

Лекция №5

Статические трехфазные цепи. Симметричный и несимметричный режимы

© 2020 Томский политехнический университет, ОЭЭ ИШЭ

Лектор: к.т.н., доцент Васильева Ольга Владимировна

Трехфазные цепи образуются
тремя электрически связанными
фазами (цепями) А, В, С,
находящимися под переменными
напряжениями одинакового
периода T , которые сдвинуты
по фазе относительно
друг друга на определенный угол
(120 градусов)

К этим фазам подключаются
статические и динамические
нагрузки, соединенные как правило
звездой или треугольником

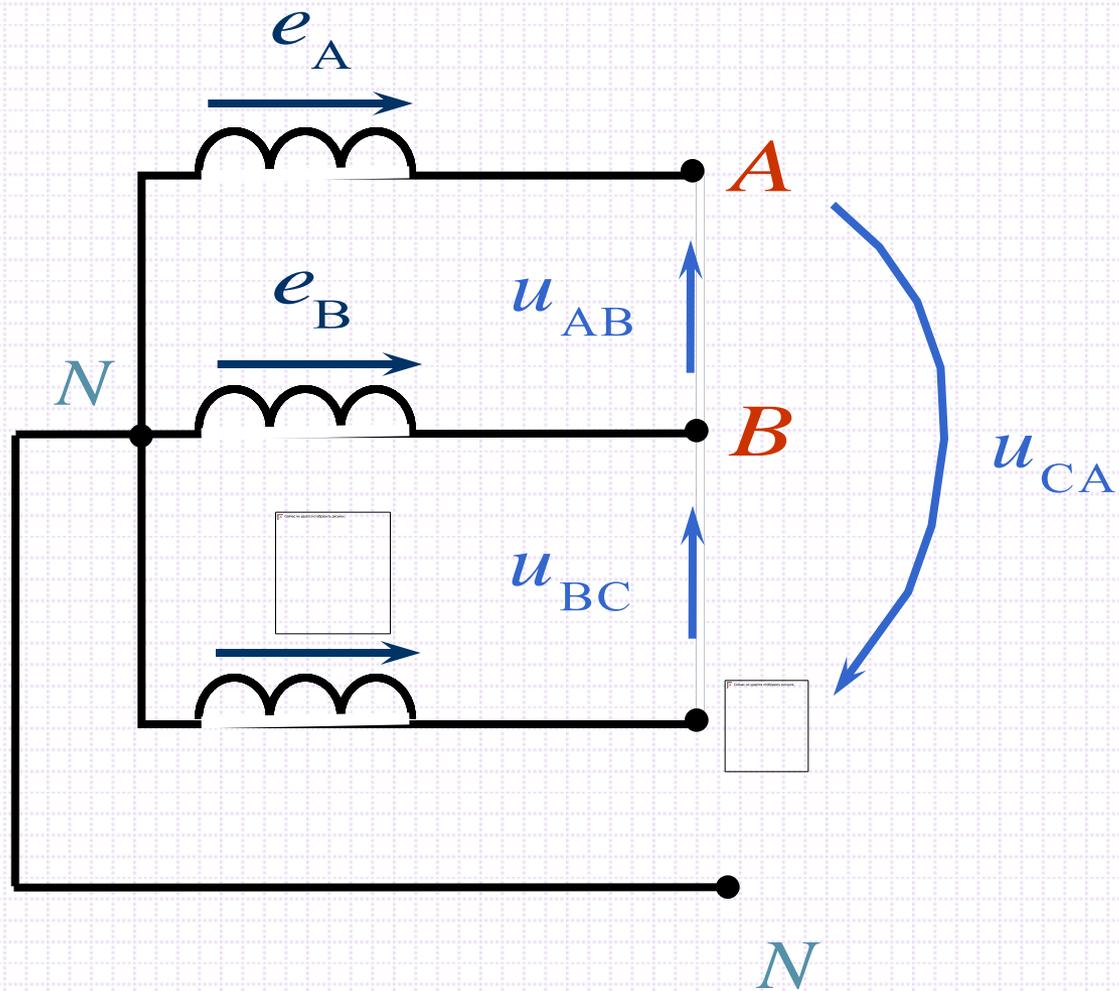
Статические нагрузки - это
обмотки трансформаторов, лампы,
нагреватели, конденсаторы и др.

