**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИШНКБ
_____В.Н. Бориков
«___» _____ 2018г.

# Лабораторная работа №1

# Применения MATHCAD для решения задач теории вероятности

Томск – 2018

**Цель работы:**

1. Закрепить знания об основных законах распределения случайной величины.
2. Научить применять MathCad для построения функций распределения и плотности распределения случайной величины.
3. Закрепить навыки расчета основных числовых характеристик случайных величин.
4. Научить применять MathCad для расчета основных числовых характеристик случайных величин.

## 1. Случайные величины. Функции распределения.

Одним из важнейших понятий в теории вероятностей является понятие случайной величины. *Случайная величина* (СВ) - это такая величина, которая в результате опыта может принимать то или иное значение, причём до завершения опыта неизвестно какое

Каждая случайная величина полностью определяется своей функцией распределения.

Функция распределения случайной величины $X$ - это функция $F(x)$, значение которой в точке x равно вероятности того, что случайная величина $X$ будет меньше этого значения x, то есть

$$F\left(x\right)=P\left(X<x\right).$$

***Важно понимать***, что функция распределения является «паспортом» случайной величины: она содержит всю информацию об этой случайной величине, и поэтому изучение случайной величины заключается в исследовании ее функции распределения.

Функция распределения любой случайной величины обладает следующими свойствами:

- $F(x)$ определена на всей числовой прямой $R$ от $-\infty$ до $+\infty$;
- $F(-\infty) = 0$.
- $F(+\infty) = 1$.
- $F(x)$ – функция неубывающая, т. е. если $x_1 \le x_2$, то $F(x_1) \le F(x_2)$;
- $P(a < x < b) = F(b) - F(a)$ – вероятность попадания в значения случайной величины в заданный промежуток $[a; b]$.

В MathCad для проведения вычислений со случайными величинами (непрерывными и дискретными) есть богатая библиотека встроенных функций. Наиболее распространенные стандартных распределений приведены в **Приложение 1**. Каждое распределение представлено в библиотеке тремя функциями – плотностью вероятностей, функцией распределения и функцией, обратной к функции распределения. Имена всех

встроенных функций, определяющих ***плотности вероятностей***, начинаются с буквы ***d***, определяющих ***функции распределения*** – с буквы ***p***, определяющих ***квантили*** – с буквы ***q***.

Например, для работы с нормальным распределением предназначены функции *dnorm*(*x, m, σ*), *pnorm*(*x, m, σ*) и *qnorm*(*x, m, σ*).

**Примечание.** Вставку функций удобно осуществлять с помощью диалогового окна ***Insert → Function*** (Вставка → Функции) (комбинация клавиш <*Ctrl*>+<*E*>). В списке ***Function Category*** (Категория функции) выберите одну из категорий: категория ***Probability Density*** (Плотность вероятности), ***Probability Distribution*** (Функция распределения) или ***Random Numbers*** (Случайные числа). В списке ***Function Name*** (Имя функции) выберите функцию, соответствующую требуемому закону распределения.

### 1.1 Наиболее распространенные распределения дискретных случайных величин

*Дискретной* называют случайную величину, которая может принимать отдельные, изолированные значения с определенными вероятностями (ДСВ). Наиболее часто встречаются дискретные случайными величинами с биномиальным, геометрическим и пуассоновским законами распределения.

***Биномиальное распределение (схема Бернулли).*** Пусть проводится серия из n независимых испытаний, каждое из которых заканчивается либо «успехом», либо «неуспехом». Пусть в каждом испытании (опыте) вероятность успеха *p*, а вероятность неудачи – $q = 1 - p$ С таким испытанием можно связать случайную величину *x*, равную числу успехов в серии из *n* испытаний. Эта величина принимает целые значения от 0 до *n*.

Ее распределение называется биномиальным и определяется формулой Бернулли

$$p(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k},$$

где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$, $k = 0, 1, \ldots, n$, $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

***В Mathcad***

плотность вероятности – *p(k) = dbinom(k, n, p)*;

функция распределения – *F(k) = pbinom(k, n, p)*,

где $k = 0, 1, \ldots, n$ – переменная, определяющая количество испытаний, заканчивающихся «успехом»;

*n* – общее число успехов;

$p$ – вероятность успеха в каждом испытании (опыте).

