

Лекция №8

Переходные процессы. Методы расчета

© 2021 Томский политехнический университет, ОЭЭ ИШЭ

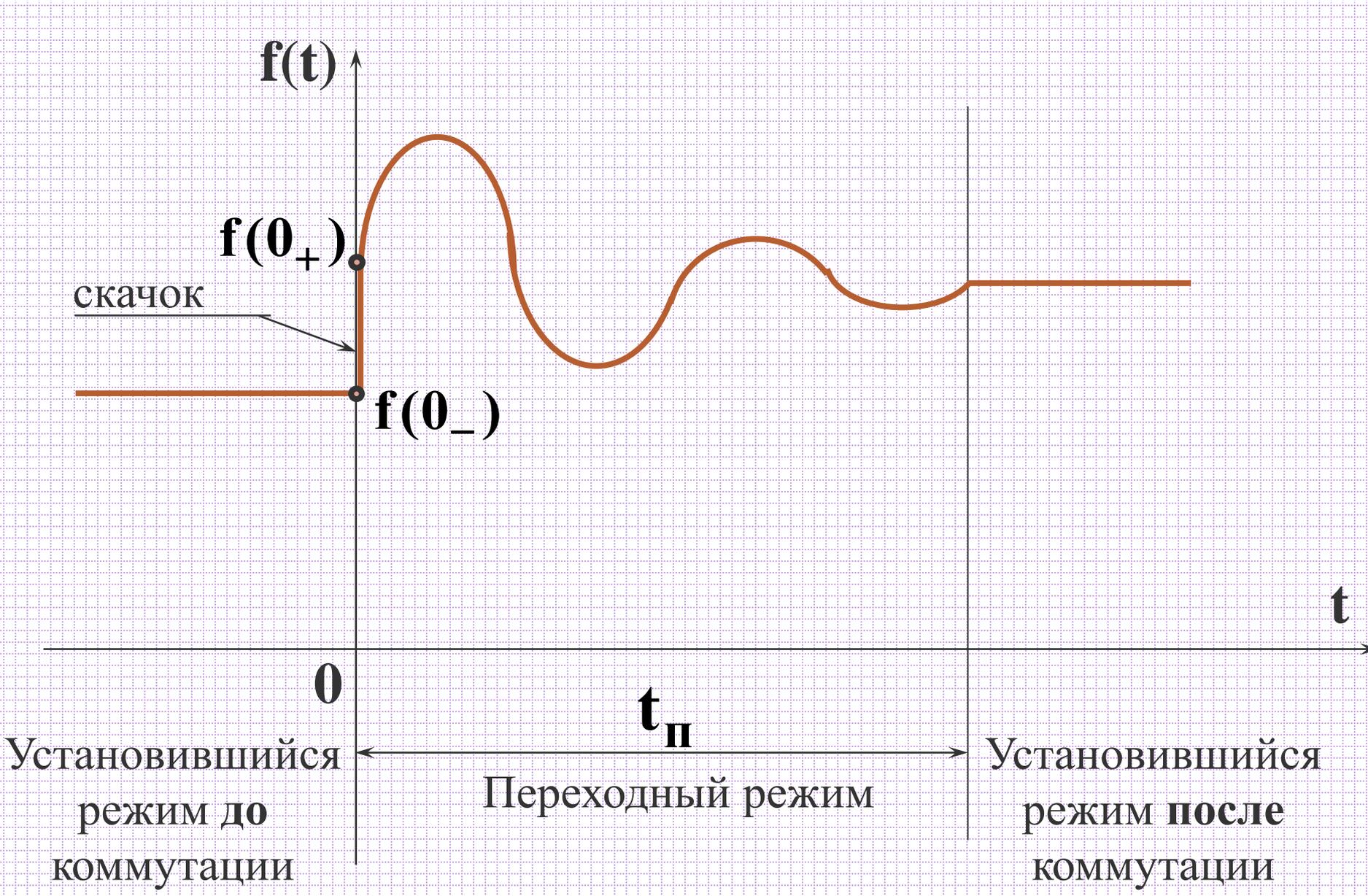
Лектор: к.т.н., доцент Васильева Ольга Владимировна

**Переходные процессы
возникают при *включении*
или *отключении* источников,
элементов цепи, при *коротких*
замыканиях и *обрывах* проводов,
а также при *различных импульсных*
воздействиях на цепь, например,
при *грозовых разрядах***

Переходный процесс или
переходный режим цепи – это
изменение во времени
напряжений и токов от одних
установившихся значений
к другим установившимся
значениям

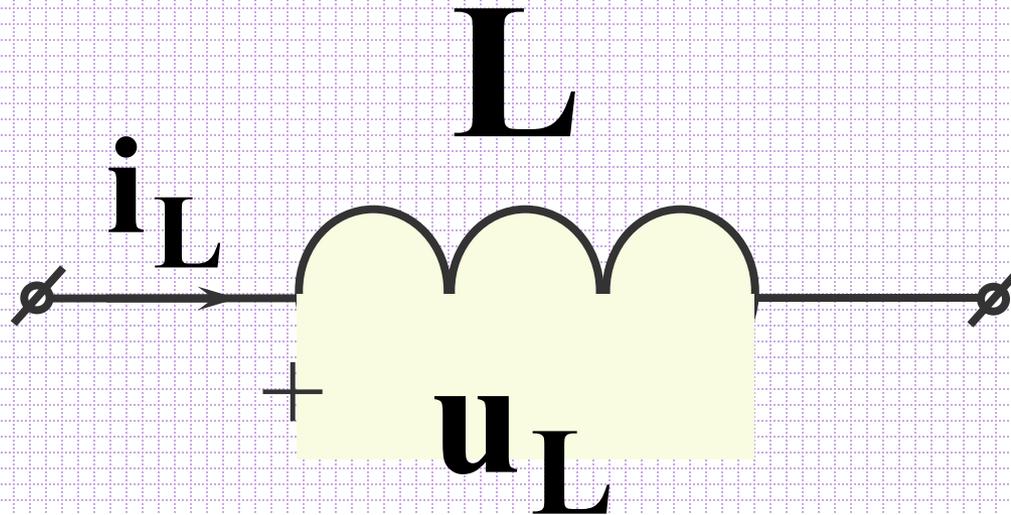
- при времени $t=\infty$ переходный процесс теоретически заканчивается и наступает новый установившийся режим
- время $t<0$ характеризует режим цепи до коммутации
- момент времени $t=0$ - соответствует последнему моменту перед коммутацией

