

Лекция №7

**Линейные цепи с
взаимной индуктивностью.**

Трансформатор

© 2020 Томский политехнический университет, ОЭЭ ИШЭ

Лектор: к.т.н., доцент Васильева Ольга Владимировна

**Электрические цепи со взаимной
индуктивностью образуют
трансформаторы, электрические
машины и другие устройства с
магнитными потоками,
характеризуемые индуктивной
связью**

**Две катушки с токами индуктивно
связаны, если часть магнитного
потока одной катушки сцепляется с
витками другой катушки и
наоборот**

Параметрами индуктивной связи являются взаимная индуктивность M и коэффициент связи $K_{св}$, причем M пропорциональна взаимным магнитным потокам $\Phi_{12}=\Phi_{21}$

Взаимная индуктивность

$$M = \frac{W_1 \Phi_{12}}{i_2} = \frac{W_2 \Phi_{21}}{i_1}, \text{ Гн}$$

Коэффициент связи

$$K_{\text{св}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} < 1$$

Где

W_1 и W_2 числа витков катушек

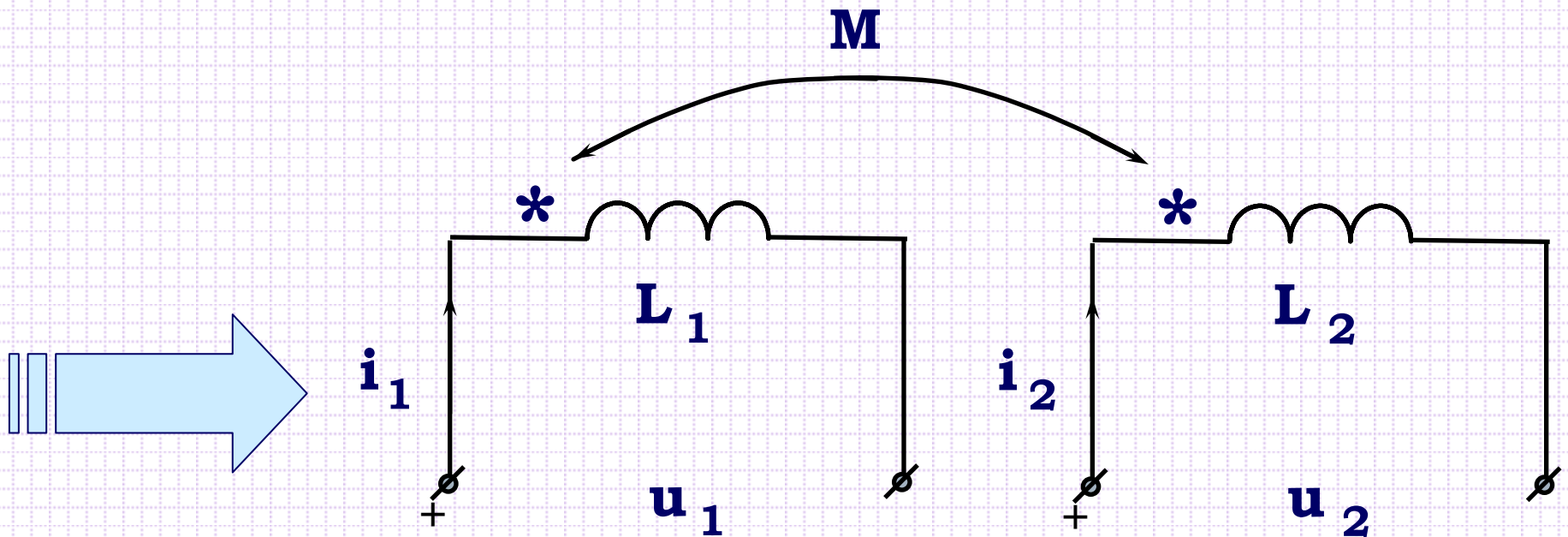
Φ_{12} и Φ_{21} взаимные магнитные
ПОТОКИ

i_1 и i_2 токи катушек

L_1 и L_2 собственные
ИНДУКТИВНОСТИ катушек

Различают **согласное и
встречное
включение двух
ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫХ
катушек**

Согласное включение



**Включение двух катушек
называется согласным,
если их взаимные магнитные
потоки Φ_{12} и Φ_{21} совпадают
по направлению между собой
При этом токи катушек i_1 и i_2
ориентированы одинаковым
образом относительно
одноименных зажимов (*)**

При гармонических токах и напряжениях

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2 = \underline{U}_{L_1} + \underline{U}_{M_1}$$

$$\underline{U}_2 = j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1 = \underline{U}_{L_2} + \underline{U}_{M_2}$$

Где

$$\underline{U}_{L_1} = j\omega L_1 \underline{I}_1 = jX_{L_1} \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_{L_2} = j\omega L_2 \underline{I}_2 = jX_{L_2} \underline{I}_2$$

составляющие, обусловленные
собственными индуктивностями

Где

$$\underline{U}_{M_1} = j\omega M \underline{I}_2 = jX_M \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_{M_2} = j\omega M \underline{I}_1 = jX_M \underline{I}_1$$

