Занятие 5. Однородные системы линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = 0. \end{cases}$$

Схема решения однородной системы линейных уравнений

1. Составить основную матрицу $\mathbf{A}$
2. Найти её ранг: если $r(\mathbf{A}) = n$, следовательно существует единственное решение $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$, если $r(\mathbf{A}) < n$, то существуют не тривиальные решения.
3. Выделить базисный минор M_r, базисные уравнения и базисные неизвестные.
4. Решить систему, то есть найти общее решение.
5. Найти фундаментальную систему решений (ФСР).

Примеры.

1. $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} -5x + y + z = 0, \\ x - 6y + z = 0, \\ x + y - 7z = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

Дома.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 5x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - 7x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - 13x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ 4x_1 - 4x_2 - 14x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$$