

ТРАНСФОРМАТОР ТЕСЛА

Цель работы: ознакомиться с принципом работы трансформатора Тесла и методикой расчета его параметров

Введение

Трансформатором называется система двух или нескольких контуров, обладающих магнитной (или индуктивной) связью. Рассмотрим основные особенности работы трансформатора без ферромагнитного сердечника. Для простоты не будем учитывать активные потери в катушках трансформатора. Тогда электрическую схему трансформатора можно представить в виде, показанном на рисунке 1. Здесь U_1 – э.д.с., возбуждающая токи в контурах трансформатора; Z – импеданс нагрузки; U_2 – падение напряжения на нагрузке, M – коэффициент взаимной индукции.

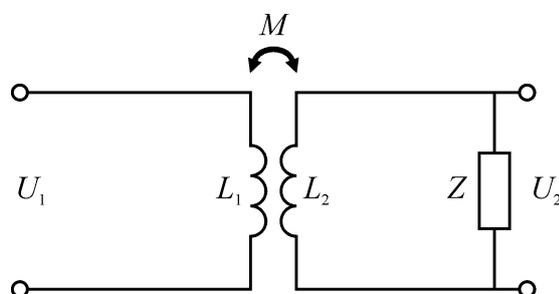


Рисунок 1. Схема замещения трансформатора.

Процессы в индуктивно связанных контурах в системе СИ описываются системой линейных уравнений

$$\begin{aligned} L_1 \frac{dJ_1}{dt} &= -M \frac{dJ_2}{dt} + U_1, \\ L_2 \frac{dJ_2}{dt} + U_2 &= -M \frac{dJ_1}{dt}. \end{aligned} \quad (1)$$

Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Пусть $J_2 = 0$. Это означает, что вторичный контур разомкнут. В этом случае система уравнений (1) принимает вид

$$\begin{aligned} U_1 &= L_1 \frac{dJ_1}{dt}, \\ U_2 &= -M \frac{dJ_1}{dt}. \end{aligned} \quad (2)$$

Отсюда следует, что если $U_1(t) = U_1^{(0)} e^{-i\omega t}$, то

$$\frac{U_2^{(0)}}{U_1^{(0)}} = \frac{M}{L_1} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = kn. \quad (3)$$

Величина $k = M / \sqrt{L_1 L_2}$ называется коэффициентом связи между контурами,

$n = \sqrt{L_2/L_1}$ – коэффициентом трансформации.

При большом коэффициенте связи

$$\frac{U_2}{U_1} \approx n \approx \frac{N_2}{N_1}. \quad (4)$$

2. Пусть $U_2 = 0$, вторичный контур замкнут. Из (1) следует, что

$$j_2 = -\frac{M}{L_2} j_1, \quad (5)$$
$$U_1 = L_1 j_1 - \frac{M^2}{L_2} j_1 = L_1 \left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}\right) j_1 = L_1 (1 - k^2) j_1.$$

Полученное соотношение показывает, что значение индуктивности первичной обмотки, измеренное при замкнутой вторичной обмотке, зависит от соотношения между коэффициентом взаимной индукции и индуктивностями первичного и вторичного контуров трансформатора или от коэффициента связи между контурами:

$$L_1 (1 - M^2 / L_1 L_2) = L_1 (1 - k^2). \quad (6)$$

Коэффициент связи между контурами показывает, какая доля магнитного потока, созданного одной катушкой, является одновременно потоком через вторую катушку. При $k \rightarrow 1$ эта доля стремится к единице, т.е. практически весь поток, созданный одной катушкой, является потоком через другую катушку. Эта часть магнитного потока носит название потока намагничивания. При $k \rightarrow 0$ связь между контурами мала. Это означает, что лишь малая доля магнитного потока, созданного одной катушкой, является и магнитным потоком через другую катушку.

