Практика 15-16. Оригиналы и вычеты

Является ли функция оригиналом?

1. $f(t)=\begin{cases} e^{2t}\sin 3t, t>0, \\ 0, t<0. \end{cases}$
2. $f(t)=\dfrac{1}{t-3}\cdot\eta(t)$.
3. $f(t)=\dfrac{1}{t+3}\cdot\eta(t)$.
4. $f(t)=t\cdot\eta(t)$.

Найти изображение для оригиналов.

I. По определению

1. $f(t)=t\cdot\eta(t)$.
2. $f(t)=e^{2t}$.
3. $f(t)=cht$.
4. $f(t)=t+1$
5. $f(t)=2\sin t-\cos t$.
6. $f(t)=t+\dfrac{1}{2}e^{-t}$.

II. Теорема подобия и линейности.

1. $f(t)=\sin^2 t$.
2. $f(t)=sh3t$.
3. $f(t)=2\sin 3t\cdot\cos 5t$.
4. $f(t)=e^{at}$.

III. Теорема смещения.

1. $f(t)=e^{-t}\cos 2t$.
2. $f(t)=e^{-2t}t^3$.
3. $f(t)=te^{t}\cos t$.

4. $f(t)=e^{3t}\sin^2 t$.

IV. Теорема запаздывания.

1. $f(t)=(t-1)\cdot\eta(t-1)$.
2. $f(t)=cos^2(t-3)\eta(t-3)$.
3. $f(t)=\begin{cases}0, t<1,\\ t^2, 1<t\le 2\\ 0, t>2.\end{cases}$

V. Дифференцирование оригинала.

1. $f(t)=t\sin\omega t$. $f(t)=t\cos\omega t$
2. $f(t)=\sin^3 t$.
3. $f(t)=t^2\cos t$.
4. $f(t)=(t+1)\sin 2t$.
5. $f(t)=tsht$.
6. $f(t)=t\left(e^t+cht\right)$.

Решить дифференциальное уравнение операторным методом.

1. $x''+x=\cos t,\ x(0)=-1; x'(0)=1.$
2. $x''+x'=\cos t,\ x(0)=2; x'(0)=0.$
3. $x''+x=t\cos t,\ x(0)=0; x'(0)=0.$
4. $x''+6x'+9x=t\cdot e^{3t},\ x(0)=0; x'(0)=0.$
5. $x''+4x=\sin t,\ x(0)=0; x'(0)=0.$
6. $x''+4x=2\cos t\cdot\cos 3t,\ x(0)=0; x'(0)=0.$
7. $x''+x=2\sin t,\ x(0)=1; x'(0)=-1.$
8. $x''-2x'+x=t-\sin t, x(0)=0; x'(0)=0.$
9. $x''+x=t\cdot e^t+4\sin t,\ x(0)=0; x'(0)=0.$
10. $x''+2x'+x=2\cos^2 t, x(0)=0; x'(0)=0.$

11. $x'' - x' = t \cdot e^{t}, x(0) = 1; x'(0) = 0.$

12. $x'' + x' = 4\sin^{2} t, x(0) = 0; x'(0) = -1.$

13. $x'' + x = 0, x(\pi) = 1; x'(\pi) = 0.$

14. $x'' - x' = -2t, x(2) = 8; x'(2) = 6.$

Решить уравнения Дюмеля

$$x'' - x = \frac{1}{1+e^{t}}, x(0) = 0; x'(0) = 0.$$

Решить системы дифференциальных уравнений операторным методом

1. $\begin{cases} x' + x = y + e^{t}, \\ y + y' = x + e^{t} \end{cases}$ $x(0) = y(0) = 1$

2. $\begin{cases} x' = 3y - x, \\ y' = y + x + e^{t} \end{cases}$ $x(0) = y(0) = 1$