Динамические нагрузки - это
обмотки электрических
двигателей

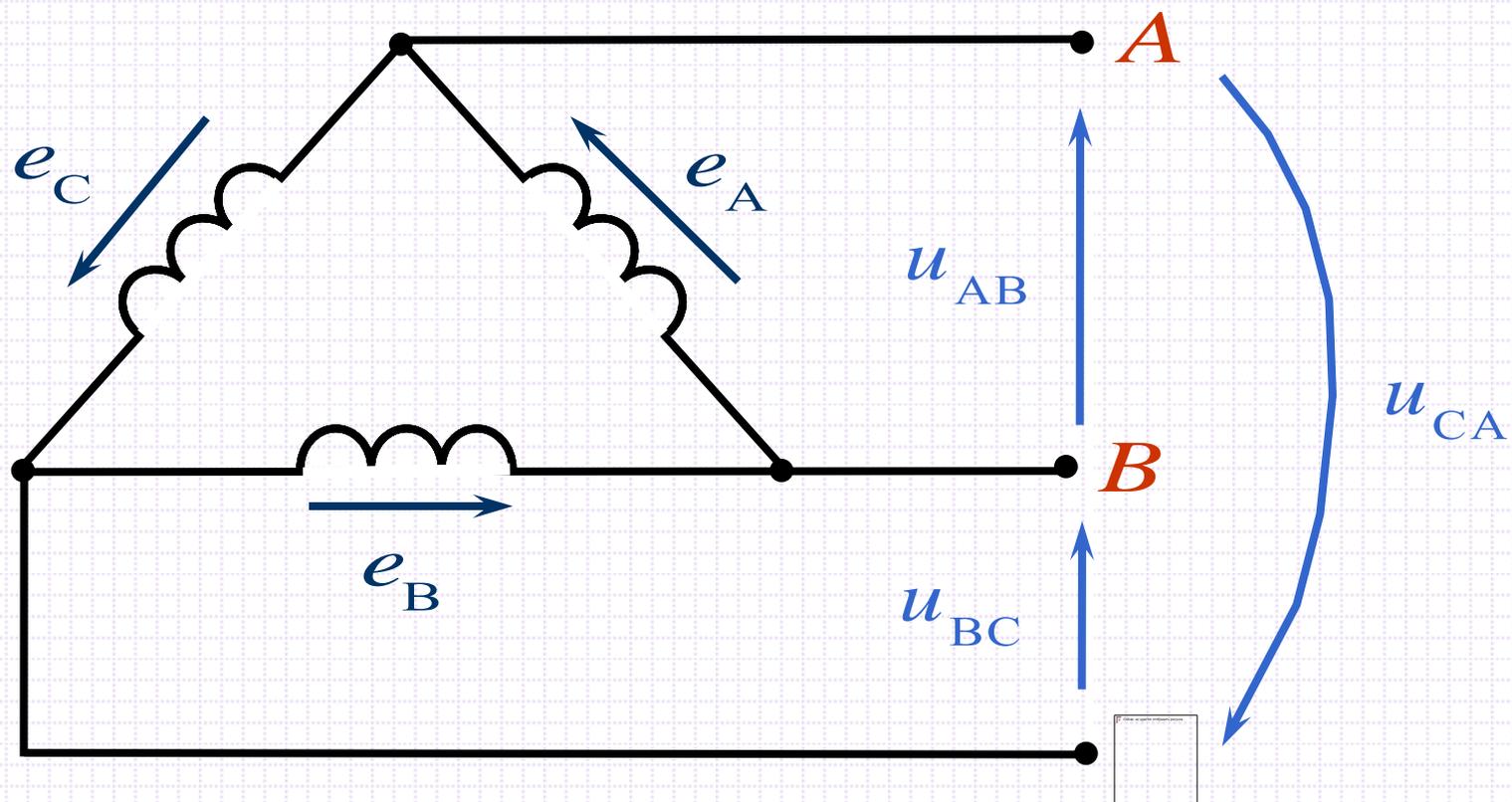
Генерирование и распределение
электрической энергии
осуществляется посредством
трехфазных цепей,
которые запитываются от обмоток
генераторов и трансформаторов,
характеризуемых фазными ЭДС $e_A(t)$,
 $e_B(t)$, $e_C(t)$

Соединения обмоток генераторов и трансформаторов

а) звездой:



б) треугольником:



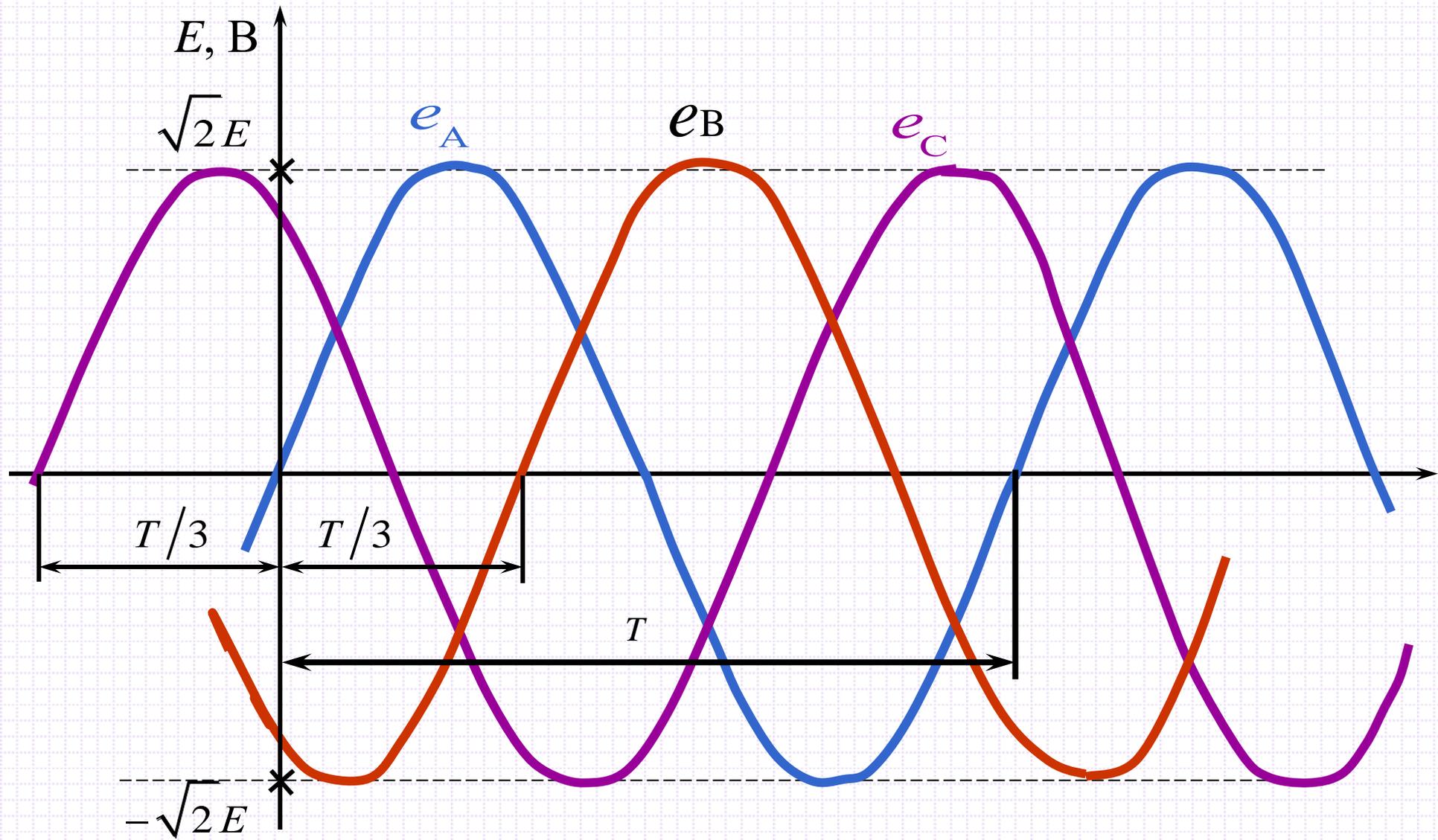
В нормальном режиме фазные ЭДС генераторов и трансформаторов образуют симметричную систему, т.е. имеют одинаковую гармоническую форму, одинаковые частоту и амплитуду и сдвинуты по фазе относительно друг друга на 120 градусов

