Индивидуальное задание
Вариант 11.

1. Исходя из определения предела, доказать:

   а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{\sqrt{x+7}}=\dfrac{1}{3}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\sin x}=\infty$

2. Доказать, что функция $\sin\dfrac{\pi}{2x}$ не имеет предела при $x\to 0$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x)=x^4+3x^2+2$ непрерывна в любой точке.

4. Вычислить пределы:

   1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!+(n+3)!}{n(n!-(n+2)!)}$

   2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+1}+tg\dfrac{\pi x}{3}}{\cos\dfrac{\pi x}{4}}$

   3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^3-3x^2-28}{x^2-5x+6}$

   4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4x^3+2x^2+2}{4x^2-1}-\dfrac{x^2+2}{x-1}\right)$

   5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-x}{2-\sqrt{x^2+4}}$

   6) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x})$

   7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}$

   8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{x^2\sin 2x}$

   9) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{1-\sin 2x}{\dfrac{\pi}{4}-x}$

   10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+3}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}$

   11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-\cos^2 x}{2x^2}$

   12) $\lim\limits_{x\to-3-0}\left(1-2^{\frac{1}{x+3}}\right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций *y(x)* относительно *x* при $x\to 0$:

   а) $y=\ln\left\{\sqrt[7]{1+tg\sqrt[4]{x^5}}\right\}$ б) $y=5^{\sqrt{x^3-5x+1}-1}-1$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x)=\cos\sqrt[3]{5x^4}-1$ и $\beta=\ln\left\{1-e^{arctg\,x}\right\}$ при $x\to 0$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

   а) $y=\begin{cases}x+1, & x<0\\ 1-x^2, & 0\le x<1\\ 0, & x\ge 1\end{cases}$ б) $y=\dfrac{1+2^{\frac{1}{3x-1}}}{1-2^{\frac{1}{3x-1}}}$ в) $y=\dfrac{x+1}{x^2-9}$

Индивидуальное задание
Вариант 12.

1. Исходя из определения предела, доказать:

   а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-1}{x+2}=1$ б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2-1}\cos\dfrac{\pi}{n}=0$

2. Доказать, что функция $\sin\dfrac{1}{x-2}$ не имеет предела при $x\to 2$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x)=e^{3x}$ непрерывна в любой точке.

4. Вычислить пределы:

   1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!+(n+3)!}{n!-(n+3)!}$ 7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+arctgx}{\sin x+tgx}$

   2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2+5}-1}{2\sin\dfrac{\pi}{x}}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 4x-\cos 3x}{x\sin x}$

   3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x^2-3x+2}$ 9) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}\right)}{x-\dfrac{\pi}{3}}$

   4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^3+2}{x^2-1}-\dfrac{2x^2+1}{2x-1}\right)$ 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x^3}{x+1}}$

   5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2-3}-1}{x^3-4x}$ 11) $\lim\limits_{n\to 0}\left(1+\sin\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{3x}}$

   6) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x+x^3+1}-\sqrt{x^3-x^2})$ 12) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}-0} 1+3^{\frac{1}{1-3x}}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций *y(x)* относительно *x* при $x\to 0$:

   а) $y=\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{3x+1}$ б) $y=tgx-\sin x$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x)=\sqrt[3]{5x^4+\sin x+1}-1$ и $y=\ln\{1-x\}$ при $x\to 0$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

   а) $y=\begin{cases}-x, & x<0\\ x^2, & 0\le x<1\\ 2-x, & x\ge 1\end{cases}$ б) $y=1-4^{-\frac{2}{x-3}}$ в) $y=\dfrac{1}{x^2-3x+2}$

Индивидуальное задание
Вариант 13.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 2-0} 2^{\frac{1}{x-2}} = 0$ б) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2 - x - 6}{x+2} = -5$

2. Доказать, что функция $f(x) = \sin\dfrac{\pi}{2x}$ не имеет предела при $x \to 0$.
3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x) = x^3$ непрерывна в любой точке.
4. Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!n}{n! + (n+1)!}$ 7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x+a) - \ln a}{x}$

2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}} \dfrac{1+2\sin x}{1 - tg 2x}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{\sqrt[3]{(1-\cos x)^2}}$

3) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^3 + 4x^2 - 3x - 3}{x^2 - 4x + 3}$ 9) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}} \dfrac{1 - 4\sin^2 x}{\cos 3x}$

4) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2}{x-1} - \dfrac{2x}{x^2 - 1} \right)$ 10) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+5}{x-2} \right)^{\frac{x+1}{2}}$