- **момент времени $t=0+$ соответствует первому моменту времени после коммутации**
- **скачок – это мгновенное изменение напряжения или тока при $t=0+$**



Законы коммутации

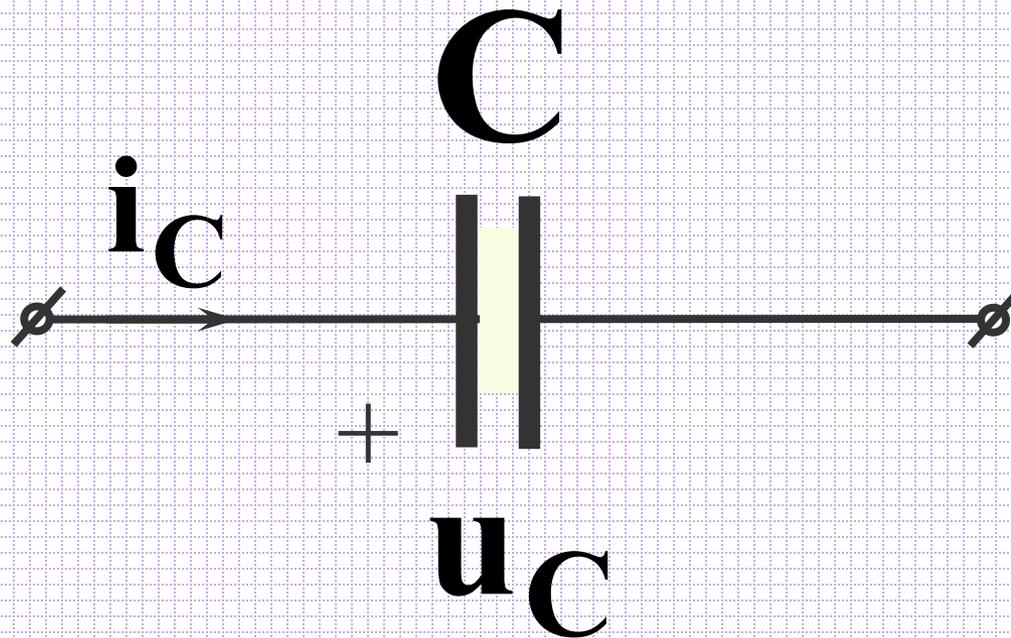
1. Первый закон коммутации



$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

**Ток в индуктивности не
может измениться
скачком**

2. Второй закон коммутации



$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

**Напряжение на емкости
не может измениться
скачком**

**Переходный процесс
обусловлен наличием в
цепи *L* и *C***

Классический метод расчета переходных процессов

Различают:

а) *независимые* **начальные условия**

$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

И

$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

б) *зависимые* начальные
условия

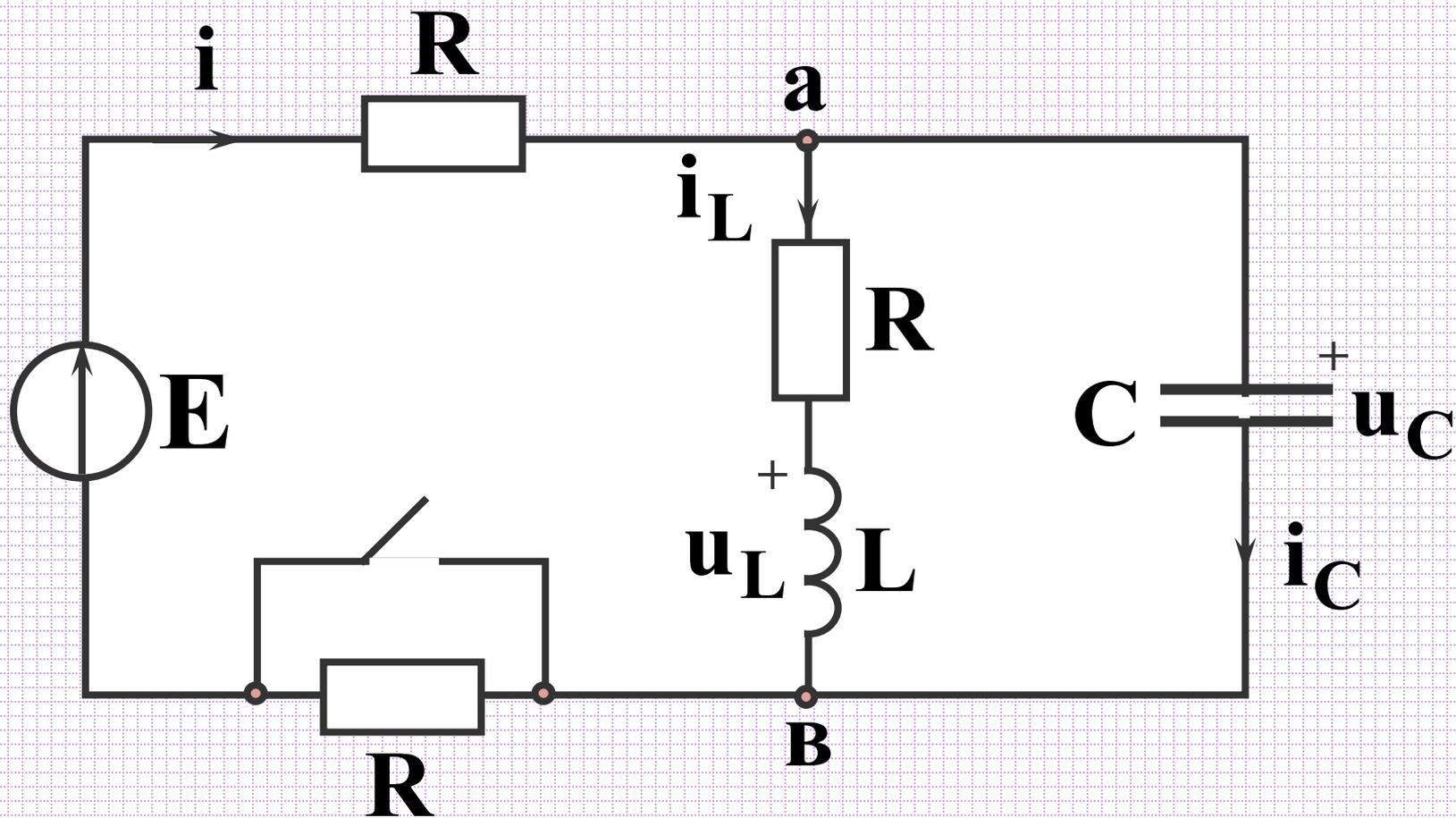
$$i_C(0_+), u_L(0_+)$$

и другие величины

в) *принужденные*

составляющие, определяемые
из расчета установившегося
режима *после* коммутации

Пример:



Дано:

$$E = 300 \text{ В}$$

$$R = 100 \text{ Ом}$$

Определить:

начальные условия и

принужденные составляющие

а) *независимые* начальные условия (схема **до** коммутации)

При постоянных источниках:

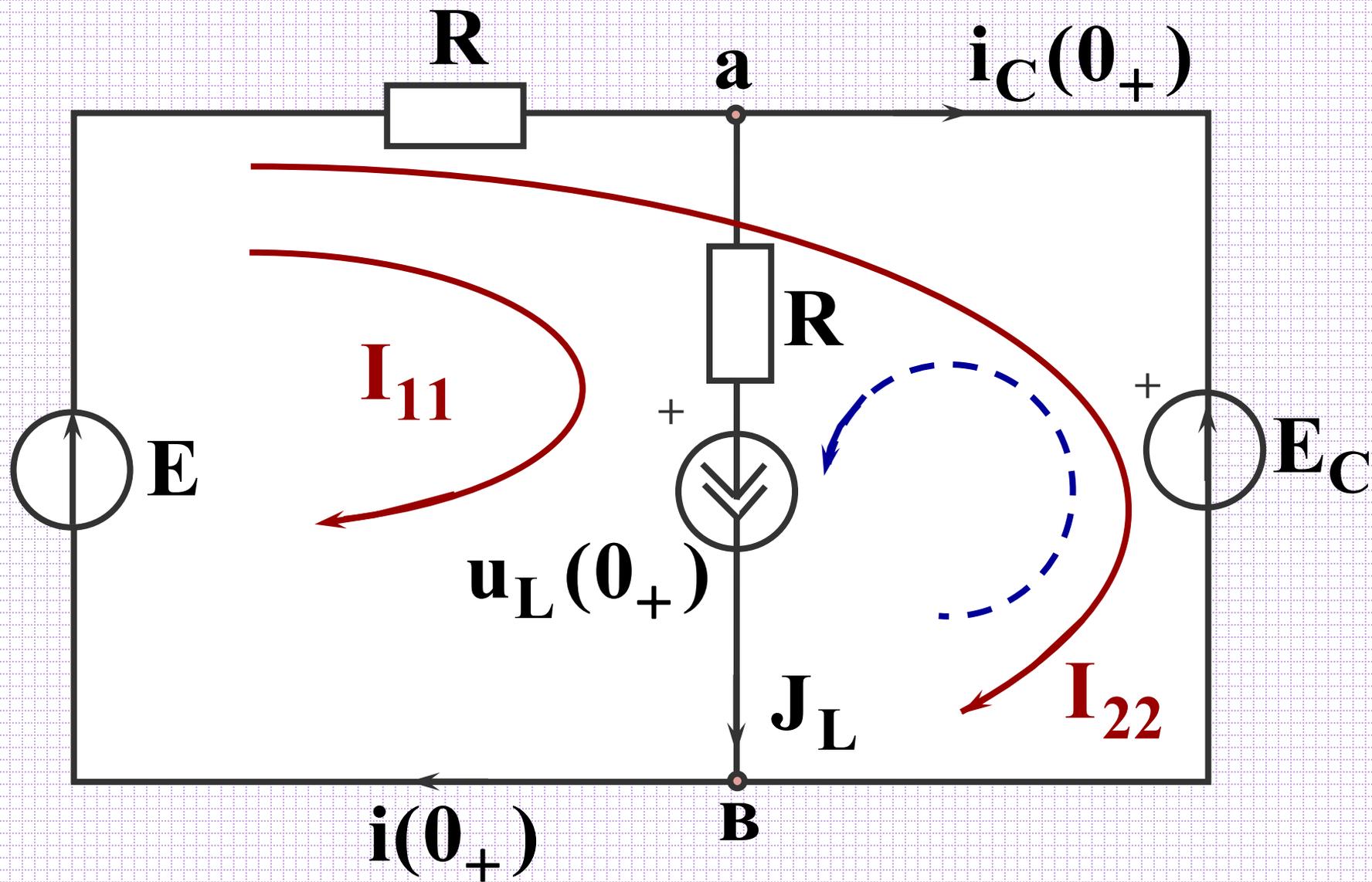
L – короткая, C – разрыв.