Если ток в первичной катушке является гармонической функцией времени с амплитудой $J_1^{(0)}$, то из (5) следует, что

$$\frac{J_2^{(0)}}{J_1^{(0)}} = \frac{M}{L_2} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{k}{n}. \quad (7)$$

При большом коэффициенте связи $n \approx N_2 / N_1$ (N_1, N_2 – число витков в первичной и вторичной обмотках трансформатора соответственно), поскольку в этом случае индуктивности обмоток определяются в основном свойствами ферромагнитного материала, или в отсутствие сердечника обмотки вложены друг в друга и имеют близкую геометрию.

Трансформатор Тесла

Трансформатором Тесла называется система двух индуктивно связанных контуров с равными собственными частотами, работающая в режиме свободных колебаний. Схема трансформатора Тесла приведена на рисунке 2.

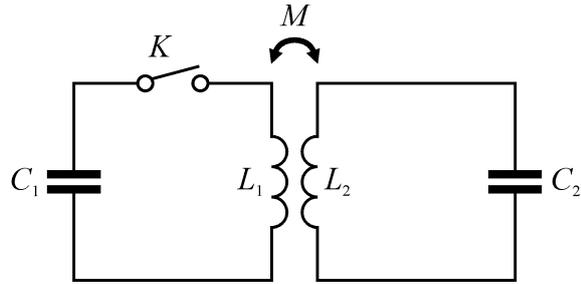


Рисунок 2. Схема трансформатора Тесла

Ключ K не замкнут, следовательно

$$\begin{aligned} U_{C_1}(0) &= U_0, \\ U_{C_2}(0) &= 0, \\ J_1(0) &= J_2(0) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Процессы в контурах описываются системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_1} \int J_1 dt + L_1 \frac{dJ_1}{dt} &= -M \frac{dJ_2}{dt}, \\ \frac{1}{C_2} \int J_2 dt + L_2 \frac{dJ_2}{dt} &= -M \frac{dJ_1}{dt}. \end{aligned} \quad (9)$$

Собственные частоты контуров равны, следовательно

$$\begin{aligned} \omega_1 = \omega_2 = \omega_0, \\ L_1 C_1 = L_2 C_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Учтем также, что

$$\begin{aligned} \frac{M}{L_1} &= k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = kn, \\ \frac{M}{L_2} &= k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{k}{n}. \end{aligned} \quad (11)$$

Тогда (9) принимает вид

$$\begin{aligned} \ddot{J}_1 + \omega_0^2 J_1 &= -kn \ddot{J}_2, \\ \ddot{J}_2 + \omega_0^2 J_2 &= -\frac{k}{n} \ddot{J}_1 \end{aligned} \quad (12)$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned} J_1(0) &= J_2(0) = 0, \\ \dot{J}_1(0) &= \frac{U_0}{L_1} \frac{1}{(1-k^2)}, \\ \dot{J}_2(0) &= -\frac{U_0}{L_1} \frac{1}{n} \frac{k}{1-k^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Решение (12) будем искать в виде

$$\begin{aligned}
J_1(t) &= \sum_{j=1}^4 A_j e^{i\omega_j t}, \\
J_2(t) &= \sum_{j=1}^4 B_j e^{i\omega_j t}.
\end{aligned}
\tag{14}$$

Подставляя (14) в систему уравнений и приравнявая коэффициенты при одинаковых экспонентах, получаем

$$\begin{aligned}
A_j (\omega_0^2 - \omega_j^2) - B_j k n \omega_j^2 &= 0, \\
A_j \frac{k}{n} \omega_j^2 - B_j (\omega_0^2 - \omega_j^2) &= 0.
\end{aligned}
\tag{15}$$

Нетривиальное решение (15) существует, если детерминант (15) равен нулю и есть корни характеристического уравнения

$$(\omega_0^2 - \omega_j^2)^2 = k^2 \omega_j^4, \quad \text{откуда } \omega_j = \pm \frac{\omega_0}{\sqrt{1 \pm k}}
\tag{16}$$