Графики плотности вероятности *p(k) и* функция распределения *F(k) для* б***иномиального распределения*** представлены в ***Приложении 2***.

***Геометрическое распределение.*** Со схемой испытаний Бернулли можно связать еще одну случайную величину: проведение испытания до первого успеха. Эта величина принимает бесконечное множество значений от 0 до +∞, и ее распределение определяется формулой

$$p(k) = q^k p$$

где $0 < p < 1,\ q = 1 - p,\qquad k = 0, 1, \ldots, n.$

***В Mathcad***

плотность вероятности – *p(k) = dgeom(k, p)*;

функция распределения – *F(k) = pgeom(k, p)*.

где $k = 0, 1, \ldots, +\infty$ – переменная, определяющая количество испытаний, до первого «успеха»;

$p$ – вероятность успеха в каждом испытании (опыте).

Графики плотности вероятности *p(k) и* функция распределения *F(k) для* ***геометрического распределения*** представлены в ***Приложении 2***.

**Пуассоновское распределение** имеет место, если стоит задача найти вероятность того, что при очень большом числе испытаний $n$, в каждом из которых вероятность события очень мала ($p \le 0$), событие наступило ровно $k$ раз. Считаем, что произведение $n \cdot p$ сохраняет постоянное значение, а именно $\lambda = n \cdot p$. Итак, случайная величина $k$ принимает значения 0 до +∞ с вероятностью

$$p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda},$$

где $\lambda > 0$ – параметр пуассоновского распределения (среднее количество успешных испытаний в заданной области возможных исходов).

Распределение Пуассона также называется распределением редких событий.

***В Mathcad***

плотность вероятности – *p(k) = dpois(k, λ)*;

функция распределения – *F(k) = ppois(k, λ)*.

где $k = 0, 1, \ldots, +\infty$ - переменная, определяющая количество испытаний;

$\lambda = p \cdot n$ – параметр пуассоновского распределения;

$n$ – общее число успехов (достаточно большое число);

$p$ – вероятность успеха в каждом испытании (опыте) (достаточно мало).

Графики плотности вероятности *p(k) и* функция распределения *F(k) для* ***пуассоновского распределения*** представлены в ***Приложении 2***.

## 1.2 Наиболее распространённые частные распределения непрерывных случайных величин

***Равномерное распределение.*** Встречаются случайные величины, о которых заранее известно, что они могут принять какое-либо значение в строго определенных границах на отрезке $[a, b]$, причем в этих границах все значения случайной величины имеют одинаковую вероятность.

Плотность распределения $p(x)$ и функция распределения $F(x)$ случайной величины $X$ имеют соответственно вид

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [a,b] \\ \dfrac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a < x \le b \\ 1 & x > b \end{cases}$$

***В Mathcad***

плотность вероятности – *p(x) = dunif(x, a, b)*;

функция распределения – *F(x) = punif(x, a, b)*,

где $x$ – переменная, определяющая все возможные значения случайной величины;

$a$, $b$ – параметры равномерного распределения, определяющие граничные значения существования случайной величины.

Графики плотности вероятности *p(x) и* функция распределения *F(x) для* ***равномерного распределения*** представлены в ***Приложении 2***.

***Экспоненциальное (показательное) распределение***. Абсолютно непрерывное распределение, моделирующее время между двумя последовательными свершениями одного и того же события.

**Пример.** В магазин время от времени заходят покупатели. При определённых допущениях время между появлениями двух последовательных покупателей будет случайной величиной с экспоненциальным распределением. Среднее время ожидания нового покупателя равно  Параметр  интерпретирует среднее число новых покупателей за единицу времени.

Плотность распределения $p(x)$ и функция распределения $F(x)$ случайной величины $X$ имеют соответственно вид

$$p(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \lambda e^{-\lambda x}, & x\geq 0\end{cases} \qquad F(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ 1-\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\end{cases}$$

***В Mathcad***

плотность вероятности – *p(x) = dexp(x, λ)*;

функция распределения – *F(x) = pexp(x, λ)*.

