ЛЕКЦИЯ 4 (продолжение)

Области применения CR-цепи с конденсатором на входе

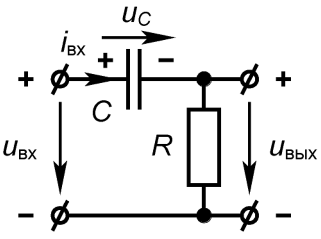


Рис. 4.8. CR-цепь с конденсатором на входе

Рассматриваемая *CR*-цепь широко применяется на практике в качестве:

1) **фазосдвигающей**, реализующей требуемый **положительный** фазовый сдвиг фаз φ_{K_U} между $u_{вх}$ и $u_{вых}$ в диапазоне от 0 до π /2 (выходное напряжение **опережает** по фазе входное) – рис.4.9.

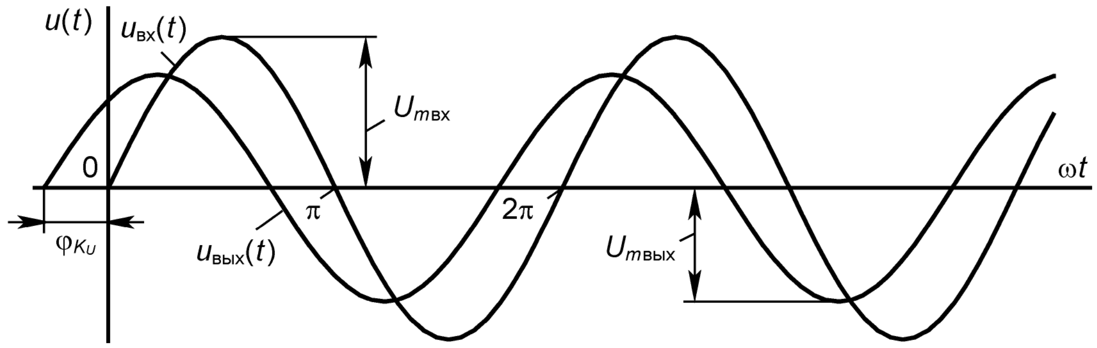


Рис. 4.9. Диаграммы входного и выходного сигналов CR-цепи с конденсатором на входе

Опережение выходным напряжением входного объясняется следующим образом. Выходной сигнал снимается с резистора, следовательно, синфазен току резистора в соответствии с математической моделью этого элемента. Ток резистора, являясь входным, опережает $u_{вх}$ на некоторый угол, меньший по модулю 90 градусов, из-за того, что реакция цепи является активно-емкостной. Следовательно, **выходное напряжение *CR*-цепи всегда опережает входное,** т.е. $\varphi_{K_U} > 0$. Реальная величина $\varphi_{K_{U\max}}$ ограничена значением (60 ÷ 70) градусов, т.к. достижение больших фазовых сдвигов требует выполнения соотношения $X_C \gg R$, чтобы реакция цепи стремилась к чисто емкостной. При этом φ_{K_U} в *CR*-цепи, как известно, стремится к $\pi/2$, но и одновременно

$K_U \to 0$, а уменьшение коэффициента передачи цепи затрудняет четкую фиксацию выходного напряжения на фоне паразитных помех.

2) **дифференцирующей (точнее – квазидифференцирующей),** т.е. осуществляющей функцию дифференцирования входного сигнала.

Рассмотрим это качество цепи подробнее.

Электрическая цепь называется ***дифференцирующей***, если её выходной сигнал в любой момент времени прямопропорционален производной по времени от входного сигнала, т.е. выполняется равенство:

$$u_{\text{вых}}(t) = K\,\frac{du_{\text{вх}}(t)}{dt}, \tag{4.15}$$

где K – коэффициент пропорциональности, имеющий размерность времени [с].

Выясним, каким образом связаны между собой входной и выходной сигналы *CR*-цепи с конденсатором на входе, и может ли она выполнять функцию дифференцирования входного электрического сигнала.

По второму закону Кирхгофа для мгновенных значений напряжения на элементах исследуемой цепи (рис. 4.8) справедливо:

$$u_{\text{вх}}(t) = u_C(t) + u_R(t), \tag{4.16}$$

где $u_R(t) = u_{\text{вых}}(t)$.

Следовательно, на конденсаторе в соответствии со вторым законом Кирхгофа выделяется разность между входным и выходным сигналами:

$$u_C(t) = u_{\text{вх}}(t) - u_{\text{вых}}(t). \tag{4.17}$$

Ток конденсатора согласно математической модели емкостного элемента с учетом выражения (4.17) определится:

$$i_{\text{вх}}(t) = i_R(t) = i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{d\left(u_{\text{вх}} - u_{\text{вых}}\right)}{dt} = C\frac{du_{\text{вх}}}{dt} - C\frac{du_{\text{вых}}}{dt}. \tag{4.18}$$

Поскольку ток конденсатора является одновременно контурным – $i_C(t) = i_R(t) = i_{\text{вх}}(t)$, формирующим на резисторе R выходной сигнал, согласно закону Ома с учетом уравнения (4.18) получаем:

$$u_{\text{вых}}(t) = i_R(t)\,R = R\,C\frac{d\left(u_{\text{вх}} - u_{\text{вых}}\right)}{dt} = \tau\frac{du_{\text{вх}}}{dt} - \tau\frac{du_{\text{вых}}}{dt}, \tag{4.19}$$

где $\tau = RC$ – постоянная времени цепи.

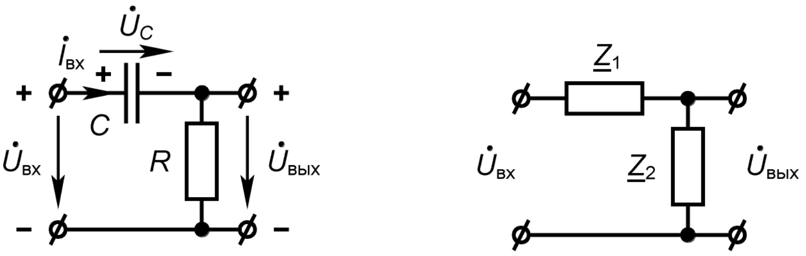
Видно, что первое слагаемое в полученном равенстве представляет собой выходное напряжение идеального дифференциатора – см. уравнение (4.15), причем коэффициент пропорциональности K является постоянной времени цепи: $K = \tau$. Второе же слагаемое в уравнении (4.19) является «лишним», образуя «ошибку» дифференцирования. Очевидно, что для уменьшения образовавшейся ошибки необходимо снижать величину последней составляющей выходного сигнала, для чего нужно обеспечить выполнение неравенства (см. (4.19)):

$$u_{\text{вх}}(t) \gg u_{\text{вых}}(t). \tag{4.20}$$

Чем сильнее выполняется указанное неравенство, тем меньше последнее слагаемое в уравнении (4.19), т.е. ошибка, тем, следовательно, точнее выполняется дифференцирование. Но, с другой стороны, усиление неравенства свидетельствует об уменьшении выходного сигнала цепи при неизменном входном. Так как выходное напряжение в реальной схеме должно быть четко зафиксировано, т.е. должно иметь конечную величину, четко различимую на фоне помех, **полученное неравенство нельзя усиливать до бесконечности!** Следовательно, **при использовании рассматриваемой цепи в качестве дифференцирующей ошибка дифференцирования неизбежна**, причем всегда **необходим разумный компромисс между требуемой точностью дифференцирования и величиной выходного сигнала**. В связи с этим, называя в практической деятельности *CR*-цепь с конденсатором на входе дифференцирующей, всегда имеют в виду, что по факту она является **квазидифференцирующей** (от латинского слова-приставки «квази-» – условно, почти), дифференцируя входной электрический сигнал с **неизбежной** ошибкой.

Рассмотрим подробнее практическое использование квазидифференцирующей *CR*-цепи для дифференцирования электрических сигналов наиболее распространенных на практике форм.

А). Дифференцирование гармонического сигнала



а) *б)*

Рис. 4.10. CR-цепь – делитель из комплексных сопротивлений $\underline{Z}_1$ и $\underline{Z}_2$

Пусть на вход рассматриваемой цепи (рис. 4.10, а) поступает гармонический сигнал с нулевой начальной фазой, т.е. $u_{вх}(t) = U_{m\,вх} \mathrm{Sin}\,\omega t$ – рис. 4.11.

Представим цепь в виде делителя из двух комплексных сопротивлений $\underline{Z}_1$ и $\underline{Z}_2$ – рис. 4.10, б. Условие $u_{вх}(t) \gg u_{вых}(t)$, необходимое, как было показано ранее, для обеспечения малой ошибки дифференцирования, требует выполнения условия $Z_1 \gg Z_2$ или $Z_2 \ll Z_1$, т.е. весь входной сигнал должен выделяться практически на Z_1, тогда $u_{вых}(t) \to 0$. Так как модули сопротивлений делителя $Z_1 = 1/\omega C$, а $Z_2 = R$, получаем:

$$R \ll X_C = 1/\omega C\,;\ \Rightarrow\ RC \ll 1/\omega;\ \Rightarrow\ \tau \ll 1/2\pi f\,;\ \Rightarrow$$
$$\Rightarrow\ \tau \ll T/2\pi;\ \Rightarrow\ \tau \ll T, \qquad (4.21)$$

где T – период входного синусоидального сигнала.

Таким образом, **для уменьшения ошибки дифференцирования гармонического сигнала *CR*-цепью ее постоянная времени τ должна быть *маленькой*, *много* меньшей *периода T* дифференцируемого сигнала!**

Отметим, что полученное условие ***противоположно*** условию качественного интегрирования (т.е. с малой ошибкой!) электрического сигнала *RC*-цепью.

Очевидно, что при выполнении условия $X_C = 1/\omega C \gg R$ реакция цепи по характеру будет приближаться к чисто емкостной. Следовательно, входной ток, являющийся током резистора, будет опережать входной сигнал почти на π/2. Поскольку напряжение на резисторе, с которого снимается выходной сигнал, синфазно току резистора по математической модели этого элемента, можно утверждать, что напряжение на выходе будет опережать входное приблизительно на π /2. Таким образом, если на входе цепи действует синусоида с нулевой начальной фазой, то для выходного напряжения можно записать:

$$u_{вых}(t) \cong U_{m\,вых} \sin(\omega t + 90°) = U_{m\,вых} \cos\omega t\,. \qquad (4.22)$$

Волновые диаграммы входного и выходного сигналов для рассматриваемого случая показаны на рис. 4.11.

Поскольку $(\sin x)' = \cos x$, выражение (4.22) доказывает, что при выполнении условия $\tau \ll T$ рассматриваемая цепь действительно является (квази)дифференцирующей, осуществляющей дифференцирование входного электрического сигнала тем точнее, чем сильнее выполняется полученное выше неравенство.

