

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
"ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

УТВЕРЖДАЮ
Декан ЕНМФ


Ю.И.Тюрин

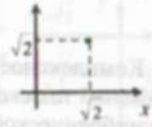
2005г.

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

Методические указания и
индивидуальные задания для студентов
всех специальностей

Томск 2006

Вариант 1

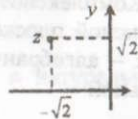
1. Даны комплексные числа $z_1 = -2 + 5i$ и $z_2 = 3 - 4i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .
2. Доказать, что $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$.
3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.
- 
4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 1 - i$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.
5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = e^{i \frac{4}{5}\pi}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.
6. Вычислить $z = \frac{2i}{1+i}$. Ответ записать в алгебраической форме.
7. Вычислить $z = \left(\frac{3+i\sqrt{3}}{i}\right)^6$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.
8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{-64i}$. Ответ записать в алгебраической форме.
9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{1+i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих неравенству $|z - i| \leq 2$.

Вариант 2

1. Даны комплексные числа $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = -1 + 6i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\overline{\frac{z_1}{z_2}} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 1 + i$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = \sqrt{2}e^{-\frac{5}{24}\pi}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{1-2i}{1+i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{3+i\sqrt{3}}{2i}\right)^5$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{64i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{2}\sqrt{3} - 2i$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

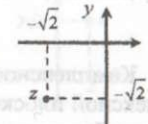
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих условию $\arg(z-1) = \pi/2$.

Вариант 3

1. Даны комплексные числа $z_1 = -2 - 5i$ и $z_2 = 4 - 2i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -1 + i\sqrt{3}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = \sqrt{2}e^{\frac{7}{24}\pi}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{-1-i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{-3+i\sqrt{3}}{2i}\right)^4$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{-64}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-2}\sqrt{3} - 2i$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

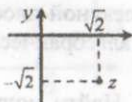
10. Изобразить множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $\{z : 1 \leq \operatorname{Im} z \leq 2\}$.

Вариант 4

1. Даны комплексные числа $z_1 = -2 + 2i$ и $z_2 = 1 - 4i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -1/2 - i\sqrt{3}/2$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = \sqrt{2}e^{-i\pi/24}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{2 + i\sqrt{12}}{1 - i\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{-3 + i\sqrt{3}}{2i}\right)^6$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{-64}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{3 - 3\sqrt{3}i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

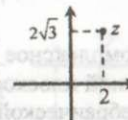
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих неравенству $|z + i| \geq 2$.

Вариант 5

1. Даны комплексные числа $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = -4 + 7i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -1 - i$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = e^{-i\pi/5}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{1 + i\sqrt{8}}{1 - i\sqrt{2}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{-3 + i\sqrt{3}}{2i}\right)^5$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{64}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{1 - i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

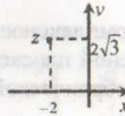
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих условию $-1 \leq \operatorname{Im} z \leq 2$.

Вариант 6

1. Даны комплексные числа $z_1 = -1 + 6i$ и $z_2 = 5 - 3i$. Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $|z_1 - z_2| \leq \|z_1\| + \|z_2\|$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2 - 2i$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{i\frac{\pi}{8}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{2i}{1-i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{-3-i\sqrt{3}}{2i}\right)^4$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[4]{\frac{i}{8}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{2\sqrt{3} + 2i}$. Ответ записать в показательной форме.

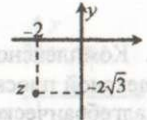
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих условию $|z+i|=1,5$.

Вариант 7

1. Даны комплексные числа $z_1 = 4 - 2i$ и $z_2 = 1 - i$. Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $|1+z|^2 + |1-z|^2 = 2(1+|z|^2)$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{i\frac{7\pi}{8}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{-1+i}{-1-i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{1+i}{2-12i}\right)^5$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[4]{-\frac{1}{8}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-\sqrt{2} - i\sqrt{2}}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

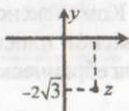
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих условию $-1 \leq \operatorname{Re} z \leq 3$.