где $x$ – переменная, определяющая все возможные значения случайной величины;

$\lambda > 0$ – параметр экспоненциального распределения, определяющий среднее число событий за единицу времени.

Графики плотности вероятности *p(x)* и функция распределения *F(x)* для ***экспоненциального распределения*** представлены в ***Приложении 2***.

***Нормальное распределение***. Это распределение играет исключительно важную роль в теории вероятностей и математической статистике. Случайная величина $X$ нормально распределена с параметрами $m$ и $\sigma$ ($\sigma > 0$), если её плотность распределения имеет вид

$$p(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right).$$

***В Mathcad***

плотность вероятности – *p(x) = dnorm(x, m, σ)*;

функция распределения – *F(x) = pnorm(x, m, σ)*,

где $x$ – переменная, определяющая все возможные значения случайной величины;

$m$ – параметр нормального распределения, характеризующий среднее значение СВ (*математическое ожидание*);

$\sigma$ – параметр нормального распределения, характеризующее разброс относительно среднего значения СВ (*среднеквадратическое отклонение*).

Графики плотности вероятности *p(x)* и функция распределения *F(x)* для ***нормального распределения*** представлены в ***Приложении 2***.

**Распределение $\chi^2$.** Рассмотрим $X_1, X_2, \ldots, X_n$ - нормальные независимые случайные величины, причем математическое ожидание каждой из них равно нулю ($m = 0$), а среднее

квадратическое отклонение – единице (σ = 1), т.е. все имеют *стандартное нормальное распределение*. Тогда сумма квадратов этих распределений $\chi^2 = \sum X_n^2$ будет иметь $\chi^2$-*распределение*.

**Распределение Стьюдента.** Если случайная величина *X* имеет *стандартное нормальное распределение*, т.е. *m* = 0, σ = 1, а *V* – независимая от *X* величина, которая распределена по закону $\chi^2$ с *k* степенями свободы, то случайная величина $t_k = \frac{X}{\sqrt{\chi_n^2 / k}}$ имеет распределение Стьюдента (*t*-распределение) с числом степеней свободы *k*. Доказано, что плотность вероятности этой величины вычисляется по формуле

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{n\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}, x \in R$$

При больших *n* распределение Стьюдента практически не отличается *стандартного нормального распределения*.

***В Mathcad***

плотность вероятности – *p(x) = dt (x, n)*;

функция распределения – *F(x) = pt (x, n)*.

где *x* – переменная, определяющая все возможные значения случайной величины;

*n* – параметр распределения Стьюдента, характеризующий число степеней свободы.

Графики плотности вероятности *p(x) и* функция распределения *F(x) для* ***распределения Стьюдента*** представлены в ***Приложении 2***.

## 2. Числовые характеристики случайных величин

Каждая случайная величина полностью определяется своей функцией распределения, но иногда для решения практических задач достаточно знать лишь несколько числовые характеристики случайной величины. Эти величины позволяют представить основные особенности случайной величины в сжатой форме. К таким величинам относятся математическое ожидание, дисперсия, моменты, асимметрия, эксцесс и другие.

### 2.1 Математическое ожидание случайной величины.

*Математическое ожидание* – среднее значение случайной величины, т.е. число, вокруг которого сосредоточены значения случайной величины.

Если $X$ – дискретная случайная величина, закон распределения задан в виде таблицы 1

Таблица 1 – Ряд распределения ДСВ

| $X$ | $x_1$ | $x_2$ | … | $x_n$ |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $p_1$ | $p_2$ | … | $p_n$ |

то ее математическое ожидание рассчитывается по формуле

$$M\left[x\right] = m = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot x_i \tag{1}$$

Математическое ожидание непрерывной случайной величины с плотностью вероятностей *p(x)* вычисляется по формуле

$$M\left[x\right] = m = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x)dx \tag{2}$$

### 2.2 Дисперсия случайной величины

*Дисперсия* СВ характеризует меру разброса значений случайной величины около ее математического ожидания.

