

**Теория графов**  
**и сетевое**  
**планирование**

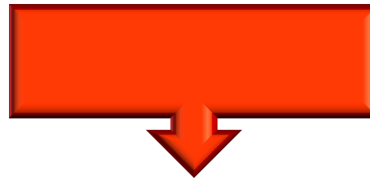
**Тема 5:**

## *План темы:*

- 5.1. Основные понятия и определения теории графов
- 5.2. Сетевой график и его характеристика
- 5.3. Правила построения сетевых графиков
- 5.4. Критический путь
- 5.5. Расчет параметров сетевого графика

## 5.1. Основные понятия и определения теории графов

**Теория графов** – это область дискретной математики, где изучаемое множество представляется в виде графа

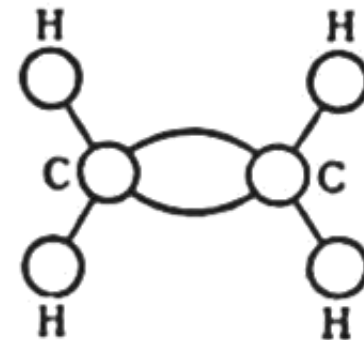
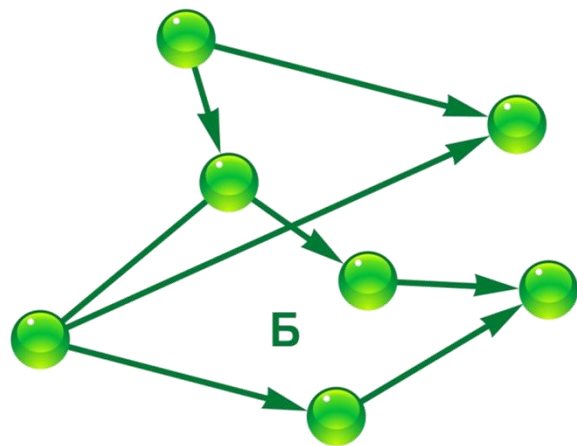


**Граф** – это геометрическая схема, на которой показано, как множество точек соединено попарно множеством непрерывных линий.