составляющие, обусловленные
взаимной индуктивностью

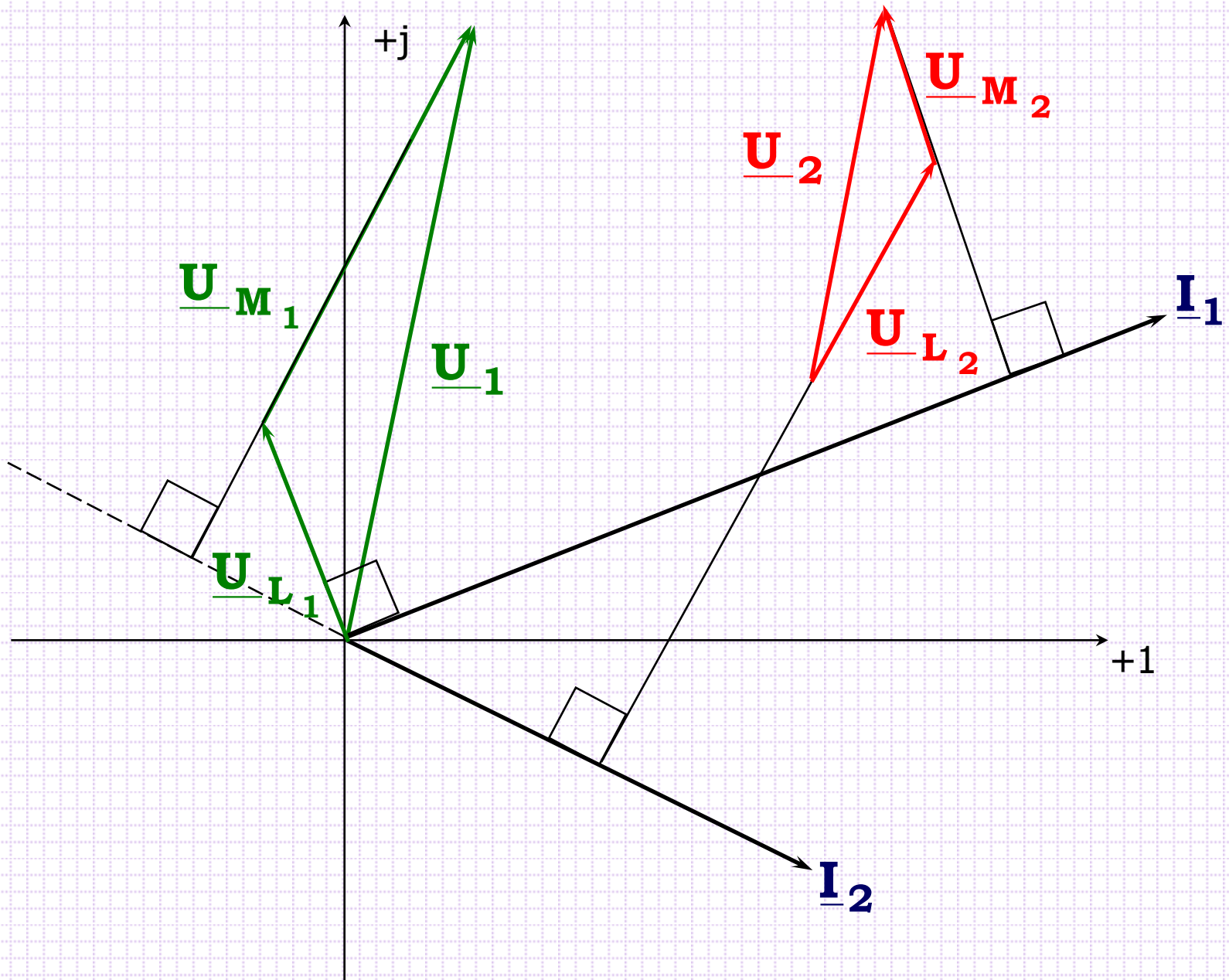
Где

$$\mathbf{X}_{L_1} = \omega L_1 \qquad \mathbf{X}_{L_2} = \omega L_2$$

индуктивные сопротивления

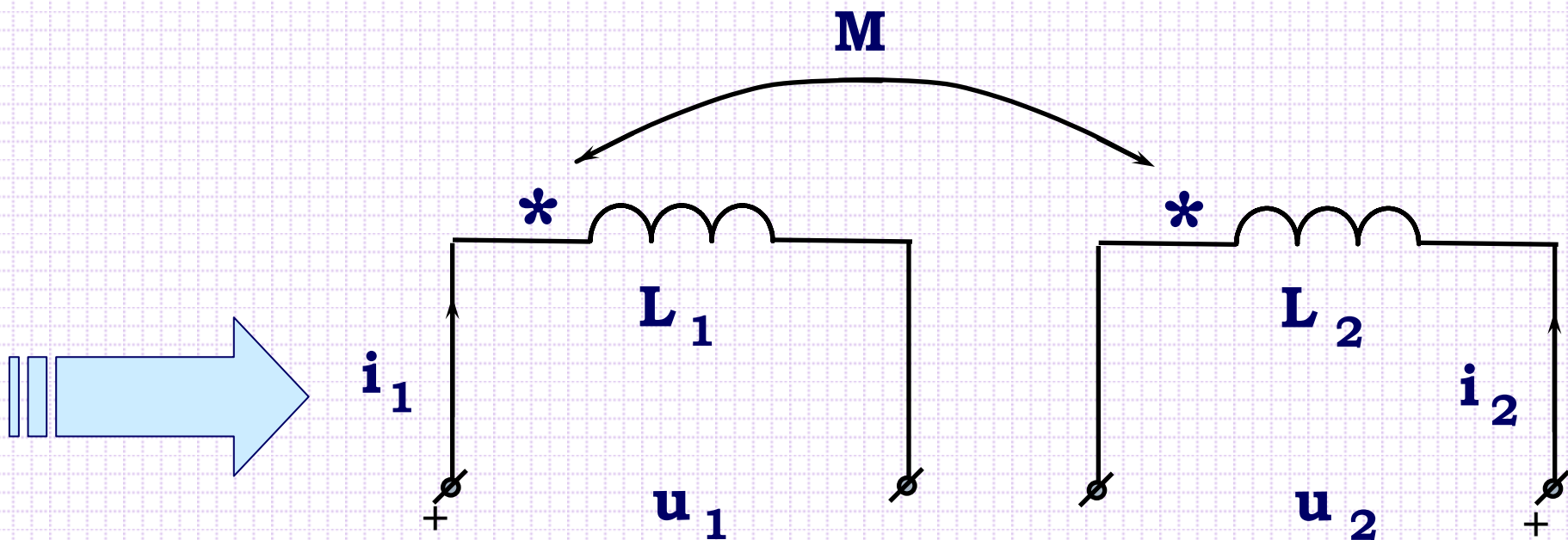
$$\mathbf{X}_M = \omega M$$

сопротивление взаимной
индукции



**При согласном включении
составляющие напряжений
взаимной индукции \underline{U}_{M1} и \underline{U}_{M2}
опережают токи их
создающие \underline{I}_2 и \underline{I}_1
соответственно на 90°**

Встречное включение



**Включение двух катушек
называется встречным,
если их взаимные магнитные
потoki Φ_{12} и Φ_{21} направлены
навстречу друг другу
При этом токи катушек i_1 и i_2
ориентированы различным
образом относительно
одноименных зажимов (*)**