$$e_A(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \alpha)$$

$$e_B(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \alpha - 120^\circ)$$

$$e_C(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \alpha + 120^\circ)$$

Волновая диаграмма при $\alpha = 0$



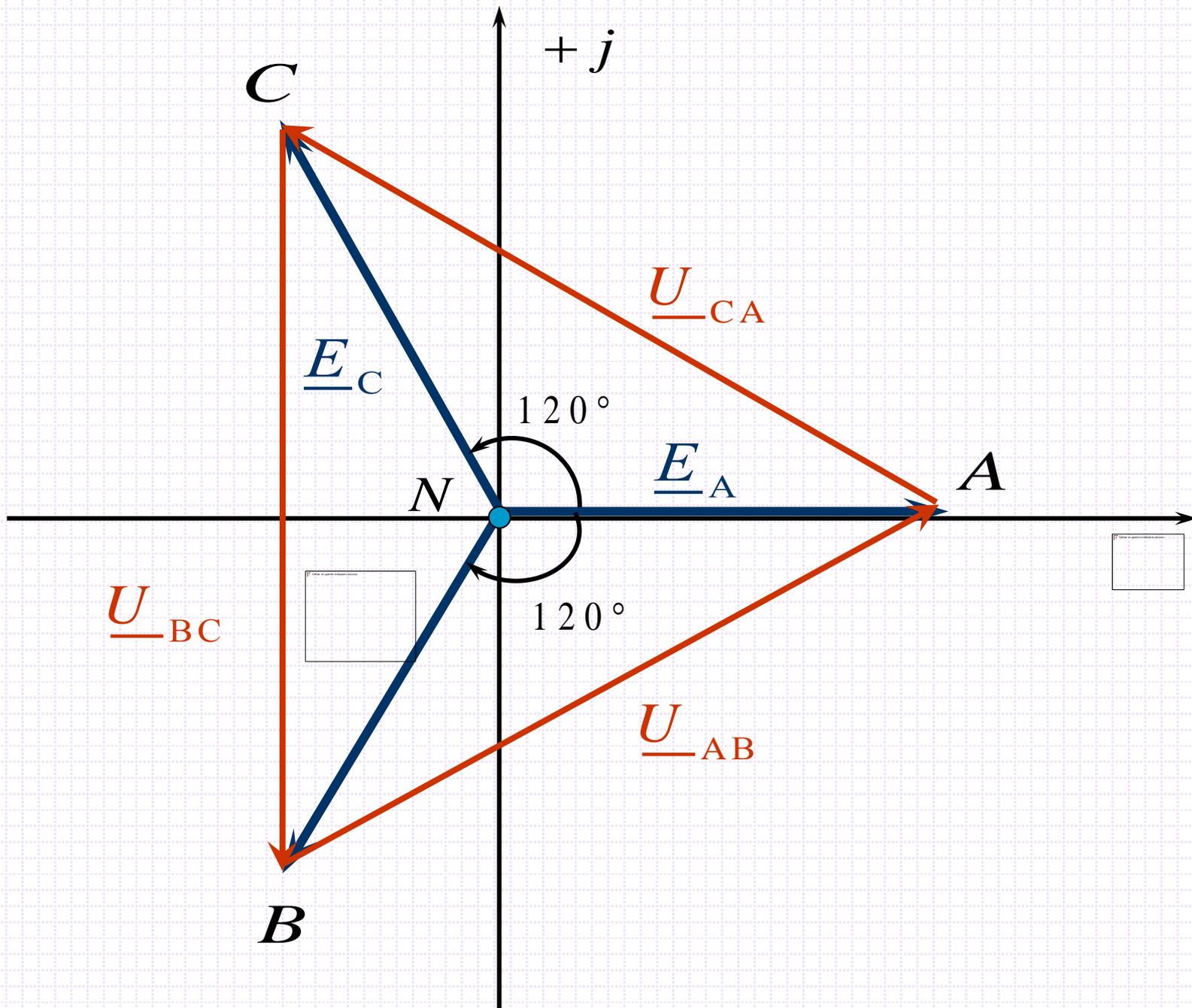
Векторная диаграмма

при $\alpha = 0$

$$\underline{E}_A = E \cdot e^{j0^\circ}$$

$$\underline{E}_B = E \cdot e^{-j120^\circ}$$

$$\underline{E}_C = E \cdot e^{j120^\circ}$$



