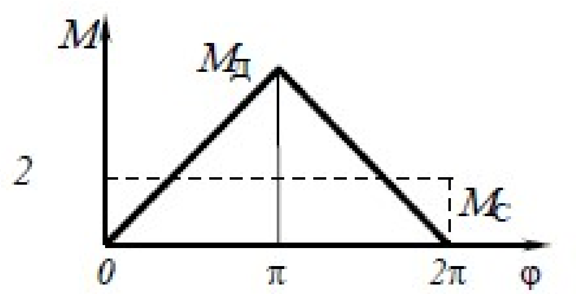
Задача 2. Силы и массы машинного агрегата приведены к одному звену. Движение звена приведения установилось. Угловая скорость в начале цикла установившегося движения равна ω_0. Моменты движущих сил $M_Д$ и сопротивления M_C изменяются в соответствии с заданными графиками (рис. 5, *2*; табл. 27). Приведенный момент инерции постоянен и равен $I_П$. Определить наибольшую ω_{max} и наименьшую ω_{min} угловые скорости звена приведения при его установившемся движении и степень неравномерности движения δ. В табл. 27 приведены наибольшие значения моментов $M_Д$ и M_C.



Начальные данные:

$M_Д := 15$ Н · м

$J_п := 12$ кг · м^2

$\omega_0 := 200$ $\frac{рад}{с}$

Решение:

1. Приведенный момент сопротивления изменяется по треугольнику

Т.к. движение установившееся, значит работа совершаемая движущим моментом за цикл равна работе моменга сопротивления. На графиках это выражается так: площади под соответствующими моментами должны быть равны. Отсюда найдем величину приведенного момента сопротивления.

$$M_Д \cdot 2 \cdot \pi = M_c \cdot \frac{\pi}{2}$$

$M_c := 4 \cdot M_Д$ $\qquad$ $M_c = 60$ Н · м

Запишим уравнение движения в форме закона кинетической инергии:

$$\int_{\phi_0}^{\phi_i} M_Д \, d\phi - \int_{\phi_0}^{\phi_i} M_c \, d\phi = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_i^{\,2} - \omega_0^{\,2}\right)$$

Разобьем цикл на 6 участков и найдем границы этих участков:

$\phi_0 := 0$ рад

$\phi_1 := \dfrac{\pi}{2}$ рад

$\phi_2 := \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{2}{\pi} \cdot \dfrac{M_д}{M_c}$ $\phi_2 = 1.73$ рад

$\phi_3 := \pi$ рад

$\phi_4 := \dfrac{3\pi}{2} - \dfrac{2}{\pi} \cdot \dfrac{M_д}{M_c}$ $\phi_4 = 4.55$ рад

$\phi_5 := \dfrac{3\pi}{2}$ рад

$\phi_6 := 2\pi$ рад

На первом участке имеем:

$$\int_{\phi_0}^{\phi_1} M_д \, d\phi = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_1^{\,2} - \omega_0^{\,2}\right)$$

Проинтегрировав левую часть получим:

$$M_д \cdot \phi_1 = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_1^{\,2} - \omega_0^{\,2}\right)$$

Находим скорость в конце первого участка:

$$\omega_1 := \sqrt{M_д \cdot \frac{\phi_1 \cdot 2}{J_п} + \omega_0^{\,2}} = 200.01 \quad \frac{рад}{с}$$

На втором участке имеем:

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} M_д \, d\phi - \int_{\phi_1}^{\phi_2} M_c(\phi) \, d\phi = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_2^{\,2} - \omega_1^{\,2}\right)$$

Закон изменения приведенного момента сопротивления на втором и третьем участках будет:

$$M_c(\phi) = \frac{2 \cdot M_c}{\pi} \cdot \phi - M_c$$

тогда

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} M_д \, d\phi - \int_{\phi_1}^{\phi_2} \left(\frac{2 \cdot M_c}{\pi} \cdot \phi - M_c \right) d\phi = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_2{}^2 - \omega_1{}^2 \right)$$