$$i_L(0_-) = \frac{E}{3R} = 1 \text{ A}$$

$$u_C(0_-) = i_L(0_-)R = 100 \text{ B}$$

б) *зависимые* начальные
условия

(схема *после* коммутации
при $t = 0_+$)



$$\mathbf{J_L = i_L(0_-) = i_L(0_+) = 1 \text{ A}}$$

$$\mathbf{E_C = u_C(0_+) = u_C(0_-) = 100 \text{ B}}$$

$$\mathbf{I_{11} = J_L = 1 \text{ A}}$$

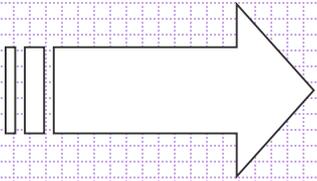
$$\mathbf{I_{22}R + I_{11}R = E - E_C}$$

$$I_{22} = \frac{E - E_C - I_{11}R}{R} = 1 \text{ A}$$

$$i(0_+) = I_{11} + I_{22} = 2 \text{ A}$$

$$i_C(0_+) = I_{22} = 1 \text{ A}$$

$$\mathbf{E}_C - \mathbf{u}_L(\mathbf{0}_+) = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_L(\mathbf{0}_+)$$



$$\mathbf{u}_L(\mathbf{0}_+) = \mathbf{E}_C - \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_L(\mathbf{0}_+) = \mathbf{0}$$

В) *принужденные составляющие*

(схема *после* коммутации при

$t = \infty$)

При постоянных источниках:

L – короткая, C – разрыв.

$$\mathbf{i}_{\text{пр}} = \mathbf{i}_{L_{\text{пр}}} = \frac{\mathbf{E}}{2R} = 1.5 \text{ A}$$

$$\mathbf{u}_{C_{\text{пр}}} = R \cdot \mathbf{i}_{L_{\text{пр}}} = 150 \text{ B}$$

$$\mathbf{i}_{C_{\text{пр}}} = 0$$

$$\mathbf{u}_{L_{\text{пр}}} = 0$$

**Порядок расчета
классическим методом
цепи 1 порядка**

Решение дифференциального уравнения 1 порядка ищем в виде:

$$i_1(t) = i_{пр1}(t) + Ae^{pt}$$

1. Определяются ННУ при $t = 0_-$:

$$i_L(0_-) \quad \text{или} \quad u_C(0_-)$$

2. Определяются ЗНУ при $t = 0_+$:

$$u_L(0_+), i_C(0_+)$$

и другие напряжения и токи

3. Определяются принужденные составляющие при

$$t = \infty$$

4. Определяется корень p по

$$Z(p) = 0$$

5. Определяется постоянная интегрирования A или B при

$$t = 0_+ :$$

$$A = i(0_+) - i_{\text{пр}}(0)$$

$$B = u(0_+) - u_{\text{пр}}(0)$$

6. Записывается окончательный результат

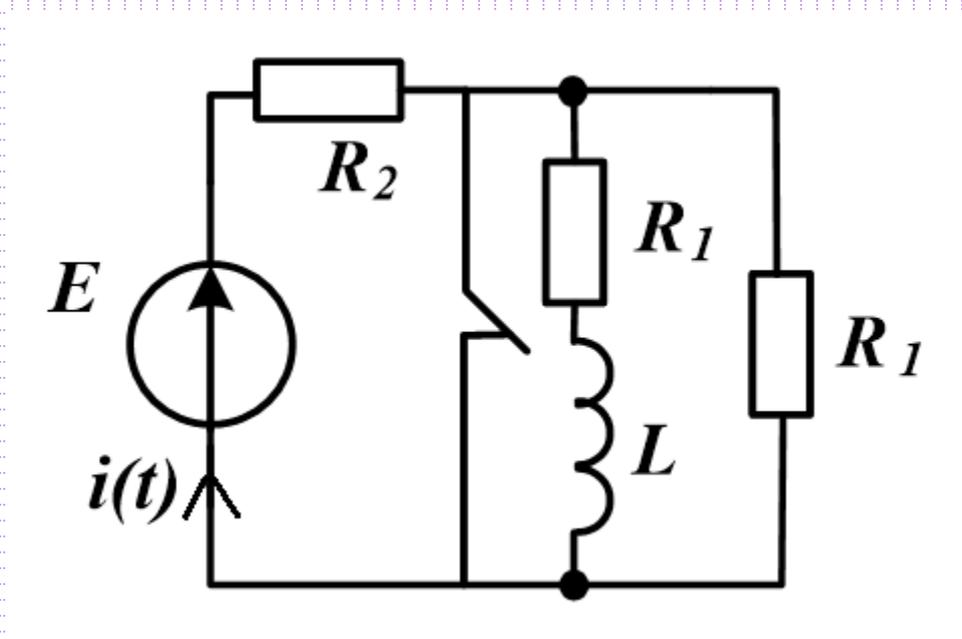
$$i(t) = i_{\text{пр}}(t) + Ae^{pt}$$

$$u(t) = u_{\text{пр}}(t) + Be^{pt}$$

Длительность переходного
процесса равна:

$$t_{\text{п}} = 5 \tau$$

Пример:



Дано:

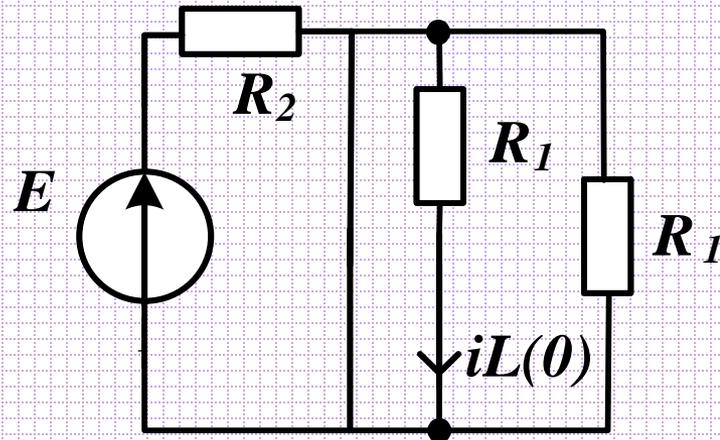
$$R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом}; L = 0.2 \text{ Гн}; E = 20 \text{ В}$$

Определить:

$$i(t) - ?$$

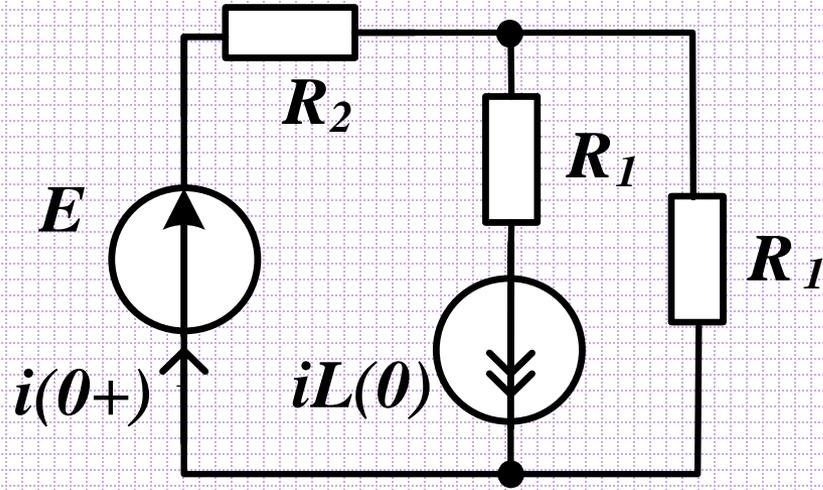
Ищем решение в виде:

$$i(t) = i_{\text{св}}(t) + i_{\text{пр}} = Ae^{pt} + i(\infty)$$



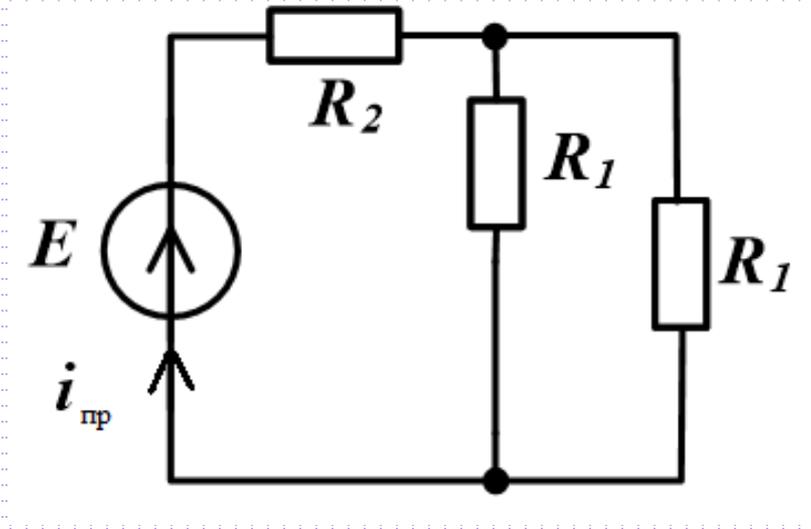
ННУ:

$$iL(0) = 0 \text{ A}$$



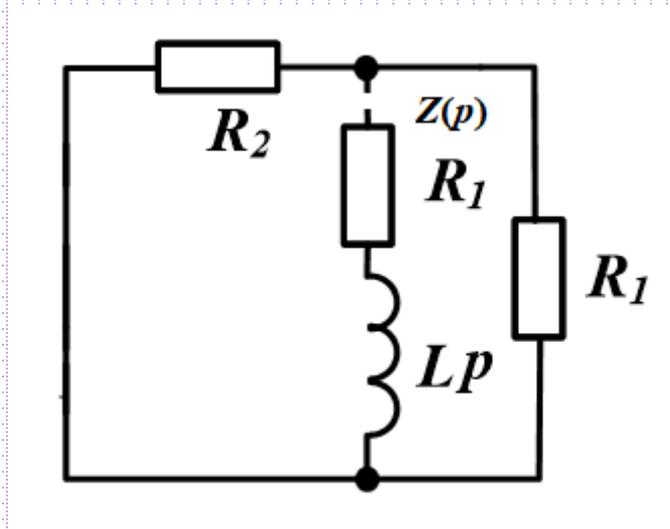
3HУ:

$$i(0+) = \frac{E}{R_1 + R_2} = 0.667 \text{ A}$$



Принужденная составляющая:

$$i_{\text{пр}} = \frac{E}{R_2 + \frac{R_1}{2}} = 0.8 \text{ A}$$



Корень характеристического уравнения:

$$Z(p) = L \cdot p + R_1 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 0; \quad p = -83.3 \text{ с}^{-1}$$