При гармонических токах и напряжениях

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 = \underline{U}_{L_1} + \underline{U}_{M_1}$$

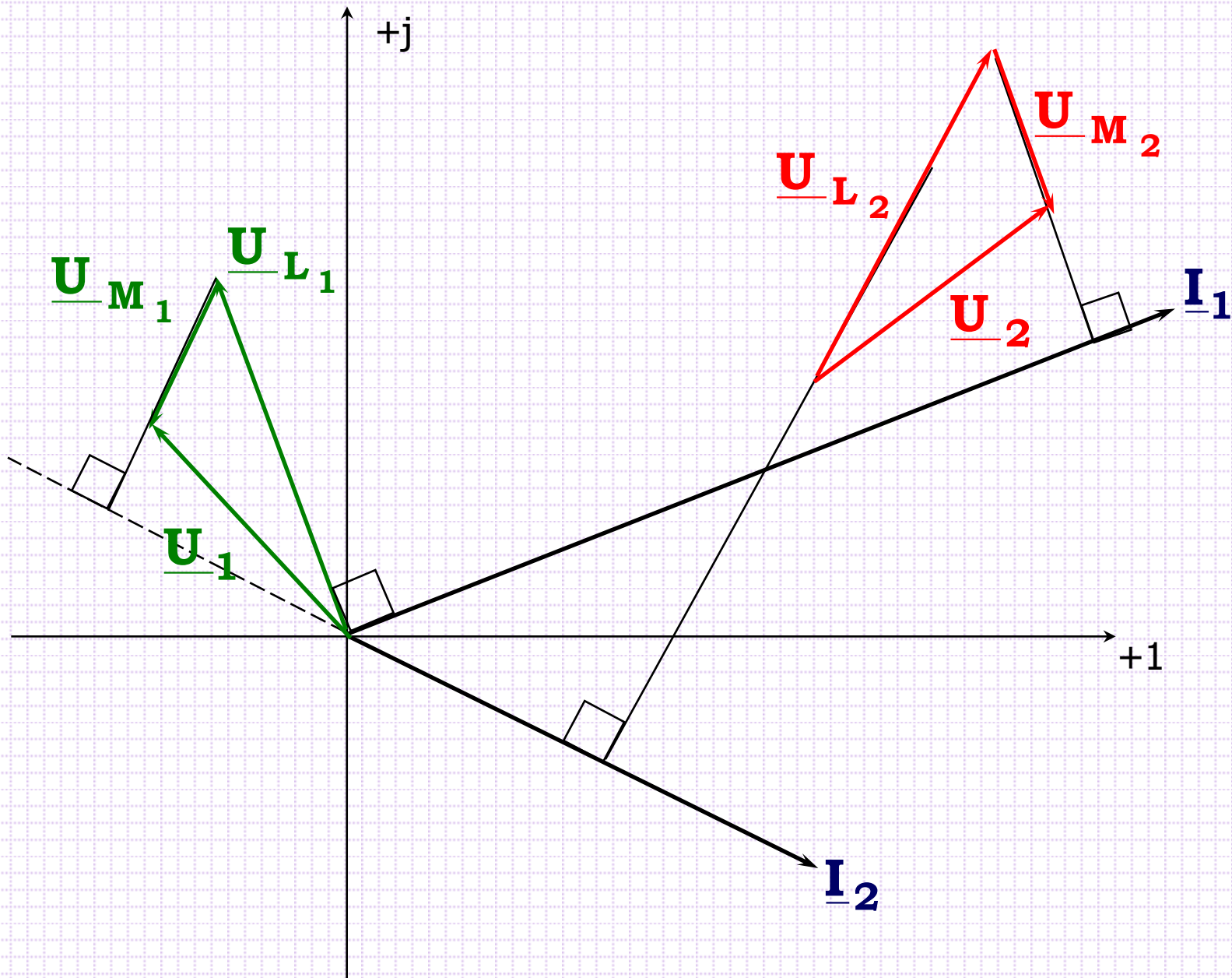
$$\underline{U}_2 = j\omega L_2 \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1 = \underline{U}_{L_2} + \underline{U}_{M_2}$$

Где

$$\underline{U}_{M_1} = -j\omega M \underline{I}_2 = -jX_M \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_{M_2} = -j\omega M \underline{I}_1 = -jX_M \underline{I}_1$$

составляющие, обусловленные
взаимной индуктивностью



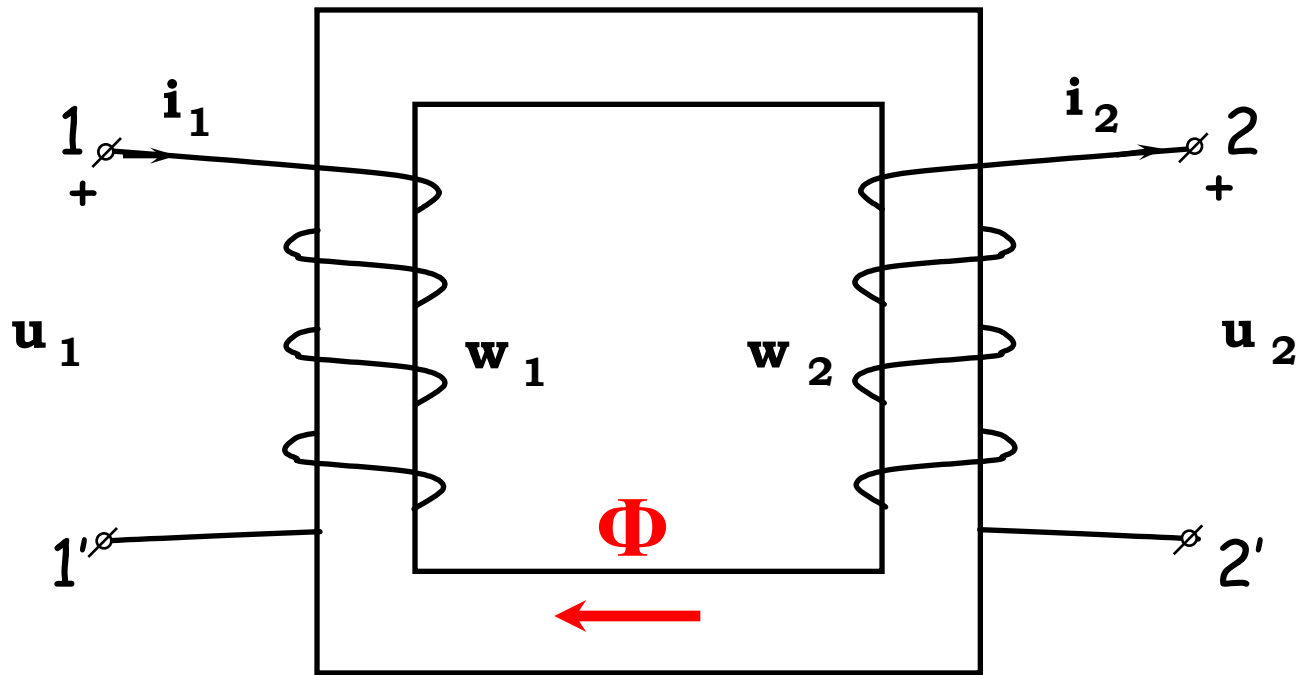
**При встречном включении
составляющие напряжений
взаимной индукции U_{M1} и U_{M2}
отстают от токов их
создающих I_2 и I_1
соответственно на 90°**