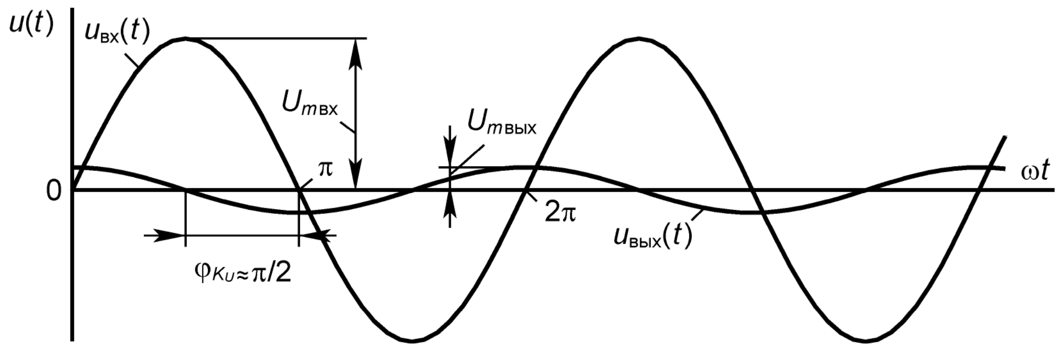


Рис. 4.11. Дифференцирование гармонического сигнала CR-цепью

В). Дифференцирование одиночного прямоугольного импульса

Пусть на вход идеального дифференциатора и квазидифференцирующей *CR*-цепи поступает одиночный идеальный прямоугольный импульс с амплитудой U_m и длительностью $t_{\text{и}}$ – рис. 4.12, а:

$$u_{\text{вх}}(t)=\begin{cases}0, & -\infty<t<0;\\ U_m, & 0\le t\le t_{\text{и}};\\ 0, & t_{\text{и}}<t<\infty.\end{cases} \qquad (4.23)$$

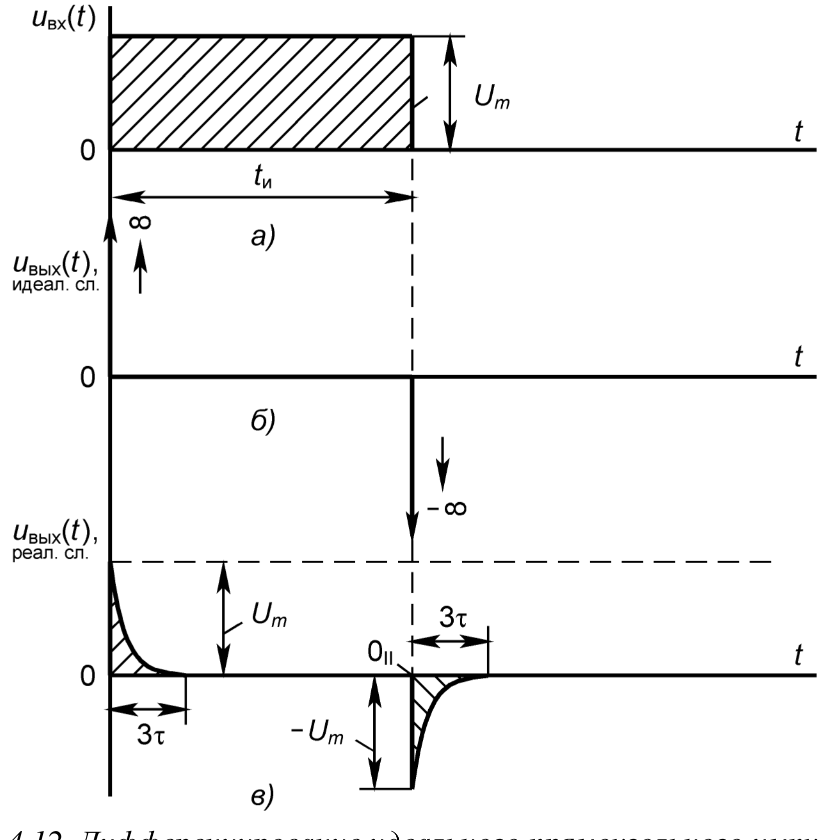


Рис. 4.12. Дифференцирование идеального прямоугольного импульса;
а) входной сигнал;
б) напряжение на выходе идеального дифференциатора;
в) напряжение на выходе дифференцирующей CR-цепи

Для определения закона изменения напряжения на выходе идеального дифференциатора продифференцируем входной сигнал – рис.4.12, а, – математическая модель которого описана выражением (4.23).

Согласно определению, ***производная*** **функции – это отношение приращения функции к приращению аргумента при бесконечно малом приращении аргумента.** Понятие «производная» используется в дифференциальном исчислении и имеет четкий физический смысл: – характеризует **скорость изменения функции в конкретной точке, т.е. при определенном значении аргумента**. Определяется пределом отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю (если такой предел существует):

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x}. \qquad (4.24)$$

В нашем конкретном случае в качестве функции выступает мгновенное напряжение входного сигнала $u_{вх}(t)$, а в качестве аргумента – текущее время t. Получим значение производной $u_{вх}(t)$ на различных временных интервалах из диапазона $0 \le t \le t_и$.

1. Исходное состояние: $t < 0$. До начала рассмотрения процессов при $t < 0$ входной сигнал отсутствует, т.е. $u_{вх}(t) = 0$, следовательно, и выходной сигнал также равен нулю: $u_{вых}(t) = 0$ – рис. 4.12, а, б.

2. Дифференцирование переднего фронта $u_{вх}(t)$. При $t = 0$ происходит первая коммутация: на входе цепи ***скачком*** появляется положительный импульс напряжения с амплитудой U_m – рис. 4.12, а. Следовательно, за бесконечно малое время $\Delta t = 0$ (**как известно, коммутация происходит мгновенно**) входное напряжение получило положительное приращение конечной величины: $\Delta u_{вх} = U_m > 0$. Таким образом, **в точке $t = 0$ скорость изменения входного сигнала, т.е. *его производная*, будет положительной и бесконечно большой** – рис. 4.12, б:

$$K\left(u_{вх}(0)\right)' = K\frac{\Delta u_{вх}(0)}{\Delta t \to 0} = K\frac{U_m}{0} = K\,U_m\,\delta(0) = K\,U_m \cdot \infty. \qquad (4.25)$$

Для математического описания полученного сигнала – выражение (4.25) – использована специальная функция $\delta(t - t_0)$, которая называется: **«единичная импульсная функция», «дельта-функция» («δ-функция»), а также функция Дирака** (по имени английского физика Поля Дирака). Дельта-функция является положительной величиной, имеет размерность [1/с] и обладает уникальным свойством: она равна бесконечности только в одной точке $t = t_0$ (в частном случае $t_0 = 0$), и обращается в нуль при любых других значениях аргумента t – рис. 4.13.

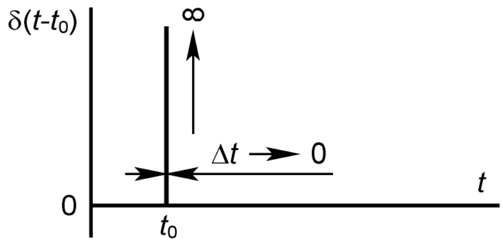


Рис. 4.13. Графическое представление единичной импульсной функции – (дельта-функция или δ-функция)

Другими словами, **δ-функция – это положительный импульс с размерностью, обратной размерности аргумента, с бесконечно большой амплитудой и бесконечно малой длительностью, наблюдающийся только в конкретный момент времени t_0, в частном случае равный нулю.** Принято, что площадь импульса, т.е. произведение основания на высоту, равна единице – отсюда и название функции.

Математическое описание δ-функции, т.е. ее математическая модель, представлено выражением (4.26):

$$\delta(t-t_0)=\begin{cases}0, & t<t_0;\\ \infty, & t=t_0;\\ 0, & t>t_0.\end{cases} \qquad (4.26)$$

3. Дифференцирование плоской вершины входного импульса. В момент времени $t = 0+$ (в первый момент после первой коммутации) напряжение на входе идеального дифференциатора уже имеет постоянное значение и равно амплитуде входного импульса U_m. Эта величина не меняется в течение всего времени действия импульса, т.е. до момента времени $t = t_и$, когда происходит вторая коммутация. Очевидно, что на интервале $0 < t < t_и$ приращение входного напряжения равно нулю ($\Delta u_{вх} = 0$), и, следовательно, в любой конкретный момент времени из этого интервала производная входного напряжения в соответствии с формулой (4.24) равна нулю (**производная от константы!**). Таким образом, на интервале действия входного сигнала выходное напряжение идеального дифференциатора равно нулю – рис.4.12, б.

4. Дифференцирование заднего фронта $u_{вх}(t)$. В момент $t = t_и$ мгновенно происходит вторая коммутация: входной сигнал скачком принимает нулевое значение: $u_{вх}(t_и) = 0$. Следовательно, **входное напряжение за время** $\Delta t = 0$ **получает *конечное* отрицательное приращение $\Delta u_{вх} = – U_m$**, равное по модулю амплитуде входного сигнала. Таким образом, при $t = t_и$ ***скорость изменения входного сигнала*, а, зна-**

чит, и его *производная*, будет, как и при первой коммутации, бесконечно большой, но *отрицательной* по знаку. Математически это явление с использованием δ-функции описывается следующим образом:

$$K\left(u_{\text{вх}}(t_{\text{и}})\right)' = K\frac{\Delta u_{\text{вх}}(t_{\text{и}})}{\Delta t \to 0} = K\frac{-U_m}{0} = -KU_m\delta(t - t_{\text{и}}) = -KU_m \cdot \infty. \quad (4.27)$$

Диаграмма выходного напряжения идеального дифференциатора для рассмотренного случая, иллюстрирующая процессы, описанные выше, приведена на рис. 4.12, б.

Рассмотрим для сравнения дифференцирование того же прямоугольного импульса *CR*-цепью, т.е. реальным дифференциатором – рис. 4.8.

Очевидно, что наличие в цепи конденсатора обусловливает в рассматриваемом случае возникновение двух переходных процессов в схеме: первый п/п будет начинаться при появлении, а второй – при завершении входного импульса. Используя известную методику расчета, рассчитаем переходные процессы, возникающие в цепи.

I. Первый переходный процесс

1. Расчет независимых начальных условий (ННУ)

Схема замещения, сформированная на основе схемы до коммутации, т.е. до момента воздействия входного сигнала ($t < 0$), показана на рис. 4.14.