Если случайная величина $X$ имеет математическое ожидание $M\left[x\right]$, то дисперсия ДСВ $X$ определяется по формуле

$$D = M\left[\left(x - m\right)^2\right]. \tag{3}$$

Легко показать, что дисперсию можно рассчитать и по формуле

$$D = M\left[x^2\right] - \left(m\right)^2, \tag{4}$$

где $M\left[x^2\right] = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot x_i^2$ или $M\left[x^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot \leq p(x)dx$ для дискретных и непрерывных случайных величин соответственно.

Еще одним параметром для определения меры разброса значений случайной величины является *среднеквадратическое отклонение* σ, связанное с дисперсией соотношением

$$\sigma = \sqrt{D} \tag{5}$$

### 2.3 Моменты

*Начальным моментом k-го* порядка случайной величины $X$ называется математическое ожидание $k$-й степени случайной величины $X$ , т. е.

$$\alpha_k = M\left[x^k\right] \tag{6}$$

*Центральным моментом k-го порядка* случайной величины *X* называется величина $\mu_k$, определяемая формулой

$$\mu_k = M\left[(x-M)^k\right] \tag{7}$$

Расчет по формулам (6) и (7) проводится с помощью формул (1) или (2) в зависимости оттого рассматривается ДСВ или НСВ путем проставлением вместо *x* выражение из квадратных скобок (например $\left[x^k\right]$).

Для ДСВ: $\alpha_3 = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot x_i^3$;

Для НСВ: $\mu_4 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^4 \cdot p(x)dx$.

***Следует отметит***ь, что

*математическое ожидание* СВ – это начальный момент первого порядка: $\alpha_1 = M[x]$,

*дисперсия* СВ – центральный момент второго порядка: $\mu_2 = M\left[(x-m)^2\right] = D(x)$.

Существуют формулы, позволяющие выразить центральные моменты случайной величины через ее начальные моменты. Одна из таких формула для расчета дисперсии СВ:

$$D = \mu_2 = M\left[\left(x-m\right)^2\right] = \alpha_2 - \alpha_1^2.$$

**2.4 Асимметрия**

Наиболее часто в теории вероятностей и математической статистике используется нормальное распределение, и поэтому график плотности вероятностей нормального распределения стал своего рода эталоном, с которым сравнивают другие распределения.

В качестве меры асимметрии распределения служит *коэффициент асимметрии*, который определяется формулой

$$A = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \tag{8}$$

где $\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\mu_2}$ – среднеквадратичное отклонение;

$\mu_3$ – центральный момент третьего порядка, рассчитать который можно по формуле (7) или воспользоваться формулой

$$\mu_3 = \alpha_3 - 3 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_1 + 2 \cdot \alpha_1^3,$$

где $\alpha_k$ – начальный момент *k*-й степени, рассчитываемый по формуле (6).

*Коэффициент асимметрии* – безразмерная величина, а по его знаку можно судить о характере асимметрии относительно нормального распределения (см. рисунок 1). Для симметричной СВ $\mu_3 = 0$.

Рисунок 1 – Симметричные и не симметричные законы распределения

**2.5 Эксцесс**

Еще одним из параметров, определяющих отличие сравниваемого распределения от нормального, является *эксцесс*. *Коэффициент эксцесса* (или островершинности) – мера остроты пика распределения случайной величины

Эксцесс *E* случайной величины *X* определяется равенством

$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3, \qquad (9)$$

где $\mu_4$ – центральный момент четвертого порядка, рассчитать который можно по формуле (7) или воспользоваться формулой

$$\mu_4 = \alpha_4 - 4\alpha_3 \cdot \alpha_1 + 6\alpha_2 \cdot \alpha_1^2 - 3\alpha_1^4,$$

где $\alpha_k$ – начальный момент *k*-й степени, рассчитываемый по формуле (6).

У нормального распределения, естественно, $E = 0$. Если $E > 0$, то это означает, что график плотности вероятностей *p(x)* сильнее «заострен», чем у нормального

распределения, если же $\gamma < 0$, то «заостренность» графика *p(x)* меньше, чем у нормального распределения (см. рисунок 2).