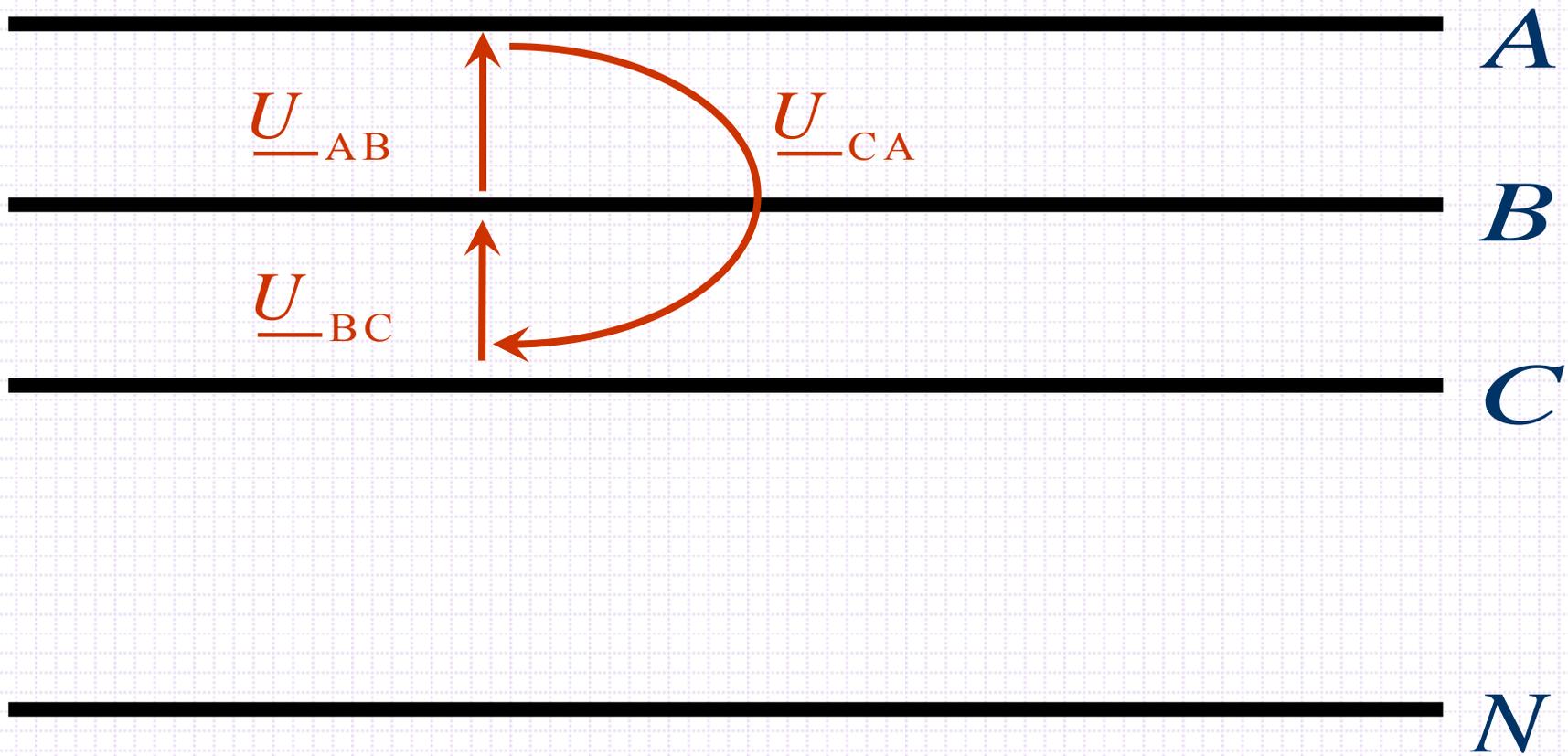
Линейные напряжения :

$$u_{AB}(t) = e_A(t) - e_B(t) = \sqrt{2} \sqrt{3} E \sin(\omega t + \alpha + 30^\circ)$$

$$u_{BC}(t) = e_B(t) - e_C(t) = \sqrt{2} \sqrt{3} E \sin(\omega t + \alpha - 90^\circ)$$

$$u_{CA}(t) = e_C(t) - e_A(t) = \sqrt{2} \sqrt{3} E \sin(\omega t + \alpha + 150^\circ)$$

Линейные напряжения - ЭТО
напряжения между фазами, причем
эти напряжения могут быть найдены
по известным фазным напряжениям