Опуская дальнейшие преобразования, решение задачи можно представить в виде

$$\begin{aligned}
J_1(t) &= \frac{1}{2} U_0 C_1 \omega_1 \left(\sin \omega_1 t + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sin \omega_2 t \right), \\
J_2(t) &= \frac{1}{2} U_0 \frac{C_1 \omega_1}{n} \left(\sin \omega_1 t - \frac{\omega_2}{\omega_1} \sin \omega_2 t \right), \\
U_{C_1}(t) &= \frac{1}{2} U_0 (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t), \\
U_{C_2}(t) &= -\frac{1}{2} U_0 n (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t).
\end{aligned}
\tag{17}$$

Здесь учтено, что при равенстве собственных частот контуров $C_1/C_2 = L_2/L_1 = n^2$.

Исследуем полученное решение. Максимальное значение напряжения на емкости вторичного контура $U_{C_2}^{\max} = U_0 \sqrt{L_2/L_1} = nU_0$ возможно лишь при выполнении дополнительных условий, когда комбинация геометрических функций принимает значение, равное двум. Определим эти условия. Запишем $U_{C_2}(t)$ с точностью до знака в виде

$$U_{C_2}(t) = U_0 n \sin\left(t \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right) \sin\left(t \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}\right).
\tag{19}$$

Отсюда $U_{C_2}^{\max} = nU_0$, если одновременно выполняются следующие условия:

$$\begin{cases}
(\omega_2 - \omega_1)\tau = \pi + 2\pi l, \\
(\omega_2 + \omega_1)\tau = \pi + 2\pi m,
\end{cases}
\tag{20}$$

где l, m – целые числа. Рассмотрим случай, когда условия резонанса выполняются при минимальной разности частот, или случай, когда $l=0$. Тогда

$$\begin{cases} (\omega_2 - \omega_1) \tau_c = \pi, \\ (\omega_2 + \omega_1) \tau_c = \pi + 2\pi m = p\pi, \end{cases} \quad (21)$$

где p – целое нечетное число, а

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 - \omega_2} = p. \quad (22)$$

Учитывая (16), из (22) можно получить

$$k_{\text{opt}} = \frac{2p}{p^2 + 1}. \quad (23)$$

При $p=1; 3; 5 \dots$ – $k_{\text{opt}}=1; 0.6; 0.385 \dots$

Зависимости напряжения на конденсаторе вторичного контура приведены на рисунке 3 ($p=3$) и рисунок 4 ($p=5$).

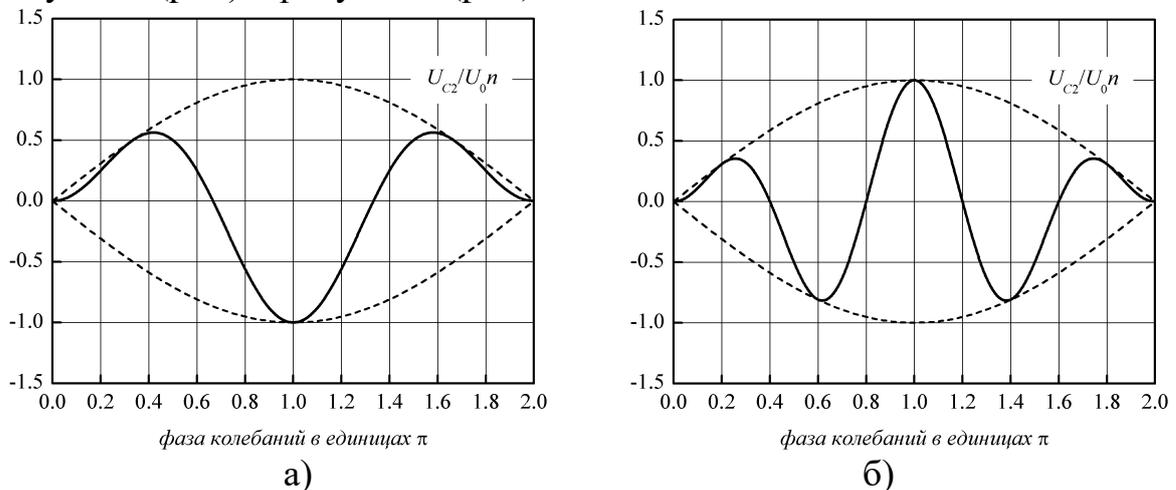


Рисунок 3. Зависимости напряжения на конденсаторе вторичного контура при $p=3$ (а) и $p=5$ (б).