Вариант 8

1. Даны комплексные числа $z_1 = -4 + i$ и $z_2 = 3 - 4i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $z_1 z_2 = |z_1| |z_2| (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{i\frac{5}{24}\pi}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{\sqrt{3} + i}{1 - i\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{1+i}{2-i2}\right)^6$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[6]{-8}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-2\sqrt{3} + i2}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

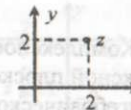
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих неравенству $|z - i| \leq 2$.

Вариант 9

1. Даны комплексные числа $z_1 = -2 - 2i$ и $z_2 = 3 + i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\frac{z}{z} = \cos 2\varphi + i \sin 2\varphi$, $\arg z = \varphi$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -2\sqrt{3} - i2$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{-i\frac{3}{8}\pi}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{1 + i\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{2+i2}{i}\right)^8$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[6]{8}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-2 - i2\sqrt{3}}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

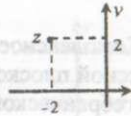
10. Изобразить множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $\{z : -1,5 \leq \operatorname{Re} z \leq 2\}$.

Вариант 10

1. Даны комплексные числа $z_1 = -2 - 5i$ и $z_2 = -3 + 4i$. Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\operatorname{Arg} \frac{z_1}{z_2} = \operatorname{Arg} z_1 - \operatorname{Arg} z_2$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -\sqrt{3} - 3i$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 4e^{i\frac{3\pi}{8}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{2 - i\sqrt{12}}{1 + i\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{3+i}{2-i}\right)^4$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{27i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{2 + i2\sqrt{3}}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

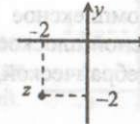
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих условию $\operatorname{arg}(z - 2) = \pi$.

Вариант 11

1. Даны комплексные числа $z_1 = 1 + 5i$ и $z_2 = 2 - 4i$. Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2\sqrt{3} + 2i$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{i\frac{4\pi}{5}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{-1 + i\sqrt{8}}{1 + i\sqrt{2}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{1+i}{i}\right)^6$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{-27}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-2 + i2\sqrt{3}}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

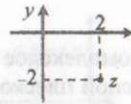
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих неравенству $|z - 2i| \leq 2$.

Вариант 12

1. Даны комплексные числа $z_1 = 1 + 2i$ и $z_2 = 3 + 2i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\text{Arg}(z_1 z_2) = \text{Arg } z_1 + \text{Arg } z_2$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - i\frac{3}{2}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = e^{i\frac{11\pi}{12}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{4\sqrt{2} + i}{3 - i\sqrt{2}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{1+i}{2-2i}\right)^3$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[4]{-9}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

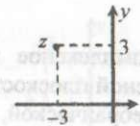
10. Найти множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $\{z : 0 \leq \text{Im } z \leq 2\}$.

Вариант 13

1. Даны комплексные числа $z_1 = 4 - 2i$ и $z_2 = 3 + i$. Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что если $\bar{z} = -z$, то z – чисто мнимое число.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2\sqrt{3} - 2i$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{i\frac{\pi}{5}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{\sqrt{3} + 2i}{2 - i\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{-1-i}{i}\right)^4$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{-27i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{2 - i2\sqrt{3}}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

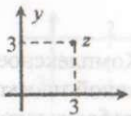
10. Изобразить множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $1 \leq |z+1| \leq 2,5$.

Вариант 14

1. Даны комплексные числа $z_1 = -2 - 5i$ и $z_2 = 5 + 4i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\operatorname{Re} z = \frac{z + \bar{z}}{2}$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -2\sqrt{3} + 2i$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 5e^{-i\frac{\pi}{5}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{3 - i\sqrt{2}}{\sqrt{2} + i3}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{2 - i2}{i}\right)^4$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[4]{4}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{16i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

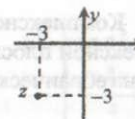
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих неравенству $|z + 2 - 2i| \leq 2$.

