

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
ЮРГИНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

---

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора ЮТИ ТПУ по УР

\_\_\_\_\_ В.Л. Бибик

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

**А.В. Маслов**

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Методические указания к выполнению лабораторных работ  
по курсу «Математическое моделирование»  
для магистрантов, обучающихся по направлению 230700  
«Прикладная информатика в аналитической экономике»

Издательство  
Юргинского технологического института (филиала)  
Томского политехнического университета  
2012

УДК 519.8 / 83  
ББК 32.97  
М34

**Маслов А.В.**

М34 Математическое моделирование: методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Математическое моделирование» для магистрантов, обучающихся по направлению 230700 «Прикладная информатика в аналитической экономике» / А.В. Маслов; Юргинский технологический институт. – Юрга: Изд-во Юргинского технологического института (филиала) Томского политехнического университета, 2012. – 21 с.

УДК 519.8 / 83  
ББК 32.97

Методические указания рассмотрены и рекомендованы  
к изданию методическим семинаром кафедры  
информационных систем ЮТИ ТПУ  
« 3 « декабря 2012 г.

Зав. кафедрой ИС  
кандидат технических наук

\_\_\_\_\_ *А.А. Захарова*

Председатель учебно-методической  
комиссии

\_\_\_\_\_ *Е.В. Молнина*

*Рецензент*

Кандидат технических наук, доцент ЮТИ ТПУ  
*Т.Ю. Чернышева*

© ФГБОУ ВПО НИ ТПУ Юргинский  
технологический институт (филиал), 2012  
© Маслов А. В., 2012

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ С ПОМОЩЬЮ MS EXCEL.....	5
1. Линейная оптимизация.....	5
2. Целочисленная оптимизация .....	8
3. Транспортная задача.....	11
ЛИТЕРАТУРА .....	20

## **ВВЕДЕНИЕ**

Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Математическое моделирование» (ММ) составлены на основании требований учебного плана специальности 230700 «Прикладная информатика» и рабочей программы по дисциплине ММ. Методические указания содержат решения конкретных практических задач, выполнение которой предусмотрено по учебному плану, с применением программы Excel, список рекомендуемой литературы.

Курс «Математическое моделирование» в отличие от чисто теоретических дисциплин имеет явно выраженную прикладную направленность.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ С ПОМОЩЬЮ MS EXCEL

В Excel имеется надстройка «Поиск решения», которая позволяет решать задачи отыскания наибольших и наименьших значений, а также решать уравнения.

Сначала необходимо убедиться, что Excel использует надстройку «Поиск решения» (в исходной версии Solver – Решатель, так и будем его называть). В меню «Сервис» нужно найти пункт «Поиск решения». Если он есть – всё в порядке. Если его нет, нужно установить эту надстройку. Для этого выбираем в меню пункт «Сервис / Надстройки». В диалоговом окне находим в списке надстроек «Поиск решения» и устанавливаем слева от него флажок. (Заодно нужно посмотреть, все ли установленные надстройки нужны, и снять флажки у лишних). Загрузится Решатель. В дальнейшем при запуске Excel Решатель будет загружаться автоматически, пока мы не снимем флажок в окне «Надстройки».

### 1. Линейная оптимизация

#### Задача 1.

Фирма производит две модели А и В сборных книжных полок. Их производство ограничено наличием сырья (высококачественных досок) и временем машинной обработки. Для каждого изделия модели А требуется  $3 \text{ м}^3$  досок, а для изделия модели В –  $4 \text{ м}^3$ . Фирма может получать от своих поставщиков до  $1700 \text{ м}^3$  досок в неделю. Для каждого изделия модели А требуется 12 мин. машинного времени, а для изделия модели В – 30 мин. В неделю можно использовать 160 ч машинного времени. Сколько изделий каждой модели следует выпускать фирме в неделю, если каждое изделие модели А приносит 2 долл. прибыли, а каждое изделие модели В – 4 долл. прибыли?

*Решение.* Составим математическую модель. Обозначим:  $x$  – количество изделий модели А, выпускаемых в течение недели,  $y$  – количество изделий модели В. Прибыль от этих изделий равна  $2x+4y$  долл. Эту прибыль нужно максимизировать. Функция, для которой ищется экстремум (максимум или минимум), носит название *целевой функции*. Беспредельному увеличению количества изделий препятствуют *ограничения*. Ограничено количество материала для полок, отсюда неравенство  $3x + 4y \geq 1700$ . Ограничено машинное время на изготовление полок. На изделие А уходит 0.2 часа, на изделие В – 0.5 часа, а всего не более 160

ч, поэтому  $0.2x + 0.5y \leq 160$ . Кроме того, количество изделий – неотрицательное число, поэтому  $x \geq 0, y \geq 0$ .

