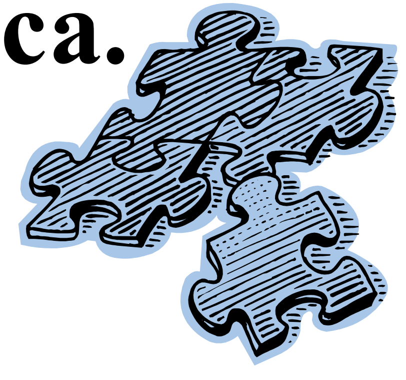
Тема 3:
«Статическая межотраслевая модель»

Статические межотраслевые модели используются для разработки планов выпуска и потребления продукции и основываются на соотношениях межотраслевого баланса.



При построении модели делаются следующие предположения:

1) все продукты, производимые одной отраслью, однородны и рассматриваются как единое целое, т.е. фактически предполагается, что каждая отрасль производит один продукт;

2) в каждой отрасли имеется единственная технология производства;

При построении модели делаются следующие предположения:

3) нормы производственных затрат не зависят от объёма выпускаемой продукции;

4) не допускается замещение одного сырья другим.

При этих предположениях величина $\mathbf{x_{ij}}$ может быть представлена следующим образом

$$\boxed{x_{ij} = a_{ij} X_j ,}$$

$$i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, n}$$

Величина a_{ij} называется **коэффициентом прямых материальных затрат.**

Она показывает, какое количество продукции i-й отрасли идет на производство единицы продукции j-й отрасли.
Коэффициенты a_{ij} ***считаются в межотраслевой модели постоянными.***

Коэффициент прямых материальных затрат

$$\boxed{a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}}$$

$$i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, n}$$

Подставляем $x_{ij} = a_{ij} X_j$ в формулу

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + y_i$$

и получаем

$$\boxed{X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + y_i,} \quad i = \overline{1, n},$$

Отношение $X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + y_i$, можно записать в матричном виде:

$$\boxed{A = AX + Y}$$

где X = (X_1, X_2, …, X_n) – вектор валовых выпусков;

Y = (y_1, y_2, …, y_n) – вектор конечного продукта;

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

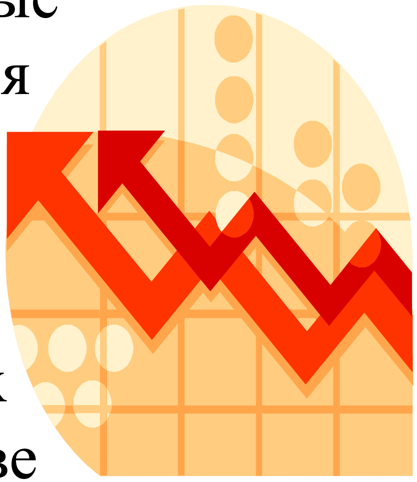
- матрица коэффициентов прямых материальных затрат

Основная задача межотраслевого баланса состоит в отыскании такого вектора валового выпуска X, который при известной матрице прямых затрат A обеспечивает заданный вектор конечного продукта Y.

Таким образом, вектор валового выпуска продукции состоит из неотрицательных компонентов ($X \geq 0$)

Значения коэффициентов прямых материальных затрат (a_{ij}) быть получены двумя путями:

1) статистически. Коэффициенты определяются на основе анализа отчётных балансов за прошлые годы. Их неизменность во времени определяется подходящим выбором отраслей;



2) нормативно. Предполагается, что отрасль состоит из отдельных производств, для которых уже разработаны нормативы затрат; на их основе рассчитываются среднеотраслевые коэффициенты.

Если в задаче по заданным валовым выпускам продукции всех отраслей (X) необходимо определить объёмы выпуска конечной продукции (Y), тогда уравнение записывается в следующем виде:

$$\mathbf{Y = X - AX}$$

$$\mathbf{Y = X \cdot (E - A)}$$

Если в задаче по заданным уровням конечной продукции отраслей (Y) определить объемы валовой продукции (X), тогда уравнение записывается в следующем виде:

$$\mathbf{X = (E - A)^{-1}Y},$$

где

E – единичная матрица;

$(E - A)^{-1}$ – обратная матрица матрице (E – A)

До начала планирования следует выяснить, существует ли матрица, обратная матрице (Е-А), и не будут ли получены отрицательные значения выпуска по отраслям.

Существуют свойства коэффициентов прямых материальных затрат:

1. ***Неотрицательность***, т.е. $a_{ij} \geq 0$, это утверждение следует из неотрицательности величин x_{ij} и положительности валовых выпусков X_j.
2. ***Сумма элементов матрицы А по любому из столбцов меньше единицы***, т.е. $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1$

Если в задаче по отдельным отраслям задаются уровни **валовой продукции**, по другим – **уровни конечного продукта** и необходимо найти значения остальных переменных, тогда:

$$\overline{X_1} = (E - A_{11})^{-1} \bullet (\overline{Y}_1 + A_{12} \bullet \overline{X}_2)$$

$$\overline{Y_2} = (E - A_{22}) \bullet \overline{X_2} - A_{21} \bullet \overline{X}_1$$

где

$\overline{Y}_1, \overline{X_2}$ - векторы заданных уровней конечного и валового продуктов;

$\overline{Y}_2, \overline{X_1}$ - векторы искомых уровней конечного и валового продуктов

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!