

## Практическое занятие 9.

1. Изобразите на комплексной плоскости множества
2.  $0 < \operatorname{Im} z < 3, -1 \leq \operatorname{Re} z \leq 5$ .
3.  $|z - 3| \leq 1, |z| \geq 3$ .
4.  $|z + 1| \leq 2, 0 \leq \operatorname{Im}(z - 1) \leq 2$ .
5.  $|z - 2 + 2i| \leq 2, -2 < \operatorname{Re}(z + 1 - i) \leq 1$

### Комплексные числа

#### 2. Вычислите комплексные числа и запишите в алгебраической форме

- 1)  $\sin(\pi + i \ln(2))$ .
- 2)  $\operatorname{Arcsin}\left(\frac{\pi i}{3}\right), \operatorname{Arc} \cos i$
- 3)  $\operatorname{Arctg}(1 + i), \operatorname{Arcthi}$
- 4)  $\operatorname{Ln}\left(-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i\right), \operatorname{Ln}(i), \operatorname{Ln}(3 + 4i)$
- 5)  $\cos(\pi i)$ .
- 6)  $\operatorname{ctg}(\pi i)$ .
- 7)  $i^i, 2^{1+i} (1 + \sqrt{3}i)^{1+i}$   
 $a^z = e^{z \ln a}$

#### 3. Докажите тождество

- 1)  $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$ .
- 2)  $\operatorname{Ln}(z_1 z_2) = \operatorname{Ln} z_1 + \operatorname{Ln} z_2$ .
- 3)  $e^{z_1 + z_2} = e^{z_1} e^{z_2}$ .
- 4)  $\sin z_1 \cos z_2 + \cos z_1 \sin z_2 = \sin(z_1 + z_2)$

#### 4. Какую кривую определяет уравнение

- 1)  $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = 4$ .
- 2)  $|z - i| + |z + i| = 4$ .
- 3)  $|z| - \operatorname{Re} z = 12$ .
- 4)  $2z\bar{z} + (2 + i)z + (2 - i)\bar{z} = 2$ .
- 5)  $z = 2e^{it} + \frac{1}{2e^{it}}$ .
- 6)  $z = \frac{1+t}{1-t} + i \frac{2+t}{2-t}$ .
- 7)  $z = \frac{2}{\operatorname{ch} 2t} + i 4t \operatorname{th} 2t$ .

#### 5. Напишите в комплексной форме уравнение окружности:

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0$$

$$\text{Решение. } x^2 + y^2 = |z|^2 = z \cdot \bar{z} \quad 2x = z + \bar{z} \quad 2y = i \cdot (\bar{z} - z)$$

$$z \cdot \bar{z} + \bar{z} + z + i(\bar{z} - z) = 0$$

#### 6. Решите уравнение

- 1)  $\sin z = 3$ .

## Домашнее задание к практическому заданию 9

### 1. Докажите тождества

- 1)  $\operatorname{Arc} \sin z = -i \operatorname{Ln}(iz + \sqrt{1 - z^2})$ .
- 2)  $\operatorname{Arctg} z = -\frac{i}{2} \operatorname{Ln} \frac{1 + iz}{1 - iz}$ .
- 3)  $\sin x = -ishix$ .
- 4)  $\sin z = -ishiz$

2. Вычислите комплексные числа и запишите в алгебраической форме

1)  $\operatorname{Arctg}\left(\frac{\pi}{4}i\right)$ . 2)  $\operatorname{Arcch}\frac{\pi}{3}i$ . 3)  $\operatorname{Arcsh}(1+i)$ .  $\operatorname{Arctg}(1+\sqrt{3}i)$

3. Решите уравнение

1)  $\cos z = 2$ . 2)  $e^{i\pi y/2} = \sin\left(\frac{\pi}{2}y\right)$ .

3)  $4\operatorname{tg}z + 1 = 0$ .  $e^{-z} + 1 = 0$ . 4)  $4\cos z + 5 = 0$ .

5)  $e^{ix} = \cos \pi x$ . 6)  $e^{2z} + 2e^z - 3 = 0$ .

4. Какую кривую определяет уравнение

1)  $\operatorname{Im}\frac{1}{z} = 2$ . 2)  $|z-i| - |z+i| = 2$ . 3)  $|z| - 3\operatorname{Im}z = 6$ . 4)  $z^2 + \bar{z}^2 = 1$