Формально наша задача оптимизации записывается так:

$$2x + 4y \rightarrow \max$$

$$3x + 4y \leq 1700$$

$$0.2x + 0.5y \leq 160$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

Теперь решим эту задачу в Excel. Создадим новую рабочую книгу, сохраним ее под именем Сн1.xls. Дадим первому листу имя «Полки».

Введем в ячейки рабочего листа информацию (табл. 1). Ячейкам В2 и В3 присваиваем имена  $x$  и  $y$ . В ячейках С6, С9 и С10 представлены формулы, занесенные в соответствующие ячейки столбца В.

Выделим ячейку, в которой вычисляется целевая функция, и вызовем Решатель («Сервис / Поиск решения»). В диалоговом окне в поле ввода «Установить целевую ячейку:» уже содержится адрес ячейки с целевой функцией  $B\$6$ . Установим переключатель: «Равной максимальному значению». Перейдем к полю ввода «Изменяя ячейки:». В нашем случае достаточно щелкнуть кнопку «Предположить» и в поле ввода появится адрес блока  $B\$2:B\$3$ .

Перейдем к вводу ограничений. Щелкнем кнопку «Добавить». Появится диалоговое окно «Добавление ограничения». В поле ввода «Ссылка на ячейку:» укажем  $B\$9$ . Правее расположен выпадающий список с условными операторами (раскроем его и посмотрим). Выберем условие  $\leq$ . В поле ввода «Ограничение»: введем число 1700. У нас есть еще одно ограничение, поэтому, не выходя из этого диалогового окна, щелкнем кнопку «Добавить» и введем ограничение:  $B\$10 \leq 160$ . Ввод ограничений закончен, поэтому нажмем «ОК». Мы вновь окажемся в диалоговом окне «Поиск решения». Мы увидим введенные ограничения  $B\$10 \leq 160$  и  $B\$9 \leq 1700$ . Справа имеются кнопки «Изменить» и «Удалить». С их помощью мы можем изменить ограничение или стереть его. (Если Мы используете Excel 5.0/7.0, то мы должны ввести еще одно ограничение  $B\$2:B\$3 \geq 0$ .)

Таблица 1

*Информация в рабочий лист*

	A	B	C	D
1	Переменные			
2	Изделие А	0	X	
3	Изделие В	0	У	
4				
5	Целевая функция			
6	Прибыль	0	$=2*x+4*y$	

7				
8	Ограничения			
9	Материал	0	$=3*x+4*y$	$\leq 1700$
10	Время изготовления	0	$-0.2*x+0.5*y$	$\leq 160$

Щелкнем кнопку «Параметры». Мы окажемся в диалоговом окне «Параметры поиска решения». Чтобы узнать назначение полей ввода этого окна, щелкнем кнопку «Справка». Менять ничего не будем, только установим два флажка: «Линейная модель» (так как наши ограничения и целевая функция являются линейными по переменным  $x$  и  $y$ ) и «Неотрицательные значения» (для переменных  $x$  и  $y$ ). В Excel 5.0/7.0 этот последний флажок отсутствует, поэтому и нужно было вводить ограничение  $B\$2:B\$3 \geq 0$ . Щелкнем «ОК» и окажемся в исходном окне.

Мы полностью подготовили задачу оптимизации. Нажимаем кнопку «Выполнить». Появляется диалоговое окно «Результаты поиска решения». В нем мы читаем сообщение «Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены». На выбор предлагаются варианты: «Сохранить найденное решение» или «Восстановить исходные значения». Выбираем первое. Можно также вывести отчеты: по результатам, по устойчивости, по пределам. Выделим их все, чтобы иметь представление о том, какая информация в них размещена. Здесь мы не будем комментировать эти отчеты, так как их полное понимание требует существенного углубления в методы оптимизации.

После нажатия «ОК» вид таблицы меняется: в ячейках  $x$  и  $y$  появляются оптимальные значения. Числовые данные примера специально подобраны так, что в ответе получились круглые цифры: изделие А нужно выпускать в количестве 300 штук в неделю, а изделие В – 200 штук. Соответственно пересчитываются все формулы. Целевая функция достигает значения 1400.

Ограничения можно было ввести в Решатель быстрее. Нужно было ввести в В9:В10 формулы  $=3*x+4*y-1700$  и  $=0.2*x+0.5*y-160$ . Тогда ограничения можно было задать блоком  $B\$9:B\$10 \leq 0$ . В случае большого количества ограничений это существенно ускорит подготовку задачи.

Недельный фонд времени уменьшился из-за планового ремонта и составляет 150 ч. Изменяем ограничение и убеждаемся, что получаются дробные решения.

## 2. Целочисленная оптимизация

Задача 2.

Фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный. В обычный набор входят 3 фунта азотных, 4 фунта фосфорных и один фунт калийных удобрений, а в улучшенный – 2 фунта азотных, 6 фунтов фосфорных и 2 фунта калийных удобрений. Известно, что для некоторого газона требуется по меньшей мере 10 фунтов азотных, 20 фунтов фосфорных и 7 фунтов калийных удобрений. Обычный набор стоит 3 долл., а улучшенный – 4 долл. Сколько и каких наборов удобрений надо купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

*Решение.* Как и в предыдущем примере, задачу нужно перевести на математический язык. Пусть  $x$  – количество обычных наборов удобрений,  $y$  – количество улучшенных наборов удобрений,  $f(x, y) = 3x + 4y \rightarrow \min$  при ограничениях:

$$3x + 2y \geq 10$$

$$4x + 6y \geq 20$$

$$x + 2y \geq 7$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

Можно непосредственно запрограммировать в Excel эти неравенства, но мы воспользуемся возможностями Excel, чтобы сделать решение более выразительным (табл. 2).

Таблица 2

*Ввод информации в рабочий лист Excel*

А	В	С	О	Е	Р
1	азотные	фосфорные	калиевые	цена	количество
2 обычный набор	3	4	1	3	0
3 улучшенный набор	2	6	2	4	0
4					
5 требуется >=	10	20	7	Общая цена	
6 ограничения	-10	-20	-7	0	

В таблице имеются формулы. В B6 =СУММПРОИЗВ{B2:B3, \$F\$2:\$F\$3) – B5. Она скопирована в C6:D6. Она скопирована также в E6 и там скорректирована (убрано вычитаемое E5).

Выделим ячейку с целевой функцией и вызовем «Сервис/ Поиск решения». В диалоговом окне укажем: «Установить целевую ячейку:» \$E\$6, «минимальное значение», «изменяя ячейки» \$F\$2:\$F\$3, «ограни-



чения»  $B_6 \geq 0$ . В окне «Параметры» установим флажок «Линейная модель» и «Неотрицательные значения». Запустим выполнение. Поиск решения вернет результат:  $x = 1,5$ ,  $y = 2,75$ . Целевая функция равна 15,5.

Но наборы удобрений нельзя покупать частями! Нужно наложить еще одно ограничение:  $x$ ,  $y$  – целые числа. Вновь вызываем Решатель, нажимаем кнопку «Добавить» и в диалоговом окне «Добавление ограничения» указываем, что  $x, y$  – целые (в том же выпадающем списке, откуда ранее мы выбирали символ для ограничения). Нажимаем «ОК». Видим, что добавлено новое ограничение:  $x, y = \text{целое}$ . Запустим выполнение. На этот раз получим значение целевой функции 17 (естественно, оно ухудшилось), а количество наборов стало таким:  $x = 3$ ,  $y = 2$ . Обратим внимание, что эти значения вовсе не являются результатом округления в большую сторону значений  $x$  и  $y$ , полученных без ограничения целочисленности. (Проверяем, что  $x = 2$ ,  $y = 3$  дают худший результат).

Задача 3.

Школьный кондитерский цех производит булочки и пирожные. В силу ограниченности ёмкости склада за день можно приготовить в совокупности не более 700 изделий. Рабочий день в кондитерском цехе длится 8 часов. Если выпускать только пирожные, за день можно произвести не более 250 штук, булочек же можно произвести 1000, если не выпускать пирожных. Себестоимость продукции известна (из предыдущего пакета №2). Требуется составить дневной план производства, обеспечивающий кондитерскому цеху наибольшую выручку.

Решение.

Составим математическую модель задачи.

Плановыми показателями являются:

$X$  – дневной план выпуска булочек,  $Y$  – дневной план выпуска пирожных. Для определённости будем считать, что стоимость пирожного вдвое больше, чем булочки (учащиеся возьмут свои, получившиеся в пакете №2, показатели себестоимости продукции). Из условия задачи следует, что на изготовление одного пирожного затрачивается в 4 раза больше времени, чем на изготовление одной булочки. Если обозначить время изготовления булочки –  $t$  мин, то время изготовления пирожного будет равно  $4t$  мин. Значит, суммарное время на изготовление  $x$  булочек и  $y$  пирожных равно  $tx + 4ty = (x+4y)t$ . Но это время не может быть больше длительности рабочего дня. Отсюда следует неравенство:  $(x+4y)t \leq 8 \cdot 60$  или  $(x+4y)t \leq 480$ . Можно вычислить  $t$  – время изготовления одной булочки. Т.к. за рабочий день их может быть изготовлено 1000 штук, то на одну булочку затрачивается  $480/1000 = 0,48$  мин. Под-

