. 9, *б*):

$$\Phi_1 = 2m_1 \cdot \omega^2 \cdot a \cdot \sin\alpha\,; \tag{5.1}$$

$$d_1 = \frac{8a}{3}\cos\alpha\,. \tag{5.2}$$

4. Рекомендация. При нахождении главного вектора сил инерции любого тела можно не проводить подобного расчёта, который показан выше, а воспользоваться известной формулой:

$$\overline{\Phi} = -M \cdot \overline{a}_C\,, \tag{5.3}$$

где M – масса тела; $\overline{a}_C$ – ускорение центра масс.

Результат будет тот же:

$$\Phi_1 = m_1 \cdot a_{C_1} = m_1 \cdot \omega^2 \cdot 2a \cdot \sin\alpha;$$

$$\Phi_2 = m_2 \cdot a_{C_2} = m_2 \cdot \omega^2 \cdot 2a \cdot \sin\alpha;$$

$$\Phi_3 = m_3 \cdot a_{C_3} = m_3 \cdot \omega^2 (4a \cdot \sin\alpha - a \cdot \sin\gamma).$$

Линии действия равнодействующих Φ_1 и Φ_2 пройдут через центры тяжести соответствующих треугольников (рис. 10) на расстояниях:

$$d_2 = d_1 = \frac{8a}{3}\cos\alpha\,. \tag{5.4}$$

Нахождение расстояния d_3 требует интегрирования, как было показано, либо нахождения равнодействующей двух параллельных сил и точки их приложения.

5. Определим реакции шарнира *B* и стержня *4*. Согласно принципу Даламбера, заданные силы реакции связей и силы инерции ломаного стержня образуют уравновешенную систему

сил на плоскости (рис. 9, *б*), для которой можно составить три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx}=0;\quad X_B-\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+N\cdot\sin\left(180^\circ-\varphi\right)=0;$$
$$\sum F_{ky}=0;\quad Y_B-P_1-P_2-P_3+N\cdot\cos\left(180^\circ-\varphi\right)=0;$$
$$\sum m_B\left(\overline{F}_k\right)=0;\qquad P_1\cdot 2a\cdot\sin\alpha+\Phi_1\cdot d_1-P_2\cdot 2a\cdot\sin\alpha+ \qquad (5.5)$$
$$+\Phi_2\cdot d_2-P_3\left(4a\cdot\sin\alpha-a\cdot\sin\gamma\right)+\Phi_3(4a\cdot\cos\alpha+$$
$$+2a\cdot\cos\gamma-d_3)-N\cdot 4a=0.$$

Решая систему (5.5), найдём:

$$X_B=-45{,}7\,\text{Н};\quad Y_B=73{,}6\,\text{Н};\quad N=34{,}6\,\text{Н}.$$

6. Определим реакции подпятника *A* и подшипника *E*. Для этого составим три уравнения равновесия сил, приложенных к валу (рис. 9, *в*):

$$\sum F_{kx}=0;\ X_A+R_E+\Phi_2+\Phi_3-\Phi_1=0;$$
$$\sum F_{ky}=0;\ Y_A-P_1-P_2-P_3=0;$$
$$\sum m_A\left(\overline{F}_k\right)=0;\ P_1\cdot 2a\cdot\sin\alpha+\Phi_1(6a+d_1)-R_E\cdot 10a- \qquad (5.6)$$
$$-P_2\cdot 2a\cdot\sin\alpha-\Phi_2(6a-d_2)-P_3\left(4a\cdot\sin\alpha-a\cdot\sin\gamma\right)-$$
$$-\Phi_3(6a-4a\cdot\cos\alpha-2a\cdot\cos\gamma+d_3)=0.$$

Решая систему, найдём:

$$X_A=-22{,}3\,\text{Н};\quad Y_A=98\,\text{Н};\quad R_E=1{,}1\,\text{Н}.$$