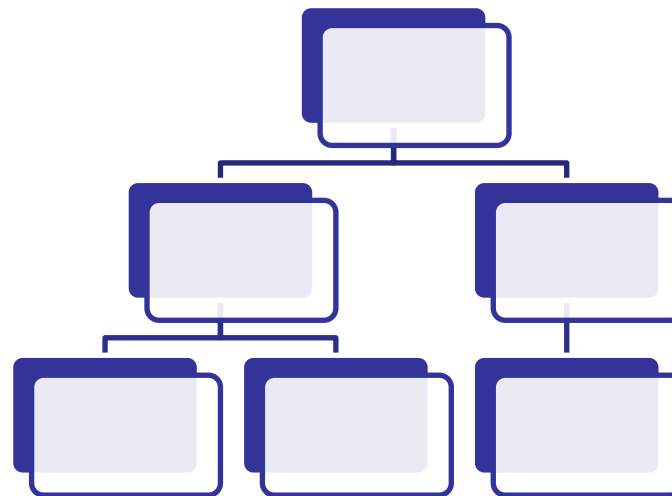
# Примеры использования графов



*Карты*



*Формулы химических соединений*



## 5.1. Основные понятия и определения теории графов



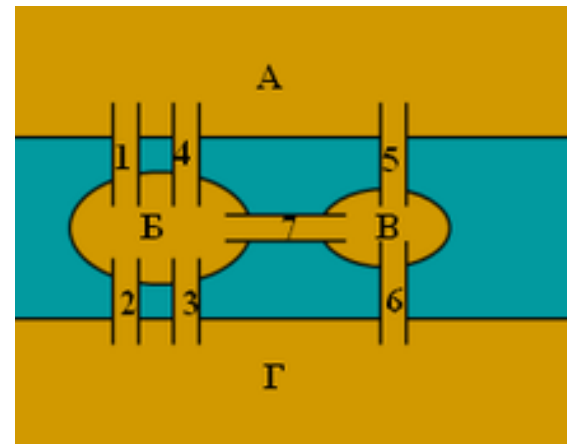
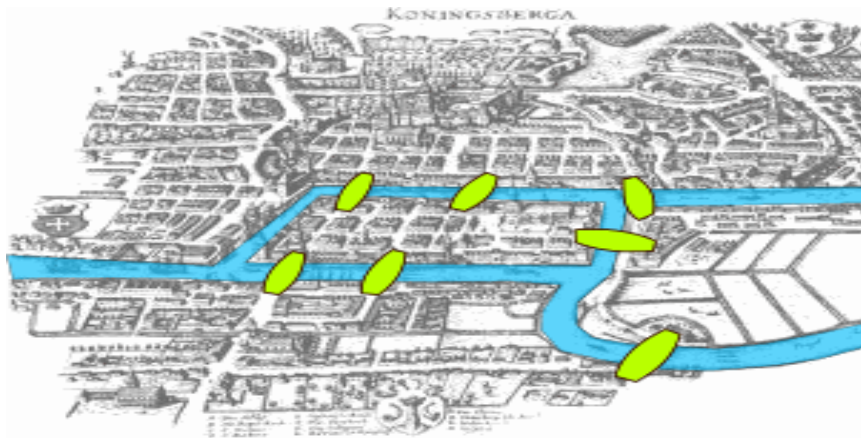
15.04.1707 – 18.09.1783

Начало теории графов как математической дисциплины было положено Эйлером в его рассуждение о Кенигсбергских мостах.

## Задача о кёнигсбергских мостах

Философ Иммануил Кант, гуляя по городу Кенигсбергу, поставил задачу (1736) о семи кенигсбергских мостах:

**Можно ли пройти по всем этим мостам и при этом вернуться в исходную точку так, чтобы по каждому мосту пройти только один раз.**



## 5.1. Основные понятия и определения теории графов

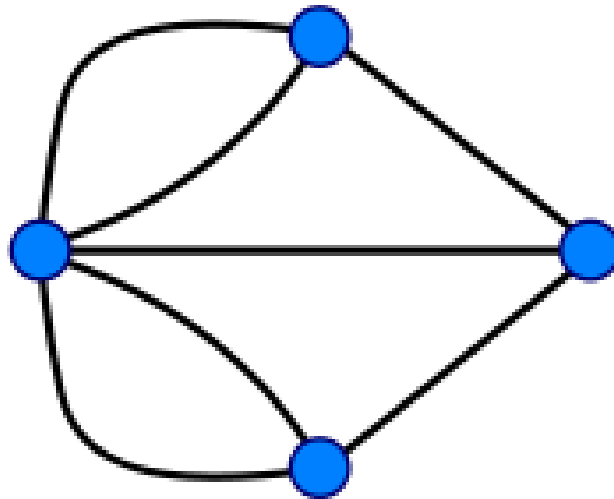
В 1736 году задача о семи мостах заинтересовала **Леонарда Эйлера** он смог найти правило, пользуясь которым легко определить, можно ли пройти по всем мостам, не проходя дважды ни по одному из них:

- Число нечётных вершин (вершин, к которым ведёт нечётное число рёбер) графа должно быть чётно.
- Не может существовать граф, который имел бы нечётное число нечётных вершин.
- Если все вершины графа чётные, то можно, не отрывая карандаша от бумаги, начертить граф, при этом можно начинать с любой вершины графа и завершить его в той же вершине.
- Граф с более чем двумя нечётными вершинами невозможно начертить одним росчерком

## 5.1. Основные понятия и определения теории графов

При построении графа считалось, что мостам соответствуют линии (дуги графа), а частям города — точки соединения линий (вершины графа)).