ставляя это значение в неравенство, получим:  $(x+4y)0,48 \leq 480$ . Отсюда:  $x+4y \leq 1000$ . Ограничение на общее число изделий даёт неравенство:  $x+4y \leq 700$ . К двум полученным неравенствам следует добавить условие положительности значений величин  $x$  и  $y$  (не может быть отрицательного числа булочек и пирожных). В итоге мы получаем систему неравенств:

$$\begin{aligned} x+4y &\leq 1000; \\ x+y &\leq 700; \\ x &\geq 0; \\ y &\geq 0. \end{aligned}$$

Выручка – это стоимость всей проданной продукции. Пусть цена одной булочки –  $r$  рублей. По условию задачи, цена пирожного  $2r$  рублей. Отсюда стоимость всей произведённой за день продукции равна  $rx + 2ry = r(x+2y)$ . Будем рассматривать записанное выражение как функцию от  $x$  и  $y$ . Получили целевую функцию:  $f(x,y) = r(x+2y)$ . Т.к.  $r$  – константа, то максимальное значение функции будет достигнуто при максимальной величине выражения  $(x+2y)$ . Поэтому в качестве целевой функции можно принять  $f(x,y) = x+2y$ .

Теперь подготовим электронную таблицу к решению задачи оптимального планирования (рис. 1).

	А	В	С	Д
1	<b>Оптимальное планирование</b>			
2				
3	<b>Плановые показатели</b>			
4		X(булочки)	Y(пирожные)	
5				
6				
7	<b>Ограничения</b>			
8				
9		Левая часть	Знак	Правая часть
10	Время производства:	=B5+4*C5	<=	1000
11	Общее количество:	=B5+C5	<=	700
12	Положительность X:	=B5	>=	0
13	Положительность Y:	=C5	>=	0
14				
15	<b>Целевая функция</b>	=B5+2*C5		
16				

Рис. 1. Ввод информации в рабочий лист Excel

Выполним поиск решения.

Результаты решения задачи на рис. 2.

	A	B	C	D
1	<b>Оптимальное планирование</b>			
2				
3	<b>Плановые показатели</b>			
4		X(булочки)	Y(пирожные)	
5		600	100	
6				
7	<b>Ограничения</b>			
8				
9		Левая часть	Знак	Правая часть
10	Время производства:	1000	<=	1000
11	Общее количество:	700	<=	700
12	Положительность X:	600	>=	0
13	Положительность Y:	100	>=	0
14				
15	<b>Целевая функция</b>	800		
16				

Рис. 2. Результаты решения задачи

Получили следующий оптимальный план дневного производства: нужно выпускать 600 булочек и 100 пирожных. При этом достигается получение максимальной прибыли – 1600 рублей.

### 3. Транспортная задача.

#### Задача 4.

В хозяйстве имеются три склада сигарет, и пять магазинов, куда их необходимо доставить. Потребность каждого магазина в сигаретах различна, и запасы на каждом складе ограничены. Требуется определить, с какого склада, в какой магазин поставлять, сколько сигарет для минимизации стоимости перевозок.

Имеются следующие исходные данные (табл.3-5).

Таблица 3

#### Наличие сигарет на складах

Склады	Наличие сигарет, кор.
Склад №1	200
Склад №2	250
Склад №3	250

Таблица 4

*Потребность в сигаретах в различных магазинах*

Пункты	Потребность в сигаретах, кор.
1 магазин	80
2 магазин	260
3 магазин	100
4 магазин	140
5 магазин	120

Таблица 5

*Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения (матрица тарифов)*

	Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	Магазин 4	Магазин 5
Склад №1	7	9	15	4	18
Склад №2	13	25	8	15	5
Склад №3	5	11	6	20	12

На пересечении столбца конкретного магазина со строкой склада находится информация о стоимости доставки единицы груза в данный магазин. Например, стоимость доставки в магазин 3 со склада №3 равно 6 у.е.

Для решения задачи подготовим необходимые таблицы (рис. 3).

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
1							
2		<i>Потребители</i>	Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	Магазин 4	Магазин 5
3	<i>Поставщики</i>						
4	Склад 1	5	1	1	1	1	1
5	Склад 2	5	1	1	1	1	1
6	Склад 3	5	1	1	1	1	1
7			3	3	3	3	3

*Рис. 3. Изменяемые ячейки*

Значения ячеек по столбцу В с четвертой по шестую строку определяются суммированием данных ячеек соответствующих строк начиная со столбца С до столбца Г.

Например, значение ячейки В4=СУММ(С4:Г4).

Значения ячеек по 7 строке по столбцам от С до G определяются суммированием данных ячеек соответствующих столбцов с 4 по 6 строки.

Например, значение ячейки  $C7=СУММ(C4:C6)$ .

Каждое значение в ячейках на пересечении столбца конкретного магазина и строки склада означает количество коробок, поставляемых с этого склада в данный магазин. В нижней строке (строка 7) суммируется общее количество сигарет, поставляемых в определенный магазин, а во втором столбце (столбец В) суммируется количество доставленных с конкретного склада сигарет.