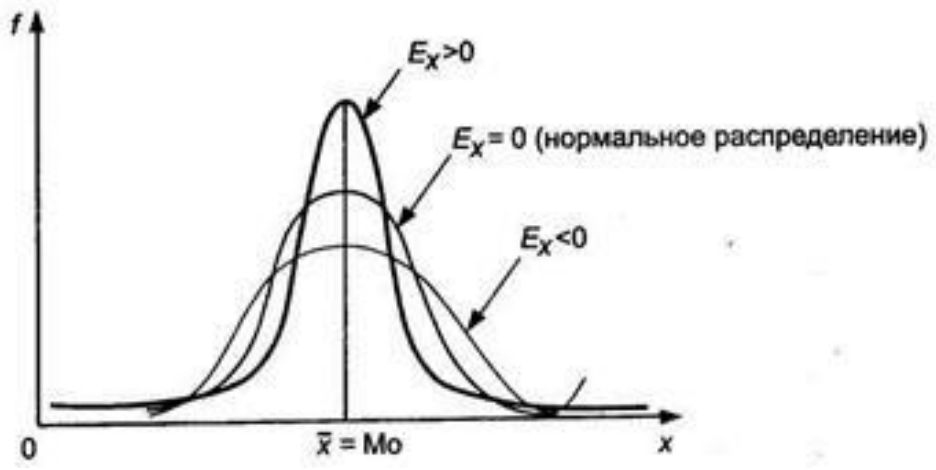



Рисунок 2 – Островершинные и плосковершинные законы распределения

## 3. Порядок выполнения лабораторной работы

**Задание 1. Распределение дискретной случайной величины**

1.1. Задайте случайную величину, имеющие *биномиальное* распределение, используя встроенные функции MathCad плотности вероятностей *p(k)* и функции распределения *F*(*k*). Параметры распределения задайте следующим образом:

*n* = *h* (номер варианта). Вариант определяется порядковым номером в списке группы;

$p = h \cdot 0{,}1$ для *h* от 1 до 9;

$p = h \cdot 0{,}05$ для *h* от 10 до 19;

$p = h \cdot 0{,}01$ для *h* от 20 до 29.

1.2. Постройте графики распределения *p(k)* и функции распределения *F*(*k*) случайной величины в одной системе координат. Отредактируйте графики. Для проверки правильности выполнения задания используйте ***Приложение 2***.

1.3. Проверьте для заданного вами закона распределения равенство $\sum_{k=0}^{n} p(k) = 1$.

1.4. Вычислите вероятность попадания значений случайной величины в выбранный вами интервал [*a*, *b*], адекватный для вашей СВ (см. свойства функции распределения).

1.5. Найдите *моду* для заданной случайной величины. *Мода* случайной величины - это наиболее вероятное значение СВ.

> ***Указание.*** Для определения координаты интересуемой точки можно использовать функцию **Trace** (Следование), расположенную в меню **Format** (Формат) → **Graph** (График) → **X-Value** (Величина X).

1.6. Измените исходные параметры распределения, понаблюдайте за изменением графиков и рассчитанных значений. Сравните полученные результаты, выводы приведите в отчете.

1.7. Задайте случайную величину, имеющие *геометрическое* распределение, используя встроенные функции MathCad плотности вероятностей и функции распределения. Параметры распределения задайте следующим образом:

$p = h \cdot 0,01$ для всех вариантов;

1.8. Повторите п. 1.2 – 1.6 для геометрического распределения.

1.9. Задайте случайную величину, имеющие *пуассоновское* распределение, используя встроенные функции MathCad плотности вероятностей и функции распределения. Параметры распределения задайте следующим образом:

$\lambda = h \cdot 0,01$ для всех вариантов;

1.10. Повторите п. 1.2 – 1.6 для пуассоновского распределения.

**В отчете** представьте по одному варианту для каждого распределения: параметры распределения, графики вероятности и функции распределения, значение наиболее вероятного значения СВ (моду) и значение вероятности попадания СВ в указанный диапазон. Сделайте выводы.