где

$$\underline{U}_{AB} = U_{\text{Л}} \cdot e^{j(\alpha+30^\circ)}$$

$$\underline{U}_{BC} = U_{\text{Л}} \cdot e^{j(\alpha-90^\circ)}$$

$$\underline{U}_{CA} = U_{\text{Л}} \cdot e^{j(\alpha+150^\circ)}$$

- комплексы действующих значений

где

$$U_{Л} = \sqrt{3E}$$

- действующее значение

Фазовый оператор

$$a = 1e^{j120^\circ} = -0,5 + j0,866$$

В результате

$$\underline{E}_A = E \cdot e^{j\alpha}$$



$$\underline{E}_C = a \underline{E}_A$$

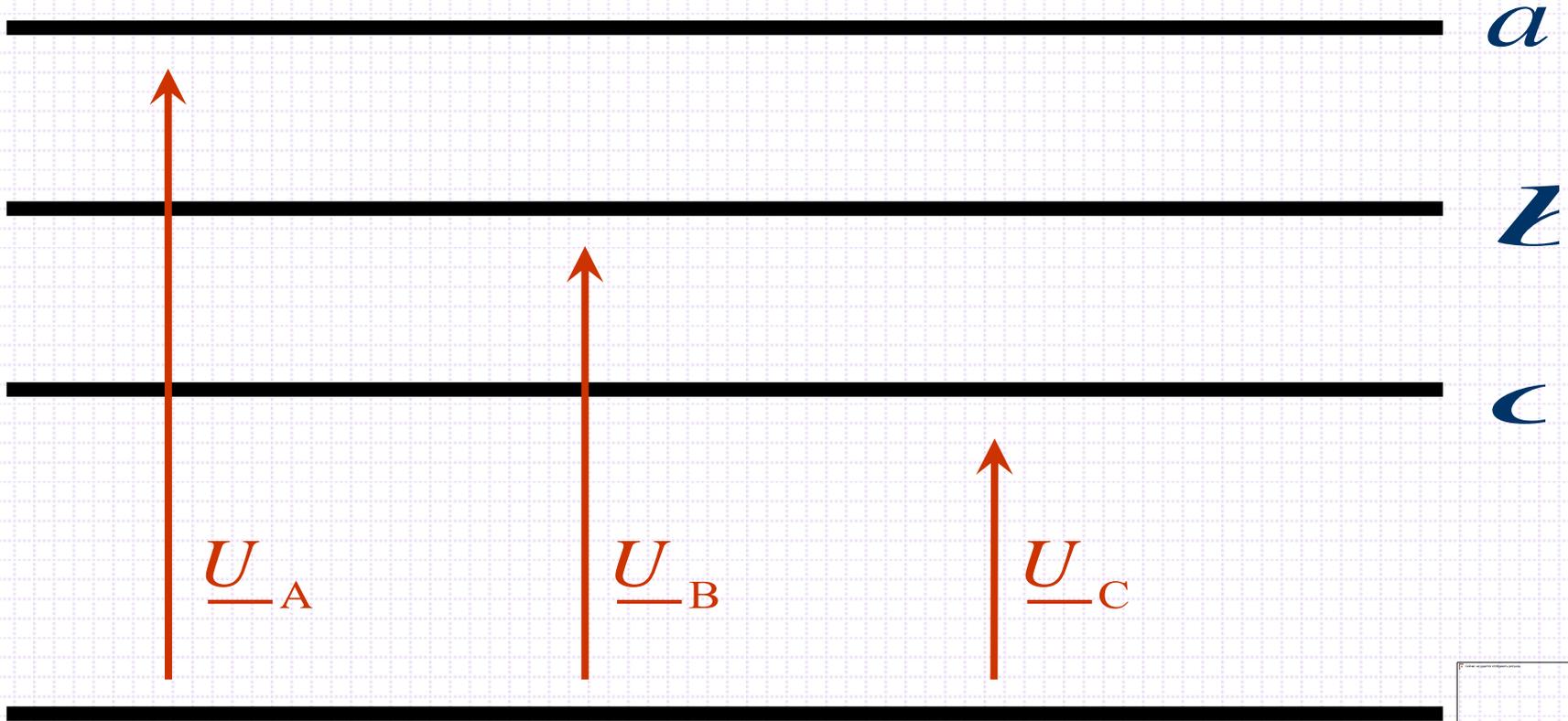
В результате

$$\underline{U}_{AB} = U_{Л} \cdot e^{j(\alpha+30^\circ)}$$

$$\underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_{AB}$$

$$\underline{U}_{CA} = a \underline{U}_{AB}$$

Фазные напряжения - ЭТО
напряжения между фазами и
нулевым проводом или нейтралью



где

$$\begin{cases} \underline{U}_A = U_\Phi \cdot e^{j\beta} \\ \underline{U}_B = a^2 \cdot \underline{U}_A \\ \underline{U}_C = a \cdot \underline{U}_A \end{cases}$$

где

$$\begin{cases} \underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B = U_{\text{Л}} \cdot e^{j\lambda} \\ \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C = a^2 \cdot \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A = a \cdot \underline{U}_{AB} \end{cases}$$

$$U_{\text{Л}} = \sqrt{3}U_{\Phi} \quad \lambda = \beta + 30^\circ$$

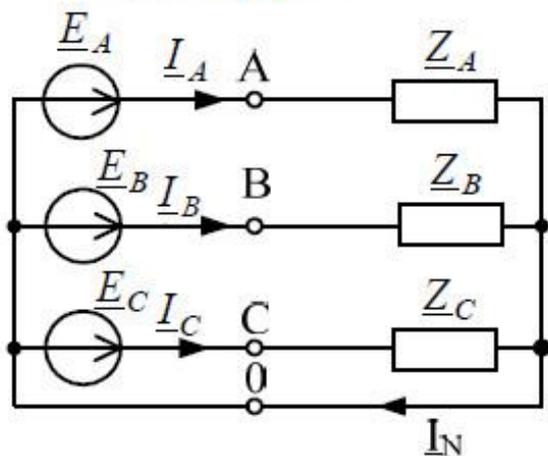
Симметричный режим трехфазных цепей

Симметричный режим
характеризуется *симметричной*
системой фазных ЭДС и напряжений,
а также *одинаковой нагрузкой фаз*

Трехфазная цепь с одинаковой
нагрузкой фаз называется
симметричной

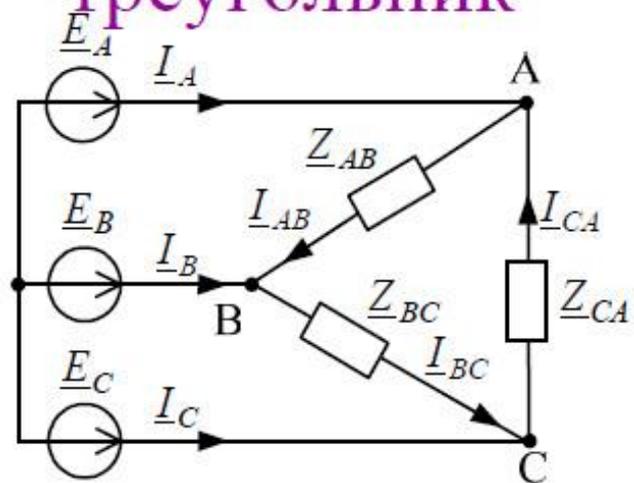
Схемы соединения нагрузки:

звезда

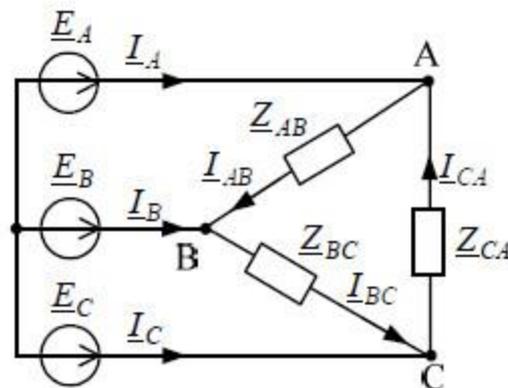
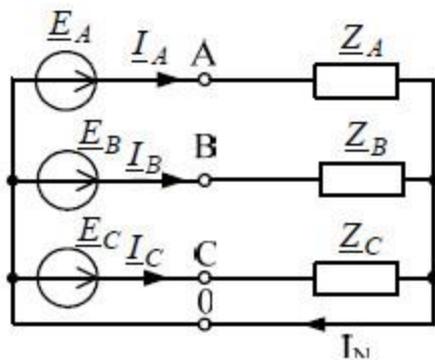


$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ –
линейные токи,
равные фазным