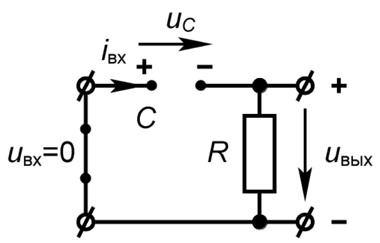


Рис. 4.14. Схема замещения рассматриваемой цепи до коммутации, используемая для определения независимого начального условия (ННУ) $U_C(0)$

До коммутации, т.е. при $t < 0$, схема находится в установившемся режиме. Цепь является цепью постоянного тока, следовательно, в установившемся режиме конденсатор представляет собой разрыв (бесконечно большое сопротивление) в соответствии с его сопротивлением постоянному току. Входные зажимы закорочены, так как к входу схемы подключен источник входного сигнала (источник напряжения) с внутренним сопротивлением $R_{\text{г}}$, равным нулю. Так как сигнал еще отсутствует ($u_{\text{вх}} = 0$), и в схеме нет других внешних источников электроэнергии, очевидно, что тока в цепи нет, конденсатор разряжен, следовательно, исходное напряжение на конденсаторе (независимое начальное условие) равно нулю. Таким образом, из схемы замещения (рис. 4.14) следует:

$$U_C(0) = 0. \qquad (4.28)$$

2. Расчет схемы после коммутации

В момент $t = 0$ вследствие прихода входного импульса на входных зажимах цепи **мгновенно** появляется постоянное входное напряжение U_m с указанной на схеме полярностью (I коммутация), и схема **после коммутации** приобретает вид, показанный на рис. 4.15.

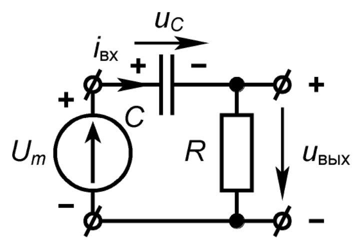


Рис. 4.15. Схема рассматриваемой цепи после коммутации

Под действием входного сигнала в цепи начинает протекать входной ток $i_{вх}$, замыкающийся по внешнему замкнутому контуру от (+) к (–) источника U_m в направлении, указанном стрелкой. Этот ток является для конденсатора положительным, следовательно, конденсатор начинает заряжаться, при этом напряжение на нем возрастает с указанной на схеме полярностью. Увеличение $u_C(t)$ вызывает противофазное уменьшение напряжения $u_R(t) = u_{вых}(t)$, т.к. согласно второму закону Кирхгофа для мгновенных значений во время действия входного сигнала выполняется равенство:

$$u_{вх}(t) = U_m = \uparrow u_C(t) + \downarrow u_R(t) = const. \qquad (4.29)$$

Это свидетельствует о возникновении переходного процесса в схеме, в ходе которого меняется как $u_C(t)$, так и $u_R(t) = u_{вых}(t)$. Для определения законов, по которым меняются токи и напряжения в цепи в ходе п/п, проведем расчет схемы после коммутации с определением всех необходимых для записи законов параметров.

А). Определение τ – постоянной времени п/п

Для определения постоянной времени τ воспользуемся схемой замещения (рис. 4.16), сформированной по известным правилам из схемы после коммутации (рис. 4.15).

Из схемы следует, что постоянная времени рассматриваемой цепи составляет:

$$\tau = R_{экв}C_{экв} = RC. \qquad (4.30)$$

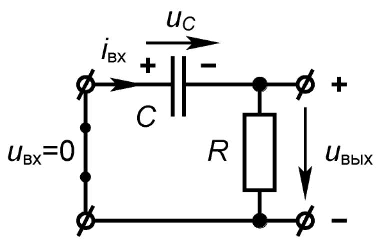


Рис. 4.16. Схема замещения рассматриваемой цепи для определения τ

Б). Определение *зависимых начальных условий* – ЗНУ

Для определения ЗНУ воспользуемся схемой замещения (рис. 4.17), построенной по известным правилам из схемы рассматриваемой цепи после коммутации – рис. 4.15.

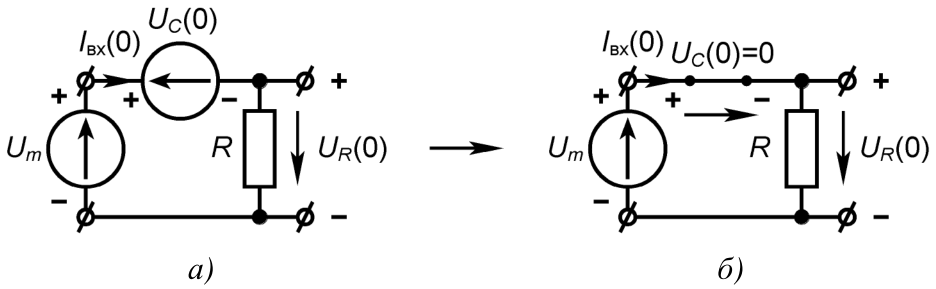


Рис. 4.17. Схема замещения рассматриваемой цепи для расчета ЗНУ

Поскольку в нашем случае начальное напряжение на конденсаторе равно нулю ($U_C(0)=0$), «классическая» схема для расчета ЗНУ, представленная на рис. 4.17, а, упрощается: рис. 4.17, б.

Используя схему, изображенную на рис. 4.17, б, определим ЗНУ, т.е. значения параметров цепи в момент времени t = 0+.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа для рассматриваемой цепи **в первый момент после коммутации** справедливо:

$$U_{вх}(0)=U_m=U_C(0)+U_R(0)=U_C(0)+U_{вых}(0). \qquad (4.31)$$

Так как $U_C(0)=0$, из (4.31) следует:

$$U_R(0)=U_{вых}(0)=U_m, \qquad (4.32)$$

т.е. **весь входной сигнал при *t* = 0+ мгновенно выделяется на резисторе, т.е. на выходе схемы.**

Согласно закону Ома: $U_R(0)=I_R(0)R=I_{вх}(0)R$, следовательно:

$$I_{вх}(0)=U_R(0)/R=U_m/R. \qquad (4.33)$$

В). Расчет параметров цепи в установившемся режиме

Рассматриваемая цепь является дифференцирующей, следовательно, ***по определению*** **обладает относительно маленькой постоянной времени τ, много меньшей временных параметров входного сигна-**

ла. Следовательно, в нашем случае **обязательно должно выполняться условие:** $\tau \ll t_и$. Таким образом, можно утверждать, что рассматриваемый **первый переходный процесс примерно через 3τ завершается, после чего схема переходит в установившийся режим и находится в нем до момента окончания входного сигнала.**

Для расчета установившегося режима воспользуемся схемой замещения (рис. 4.18), сформированной по известным правилам из схемы после коммутации – рис. 4.15.

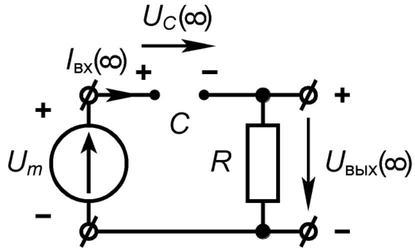


Рис. 4.18. Схема замещения рассматриваемой цепи в установившемся режиме($t = \infty$)

Поскольку сопротивление конденсатора в установившемся режиме в цепи постоянного тока равно бесконечности (разрыв цепи – рис. 4.18), очевидно, что ток в контуре не течет, т.е.

$$I_{вх}(\infty) = 0. \qquad (4.34)$$

Отсутствие тока, протекающего по резистору, свидетельствует о том, что напряжение на нем, а, следовательно, и на выходе схемы, равно нулю:

$$U_R(\infty) = U_{вых}(\infty) = I_{вх}(\infty) R = 0 \cdot R = 0. \qquad (4.35)$$

Для определения напряжения на конденсаторе в установившемся режиме воспользуемся вторым законом Кирхгофа:

$$U_{вх}(\infty) = U_m = U_C(\infty) + U_R(\infty). \qquad (4.36)$$

Из выражения (4.36) следует:

$$U_C(\infty) = U_m - U_R(\infty) = U_m - 0 = U_m. \qquad (4.37)$$

Таким образом, **в установившемся режиме**, как и следовало ожидать, **входной сигнал полностью выделяется на конденсаторе.**

Г). Запись законов изменения параметров цепи в ходе п/п

Используя известную формулу, описывающую закон изменения **любого** параметра, меняющегося в ходе п/п в цепи постоянного тока I порядка, а также полученные на предыдущих этапах расчета начальные и установившиеся значения искомых параметров, запишем законы их изменения в ходе первого переходного процесса.

Входной ток цепи:

$$i_{\text{вх}}(t) = I_{\text{вх}}(\infty) + \left[I_{\text{вх}}(0) - I_{\text{вх}}(\infty) \right] \mathrm{e}^{-t/\tau} = 0 + \left[\frac{U_m}{R} - 0 \right] \mathrm{e}^{-t/\tau} = \frac{U_m}{R} \mathrm{e}^{-t/\tau} \quad . \quad (4.38)$$

Напряжение на резисторе, т.е. на выходе схемы:

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) = u_R(t) = U_R(\infty) + \left[U_R(0) - U_R(\infty) \right] \mathrm{e}^{-t/\tau} = \\ = 0 + \left[U_m - 0 \right] \mathrm{e}^{-t/\tau} = U_m \, \mathrm{e}^{-t/\tau}. \end{aligned} \quad . \quad (4.39)$$

Напряжение на конденсаторе:

$$\begin{aligned} u_C(t) = U_C(\infty) + \left[U_C(0) - U_C(\infty) \right] \mathrm{e}^{-t/\tau} = \\ = U_m + \left[0 - U_m \right] \mathrm{e}^{-t/\tau} = U_m (1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}). \end{aligned} \quad (4.40)$$

Д). Изображение диаграмм, иллюстрирующих законы изменения токов и напряжений цепи во времени в ходе I переходного процесса

Диаграмма выходного напряжения цепи $u_{\text{вых}}(t) = u_R(t)$ изображена на рис. 4.12, в. Видно, что **в момент коммутации все входное напряжение U_m с прямой полярностью мгновенно появляется на выходе схемы,** т.е. конденсатор никак не препятствует прохождению этого сигнала. Это обусловлено тем, что **конденсатор во время коммутации является идеальным источником напряжения с внутренним сопротивлением, равным нулю, и на конденсаторе сохраняется *нулевое* значение напряжения, которое по закону коммутации не может измениться скачком**. Затем с течением времени происходит заряд конденсатора положительным током, в ходе которого **$u_C(t)$ увеличивается по экспоненциальному закону**, стремясь к установившемуся значению $U_C(\infty) = U_m$. **Выходное напряжение цепи $u_{\text{вых}}(t) = u_R(t)$** при этом **уменьшается по экспоненциальному закону противофазно $u_C(t)$,** стремясь к установившемуся значению $U_{\text{вых}}(\infty) = U_R(\infty) = 0$. Поскольку рассматривается дифференцирующая CR-цепь, обладающая относительно маленькой постоянной времени $\tau \ll t_{\text{и}}$, очевидно, что за время $3\tau < t_{\text{и}}$ оба сигнала (как $u_C(t)$, так и $u_{\text{вых}}(t) = u_R(t)$) достигают установившихся значений, т.е. **п/п успевает завершиться задолго до окончания входного сигнала** – рис. 4.12, в. После завершения переходного процесса в цепи наблюдается установившийся режим, который может продолжаться бесконечно долго. При этом **все параметры цепи сохраняют установившиеся значения, т.е. никакие новые явления в схеме**

не происходят. Вывести цепь из описанного состояния энергетического равновесия может только какое-то внешнее воздействие (очередная коммутация), которое и происходит при $t = t_{и}$, когда входной сигнал скачком завершается. Вторая коммутация вызывает второй переходный процесс, который и необходимо проанализировать на следующем этапе расчета.