Проинтегрировав левую часть получим:

$$M_д \cdot \left(\phi_2 - \phi_1 \right) - \frac{M_c}{\pi} \cdot \left(\phi_2{}^2 - \phi_1{}^2 \right) + M_c \cdot \left(\phi_2 - \phi_1 \right) = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_2{}^2 - \omega_1{}^2 \right)$$

Находим скорость в конце второго участка:

$$\omega_2 := \sqrt{\left(M_д + M_c \right) \cdot \frac{\left(\phi_2 - \phi_1 \right) \cdot 2}{J_п} - \left(\frac{2 \cdot M_c}{\pi} \cdot \frac{\phi_2{}^2 - \phi_1{}^2}{J_п} \right) + \omega_1{}^2} = 200.01 \qquad \frac{рад}{c}$$

На третьем участке имеем:

$$\int_{\phi_2}^{\phi_3} M_д \, d\phi - \int_{\phi_2}^{\phi_3} \left(\frac{2 \cdot M_c}{\pi} \cdot \phi - M_c \right) d\phi = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_3{}^2 - \omega_2{}^2 \right)$$

Проинтегрировав левую часть получим:

$$M_д \cdot \left(\phi_3 - \phi_2 \right) - \frac{M_c}{\pi} \cdot \left(\phi_3{}^2 - \phi_2{}^2 \right) + M_c \cdot \left(\phi_3 - \phi_2 \right) = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_3{}^2 - \omega_2{}^2 \right)$$

Находим скорость в конце третьего участка:

$$\omega_3 := \sqrt{\left(M_д + M_c \right) \cdot \frac{\left(\phi_3 - \phi_2 \right) \cdot 2}{J_п} - \left(\frac{2 \cdot M_c}{\pi} \cdot \frac{\phi_3{}^2 - \phi_2{}^2}{J_п} \right) + \omega_2{}^2} = 200 \qquad \frac{рад}{c}$$

Закон изменения момента сопротивления на четвертом и пятом участках будет:

$$M_c(\phi) = 3 \cdot M_c - \frac{2 \cdot M_c}{\pi} \cdot \phi$$

тогда

$$\int_{\phi_3}^{\phi_4} M_д \, d\phi - \int_{\phi_3}^{\phi_4} \left(3 \cdot M_c - \frac{2 \cdot M_c}{\pi} \cdot \phi\right) d\phi = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_4^2 - \omega_3^2\right)$$

Проинтегрировав левую часть получим:

$$M_д \cdot \left(\phi_4 - \phi_3\right) - 3 \cdot M_c \cdot \left(\phi_4 - \phi_3\right) + \frac{M_c}{\pi} \cdot \left(\phi_4^2 - \phi_3^2\right) = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_4^2 - \omega_3^2\right)$$

Находим скорость в конце четвертого участка:

$$\omega_4 := \sqrt{\left(M_д - 3 \cdot M_c\right) \cdot \frac{\left(\phi_4 - \phi_3\right) \cdot 2}{J_п} + \frac{2 \cdot M_c}{\pi} \cdot \frac{\phi_2^2 - \phi_1^2}{J_п} + \omega_3^2} = 199.91 \quad \frac{рад}{с}$$

На пятом участке имеем:

$$\int_{\phi_4}^{\phi_5} M_д \, d\phi - \int_{\phi_4}^{\phi_5} \left(3 \cdot M_c - \frac{2 \cdot M_c}{\pi} \cdot \phi\right) d\phi = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_5^2 - \omega_4^2\right)$$

Проинтегрировав левую часть получим:

$$M_д \cdot \left(\phi_5 - \phi_4\right) - 3 \cdot M_c \cdot \left(\phi_5 - \phi_4\right) + \frac{M_c}{\pi} \cdot \left(\phi_5^2 - \phi_4^2\right) = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_5^2 - \omega_4^2\right)$$

