

Занятие 13.

I. Докажите, что данные интегралы можно вычислить помощью Формулы Ньютона-Лейбница. Вычислите их

1. $\int_1^i ze^z dz$.

2. $\int_L \cos^2 z \sin z dz$, где L любая линия, соединяющей точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = \pi$.

II. Вычислите интегралы, используя интегральную формулу Коши

1. $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z^2}$, где Γ окружность $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$.

2. $\oint_{|z|=1} \frac{z \sin z}{z-2i} dz$.

3. $\oint_{|z|=3} \frac{z \sin z}{z-2i} dz$

4. $\int_{\Gamma} \frac{2z-1-i}{(z-1)(z-i)} dz$, где $\Gamma: |z|=2$ окружность $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$.

5. $\int_{\Gamma} \frac{e^z dz}{z(z-2i)}$, где Γ окружность радиуса 2 с центром в точке $3i$.

6. $\int_{\Gamma} \frac{\cos z dz}{(z-i)^3}$, где Γ замкнутый контур, обходящей точку i один раз.

7. $\oint_C \frac{dz}{z^2+9}$ $\oint_C \frac{dz}{(z^2+9)^2}$ а) где C окружность радиуса 2 с центром в точке $2i$. в) где C окружность радиуса 1 с центром в точке $2i$.
8. $\oint_{|z|=5} \frac{zdz}{z^2+16}$.
9. $\oint_{|z|=5} \frac{z^5-2z+1}{(z-2i+1)^5} dz$.
10. $\oint_C \frac{z^2 dz}{z-2i}$ а) где C окружность радиуса 3 с центром в начале координат. в) где C окружность радиуса 1 с центром в начале координат.
11. $\oint_{|z|=2} \frac{2z-i}{(z+1)(z-1)} dz$ ($4\pi i$)

Дома.

1. $\oint_{|z|=2} \frac{dz}{(z+1)^2(z-1)^3}$
- а) где C окружность радиуса меньше 2 с центром в точке $z=1$.
- в) где C окружность радиуса меньше 2 с центром $z=-1$.
- с) где C окружность радиуса больше 1 с центром $z=0$.
2. $\oint_{|z|=1,5} \frac{z^3 dz}{(z-1)^2(z^2+4)}$
3. $\oint_{|z-2i|=2} \frac{z^3 dz}{(z-1)^2(z^2+4)}$

$$4. \oint_{|z+2i|=2} \frac{z^3 dz}{(z-1)^2(z^2+4)}$$

$$5. \oint_{|z|=3} \frac{z^3 dz}{(z-1)^2(z^2+4)}$$