Пусть $p=3$. Тогда $U_{c2} \propto \sin\left(\frac{\pi t}{2 \tau_c}\right) \sin\left(\frac{3\pi t}{2 \tau_c}\right)$, где $\tau_c = \frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{3\pi}{\omega_1 + \omega_2}$.

Пусть теперь $p=5$. Тогда $U_{c2} \propto \sin\left(\frac{\pi t}{2 t_0}\right) \sin\left(\frac{5\pi t}{2 t_0}\right)$, где $t_0 = \frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{5\pi}{\omega_1 + \omega_2}$.

Коэффициент передачи энергии из C_1 в C_2 при перечисленных выше условиях равен:

$$\eta = \frac{C_2 U_2^{\max}}{C_1 U_0} = \frac{C_2 L_2}{C_1 L_1} = 1. \quad (24)$$

Затухающие колебания и добротность

Как известно, реальный колебательный контур всегда содержит активное сопротивление, в котором в процессе колебаний часть энергии контура безвозвратно рассеивается в тепло. Вследствие этого количество энергии в контуре

непрерывно уменьшается и колебания затухают. Амплитуда колебаний (амплитуда тока и амплитуда напряжения) убывает по экспоненциальному закону: вначале быстро, а затем медленнее. Степень затухания зависит главным образом от активного сопротивления контура.

Комплексное сопротивление колебательного контура:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2},$$

где $\chi = (\omega L - 1/\omega C)$ - реактивное сопротивление контура

Резонанс наступает, когда реактивное сопротивление обращается в ноль:

$$\chi = (\omega L - 1/\omega C) = 0,$$

Это происходит при:

$$\omega_{рез} = 1/\sqrt{LC}$$

Сопротивления индуктивного и емкостного элементов последовательного контура при резонансе равны:

$$\chi_L = \chi_C = \omega_0 L = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Эту величину называют **характеристическим (волновым) сопротивлением**:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Чем меньше волновое сопротивление ρ , тем больше амплитуда тока в контуре и тем большее количество энергии превращается в тепло в активном сопротивлении R при той же его величине.

Напряжение на индуктивности и емкости определится как:

$$U_L = j\omega LI, \quad U_C = j\frac{1}{\omega C}I$$

Учитывая, что при резонансе входное напряжение равно напряжению резистивного элемента, получим:

$$U_L = U_C = \frac{\rho}{R}U_{вх} = QU_{вх}$$

Величина Q называется **добротностью** колебательного контура

$$Q = \frac{\rho}{R}$$

Она характеризует резонансные свойства контура. Чем выше добротность, тем выше и уже пик резонанса.

Описание экспериментального стенда

Электрическая схема установки показана на рисунке 5, её основные параметры приведены в таблице 1.

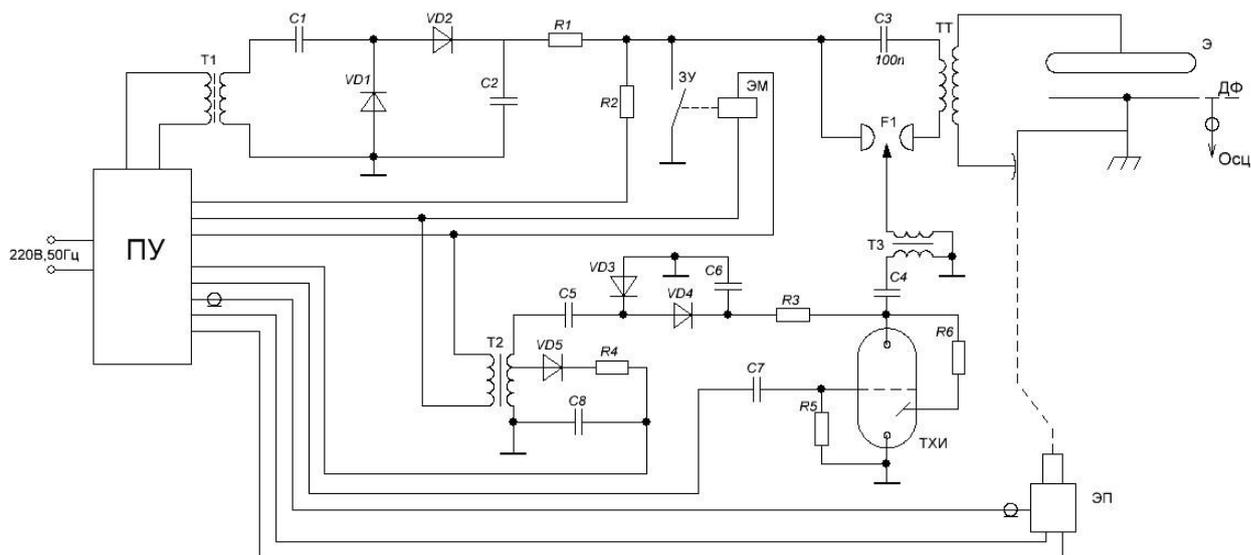


Рисунок 5. Электрическая схема установки «Трансформатор Тесла»

Параметры установки

Таблица 1

Количество витков первичной обмотки	– 8
Индуктивность L_1 первичного контура	– 21,3 мкГн
Емкость C_1 первичного контура	– 0,04 мкФ
Диаметр каркаса вторичной обмотки	– 150 мм
Диаметр провода вторичной обмотки	– 0,5 мм
Шаг намотки вторичной обмотки	– 0,65 мм
Длина намотки вторичной обмотки	– 70 см
Количество витков вторичной обмотки	– 900
Индуктивность L_2 вторичного контура	– 22,5 мГн.
Емкость C_2 вторичного контура*	– ? Ф.
Высота h подъема вторичной обмотки	– 0 – 500 мм
Зарядное напряжение U_0	– 5, 10, 15, 20, 25, 30 кВ
Коэффициент деления цепи измерения U_{C2}	– 162000

*Емкость C_2 вторичного контура трансформатора зависит от расстояния h до металлического заземленного стола. Емкость контура при этом требуется определить из осциллограмм напряжения следующим образом. Из осциллограммы напряжения по прекращению биений можно определить момент выключения искрового разрядника $F1$ первичного контура. Это значит, что первичный контур разомкнут и больше не влияет на вторичный контур. Оставшаяся во вторичном контуре энергия осциллирует с частотой собственных колебаний, период которых T_2 легко определяется из той же осциллограммы за моментом выключения разрядника. Далее, зная индуктивность контура L_2 , по формуле Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$ можно найти емкость контура.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с установкой, правилами ТБ при выполнении работы.
2. Получить у преподавателя ряд высот вторичного контура и рабочее напряжение, при котором будут проводиться измерения.
3. Подать напряжение на пульт установки (включить рубильник).
4. Закрыть двери на испытательное поле.
5. На экране управления установкой нажать кнопку «Лабораторная работа» и далее следуя указаниям меню выполнить подготовительные действия (для справки, см. рисунки ниже).

1:Уровень доступа[OFF]	2:Согласие[OFF]	3:Отказ[OFF]	4:Питание ЭП[OFF]
<p>Добро пожаловать!</p> <p>Проверка уровня доступа</p> <p>100001 100000 100000</p> <p>работа V преп-ля</p>	<p>Уважаемый пользователь!</p> <p>Вы ознакомились с техникой безопасности и методическими материалами для выполнения данной работы?</p> <p>100001 100000 Да Нет</p>	<p>Пожалуйста! Ознакомьтесь с техникой безопасности и методическими материалами для безопасного выполнения данной работы!</p> <p>100001 100000</p>	<p>1. ПИТАНИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДА</p> <p>100001 100000</p> <p>Назад Далее</p>
99:Дверь открыта[OFF]			
<p>ВНИМАНИЕ!</p> <p>ДВЕРЬ ОТКРЫТА!</p> <p>100001 100000</p> <p>СБРОС</p>			

Если на пульт подано напряжение, а дверь открыта – загорается 99 экран. Необходимо закрыть дверь, нажать кнопку «Сброс» - загорается 1-й экран, уставки по напряжению сбрасываются, остается неизменным положение привода.