5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+9} - 3}{\sqrt{4+x} - 2}$ 11) $\lim\limits_{n\to\infty} x \cdot \left(2^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$

6) $\lim\limits_{n\to\infty} x(\sqrt{4+x^2} - x)$ 12) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{2^{\cos x} - 1}{\ln \sin x}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций *y(x)* относительно *x* при $x \to 0$:

а) $y = \sqrt{1 + \ln(\sin x + 1)} - 1$ б) $y = 3^{\sqrt{1 + tg\sqrt[3]{x}} - 1} - 1$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = \ln(\cos x)$ и $\beta(x) = e^{\sin x} - 1$ при $x \to 0$
7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y = \begin{cases} e^{2x}, & -\infty < x \le 0 \\ \ln x, & 0 < x \le 100 \\ -2\sqrt{x}, & x > 100 \end{cases}$ б) $y = 4^{\frac{1}{2-x}}$ в) $y = \dfrac{1}{|1-x|}$

Индивидуальное задание

Вариант 14.

1. Исходя из определения предела, доказать:

   а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{3^{x-1}-1}=\infty$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-3x}{1-x}=3$

2. Доказать, что функция $f(x)=\sin\dfrac{\pi}{2+x}$ не имеет предела при $x\to -2$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x)=x+e^{x}$ непрерывна в любой точке R.

4. Вычислить пределы:

   1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+2)!-(n+1)!}$ 7) $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{e^{\cos x}-1}{\ln\sin x}$

   2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{1+x^2}-x^2}{2ctg\dfrac{\pi x}{4}}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(x+3)-\cos(3-x)}{\sin x}$

   3) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^3-3x^2+x+6}{x^2-2x-3}$ 9) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1+\cos\pi x}{tg^2\pi x}$

   4) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{x^2}{x+1}-x\right)$ 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+4}{x^2-4}\right)^{\frac{x^3+1}{3x}}$

   5) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{8+x}-3}$ 11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2\sin x}-1}{tgx}$

   6) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{x^2-2x-1}-\sqrt{x^2-7x+3})$ 12) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций *y(x)* относительно *x* при $x\to 0$:

   а) $y(x)=\sqrt{1+\ln^2(\sin^2 x+1)}-1$ б) $y(x)=3^{\sqrt{\sin 7x}}-1$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x)=1+\cos 3x$ и $\beta(x)=\sin^2 7x$ при $x\to 0$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

   а) $y=\begin{cases} x-3, & x\le 0\\ x+1, & 0<x\le 4\\ 3+\sqrt{x}, & x>4\end{cases}$ б) $y=1-3^{\frac{1}{x+2}}$ в) $y=\dfrac{1}{x^2-4}$

Индивидуальное задание
Вариант 15.

1. Исходя из определения предела, доказать:

   а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-6}{x+2}=-1$ б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n-1}\sin n^2\pi=0$

2. Доказать, что функция $f(x)=1+\sin\dfrac{\pi}{x}$ не имеет предела при $x\to 0$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x)=x^2+1$ непрерывна в любой точке R.

4. Вычислить пределы:

   1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\{n!\}\cdot\{(n+3)!\}}{n\cdot(n+1)!\cdot(n+2)!}$ 7)) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\arcsin\dfrac{x}{3}}$

   2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{\sin 3x+1}{tg^2 x+1}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{\ln(1-3x)}$

   3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^4+2x^3-x-4}{x^2-5x+4}$ 9) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos\dfrac{x}{2}-\sin\dfrac{x}{2}}{\cos x}$

   4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3}{x^2-1}-\dfrac{x^2}{x+1}\right)$ 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-3}\right)^{\frac{x+1}{2}}$

   5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x^3}-1}{x^3}$ 11) $\lim\limits_{z\to 1}(1-z)tg\,\dfrac{\pi z}{2}$

   6) $\lim\limits_{n\to+\infty}x\cdot\left(\sqrt{4x^2-1}-2x\right)$ 12) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{x+1}{2x-3}\right)^{\frac{x+1}{2}}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций *y(x)* относительно *x* при $x\to 0$:

   а) $y(x)=tg^2x\cdot e^x$ б) $y(x)=\left(tg^2x-1\right)\cdot\left(e^x-1\right)$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$ и $\beta(x)=2-2\sqrt{x}$ при $x\to 1$

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

   а) $y=\begin{cases}-x, & x\le 0\\ x^2, & 0<x\le 2\\ x+1, & x>2\end{cases}$ б) $y=\dfrac{1}{2-3^{\frac{1}{x-1}}}$ в) $y=\dfrac{x}{x^3+1}$