Граф кёнигсбергских мостов имел четыре нечётные вершины (то есть все), следовательно, невозможно пройти по всем мостам, не проходя ни по одному из них дважды



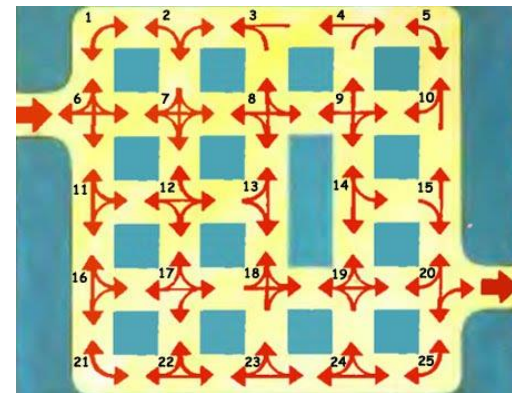
***Граф кёнигсбергских мостов***



## 5.1. Основные понятия и определения теории графов

**1.** В середине 19 в. появились работы, в которых при решении практических задач были получены результаты, относящиеся к теории графов (*составление полной системы уравнений для токов и напряжений в электрической схеме*)

**2.** В 20 в. задачи, связанные с графами, начали возникать не только в физике, химии, электротехнике биологии, экономике, социологии и т.д., но и в алгебре, теории вероятностей, теории чисел (*наряду с термином «граф» употреблялись и другие термины, например, карта, комплекс, диаграмма, сеть, лабиринт*)

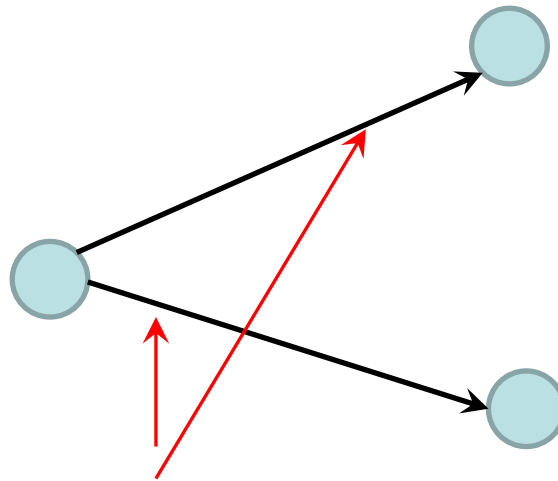


## 5.1. Основные понятия и определения теории графов

Значительно расширились исследования по теории графов в конце 40-х - начале 50-х годов, прежде всего в силу развития кибернетики и вычислительной техники.



**Граф определяется** заданием двух множеств – множества точек и множества связей между парами вершин



**Ребра (дуги) графа** – это линии, соединяющие вершины, между которыми существует связь

## 5.1. Основные понятия и определения теории графов

Пусть дано  
множество

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$$

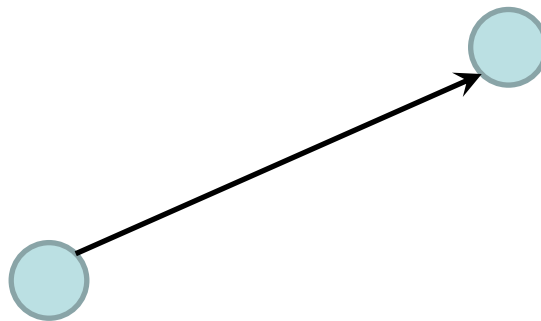


*Вершины  
графа*

Другое множество – это набор  
соединенных пар из  $x$

## 5.1. Основные понятия и определения теории графов

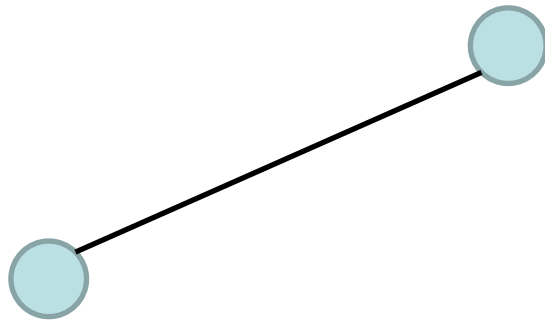
**Ориентированный граф** – это когда в парах составляющих множество, указывается, какая вершина является первой, то есть в каком направлении идет СВЯЗЬ.