Трансформатор в линейном режиме

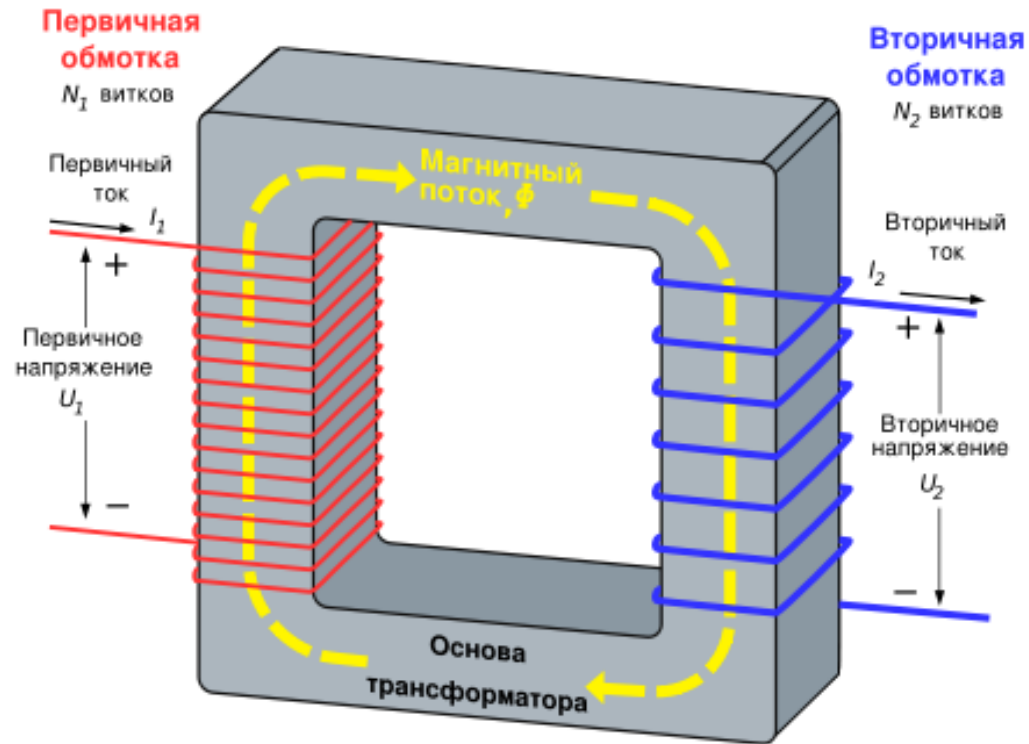


Трансформаторы предназначены для преобразования величин переменных напряжений и токов.

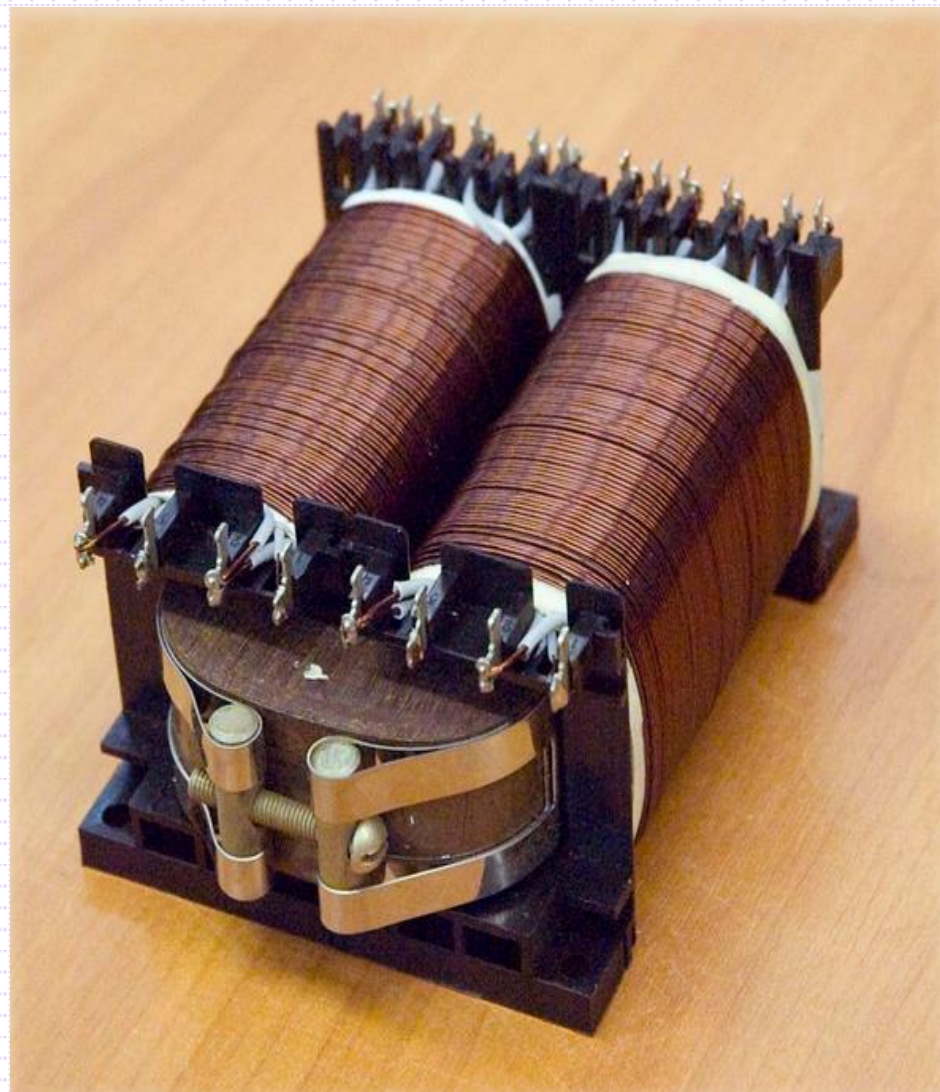
Простейший трансформатор – это две индуктивно связанные катушки, помещенные на ферромагнитный сердечник (магнитопровод)