**Задание 2. Распределение непрерывной случайной величины**

2.1. Задайте случайные величины, имеющие *равномерное* распределение, используя встроенные функции MathCad плотности вероятностей $p(x)$ и функции распределения $F(x)$.

Параметры распределения следующим образом: $a = h$ и $b = h \cdot 3$.

2.2. Постройте графики распределения $p(x)$ и функции распределения $F(x)$ случайной величины в одной системе координат. Отредактируйте графики. Для проверки правильности выполнения задания используйте ***Приложение 2***.

2.3. Проверьте для заданного вами закона распределения равенство $\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1$.

2.4. Вычислите вероятность попадания значений случайной величины в выбранный вами интервал $[a_1, b_1]$, адекватный для вашей СВ (см. свойства функции распределения).

2.5. Измените исходные параметры распределения, понаблюдайте за изменением графиков и рассчитанных значений. Сравните полученные результаты, выводы приведите в отчете.

2.6. Задайте случайные величины, имеющие *экспоненциального* распределение, используя встроенные функции MathCad плотности вероятностей $p(x)$ и функции распределения $F(x)$.

Параметры распределения следующим образом:

$\lambda = 1$ для $h$ нечетных меньше 10.

$\lambda = 0,5$ для $h$ четных меньше 10.

$\lambda = 1,5$ для $h$ нечетных больше или равный 10.

$\lambda = 2$ для $h$ четных больше или равный 10.

2.7. Повторите п. 2.2 – 2.5 для экспоненциального распределения.

2.8. Задайте случайные величины, имеющие *нормального* распределение, используя встроенные функции MathCad плотности вероятностей $p(x)$ и функции распределения $F(x)$. Параметры распределения следующим образом:

$m = h \cdot 0,1$ для четных вариантов;

$m = -h \cdot 0,1$ для нечетных вариантов;

$\sigma = h \cdot 0,2$ для всех вариантов

2.9. Повторите п. 2.2 – 2.5 для нормального распределения.

2.10. Задайте случайные величины, имеющие распределение *Стьюдента*, используя встроенные функции MathCad плотности вероятностей $p(x)$ и функции распределения $F(x)$. Параметры распределения следующим образом:

$n = h$ для вариантов.

2.11. Повторите п. 2.2 – 2.5 для распределения *Стьюдента*.

**В отчете** представьте по одному варианту для каждого распределения: параметры распределения, графики вероятности и функции распределения и выводы о зависимости выходных данных от входных параметров.

**Задание 3. Числовые характеристики для ДСВ**

3.1. Вычислите математические ожидания и дисперсии для случайных величин, имеющих *биномиальное* распределение, используя приведенные формулы из раздела 2. В качестве параметров распределения используйте данные из задания 1.

3.2. Сравните полученные значения со справочными данными (***Приложение 2***). Результаты сравнения привести в отчете.

3.3.Повторите п. 3.1-3.2 для геометрического распределения.

3.4.Повторите п. 3.1-3.2 для пуассоновского распределения.

**В отчете** привести все расчетные формулы и результаты сравнения для каждого распределения в виде фрагментов из Mathcad.

**Задание 4.**

4.1. Вычислите математические ожидания и дисперсии для случайных величин, имеющих *равномерное* распределение, используя приведенные формулы из раздела 2 . В качестве параметров распределения используйте данные из задания 2.

4.1. Сравните полученные значения со справочными данными (***Приложение 2***). Результаты сравнения привести в отчете.

4.2. Повторите п. 4.1-4.2 для *экспоненциального* распределения.

4.3. Повторите п. 4.1-4.2 для *нормального* распределения.

4.4. Повторите п. 4.1-4.2 для распределения *Стьюдента*.

**В отчете** привести все расчетные формулы и результаты сравнения для каждого распределения в виде фрагментов из Mathcad.

**Задание 5 (Дополнительное). Коэффициент асимметрии.**

5.1. Задайте случайную величину $X$ с экспоненциальным законом распределением (или любом другом). Самостоятельно задайте параметры распределения.

5.2. Вычислите коэффициент асимметрии, используя формулы, приведенные в разделе 2.4.