5:Включение питания ЭП[OFF]	6:Установка положения ЭП[OFF]	7:Калибровка ЭП[OFF]	8:Полож. ЭП [OFF]
<p>ВКЛЮЧИТЬ ПИТАНИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДА?</p> <p>100001 100000</p> <p>ВВ0007 ВВ0007</p>	<p>2. УСТАНОВКА ПОЛОЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА</p> <p>100001 100000</p> <p>ВВ0007 Далее</p>	<p>Установка электропривода в положение "0"</p> <p>100001 100000</p> <p>Назад ВВ0002-K</p>	<p>ЭЛЕКТРОПРИВОД УСТАНОВЛЕН В НУЛЕВОЕ ПОЛОЖЕНИЕ !</p> <p>100001 100000</p> <p>Назад Далее</p>

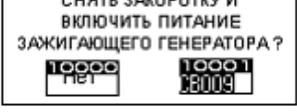
Если электропривод находился не в нулевом положении и Вы нажали кнопку «Далее» (6 экран), электропривод будет установлен в 0 – положение автоматически и загорится 8 экран. Можно переходить к следующему этапу выполнения работы.

6. Настроить осциллограф: Подключить сигнальный провод делителя напряжения к любому каналу осциллографа. Установить данный канал в качестве источника запуска и уровень запуска 100 мВ, запуск «по фронту», режим «нормальный». Развертку по оси X (время) установить 5 мкс, по оси Y (напряжение) – 500 мВ/кл. Маркер момента запуска установить на первую клетку.

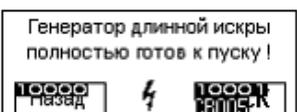
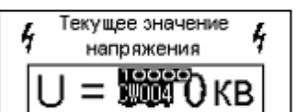
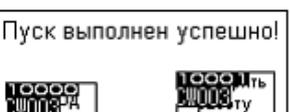
7. Установить высоту подъема вторичной обмотки трансформатора из стандартного ряда (экран 9) или заданием уставки с клавиатуры. Подтвердить выбор, нажатием кнопки «ПУСК», после чего произойдет установка нового положения вторичной обмотки. Если необходимо изменить уставку, то следует нажать кнопку «Назад» (10 экран) и повторно выбрать нужное значение. Также доступен ручной режим изменения высоты вторичной обмотки нажатием стрелок «ВВЕРХ», «ВНИЗ».

9: Значение уставки [OFF]	10: Изменение положения Э [OFF]	11: Изменение положения Э [OFF]	12: Текущее положение ЭП [OFF]
			

8. Включить высоковольтную часть и выбрать заданный преподавателем уровень напряжения.

13: Питание ВН [OFF]	14: Закоротка [OFF]	15: Контроль закоротки [OFF]	16: Высокое настроить [OFF]
			

При желании сменить введенное значение уставки напряжения (16 экран), нажмите кнопку «Изменить» (17 экран) и введите новое значение напряжения.

17: Установленное высокое U [OFF]	18: Готовность к СТАРТУ [OFF]	19: СТАРТ ВН [OFF]	20: Конец [OFF]
			

9. Произвести запуск, для этого нажать кнопку «ПУСК» (18 экран), будет отображаться динамика роста напряжения на конденсаторе С3 (19 экран), по достижении нужного напряжения, произойдет автоматический запуск (20 экран).