Φ – магнитный поток, Вб



Обмотка трансформатора, к которой подводится питание, называется **первичной**, другая обмотка, к которой присоединяется нагрузка, - **вторичной**.



**В линейном режиме
магнитопровод ненасыщен или
отсутствует
(воздушный трансформатор)**

**При этом индуктивности и
сопротивления катушек
трансформатора постоянны**

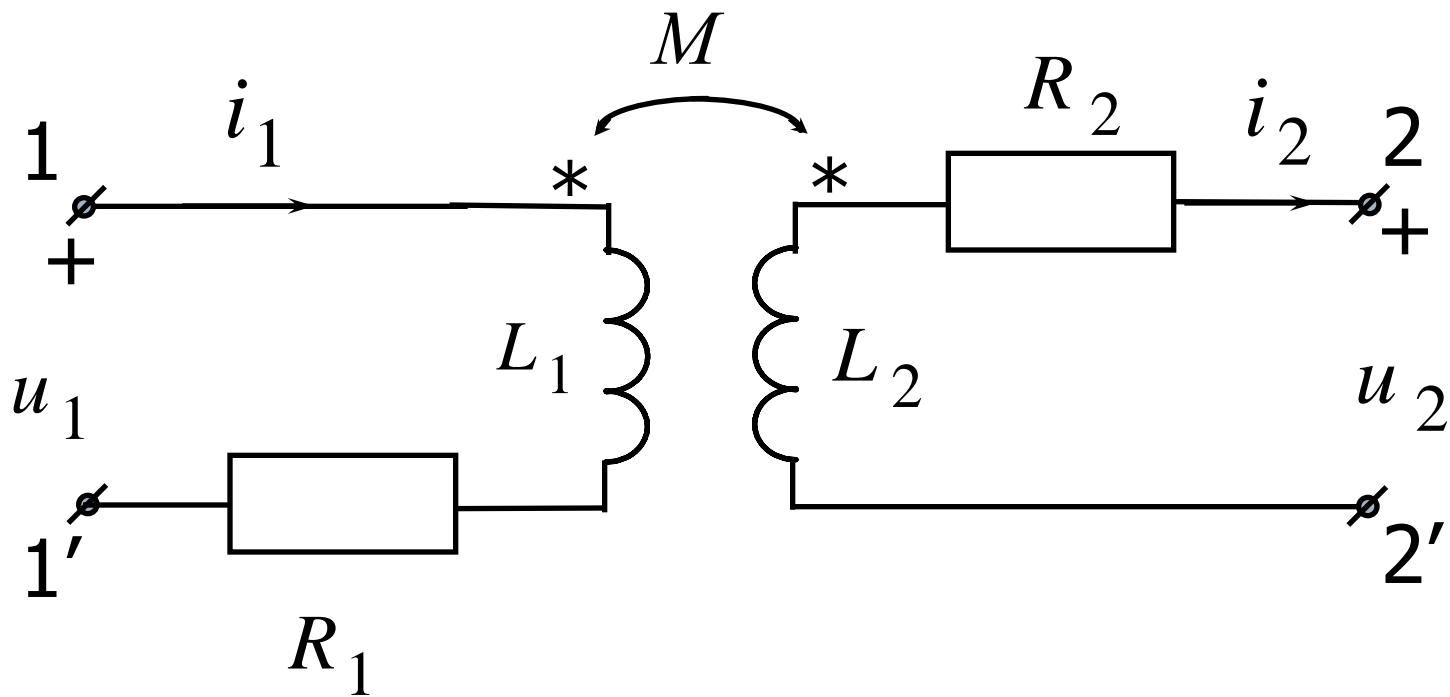
**Передача энергии из одной
катушки в другую
осуществляется за счет взаимной
индукции и ток $i_2(t)$ согласно
правилу Ленца выбирает
такое направление, что
катушки будут включенными
встречно**

Правило Ленца:

**Возникающий в замкнутом контуре
индукционный ток своим магнитным
полем противодействует изменению
магнитного потока, которым он
вызван.**

Если пренебречь потерями энергии в магнитопроводе, то тогда схема замещения трансформатора в линейном режиме будет следующей:

Схема замещения:



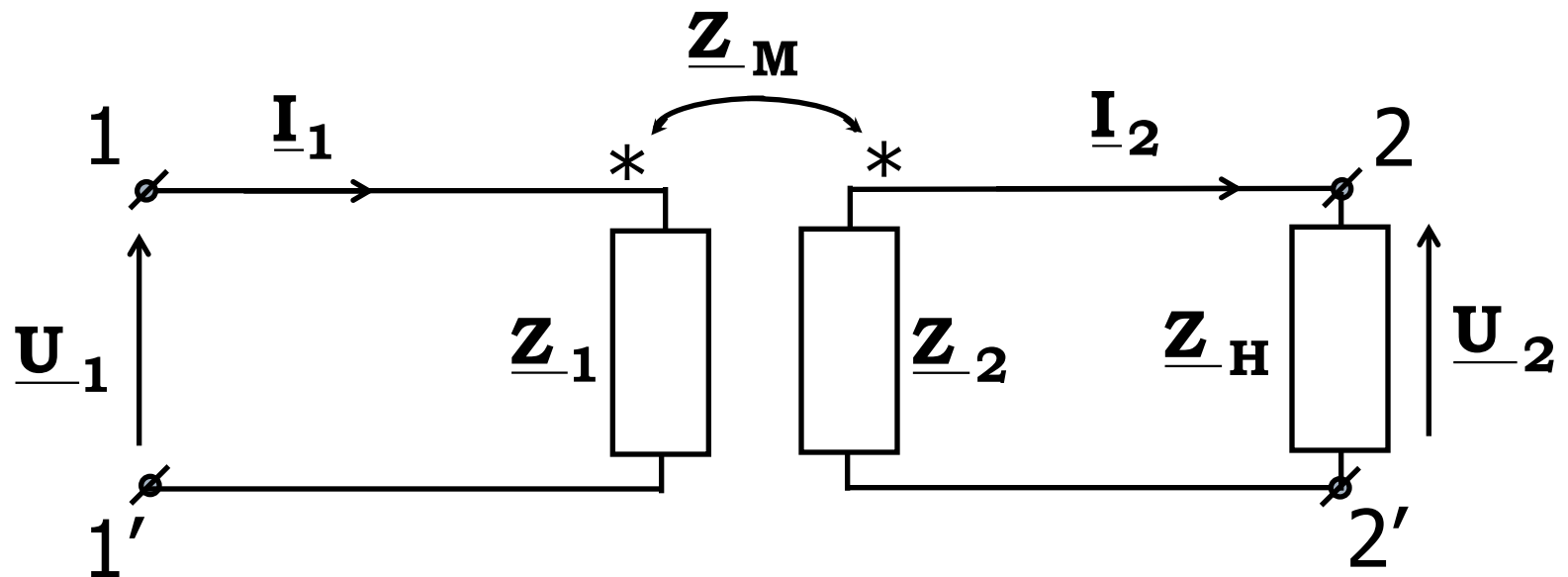
Если u_1 является напряжением источника, а u_2 – напряжением на пассивной нагрузке, то тогда получаем:

Уравнения по 2 закону Кирхгофа:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$0 = u_2 + R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Комплексная схема замещения:



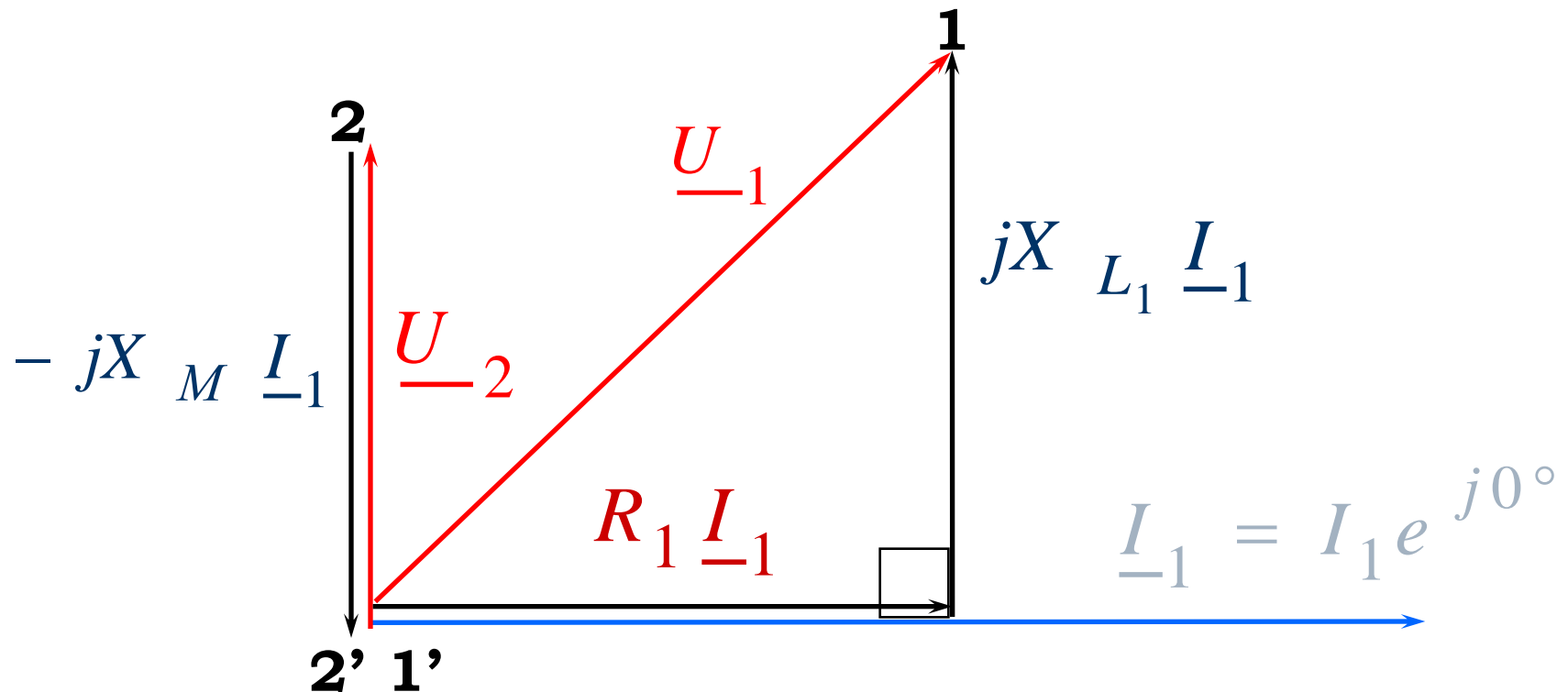
Уравнения по 2 закону Кирхгофа в комплексной форме:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - \underline{Z}_M \underline{I}_2 \\ 0 = (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_H) \underline{I}_2 - \underline{Z}_M \underline{I}_1 \end{cases}$$

где $\underline{U}_2 = \underline{Z}_H \underline{I}_2$

**Из решения этих уравнений
можно найти токи \underline{I}_1 и \underline{I}_2**

Векторная диаграмма при холостом ходе ($\underline{I}_2=0$):