Теперь, используя исходные данные, введем на этом же листе требуемые объемы поставок и стоимость поставок со складов в магазины.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
8		<b>Запросы</b>	80	260	100	140	120
9	Склад 1	200	7	9	15	4	18
10	Склад 2	250	13	25	8	15	5
11	Склад 3	250	5	11	6	20	12
12		173	25	45	29	39	35
13							

*Рис. 4. Исходная информация*

В строке 12 по столбцам С-Г определим стоимость поставки по каждому магазину. К примеру для 1-го магазина (ячейка С12) это рассчитывается с помощью формулы:

$$C12=C4*C9+C5*C10+C6*C11,$$

либо можно использовать функцию СУММПРОИЗВ:

$$C12=СУММПРОИЗВ(C4:C6;C9:C11).$$

В ячейке С4 находится количество сигарет, перевозимых со склада №1 в 1 магазин, а в ячейке С9 – стоимость доставки единицы груза со склада №1 до 1 магазина. Соответственно первое слагаемое в формуле означает полную стоимость доставки по данному маршруту. Вся же формула вычисляет полную стоимость перевозок сигарет в 1 магазин.

В ячейке В12 по формуле  $=СУММ(C12:G12)$  будет вычисляться общая стоимость доставки сигарет. Таким образом, информация на рабочем листе примет следующий вид (рис. 5).

B14		=B12				
A	B	C	D	E	F	G
1		<b>Оптимизация стоимости перевозок</b>				
2	<b>Потребители</b>	Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	Магазин 4	Магазин 5
3	<b>Поставщики</b>					
4	Склад 1	5	1	1	1	1
5	Склад 2	5	1	1	1	1
6	Склад 3	5	1	1	1	1
7	<b>Факт</b>		3	3	3	3
8	<b>Запросы</b>		80	260	100	140
9	Склад 1	200	7	9	15	4
10	Склад 2	250	13	25	8	15
11	Склад 3	250	5	11	6	20
12		173	25	45	29	39
13						
14	<b>Стоимость доставки</b>	173	кор. - у.е.			
15						

Рис. 5. Рабочий лист, подготовленный для решения транспортной задачи

Для решения транспортной задачи воспользуемся процедурой «Поиск решения», которая находится в меню «Сервис».

После выбора данной команды появится диалоговое окно (рис. 6).

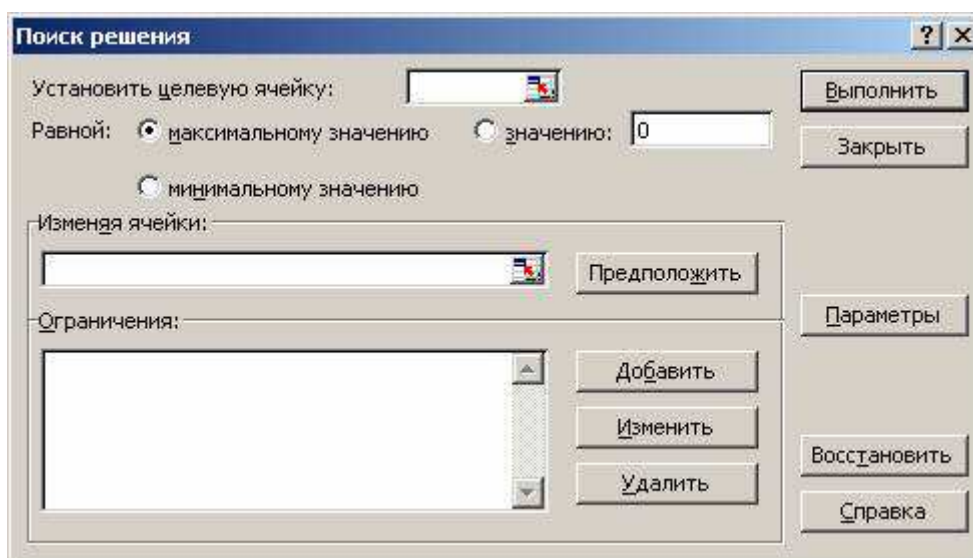


Рис. 6. Диалоговое окно Поиск решения

Поскольку в качестве критерия оптимизации нами выбрана минимизация стоимости доставки груза, в поле «Установить целевую ячейку» введем ссылку на ячейку, содержащую формулу расчета общего объема грузооборота минеральных удобрений. В нашем случае это ячейка \$B\$12. Чтобы минимизировать значение конечной ячейки путем изменения значений влияющих ячеек (влияющими, в данном случае это и изменяемые ячейки, являются ячейки, которые предназначены для хранения значений искомым неизвестных), переключатель установим в положение: минимальному значению.