5.3. Сравните полученное значение со справочными данными (***Приложение 2***) для данного распределения.

5.4. Постройте график плотности вероятности.

5.5. Сделайте выводы, опеяясь на значение коэффициента асимметрии и форму распределения.

**В отчете** привести все расчетные формулы и результаты сравнения для данного распределения в виде фрагментов из Mathcad.

**Задание 6. (Дополнительное). Коэффициент эксцесса.**

6.1. Задайте случайную величину $X$ с равномерным законом распределением (или любом другом). Самостоятельно задайте параметры распределения.

6.2. Вычислите коэффициент эксцесса, используя формулы, приведенные в п. 2.5.

6.3. Сравните полученное значение со справочными данными (***Приложение 2***) для данного распределения.

6.4. Постройте график плотности вероятности.

6.5. Сделайте выводы, опираясь на значение коэффициента эксцесса и форму распределения.

**Литература**

1. Вавилова Г.В. Математическая обработка результатов измерения: учебное пособие; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2013. – 160 с.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. – Москва: Юрайт, 2013.

3. Новикова Н.М. Компьютерный практикум по теории вероятности в среде MATHCAD: учебно-методическое пособие для вузов – Воронеж: Издательско-полиграфический центр ВГУ, 2008. – 23с.

4. Васильев А.В. Mathcad 13 на примерах – СПб.: БХВ - Петербург, 2006. – 528с.

**Приложение 1**

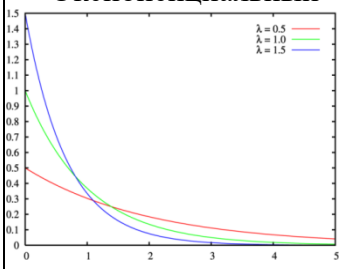
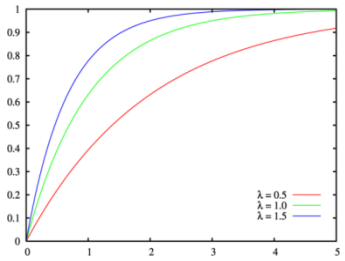
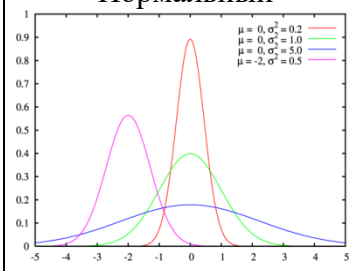
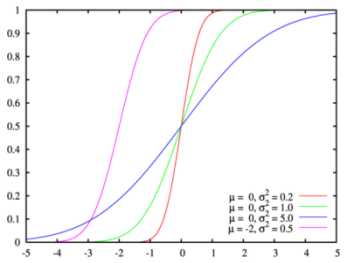
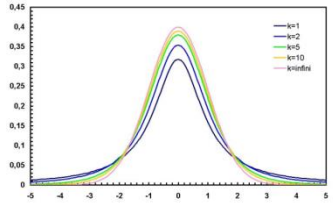
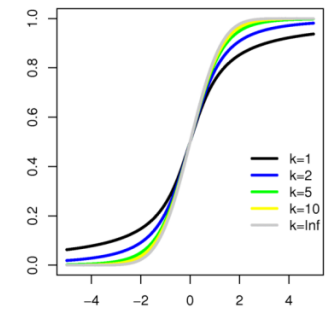
## Список распределений, представленных в библиотеке MathCad