II. Второй переходный процесс

Расчет второго п/п проведем по тому же алгоритму, что использовался при расчете первого. **Всем параметрам, определяемым в ходе расчета, присваиваем нижний индекс – римская цифра II, соответствующая номеру переходного процесса.** Для упрощения анализа перенесем начало отсчета времени в момент второй коммутации:

$$t = t_{и} = 0_{\mathrm{II}}. \tag{4.41}$$

1. Расчет *новых* независимых начальных условий (ННУ)

Независимые начальные условия, как уже отмечалось, **определяются по схеме до *рассматриваемой* коммутации.** Такой схемой является схема после первой коммутации, изображенная на рис. 4.15. Для определения новых ННУ подставим в уравнение (4.40), описывающее закон изменения $u_C(t)$ в ходе первого п/п, вместо текущего времени t конкретное: $t = t_{и}$, предоставленное техническими условиями для развития предыдущего переходного процесса. Проделав указанную процедуру, получаем:

$$u_C(t_{и}) = U_C(0)_{\mathrm{II}} = U_m(1 - \mathrm{e}^{-t_{и}/\tau}) \cong U_m. \tag{4.42}$$

Полученный результат обусловлен, очевидно, выполнением для рассматриваемой ***дифференцирующей*** *CR*-цепи условия $\tau \ll t_{и}$, свидетельствующего о том, что первый п/п успел завершиться, и напряжение на конденсаторе на предшествующем этапе достигло установившегося значения:

$$u_C(t_{и}) = U_C(\infty) = U_m = U_C(0)_{\mathrm{II}}. \tag{4.43}$$

2. Расчет схемы после второй коммутации

В момент завершения входного сигнала $t = t_{и} = 0_{\mathrm{II}}$ (вторая коммутация) рассматриваемая цепь скачком (мгновенно!) принимает вид, изображенный на рис. 4.19. Проведем расчет данной схемы по известному алгоритму для определения всех параметров, необходимых для записи законов изменения токов в ветвях и напряжений на элементах цепи в ходе второго переходного процесса.

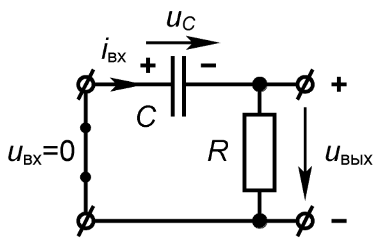


Рис. 4.19. Схема дифференцирующей CR-цепи после второй коммутации

А). Определение τ_{II} – постоянной времени цепи для второго п/п

Из схемы на рис. 4.19 следует, что постоянная времени цепи во время второго переходного процесса составляет:

$$\tau_{II} = \tau = RC, \qquad (4.44)$$

т.е. сохраняет значение, фигурирующее во время первого п/п. Это обусловлено тем, что после второй коммутации конфигурация цепи не меняется.

Б). Определение *зависимых начальных условий* – ЗНУ

Для определения зависимых начальных условий воспользуемся схемой замещения для первого момента после второй коммутации $t = 0+_{II}$, построенной по известным правилам и показанной на рис. 4.20.

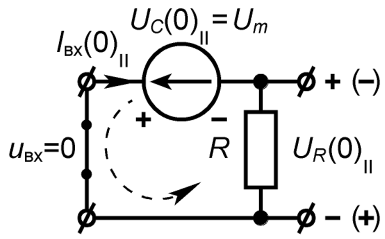


Рис. 4.20. Схема замещения для расчета ЗНУ после второй коммутации

Поскольку входной сигнал отсутствует ($u_{вх} = 0$), согласно второму закону Кирхгофа для напряжений на элементах контура справедливо:

$$U_R(0)_{II} = U_{вых}(0)_{II} = -U_C(0)_{II} = -U_m. \qquad (4.45)$$

Полученное уравнение свидетельствует о том, что напряжение заряженного до U_m конденсатора через закороченные зажимы источника входного сигнала скачком приложилось к резистору, из-за чего напряжение на нем, а, значит, и на выходе мгновенно стало отрицательным (показано в скобках) и равным по модулю $U_C(0)_{II} = U_m$.

Ток контура, являющийся одновременно и входным током, и током резистора и конденсатора, тоже поменял знак (показан пунктиром):

$$I_{\text{вх}}(0)_{\text{II}} = I_R(0)_{\text{II}} = I_C(0)_{\text{II}} = U_R(0)_{\text{II}}/R = -U_C(0)_{\text{II}}/R = -\,U_m\,/\,R\,. \qquad (4.46)$$

Поскольку отрицательный ток, очевидно, разряжает конденсатор, ***заряд конденсатора***, имеющий место во время первого п/п, ***сменился разрядом во втором переходном процессе***.

Таким образом, при $t > 0_{\text{II}}$ в схеме после второй коммутации (рис. 4.19) происходит разряд конденсатора, и его энергия, запасенная в течение первого п/п, выделяется на резисторе, рассеиваясь в окружающем пространстве в виде тепла.

По второму закону Кирхгофа для мгновенных значений напряжений во время второго п/п справедливо – рис. 4.19:

$$u_R(t)_{\text{II}} = -u_C(t)_{\text{II}}\,. \qquad (4.47)$$

Из выражения (4.47) следует, что напряжение на резисторе, а, следовательно, и на выходе повторяет закон изменения напряжения конденсатора, сменив знак. По мере разряда напряжение на конденсаторе (и, соответственно, на выходе цепи) уменьшается, и через $\approx 3\tau$, когда напряжения снизятся практически до нуля, второй переходный процесс заканчивается. Схема возвращается в исходное состояние, аналогичное тому, которое наблюдалось перед первым п/п.

В). Расчет параметров цепи в установившемся режиме после завершения второго переходного процесса

Схема замещения, соответствующая новому установившемуся режиму, построена по известным правилам и показана на рис. 4.21.

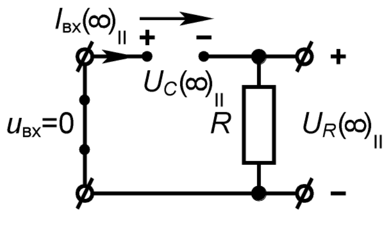


Рис. 4.21. Схема замещения для расчета установившегося режима после второй коммутации

В схеме на рис. 4.21 конденсатор представлен разрывом (цепь постоянного тока в установившемся режиме!), кроме того, в цепи отсутствуют внешние источники электроэнергии. Следовательно, ток в контуре отсутствует, т.е.

$$I_{\text{вх}}(\infty)_{\text{II}} = 0\,. \qquad (4.48)$$

Так как ток в цепи не протекает, напряжение на резисторе, т.е. на выходе цепи, очевидно, равно нулю:

$$U_R(\infty)_{\text{II}} = U_{\text{вых}}(\infty)_{\text{II}} = I_{\text{вх}}(\infty)_{\text{II}} \cdot R = 0 \cdot R = 0\,. \qquad (4.49)$$

Следовательно, напряжение на конденсаторе согласно второму закону Кирхгофа также имеет нулевое значение:

$$U_C(\infty)_{\text{II}} = 0. \qquad (4.50)$$

Г). Запись законов изменения параметров цепи в ходе второго переходного процесса

Используя общую формулу, а также найденные начальные и установившиеся значения параметров, записываем законы их изменения во время второго переходного процесса.

Входной (контурный) ток цепи:

$$i_{\text{вх}}(t)_{\text{II}} = \frac{u_R(t)_{\text{II}}}{R} = -\frac{U_C(0)_{\text{II}}}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau} = -\frac{U_m}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}; \qquad (4.51)$$

Напряжение на выходе цепи (на резисторе):

$$u_{\text{вых}}(t)_{\text{II}} = u_R(t)_{\text{II}} = -u_C(t)_{\text{II}} = -U_m\,\mathrm{e}^{-t/\tau}\ ; \qquad (4.52)$$

Напряжение на конденсаторе:

$$u_C(t)_{\text{II}} = U_C(0)_{\text{II}}\,\mathrm{e}^{-t/\tau_{\text{II}}} = U_m \mathrm{e}^{-t/\tau}\ . \qquad (4.53)$$

Д). Диаграммы, отражающие законы изменения токов и напряжений цепи в ходе второго переходного процесса

Диаграммы переходных процессов показаны на рис. 4.12, в.

Видно, что в первый момент после второй коммутации ($t = 0+_{\text{II}}$) напряжение на выходе рассматриваемой цепи скачком становится отрицательным и равным по модулю амплитуде входного импульса U_m. Это обусловлено тем, что конденсатор, заряженный ранее в ходе **завершившегося I п/п** до установившегося значения напряжения U_m, через закороченные зажимы источника входного сигнала ($R_{\text{г}} = 0!$) мгновенно подключился параллельно резистору, т.е. к выходу схемы. С этого момента напряжение на резисторе, являющееся выходным, **сменив полярность на отрицательную**, вынуждено повторять («копировать») напряжение конденсатора. Конденсатор разряжается на резистор отрицательным током, при этом энергия конденсатора выделяется на резисторе, который безвозвратно рассеивает ее в окружающем пространстве в виде тепла. В процессе разряда напряжение конденсатора и, следовательно, выходной сигнал уменьшаются по экспоненциальному закону с постоянной времени $\tau_{\text{II}} = \tau = RC$ и за время, примерно равное 3τ, снижаются практически до нуля. Переходный режим цепи сменяется новым установившимся, который может продолжаться бесконечно долго.

Сравнивая выходные напряжения идеального дифференциатора (рис. 4.12, б) и реальной квазидифференцирующей *CR*-цепи (рис. 4.12, в), **выделим следующие отличия:**

1). При дифференцировании переднего и заднего фронтов прямоугольного импульса на выходе идеального дифференциатора наблюдаются положительный и отрицательный выбросы напряжения, соответственно, с бесконечно большой амплитудой и бесконечно малой длительностью, синхронизированные по времени с фронтами входного сигнала. На выходе дифференцирующей *CR*-цепи при прохождении через цепь фронтов этого же входного сигнала также наблюдаются положительный и отрицательный выбросы напряжения, синхронизированные по времени с фронтами, однако их амплитуда ограничена значениями $\pm U_m$, равными по модулю амплитуде входного импульса. Длительность выходных импульсов реальной цепи, в отличие от идеального случая, конечна и составляет по основанию $\approx 3\tau$.