В поле «Изменяя ячейки» введем ссылки на изменяемые ячейки, разделяя их запятыми; либо, если ячейки находятся рядом, указывая первую и последнюю ячейку, разделяя их двоеточием (\$C\$4:\$G\$6). Это означает, что для достижения минимальной стоимости перевозок будут меняться значения в ячейках с C4 по G6, то есть будут изменяться количество груза, перевезенного по конкретному маршруту.

Если сейчас запустить процесс подбора параметров, то будет найден вариант, где все переменные равны нулю. И это правильно – если не перевозить ничего, то это самый дешевый вариант. Но нам необходимо перевезти сигареты, поэтому надо наложить некоторые ограничения для поиска решения.

В группе полей «Ограничения» нажмите кнопку «Добавить». Появится диалог «Добавление ограничения» (рис. 7).

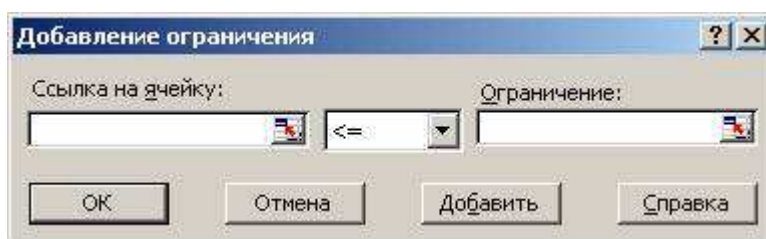


Рис. 7. Диалоговое окно Добавление ограничения

Следует ввести левую часть ограничения в левое поле, выбрать знак условия, накладываемого на значение и ввести правую часть ограничения. Как и в других случаях, можно не вводить ссылки на ячейки, а выделить мышью эти ячейки. После ввода одного ограничения следует нажать кнопку «Добавить» и ввести следующее. По окончании ввода всех ограничений нажмем на кнопку ОК. В диалоге появятся строки введенных ограничений (рис. 8).

Для изменения и удаления ограничений в списке «Ограничения» диалогового окна «Поиск решения» нужно указать ограничение, которое требуется изменить или удалить. Выберем команду «Изменить» и внесем изменения, либо нажмем кнопку «Удалить».

Рассмотрим более подробно условия, которые следует наложить на значения в некоторых ячейках для правильного решения задачи.

Первое условие:  $B4:B6 \leq B9:B11$ . Оно означает, что значение в ячейке B4 должно быть меньше или равно значению в B9, в B5 меньше или равно, чем в B10, и так далее.

В ячейках с B4 по B6 на листе находятся объемы поставок с конкретных складов. В ячейках с B9 по B11 – запасы на этих же складах.

Так как невозможно вывести со склада больше, чем на нем есть, первое значение должно быть не больше второго.

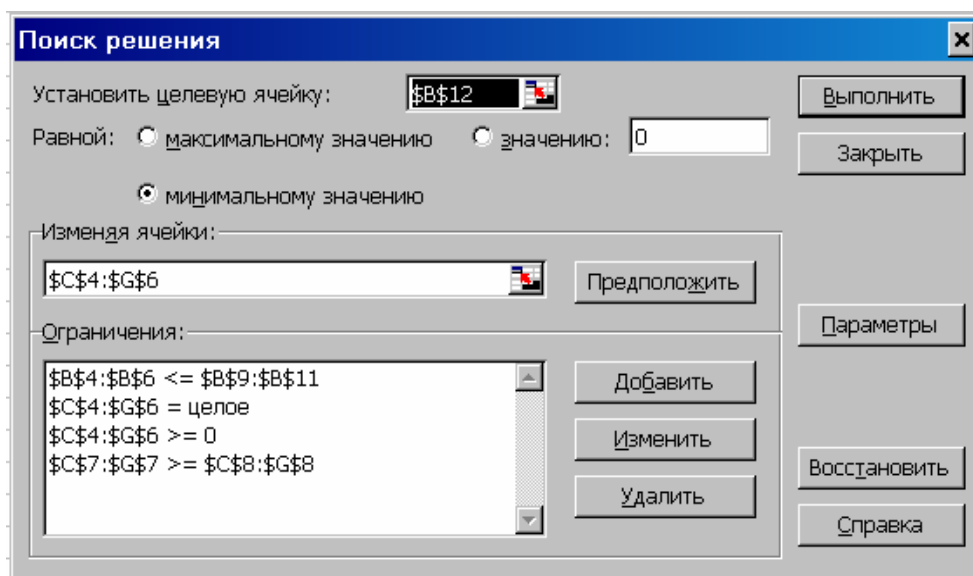


Рис. 8. Диалоговое окно «Поиск решения» с заполненными полями

Второе условие:  $\$C\$4:\$G\$6 = \text{целое}$ , это значит, что мы хотим получить стоимость перевозок в целых числах.