***Ребра ориентированного графа изображаются стрелками***

## 5.1. Основные понятия и определения теории графов

**Неориентированный граф** – это  
когда направление ориентации не  
указано.



*Ребра ориентированного графа изображаются просто  
линиями*

### **Методики сетевого планирования были разработаны в конце 50-х годов в США**



в 1956 году в военно-морских силах США был создан метод анализа и оценки программ *PERT* (Program Evaluation and Review Technique). Данный метод был разработан корпорацией «Локхид» и консалтинговой фирмой «Буз, Аллен энд Гамильтон» для реализации проекта разработки ракетной системы «Поларис», объединяющего около 3800 основных подрядчиков и состоящего из 60 тыс. операций.

*Использование метода PERT позволило руководству программы точно знать, что требуется делать в каждый момент времени и кто именно должен это делать, а также вероятность своевременного завершения отдельных операций.*

***В СССР разработана система  
сетевого планирования и  
управления (СПУ):***

1. Система управления работами (СУР)
2. Плановое управление строительством кораблей (ПУСК)
3. Метод критического отбора проектно-плановых решений (КОППР)



## 5.2. Сетевой график и его характеристика

**Сетевое планирование** представляет из себя частный случай применения теории графов

**Основу сетевой модели** составляет график – наглядное представление плана работ

## 5.2. Сетевой график и его характеристика

**Элементы сетевого  
графика**

```
graph TD; A[Элементы сетевого графика] --> B[Событие]; A --> C[Работа];
```

**Событие**

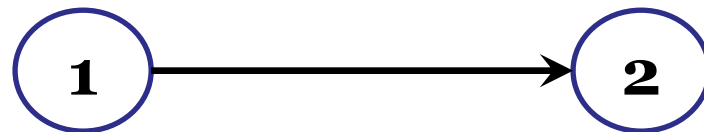
**Работа**

## 5.2. Сетевой график и его характеристика

**Событие** – это состояние, момент достижения промежуточной или конечной цели разработки (факт окончания одной или нескольких работ, необходимых для начала следующих)

**Начальное событие** – событие, которому не предшествует никакая работа

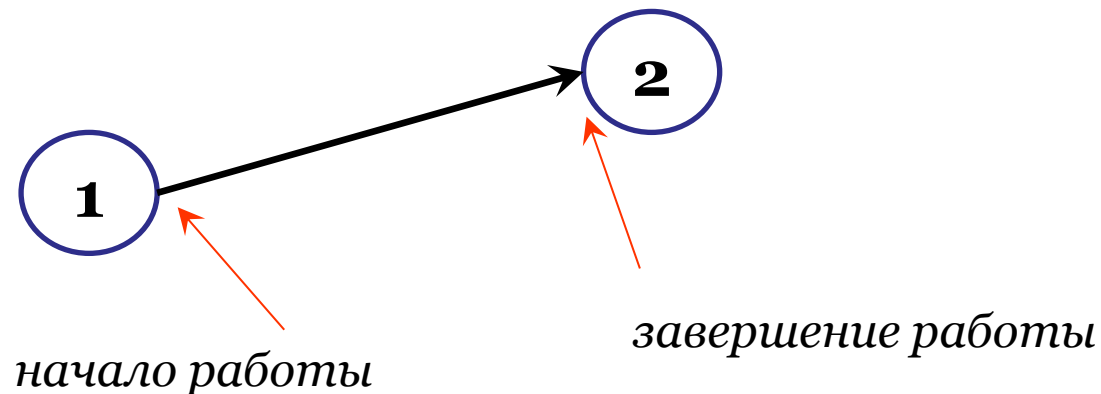
**Конечное событие** – событие, за которым не следует никакая работа



## 5.2. Сетевой график и его характеристика

**Работа** – это протекающий во времени процесс, требующий для своего осуществления материальных и трудовых затрат

*Каждая работа имеет предшествующее событие и определенным событием заканчивается*



