

## Занятие 8

### Скалярное произведение

#### Задачи.

1. Найдите  $(5\vec{a} + 3\vec{b}, 2\vec{a} - \vec{b})$ , если  $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{b}|=3$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .
2. Найдите  $(\vec{a}, \vec{b})$ , если  $\vec{a} = 3i + 4j + 7k$ ,  $\vec{b} = 2i - 5j + 2k$ .
3.  $\vec{a} = mi + 3j + 4k$ ,  $\vec{b} = 4i + mj - 7k$ . При каком  $m$   $\vec{a} \perp \vec{b}$ .
4. Найдите внутренний угол при вершине  $C$  треугольника  $ABC$ , если  $A(-2, 3, 1)$ ,  $B(-2, -1, 4)$ ,  $C(-2, -4, 0)$  и  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{2CB} - 3\overrightarrow{AC})$ .
5. Определите угол между векторами  $\vec{a} = i + 2j + 3k$ ,  $\vec{b} = 6i + 4j - 2k$ .
6. Даны векторы  $\vec{a} = 2i + 2j + k$ ,  $\vec{b} = 6i + 3j + 2k$ . Найдите  $\text{пр}_{\vec{b}} \vec{a}$ ,  $\text{пр}_{\vec{a}} \vec{b}$ .
7.  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , угол между векторами  $\vec{a}, \vec{c}$   $\varphi = \frac{\pi}{3}$ , угол между векторами  $\vec{b}, \vec{c}$   $\varphi = \frac{\pi}{3}$ ,  
 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ ,  $|\vec{c}| = 1$ . Найдите  $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2$
8. Найдите  $\sin \varphi$  угла между векторами  $\vec{a} = -2i + 2j$ ,  $\vec{b} = 6i + 3j + 2k$ .
9. Найдите проекцию вектора  $\vec{a}$  на оси  $Ox, Oy, Oz$ ,  $\vec{a} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ , где  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(3, 2, 1)$ ,  $C(4, 6, 5)$ ,  $D(1, 6, 3)$ .

#### Дома.

1. При каком  $m$   $\vec{a} \perp \vec{b}$ .  $\vec{a} = mi + j$ ,  $\vec{b} = 3i - 3j - 4k$ .
2. Определите угол между векторами  $\vec{a} = 3i + 4j + 5k$ ,  $\vec{b} = \{4, 5, -3\}$ .
3. Найдите  $(3\vec{a} - 2\vec{b}, 5\vec{a} - 6\vec{b})$ , если  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 6$ , угол между векторами равен  $60^\circ$ .
4. Даны точки  $M_1(-1, 0, -3)$ ,  $M_2(-3, 2, 2)$  и  $\lambda = 4$ . Найти координаты точки, делящий отрезок  $M_1M_2$  в отношении  $\lambda$ .
5. Даны точки  $A(-1, 2, 3)$ ,  $B(-3, 0, 4)$ ,  $C(-2, 0, 4)$ . Найти
  - a)  $|\overrightarrow{AB}|$ ;
  - b) направляющие косинусы вектора  $\overrightarrow{BC}$ ;
  - c)  $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC}$ ;
  - d)  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AC})$ ;
  - e) Угол между векторами  $\overrightarrow{AB}$ ,  $2\overrightarrow{BC}$ .

6. Найдите  $(2\vec{a} - 3\vec{b}, \vec{a} - 4\vec{b})$ , если  $|\vec{a}|=1$ ,  $|\vec{b}|=4$ , угол между векторами  $\vec{a}, \vec{b}$   $\varphi = \frac{\pi}{6}$ .

7.  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , угол между векторами  $\vec{a}, \vec{c}$   $\varphi = \frac{\pi}{3}$ , угол между векторами  $\vec{b}, \vec{c}$   $\varphi = \frac{\pi}{3}$ ,  $|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$ ,  $|\vec{c}|=1$ . Найдите  $(2\vec{a} - \vec{b}, \vec{c} - \vec{a})$ .