- Бета-распределение – dbeta($x$,$s_1$,$s_2$), pbeta($x$,$s_1$,$s_2$), qbeta(p,$s_1$,$s_2$);
- Биномиальное распределение – dbinom($k$,$n$,$p$), pbinom($k$,$n$,$p$), qbinom($p$,$k$,$n$);
- Распределение Коши – dcauchy($x$,$l$,$s$), pcauchy($x$,$l$,$s$), dcauchy($p$,$l$,$s$);
- $\chi^2$ - распределение – dchisq($x$,$d$), pchisq($x$,$d$), qchisq($p$,$d$);
- Экспоненциальное распределение – dexp($x$,$r$), pexp($x$,$r$), qexp($p$,$r$);
- Распределение Фишера (F-распределение) – dF($x$,$d_1$,$d_2$), pF($x$,$d_1$,$d_2$), qF($p$,$d_1$,$d_2$);
- Гамма-распределение – dgamma($x$,$s$), pgamma($x$,$s$), qgamma($p$,$s$);
- Геометрическое распределение – dgeom($x$,$p$), pgeom($x$,$p$), qgeom($p$,$r$);
- Логнормальное распределение – dlnorm($x$,$h$,$s$), plnorm($x$,$h$,$s$), qlnorm($p$,$h$,$s$);
- Логистическое распределение – dlogis($x$,$l$,$s$), plogis($x$,$l$,$s$), qlogis($p$,$l$,$s$);
- Отрицательное биномиальное распределение – dnbinom($k$,$n$,$p$), pnbinom($k$,$n$,$p$), qnbinom($p$,$n$,$k$);
- Нормальное распределение – dnorm($x$,$h$,$s$), pnorm($x$,$h$,$s$), qnorm($p$,$h$,$s$);
- Распределение Пуассона – dpois($x$,$l$), ppois($x$, $l$), qpois($p$, $l$);
- Распределение Стьюдента – dt($x$,$d$), pt($x$,$d$), qt($p$,$d$);
- Равномерное распределение – dunif($x$,$a$,$b$), punif($x$,$a$,$b$), qunif($p$,$a$,$b$);
- Распределение Вейбулла – dweibull($x$,$s$), pweibull($x$,$s$), qweibull($p$,$s$).

**Приложение 2**

**Законы распределения случайных величин и их характеристики**

| Вид закона распределения | | Аналитическое выражение | Основн. число-вые хар-ки |
|---|---|---|---|
| Плотность распределения | Функция распределения | | |
| ***Дискретные случайные величины*** | | | |
| Биноминальный (Бернулли) | | $p_k = C_n^k p^k q^{n-k}$, где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$, $k = 0, 1, \ldots, n$, $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ | $M(X) = np$, $D(X) = npq$, $A = \frac{q-p}{\sqrt{npq}}$, $E = \frac{1-6pq}{npq}$ |
| Геометрический | | $p_k = q^k p$ где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$, $k = 0, 1, \ldots, n$ | $M(X) = \frac{1-p}{p}$, $D(X) = \frac{q}{p^2}$, $A = \frac{2-p}{\sqrt{1-p}}$, $E = 6 + \frac{p^2}{1-p}$. |
| Пуассоновский | | $p_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, где $\lambda > 0$. | $M(X) = \lambda$, $D(X) = \lambda$, $A = \lambda^{-1/2}$, $E = \lambda^{-1}$ |
| ***Непрерывные случайные величины*** | | | |
| Равномерный | | $p(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [a,b] \\ \frac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \end{cases}$ $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \le b \\ 1, & x > b \end{cases}$ | $M(X) = \frac{a+b}{2}$, $D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$, $A = 0$, $E = -\frac{6}{5}$. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Экспоненциальный<br>  |  | $p(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \lambda e^{-\lambda x}, & x\geq 0\end{cases}$<br>$F(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ 1-\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\end{cases}$<br>$\lambda > 0.$ | $M(X)=\lambda^{-1}$,<br>$D(X)=\lambda^{-2}$,<br>$A=2,\ E=6.$ |
| Нормальный<br>  |  | $p(x)=$<br>$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)$<br>$F(x)=\Phi(x)$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа:<br>$\Phi(x)=$<br>$=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-\frac{(z)^2}{2\sigma^2}\right)dz$<br>где $z=x-m$ | $M(X)=m$,<br>$D(X)=\sigma^2$,<br>$A=0,\ E=0.$ |
| Стьюдента<br>  |  | $p(x)=$<br>$=\frac{1}{\sqrt{n\pi}}\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$<br>$x\in R$<br>где $\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)$ - гамма-функция Эйлера | $M(X)=0,$ если n>1<br>$D(X)=\frac{n}{n-2},$ если n>2,<br>$A=0,$ если n>3,<br>$E=\frac{6}{n-4},$ если n>4. |