## ***Частные случаи работ:***

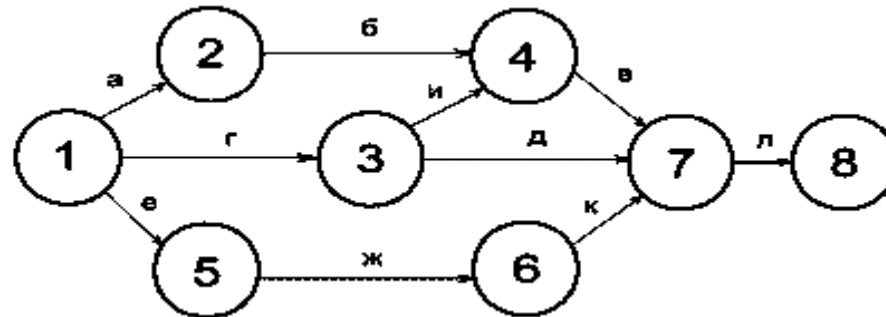
***Ожидание*** –  
работа,  
требующая  
затрат времени,  
но не требующая  
затрат ресурсов



***Фиктивная  
работа*** –  
ЛОГИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ  
между  
определенными  
видами работ и не  
требует затрат ни  
материальных  
ресурсов, ни  
времени

### 5.3. Правила построения сетевых графиков

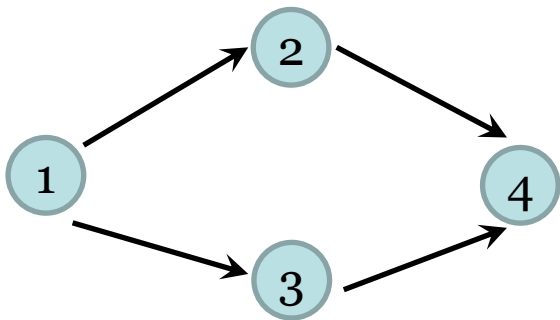
**1.** Начальное событие помещается в левой, а конечное – в правой части чертежа сети



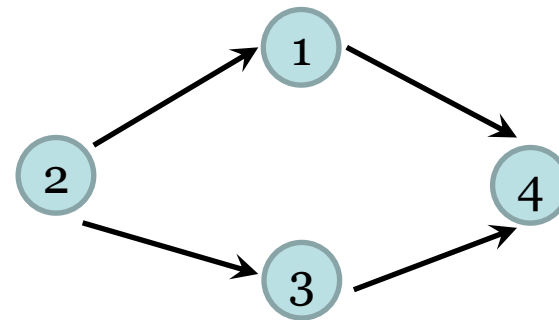
**2.** Только начальное событие не имеет входящих стрелок, и только конечное событие не имеет выходящих стрелок

### 5.3. Правила построения сетевых графиков

**3.** Нумеровать события необходимо так, чтобы каждое последующее из них приобретало возрастающий номер по отношению к предыдущему



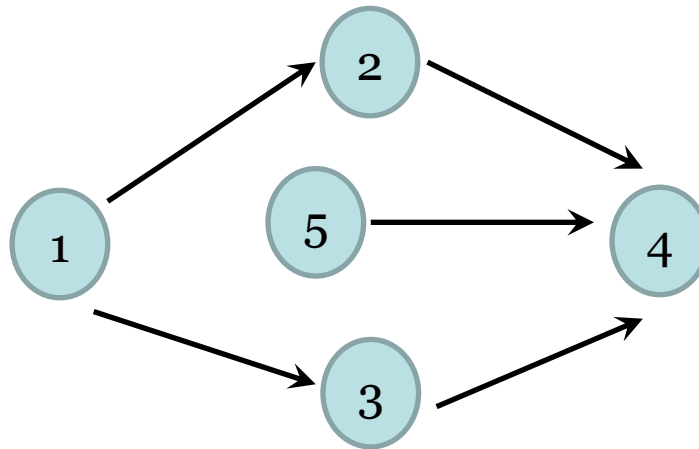
*правильная нумерация*



*неправильная нумерация*

### 5.3. Правила построения сетевых графиков

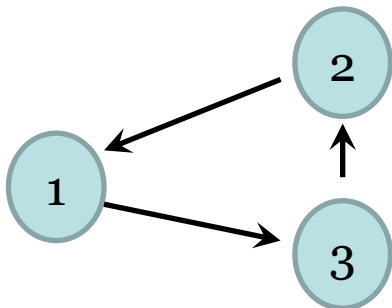
**4.** Каждая работа на графике должна оканчиваться событием, а за каждым событием (кроме конечного) следовать работа. Наличие тупиков свидетельствует об ошибке.