2). При дифференцировании плоской вершины входного импульса, т.е. постоянного напряжения U_m, действующего на входе рассматриваемых устройств на временном интервале $0 < t < t_и$, на выходе идеального дифференциатора **во время действия импульса** наблюдается отсутствие сигнала, т.е. $u_{вых\ идеал} = 0$ (производная константы!). На выходе диф.цепи на начальном участке этого интервала происходит первый переходный процесс, в ходе которого формируется положительный экспоненциальный сигнал с длительностью по основанию $\approx 3\tau$. Вследствие этого выходной сигнал цепи становится равным нулю не сразу при $t = 0+$, а лишь после завершения I п/п. Аналогичное явление происходит и после окончания входного сигнала в момент $t = t_и = 0_{II}$. Несмотря на то, что входной сигнал при $t = t_и$ исчезает, в схеме наблюдается второй переходный процесс, в ходе которого на выходе диф.цепи формируется отрицательный экспоненциальный сигнал с длительностью по основанию $\approx 3\tau$, из-за чего выходное напряжение «обнуляется» только после завершения II п/п.

Таким образом, **дифференцирование идеального прямоугольного импульса квазидифференцирующей *CR*-цепью осуществляется с неизбежной ошибкой.** Что же необходимо предпринимать для уменьшения ошибки?

Ранее было показано, что для минимизации ошибки дифференцирования необходимо усиливать неравенство $u_{вх}(t) \gg u_{вых}(t)$, для чего необходимо уменьшать постоянную времени цепи τ при заданной длительности входного сигнала $t_и$, т.е. усиливать неравенство $\tau \ll t_и$. Действительно, **чем меньше τ, тем быстрее будет происходить заряд-разряд конденсатора, и тем меньше будет длительность переходных процессов, происходящих в *CR*-цепи при ее функционировании.** Следовательно, длительность выходных импульсов цепи при усилении неравенства $\tau \ll t_и$ уменьшается, и диаграмма $u_{вых}(t)$ по виду приближается к идеальной. Однако, постоянную времени цепи $\tau = RC$ нельзя бесконечно уменьшать из чисто физических соображений: минимальная емкость конденсатора не может быть меньше паразитных емкостей, всегда присутствующих в любой реальной электротехнической конструкции. Уменьшение же сопротивления резистора при заданном напряжении на нем сопровождается ростом тока в цепи, что приводит к целому ряду негативных эффектов. Кроме того, уменьшение τ не сопровождается увеличением амплитуды выходных сигналов диф.цепи: при любом значении постоянной времени амплитуда $U_{m\ вых}$ остается постоянной и равной амплитуде входного сигнала. Следовательно, ошибка дифференцирования электрического сигнала при использовании для этой цели *CR*-цепи не может быть сведена к нулю (т.е. неизбежна)!

3) **укорачивающей,** ***осуществляющей нормализацию длительности выходных сигналов при широком диапазоне изменения длительности входных прямоугольных импульсов.***

Укорачивающая *CR*-цепь – это реальная квазидифференцирующая *CR*-цепь с конденсатором на входе, подробно рассмотренная в предыдущем разделе – рис. 4.22.

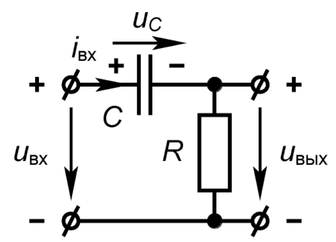


Рис. 4.22. CR-цепь с конденсатором на входе – укорачивающая цепочка

Как и дифференцирующая, **укорачивающая цепь должна обладать маленькой постоянной времени τ = *RC*, много меньшей временных параметров входного сигнала,** т.е. в реальном случае **при любых параметрах входного сигнала** должно выполняться: $\tau \ll T$.

Рассмотрим процесс функционирования укорачивающей *CR*-цепи.

Пусть на вход *CR*-цепи, являющейся укорачивающей, поступает последовательность идеальных прямоугольных импульсов с амплитудой U_m, частотой $f = 1/T$ (T – период последовательности) и длительностью $t_{и\ вх}$, меняющейся в диапазоне от $t_{и\ вх\ min}$ до $t_{и\ вх\ max}$ – рис. 4.23.

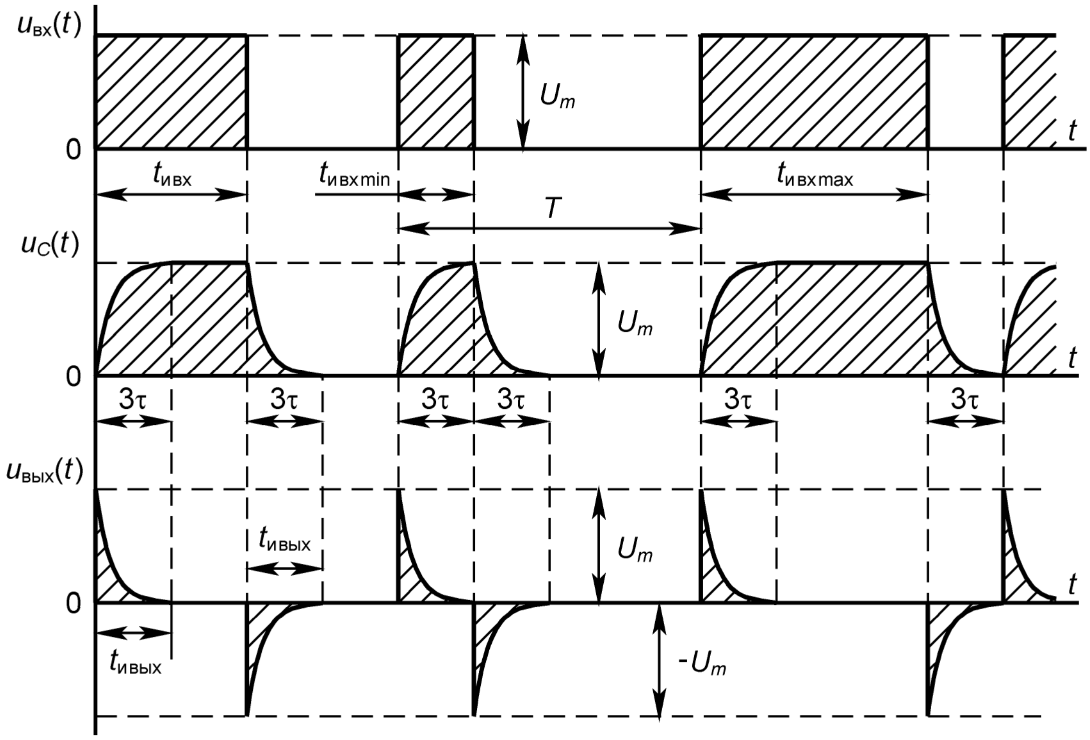


Рис. 4.23. Диаграммы сигналов при функционировании укорачивающей CR-цепи

Поскольку укорачивающая цепь обладает свойствами, аналогичными свойствам квазидифференцирующей, подробно рассмотренной ранее, принцип действия укорачивающей цепи и, следовательно, сфазированные диаграммы ее работы, представленные на рис. 4.23, должны быть понятными человеку, разобравшемуся в предыдущем материале.

На каждом периоде T входного сигнала наблюдаются два переходных процесса. Первый п/п начинается при появлении на входе цепи фронта входного прямоугольного импульса. В ходе этого переходного процесса на выходе схемы (на резисторе R) формируется **положительный** экспоненциальный импульс с амплитудой $U_{m\,вых} = U_m$, равной амплитуде входного сигнала, и длительностью по основанию $t_{и\,вых} \approx 3\tau$, определяемой только численным значением постоянной времени цепи. Очевидно, что для нормального функционирования укорачивающей цепи выходной сигнал должен успевать сформироваться полностью, следовательно, **в худшем случае,** т.е. при минимальной длительности входного сигнала $t_{и\,вх\,min}$, первый переходный процесс должен успевать завершаться. Таким образом, ***одним*** **из достаточных условий** успешной работы укорачивающей цепи является выполнение неравенства:

$$3\tau \le t_{и\,min} \;\;\Rightarrow\;\; \tau \le t_{и\,min} / 3. \qquad (4.53)$$

Второй переходный процесс начинается при $t = t_и$, т.е. в момент завершения входного импульса – говорят: на спаде (или заднем фронте) импульса. В ходе второго п/п на выходе цепи формируется **отрицательный** экспоненциальный импульс с параметрами (амплитуда, длительность по основанию) **точно такими же, как у положительного.** Самые тяжелые условия для формирования для этого сигнала наблюдаются, очевидно, при максимальной длительности входного воздействия $t_{\text{и вх max}}$, когда пауза между входными импульсами минимальна: $t_{\text{п min}} = T - t_{\text{и max}}$. Следовательно, ***вторым*** **достаточным условием** нормального функционирования укорачивающей цепи **при различной длительности входных импульсов** является выполнение неравенства:

$$3\tau \le t_{\text{п min}} \;\Rightarrow\; \tau \le t_{\text{п min}} / 3 = (T - t_{\text{и max}}) / 3. \qquad (4.54)$$

Очевидно, **что при переменной длительности входных импульсов условия (4.53) и (4.54) должны выполняться одновременно!**

Проанализировав диаграммы переходных процессов, проходящих в укорачивающей цепи (рис. 4.23), сформулируем возможные практические применения указанной цепочки. Итак, укорачивающая цепь может применяться для выполнения следующих функций:

1). Нормализация длительности выходных импульсов при широком диапазоне изменения длительности входных прямоугольных сигналов. Это качество цепи обусловлено тем, что **длительности по основанию как положительного, так и отрицательного выходных экспоненциальных импульсов постоянны и составляют $t_{\text{и вых}} \approx 3\tau$ независимо от длительности сигналов, действующих на входе**. Это – основное полезное качество укорачивающей цепи, широко используемое в практической деятельности.

2). Получение **биполярных** (т.е. как положительных, так и отрицательных) выходных импульсов при **однополярных входных сигналах.**

3). Формирование информационного сигнала о моменте поступления входного импульса. Это свойство обусловлено тем, что **фронт положительного выходного импульса синхронизирован по времени с фронтом входного импульса.**

4). Формирование информационного сигнала о моменте окончания входного импульса. Функция обусловлена тем, что **фронт отрицательного выходного импульса синхронизирован по времени с фронтом входного импульса.**

5). Формирование сигналов, несущих **информацию о длительности входного импульса**. Данное качество обусловлено тем, что временной интервал между фронтами положительного и отрицательного выходных импульсов точно соответствует длительности входного импульса.

Иногда на практике появляется необходимость получить на выходе укорачивающей цепи импульсы лишь одной какой-то полярности – либо только положительные, либо только отрицательные. Существуют достаточно простые схемотехнические решения, позволяющие реализовать эти условия.

На рис. 4.24 изображена схема укорачивающей цепи, пропускающая на выход только положительный экспоненциальный импульс.

