

Практика

Вычислите двойной интеграл, переходя к полярным координатам.

1. $\iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy$, где D – кольцо $\{x = y^2, y = 2, x = 0\}$.

2. $\iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 1}$, где D ограничена

полуокружностью $y = \sqrt{1 - x^2}$
и осью OX .

3. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D ограничена

окружностями $x^2 + y^2 = 2y$,
 $x^2 + y^2 = 4y$, и прямыми $y = -x, y = x$.

4. Найдите площадь фигуры,
ограниченной кривыми $x = y^2 - 2y$,
 $x + y = 0$.

5. Вычислите объем тела, ограниченного
поверхностями $z = 1 - x^2 - y^2$,
 $y = x, y = \sqrt{3}x, z = 0$ и лежащей в первой
октанте.

1. Вычислите площадь поверхности конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, заключенного внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 2x$.
2. Найдите массу пластинки $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$, $y = 0, x = 0, (y \geq 0, x \leq 0)$. с плотностью $\rho(x, y) = ux$.

Дома.

1. Вычислите $\iint_D \frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$ где D ограничена окружностями $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 16$, и прямыми $y = x, y = -\sqrt{3}x$.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривыми
 - a) $y^2 = 2x + 4, y = 2 - x$.
 - b) $3y^2 = 25x, 5x^2 = 9y$.
2. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями
 - a) $x^2 + y^2 = 8, x + y + z = 4$.

$$\text{b) } x^2 + y^2 = 9, z = 5x, z = 0$$

3. Вычислите площадь поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, вырезанного цилиндром $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

4. Найдите массу пластинки $y^2 = 2x$,

$y = 0, x = \frac{1}{2}, (y \geq 0)$ с плотностью

$$\rho(x, y) = 9y^2 + 4x.$$