Векторная диаграмма при сопротивлении нагрузки

$$\underline{Z}_H = Z_H e^{j\varphi_H}$$

$$\varphi_H > 0$$

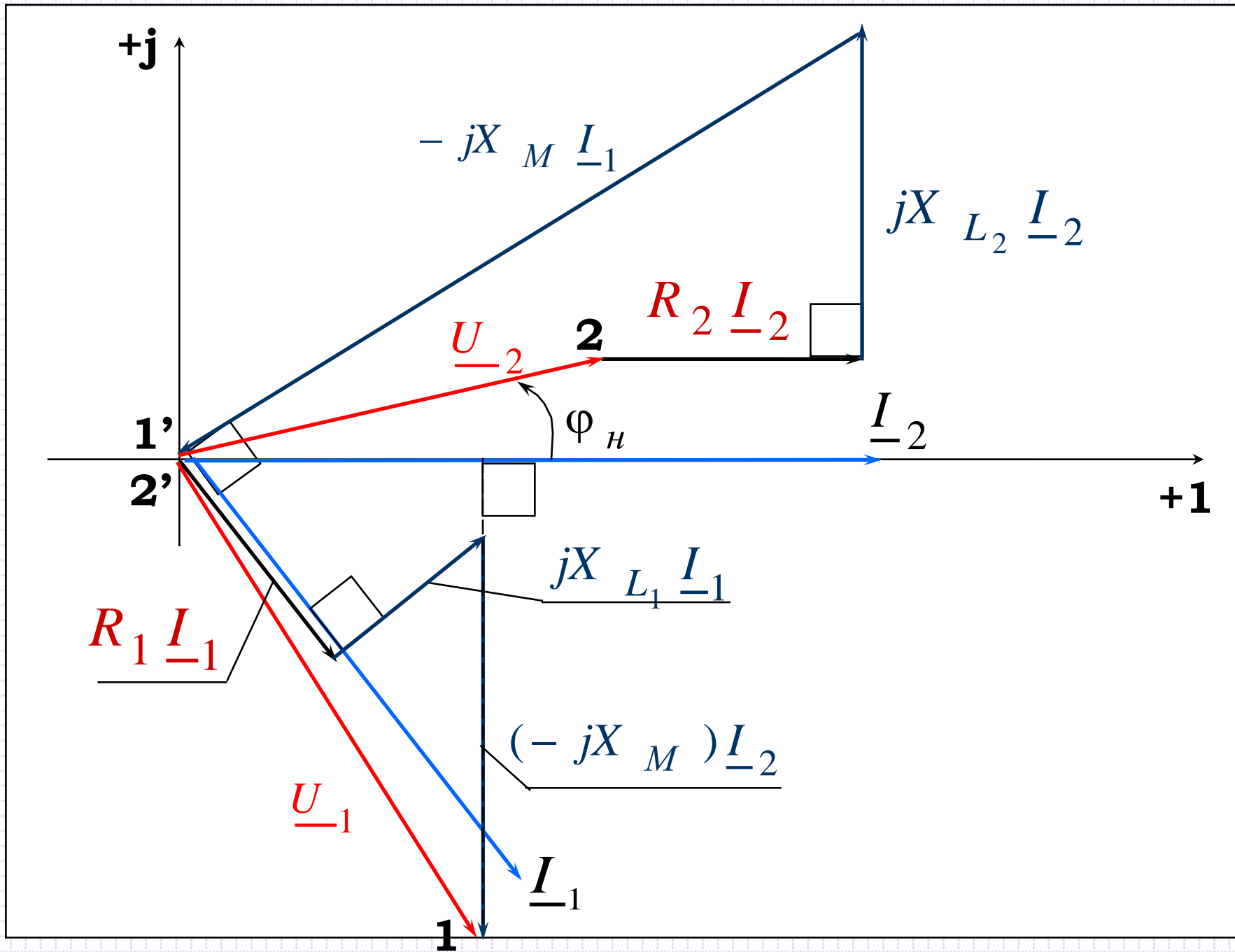
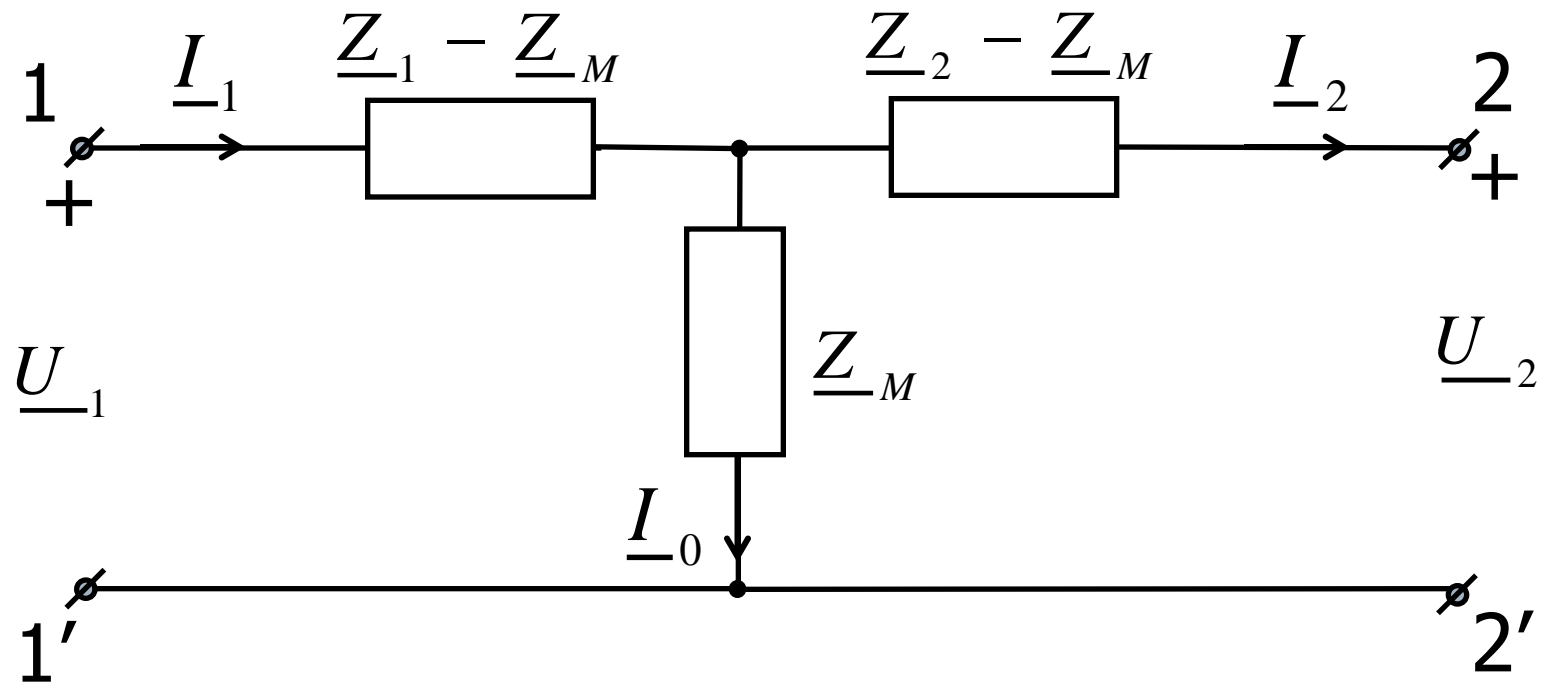