треугольник



$\underline{I}_{AB}, \underline{I}_{BC}, \underline{I}_{CA}$ –
фазные токи
 $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ –
линейные токи



Симметричная нагрузка

$$(\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C)$$

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A}$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$$

$$(\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA})$$

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}},$$

$$\underline{I}_{BC} = a^2 \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_{CA} = a \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_A = \sqrt{3} \underline{I}_{AB} e^{-j30}$$

Комплекс полной вырабатываемой мощности

$$\begin{aligned}\underline{S}_B &= \underline{E}_A \underline{I}_A + \underline{E}_B \underline{I}_B + \underline{E}_C \underline{I}_C = \\ &= 3 \cdot E \cdot I_{\text{Л}} e^{j\phi} = \\ &= P_B + jQ_B, \text{ (ВА)}\end{aligned}$$

а) АКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ

$$P_{\text{В}} = P_{\text{П}} = 3 \cdot E \cdot I_{\text{Л}} \cos \phi =$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{\text{Л}} \cdot I_{\text{Л}} \cos \phi =$$

$$= 3 \cdot I_{\text{Л}}^2 \cdot [\text{Re}(\underline{Z})], (\text{Вт})$$

б) реактивная мощность

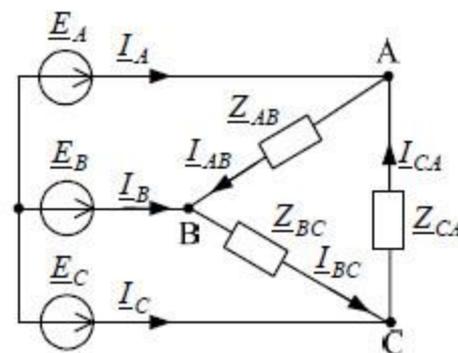
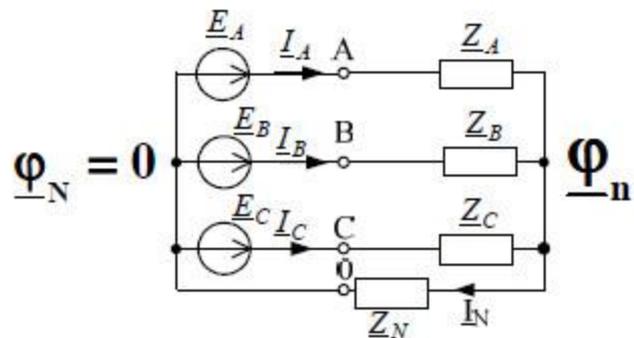
$$\begin{aligned} Q_{\text{В}} &= Q_{\text{П}} = 3 \cdot E \cdot I_{\text{Л}} \sin \phi = \\ &= \sqrt{3} \cdot U_{\text{Л}} \cdot I_{\text{Л}} \sin \phi = \\ &= 3 \cdot I_{\text{Л}}^2 \cdot [\text{Im}(\underline{Z})], \text{ (вар)} \end{aligned}$$

В симметричном режиме ток нулевого провода \underline{I}_N и напряжение смещения нейтралей \underline{U}_N равны нулю, поэтому цепь без нулевого провода рассчитывается аналогично, причем такой расчет можно вести на одну фазу (А)

Несимметричный режим трехфазных цепей

Несимметричный режим

Обусловлен различной нагрузкой фаз или несимметричной системой напряжений трехфазного источника, причем в этом режиме напряжения и токи фаз не образуют симметричные системы, при статической нагрузке фаз рассчитывается известными методами в комплексной форме, причем в этом режиме ток и напряжение в нулевом проводе могут быть не равны нулю



Несимметричная нагрузка

$$\begin{aligned}
 \underline{\varphi}_n & \left(\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C} + \frac{1}{\underline{Z}_N} \right) = \\
 & = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A} + \frac{\underline{E}_B}{\underline{Z}_B} + \frac{\underline{E}_C}{\underline{Z}_C} \\
 \underline{I}_A & = \frac{-\varphi_n + \underline{E}_A}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{I}_B = \frac{-\varphi_n + \underline{E}_B}{\underline{Z}_B}; \\
 \underline{I}_C & = \frac{-\varphi_n + \underline{E}_C}{\underline{Z}_C} \\
 \underline{I}_N & = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C
 \end{aligned}$$

$$(\underline{Z}_{AB} \neq \underline{Z}_{BC} \neq \underline{Z}_{CA})$$

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}; \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}};$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}}$$

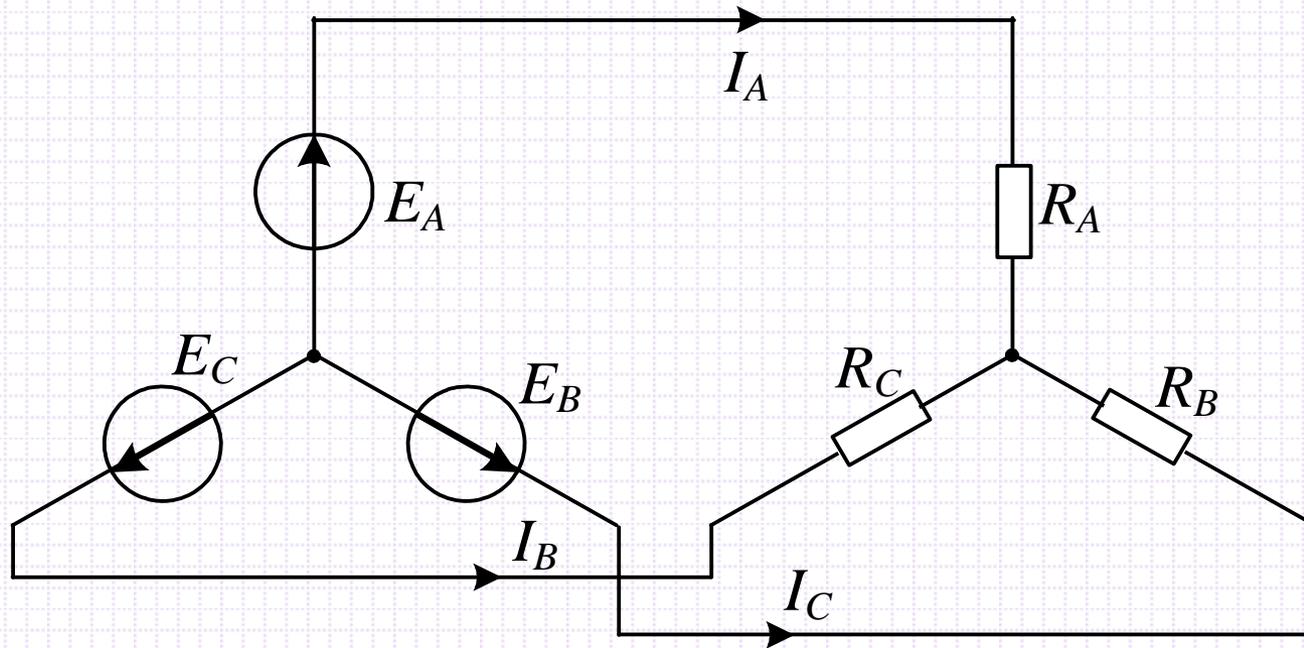
$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$$