10. Проверить вид осциллограммы напряжения на экране осциллографа она должна отражать, по крайней мере, одно биение рабочей частоты изменения напряжения во вторичном контуре. Если это не так, подкорректировать установки осциллографа (масштаб по оси Y (напряжение) и оси X (время), а также уровень запуска и положение маркера момента запуска развертки на оси

времени.) После чего и произвести повторный пуск установки (см. п. 12). Сохранить осциллограмму в память, нажав соответствующую кнопку.

11. Изменить настройки осциллографа для регистрации периода свободных колебаний: маркер момента запуска развертки на оси времени увести примерно на 1 экран влево «за экран». Развертку по оси X (время) установить 2,5 мкс, по оси Y (напряжение) – 100 мВ/кл. (Перед изменением запомнить предыдущие уставки, на следующих этапах нужно будет к ним возвращаться).

12. Произвести повторный пуск установки для этого выбрать «Изменить только напряжение» (21 экран). И перейти к п.8.

13. Проверить вид осциллограммы напряжения на экране осциллографа она должна отражать, синусоидальный затухающий сигнал без биений. Если это не так, подкорректировать установки осциллографа (масштаб по оси Y (напряжение) и оси X (время), а также уровень запуска и положение маркера момента запуска развертки на оси времени.) После чего и произвести повторный пуск установки (см. п. 12). Курсорами отметить 1 период колебаний и сохранить осциллограмму в память, нажав соответствующую кнопку.

14. Вернуться к п. 7 и проделать ту же последовательность действий для другой высоты подъема вторичной обмотки для этого выбрать пункт «Изменить все уставки» (экране 21).

21:Выбор повтора[OFF]	22:Титульный экран[OFF]	23:Меню преп-дц[OFF]	24:Журнал[OFF]
<p>Что требуется изменить?</p> <p><input type="checkbox"/> только напряжение <input type="checkbox"/> все уставки</p>	<p>Лабораторная работа: "ГЕНЕРАТОР ДЛИННОЙ ИСКРЫ"</p> <p><input type="checkbox"/> ВЫХОД <input type="checkbox"/> ПРИСТУПИТЬ К РАБОТЕ</p>	<p>Меню преподавателя</p> <p><input type="checkbox"/> ВЫХОД <input type="checkbox"/> Журнал</p>	<p><input type="checkbox"/> Дата/Время Соб. <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>12/04/11 15:27Д0 <input type="checkbox"/></p> <p>12/04/11 15:27УВ <input type="checkbox"/></p> <p>12/04/11 15:27 <input type="checkbox"/></p>

15. Окончив работу, отключить установку от сети питания.

16. По осциллограммам определить, при каком положении вторичной обмотки напряжение на ней имеет максимальное значение (коэффициент связи оптимален).

17. Для найденного положения определить и рассчитать: ω_1 , ω_2 , C_2 , M , k , n , p , η . Полученные результаты занести в таблицу 2.

18. Расчетным путем определить характеристическое сопротивление и добротность вторичного контура (Активное сопротивление искать исходя из геометрии вторичной обмотки (см. Таблицу 1)).

19. Сделать выводы.

Таблица 2.

№ п/п	U_0 , kV	h, mm	$\dot{\omega}_1$, s ⁻¹	$\dot{\omega}_2$, s ⁻¹	C_2 , пФ	M	n	k	p	η
1										
2										
3										
4										
...										

Контрольные вопросы:

1. Что такое трансформатор Тесла
2. Что такое коэффициент трансформации и как он определяется?
3. Что такое коэффициент связи,
4. От чего зависит величина коэффициента связи в трансформаторе Тесла?
5. Влияет ли величина коэффициента связи на время передачи энергии из одного контура в другой при прочих равных условиях?
6. В чем особенность расчета коэффициента трансформации для трансформатора с коэффициентом связи < 1 ?
7. Что такое добротность контура?
8. Что такое характеристическое сопротивление?
9. Как влияет добротность контура на величину напряжения на реактивных элементах?
10. Как влияет характеристическое сопротивление на потери в контуре?