Схема замещения трансформатора

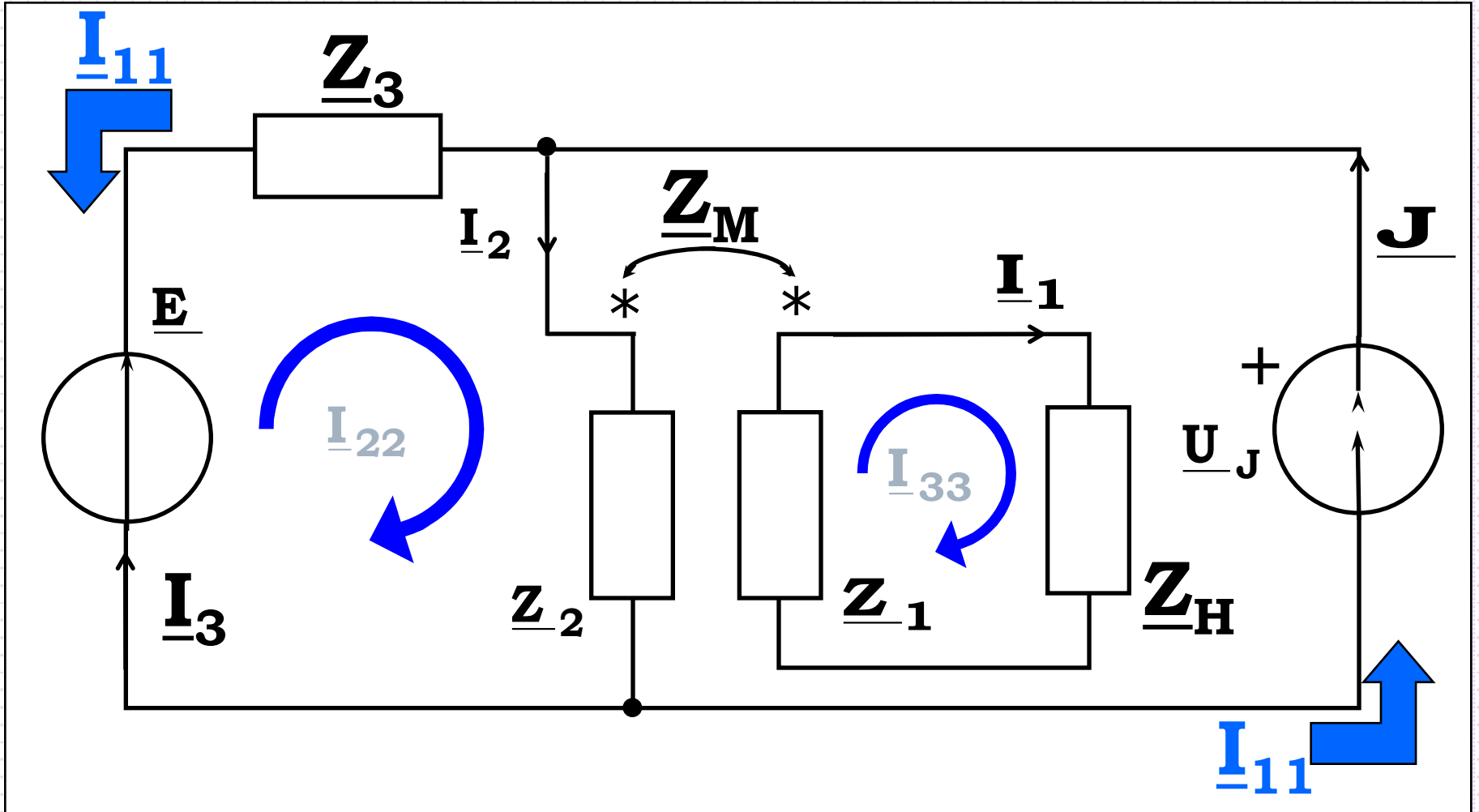
без индуктивной связи:



\underline{I}_0 - ток намагничивания

**Линейные цепи
с гармоническими напряжениями
и токами, содержащие
трансформаторы, могут быть
рассчитаны при помощи
законов Кирхгофа или
метода контурных токов
в комплексной форме**

Пример:



Дано:

E , J , Z₁ , Z₂ , Z₃ , Z_H

Определить:

I₁ , I₂ , I₃ , U_J

По методу контурных токов:

$$\underline{I}_{11} = \underline{J}$$

$$\underline{I}_{22}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \underline{I}_{33}\underline{Z}_M - \underline{I}_{11}\underline{Z}_3 = \underline{E}$$

$$- \underline{I}_{22}\underline{Z}_M + \underline{I}_{33}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_H) + \underline{I}_{11}\underline{0} = 0$$

Далее находим:

$$\underline{\mathbf{I}}_1 = \underline{\mathbf{I}}_{11} \quad \underline{\mathbf{I}}_2 = \underline{\mathbf{I}}_{22} \quad \underline{\mathbf{I}}_3 = \underline{\mathbf{I}}_{22} - \underline{\mathbf{I}}_{11}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_J = \underline{\mathbf{E}} - \underline{\mathbf{Z}}_3 \underline{\mathbf{I}}_3$$