Постоянная интегрирования:

$$A = i(0+) - i_{\text{пр}} = -0.133 \text{ А}$$

Окончательный ответ:

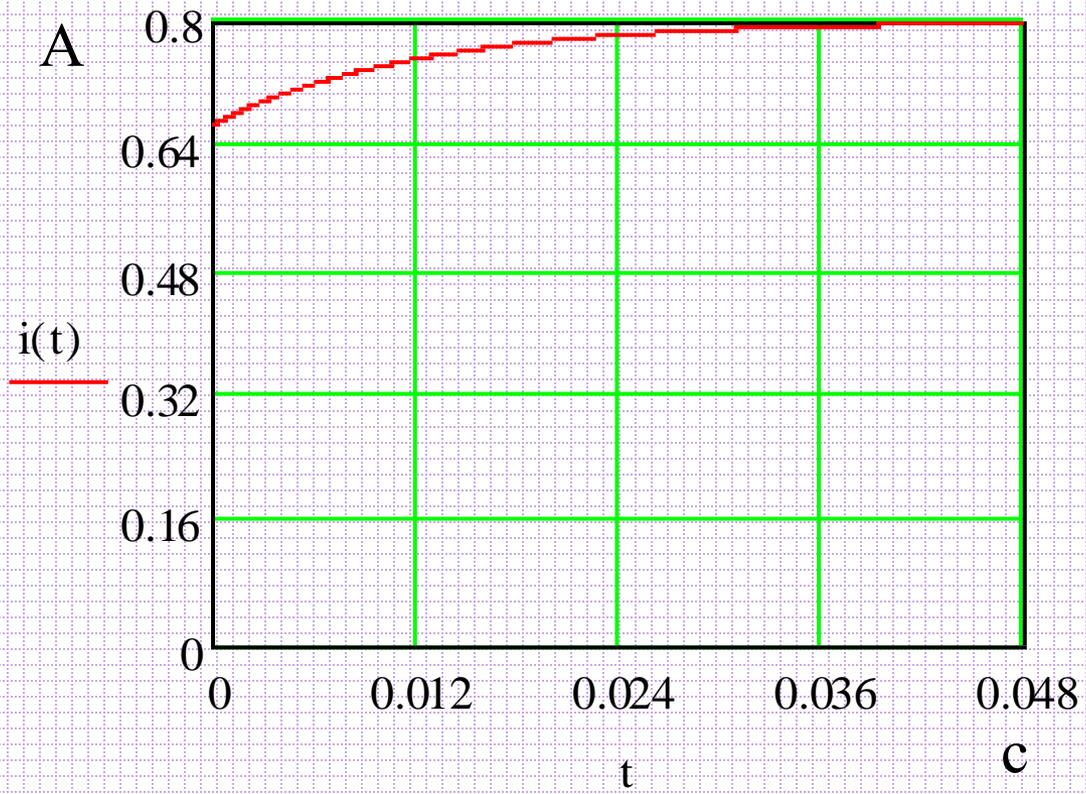
$$i(t) = -0.133 \cdot e^{(-83.3) \cdot t} + 0.8 \text{ А}$$

Постоянная времени:

$$\tau = \frac{1}{|p|} = 0.012 \text{ с}$$

Шаг:

$$t = 0, 0.01 \cdot \tau .. 4 \cdot \tau$$



Операторный метод расчета переходных процессов

Линейные дифференциальные уравнения, характеризующие переходные процессы в линейных цепях могут быть решены при помощи интегральных преобразований Лапласа.

Теорема разложения

Если операторное изображение
записано в виде

$$F(p) = \frac{D(p)}{B(p)} = \frac{d_0 + d_1p + d_2p^2 + \dots + d_m p^m}{b_0 + b_1p + b_2p^2 + \dots + b_n p^n}$$

причем

⇒ $m < n$

⇒ корни $\mathbf{B(p)=0}$ различны

⇒ корни $\mathbf{D(p)=0}$ и $\mathbf{B(p)=0}$
различны

**Тогда оригинал определяется
так:**

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{D(p_k)}{B'(p_k)} \cdot e^{p_k t}$$

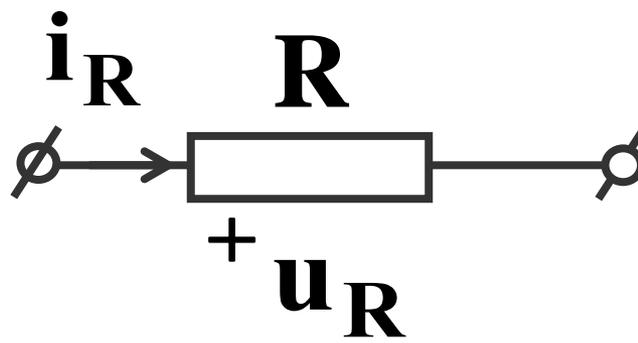
Где

$\Rightarrow p_k$ корни $\mathbf{B}(p)=0$

$$\Rightarrow \mathbf{B}'(p_k) = \left. \frac{d\mathbf{B}(p)}{dp} \right|_{p=p_k}$$

Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме

1. Резистивный элемент

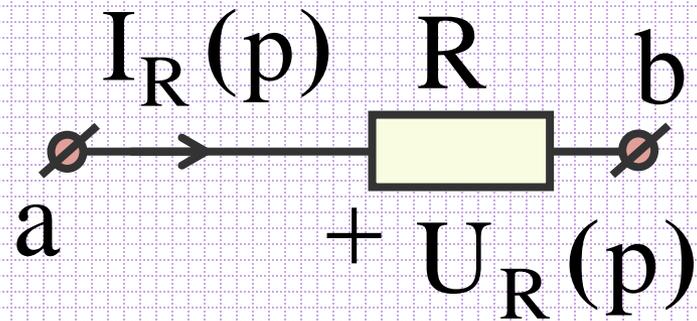
<i>Элемент</i>	 <p>The diagram shows a rectangular resistor symbol labeled R. An arrow labeled i_R points from left to right into the resistor. Below the resistor, a plus sign is followed by u_R, indicating the voltage across the resistor.</p>
<i>Закон Ома</i>	$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$

Тогда

$$\mathbf{U}_R(\mathbf{p}) = \mathbf{R} \cdot \mathbf{I}_R(\mathbf{p})$$

- закон Ома в операторной
форме для резистивного
элемента

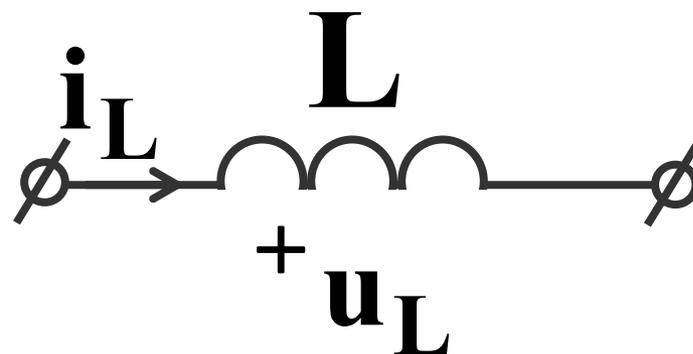
Таким образом операторная схема
замещения резистора:



$$U_R(p) = R I_R(p)$$

2. ИНДУКТИВНЫЙ ЭЛЕМЕНТ

Элемент



$$u_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = L \cdot i'_L(t)$$

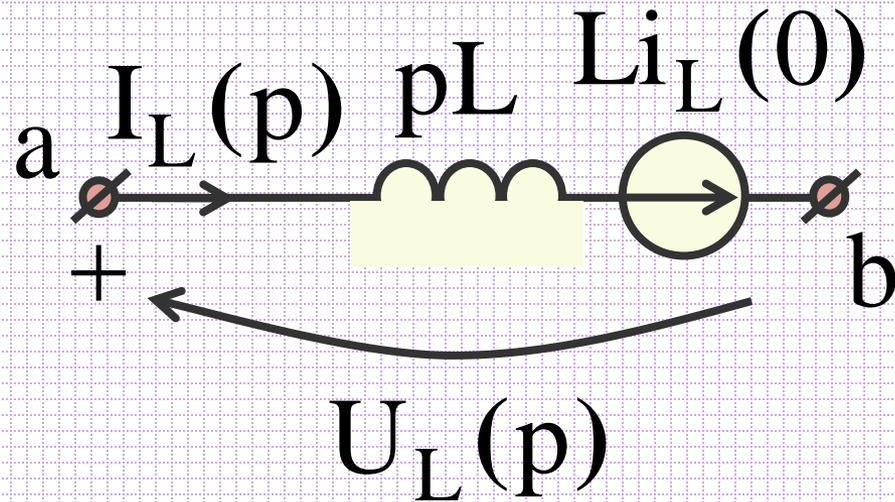
Имеем

$$U_L(p) = L \cdot [p \cdot I_L(p) - i_L(0_+)]$$

ИЛИ

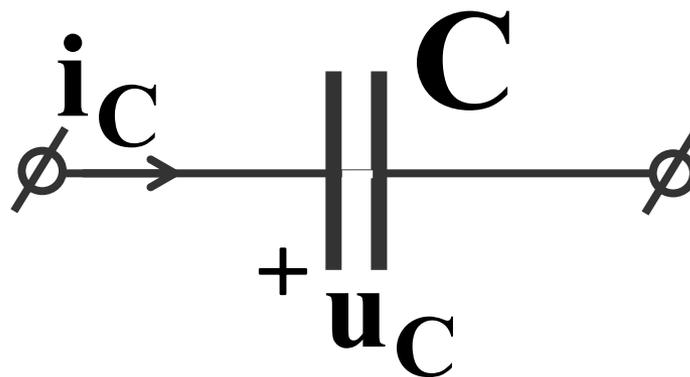
$$U_L(p) = Z_L(p) \cdot I_L(p) - L \cdot i_L(0_+)$$

Таким образом операторная
схема замещения индуктивности:



3. Емкостный элемент

Элемент



$$u_C(t) = u_C(0_+) + \frac{1}{C_0} \int_0^t i_C(t) dt$$

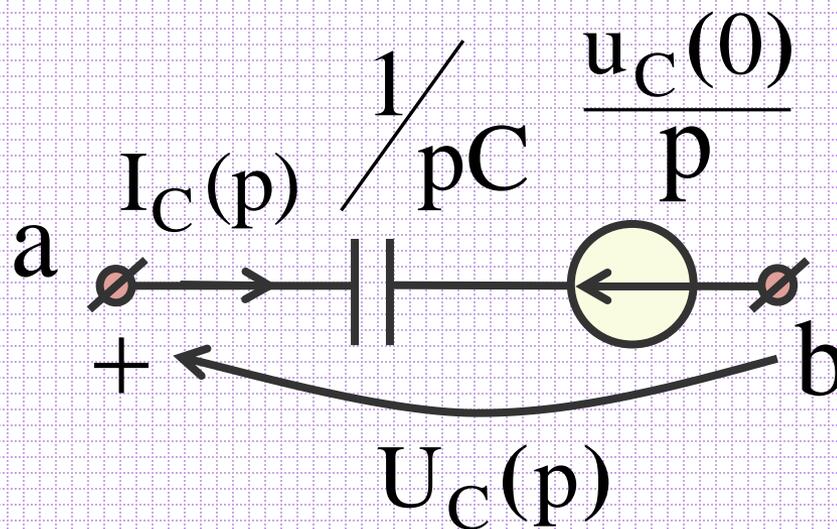
Имеем

$$U_C(p) = \frac{u_C(0_+)}{p} + \frac{I_C(p)}{pC}$$

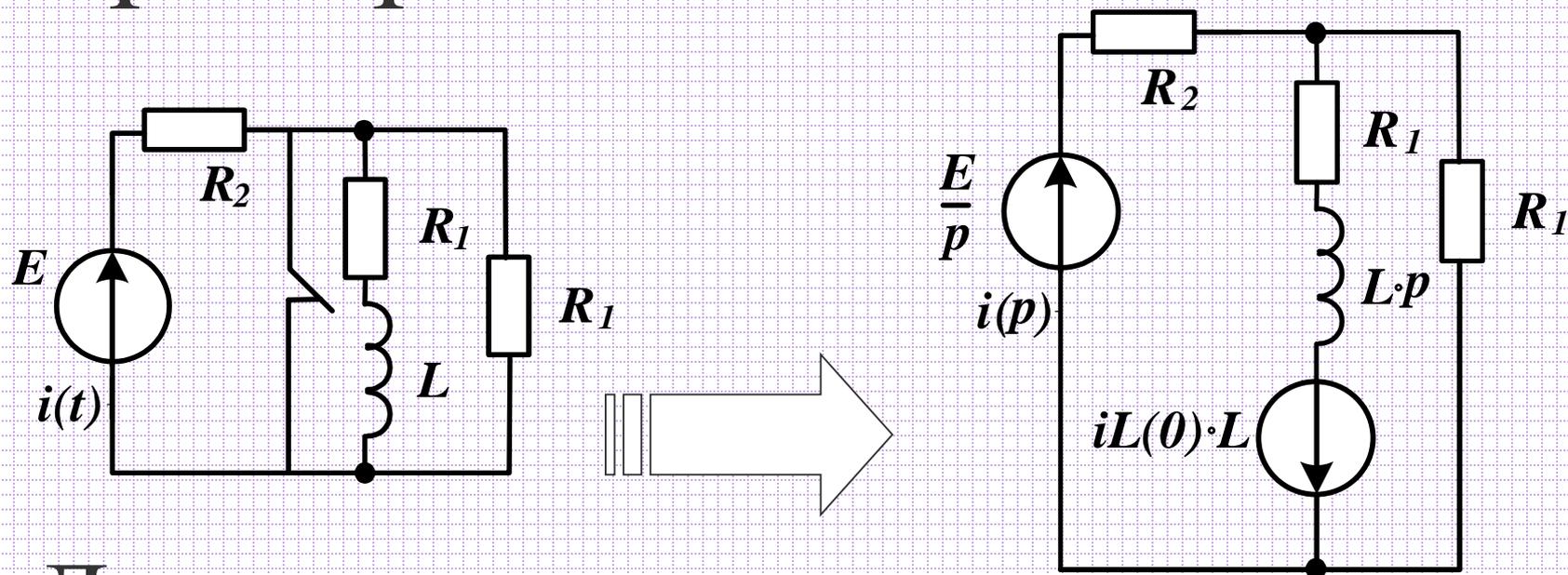
ИЛИ

$$U_C(p) = Z_C(p) \cdot I_C(p) + \frac{u_C(0_+)}{p}$$

**Таким образом операторная схема
замещения емкости:**



Пример:



Дано:

$$R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом}; L = 0.2 \text{ Гн}; E = 20 \text{ В}$$

Определить:

$$i(t) - ?$$

Операторное изображение тока:

$$I(p) = \frac{D(p)}{B(p)}$$

По 2 закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} i(p) &= \frac{\frac{E}{p} + iL(0) \cdot L}{R_2 + \frac{(R_1 + L \cdot p) \cdot R_1}{L \cdot p + 2 \cdot R_1}} = \\ &= \frac{E \cdot (2 \cdot R_1 + L \cdot p)}{R_1 \cdot L \cdot p^2 + R_2 \cdot L \cdot p^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot p + R_1^2 \cdot p} \end{aligned}$$

Оригинал тока:

$$i(t) = \frac{D(p_1)}{B'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{D(p_2)}{B'(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

Где:

$$B'(p) = 2 \cdot L \cdot (R_1 \cdot p + R_2 \cdot p) + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 + R_1^2$$

Окончательный результат:

$$i(t) = -0.133 \cdot e^{(-83.3) \cdot t} + 0.8 \text{ A}$$