

Занятие 3. Обратная матрица. Понятие ранга матрицы.

I. Найдите ранг матрицы.

$$\text{а) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ б) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

II. Найдите обратную матрицу $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ и сделать проверку.

Необходимые условия существования обратной матрицы

1. квадратная матрица, то есть размерность $n \times n$.
2. Ранг матрицы равен n , то есть $r(\mathbf{A}) = n$.

III. Решите матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{X} = 3 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

IV. Решить систему уравнений матричным способом

$$1. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 16. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x + 4y = 11, \\ 5y + 6z = 28, \\ x + 2z = 7. \end{cases}$$

Дома.

1. Решите матричное уравнение

а. $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 2 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 10 \\ 0 & -6 & 10 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

б. $\mathbf{X} \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$

2. Решить систему уравнений матричным способом

1.
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 16. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x + 4y = 11, \\ 5y + 6z = 28, \\ x + 2z = 7. \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x + 3y - 6z = 12, \\ 3x + 2y + 5z = 10, \\ 2x + 5y - 3z = 6. \end{cases}$$