Третье условие:  $\$C\$4:\$G\$6 \geq 0$ . Оно означает, что объем перевозок не может быть отрицательным, то есть, если на складе не хватает сигарет, их не везут из магазина, в который эти сигареты были завезены ранее. Грузопоток имеет только одно направление - от складов к магазинам, к которые нужно доставить сигареты.

Четвертое условие:  $\$C\$7:\$G\$7 \geq \$C\$8:\$G\$8$ . Оно означает, что значения в ячейках седьмой строки должны быть больше или равны значениям в ячейках восьмой строки, то есть запросы магазинов должны быть выполнены полностью. Перевыполнение объема поставок допустимо, а невыполнение – нет.

Введенные условия должны позволить найти наиболее оптимальный вариант решения задачи.. Нажмем кнопку **Выполнить** для подбора решения.

После нахождения решения появляется диалог **Результаты поиска решения** (рис. 11).



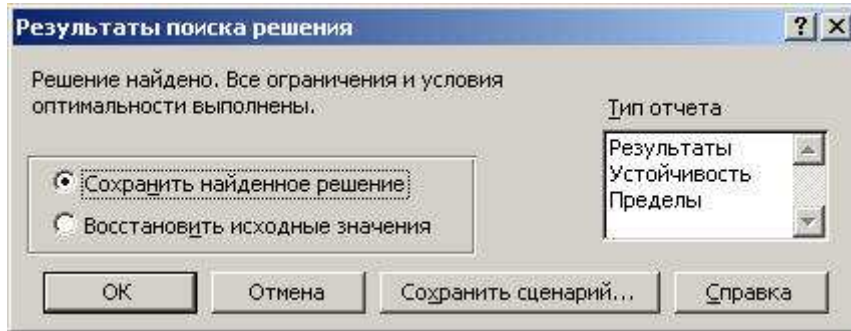


Рис. 9. Диалоговое окно Результаты поиска решения

Нажав кнопку ОК, вы занесете вариант решения на рабочий лист (рис. 10), а, нажав «Тип отчета» «Результаты», можно получить отчет по результатам найденного решения (рис. 11).

	A	B	C	D	E	F	G
1		<b>Оптимизация стоимости перевозок</b>					
2		<b>Потребители</b>	Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	Магазин 4	Магазин 5
3	<b>Поставщики</b>						
4	Склад 1	200	0	60	0	140	0
5	Склад 2	250	30	0	100	0	120
6	Склад 3	249,999999	50	199,999999	0	0	0
7		<b>Факт</b>	80	259,999999	100	140	120
8		<b>Запросы</b>	80	260	100	140	120
9	Склад 1	200	7	9	15	4	18
10	Склад 2	250	13	25	8	15	5
11	Склад 3	250	5	11	6	20	12
12		5339,999989	640	2739,999989	800	560	600
13							
14							
15	<b>Минимальная стоимость перевозок</b>	5339,999989	кор. - у.е.				
16							

Рис. 10. Решенная транспортная задача

Минимальная стоимость перевозок при соблюдении всех условий равна 5340 кор. – у.е.

Таблица 6

*Отчет по результатам решения транспортной задачи*

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам  
 Рабочий лист: [Транспортная.xls]Лист2  
 Отчет создан: 04.06.2010 12:08:33

Целевая ячейка (Минимум)			
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$B\$12	Запросы	5339,89	5339,89

Продолжение табл. 6

Изменяемые ячейки			
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$C\$4	Склад 1 Магазин 1	0	0
\$D\$4	Склад 1 Магазин 2	60	60
\$E\$4	Склад 1 Магазин 3	0	0
\$F\$4	Склад 1 Магазин 4	140	140
\$G\$4	Склад 1 Магазин 5	0	0
\$C\$5	Склад 2 Магазин 1	30	30
\$D\$5	Склад 2 Магазин 2	0	0
\$E\$5	Склад 2 Магазин 3	100	100
\$F\$5	Склад 2 Магазин 4	0	0
\$G\$5	Склад 2 Магазин 5	120	120
\$C\$6	Склад 3 Магазин 1	50	50
\$D\$6	Склад 3 Магазин 2	199,99	199,99
\$E\$6	Склад 3 Магазин 3	0	0
\$F\$6	Склад 3 Магазин 4	0	0
\$G\$6	Склад 3 Магазин 5	0	0