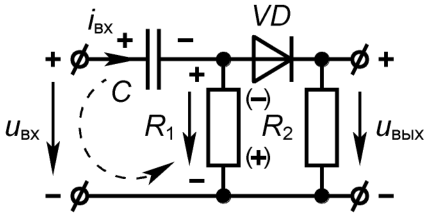


Рис. 4.24. Укорачивающая цепь, пропускающая на выход только импульсы положительной полярности

Схема работает следующим образом. При поступлении входного импульса положительной полярности контурный ток замыкается по цепи в направлении, указанном сплошной стрелкой. Этот ток создает на резисторе R_1 падение напряжения с полярностью, показанной на этом элементе без скобок. Данная полярность является для диода *VD* отпирающей («плюс» приложен к аноду, а «минус» – через резистор R_2 – к катоду прибора). Диод включается, т.е. «стягивается» в точку, и подсоединяет резистор R_2 параллельно резистору R_1. На выходе цепи, т.е. на параллельном соединении $R_1 \| R_2$, появляется положительное напряжение с указанной на схеме полярностью. Начинается первый п/п с постоянной времени $\tau_1 = C(R_1 \| R_2)$, в результате которого конденсатор C заряжается. Током заряда на параллельном соединении $R_1 \| R_2$ формируется положительный экспоненциальный импульс с амплитудой U_m, равной амплитуде входного сигнала. Через $\approx 3\tau_1$ переходный режим сменяется установившимся, и выходной сигнал достигает нулевого значения.

При $t = t_и$ входной сигнал скачком обрывается, и начинается II п/п, во время которого происходит разряд конденсатора C. Ток разряда, направление которого показано на схеме пунктирной стрелкой, замыкается через закороченные зажимы источника входного сигнала и резистор R_1. Напряжение на резисторе R_1 становится отрицательным (показано на рисунке 4.24 в скобках), поэтому диод *VD* запирается обратным для него напряжением и отключает резистор R_2 от резистора R_1. Таким образом, ток разряда конденсатора замыкается только по резистору R_1, на котором и формируется отрицательный экспоненциальный импульс. По резистору R_2 ток на этом временном интервале не протекает (блокирован диодом VD), следовательно, напряжение на R_2, т.е. на выходе цепи, отсутствует. Второй п/п продолжается примерно $3\tau_2$, где $\tau_2 = R_1C$, после чего схема возвращается в установившийся режим. Если выбрано $R_1 = R_2$, то длительность второго п/п примерно в два раза превышает длительность первого.

Если в силу производственной необходимости на выходе укорачивающей цепи должны присутствовать только импульсы отрицательной полярности, то целесообразно использовать схему, изображенную на рис. 4.25.

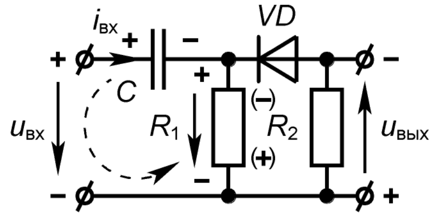


Рис. 4.25. Укорачивающая цепь, пропускающая на выход только импульсы отрицательной полярности

Принцип действия схемы. С приходом входного импульса положительной полярности в цепи появляется контурный ток, текущий в направлении, указанном на рисунке сплошной стрелкой. На резисторе R_1 возникает падение напряжения с полярностью, обозначенной на нем без скобок. Напряжение с такой полярностью является для диода VD запирающим («плюс» приложен к катоду, а «минус» – через резистор R_2 – к аноду прибора). Следовательно, диод запирается и отключает резистор R_2 от резистора R_1. Ток вынужден замыкаться только по резистору R_1, формируя на нем положительный экспоненциальный импульс. Происходит первый п/п заряда конденсатора C, совершающийся в течение $\approx 3\tau_1$ с постоянной времени $\tau_1 = R_1C$. Поскольку ток по резистору R_2 не протекает, напряжение на нем, а, следовательно, и на выходе цепи $u_{вых}(t) = u_{R_2}(t)$ равно нулю, поэтому **положительный экспоненциальный сигнал на выход цепи не проходит.**

При $t = t_и$ входной сигнал скачком становится равным нулю, что приводит к развитию II п/п, в течение которого совершается разряд конденсатора C. Ток разряда в направлении, указанном на схеме пунктирной стрелкой, замыкается через закороченные зажимы источника входного сигнала и резистор R_1. Полярность напряжения на резисторе R_1 скачком становится отрицательной (указана на рисунке в скобках), поэтому диод VD отпирается прямым для него напряжением («плюс» через резистор R_2 приложен к аноду, а «минус» – к катоду) и подключает резистор R_2 параллельно резистору R_1. Таким образом, ток разряда конденсатора замыкается по параллельному соединению $R_1 \parallel R_2$, на котором и формируется отрицательный экспоненциальный импульс. Это обусловливает появление на выходе цепи отрицательного экспоненциального импульса, продолжающегося, как и второй п/п, примерно $3\tau_2$ ($(\tau_2 = (R_1 \parallel R_2)C$). После разряда схема возвращается в установившийся режим, и далее описанные процессы периодически повторяются. Если выбрано $R_1 = R_2$ (частый случай на практике), то длительность второго п/п, очевидно, примерно в два раза меньше длительности первого.

Активная длительность экспоненциального импульса

При работе с экспоненциальными импульсными сигналами, весьма часто используемыми на практике из-за относительной простоты их формирования, широко применяется понятие «активная длительность импульса». Дело в том, что экспоненциальный импульс теоретически продолжается бесконечно долго, поскольку экспонента $Ae^{-t/\tau}$ обращается в нуль лишь при $t = \infty$. Кроме того, экспонента достаточно быстро «затухает» (при $t = \tau$, $\to$ $Ae^{-\tau/\tau} = A/e \cong 0{,}368A$), следовательно, основная часть энергии экспоненциального импульса сосредоточена в начальной части сигнала. Поэтому для определенности было введена так называемая ***активная*** **длительность экспоненциального импульса $t_{иа}$, измеряемая на уровне половины амплитудного значения сигнала** – рис. 4.26.

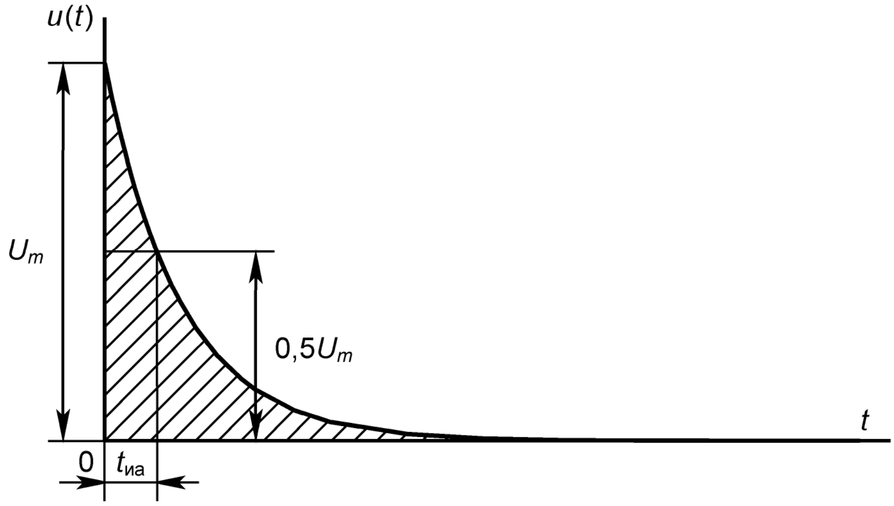


Рис. 4.26. К понятию «активная длительность экспоненциального импульса»

Определим активную длительность экспоненциального импульса.

Экспоненциальный сигнал, представленный на рис. 4.26, описывается, как известно, выражением:

$$u(t) = U_m \mathrm{e}^{-t/\tau}. \qquad (4.55)$$

При $t = t_{иа}$, когда сигнал уменьшится до уровня $0{,}5U_m$, получаем:

$$u(t_{иа}) = 0{,}5U_m = U_m \mathrm{e}^{-t_{иа}/\tau}. \qquad (4.56)$$

Решая полученное уравнение относительно $t_{иа}$, после преобразований имеем:

$$t_{иа} = \ln 2\,\tau \cong 0{,}7\,\tau. \qquad (4.57)$$

Выражение (4.57), определяющее активную длительность экспоненциального импульса, широко используется на практике!

4) **разделительной,** ***осуществляющей разделение двух функциональных блоков по постоянной составляющей.***

Суть предназначения разделительной цепи заключается в следующем. Имеется некое устройство, выходной электрический сигнал которого содержит в своем спектре постоянную составляющую (нулевую гармонику) и переменную, представленную суммой гармонических составляющих с различными частотами, кратными частоте входного сигнала. Имеется другое устройство, которое может нормально работать только с переменными сигналами и теряет работоспособность при поступлении на вход постоянного напряжения (например, электродинамический громкоговоритель). Для того чтобы второе устройство могло успешно функционировать при подаче на его вход выходного сигнала первого устройства, из этого сигнала нужно предварительно «вырезать» постоянную составляющую, содержащуюся в его спектре. Эту задачу и выполняет **разделительная цепь**, включаемая между первым и вторым устройством. Очевидно, что коэффициент передачи разделительной цепи для постоянной составляющей входного сигнала должен быть равен нулю, а все гармоники, входящие в состав переменной составляющей, должны передаваться цепью практически без затухания. Таким образом, по сути, **разделительная цепь должна обладать свойствами фильтра высоких частот.**

Требования, предъявляемые к разделительной цепи:

1). Обеспечение максимальной степени развязки блоков по постоянной составляющей, т.е. постоянная составляющая входного сигнала **вообще не должна проходить через разделительную цепь.**

2). Передача переменной составляющей входного сигнала с минимальными искажениями.

3). Обладание энергетической эффективностью, т.е. потери мощности в цепи при передаче сигнала должны быть минимально возможными.

На рис. 4.27 представлены сфазированные диаграммы входного и выходного сигналов, иллюстрирующие эффект от применения идеальной разделительной цепи при прохождении через цепь последовательности прямоугольных импульсов.