Вариант 15

1. Даны комплексные числа $z_1 = -2 + 5i$ и $z_2 = -2 - 5i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\operatorname{Im} z = i \frac{z - \bar{z}}{2}$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 4\sqrt{3} + i4$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 10e^{-i\frac{\pi}{12}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{-1 + i}{2 + 2i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{-\sqrt{3} - i}{i}\right)^4$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[4]{-8 - i8\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-9}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

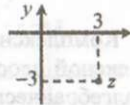
10. Найти множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $\{z : -2 \leq \operatorname{Im}(z - 1) \leq 0\}$.

Вариант 16

1. Даны комплексные числа $z_1 = -5 + 2i$ и $z_2 = 1 - 4i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -4\sqrt{3} + i4$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{i\frac{3\pi}{8}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{3\sqrt{2}}{2+i2}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{i}\right)^5$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[4]{-2+i2\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-9i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

10. Изобразить множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $\{z: 1 \leq \operatorname{Re}(z-1) \leq 2\}$.

Вариант 17

1. Даны комплексные числа $z_1 = -1 + 3i$ и $z_2 = -4i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $|z^2| = (\operatorname{Re} z)^2 + (\operatorname{Im} z)^2$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -\frac{5}{2}\sqrt{3} - i\frac{5}{2}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{i\frac{7\pi}{8}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{-4\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i3}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{-1+i}{2i}\right)^{40}$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[4]{-16}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{2-2i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

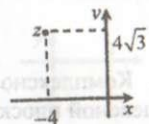
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих условию $|z-1+i| \leq 1$.

Вариант 18

1. Даны комплексные числа $z_1 = -1 + i$ и $z_2 = -4i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\frac{\bar{z}}{z} = e^{-i2\varphi}$, $\varphi = \arg z$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 10e^{i\frac{5\pi}{12}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{-3\sqrt{2}i}{-\sqrt{2} + i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2i}\right)^6$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[6]{-\frac{1}{8}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-16i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

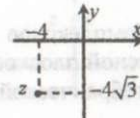
10. Найти множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $\{z: -\pi/4 \leq \arg(z+i) \leq \pi/4\}$.

Вариант 19

1. Даны комплексные числа $z_1 = -4 - i$ и $z_2 = 1 - 4i$. Найти
а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $z\bar{z} = |z|^2$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{i\frac{11\pi}{12}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{4\sqrt{2} + i}{\sqrt{2} + i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

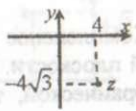
7. Вычислить $z = \left(\frac{\sqrt{3} - i}{-i}\right)^6$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{-8}$. Ответ записать в алгебраической форме.

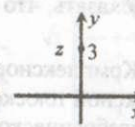
9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{\sqrt{3} - i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

10. Построить множество точек D , удовлетворяющих условию $\arg(z - i) = \pi/2$.

Вариант 20

- Даны комплексные числа $z_1 = 5i$ и $z_2 = 3 + 4i$. Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .
- Доказать, что $z - \bar{z} = 2i \operatorname{Im} z$.
- Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.
 
- Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + i\frac{3}{2}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.
- Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 10e^{-i\frac{7}{12}\pi}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.
- Вычислить $z = \frac{3\sqrt{3} - i}{2 - i\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.
- Вычислить $z = \left(\frac{\sqrt{3} + i}{2i}\right)^8$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.
- Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{-8i}$. Ответ записать в алгебраической форме.
- Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-\sqrt{3} - i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.
- Построить множество точек D , удовлетворяющих условию $|z - 3| = |z + 3i|$.

Вариант 21

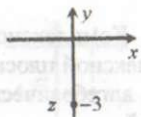
- Даны комплексные числа $z_1 = -12 + i$ и $z_2 = 5 - 4i$. Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .
- Доказать, что $z + \bar{z} = 2\operatorname{Re} z$.
- Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.
 
- Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.
- Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 10e^{i\frac{17}{18}\pi}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.
- Вычислить $z = \frac{3 + i\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 3i}$. Ответ записать в алгебраической форме.
- Вычислить $z = \left(\frac{2 - 2i}{-i}\right)^5$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.
- Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[4]{-4}$. Ответ записать в алгебраической форме.
- Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{1 - i\sqrt{3}}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.
- Найти множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $\{z: -\pi/6 \leq \operatorname{Arg}(z + 2i) \leq \pi/6\}$.

Вариант 22

1. Даны комплексные числа $z_1 = -2 - 5i$ и $z_2 = 4i$.
Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что если $|z| = z$, то z — действительное число.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах — алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = \sqrt{3} + i\sqrt{3}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 5e^{-i\frac{7\pi}{18}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{3\sqrt{2}i}{2+i\sqrt{2}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{1+i}{2i}\right)^{10}$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{8i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{2} - i\frac{3\sqrt{2}}{2}}$.
Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

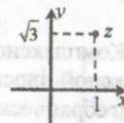
10. Изобразить множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $\{z : 1 \leq \operatorname{Im}(z+1-2i) \leq 2\}$.

Вариант 23

1. Даны комплексные числа $z_1 = -3 + i$ и $z_2 = 3 - 4i$.
Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах — алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{-i\frac{11\pi}{12}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{2\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+i3}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{1+i}{2i}\right)^5$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[4]{-1-i\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-16}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

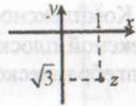
10. Построить множество точек D , удовлетворяющих неравенству $|z-5+i| \leq 2$.

Вариант 24

1. Даны комплексные числа $z_1 = 5i$ и $z_2 = 5 - 4i$. Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $(\cos \varphi + i \sin \varphi)^2 = \cos 2\varphi + i \sin 2\varphi$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = \sqrt{3} + i$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 10e^{-\frac{7}{8}\pi}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{2} + i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{2+i2}{i}\right)^8$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[5]{-27}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{4i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

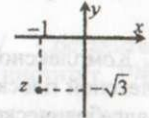
10. Найти множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $|z+1-2i| \geq 2\sqrt{2}$.

Вариант 25

1. Даны комплексные числа $z_1 = -7 + i$ и $z_2 = 3 - 2i$. Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\frac{z}{z} = e^{2i\varphi}$, где $\varphi = \arg z$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2\sqrt{3} - i2$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 2e^{i\frac{\pi}{12}}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{4\sqrt{2} + i}{\sqrt{2} + i3}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{1+i}{-2i}\right)^6$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[4]{-1+i\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{4i}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

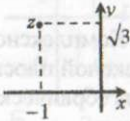
10. Изобразить множество D точек плоскости z , удовлетворяющих условию $\{z : 1 \leq \operatorname{Re}(z+1) \leq 2\}$.

Вариант 26

1. Даны комплексные числа $z_1 = -2 - 2i$ и $z_2 = -3 + 4i$.
Найти а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 z_2$; г) z_1 / z_2 .

2. Доказать, что $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$.

3. Комплексное число изображено точкой на комплексной плоскости. Представить число в трёх формах – алгебраической, тригонометрической, показательной.



4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -2\sqrt{2} - i2\sqrt{2}$. Записать число в тригонометрической и показательной формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

5. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 10e^{i\frac{5}{12}\pi}$. Записать число в тригонометрической и алгебраической формах. Изобразить точкой на комплексной плоскости.

6. Вычислить $z = \frac{2\sqrt{3} - 2i}{1 - i\sqrt{3}}$. Ответ записать в алгебраической форме.

7. Вычислить $z = \left(\frac{-1+i}{2i}\right)^5$. Ответ записать в показательной и алгебраической формах.

8. Вычислить и построить на комплексной плоскости все значения $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}i}$. Ответ записать в алгебраической форме.

9. Вычислить корни квадратные из комплексного числа $\sqrt{-1+i\sqrt{3}}$. Ответ записать в показательной форме. Изобразить точками на комплексной плоскости.

10. Построить множество точек D , удовлетворяющих неравенству $|z + 5 - i| \leq 5$.