Ограничения					
Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
\$B\$4	Склад 1 Потребители	200	\$B\$4<=\$B\$9	связанное	0
\$B\$5	Склад 2 Потребители	250	\$B\$5<=\$B\$10	связанное	0
\$B\$6	Склад 3 Потребители	249,99	\$B\$6<=\$B\$11	связанное	0
\$C\$7	ИТОГО: Магазин 1	80	\$C\$7>=\$C\$8	связанное	0
\$D\$7	ИТОГО: Магазин 2	259,99	\$D\$7>=\$D\$8	связанное	0
\$E\$7	ИТОГО: Магазин 3	100	\$E\$7>=\$E\$8	связанное	0
\$F\$7	ИТОГО: Магазин 4	140	\$F\$7>=\$F\$8	связанное	0
\$G\$7	ИТОГО: Магазин 5	120	\$G\$7>=\$G\$8	связанное	0
\$C\$4	Склад 1 Магазин 1	0	\$C\$4>=0	связанное	0
\$D\$4	Склад 1 Магазин 2	60	\$D\$4>=0	не связан.	60
\$E\$4	Склад 1 Магазин 3	0	\$E\$4>=0	связанное	0
\$F\$4	Склад 1 Магазин 4	140	\$F\$4>=0	не связан.	140
\$G\$4	Склад 1 Магазин 5	0	\$G\$4>=0	связанное	0
\$C\$5	Склад 2 Магазин 1	30	\$C\$5>=0	не связан.	30
\$D\$5	Склад 2 Магазин 2	0	\$D\$5>=0	связанное	0
\$E\$5	Склад 2 Магазин 3	100	\$E\$5>=0	не связан.	100
\$F\$5	Склад 2 Магазин 4	0	\$F\$5>=0	связанное	0
\$G\$5	Склад 2 Магазин 5	120	\$G\$5>=0	не связан.	120
\$C\$6	Склад 3 Магазин 1	50	\$C\$6>=0	не связан.	50
\$D\$6	Склад 3 Магазин 2	199,99	\$D\$6>=0	не связан.	199,9
\$E\$6	Склад 3 Магазин 3	0	\$E\$6>=0	связанное	0
\$F\$6	Склад 3 Магазин 4	0	\$F\$6>=0	связанное	0
\$G\$6	Склад 3 Магазин 5	0	\$G\$6>=0	связанное	0
\$C\$4	Склад 1 Магазин 1	0	\$C\$4=целое	связанное	0

*Окончание таблицы 6*

\$D\$4	Склад 1 Магазин 2	60	\$D\$4=целое	связанное	0
\$E\$4	Склад 1 Магазин 3	0	\$E\$4=целое	связанное	0
\$F\$4	Склад 1 Магазин 4	140	\$F\$4=целое	связанное	0
\$G\$4	Склад 1 Магазин 5	0	\$G\$4=целое	связанное	0
\$C\$5	Склад 2 Магазин 1	30	\$C\$5=целое	связанное	0
\$D\$5	Склад 2 Магазин 2	0	\$D\$5=целое	связанное	0
\$E\$5	Склад 2 Магазин 3	100	\$E\$5=целое	связанное	0
\$F\$5	Склад 2 Магазин 4	0	\$F\$5=целое	связанное	0
\$G\$5	Склад 2 Магазин 5	120	\$G\$5=целое	связанное	0
\$C\$6	Склад 3 Магазин 1	50	\$C\$6=целое	связанное	0
\$D\$6	Склад 3 Магазин 2	199,99	\$D\$6=целое	связанное	0
\$E\$6	Склад 3 Магазин 3	0	\$E\$6=целое	связанное	0
\$F\$6	Склад 3 Магазин 4	0	\$F\$6=целое	связанное	0
\$G\$6	Склад 3 Магазин 5	0	\$G\$6=целое	связанное	0

## ЛИТЕРАТУРА

1. Маслов А.В., Григорьева А.А. Математическое моделирование в экономике и управлении: – Томск: Изд-во ТПУ, 2012. – 269 с.
2. Фомин Г. П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. – М.: Финансы и статистика, 2010.
3. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем. – М.: Финансы и статистика, 2009.
4. Чернышева Т.Ю., Маслов А.В. Транспортная задача. Метод. указ. –ИПЛ ЮФ ТПУ, 2008.
5. Домнина Е.Г., Ляхова Е.А., Маслов А.В. Экономико-математическое моделирование. Электронное учебное пособие. Юрга, 2011. 12 Мб.
6. <http://emmnew.narod.ru/> Решение задач по ЭММ в Excel.

Учебное издание

МАСЛОВ Анатолий Викторович

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Методические указания к выполнению лабораторных работ  
по курсу «Математическое моделирование»  
для магистрантов, обучающихся по направлению 230700  
«Прикладная информатика в аналитической экономике»

Печатается в редакции автора-составителя

**Отпечатано в Издательстве ЮТИ ТПУ в полном соответствии  
с качеством предоставленного оригинал-макета**

Подписано к печати 19.12.2012 г.  
Формат 60x84/23 Бумага офсетная.  
Плоская печать. Усл. печ. л. 2,24. Уч-изд. л. 1,82.  
Тираж 30 экз. Заказ 1702. Цена свободная.  
ИПЛ ЮТИ ТПУ. Ризограф ЮТИ ТПУ.  
652000, г. Юрга, ул. Московская, 17.