Находим скорость в конце четвертого участка:

$$\omega_5 := \sqrt{\left(M_д - 3 \cdot M_c\right) \cdot \frac{\left(\phi_5 - \phi_4\right) \cdot 2}{J_п} + \frac{2 \cdot M_c}{\pi} \cdot \frac{\phi_5^2 - \phi_4^2}{J_п} + \omega_4^2} = 199.91 \quad \frac{рад}{с}$$

Скорость в конце шестого участка равна:

$$\omega_6 := \omega_0 = 200 \quad \frac{рад}{с}$$

Наибольшая скорость:

$$\omega_{max} := \omega_2 = 200.01 \quad \frac{рад}{с}$$

Наименьшая скорость:

$$\omega_{min} := \omega_4 = 199.91 \quad \frac{рад}{с}$$

Средняя скорость цикла:

$$\omega_{ср} := \frac{\omega_{min} + \omega_{max}}{2} = 199.96 \quad \frac{рад}{с}$$

Коэффициент неравномерности движения:

$$\delta := \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_0} = 0$$

1. Приведенный момент сопротивления изменяется по прямоугольнику

Т.к. движение установившееся, значит работа совершаемая движущим моментом за цикл равна работе моменга сопротивления. На графиках это выражается так: площади под соответствующими моментами должны быть равны. Отсюда найдем величину приведенного момента сопротивления.

$$M_д \cdot 2 \cdot \pi = M_c \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$M_c := 4 \cdot M_д = 60 \quad Н \cdot м$$

Запишим уравнение движения в форме закона кинетической инергии:

$$\int_{\phi_0}^{\phi_i} M_д \, d\phi - \int_{\phi_0}^{\phi_i} M_c \, d\phi = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_i^{\,2} - \omega_0^{\,2}\right)$$

Разобьем цикл на 3 участка и найдем границы этих участков:

$$\phi_0 := 0 \quad рад$$

$$\phi_1 := \frac{\pi}{2} \quad рад$$

$$\phi_2 := \pi \quad рад$$

$$\phi_3 := 2\pi \quad рад$$

На первом участке имеем:

$$\int_{\phi_0}^{\phi_1} M_д \, d\phi = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_1^{\,2} - \omega_0^{\,2}\right)$$

Проинтегрировав левую часть получим:

$$M_д \cdot \phi_1 = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_1^{\,2} - \omega_0^{\,2}\right)$$

Находим скорость в конце первого участка:

$$\omega_1 := \sqrt{M_д \cdot \frac{\phi_1 \cdot 2}{J_п} + \omega_0^{\,2}} = 200.01 \quad \frac{рад}{с}$$

На втором участке имеем:

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} M_д \, d\phi - \int_{\phi_1}^{\phi_2} M_c \, d\phi = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_2^{\,2} - \omega_1^{\,2}\right)$$

Проинтегрировав левую часть получим:

$$M_д \cdot \left(\phi_2 - \phi_1\right) - M_c \cdot \left(\phi_2 - \phi_1\right) = \frac{J_п}{2} \cdot \left(\omega_2^{\,2} - \omega_1^{\,2}\right)$$

Находим скорость в конце второго участка:

$$\omega_2 := \sqrt{\left(M_д - M_c\right) \cdot \frac{\left(\phi_2 - \phi_1\right) \cdot 2}{J_п} + \omega_1^{\,2}} = 199.98 \quad \frac{рад}{с}$$

Скорость в конце третьего участка равна:

$$\omega_3 := \omega_0 = 200 \quad \frac{рад}{с}$$

Наибольшая скорость:

$$\omega_{max} := \omega_1 = 200.01 \quad \frac{рад}{с}$$

Наименьшая скорость:

$$\omega_{min} := \omega_2 = 199.98 \quad \frac{рад}{с}$$

Средняя скорость цикла:

$$\omega_{ср} := \omega_0 = 200 \quad \frac{рад}{с}$$

$$\delta := \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_0} = 0$$