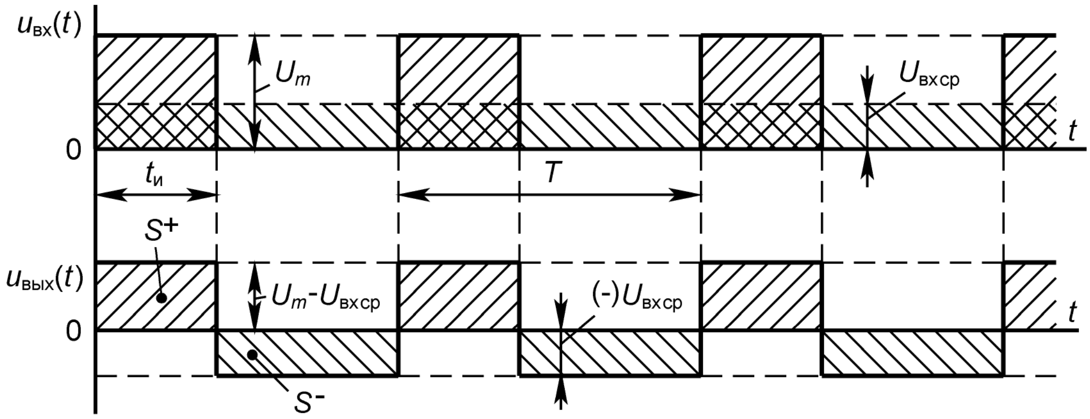


Рис. 4.27. К принципу действия разделительной цепи. Прохождение последовательности прямоугольных импульсов через идеальную разделительную цепь

Входной сигнал – периодическая последовательность положительных (однополярных) идеальных прямоугольных импульсов. Этот сигнал, как известно, имеет в своем спектре **постоянную составляющую** или **нулевую гармонику** (***показана на верхней диаграмме пунктиром***), равную среднему значения сигнала за период: $U_{вх\,0} = U_{вх\,ср} = U_m \gamma = U_m t_и / T$, где U_m – амплитуда входного сигнала, $\gamma = t_и/T$ – коэффициент заполнения импульсного процесса.

Назначение разделительной цепи – убрать («вырезать») постоянную составляющую сигнала, т.е. «погасить» ее внутри цепи, выделив на каком-нибудь из элементов контура. В идеале эта операция должна осуществляться цепью **без искажения формы сигнала**, следовательно, на выходе цепи должен быть точно **такой же по форме сигнал, как на входе, но без постоянной составляющей** – рис. 4.27, нижняя диаграмма. Среднее значение сигнала без постоянной составляющей должно быть, очевидно, равно нулю, поэтому положительная S^+ и отрицательная S^- вольт-секундные площадки $u_{вых}(t)$ должны быть одинаковы по площади и взаимно компенсируются. Графически **операция лишения исходного сигнала постоянной составляющей означает сдвиг его вниз вдоль оси ординат на величину этой составляющей.**

Следует особо отметить, что ***диаграмма выходного напряжения $u_{вых}(t)$* на рис. 4.27 *идентична диаграмме напряжения $u_R(t)$ на резисторе интегрирующей RC-цепи* при аналогичном рассматриваемому входном сигнале в случае, когда постоянная времени этой цепи стремится к бесконечности: $\tau \to \infty$ (см. предыдущий раздел курса, в котором подробно рассмотрена квазиинтегрирующая *RC*-цепочка).**

Очевидно, что **разделительная цепь должна иметь в своем составе реактивный элемент, не допускающий попадания постоянной составляющей входного сигнала на вход блока-приемника.** Таким элементом может быть либо конденсатор, поставленный на входе разделительной цепи, либо катушка индуктивности, включенная в качестве выходного элемента цепи, на котором формируется сигнал без постоянной составляющей. Схемотехническая реализация разделительных цепей, используемых на практике, показана на рис. 4.28.

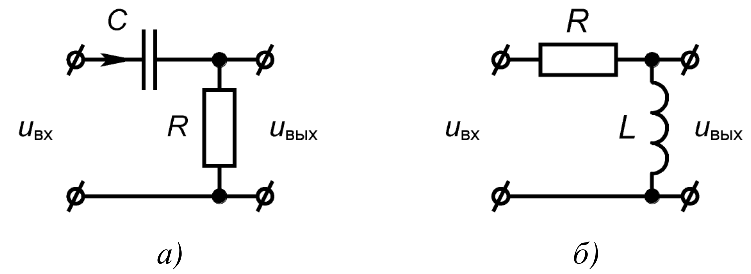


Рис. 4.28. Разделительные цепи: а) CR-цепь; б) RL-цепь

Конденсатор, как известно, обладает в установившемся режиме бесконечно большим сопротивлением для постоянного тока. Следовательно, постоянная составляющая входного сигнала $U_{вх\,0}$ полностью выделяется на входном конденсаторе, т.е. не появляется на выходе цепи. Катушка индуктивности, напротив, в установившемся режиме в цепи постоянного тока является закороткой. Поэтому падение напряжения на дросселе, обусловленное постоянной составляющей $I_{вх\,0}$ входного тока, равно нулю, а сама постоянная составляющая напряжения входного сигнала $U_{вх0}$ полностью выделяется на входном резисторе.

Наиболее широко в качестве разделительной используется *CR*-цепь (рис. 4.28, а) из-за относительной простоты реализации: не составляет особого труда подобрать резистор и конденсатор с требуемыми параметрами, поскольку для этих элементов существуют «подробные» ряды номинальных значений сопротивлений и емкостей, и они выпускаются промышленными предприятиями в больших количествах. Подобрать же готовый дроссель с нужными параметрами существенно сложнее, т.к. ряды номинальных значений индуктивностей существенно ỳже, а изготавливать этот элемент самостоятельно достаточно трудоемко.

Рассмотрим принцип действия разделительной цепи CR-типа – рис. 4.28, а.

Пусть на вход такой цепи поступает периодическая последовательность идеальных прямоугольных импульсов с амплитудой U_m, частотой $f = 1/T$ (T – период последовательности) и длительностью $t_и$.

1 случай, идеальный: постоянная времени цепи стремится к бесконечно большой величине: $\tau = RC \to \infty$ – рис. 4.29.

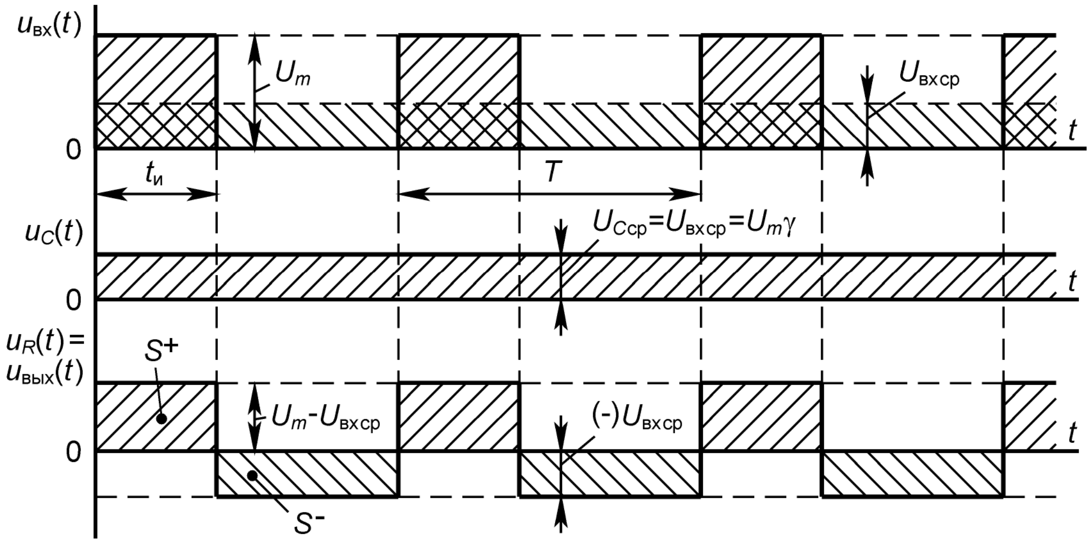


Рис. 4.29. Диаграммы напряжений на элементах разделительной CR-цепи при постоянной времени $\tau = RC \to \infty$

Рассмотрим подробнее представленные диаграммы. Видно, что характер диаграмм, иллюстрирующих принцип действия **разделительной** CR-цепи при $\tau \to \infty$, точно такой же, как у диаграмм, построенных для **интегрирующей** RC-цепи при тех же условиях функционирования (см. раздел курса, в котором рассматривается **интегрирующая *RC*-цепь**). Разница лишь в том, что выходным напряжением разделительной цепи является напряжение резистора, а интегрирующей цепи – конденсатора. Следовательно, **по своим свойствам разделительная и интегрирующая цепи идентичны! – И та, и другая цепь должны обладать относительно большой постоянной времени $\tau = RC$, много большей временных параметров входного сигнала.**

Сравнивая диаграммы выходного сигнала $u_{вых}(t)$, представленные на рис. 4.27 и 4.29, видим, что они **абсолютно одинаковы**, следовательно, **при $\tau \to \infty$ разделительная *CR*-цепь обладает свойствами, характерными для идеальной разделительной цепи.**

Как уже отмечалось, выходной сигнал идеальной разделительной цепи $u_{вых}(t) = u_R(t)$ не содержит постоянной составляющей:

$U_{\text{вых ср}} = U_{R\text{ ср}} = 0$, т.к. вольт-секундные площадки S^{+} и S^{-} равны по модулю и взаимно компенсируются – рис. 4.27, 4.29. Это обусловлено тем, что постоянная составляющая входного сигнала $U_{\text{вх }0}$ полностью выделилась на конденсаторе, сопротивление которого для постоянного тока в установившемся режиме бесконечно велико.

Напряжение на конденсаторе при $\tau = RC \to \infty$, очевидно, строго постоянно (**без пульсаций**) и равно $U_{C0} = U_{\text{вх }0} = U_{\text{вх ср}} = U_m\,\gamma$. Отсутствие пульсаций $\Delta u_C(t)$ объясняется тем, что при весьма большой τ напряжение $u_C(t)$ просто не успевает реагировать на внешнее возмущающее воздействие (коммутации), и поэтому остается практически постоянным.

2 случай, реальный: постоянная времени цепи велика, но имеет определенное значение $\tau = RC = const$ – рис. 4.30.