Таким образом,

**нулевой провод *выравнивает*
величины фазных напряжений
нагрузки, что используется
в бытовых электрических
сетях**



Пусть задана симметричная система ЭДС с несимметричной нагрузкой:

$$a = e^{j120^\circ} = -0,5 + j0,866,$$

$$\underline{E}_A = 220 \text{ В},$$

$$\underline{E}_B = 220 a^2,$$

$$\underline{E}_C = 220 a,$$

$$R_A = 10 \text{ Ом},$$

$$R_B = 20 \text{ Ом}, R_C = 30 \text{ Ом}$$

По методу узловых потенциалов:

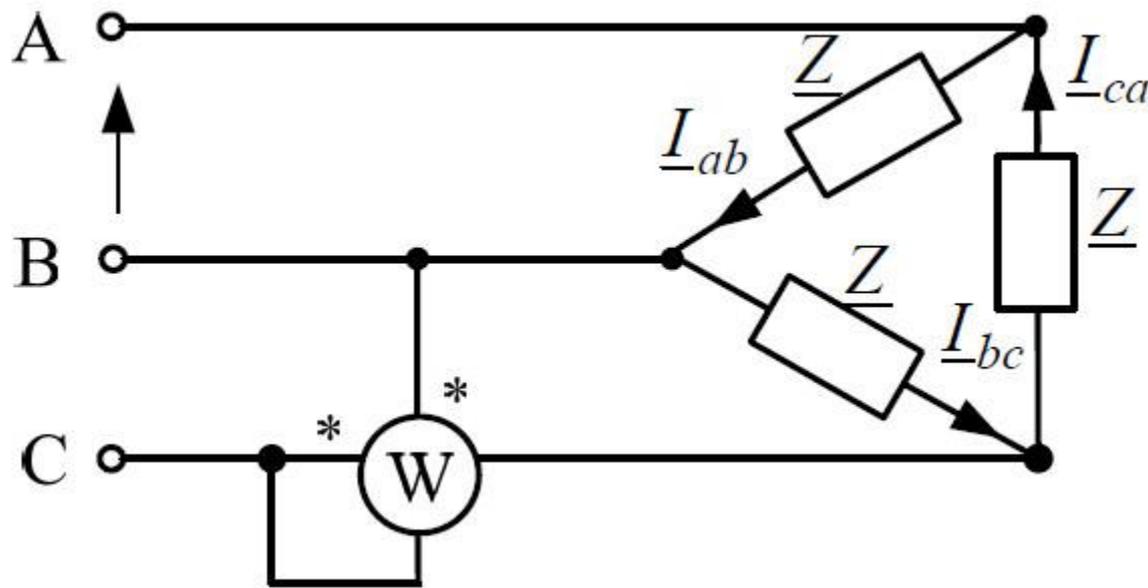
$$\underline{\varphi} = \frac{\underline{E}_A / R_A + \underline{E}_B / R_B + \underline{E}_C / R_C}{1/R_A + 1/R_B + 1/R_C} = 70 - j17,321 \text{ В}$$

По обобщенному закону Ома:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A - \underline{\varphi}}{R_A} = 15 - j1,732 \text{ А}, \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{E}_B - \underline{\varphi}}{R_B} = -9 - j8,66 \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{E}_C - \underline{\varphi}}{R_C} = -6 + j6,928 \text{ А}.$$

Найти показание ваттметра:



$$\underline{E}_A = 500 e^{j10^\circ} \text{ B}$$

$$\underline{Z}_\phi = 120 + j30 \text{ Ом.}$$

Показание ваттметра:

$$\mathbf{P_W = |U_{BC}| \cdot |I_C| \cdot \cos \varphi, \text{ Вт}}$$

Линейное напряжение U_{BC} :

$$\begin{aligned} \underline{U}_{BC} &= a^2 \underline{U}_{AB} = a^2 \sqrt{3} \underline{E}_A e^{j30} = e^{-j120} \sqrt{3} 500 e^{j10} e^{j30} = \\ &= 500 \sqrt{3} e^{j(-120+10+30)} = 866,025 e^{-j80} \text{ В} \end{aligned}$$

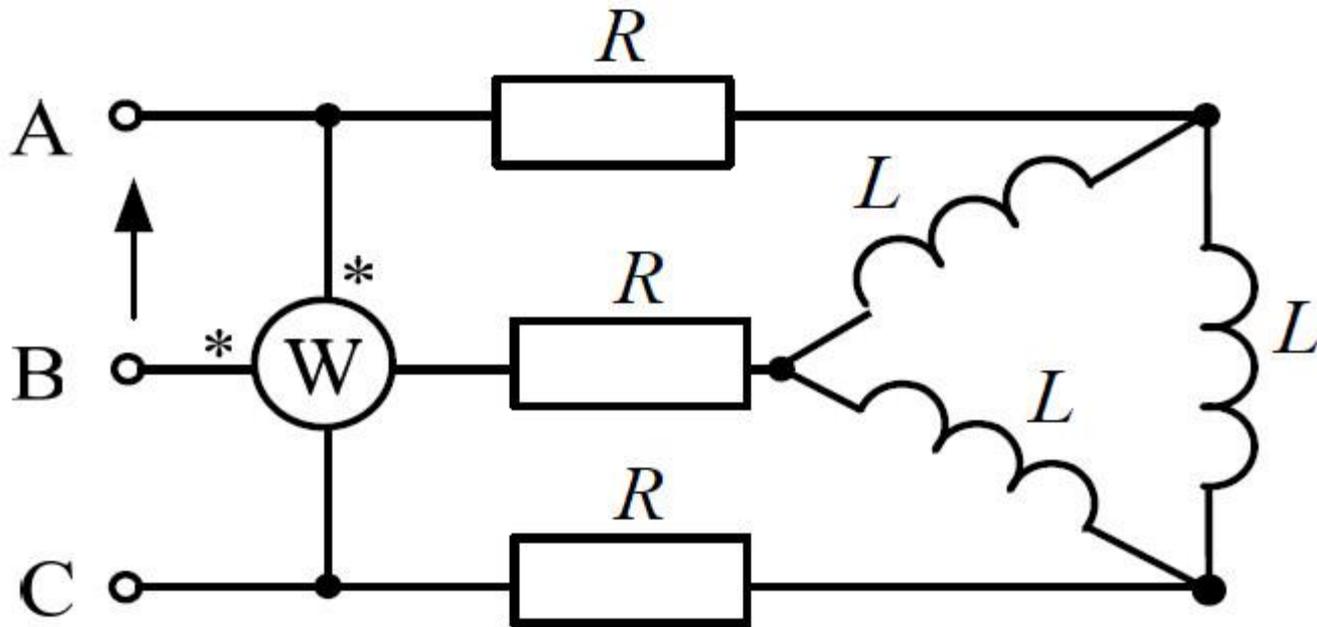
Линейный ток \underline{I}_C :

$$\begin{aligned}\underline{I}_C &= a\underline{I}_A = a \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}/3} = e^{j120} \frac{500e^{j10}}{120 + j30} = \frac{500e^{j130}}{40 + j10} = \\ &= \frac{500e^{j130}}{41,2e^{j14}} = 12,127e^{j116} \text{ A}\end{aligned}$$

Показание ваттметра:

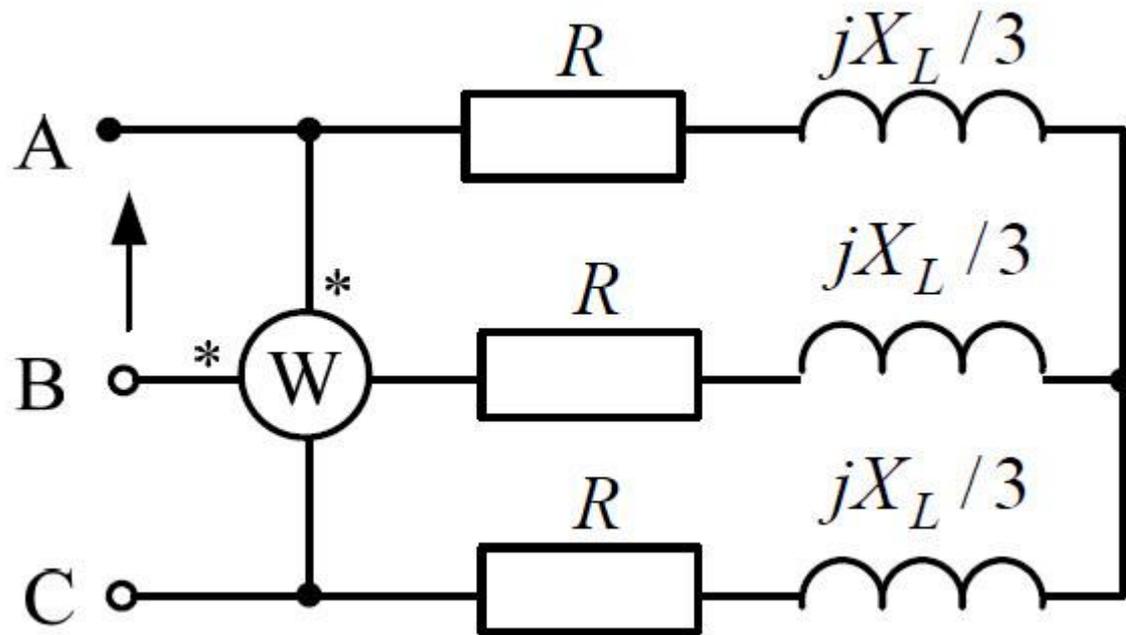
$$\begin{aligned}P_W &= |\underline{U}_{BC}| \cdot |\underline{I}_C| \cdot \cos \varphi = \\ &= 866,025 \cdot 12,127 \cos(-80 - 116) = \\ &= -10097,096 \text{ Вт}\end{aligned}$$

Найти показание ваттметра:



Показание ваттметра в общем виде:

$$P_W = |U_{AC}| \cdot |I_B| \cdot \cos \varphi, \text{ Вт}$$



Линейный ток \underline{I}_A :

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}} = \frac{\underline{E}_A}{R + \frac{jX_L}{3}}$$

Линейный ток \underline{I}_B :

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A$$

Показание ваттметра в общем виде:

$$P = |U_{AC}| |I_B| \cos \left(\hat{U}_{AC} \underline{I}_B \right) = \operatorname{Re}(U_{AC}, \underline{I}_B^*)$$

Линейное напряжение U_{AC} :

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AC} &= -\underline{U}_{CA} = -a \underline{U}_{AB} = \\ &= \underline{U}_{AB} e^{j(120-180)} = \underline{U}_{AB} e^{-j60} = \\ &= \underline{E}_A \sqrt{3} e^{j(-60+30)} = \underline{E}_A \sqrt{3} e^{-j30} \end{aligned}$$