

## Занятие 7. Векторы

1. В треугольнике  $ABC$  сторона  $AB$  разделена точками на  $M$  и  $N$  на три равные части. Найти вектор  $\overrightarrow{CM}$ , если  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ . Ответ  
( $\overrightarrow{CM} = \vec{a} + (\vec{b} - \vec{a})/3$ )
2. В треугольнике  $ABC$  прямая  $AM$  – биссектриса угла  $BAC$ , причем точка  $M$  лежит на стороне  $BC$ . Найти  $\overrightarrow{AM}$ , если  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ .
3. В параллелограмме  $ABCD$   $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ .  $O$  – пересечение диагоналей. Разложите векторы  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{OB}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{AO}$  по векторам  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ .
4. Даны точки  $A(2, -1, 1)$ ,  $B(5, 5, 4)$ ,  $C(3, 2, -1)$ ,  $D(4, 1, 6)$ .  
Найдите
  - a) векторы  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ .
  - b) проекцию вектора  $\overrightarrow{CD}$  на оси
  - c) направляющие косинусы вектора  $\overrightarrow{AB}$
  - d) длину вектора  $\overrightarrow{AD}$
  - e) нормированный вектор  $\overrightarrow{BC}$ .
  - f)  $3\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AD}$ .
5. Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = i + 2j + k - \frac{1}{5}(4i + 8j + 3k)$
6. Даны точки  $A, B, C$ . Показать, что векторы  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{BA}$  и  $2\overrightarrow{AC}$  коллинеарны.
8. Определите, при каких  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a} = 2i + \alpha j + k$ ,  $\vec{b} = 3i - 6j + \beta k$  коллинеарны.

### Дома.

1. В параллелограмме  $ABCD$   $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ . Выразите через  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  векторы  $\overrightarrow{MA}$ ,  $\overrightarrow{MB}$ ,  $\overrightarrow{MC}$ ,  $\overrightarrow{MD}$ , где  $M$  – точка пересечения диагоналей.
2. Даны точки  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(8, -3, 0)$ ,  $C(-2, 5, 1)$  – вершины треугольника  $ABC$ . Найдите середины сторон треугольника и  $\overrightarrow{BN}$ ,  $\overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{CP}$ , где  $AM$ ,  $BN$ ,  $CP$  – медианы.
3. Найдите  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF}$ , если  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$  и  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{BE}$ ,  $\overrightarrow{CF}$  – медианы треугольника  $ABC$ . Найдите середины сторон треугольника.
4. Дан треугольник  $ABC$ . На стороне  $BC$  расположена точка  $M$ , такая что  $\frac{|BM|}{|MC|} = \lambda$ . Найдите  $\overrightarrow{AM}$ , если  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ .
5. Векторы  $\overrightarrow{AB} = \{8, -3, 0\}$  и  $\overrightarrow{AC} = \{-2, 5, 1\}$  совпадают со сторонами треугольника  $ABC$ . Найдите векторы, направленные по медианам  $AM$ ,  $BN$ ,  $CP$ .
6. Найти длину вектора  $\vec{a} = 20i + 30j - 60k$
7. Даны точки  $A(1, 3, 2)$ ,  $B(5, 8, -1)$ ,  $C(-3, 0, -1)$ ,  $D(2, 1, -4)$ .  
Найдите
  - g) векторы  $\overrightarrow{CB}$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ .
  - h) проекцию вектора  $\overrightarrow{BD}$  на оси
  - i) направляющие косинусы вектора  $\overrightarrow{AB}$
  - j) длину вектора  $\overrightarrow{AC}$
  - k) нормированный вектор  $\overrightarrow{BC}$ .
  - l) Вектор  $3\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ .