

Задание 22. Непрерывность функции

1. Докажите по определению, что функция $y = -2x^2 + 9$ непрерывна в точке $x = 4$.
2. Покажите, что при $x = 4$ функция $y = \frac{x}{x-4}$ имеет разрыв.
3. Покажите, что при $x = 4$ функция $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-4}$ имеет разрыв.
4. Покажите, что при $x = 5$ функция $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x - 5}, & x \neq 5 \\ 0, & x = 5 \end{cases}$ имеет разрыв.
5. Покажите, функция $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x - 5}, & x \neq 5 \\ 10, & x = 5 \end{cases}$ непрерывна.
6. Исследуйте на непрерывность функцию $y = \frac{1}{(x-1)(x-6)}$ на интервале $[2;5]$, $[4;10]$, $[0,7]$.
7. Найдите точки разрыва функции $y = \frac{1}{x^2 - 6x + 5}$.
8. Найдите точки разрыва функции $y = e^{\frac{1}{x-2}}$.
9. Найдите точки разрыва функции $y = \begin{cases} x-1, & x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$
10. $y = \begin{cases} \frac{x+2}{x^2-4}, & x < 1, \\ \frac{x+4}{x^2-16}, & x \geq 1. \end{cases}$

$$11. y = \begin{cases} x^2 - 2, & x < 0, \\ -2, & 0 \leq x \leq 3, \\ 3 - x, & x > 3. \end{cases}$$

$$12. y = \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$$

$$13. y = \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$$