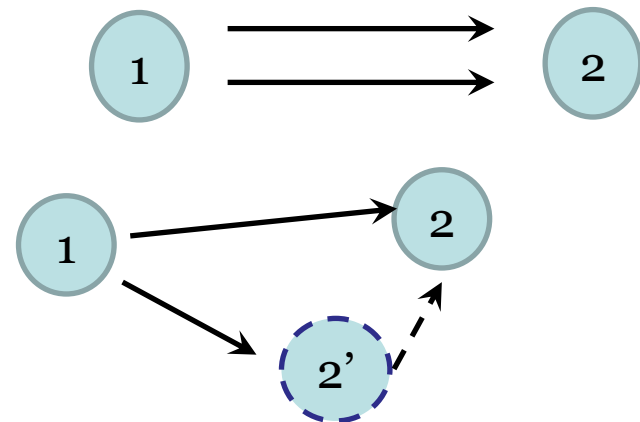
### 5.3. Правила построения сетевых графиков

**5. Замкнутый цикл** свидетельствует об ошибке, то есть, если в сети стрелки возвращаются к событию из которого они вышли



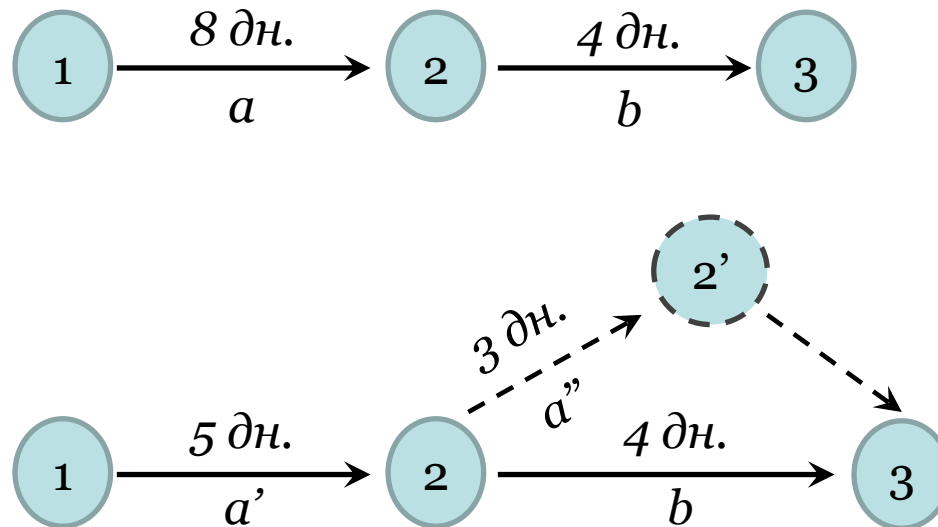
**6.** Любые два события должны быть связаны непосредственно не более чем одной работой.

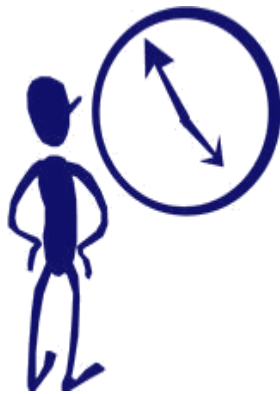
При обнаружении параллельных работ вводится фиктивное событие и фиктивная работа



### 5.3. Правила построения сетевых графиков

**7.** Если для начала некоторой работы достаточно выполнить не всю предшествующую работу, а лишь часть её, то эта предшествующая работа разбивается на две или несколько самостоятельных, следующих одна за другой работ.