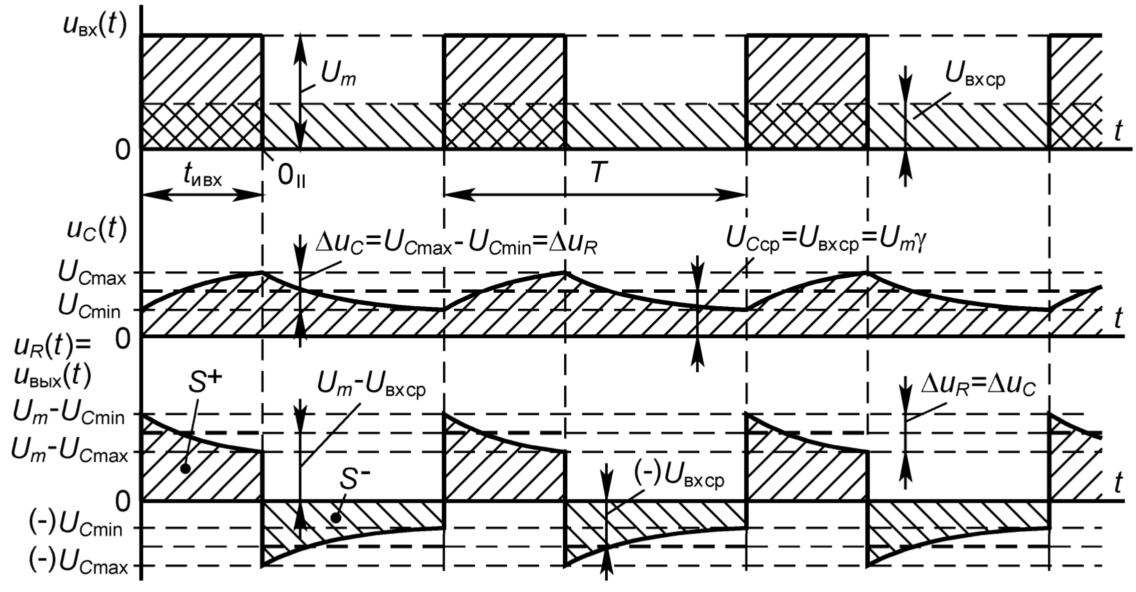


Рис. 4.30. Диаграммы напряжений на элементах разделительной CR-цепи при конечном значении постоянной времени τ = RC = const

Как и в случае с интегрирующей RC-цепью, в разделительной цепи при определенном значении постоянной времени $\tau = RC = const$ на конденсаторе C появляются пульсации $\Delta u_C(t)$, обусловленные двумя переходными процессами, происходящими на каждом периоде входного сигнала. I п/п вызван появлением при $t = 0$ входного импульса, а второй – его завершением в момент $t = t_{\text{и}}$ – рис. 4.30. Диаграммы изменения токов и напряжений в ходе переходных процессов для обеих цепей одинаковы в случае равенства постоянных времени $\tau = RC$. Это свидетельствует о том, что **изменение однотипных параметров описывается одними и теми же *законами – см. материал предыдущего раздела дисциплины, посвященный рассмотрению интегрирующей RC-цепи.***

Сравнивая диаграмму $u_{\text{вых}}(t)$ на рис. 4.30 с аналогичной диаграммой для идеальной разделительной цепи – рис. 4.27, 4.29, – отметим, что в реальном случае при конечном значении $\tau = RC = const$ появляются **искажения выходного напряжения**, обусловленные спадом ΔU_R плоской вершины как положительного, так и отрицательного импульса. Эти искажения вызваны, очевидно, пульсацией напряжения на конденсаторе, причем в соответствии со II законом Кирхгофа $\Delta U_R = \Delta U_C$. Для количественной оценки величины спада (т.е. степени искажений передаваемого сигнала) используется специальный параметр – коэффициент спада плоской вершины сигнала: $K_{\text{сп}} = \Delta U_R / U_m$. Поскольку $\Delta U_R = \Delta U_C$, **коэффициент спада плоской вершины выходного сигнала *реальной* разделительной цепи определяется той же формулой, которая описывала коэффициент пульсаций выходного напряжения *реальной* интегрирующей цепи:**

$$K_{\text{сп}} = \frac{\Delta U_R}{U_m} = K_{\text{пл}} = \frac{\Delta U_C}{U_m} = \frac{\left(1-\mathrm{e}^{-t_1/\tau}\right)\left(1-\mathrm{e}^{-t_2/\tau}\right)}{1-\mathrm{e}^{-T/\tau}} \cong \frac{\gamma\cdot(1-\gamma)}{\tau\cdot f}, \qquad (4.57)$$

где $t_1 = t_{\text{и}}$ – длительность импульса на входе цепи;

$t_2 = t_{\text{п}} = T - t_{\text{и}}$ – длительность паузы между входными импульсами;

T – период входной импульсной последовательности;

$\gamma = t_{\text{и}} / T$ – коэффициент заполнения импульсного процесса;

$f = 1/T$ – рабочая частота разделительной цепи (входного сигнала);

$\tau = RC$ – постоянная времени цепи.

Очевидно, что уменьшения искажений выходного сигнала необходимо снижать величину спада плоской вершины $\Delta U_R = \Delta U_C$, равного величине пульсаций на конденсаторе цепи. Следовательно, рекомендации для снижения $K_{\text{сп}}$ точно такие же, как и для уменьшения $K_{\text{пл}}$ – см. формулу (4.57) и предыдущий материал, в котором рассматривалась реальная интегрирующая цепь.

Наиболее распространенные случаи практического применения разделительной цепи

Разделительные цепи нашли широчайшее применение в практической деятельности. Они, например, используются:

1). **В *RC*-усилителях** (резистивно-емкостных), обеспечивая **развязку по постоянному току** между усилительными каскадами, между усилителем и источником входного сигнала, а также между усилителем и нагрузкой (потребителем).

2). **Во входных цепях *всех* осциллографов**, обеспечивая так называемый **режим *закрытого* входа «АС»**. При постановке переключателя режима работы входа в положение «АС» во входную цепь каскада предварительного усиления **последовательно включается разделительный конденсатор, отсекающий от усилительного тракта постоянную составляющую входного сигнала**. Это позволяет с высокой точностью исследовать относительно небольшую переменную составляющую входного сигнала, что невозможно осуществить в режиме «DC», если постоянная составляющая $u_{вх}$ относительно велика.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки качества усвоения материала

1. Какие функции может выполнять *RC*-цепь с конденсатором на входе в электронных устройствах? Назовите возможные области практического применения данной цепи.
2. Поясните особенности функционирования *RC*-цепи с конденсатором на входе в качестве фазосдвигающей.
3. Дайте определение идеальной дифференцирующей электрической цепи. Докажите, что при определенных условиях *RC*-цепь с конденсатором на входе может выполнять функции дифференцирующей. Какова погрешность дифференцирования входного сигнала в этом случае?
4. Дифференцирование гармонического сигнала *RC*-цепью с конденсатором на входе.
5. Дифференцирование одиночного идеального прямоугольного импульса *RC*-цепью с конденсатором на входе. Расчет переходных процессов.
6. Дифференцирование одиночного идеального прямоугольного импульса идеальным дифференциатором.
7. Дельта-функция, используемая в математическом анализе при дифференцировании одиночного идеального прямоугольного импульса. Определение функции, физический смысл.
8. Укорачивающая *RC*-цепь. Схема, условия функционирования, сфазированные диаграммы работы, области применения.
9. Укорачивающая *LR*-цепь. Схема, условия функционирования, сфазированные диаграммы работы, области применения.
10. Почему укорачивающую *RC*- и *LR*-цепь называют еще квазидифференцирующей или диф.цепью? Укажите и прокомментируйте общие свойства и отличия укорачивающей цепи от дифференцирующей.
11. Приведите необходимые и достаточные условия, при которых цепь является укорачивающей. В чем разница между этими условиями?

12. Принцип действия укорачивающей *RC*-цепи. Расчет переходных процессов.

13. Принцип действия укорачивающей *RL*-цепи. Расчет переходных процессов, протекающих в схеме.

14. Понятие «активная длительность экспоненциального импульса» $t_{иа}$. Определение $t_{иа}$ для укорачивающей *RC*-цепи.

15. Получить выражение для определения $t_{иа}$ укорачивающей *LR*-цепи.

16. Как изменятся диаграммы и параметры сигналов, снимаемых с элементов укорачивающей цепи, если (при прочих равных условиях):

- постоянную времени цепи уменьшить в 2 раза?
- амплитуду входных импульсов увеличить (уменьшить) в 1,5 раза?
- сопротивление резистора цепи уменьшить в 3 раза?
- частоту входных сигналов уменьшить в 1,5 раза?

(**по указанию преподавателя**). Обосновать ответ.

17. Привести схему укорачивающей *RC*-цепи, формирующей на выходе сигналы только положительной (отрицательной) полярности. Пояснить принцип действия цепи.

18. На вход укорачивающей RC-цепи поступает последовательность двухполярных прямоугольных импульсов с одинаковой амплитудой и скважностью q = 2 (меандр). Изобразить, комментируя, сфазированные диаграммы напряжений на элементах цепи.

19. Разделительная цепь. Определение, назначение, области применения, сфазированные диаграммы работы для идеального и реального случаев.

20. Каким фильтром является разделительная цепь? Почему?

21. Требования, предъявляемые к разделительной цепи.

22. Объясните с физической точки зрения, почему RC-цепь с конденсатором на входе может выполнять функции разделительной.

23. Может ли RL-цепь являться разделительной? Поясните свое утверждение.

24. Приведите, комментируя, необходимые и достаточные условия, при которых цепь является разделительной.

25. Объясните понятие: «среднее значение входного периодического сигнала». Какие еще названия имеет этот параметр?

26. Получите выражение для определения среднего значения входного сигнала, представляющего собой периодическую последовательность идеальных прямоугольных импульсов.

27. Докажите математически, что среднее значение напряжения на конденсаторе разделительной RC-цепи в установившемся режиме равно среднему значению входного сигнала.

28. Расчет переходных процессов, протекающих в разделительной RC-цепи в установившемся режиме.

29. Как определить, что глобальный переходный процесс, наблюдающийся на первых циклах работы в разделительной RC-цепи, завершился, и схема перешла в установившийся режим?

30. Получить выражение, описывающее закон изменения какого-либо параметра в разделительной RC-цепи (по указанию преподавателя) на заданном временном интервале.

31. Показать, комментируя, как изменятся диаграммы переходных процессов в разделительной цепи относительно исходных, если (при **прочих равных условиях**):

– постоянная времени цепи увеличится (уменьшится) вдвое;
– увеличить в 2 раза длительность входных сигналов;
– изменить амплитуду входного сигнала в 1,5 раза;
– снизить частоту входных сигналов в 2 раза;
– коэффициент заполнения импульсного процесса $\gamma_1 = 0{,}1$ увеличится до значения $\gamma_2 = 0{,}4$

(**по указанию преподавателя**).

32. Какие искажения выходного сигнала имеют место при передаче через реальную разделительную *RC*-цепь последовательности идеальных прямоугольных импульсов? Чем они обусловлены? Какой параметр определяет эти искажения количественно?

33. Получить точное и приближенное выражения для определения коэффициента спада плоской вершины $K_{\text{сп}}$ прямоугольных сигналов на выходе разделительной *RC*-цепи.

34. Что общего между интегрирующей и разделительной цепями? Чем они отличаются?

35. Приведите примеры практического использования разделительной цепи в электронной технике.

36. Какие ограничения сверху накладываются на параметры элементов разделительной *RC*-цепи?

37. На вход разделительной *RC*-цепи, содержащей резистор $R = 10$ кОм и конденсатор $C = 1$ мкФ, поступает последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой 10 В, скважностью $q = 2$ и частотой $f = 1$ кГц. Определить среднее значение напряжения на конденсаторе $U_{C\text{ср}}$ и спад плоской вершины выходного сигнала ΔU_R.