Занятие 4. Исследование систем линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases}$$

Схема решения однородной системы линейных уравнений

- 1. Составить основную матрицу ${\bf A}$ и расширенную ${\bf A}^*$
- 2. Найти её ранг: если ______, следовательно существует единственное решение, если ______, то существуют множество решений, если _____, то решений нет.
- 3. Выделить базисный минор M_r , базисные уравнения и базисные неизвестные.
- 4. Решить систему, то есть найти общее решение.
- 5. Найти частное решение.

Примеры.

Исследовать систему уравнений

1.
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 2, \\ 2x_1 + 11x_2 + 12x_3 + 25x_4 + 22x_5 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 = 3, \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 1, \\ 2x_1 + 10x_2 + 8x_3 = 3, \\ 2x_1 + 15x_2 + 12x_3 = 5, \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 1, \\ 2x_1 + 10x_2 + 8x_3 = 3, \\ 3x_1 + 15x_2 + 12x_3 = 5. \end{cases}$$
4.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$
5.
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ x + y - z = 0, \\ 4x - y + 5z = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$
5.
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 3, \\ x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 3, \end{cases}$$
7.
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

Дома

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$$