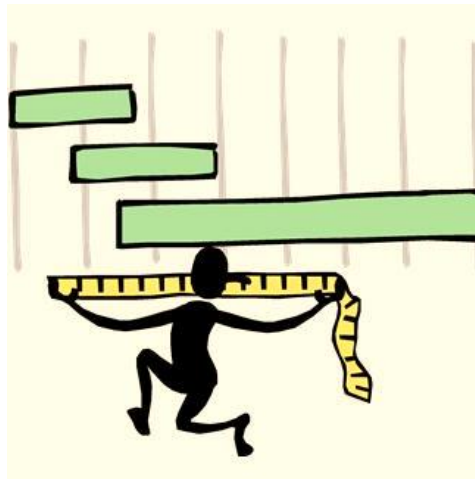




**8.** Если для какого-то события не окажется предшествующей работы, то оно соединяется с начальным событием, а при отсутствии последующей работы – с конечной точкой.

## 5.4. Критический путь

**Путь** – любая непрерывная последовательность работ в сетевом графике между событиями.



## 5.4. Критический путь

**Полный путь** – начало совпадает с исходным событием сети, а конец с завершающим.

**Путь между событиями** – путь, соединяющий любые два события в сети кроме начального и завершающего.

## 5.4. Критический путь

**Критический путь** – наибольший путь между начальным и конечным событиями



**Критические работы** – это работы лежащие на критическом пути

## 5.4. Критический путь

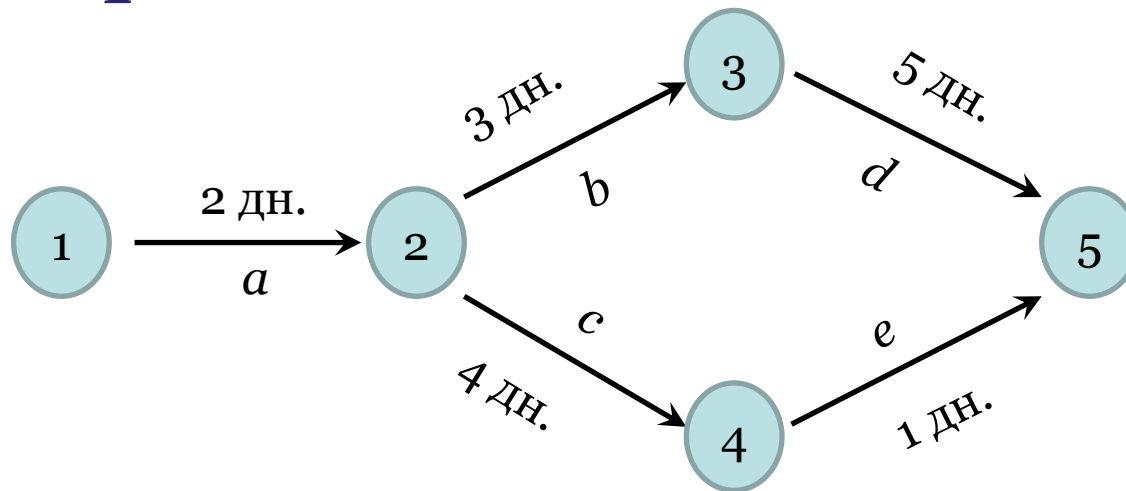
**Некритический путь** – меньшая продолжительность составляющих работ по сравнению с критическим



***Работы на некритических путях*** обладают запасом времени, ресурсов, которыми можно маневрировать.

## 5.4. Критический путь

### Пример:



**Путь 1** - 1 → 2 → 3 → 5 = 10 дней (критический путь)

**Путь 2** - 1 → 2 → 4 → 5 = 7 дней (не критический путь)



## 5.4. Критический путь

### **Способы сокращения критического пути:**

- 1.** Перераспределение ресурсов
- 2.** Изменение организации работ
- 3.** переброска ресурсов на критический путь в период ожидания, если позволяет технология